

# Chapitre 1

## Introduction à la cosmologie

Ce premier chapitre a pour but de présenter la cosmologie moderne et d'expliquer brièvement sa construction au fil du dernier siècle. L'idée est de donner une vue d'ensemble du paradigme actuel, tout en détaillant davantage les points clés nécessaires à ce manuscrit. Pour une étude approfondie de la cosmologie moderne, nous référons le lecteur aux ouvrages suivants : [?].

### 1.1 Qu'est-ce que la cosmologie ?

Le terme cosmogonie (du grec *cosmo-* : monde ; *gon-* : engendrer) désigne une conception et tentative d'explication de la naissance du monde, et parfois de l'Homme. Il existe un grand nombre de cosmogonies, très souvent d'origines religieuses. Nous pouvons citer par exemple la cosmogonie hindoue, dans laquelle le monde est vu comme un cycle : le dieu Brahma crée le monde lorsqu'il se réveille, et le détruit lorsqu'il s'endort. Notre univers correspond ainsi à une journée de Brahma, débutant lorsque Brahma ouvre les yeux et prenant fin lorsqu'il les referme. Le monde suit ainsi une suite de créations et de destructions. Nous pouvons aussi citer la cosmogonie abrahamique, décrite dans la Genèse. Cette cosmogonie est commune au judaïsme, au christianisme, et à l'islam. Dans cette cosmogonie, le dieu créateur, intemporel, conçoit le monde en 7 jours. Il commença par créer la lumière le premier jour. Il termina par créer l'Homme à son image le sixième jour, puis se reposa le dernier jour.

Nous pourrions passer la totalité de ce manuscrit à décrire diverses cosmogonies. Mais celle qui nous intéresse et que nous allons détailler ici est la cosmogonie scientifique : la



FIGURE 1.1 – Gauche : illustration artistique de la cosmologie hindoue. Droite : couverture du livre de la Genèse, Bible de Saint-Paul-hors-des-Murs, vers 870.

*cosmologie*. La cosmologie est donc l'étude de l'univers, son origine, ses constituants et son devenir, dans le cadre de la méthode scientifique. Même si aujourd'hui la cosmologie fait consensus au sein des scientifiques en ce qui concerne la compréhension de l'univers, cela n'a pas toujours été le cas. Pendant longtemps les croyances religieuses ont dominé, allant jusqu'à limiter voire interdire les avancées scientifiques. Il faut attendre le XVI<sup>e</sup> siècle pour que Copernic propose le modèle héliocentrique, soit presque 2000 ans après le modèle géocentrique d'Aristote, soutenu par l'église et les savants jusqu'alors. Par la suite, les observations de Galilée, les travaux de Kepler ainsi que l'émancipation des dogmes religieux ont permis au modèle héliocentrique, fondé sur les lois de Kepler, de s'imposer. Cela a aussi permis à Newton de proposer sa théorie de la gravitation peu de temps après. Cette période marque la naissance de la physique et de la cosmologie.

Jusqu'au XIX<sup>e</sup> siècle, le modèle héliocentrique décrivant l'univers comme se limitant à notre système solaire fait consensus. Puis émerge l'idée que les étoiles sont d'autres systèmes solaires, notamment grâce aux premières mesures de distance d'étoiles proches<sup>1</sup>. L'idée de galaxie, un système rassemblant une multitude de systèmes solaires, fait aussi son apparition, nous conduisant vers un paradigme de moins en moins anthropocentrique.

La cosmologie moderne naît réellement au début du XX<sup>e</sup> siècle. En 1915, Einstein propose sa théorie de la gravitation : la *relativité générale*. Elle offre une vision radicalement différente de la théorie bien établie de Newton. La gravitation n'est plus vue comme une force instantanée entre les corps massifs mais comme une déformation de l'espace temps se propageant à la vitesse de la lumière. **La théorie d'Einstein explique avec succès l'avance du périhélie de Mercure, jusque là incompris. Puis en 1919 lors d'une éclipse de Soleil, la déviation de la lumière par un corps massif, prédiction directe de la relativité générale et non présente dans la théorie de Newton, est observée. Non seulement la déviation de la lumière est observée pour la première fois, mais l'angle de déviation est aussi correctement prédit.** Ceci assoit au sein de la communauté scientifique la théorie d'Einstein en tant que nouvelle théorie de la gravitation.

