

# 1

## Introduction à la cosmologie

---



FIGURE 1.1 – Gauche : illustration artistique de la cosmologie hindoue. Droite : couverture du livre de la Genèse, Bible de Saint-Paul-hors-des-Murs, vers 870.

Ce premier chapitre a pour but de présenter la cosmologie moderne et d'expliquer brièvement sa construction au fil du dernier siècle. L'idée est de donner une vue d'ensemble du paradigme actuel, tout en détaillant davantage les points clés nécessaires à ce manuscrit. Pour une étude approfondie de la cosmologie moderne, nous référons le lecteur aux ouvrages suivants : [?].

## 1 Qu'est-ce que la cosmologie ?

Le terme cosmogonie (du grec *cosmo-* : monde ; *gon-* : engendrer) désigne une conception et tentative d'explication de la naissance du monde, et parfois de l'Homme. Il existe une grande nombre de cosmogonies, très souvent d'origines religieuses. Nous pouvons citer par exemple la cosmogonie hindoue, dans laquelle le monde est vu comme un cycle : le dieu Brahma crée le monde lorsqu'il se réveille, et le détruit lorsqu'il s'endort. Notre univers correspond ainsi à une journée de Brahma, débutant lorsque Brahma ouvre les yeux et prenant fin lorsqu'il les referme. Le monde suit ainsi une suite de créations et de destructions. Nous pouvons aussi citer la cosmogonie abrahamique, décrite dans la Genèse. Cette cosmogonie est commune au judaïsme, au christianisme, et à l'islam. Dans cette cosmogonie, le dieu créateur, intemporel, conçut le monde en 7 jours. Il commença par créer la lumière le premier jour. Il termina par créer l'Homme à son image le sixième jour, puis se reposa le dernier jour.

Nous pourrions passer la totalité de ce manuscrit à décrire diverses cosmogonies. Mais celle qui nous intéresse et que nous allons détailler ici est la cosmogonie scientifique : la *cosmologie*. La cosmologie est donc l'étude de l'univers, son origine, ses constituants et son devenir, dans le cadre de la méthode scientifique. Même si aujourd'hui la cosmologie fait consensus au sein des scientifiques en ce qui concerne la compréhension de l'univers, cela n'a pas toujours été le cas. Pendant longtemps les croyances religieuses ont dominé, allant jusqu'à limiter voire interdire les avancées scientifiques. Il faut attendre le XVI<sup>e</sup> siècle pour que Copernic propose le modèle héliocentrique, soit presque 2000 ans après le modèle géocentrique d'Aristote, soutenu par l'église et les savants jusqu'alors. Par la suite, les observations de Galilée, les travaux de Kepler ainsi que l'émancipation des dogmes religieux ont permis au modèle héliocentrique, fondé sur les lois de Kepler, de s'imposer. Cela a aussi permis à Newton de proposer sa théorie de la gravitation peu de temps après. Cette période marque la naissance de la physique et de la cosmologie.

Jusqu'au XIX<sup>e</sup> siècle, le modèle héliocentrique décrivant l'univers comme se limitant à notre système solaire fait consensus. Puis émerge l'idée que les étoiles sont d'autres systèmes solaires, no-

## 1. QU'EST-CE QUE LA COSMOLOGIE ?

---

tamment grâce aux premières mesures de distance d'étoiles proches<sup>1</sup>. L'idée de galaxie, un système rassemblant une multitude de systèmes solaires, fait aussi son apparition, nous conduisant vers un paradigme de moins en moins anthropocentrique.

La cosmologie moderne naît réellement au début du XX<sup>e</sup> siècle. En 1915, Einstein propose sa théorie de la gravitation : la *relativité générale*. Elle offre une vision radicalement différente de la théorie bien établie de Newton. La gravitation n'est plus vue comme une force instantanée entre les corps massifs mais comme une déformation de l'espace temps se propageant à la vitesse de la lumière. La théorie d'Einstein prédit correctement l'avance du périhélie de Mercure, dont la valeur était jusque là incomprise. Puis en 1919 lors d'une éclipse de Soleil, la déviation de la lumière par un corps massif, prédition directe de la relativité générale et non présente dans la théorie de Newton, est observée. Non seulement la déviation de la lumière est observée pour la première fois, mais l'angle de déviation observé correspond à celui prévu par la théorie. Ceci assoit au sein de la communauté scientifique la théorie d'Einstein en tant que nouvelle théorie de la gravitation.

Par ailleurs, la cosmologie observationnelle connaît des avancées remarquables, notamment grâce à Edwin Hubble qui observe le décalage vers le rouge<sup>2</sup> du spectre d'objets lointains, dû à leur vitesse d'éloignement. Il comprend aussi que les objets étendus, jusque là interprétés comme des nuages de poussière et de gaz et appelés nébuleuses, sont d'autres galaxies semblables à la nôtre. Parallèlement, Alexandre Friedmann résout en 1922 les équations d'Einstein de la relativité générale pour un univers homogène et isotrope et trouve une solution d'univers en expansion, qui contraste avec l'idée d'un univers statique et éternel jusque là ancrée dans les esprits. Enfin, Georges Lemaître effectue le lien entre tous ces éléments. En 1927, il publie un papier explicatif que l'éloignement des galaxies et le décalage vers le rouge de leur spectre pouvait être expliqué par une théorie d'univers en expansion, et donne la première estimation de la constante de Hubble<sup>3</sup>. En 1929, Edwin Hubble publie son célèbre papier, exposant la loi de Hubble et favorisant très fortement le modèle d'univers en expansion.

Nous pouvons noter ici que peu de temps après avoir publié sa théorie, Einstein ajoute dans ses équations une constante ad hoc, dite *constante cosmologique*, et noté  $\Lambda$ . Cette constante est rajoutée afin de rendre les solutions à ses équations capables de décrire un univers statique (idée dominante de l'époque). Puis, suite à la publication de Hubble, Einstein retire la constante cosmologique de ses équations et la qualifie de "plus grande bêtise de sa vie". L'ironie fait qu'en 1998, la constante cosmologique est réintroduite dans les modèles afin d'expliquer l'observation de l'accélération de l'expansion de l'univers (voir #prov ref). **Les mesures les plus récentes estiment que la densité d'énergie correspondante à cette constante cosmologique représente environ 70 % de l'énergie totale de notre univers aujourd'hui. Cependant, il existe des modèles plus complexes qui rendent compte de l'accélération de l'expansion de l'univers. Le terme énergie noire est un terme générique souvent employé pour désigner l'entité responsable de cette accélération, la constante cosmologique  $\Lambda$  incluse.**

Ces quinze années très fertiles pour la cosmologie ont popularisé l'idée d'un univers en expansion. Si certains s'y opposent et défendent un univers statique, d'autres s'y intéressent et étudient en détail les conséquences de ces modèles théoriques. Si l'univers est en expansion, c'est qu'il a été dans le passé plus petit qu'il ne l'est aujourd'hui. L'étude des solutions aux équations d'Einstein montre que l'expansion dilue la matière dans l'univers, et conduit à son refroidissement. L'univers était donc plus chaud et plus dense dans le passé. Si l'on remonte suffisamment dans l'histoire de l'univers, celui-ci devient de plus

1. Par exemple la mesure de la distance de 61 Cygni par Bessel en 1838. #prov <https://www.universalis.fr/encyclopedie/premiere-determination-de-la-distance-d-une-etoile/>.

2. voir explication du redshift section 2.1, paragraphe *Le redshift*.

3. Constante reliant proportionnellement la vitesse d'éloignement des galaxies à leur distance, voir section 2.1, paragraphe *Les équations de Friedmann-Lemaître*.

en plus petit, jusqu'à n'être à l'origine qu'un point infiniment chaud et dense. Ceci conduit à nommer ces classes de modèles *hot big bang models*, ou modèles de big bang chaud en français. Il est à noter que cet *instant zéro* est une extrapolation des modèles et reste hypothétique : au delà d'une certaine température et densité, les effets quantiques ne peuvent plus être négligés, rendant alors impossible l'utilisation de la relativité générale. Cet instant est appelé mur de Planck. Afin de comprendre ce qu'il se passe entre le mur de Planck et l'instant zéro, une théorie traitant à la fois la gravitation et l'aspect quantique de la matière est nécessaire. C'est un domaine de recherche très dynamique aujourd'hui, dans lequel un grand nombre de théories de gravité quantique sont étudiées.

Suite notamment aux publications de Friedmann, Lemaître et Hubble, les défenseurs des modèles de big bang ont commencé à chercher des observables capables de prouver ces modèles. En 1948, George Gamow, Ralph Alpher et Robert Herman, reprenant les travaux de Georges Lemaître, prédisent l'existence du *fond diffus cosmologique* (CMB : Cosmic Microwave Background). Ce rayonnement fossile, si les modèles de big bang sont vérifiés, aurait été émis lorsque l'univers était encore dense et chaud. Il repose sur l'idée que, du fait de la température initialement très élevée, les particules possèdent trop d'énergie pour s'assembler et former les premières briques élémentaires. L'univers n'est alors qu'une soupe où toutes les particules s'entrechoquent constamment. Lorsque l'univers s'expand, la température baisse et l'énergie des particules aussi, autorisant ainsi la formation des premiers noyaux d'atomes. Mais la température et la densité sont toujours trop importantes pour laisser les premiers atomes se former : l'univers est alors un bain de noyaux, principalement d'hydrogène et d'hélium, d'électrons et de photons. Les photons sont diffusés constamment sur les électrons libres, rendant le plasma de l'univers primordial opaque. Puis, lorsque l'univers devient suffisamment froid, les électrons ne disposant plus de suffisamment d'énergie sont capturés par les noyaux, formant les premiers atomes de l'univers. *Cet instant est appelé la recombinaison. Les atomes ainsi formés, neutres, ne diffusent pas les photons.* Ces derniers peuvent alors se propager librement, et l'univers devient transparent. Ce sont ces premiers photons, émis environ 380 000 ans après le big bang, qui forment le fond diffus cosmologique et que nous pouvons mesurer aujourd'hui. Les principales étapes sont résumées sur la figure 1.2, dont notamment la formation des premiers noyaux vers 0,01 seconde, puis le CMB vers 380 000 ans. **Après l'apparition des premières étoiles, le rayonnement émis par celles-ci commence progressivement à réioniser l'hydrogène, qui était devenu neutre au moment de l'émission du CMB. Les dernières analyses estiment le redshift de la réionisation à  $5 < z_{réionisation} < 9$  (#prov citer Planck et ?)** En 1965, 17 ans après sa prédiction, le CMB est détecté par Penzias et Wilson, établissant ainsi le consensus sur les modèles de big bang. A partir de ce moment là, un certain nombre d'observations ont été menées par les cosmologistes afin de contraindre et distinguer les différents modèles de big bang.

## 2 Le modèle $\Lambda$ CDM

Le modèle  $\Lambda$ CDM est aujourd'hui le modèle cosmologique qui fait consensus dans la communauté scientifique. Il est souvent désigné comme le modèle standard de la cosmologie. C'est un modèle de big bang, décrivant un univers composé principalement d'énergie noire, ou aussi appelé constante cosmologique ( $\Lambda$ ), et de matière noire froide (CDM : Cold Dark Matter). La figure 1.3 présente la répartition de ses différentes composantes.

