1 Fluctuating Gunn Peterson Approximation

L'approximation FGPA (Fluctuating Gunn Peterson Approximation), présentée dans la section **??**, relie la profondeur optique τ au contraste de densité δ :

$$\tau = a\exp(b\delta)\ , \tag{1.1}$$

où a et b sont deux paramètres. Dans cette approximation, l'élargissement thermique des raies d'absorption est négligé.

Afin de relier la profondeur optique τ au contraste de densité δ, nous débutons avec l'équation qui donne l'équilibre de photo-ionisation de l'hydrogène neutre ($\mathrm{H_I}$) :

$$\gamma + \mathrm{H_I} \leftrightarrow \mathrm{e}^- + \mathrm{p}^+\ , \tag{1.2}$$

qui se traduit comme

$$n_\gamma n_{\mathrm{H_I}} \langle \sigma_{\mathrm{ioni}} c \rangle = n_{\mathrm{e}} n_{\mathrm{p}} \langle \sigma_{\mathrm{rec}} v \rangle_T\ , \tag{1.3}$$

où n_γ, $n_{\mathrm{H_I}}$, n_{e} et n_{p} donnent respectivement les densités de photons, d'hydrogènes neutres, d'électrons et de protons, et σ_{ioni} et σ_{rec} donnent respectivement les sections efficaces de l'ionisation d'un atome d'hydrogène neutre et de la recombinaison d'un électron et d'un proton. En négligeant l'hélium et parce que l'hydrogène est quasiment totalement ionisé (entre 1 atome sur 10 000 et 1 atome sur 1000 demeure neutre), nous pouvons approximer les densités d'électron et de protons par la densité de baryons. La densité d'hydrogène neutre s'exprime alors comme

$$n_{\mathrm{H_I}} = n_b^2 \frac{\langle \sigma_{\mathrm{rec}} v \rangle_T}{n_\gamma \langle \sigma_{\mathrm{ioni}} c \rangle}\ . \tag{1.4}$$

De plus, nous avons $\langle \sigma_{\mathrm{rec}} v \rangle_T \propto T^{-0,7}$, nous avons donc la relation de proportionnalité

$$n_{\mathrm{H_I}} \propto \frac{(1+z)^6 \Omega_b^2 (1+\delta)^2 T^{-0,7}}{n_\gamma \langle \sigma_{\mathrm{ioni}} c \rangle}\ , \tag{1.5}$$

où nous avons explicité la densité de baryon $n_b^2 = (1+z)^6 \Omega_b^2 (1+\delta)^2$ en fonction du contraste de densité δ. Nous pouvons relier de la même manière la température T au contraste de densité δ comme

$$T = \overline{T}(z)(1+\delta)^{\gamma(z)-1}\ , \tag{1.6}$$

où $\gamma(z \sim 3) \sim 1{,}6$ (**Hui1996**). Nous pouvons ainsi relier la profondeur optique τ au contraste de densité comme

$$\tau(z) \propto \Omega_b^2 \frac{(1+z)^6 \overline{T}(z)^{-0,7}}{H(z) J_\gamma} \frac{(1+\delta)^\beta}{1+\eta}\ , \tag{1.7}$$

où η est le gradient de vitesse $\eta = v_p'(z)/H(z)$, $H(z)J_\gamma$ correspond au flux ionisant de photons, et $\beta = 2 - 0{,}7(\gamma(z)-1) \sim 1{,}6$ à $z \sim 3$.

Lorsque nous nous intéressons uniquement au contraste de densité δ, l'équation 1.7 et l'approximation log-normale (**Coles1991**) nous donnent

$$\tau(z) \propto \exp(\beta\delta) , \tag{1.8}$$

avec $\beta \sim 1{,}6$ à $z \sim 3$. Cette équation correspond à l'approximation FGPA (Fluctuating Gunn Peterson Approximation).

Lorsque nous prenons en compte le gradient de vitesse η, nous obtenons une version légèrement modifiée de l'approximation FGPA

$$\tau(z) \propto \exp(\beta\delta - \eta) . \tag{1.9}$$