Par ailleurs, la cosmologie observationnelle connaît des avancées remarquables, notamment grâce à Edwin Hubble qui observe le décalage vers le rouge<sup>2</sup> du spectre d'objets lointains, dû à leur vitesse d'éloignement. Il comprend aussi que les objets étendus, jusque là interprétés comme des nuages de poussière et de gas et appelés nébuleuses, sont d'autres galaxies semblables à la nôtre. Parallèlement, Alexandre Friedmann résout en 1922 les équations d'Einstein de la relativité générale pour un univers homogène et isotrope et trouve une solution d'univers en expansion, qui contraste avec l'idée d'un univers statique et éternel jusque là ancrée dans les esprits. Enfin, Georges Lemaître effectue le lien entre tous ces éléments. En 1927, il publie un papier expliquant que l'éloignement des galaxies et le décalage vers le rouge de leur spectre pouvait être expliqué par une théorie d'univers en expansion, et donne la première estimation de la constante de Hubble<sup>3</sup>. En 1929, Edwin Hubble publie son célèbre papier, exposant la loi de Hubble et favorisant très fortement le modèle d'univers en expansion.

**Nous pouvons noter ici que peu de temps après avoir publié sa théorie, Einstein ajoute dans ses équations une constante ad hoc, dite *constante cosmologique*, et noté  $\Lambda$ . Cette constante est rajoutée afin de rendre les solutions à ses équations capables de décrire un univers statique (idée dominante de l'époque). Puis, suite à la publication de Hubble, Einstein retire la constante**

---

1. Par exemple la mesure de la distance de 61 Cygni par Bessel en 1838. #prov <https://www.universalis.fr/encyclopedie/premiere-determination-de-la-distance-d-une-etoile/>

2. voir explication du redshift section #prov :ref

3. Constante reliant proportionnellement la vitesse d'éloignement des galaxies à leur distance, voir #prov :ref

cosmologique de ses équations et la qualifie de “plus grande bêtise de sa vie”. L’ironie fait qu’en 1998, la constante cosmologique est réintroduite dans les modèles afin d’expliquer l’observation de l’accélération de l’expansion de l’univers (voir #prov ref). Les mesures les plus récentes estiment que la densité d’énergie de cette constante cosmologique, aussi appelée énergie sombre, représente environ 70 % de l’énergie totale de notre univers.

Ces quinze années très fertiles pour la cosmologie ont popularisé l’idée d’un univers en expansion. Si certains s’y opposent et défendent un univers statique, d’autres s’y intéressent et étudient en détail les conséquences de ces modèles théoriques. Si l’univers est en expansion, c’est qu’il a été dans le passé plus petit qu’il ne l’est aujourd’hui. L’étude des solutions aux équations d’Einstein montre que l’expansion dilue la matière dans l’univers, et conduit à son refroidissement. L’univers était donc plus chaud et plus dense dans le passé. Si l’on remonte suffisamment dans l’histoire de l’univers, celui ci devient de plus en plus petit, jusqu’à n’être à l’origine qu’un point infiniment chaud et dense. Ceci conduit à nommer ces classes de solutions *hot big bang models*, ou modèles de big bang chaud en français. Il est à noter que cet *instant zéro* est une extrapolation des modèles et reste hypothétique : au delà d’une certaine température, la gravitation s’unifie avec les 3 autres interactions fondamentales pour n’en former qu’une seule, rendant alors impossible l’utilisation de la relativité générale. Cet instant est appelé mur de Planck. Afin de comprendre ce qu’il se passe entre le mur de Planck et l’instant zéro, une théorie traitant à la fois la gravitation et l’aspect quantique de la matière est nécessaire. C’est un domaine de recherche très dynamique aujourd’hui, dans lequel un grand nombre de théories de gravité quantique sont étudiées.