Le modèle s'est établi suite à un certain nombre d'observations. D'abord, la détection du CMB en 1965, qui confirme les modèles de big bang. Puis l'introduction de la matière noire dans les modèles au cours des années 70 et 80, notamment grâce aux travaux de Vera Rubin sur le problème de la masse manquante dans les galaxies. Déjà en 1933, Fritz Zwicky remarquait que la masse visible dans les amas n'était pas suffisante pour expliquer leur cohésion, et supposa donc l'existence d'une matière invisible. Une série d'observations fut menée dans les années 70 afin d'étudier les courbes de vitesse des étoiles au sein des galaxies. Les étoiles situées en périphérie furent mesurées avec une vitesse plus

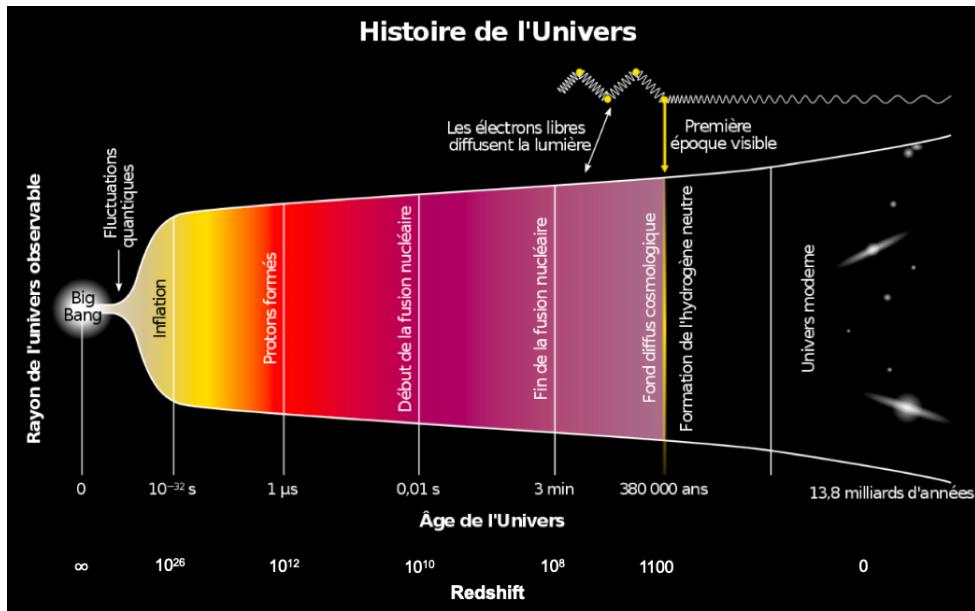


FIGURE 1.2 – Illustration de l'histoire de l'univers depuis ses origines jusqu'à aujourd'hui. Les principales étapes sont représentées : la formation des premiers protons et neutrons, puis des premiers atomes, et enfin l'émission du CMB.

noyaux

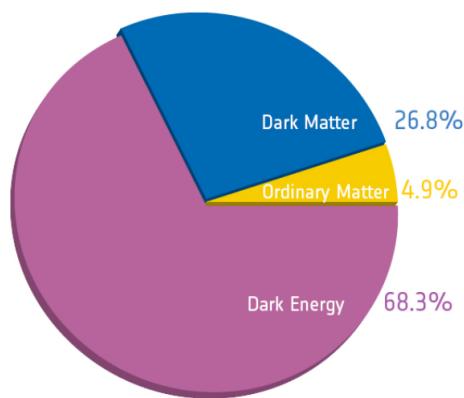


FIGURE 1.3 – Répartition des différentes composantes du modèle  $\Lambda$ CDM. L'énergie noire est montrée en violet, la matière noire en bleu et la matière baryonique en jaune.

importante qu'attendue. La conclusion fut similaire à celle de Zwicky : la présence de masse invisible dans les halos de galaxies permet d'expliquer ces courbes de rotation. Ainsi la matière noire froide fut introduite dans les modèles cosmologiques : environ 25 % de la masse de l'univers est sous la forme d'une matière non standard intéragissant uniquement via la gravitation<sup>1</sup> avec la matière ordinaire. Nous profitons ici de l'occasion pour présenter le modèle standard de la physique des particules, qui décrit les particules, ainsi que leurs interactions, qui constituent la matière que nous connaissons sur terre. Le modèle standard divise les particules en deux catégories : les bosons et les fermions. Les bosons sont les particules vectrices des interactions. Le photon par exemple, est le boson vecteur de l'interaction électromagnétique. Les fermions quant à eux, constituent la matière. Ils sont classés en deux catégories : les leptons, et les quarks. Les leptons comprennent entre autre les électrons et les neutrinos. Les quarks ne peuvent exister isolément, ils sont regroupés par paires pour former des mésons, ou par trios pour former des baryons. Par exemple, le neutron et le proton sont deux baryons. Les autres baryons ainsi que les mésons sont instables, et possèdent donc une durée de vie courte. **La masse des électrons étant négligeable, les protons et les neutrons représentent l'essentiel de la masse de la matière ordinaire, qui est donc appelée matière baryonique.**

Plus tard, le satellite COBE fut envoyé dans l'espace afin de détecter les anisotropies du CMB. Selon les prédictions des modèles de big bang, le spectre du CMB suit une loi de corps noir, avec une température d'environ 3 K, et possède des anisotropies correspondant aux perturbations primordiales de densité. La mission fut un succès : les mesures de COBE ont permis d'identifier les anisotropies de température du CMB, mettant en évidence les fluctuations de densité de l'univers primordial. D'autre part, le spectre du CMB est mesuré avec une température  $T = (2,725 \pm 0,001)$  K (#prov Mather et al APJ 1994), ne déviant pas du spectre du corps noir de plus de 0,25 % [?]. La détection des anisotropies du CMB constitue un des arguments les plus solides en faveur des modèles de big bang.

Jusque alors, les modèles cosmologiques n'incluaient pas d'énergie noire. Puis en 1998, deux équipes différentes publient l'analyse de distances de luminosité de supernovae de type 1a (SN1a), toutes les deux mettant en évidence l'accélération de l'expansion de l'univers et donc favorisant les modèles contenant de l'énergie noire. Ce sont ces dernières observations qui ancrent  $\Lambda$ CDM comme modèle de big bang préféré. Par la suite, le satellites WMAP puis le satellite Planck sont lancés en 2001 et en 2009 afin de mesurer avec une plus grande précision les anisotropies du CMB. Ces mesures successives sont effectuées avec une précision sans précédent, permettant de contraindre très fortement les paramètres cosmologiques. Les résultats finaux de la collaboration Planck ont été publiés en 2018 [?] et fournissent les paramètres cosmologiques du modèle  $\Lambda$ CDM avec une précision inférieure au pourcent (voir tableau 1.1).

## 2.1 Description du modèle

Le modèle  $\Lambda$ CDM, et plus généralement les modèles de big bang, sont fondés sur le formalisme de la relativité générale. Cette théorie, élaborée par Einstein en 1915, est la généralisation de la relativité restreinte, proposée par Einstein 10 ans plus tôt. La relativité restreinte émet deux postulats :

- les lois de la physique sont les mêmes dans tous les référentiels inertiels<sup>2</sup>,
- la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels inertiels.

Cette théorie traite les mouvements des corps dans les référentiels inertiels, mais n'inclut pas la gravitation. Afin d'inclure la gravitation et d'étendre la théorie aux référentiels accélérés, le principe d'équivalence est supposé. Ce principe affirme que la masse inertie et la masse gravifique sont équivalentes, et que les effets de la gravitation sont identiques aux effets de l'accélération du référentiel de l'observateur. Autrement dit, il n'existe pas d'expérience permettant à l'observateur de distinguer s'il

1. Cependant certaines expériences recherchent des particules candidates à la matière noire, qui intéragissent très faiblement via l'interaction faible, comme par exemple les *WIMPs* (Weakly Interactive Massive Particles)

2. Un référentiel dans lequel l'observateur n'est pas accéléré.

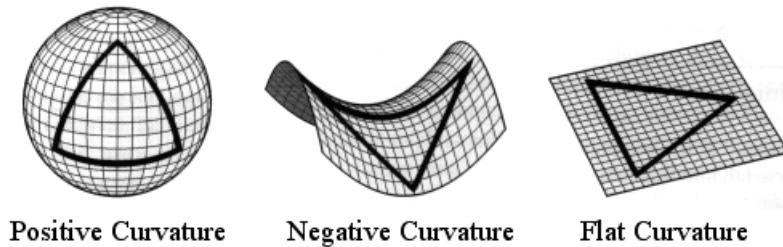


FIGURE 1.4 – Représentation de la courbure de l'univers : positive à gauche, négative au centre et nulle à droite.

se trouve dans un champ de gravitation uniforme ou dans un référentiel uniformément accéléré. La gravitation n'est alors plus vue comme une force, mais comme un effet géométrique, conséquence de la déformation de l'espace-temps.

Dans la suite de cette section, afin de simplifier les équations, nous nous plaçons dans un système d'unité dans lequel

$$c = \hbar = k_B = 1. \quad (1.1)$$

**La métrique** — Le formalisme de la relativité générale s'appuie donc sur celui de la relativité restreinte. La géométrie de l'espace-temps est décrite par la métrique. Cet objet mathématique<sup>1</sup> permet de définir le produit scalaire sur l'espace-temps à 4 dimensions, et donc de mesurer les distances et les angles. Nous verrons plus loin dans ce manuscrit que la métrique dépend de la distribution de masse. Ainsi, et c'est le fondement de la relativité générale, la masse courbe l'espace temps et l'espace-temps indique à la masse, via la métrique, comme se déplacer au sein de celui-ci<sup>2</sup>.

Dans le cadre du modèle  $\Lambda$ CDM, la métrique utilisée est la métrique FLRW (pour Friedmann Lemaître Robertson Walker), elle s'exprime comme :

$$ds^2 = -dt^2 + R(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega^2 \right], \quad (1.2)$$

où  $d\Omega = d\theta + \sin(\theta)d\phi$ ,  $R(t)$  rend compte de l'expansion de l'univers à l'instant  $t$ , et  $k$  vaut soit 1, 0 ou -1 selon que l'univers possède une courbure positive, nulle ou négative (voir figure 1.4). A l'aide d'un changement de coordonnées, il est possible de se ramener à la formule suivante :

$$ds^2 = -dt^2 + a(t) [d\chi^2 + S_k^2(\chi) d\Omega^2], \quad (1.3)$$

où  $a(t) = R(t)/R(t_0)$ ,  $t_0$  est le temps présent et  $S_k$  est défini comme

$$S_k(\chi) = R(t_0) \begin{cases} \sin(\chi/R(t_0)) & \text{si } k = 1 \\ \chi/R(t_0) & \text{si } k = 0 \\ \sinh(\chi/R(t_0)) & \text{si } k = -1 \end{cases}. \quad (1.4)$$

Cette formulation permet de mettre en évidence le rapport  $a(t)$ , appelé facteur d'échelle. Par définition il vaut 1 aujourd'hui. Afin de rendre compte de l'expansion,  $a(t) < 1$  pour  $t < t_0$  (passé) et  $a(t) > 1$  pour  $t > t_0$  (futur).

1. Un tenseur de rang 2.

2. Inspiré de la citation de John Wheeler : "Spacetime tells matter how to move ; matter tells spacetime how to curve."

**Le redshift** — Le décalage vers le rouge, ou *redshift* en anglais, est la mesure du décalage du spectre vers les grandes longueurs d'onde des objets distants. Le redshift  $z$  est défini comme

$$1 + z = \frac{\lambda_o}{\lambda_e}. \quad (1.5)$$

Dans le cadre des modèles de big bang, le redshift est interprété comme une conséquence de l'expansion de l'univers. Les objets distants s'éloignent de nous du fait de l'expansion. Similairement à l'effet Doppler<sup>1</sup>, le spectre observé de ces objets est décalé vers les grandes longueurs d'onde. Mais contrairement à l'effet Doppler, le redshift n'est pas directement dû à la vitesse de recession de l'objet : à cause de l'expansion, les photons, lors de leur propagation, voient leur longueur d'onde augmenter. On peut montrer que

$$\frac{\lambda_o}{\lambda_e} = \frac{a(t_e)}{a(t_o)}, \quad (1.6)$$

où  $t_e$  et  $t_o$  sont les temps d'émission et d'observation du photon,  $\lambda_e$  et  $\lambda_o$  sa longueur d'onde lors de l'émission et de l'observation. Le redshift est donc relié au facteur d'échelle via la relation

$$1 + z = \frac{1}{a(t)}. \quad (1.7)$$

Le redshift est donc directement dû à l'expansion de l'univers. Il est d'ailleurs parfois nommé redshift cosmologique. Il peut servir de mesure de temps (et aussi de distance, voir section 2.1 paragraphe *Les distances*) : le spectre d'un objet avec un redshift  $z = 2$  est décalé vers le rouge d'un facteur 3. Il en découle que sa lumière observée aujourd'hui a été émise lorsque l'univers avait une taille 3 fois plus petite qu'aujourd'hui, soit il y a environ 12 milliards d'années.

**Les équations d'Einstein** — Lorsqu'Einstein publie sa théorie en 1915, la façon de présenter les équations d'Einstein, le cœur de la théorie, est différente de la façon de les présenter aujourd'hui. Nous nous proposons ici de suivre l'approche de la physique moderne, qui formule toutes les théories en termes d'un seul et même principe : le *principe de moindre action*. Ce principe stipule que l'action mis en oeuvre lors de l'évolution d'un système entre deux instants est toujours extrémale<sup>2</sup>. L'action est une quantité caractérisant globalement un système, elle est définie comme

$$\mathcal{S} = \int_{t_0}^{t_1} L dt, \quad (1.8)$$

où  $L$  est le lagrangien du système. En mécanique newtonienne, il est défini comme la différence de l'énergie cinétique et de l'énergie potentiel. En relativité générale, tout comme dans les théories de champs<sup>3</sup>, le terme du lagrangien est représenté plutôt par une densité de lagrangien. Cette densité de lagrangien est alors intégrée sur l'espace-temps afin d'obtenir l'action. Dans le cas de la relativité générale, l'action est définie comme

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{R}{4\pi G}, \quad (1.9)$$

où  $g$  est le déterminant de la métrique,  $R$  le scalaire de Ricci, et  $G$  la constante de Newton. Le scalaire de Ricci caractérise la courbure, il dépend des dérivées secondes de la métrique. Une fois l'action déterminé, sa minimisation conduit aux équations du mouvement du système. Dans notre cas, ce sont les équations d'Einstein :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (1.10)$$

1. L'effet Doppler est l'augmentation ou la diminution de la longueur d'onde d'une onde lorsque l'émetteur de cette dernière s'approche ou s'éloigne de l'observateur. L'exemple le plus connu est celui de l'ambulance : le son entendu est plus aigu lorsque l'ambulance s'approche, puis plus grave lorsqu'elle s'éloigne.

