1 Fluctuating Gunn Peterson Approximation

L'approximation FGPA (Fluctuating Gunn Peterson Approximation), présentée dans la section ??, relie le contraste de densité d'absorption Lyα δ_F à la profondeur optique τ :

$$\tau = a \exp(b\delta_F) \,, \tag{1.1}$$

où a et b sont deux paramètres.

Afin d'obtenir cette relation, nous débutons avec l'équation qui donne l'équilibre de photo-ionisation de l'hydrogène neutre :

$$\gamma + \mathrm{H_I} \leftrightarrow \mathrm{e}^- + \mathrm{p}^+ \,, \tag{1.2}$$

qui se traduit comme

$$n_\gamma n_{\mathrm{H_I}} \langle \sigma_{\mathrm{ioni}} c \rangle = n_{\mathrm{e}} n_{\mathrm{p}} \langle \sigma_{\mathrm{rec}} v \rangle_T \,, \tag{1.3}$$

où n_γ, $n_{\mathrm{H_I}}$, n_{e} et n_{p} donnent respectivement les densités de photons, d'hydrogènes neutres, d'électrons et de protons. σ_{ioni} et σ_{rec} donnent respectivement les sections efficaces de l'ionisation d'un atome d'hydrogène neutre et de la recombinaison d'un électron et d'un proton. En sachant que les densités d'électron et de protons sont égales à la densité de baryons, nous pouvons exprimer la densité d'hydrogène neutre comme

$$n_{\mathrm{H_I}} = n_b^2 \frac{\langle \sigma_{\mathrm{rec}} v \rangle_T}{n_\gamma \langle \sigma_{\mathrm{ioni}} c \rangle} \,. \tag{1.4}$$

De plus, le terme $\langle \sigma_{\mathrm{rec}} v \rangle_T$ est proportionnel à $T^{-0,7}$, nous avons donc la relation de proportionnalité

$$n_{\mathrm{H_I}} \propto \frac{(1+z)^6 \Omega_b^2 (1+\delta)^2 T^{-0,7}}{n_\gamma \langle \sigma_{\mathrm{ioni}} c \rangle} \,, \tag{1.5}$$

où nous avons explicité la densité de baryon $n_b^2 = (1+z)^6 \Omega_b^2 (1+\delta)^2$ en fonction du contraste de densité δ. Nous pouvons relier de la même manière la température T au contraste de densité δ comme

$$T = \overline{T}(z)(1+\delta)^{\gamma(z)-1} \,, \tag{1.6}$$

où $\gamma(z \sim 3) \sim 1{,}6$. Nous pouvons ainsi relier la profondeur optique τ au contraste de densité comme

$$\tau(z) \propto \Omega_b^2 \frac{(1+z)^6 \overline{T}(z)^{-0,7}}{H(z) J_\gamma} \frac{(1+\delta)^\beta}{1+\eta} \,, \tag{1.7}$$

où η est le gradient de vitesse $\eta = v_p'(z)/H(z)$, $H(z)J_\gamma$ correspond au flux ionisant de photons, et $\beta = 2 - 0{,}7(\gamma(z)-1) \sim 1{,}6$ à $z \sim 3$. De l'équation précédente, nous déduisons que, pour des faibles gradients de vitesse et pour $z \sim 3$

$$\tau(z) \propto \exp(1{,}6\delta)(1-\eta) \,. \tag{1.8}$$

Cette équation correspond à l'approximation FGPA (Fluctuating Gunn Peterson Approximation).