Suite notamment aux publications de Friedmann, Lemaître et Hubble, les défenseurs des modèles de big bang ont commencé à chercher des observables capables de prouver ces modèles. En 1948, George Gamow, Ralph Alpher et Robert Herman, reprenant les travaux de Georges Lemaître, prédisent l’existence du *fond diffus cosmologique* (CMB : Cosmic Microwave Background). Ce rayonnement fossile, si les modèles de big bang sont vérifiés, aurait été émis lorsque l’univers était encore dense et chaud. Il repose sur l’idée que, du fait de la température initialement très élevée, les particules possèdent trop d’énergie pour s’assembler et former les premières briques élémentaires. L’univers n’est alors qu’une soupe où toutes les particules s’entrechoquent constamment. Lorsque l’univers s’expand, la température baisse et l’énergie des particules aussi, autorisant ainsi la formation des premiers noyaux d’atomes. Mais la température et la densité sont toujours trop importantes pour laisser les premiers atomes se former : l’univers est alors un bain de noyaux, principalement d’hydrogène et d’hélium, d’électrons et de photons. Les photons sont diffusés constamment sur les électrons libres, rendant le plasma de l’univers primordial opaque. Puis, lorsque l’univers devient suffisamment froid, les électrons ne disposant plus de suffisamment d’énergie sont capturés par les noyaux, formant les premiers atomes de l’univers. Ces atomes, neutres, ne diffusent pas les photons. Ces derniers peuvent alors se propager librement, et l’univers devient transparent. Ce sont ces premiers photons, émis environ 380 000 ans après le big bang, qui forment le fond diffus cosmologique et que nous pouvons mesurer aujourd’hui. Les principales étapes sont résumées sur la figure 1.2, dont notamment la formation des premiers noyaux vers 0,01 seconde, puis le CMB vers 380 000 ans. En 1965, 17 ans après sa prédiction, le CMB est détecté par Penzias et Wilson, établissant ainsi le consensus sur les modèles de big bang. A partir de ce moment là, un certain nombre d’observations ont été menées par les cosmologistes afin de contraindre et distinguer les différents modèles de big bang.

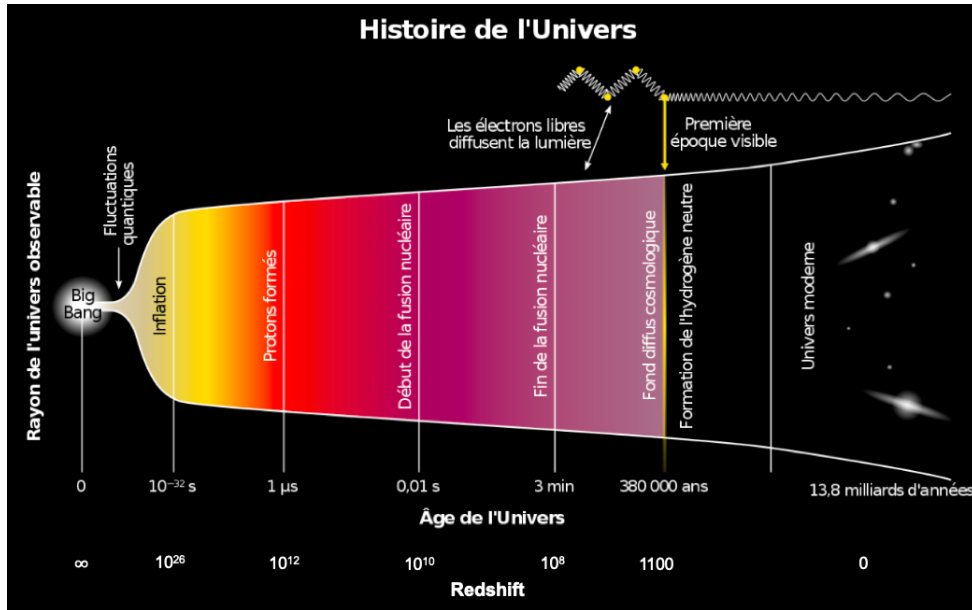


FIGURE 1.2 – Illustration de l’histoire de l’univers depuis ses origines jusqu’à aujourd’hui. Les principales étapes sont représentées : la formation des premiers protons et neutrons, puis des premiers atomes, et enfin l’émission du CMB. #prov :rajouter la température, l’énergie, le redshift ?

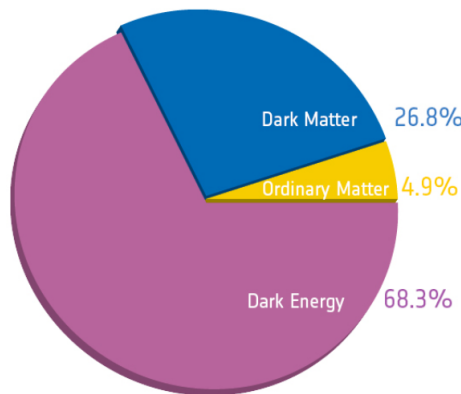


FIGURE 1.3 – Répartition des différents composants du modèle  $\Lambda$ CDM.