2. Elle est minimale dans la grande majorité des cas.

3. En particulier la théorie quantique des champs.

où  $g_{\mu\nu}$  est la métrique,  $R_{\mu\nu}$  le tenseur de Ricci,  $T_{\mu\nu}$  le tenseur énergie-impulsion, et  $\Lambda$  la constante cosmologique. Le tenseur de Ricci, dont la contraction donne le scalaire de Ricci  $R$ , dépend des dérivées secondes de la métrique. C'est donc un terme purement géométrique. Le tenseur énergie-impulsion quant à lui contient l'information de la distribution de masse. Ainsi il y a un lien direct entre la métrique, qui décrit la déformation de l'espace-temps, et la masse présente dans l'univers.

L'équation 1.10 regroupe en réalité plusieurs équations. Les indices  $\mu$  et  $\nu$  varient de 0 à 3, 0 représentant la coordonnée temporelle et 1 à 3 les coordonnées spatiales. Il existe donc une équation par couple  $(\mu, \nu)$ , produisant 16 équations. Par des arguments de symétrie, ce nombre se réduit à 6 équations indépendantes, que l'on nomme les équations d'Einstein.

**Les équations de Friedmann-Lemaître** — Les équations d'Einstein forment un système d'équations différentielles, de second ordre et non linéaires, et de fait, difficile à résoudre. Afin de simplifier les équations et trouver des solutions, certaines hypothèses sont faites. Dans la plupart des modèles cosmologiques, l'univers est supposé homogène et isotrope à grande échelle. La métrique qui décrit un univers homogène et isotrope est la métrique FLRW (voir l'équation 1.3). Dans un tel cas, on peut calculer le membre de gauche de l'équation 1.10. Ce calcul, que nous ne détaillerons pas ici, est très bien détaillé dans [? ]. De plus, pour un fluide parfait, le tenseur énergie impulsion prend la forme

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{P} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{P} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{P} \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

où  $\rho$  est la densité du fluide, et  $\mathcal{P}$  est sa pression. Dans ces conditions, la partie temporelle de l'équation 1.10 donne

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \quad (1.12)$$

et la partie spatiale

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -8\pi G\mathcal{P} + \Lambda - \frac{k}{a^2}, \quad (1.13)$$

où le point désigne la dérivé temporelle. On définit alors le taux d'expansion  $H$  comme  $H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}$ . Sa valeur actuelle, notée  $H_0$ , est appelée constante de Hubble. Elle relie proportionnellement la distance des galaxies à leur vitesse d'éloignement, via la loi de Hubble :

$$V = H_0 \times D. \quad (1.14)$$

$H_0$  est souvent donné comme  $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , où  $h$  est un paramètre sans dimension qui prend en compte l'incertitude sur  $H_0$ . D'après les mesures les plus récentes [? ],  $h$  varie entre 0,67 et 0,75. L'équation 1.14 est nommée en l'honneur d'Edwin Hubble, après sa publication en 1929, même si Georges Lemaître fut sans doute le premier à interpréter le lien entre distance et vitesse d'éloignement des galaxies par l'expansion de l'univers. Suite à cette brève parenthèse, retournons à nos deux équations. Il est courant de récrire ces équations en injectant  $H(t)$ , ainsi qu'en remplaçant la seconde par une combinaison linéaire des deux précédentes :

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2}, \quad (1.15)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3\mathcal{P}) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (1.16)$$

Ces deux équations sont appelées les équations de Friedmann-Lemaître. Elles découlent directement des équations d'Einstein pour un univers homogène et isotrope, et permettent d'estimer l'évolution

du facteur d'échelle en fonction des différentes composantes de l'univers. Nous pouvons noter que le membre de droite de l'équation 1.15 contient 3 entités : le fluide parfait ainsi que la courbure et la constante cosmologique. Même si cela reste un choix d'écriture et ne relève d'aucun argument mathématique, il permet de mettre en évidence le fait que ces deux dernières entités peuvent être considérées comme des composante énergétique de l'univers, avec leur propre densité d'énergie.

**Évolution de l'univers** — Considérons un univers constitué de plusieurs fluides parfaits. **Afin de résoudre les équations de Friedmann-Lemaître, et d'obtenir l'évolution de  $\rho$  et  $\mathcal{P}$  en fonction du facteur d'échelle, il est nécessaire d'ajouter deux équations.** La première est l'équation d'état d'un fluide parfait, reliant sa pression à sa densité : **par fluide**

$$\mathcal{P} = w\rho, \quad (1.17)$$

où  $w$  est le paramètre d'état du fluide, ici supposé constant. **La seconde équation est la conservation du tenseur énergie-impulsion**  $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ . **Cette équation nous permet d'obtenir la relation de conservation pour chaque fluide**

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + \mathcal{P}) = 0. \quad (1.18)$$

En intégrant cette équation et en utilisant l'équation d'état 1.17, nous obtenons donc l'évolution de  $\rho$  avec le facteur d'échelle

$$\rho = \rho_0 a^{-3(1+w)}, \quad (1.19)$$

où  $\rho_0$  est la densité du fluide considéré aujourd'hui. Selon le fluide, la valeur de  $w$  est différente. Nous pouvons déjà distinguer les particules relativistes<sup>1</sup> des particules non relativiste. La matière non relativiste ( $m$ ) ou simplement matière, se compose de la matière baryonique ( $b$ ) et de la matière noire froide ( $c$ ). **La matière baryonique peut être vue comme un gaz de galaxies, qui n'intéragissent entre elle que via la gravitation. De la même manière, la matière noire froide peut être vue comme un fluide de particules, n'interagissant les unes avec les autres que via la gravitation.** Ainsi, le fluide décrivant la matière possède une pression nulle, son paramètre d'état est donc  $w_m = 0$ . Nous avons alors :  $\rho_m \propto a^{-3}$ .

Concernant les particules relativistes, elles constituent ce qu'on appelle la radiation ( $r$ ). La radiation est composée des photons ( $\gamma$ ) et des neutrinos relativistes ( $\nu$ ). Son paramètre d'état est  $w_r = 1/3$ , ce qui donne  $\rho_r \propto a^{-4}$ . Nous pouvons remarquer que la densité de matière diminue proportionnellement au volume de l'univers, par simple effet de dilution. La densité de radiation possède un facteur  $1/a$  supplémentaire. Ce facteur provient du redshift des photons observés, et s'ajoute au  $1/a^3$  de la dilution.

Afin de travailler avec des quantités sans dimension et normalisées, il est courant d'introduire la densité critique  $\rho_{crit}$ . Cette densité est la densité limite pour laquelle l'univers est plat. Au delà de cette limite, l'univers est fermé, en deçà, l'univers est ouvert. Pour  $k = 0$ , l'équation 1.15 s'écrit

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho, \quad (1.20)$$

où  $\rho$  désigne la densité totale d'énergie de l'univers, incluant la contribution  $\rho_\Lambda = \Lambda/8\pi G$  de la constante cosmologique, d'où  $\rho_{crit} = 3H_0^2/8\pi G$ . En divisant cette équation par  $H_0^2$ , l'équation précédente s'écrit alors

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \frac{\rho}{\rho_{crit}}. \quad (1.21)$$

1. Une particule est dite relativiste lorsque sa vitesse est proche de celle de la lumière dans le vide.

A l'aide de l'équation 1.19, chaque composante peut être mise sous la forme

$$\frac{\rho_i}{\rho_{crit}} = \Omega_i a^{-3(1+w)}, \quad (1.22)$$

où  $\Omega_i$  est le ratio de la densité de l'espèce  $i$  par la densité critique aujourd'hui. Nous pouvons alors récrire l'équation de Friedmann-Lemaître 1.15 comme

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \sum_i \Omega_i a^{-3(1+w)} - \frac{k}{a^2 H_0^2}, \quad (1.23)$$

où  $i$  court sur toutes les espèces contribuant à l'énergie totale de l'univers : la matière, la radiation et la constante cosmologique. Ces trois densités relatives valent

$$\Omega_r = \frac{8\pi G \rho_{r,0}}{3H_0^2} \quad ; \quad \Omega_m = \frac{8\pi G \rho_{m,0}}{3H_0^2} \quad ; \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2}. \quad (1.24)$$

Nous pouvons remarquer ici que  $\Omega_\Lambda$  est indépendant de  $a$ . Il en découle  $w_\Lambda = -1$  : la constante cosmologique peut être interprétée comme un fluide de densité d'énergie constante et de pression négative. Nous verrons par la suite que sa domination dans le bilan énergétique de l'univers actuel est responsable de l'accélération de l'expansion (#prov voir paragraphe ?). Enfin, en utilisant les définitions précédentes, nous obtenons l'évolution du taux d'expansion

$$H^2 = H_0^2 \left[ \Omega_m a^{-3} + \Omega_r a^{-4} + \Omega_\Lambda \right] - \frac{k}{a^2}. \quad (1.25)$$

En évaluant l'équation précédente pour  $t = 0$ , nous obtenons

$$1 + \frac{k}{a^2 H_0} = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda = \Omega_{total}. \quad (1.26)$$

Ainsi pour un univers plat, nous avons  $k = 0$ , et donc  $\Omega_{total} = 1$ . Nous retrouvons alors que  $\rho_{crit}$  correspond à la densité totale de l'univers.

Bien que les  $\Omega_i$  donnent les densités relatives aujourd'hui, nous pouvons comparer les différentes densités d'énergie à n'importe quel redshift, en considérant le rapport  $\Omega_i(z) = \rho_i(z)/\rho_{crit}(z)$ , où  $\rho_{crit}(z) = 3H(z)^2/8\pi G$ . La figure 1.5 présente l'évolution avec le redshift des densités relatives, et indique donc les différentes ères de domination. Pour  $z > z_{eq}$ , c'est la radiation qui domine. Puis vient l'époque de domination de la matière, jusqu'à  $z \sim 0,3$ . Enfin, c'est la constante cosmologique  $\Lambda$  qui domine aujourd'hui.

Lorsque l'univers est dominé par un seul fluide  $i$ , nous avons  $\rho_{tot} \sim \rho_i$ , et nous pouvons donc injecter l'équation 1.19 dans l'équation de Friedmann-Lemaître 1.15. Nous obtenons alors l'évolution de taux d'expansion avec le facteur d'échelle

$$H = H_0 a^{-3(1+w)/2}, \quad (1.27)$$

ce qui nous donne finalement, pour  $w \neq -1$ , l'évolution temporelle du facteur d'échelle

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3(1+w)}}. \quad (1.28)$$

Ainsi, dans chaque phase de domination,  $a$  évolue comme une loi de puissance :  $a \propto t^{\frac{1}{2}}$  durant l'ère de domination de la radiation, puis  $a \propto t^{\frac{2}{3}}$  lors de la domination de la matière. Cependant, l'univers est actuellement dominé par l'énergie noire, l'équation différentielle 1.27 devient  $H = H_0$ , et nous obtenons  $a \propto e^{H_0 t}$ . Nous pouvons noter que durant toutes les phases de domination,  $\dot{a} > 0$  : l'univers est en expansion. De plus, lors des phases de domination de la radiation et de la matière,  $\ddot{a} < 0$  : l'expansion de l'univers décélérera. Cependant, pour  $z \lesssim 0,3$ , nous avons  $\ddot{a} > 0$ , l'univers est alors en expansion accélérée.

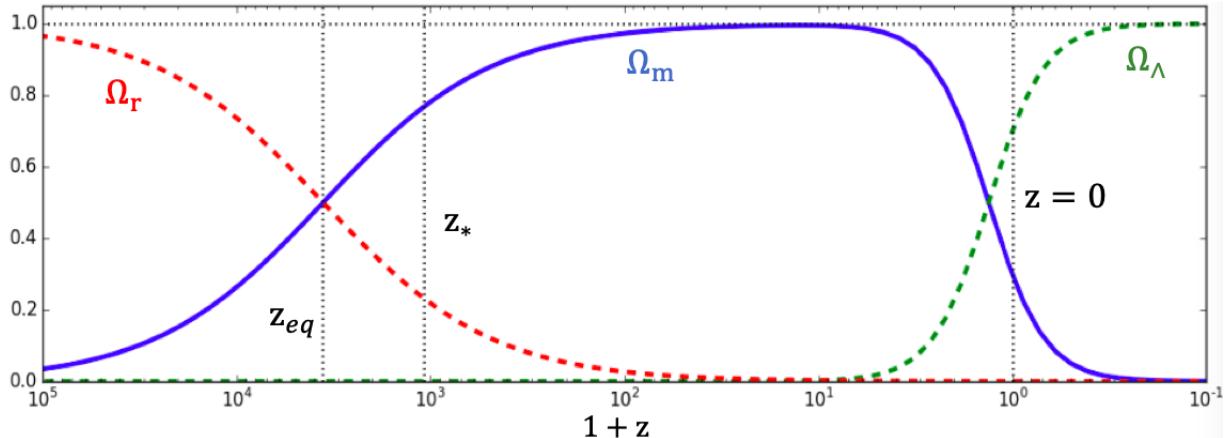


FIGURE 1.5 – Evolution en fonction du redshift des densités relatives d'énergie pour un univers plat. Sont indiqués en pointillés le redshift d'égalité radiation-matière  $z_{eq} = 3387 \pm 21$ , le redshift d'émission du CMB  $z_* = 1089,80 \pm 0,21$ , et le redshift aujourd'hui  $z = 0$  [? ]. Crédits : Thèse de Pauline Zarrouk.

**Les distances** — La notion de distance en relativité générale n'est pas très intuitive. **Du fait de l'expansion, la distance qui sépare deux astres lointains au moment où ils ont émis leur lumière n'est pas la distance qui les sépare aujourd'hui.** La distance à laquelle nous avons accès est la distance qui sépare ces deux astres lorsque la lumière que nous captions aujourd'hui a été émise. Entre ce moment et aujourd'hui, l'expansion a éloigné ces deux astres et leur distance de séparation a été multipliée par un facteur  $\frac{1}{a(t_e)} = 1 + z_e$ , où  $t_e$  est le temps correspondant à l'émission. Afin de simplifier les comparaisons de distances à différentes époques, nous définissons la distance *comobile* comme ceci : deux objets à un redshift  $z$  et séparés d'une distance physique  $D$  possèdent une distance comobile  $(1+z)D$ . **C'est la distance physique telle qu'elle nous apparaîtrait, en incluant l'expansion jusqu'à aujourd'hui.** Ainsi, la distance comobile séparant deux objets soumis à l'expansion reste la même au cours du temps.

Nous présentons ici les différentes distances utilisées en cosmologie. Elles sont très bien décrites dans [? ], dont nous suivons d'ailleurs les notations. Aussi, nous sortons désormais du cadre dans lequel  $c = \hbar = k_B = 1$  et nous reprenons le système d'unité usuel. Définissons premièrement la quantité

$$E(z) = \frac{H(z)}{H_0} = \sqrt{\Omega_m a^{-3} + \Omega_r a^{-4} + \Omega_\Lambda + 1 - \Omega_{total}}, \quad (1.29)$$

ainsi que la distance de Hubble aujourd'hui

$$D_H = \frac{c}{H_0}. \quad (1.30)$$

Nous pouvons alors définir les distances suivantes :

- la **distance comobile le long de la ligne de visée  $D_C$** . C'est la distance comobile qui sépare un objet lointain de l'observateur. Elle est obtenue en intégrant chaque contribution infinitésimale de  $z = 0$  jusqu'à l'objet :

$$D_C = D_H \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}. \quad (1.31)$$

- la distance comobile transverse  $D_M$  : deux objets à un redshift  $z$  et séparés par un angle  $\delta\theta$  sur le ciel possèdent une distance comobile  $\delta\theta D_M$ . Dans le cas où l'univers n'est pas plat ( $\Omega_k \neq 0$ ),

la distance comobile transverse  $D_M$  n'est pas la même que la distance comobile le long de la ligne de visée  $D_C$ . Elle est reliée à  $D_C$  par

$$D_M = \begin{cases} D_H \frac{1}{\sqrt{\Omega_k}} \sin(\Omega_k D_C / D_H) & \text{si } \Omega_k < 0 \\ D_C & \text{si } \Omega_k = 0 \\ D_H \frac{1}{\sqrt{\Omega_k}} \sinh(\Omega_k D_C / D_H) & \text{si } \Omega_k > 0 \end{cases}. \quad (1.32)$$

- La distance de diamètre angulaire  $D_A$  : c'est la distance reliée à la taille apparente d'un objet. Deux objets à un redshift  $z$  et séparés par un angle  $\delta\theta$  sur le ciel possèdent une distance physique  $\delta\theta D_A$ . La distance de diamètre angulaire diffère de  $D_M$  du fait qu'elle considère la distance physique et non comobile entre les deux objets. Elle est donc reliée à  $D_M$  par

$$D_A = \frac{D_M}{1+z}. \quad (1.33)$$

- la distance de luminosité  $D_L$  : elle est définie via la relation qui exprime le flux d'une source lumineuse en fonction de sa luminosité

$$F = \frac{L}{4\pi D_L^2} \quad \rightarrow \quad D_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}}. \quad (1.34)$$

Elle est reliée à la distance comobile transverse via

$$D_L = (1+z)D_M = (1+z)^2 D_A, \quad (1.35)$$

Les distances sont usuellement mesurées en  $h^{-1}$  kpc ou  $h^{-1}$  Mpc, le facteur  $h$  permettant de rendre ces distances indépendantes de l'incertitude sur la mesure de  $H_0$ . Un parsec vaut environ 3,2616 années lumières, soit environ  $3,0857 \times 10^{16}$  m. Dans ce manuscrit, les distances qui nous intéressent particulièrement sont  $D_C$  et  $D_M$ . Nous y ferons appel dans la section #prov ref.

**Les paramètres du modèle** — Le modèle  $\Lambda$ CDM est un modèle décrit par 6 paramètres. Ils sont mesurés par le satellite Planck [?] avec une précision d'environ 1 % et sont résumés dans le tableau 1.1. Les 6 paramètres mesurés par Planck sont

- $\Omega_b h^2$ , la densité de baryons multipliée par  $h^2$
- $\Omega_c h^2$ , la densité de matière noire multipliée par  $h^2$
- $\theta_{MC}$ , une approximation de  $\theta_*$  : l'angle sur le ciel de l'échelle acoustique
- $\tau$ , la profondeur optique totale, intégrée de  $z=0$  jusqu'au CMB. La contribution provient essentiellement des électrons libres entre  $z=0$  et  $z_{réionisation}$
- $A_s$ , l'amplitude du spectre de puissance des fluctuations primordiales, décrit dans la section suivante pas en italique
- $n_s$ , l'indice spectrale du spectre de puissance des fluctuations primordiales

De ces 6 paramètres se déduisent les autres, notamment les densités d'énergies aujourd'hui, dont nous venons de parler. Certains sont indiqués dans la seconde partie du tableau 1.1, dont notamment  $r_{drag}$ , la taille comobile de l'horizon acoustique au moment du découplage des baryons avec les photons, ou encore  $\Omega_m$  la densité relative de matière aujourd'hui. Les paramètres cosmologiques utilisés pour la confection des simulations présentées dans ce manuscrit et par le code d'analyse **picca** sont légèrement différents de ceux présentés dans le tableau 1.1. Nous les donnons ici :

$$\Omega_m = 0,31457 \quad ; \quad \Omega_k = 0 \quad ; \quad \Omega_\Lambda = 0,68543. \quad (1.36)$$

TABLE 1.1 – Paramètres cosmologiques mesurés par le satellite Planck. La partie supérieure du tableau indique les six paramètres ajustés aux données. La partie inférieure donne d’autres paramètres déduits de ces six paramètres ajustés. Ces chiffres sont tirés de la table 1.1 de ??

Parameters	Combined
$\Omega_b h^2$ .....	$0.02233 \pm 0.00015$
$\Omega_c h^2$ .....	$0.1198 \pm 0.0012$
$100\theta_{\text{MC}}$ .....	$1.04089 \pm 0.00031$
$\tau$ .....	$0.0540 \pm 0.0074$
$\ln(10^{10} A_s)$ .....	$3.043 \pm 0.014$
$n_s$ .....	$0.9652 \pm 0.0042$
<hr/>	
$\Omega_m h^2$ .....	$0.1428 \pm 0.0011$
$H_0 [\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}]$	$67.37 \pm 0.54$
$\Omega_m$ .....	$0.3147 \pm 0.0074$
Age[Gyr] .....	$13.801 \pm 0.024$
$\sigma_8$ .....	$0.8101 \pm 0.0061$
$S_8 \equiv \sigma_8(\Omega_m/0.3)^{0.5}$	$0.830 \pm 0.013$
$z_{\text{re}}$ .....	$7.64 \pm 0.74$
$100\theta_*$ .....	$1.04108 \pm 0.00031$
$r_{\text{drag}} [\text{Mpc}]$ .....	$147.18 \pm 0.29$

### 3 La fonction de corrélation de la matière

Dans le paragraphe précédent, nous parlions du spectre de puissance des fluctuations primordiales sans avoir auparavant défini ce dont il s’agissait. Nous donnons ici une explication de la notion de spectre de puissance, ainsi que de la fonction de corrélation, objet d’étude de ce manuscrit.

#### 3.1 Une analogie avec le son

Prenons l’exemple d’un phénomène simple : le son créé par un diapason. Le diapason est un outil utilisé par les musiciens pour accorder leurs instruments. Lorsqu’il est joué, le diapason produit un signal sonore très proche d’une sinusoïde. Le son produit correspond alors à une note particulière, d’une fréquence donnée, caractéristique de l’instrument. Par opposition au diapason, la corde de guitare par exemple, lorsqu’elle vibre, produit un son composé de plusieurs fréquences : la fréquence fondamentale, qui donne la hauteur de la note, et les fréquences harmoniques, des multiples de la fréquence fondamentale. Ces fréquences harmoniques participent à la richesse du son de l’instrument. L’outil mathématique permettant d’étudier ces phénomènes s’appelle la transformation de Fourier. Elle permet d’associer à un signal temporel, sa transformée de Fourier, un signal dans l’espace des fréquences.

Reprenons l’exemple du diapason. Comme dit précédemment, le signal sonore produit est très proche d’une sinusoïde. La figure 1.6 illustre la transformation de Fourier : à gauche se trouve le signal temporel, qui correspond au signal sonore, et à droite se trouve la transformée de Fourier de ce signal. La première ligne correspond au cas d’un diapason idéal : une sinusoïde dont la transformée de Fourier donne un dirac dans l’espace de Fourier, tandis que le cas de la corde de guitare ressemblerait plutôt au cas de la troisième ligne : une somme de sinusoïdes de différentes fréquences, la fréquence la plus basse étant la fréquence fondamentale. Dans notre cas, nous pouvons remarquer que le signal dans l’espace fréquentiel est relativement simple : une somme de dirac indiquant les fréquences issues de la décomposition du signal temporel en sinusoïdes.

### 3. LA FONCTION DE CORRÉLATION DE LA MATIÈRE

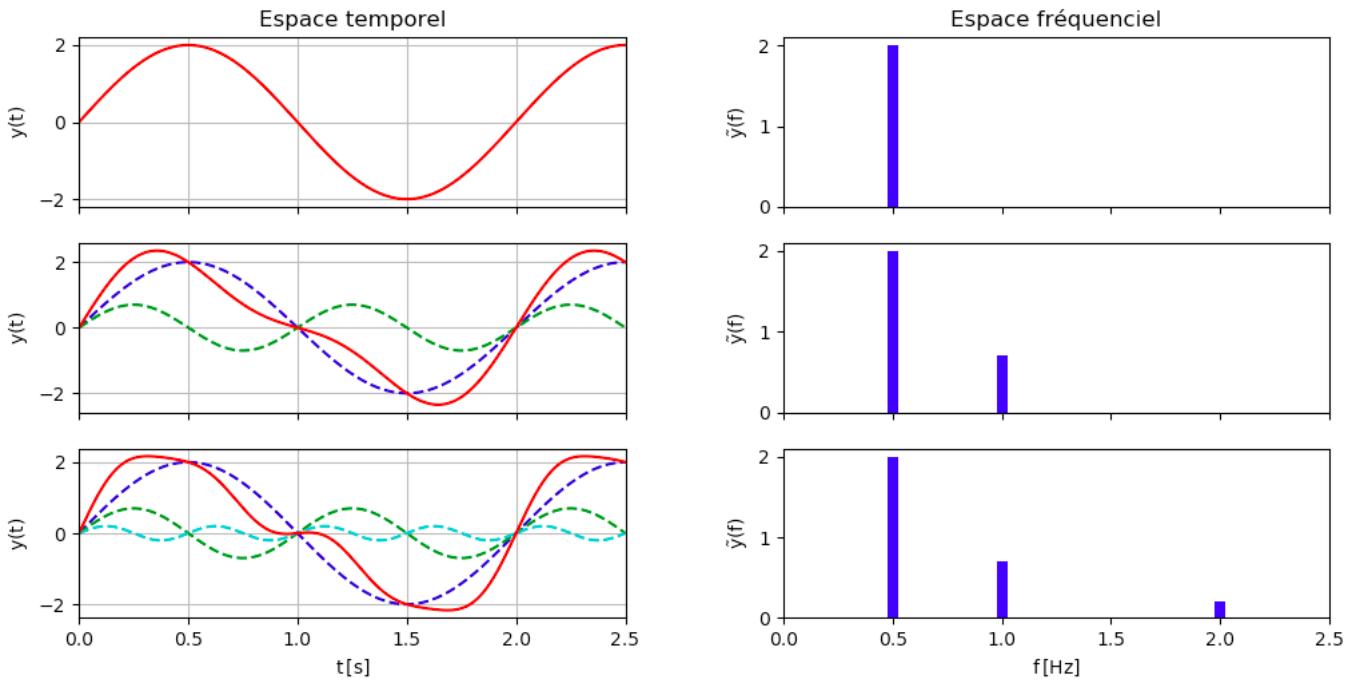


FIGURE 1.6 – Illustration de la transformation de Fourier. Le signal temporel à gauche en rouge est décomposé en somme de sinusoides. La transformée de Fourier correspond au signal fréquentiel, à droite, donnant la répartition des fréquences mises en jeu dans le signal temporel.

La transformation de Fourier permet donc de décomposer un signal temporel en une série de fonctions sinusoïdales, et d'indiquer la répartition des différentes fréquences. Pour un signal temporel  $f$ , la transformée de Fourier  $\tilde{f}$  associée à ce signal est donnée par

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (1.37)$$

où  $t$  est le temps en s, et  $\omega$  la pulsation en  $s^{-1}$ . Cette dernière est reliée à la fréquence par  $\omega = 2\pi f$ . La transformation inverse est donnée par

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{f}(\omega) e^{i\omega t} d\omega. \quad (1.38)$$

## 3.2 Le spectre de puissance

Le spectre de puissance est un outil mathématique utilisé afin d'étudier la répartition des modes présents dans un ensemble de données. Les modes sont la généralisation du concept de fréquence. Par exemple, dans le cas du diapason, les modes sont les différentes fréquences qui composent le signal temporel. En cosmologie, les modes sont associés à des fluctuations spatiales. Prenons l'exemple de la distribution de la matière. On peut définir le contraste de densité en  $\vec{x}$  comme

$$\delta(\vec{x}) = \frac{\rho(\vec{x}) - \bar{\rho}}{\bar{\rho}}, \quad (1.39)$$

où  $\rho(\vec{x})$  est la densité en  $\vec{x}$ , et  $\bar{\rho}$  la densité moyenne. Le spectre de puissance du contraste de densité de la matière renseigne donc sur la répartition des modes de fluctuations spatiales de la matière. La variable dans l'espace de Fourier associée au vecteur position  $\vec{x}$  est le vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Les grands

$k$  correspondent aux modes à petites échelles, et les petits  $k$  aux modes à grandes échelles. Nous définissons le contraste de densité  $\delta(\vec{k})$  associé au vecteur d'onde  $\vec{k}$  comme étant la transformée de Fourier en trois dimensions du contraste de densité  $\delta(\vec{r})$

$$\delta(\vec{k}) = \int_{\mathbb{R}^3} d\vec{r} \delta(\vec{r}) e^{-i\vec{r}\cdot\vec{k}}. \quad (1.40)$$

Le spectre de puissance du contraste de densité de la matière est alors défini comme

$$P(\vec{k}) = |\delta(\vec{k})|^2. \quad (1.41)$$

Etant donné que l'isotropie est supposée en cosmologie, le spectre de puissance dépend uniquement de  $k$ , la norme de  $\vec{k}$ . La figure #prov montre le spectre de puissance de la matière à  $z = 0$ , elle est discuté dans la section suivante.

### 3.3 La fonction de corrélation

Maintenant que nous avons présenté le spectre de puissance, nous allons décrire la fonction de corrélation à deux points, l'objet d'étude de ce manuscrit. De la même manière que nous nous sommes intéressés précédemment au spectre de puissance de la matière, nous nous intéressons ici à la fonction de corrélation de la matière. Elle permet d'étudier de façon statistique la distribution de matière dans l'univers. Plus exactement, elle donne la corrélation de la distribution de matière entre 2 points de l'espace séparés d'une distance  $\vec{r}$ . La fonction de corrélation du contraste de densité de la matière  $\xi$  est définie comme

$$\xi(\vec{r}) = \langle \delta(\vec{r}') \delta(\vec{r} + \vec{r}') \rangle, \quad (1.42)$$

où  $\langle \cdot \rangle$  désigne la moyenne sur  $\vec{r}'$ , et  $\delta(\vec{r})$  est le contraste de densité. Du fait de l'isotropie de l'univers, la fonction de corrélation ne dépend que de la distance  $r$ . Elle peut aussi être vue comme un excès de probabilité :

$$dP(r_1, r_2) = \bar{\rho}^2 (1 + \xi(r_1 - r_2)) dV_1 dV_2, \quad (1.43)$$

où  $dP(r_1, r_2)$  donne la probabilité de trouver de la matière en  $r_1$  et  $r_2$ . Ainsi, si la fonction de corrélation  $\xi(r)$  est positive, alors il est plus probable de trouver de la matière en deux points de l'espace séparés par une distance  $r = r_1 - r_2$  que si celle-ci avait été distribuée de manière uniforme<sup>1</sup>. On peut montrer que la fonction de corrélation est reliée au spectre de puissance par la transformation de Fourier :

$$P(\vec{k}) = \int \xi(\vec{r}) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}} d^3r, \quad (1.44)$$

ce qui donne, une fois l'isotropie supposée,

$$P(k) = \frac{i}{4\pi^2 k} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikr} r \xi(r) dr. \quad (1.45)$$

La figure ?? présente le spectre de puissance et ?? la fonction de corrélation de la matière aujourd'hui. (#prov mettre la figure) Plusieurs choses sont à noter. Premièrement, le spectre de puissance aux grandes échelles (petits  $k$ ) se comporte comme  $P(k) \propto k^{n_s}$ , où  $n_s$  est l'indice spectrale. Ces modes à grande échelle ne sont pas affectés par la physique qui se déroule durant la domination de la radiation. Ils sondent donc directement les fluctuations primordiales de densité. Pour les petites échelles (grands  $k$ ), le spectre de puissance est proportionnel à  $k^{-3}$ . Ce changement de comportement entre les grandes et petites échelles est dû au fait que les modes  $k > k_{eq}$ , avec  $k_{eq} \sim 0,01 h \text{ Mpc}^{-1}$ , possèdent une taille

1. Pour une distribution de matière uniforme,  $\xi(r) = 0$  pour tout  $r$ .

caractéristique plus petite que l'horizon<sup>1</sup> au moment de l'égalité radiation-matière : ces modes sont donc entrés dans l'horizon durant la phase de domination de la radiation, et ont donc été affectés par la physique qui s'y déroule. Les modes plus grands que l'horizon au moment de l'égalité radiation-matière ne sont pas affectés par cette physique et sont donc gelés : ils n'évoluent pas, le spectre de puissance reste donc semblable au spectre de puissance primordial. **Les modes plus petits quant à eux décroissent durant la phase de domination de la radiation. Plus le mode est petit, plus il entre rapidement dans l'horizon, et plus il est réduit,** d'où le changement de comportement pour les  $k > k_{eq}$ . Après l'égalité, les modes ne sont réduits et tous les modes croissent proportionnellement à  $G(z)$ .  $G$  est appelé le facteur de croissance des structures, et varie comme  $G(z) \propto (1+z)^{-1}$  à grand  $z$ , lorsque  $\Omega_m = 1$ . Ainsi, pour des redshifts  $z \ll z_{eq}$ , le spectre de puissance varie comme

$$P(k, z) = G(z)^2 P(k, z=0). \quad (1.46)$$

Le facteur de croissance des structures ne dépendant pas de  $k$ , la fonction de corrélation est aussi proportionnelle à  $G(z)$  :

$$\xi(r, z) = G(z)^2 \xi(r, z=0). \quad (1.47)$$

Tout ceci est un bref résumé de l'évolution des inhomogénéités en cosmologie. Cette dernière est très bien décrite dans ?? et nous référons le lecteur à cette ouvrage pour davantage d'explications.

Enfin, un point pertinent pour ce manuscrit sont les oscillations présentes dans le spectre de puissance de la matière pour  $k \in [0,003; 0,3] h \text{ Mpc}^{-1}$ . Ces oscillations sont dues aux *oscillations acoustiques de baryon* (BAO pour Baryonic Acoustic Oscillations) et sont la trace de la physique qui se déroulait avant l'émission du CMB. Ce mécanisme est décrit plus en détail dans la section suivante. Nous pouvons cependant déjà noter que ces oscillations caractéristiques dans le spectre de puissance correspondent au pic présent dans la fonction de corrélation de la matière à  $r \sim 100 h^{-1} \text{ Mpc}$ . **Ce pic est davantage visible lorsque l'on représente  $r^2 \xi(r)$  en fonction de  $r$ .**

## 4 Les oscillations acoustiques de baryon

Les BAO sont une empreinte laissée par la physique pre-recombinaison, et détectable aujourd'hui dans la distribution de matière. Cette empreinte correspond à un excès de corrélation de la matière, à une distance comobile d'environ  $100 h^{-1} \text{ Mpc}$ . Cette distance, appelée *échelle BAO*, fournit une règle standard pour la cosmologie : après l'émission du CMB, la taille comobile de l'échelle BAO reste constante avec le temps. Ainsi, en déduisant l'évolution de la taille physique de l'échelle BAO au cours du temps, grâce notamment à la mesure d'angles et de différences de redshift, nous accédons à l'historique de l'expansion de l'univers. Dans cette section, nous décrivons les BAO, comment elles se forment, comment elles sont mesurées et les contraintes qu'elles permettent d'établir sur les modèles cosmologiques.

### 4.1 La genèse

surdensité -> surpression

Comme expliqué au début de ce manuscrit, l'univers avant la recombinaison est un plasma chaud et dense, qui présente de faibles inhomogénéités. **Les baryons et les photons y sont couplés. De fait, la pression de radiation donne une pression non nulle au gaz et des ondes acoustiques peuvent s'y propager. Ainsi, chaque surdensité primordiale crée une onde acoustique, qui se propage à la vitesse du son dans ce milieu. Celle-ci s'exprime comme**

$$c_s = c \sqrt{\frac{1}{3(1+R)}}, \quad (1.48)$$

1. L'horizon désigne la sphère causale de l'observateur : tout évènement en dehors de l'horizon n'a pas de lien causal avec l'observateur, car l'information n'a pas eu le temps de se propager jusqu'à ce dernier.

où  $R = \frac{3\rho_b}{4\rho_\gamma}$ . Etant donné que la densité de photons  $\rho_\gamma$  est bien supérieure à la densité de baryons  $\rho_b$ , la vitesse du son  $c_s$  vaut  $c/\sqrt{3}$  en bonne approximation. Ces ondes acoustiques se propagent donc dans le plasma primordial depuis chaque surdensité. La figure 1.7 schématise le mécanisme pour une seule surdensité. A l'instant  $t = 0$ , nous considérons donc une surdensité en  $R = 0\text{Mpc}$ . Cette surdensité est composée de matière noire (CDM), de baryons et de photons. Grâce à la pression non nulle du milieu, une onde acoustique est initiée. Au fur et à mesure que le temps s'écoule (le redshift diminue), le front d'onde dans le plasma photon-baryon se propage. Puis, à un redshift  $z_{drag} \sim 1060$ , les baryons se découpent des photons. La pression dans le milieu devient nulle, faisant chuter la vitesse du son à zéro. L'onde est alors gelée. Ainsi la surdensité de baryon ne se propage plus, et les photons, qui n'interagissent plus avec les baryons, se propagent librement. Il n'y a alors plus que la gravitation qui affecte les distributions de chaque espèce. La surdensité de matière noire à  $R = 0$ , qui a continué de croître, attire les baryons par effet gravitationnel. Cependant, la surdensité de baryon à  $R \sim 150\text{Mpc}$  produit aussi un puit de potentiel, dans lequel la matière noire alentour tombe progressivement. Ainsi, même si la majeure partie des baryons tombent dans le puit de potentiel créé par la surdensité initiale, un second puit de potentiel, formé par des baryons et de la matière noire, subsiste en  $R \sim 150\text{Mpc}$ . Aujourd'hui, les distributions de matière noire et des baryons sont quasiment identiques. Cette distance d'environ  $150\text{Mpc}$  est appelée *horizon acoustique* : c'est la distance que l'onde sonore a pu parcourir avant d'être gelée. L'horizon acoustique vaut

tu expliques qqpart pourquoi  $z^* > z_{drag}$  ?

$$r_d = \int_{z_{drag}}^{\infty} \frac{c_s}{H(z)} dz, \quad (1.49)$$

et sa valeur mesurée par ?? est  $r_d = (99,16 \pm 0,20) h^{-1} \text{ Mpc}$ .

Ce processus a laissé des traces dans la distribution de matière à grande échelle : à chaque surdensité primordiale est associée une sphère de surdensité de rayon comobile  $150\text{Mpc}$ . Il y a donc un excès de probabilité de trouver deux traceurs de densité de matière, comme par exemple des galaxies, séparés par une distance comobile d'environ  $150\text{Mpc}$ . Cet excès est traduit par le pic BAO présent dans la fonction de corrélation de la matière, montrée sur la figure ??

## 4.2 Mesurer l'échelle BAO

Comme nous allons le voir dans ce qui suit, les analyses BAO ne mesurent pas directement l'échelle BAO,  $r_d$ . En astronomie extragalactique, les observations ne permettent pas de mesurer des distances. Les informations auxquelles l'observateur a accès sont des différences de vitesse le long de la ligne de visé, via l'observation des spectres, ainsi que des angles, via les projections sur la sphère céleste. Nous considérons le schéma ??, où l'observateur identifie une surdensité primordiale et l'horizon acoustique qui lui correspond, via l'observation de galaxies. Le cercle bleu représente l'horizon acoustique, et le point  $\mathcal{O}$  la surdensité primordiale. Grâce aux galaxies situées en  $\mathcal{O}$ ,  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{D}$ , l'observateur a accès à deux informations : l'angle  $\theta_{BAO}(z)$  séparant  $\mathcal{O}$  et  $\mathcal{A}$ , et la différence de redshift  $\Delta z_{BAO}$  entre  $\mathcal{O}$  et  $\mathcal{D}$ . Comme décrit dans le paragraphe sur les distances, l'angle  $\theta_{BAO}(z)$  est relié à la distance comobile transverse  $D_M(z)$  par

$$\theta_{BAO}(z) = \frac{r_d}{D_M(z)}. \quad (1.50)$$

Ainsi, dans la direction transverse à la direction d'observation, l'observateur mesure le rapport  $D_M(z)/r_d$ . Le long de la ligne de visée, l'observateur peut comparer les spectres des galaxies en  $\mathcal{O}$  et en  $\mathcal{D}$ , et déduire la différence de redshift  $\Delta z_{BAO}$  qui existe entre les deux, due à la distance  $r_d$  qui les sépare. La différence de redshift est proportionnelle à la différence de vitesse  $\Delta v_{BAO}(z)$ , qui s'exprime grâce à la loi de Hubble comme

$$\Delta z = \frac{\Delta v_{BAO}(z)}{c} = \frac{H(z)r_d}{c}, \quad (1.51)$$

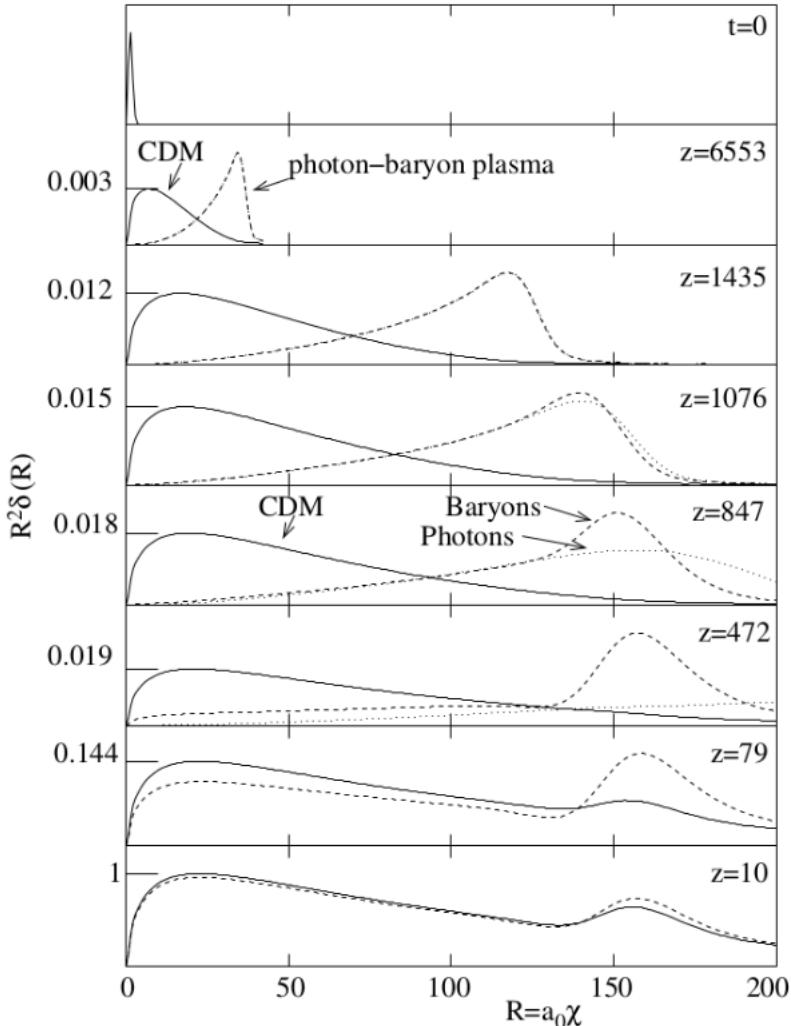


FIGURE 1.7 – Evolution d'une surdensité primordiale depuis  $t = 0$  jusqu'à  $z = 10$ . Sont représentés en lignes continues la surdensité liée à la matière noire, en lignes tiretées la surdensité liée aux baryons, et en lignes pointillées la surdensité liée aux photons. Les neutrinos ne sont pas représentés sur cette figure. La surdensité initiale en  $R = 0$  produit une onde acoustique dans le plasma photons-baryons. Cette onde se propage, et attire avec elle par effet gravitationnel la surdensité de matière noire. Au moment du découplage des baryons avec les photons, à  $z_{drag} \sim 1060$ , la vitesse du son dans le milieu devient nulle et l'onde est gelée. Les photons, libres, continuent de se propager. Seule la gravitation joue désormais un rôle. Le puit de potentiel créé par la surdensité en  $R = 0$  et celui créé par le front d'onde gelé en  $R \sim 150\text{Mpc}$  attire alors la matière alentour. La plupart tombe dans le puit de potentiel en  $R = 0$ . Cependant, une partie tombe dans celui à  $R \sim 150\text{Mpc}$ , où une surdensité subsiste. A la fin, les distributions de la matière noire et des baryons sont quasiment identiques.

[voir texte](#)

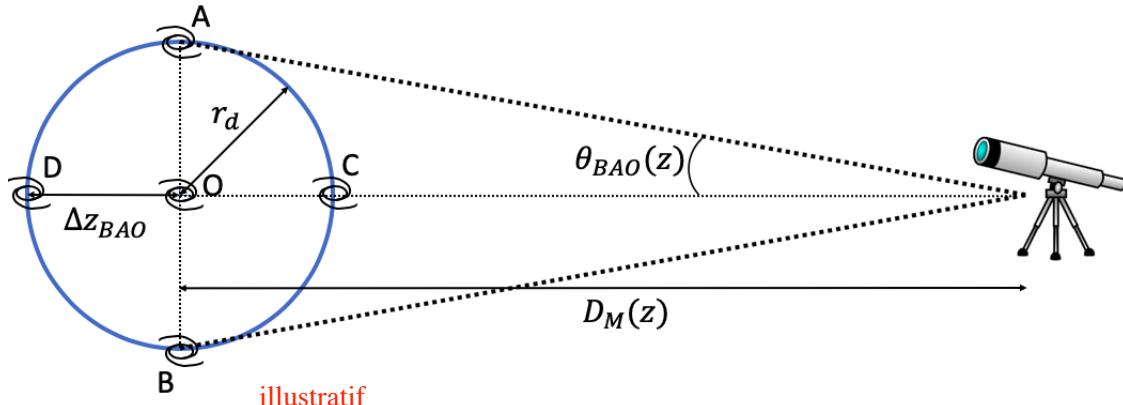


FIGURE 1.8 – Schéma explicatif des distances mises en jeu dans la mesure de l'échelle BAO. L'observateur est représenté par le télescope, à droite. L'horizon acoustique est représenté par le cercle bleu, centré en  $\mathcal{O}$ . Des galaxies sont disposées en  $\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}, \mathcal{D}$  et  $\mathcal{O}$ , comme exemple de traceur de la matière. L'angle sous lequel l'observateur identifie l'échelle BAO  $\mathcal{OA}$  est  $\theta_{BAO}(z)$ . La distance comobile qui relie l'observateur à la surdensité centrale  $\mathcal{O}$  est  $D_M(z)$ . Enfin, la différence de redshift entre les objets situés en  $\mathcal{O}$  et en  $\mathcal{D}$  est  $\Delta z_{BAO}$ .

et est donc reliée à la distance de Hubble  $D_H(z)$  par :

$$\Delta z = \frac{r_d}{D_H(z)}. \quad (1.52)$$

Les deux informations accessibles et pertinentes pour les analyses BAO sont donc les quantités  $D_M(z)/r_d$  et  $D_H(z)/r_d$ . Comme dans beaucoup d'analyses cosmologiques, les analyses BAO nécessitent de supposer une cosmologie, afin notamment de transformer les angles et différences de redshift en distance. Ces analyses ne mesurent alors pas directement les rapports  $D_M(z)/r_d$  et  $D_H(z)/r_d$  mais leur déviation par rapport à la cosmologie de référence utilisée dans l'analyse, que l'on nomme *cosmologie fiduciale*. Il est donc coutume de définir les quantités  $\alpha_{\parallel}$  et  $\alpha_{\perp}$  comme

$$\alpha_{\parallel}(z) = \frac{D_H(z)/r_d}{(D_H(z)/r_d)_{fiduciale}}, \quad (1.53)$$

$$\alpha_{\perp}(z) = \frac{D_M(z)/r_d}{(D_M(z)/r_d)_{fiduciale}}, \quad (1.54)$$

qui valent 1 si la cosmologie observée est la même que la cosmologie fiduciale.

### 4.3 Contraintes cosmologiques

Indépendamment d'autres sondes cosmologiques, telles le CMB ou les supernovae, les BAO permettent de mesurer les rapports  $D_M(z)/r_d$  et  $D_H(z)/r_d$ . Ces rapports sont reliés aux paramètres cosmologiques par

$$D_H(z)/r_d = \frac{1}{H_0 E(z) r_d}, \quad (1.55)$$

$$D_M(z)/r_d = \frac{1}{H_0 E(z) r_d} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')}, \quad (1.56)$$

où  $E(z) = \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda + 1 - \Omega_{total}}$ .

Ainsi, sans faire de supposition sur le modèle cosmologique, comme par exemple la platitude, les BAO permettent de contraindre les paramètres  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda, H_0 r_d)$  du modèle  $(\text{o})\Lambda\text{CDM}$ . #prov rajouter autre chose ? Montrer un plot omega m / omega lambda ? Mettre un plot qui montre  $H(z) / (1+z)$  (deceleration puis acceleration etc etc)

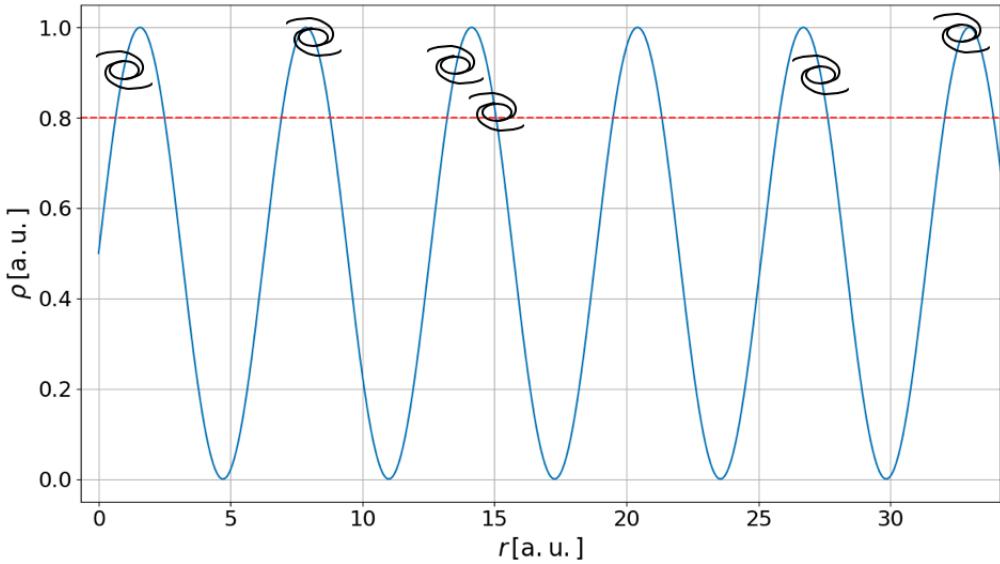


FIGURE 1.9 – Exemple illustratif d'une distribution de matière (bleu) arbitraire. Dans cet exemple les galaxies, représentées en noir, ne peuvent se former que pour des distributions  $\rho > 0.8$ . Ce seuil arbitraire est représenté en rouge.

qu'est ce qu'apporte cette figure ?

## 5 Traceurs de la matière

ceux-ci

Jusqu'à maintenant, nous avons beaucoup mentionné la fonction de corrélation et le spectre de puissance de la matière. **Pourtant, en pratique, ces deux objets ne sont pas directement accessibles.** En effet, la matière est constituée à 85 % de matière noire qui, par définition, n'est pas visible. La seule matière observable est la matière baryonique, via l'observation de traceurs. Du fait de la nature de ces traceurs, le champ de matière sondé diffère du champ de matière total sous-jacent, et par conséquent, la fonction de corrélation obtenue à l'aide de ces traceurs n'est pas la fonction de corrélation de la matière. Dans cette section, nous décrivons les différents traceurs utilisés dans l'analyse présentée dans ce manuscrit, et comment, à l'aide de leur fonction de corrélation, déduire la fonction de corrélation de la matière.

### 5.1 Traceur et biais

Le moyen le plus évident auquel nous pouvons penser pour sonder la matière est l'observation de la matière baryonique via la lumière qu'elle émet. Les étoiles en sont un bon exemple. La lumière qu'elles émettent nous permet de les localiser dans notre galaxies, à la différence des planètes qui sont quasiment invisibles. C'est notamment grâce à la lumière émise par les milliards d'étoiles présentes dans les galaxies que nous pouvons observer ces dernières. Mais ceci présente un défaut : la distribution que tracent les étoiles ou les galaxies n'est pas la distribution de matière sous-jacente.

Prenons un exemple. Supposons que nous voulons reconstruire la distribution de la matière dans une région de l'espace. Pour ce faire, nous observons toutes les galaxies, que nous supposons identiques, dans cette région. La figure 1.9 schématisé la distribution de ces galaxies, ainsi que la distribution de la matière sous-jacente. Les galaxies, comme tous les objets effondrés, se forment dans les endroits les plus denses de l'univers. Ceci est illustré sur la figure 1.9 par le fait que les galaxies ne peuvent se former que pour des densités  $\rho$  supérieures à un certain seuil. Ainsi, sonder la distribution de matière via l'observation des galaxies nous fait manquer toute la distribution de matière pour laquelle  $\rho$  est inférieur à ce seuil. La distribution reconstruite sera donc plus clustered (#prov) que la distribution sous-jacente. Ce phénomène est décrit par ce qu'on nomme le *biais*. Le biais  $b_i(z)$  du traceur  $i$  au

Le biais n'est pas pr'edit mais mesuré

redshift  $z$  est défini par

$$\delta_i(\vec{r}, z) = b_i(z)\delta_{\text{matière}}(\vec{r}, z), \quad (1.57)$$

où  $\delta_i$  est le contraste de densité du traceur  $i$ , et  $\delta_{\text{matière}}$  le contraste de densité de la distribution de matière sous-jacente. **Cette expression est valable uniquement aux grandes échelles, pour  $r \gtrsim 15 h^{-1} \text{ Mpc}$ .** Le biais relie donc les fluctuations de densité du traceur  $i$ , aux fluctuations de densité de la matière. Pour les objets compacts, telles les galaxies, le biais est supérieur à 1. Plus le traceur se forme dans des régions denses, et plus le biais est grand. Ainsi, grâce à la relation précédente, nous pouvons relier la fonction de corrélation du traceur  $i$  à celle de la matière par

$$\xi_i(r, z) = b_i^2(z)\xi_{\text{matière}}(r, z). \quad (1.58)$$

La fonction de corrélation associée au traceur  $i$  est amplifiée par un facteur  $b_i^2$ . Il est donc avantageux de choisir un traceur avec un biais important, afin d'obtenir une fonction de corrélation avec une amplitude importante, et ainsi un rapport signal sur bruit plus grand. **La première détection des BAO a notamment été faite avec les LRG : des galaxies rouges qui possèdent un biais  $b_{LRG} \sim 2$  [?].**

ainsi

la biais n'est pas calculé il est mesuré grâce à la relation 1.58

## 5.2 Distorsions dans l'espace des redshifts

Afin de construire la fonction de corrélation du traceur  $i$ , il est nécessaire de connaître le redshift de chaque traceur. Dans le cas des traceurs booléens, comme par exemple les galaxies, le redshift est obtenu en mesurant le spectre de l'objet, puis en comparant les longueurs d'onde des raies d'émission présentes dans le spectre aux longueurs d'onde mesurées en laboratoire. Le redshift mesuré est donc le suivant :

$$z_{\text{mesure}} = z_{\text{vrai}} + \Delta z_v + \delta z_{\text{sys}} + \delta z_{\text{stat}}, \quad (1.59)$$

où  $z_{\text{mesure}}$  est le redshift mesuré,  $\delta z_{\text{sys}}$  et  $\delta z_{\text{stat}}$  sont les erreurs statistiques et systématiques sur la mesure du redshift,  $z_{\text{vrai}}$  est le vrai redshift, inaccessible, et **et  $\Delta z_v$  et le redshift induit par la vitesse particulière du traceur. En effet, en plus de leur vitesse de récession due à l'expansion, les objets peuvent posséder une vitesse, dite particulière, induite par le champ de gravitation environnant.** Ainsi, **en plus du redshift cosmologique, l'effet Doppler vient s'ajouter à la mesure du redshift.** Ces deux effets sont indiscernables. Cependant, la vitesse particulière du traceur est corrélée avec le champ de matière sous-jacent : les traceurs ont tendance à se déplacer vers les surdensités, par effet gravitationnel. La figure 1.10 illustre la situation : au centre se trouve une surdensité, représentée par un amas de galaxies. Quatre galaxies se trouvent autour de cette surdensité, leur vitesse particulière est représentée par une flèche noire, qui est dirigée vers le centre à cause du puit de potentiel créé par la surdensité. La galaxie se trouvant derrière cette surdensité se déplace donc vers l'observateur, son redshift mesuré est ainsi plus petit que son redshift cosmologique. Similairement, la galaxie se trouvant devant la surdensité est reconstruite avec une redshift plus grande. Les objets se déplaçant perpendiculairement à la ligne de visée ne sont pas affectés. La ligne en pointillés bleu indique la distribution reconstruite dans l'espace des redshifts : cette distribution n'est plus circulaire, elle est aplatie selon la direction de la ligne de visée. Cette effet est appelé *RSD* (Redshift Space Distortions), ou *distortions dans l'espace des redshifts*.

Ces distorsions résultent d'un effet gravitationnel : les traceurs acquièrent leur vitesse en tombant dans les trous de potentiel créés par les surdensités. L'effet peut donc être modélisé. La formule de Kaiser [?] relie le contraste de densité  $\delta^s(\vec{k})$  dans l'espace des redshifts au contraste de densité  $\delta(\vec{k})$  dans l'espace réel

$$\delta^s(\vec{k}, z) = (1 + f(z)\mu^2)\delta(\vec{k}, z), \quad (1.60)$$

où  $f = \frac{d \ln G}{d \ln a}$  est le taux de croissance, et  $\mu = \frac{\vec{k} \cdot \vec{u}}{k}$ , où  $\vec{u}$  est la direction de la ligne de visée. Lorsque le champ de matière est sondé dans l'espace des redshifts à l'aide d'un traceur  $i$ , l'équation précédente

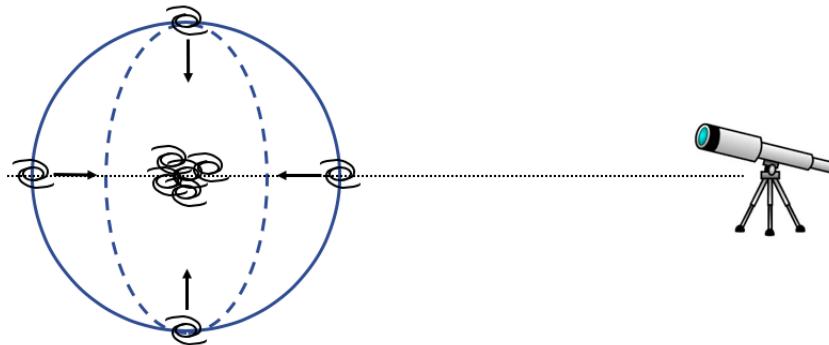


FIGURE 1.10 – Schéma explicatif des distorsions dans l'espace des redshifts. L'observateur est représenté à droite par le télescope. Le cercle bleu en trait plein indique une distribution de matière circulaire dans l'espace réel. Quatre galaxies sont placées sur cette distribution. Au centre ce trouve une surdensité, représenté par un amas de galaxies. Le puit de potentiel créé par cette surdensité attire les galaxies par effet gravitationnel. La vitesse particulière de chaque galaxie est indiquée par une flèche noire. A cause de ces vitesses particulières, le redshift observé des galaxies n'est pas leur redshift cosmologique. Ainsi, la distribution reconstruire n'est pas circulaire, mais aplatie selon la direction de la ligne de visée. Cette distribution, dans l'espace des redshifts, est indiquée par une ligne tiretée bleue.

devient

$$\delta_i^s(\vec{k}, z) = (b_i(z) + f(z)\mu^2)\delta_{\text{matière}}(\vec{k}, z). \quad (1.61)$$

De cette équation, nous déduisons la relation entre le spectre de puissance  $P_i^s$  du traceur  $i$  dans l'espace des redshifts et le spectre de puissance de la matière :

$$P_i^s(k, \mu, z) = b_i^2(z)(1 + \beta_i(z)\mu^2)^2 P_{\text{matière}}(k, z), \quad \text{après 1.60 quand tu défini mu}$$

où  $\beta_i = f/b_i$  est le paramètre RSD du traceur  $i$ . Le vecteur  $\vec{k}$  peut être décomposé comme  $\vec{k} = k_{\parallel}\vec{u} + k_{\perp}$ , où  $k_{\perp}$  est perpendiculaire à la ligne de visée. La quantité  $\mu$  vaut alors  $k_{\parallel}/k$ . Du fait de l'isotropie dans la direction transverse à la ligne de visée,  $P_i^s$  ne dépend que de la norme de  $k_{\perp}$ . Il en va de même pour le vecteur  $\vec{r}$ , qui est décomposé en  $\vec{r} = r_{\parallel}\vec{u} + \vec{r}_{\perp}$ . Nous avons alors  $\mu = r_{\parallel}/r$ , et la fonction de corrélation  $\xi_i^s$  ne dépend que de  $r_{\parallel}$  et de la norme de  $\vec{r}_{\perp}$ . Son expression, que nous ne donnons pas ici, est calculée dans [?].

L'analyse de la fonction de corrélation selon  $r_{\parallel}$  et  $r_{\perp}$  permet donc non seulement de mener une analyse BAO : mesurer la position du pic afin de déduire les quantités  $D_H/r_d$  et  $D_M/r_d$ , mais aussi de mener une analyse dite RSD : mesurer  $\xi_i^s(r_{\parallel}, r_{\perp})$  afin de déduire  $b_i$  et  $\beta_i$  et ainsi mesurer  $f$ . Le taux de croissance logarithmique  $f$  est une prédiction de la relativité générale, il vaut  $f = \Omega_m^{0,55}$ . La mesure de  $f$  est donc un test direct de la relativité générale. (#prov nécessite une source ? Besoin de détailler plus les analyses RSD ? Parler de sigma8 ?)

attention ce n'est pas le même mu, appeler le 1er mu\_k ?

### 5.3 Les quasars

Les quasars, pour *quasi - star*, sont les objets les plus lumineux de l'univers. Ils font partie des noyaux actifs de galaxies, abrégés AGN (*Active galactic nuclei*). Ces galaxies hébergent en leur centre un trou noir supermassif, de quelques millions à plusieurs milliards de masses solaires. La figure 1.11 schématise le noyau actif. Le trou noir supermassif, au centre, accélère la matière environnante. Sous forme d'un disque, cette dernière s'échauffe en tombant et rayonne énormément d'énergie, dans toutes les longueurs d'ondes. Selon les cas, et souvent par cycle, le noyau actif peut émettre de puissants jets de matière ultra-relativiste. La figure 1.12 montre de tels jets. Ces jets, d'une taille de plus de

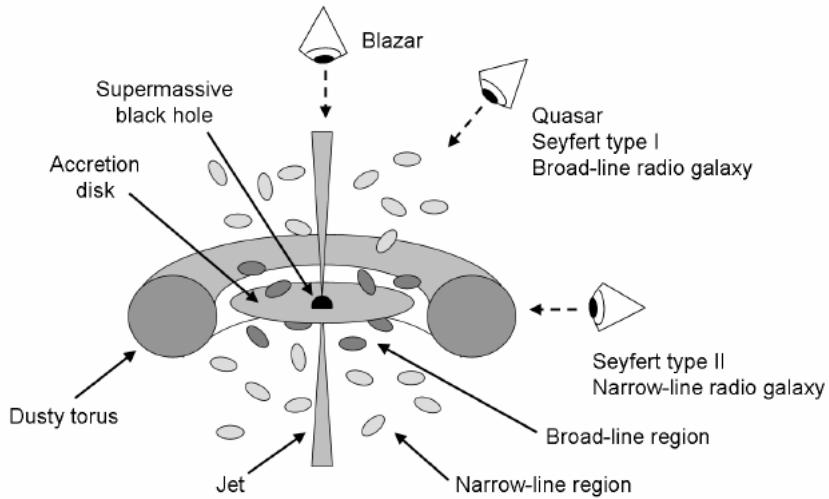


FIGURE 1.11 – Schéma explicatif d'un noyau actif de galaxie. Le trou noir supermassif central est entouré d'un disque d'accrédition. Ce disque d'accrédition, en tombant, s'échauffe et émet puissamment dans toutes les longueurs d'onde. Des jets peuvent se former, et éjectent de la matière ultra-relativiste. Un tore, constitué de poussière entoure le disque. Lorsque ce tore obstrue la lumière qui atteint l'observateur, l'objet apparaît moins brillant et est classé en tant que galaxie *Seyfert*. Sinon, l'objet est dénommé quasar. Lorsque le jet pointe directement vers l'observateur, l'objet est appelé blazar

$200 h^{-1}$  kpc, sont principalement constitués de noyaux ionisés, d'électrons et de positrons, éjectés à une vitesse proche de celle de la lumière. Ces phénomènes font parti des plus énergétiques de l'univers. Selon l'orientation du disque par rapport à l'observateur, le noyau actif est dénommé différemment. Lorsque nous observons le disque par une direction proche de la tranche, le tore constitué de poussière qui l'entoure, obstrue la lumière. Le noyau actif nous apparaît alors moins brillant, il est classé comme une galaxie *Seyfert*. Lorsque nous observons le disque de face, la lumière n'est pas obstruée, et le noyau actif est alors beaucoup plus brillant. Ces objets sont désignés en tant que *quasar* ou *QSO* (*Quasi Stellar Object*). Lorsque le jet pointe directement vers la terre, l'objet est classifié comme *blazar*.

La grande luminosité des quasars les rend observables à très grand redshift, et permet d'obtenir des spectres avec un bon rapport signal sur bruit à moindre coût. L'obtention du spectre de ces objets est nécessaire pour déterminer leur redshift avec précision. La figure ?? présente le spectre d'un quasar mesuré par eBOSS. (#prov Mettre le spectre d'un QSO, mais lequel ?). Ce spectre présente un certain nombre de raies d'émission, parmi lesquelles figurent la raie Lyman- $\alpha$  (Ly $\alpha$ ) qui est la plus intense, ainsi que la raie Lyman- $\beta$  (Ly $\beta$ ), ou encore les raies associées au silicium ou au carbon. Les différentes raies sont référencées dans le tableau 1.2. La détermination du redshift du quasar passe par l'identification d'un certain nombre de ces raies.

Les quasars sont donc des objets idéaux pour construire un relevé spectroscopique étendu et à grand redshift, et ainsi sonder l'échelle BAO sur un grand volume d'univers. Cependant, comme expliqué précédemment, les quasars sont des objets qui se forment dans des environnements très dense. C'est donc un traceur très biaisé. Le biais des quasars est mesuré par [?] et vaut

$$b_{QSO}(z) = (0.53 \pm 0.19) + (0.289 \pm 0.035)(1+z)^2, \quad (1.63)$$

ou Laurent et al (ce qu'il y a dans les mocks) :

$$b_{QSO}(z) = 3.7 \left( \frac{1+z}{1+2.33} \right)^{1.7}, \quad (1.64)$$

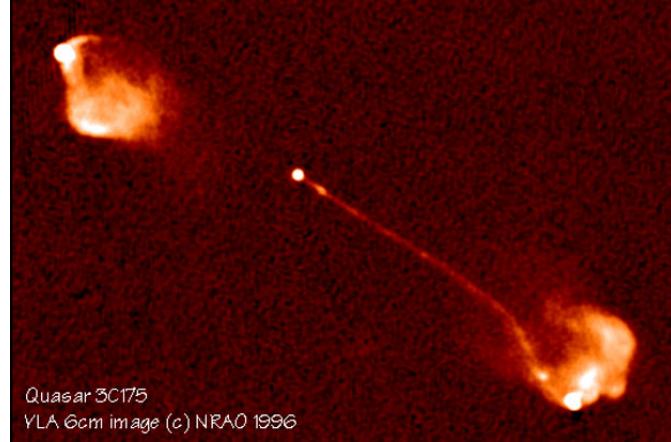


FIGURE 1.12 – Image radio du quasar 3C 175 prise avec le VLA. Les deux jets ultra-relativistes visibles ont une taille d'environ  $212 h^{-1}$  kpc. Crédits : [? ]

TABLE 1.2 – Liste non exhaustive des principales raies d'émissions présentes dans les spectres des quasars observés par eBOSS. La 3<sup>e</sup> colonne donne la longueur d'onde de la raie dans le référentiel propre du quasar. #prov changer les raies : mettre celle visible dans le spectre que j'aurai choisi de montrer, et trier par ordre croissant de lambda

Raie	Notation	$\lambda_{RF}[\text{\AA}]$
Lyman- $\beta$	Ly $\beta$	1025,72
Lyman- $\alpha$	Ly $\alpha$	1215,67
Silicium II	SiII(1190)	1190,4158
Silicium II	SiII(1193)	1193,2897
Silicium III	SiIII(1207)	1206,500
Silicium III	SiIII(1260)	1260,4221
Carbon IV	CIV(1548)	1548,2049
Carbon IV	CIV(1551)	1550,778 45

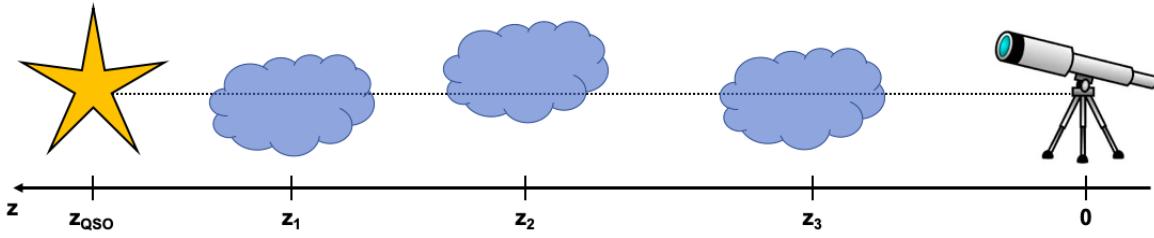


FIGURE 1.13 – blabla

ou ce qu'il y a dans picca (et dans le papier DR16) :

$$b_{QSO}(z) = 3.77 \left( \frac{1+z}{3.334} \right)^{1.44}. \quad (1.65)$$

Le paramètre RSD des quasars est donné par  $\beta_{QSO} = f/b_{QSO}$ . En bonne approximation, pour  $z > 2$ ,  $f = \Omega_m \sim 1$ .

Montrer des plots de  $b(z)$  et  $\beta(z)$  pour les QSO ? avec les données ?

#### 5.4 La forêt Ly $\alpha$

Comme expliqué précédemment, le spectre des quasars possèdent une raie d'émission très intense : la raie Ly $\alpha$ . Cette raie résulte de la désexcitation d'un atome d'hydrogène. Découverte par le physicien Theodore Lyman au début du XX<sup>e</sup> siècle, la série de Lyman regroupe les transitions électroniques des états excités de l'atome d'hydrogène vers son état fondamental. Dans son état fondamental, l'électron se trouve sur la couche électronique la plus proche du noyau, il possède un nombre quantique principal  $n = 1$ . Dans un état excité, l'électron se trouve sur une couche externe et  $n > 1$ . Dans une telle configuration, l'atome d'hydrogène n'est pas stable, il tend à réduire son énergie. L'électron passe alors de la couche électronique sur laquelle il se trouve à une couche électronique pour laquelle le nombre quantique principal est plus faible. La série de Lyman correspond aux transitions pour lesquelles la couche électronique finale est la couche fondamentale  $n = 1$ . Plus l'électron se trouvait initialement sur une couche éloignée du noyau, et plus la transition est énergétique. La raie Ly $\alpha$  correspond à la transition la moins énergétique : de  $n = 2$  à  $n = 1$ . La raie Ly $\beta$  est la seconde moins énergétique : de  $n = 3$  à  $n = 1$ . S'en suivent les autres transitions pour  $n > 3$ .

Du fait de l'abondance de l'hydrogène neutre dans le disque d'accrétion, les quasars possèdent une raie Ly $\alpha$  très intense. Ainsi, en plus de la position de chaque quasar observé, nous pouvons utiliser la raie Ly $\alpha$  pour obtenir davantage d'informations sur la distribution de matière à grande échelle. En effet, cette raie peut être utilisée pour tracer la matière le long de la ligne de visée de chaque quasar. Nous décrivons dans les lignes qui suivent comment utiliser la raie Ly $\alpha$  comme traceur. La figure ?? schématise la situation. Un quasar, situé à un redshift  $z_{QSO}$  émet de la lumière jusqu'à un observateur situé sur terre, à  $z = 0$ . Trois absorbeurs sont disposés le long de la ligne de visée, à des redshifts  $z_1$ ,  $z_2$  et  $z_3$ . Ils représentent les structures à grande échelle de l'univers. L'hydrogène neutre et non excité qui constitue ces absorbeurs peut absorber les photons issus du quasar. Nous supposons que ces absorbeurs absorbent uniquement en Ly $\alpha$  : les photons possédant une longueur d'onde  $\lambda_{RF} = 1215,67\text{\AA}$  dans le référentiel de l'absorbeur sont absorbés par l'hydrogène neutre, et leur électron effectuent une transition électronique de la couche  $n = 1$  à  $n = 2$ . Plus l'absorbeur est dense, et plus le nombre de photons absorbés est important. Considérons à présent l'absorbeur 1. L'absorption Ly $\alpha$  s'effectuant, sans son référentiel, à  $\lambda_{RF} = 1215,67\text{\AA}$ , les photons absorbés sont ceux pour lesquels  $\lambda_{QSO} = 1215,67/(1+(z_{QSO}-z_1))\text{\AA}$  dans le référentiel du quasar. Depuis le référentiel de l'observateur, la raie Ly $\alpha$  se trouve à  $\lambda_{obs} = 1215,67(1+z_{qso})\text{\AA}$  et la raie d'absorption due à l'absorbeur 1 à  $\lambda_{obs} = 1215,67(1+z_1)\text{\AA}$ .

- qso :  $\lambda 1 = 1215.67$ ;  $\lambda 2 = \frac{1215.67}{1+z_{QSO}-z_1}$
- abs1 :  $\lambda 1 = 1215.67(1+z_{QSO}-z_1)$ ;  $\lambda 2 = 1215.67$
- obs :  $\lambda 1 = 1215.67(1+z_{QSO})$ ;  $\lambda 2 = \frac{1215.67}{1+z_{QSO}-z_1}(1+z_{QSO}) = ?1215.67(1+z_1)$