## 1.2 Le modèle $\Lambda$ CDM

Le modèle  $\Lambda$ CDM est aujourd’hui le modèle cosmologique qui fait consensus dans la communauté scientifique. Il est souvent désigné comme le modèle standard de la cosmologie. C’est un modèle de big bang, décrivant un univers composé principalement d’énergie noire, ou aussi appelé constante cosmologique ( $\Lambda$ ), et de matière noire froide (CDM : Cold Dark Matter). La figure 1.3 présente la répartition de ses différents composants.

Le modèle s’est établi suite à un certain nombre d’observations. D’abord, la détection du CMB en 1965, qui confirme les modèles de big bang. Puis l’introduction de la matière noire dans les modèles au cours des années 70 et 80, notamment grâce aux travaux de Vera Rubin sur le problème de la masse manquante dans les galaxies. Déjà en 1933, Fritz Zwicky remarquait que la masse visible dans les amas n’était pas suffisante pour expliquer leur cohésion, et supposa donc l’existence d’une matière invisible. Une série d’observations fut menée dans les années 70 afin d’étudier les courbes de vitesse des étoiles au sein des galaxies. Les étoiles situées en périphérie furent mesurées avec une vitesse plus importante

qu'attendue. La conclusion fut similaire à celle de Zwicky : la présence de masse invisible dans les halos de galaxies permet d'expliquer ces courbes de rotation. Ainsi la matière noire froide fut introduite dans les modèles cosmologiques : environ 25 % de la masse de l'univers est sous la forme d'une matière non standard<sup>4</sup> interagissant uniquement via la gravitation avec la matière ordinaire.

Plus tard, le satellite COBE fut envoyé dans l'espace afin de détecter les anisotropies du CMB. Selon les prédictions des modèles de big bang, le spectre du CMB suit une loi de corps noir, avec une température d'environ 3 K, et possède des anisotropies correspondant aux perturbations primordiales de densité. La mission fut un succès et les résultats ont été annoncés en 1992 : le spectre du CMB est mesuré avec une température  $T = 2,73 \pm 0,06$  K, ne déviant pas du spectre du corps noir de plus de 0,25 % [?]. D'autre part, les mesures de COBE ont permis d'identifier les perturbations primordiales de densité, source des structures à grande échelle que l'on observe aujourd'hui. Ce dernier élément constitue un des arguments les plus solides en faveur des modèles de big bang.

Jusqu'alors, les modèles cosmologiques n'incluaient pas d'énergie noire. Puis en 1998, deux équipes différentes publient l'analyse de distances de luminosité de supernovae de type 1a (SN1a), toutes les deux mettant en évidence l'accélération de l'expansion de l'univers et donc favorisant les modèles contenant de l'énergie noire. Ce sont ces dernières observations qui ancrent  $\Lambda$ CDM comme modèle de big bang préféré. Par la suite, le satellite WMAP puis le satellite Planck sont lancés en 2001 et en 2009 afin de mesurer avec une plus grande précision les anisotropies du CMB. Ces mesures successives sont effectuées avec une précision sans précédent, permettant de contraindre très fortement les paramètres cosmologiques. Les résultats finaux de la collaboration Planck ont été publiés en 2018 [?] et fournissent les paramètres cosmologiques du modèle  $\Lambda$ CDM avec une précision inférieure au pourcent (#prov :Ca vaut le coup de mettre le tableau qui résume les paramètres cosmo?).

### 1.2.1 Description du modèle

Le modèle  $\Lambda$ CDM et plus généralement les modèles de big bang sont fondés sur le formalisme de la relativité générale. Cette théorie, élaborée par Einstein en 1915, fait deux postulats. D'abord, elle suppose l'unification de la masse et de l'énergie, via la célèbre formule<sup>5</sup>  $E = mc^2$ , ainsi que celle de l'espace et du temps. Elle suppose aussi le principe d'équivalence. Ce principe affirme que la masse inertielle et la masse gravifique sont équivalentes, et que les effets de la gravitation sont identiques aux effets de l'accélération du référentiel de l'observateur. Autrement dit, il n'existe pas d'expérience permettant à l'observateur de distinguer s'il se trouve dans un champ de gravitation ou dans un référentiel uniformément accéléré.

**La métrique** — Le formalisme de la relativité générale s'appuie sur celui de relativité restreinte. L'espace-temps est décrit par la métrique. C'est cette dernière qui contient l'information sur la gravitation. Dans le cadre du modèle  $\Lambda$ CDM, la métrique utilisée est la métrique FLRW (pour Friedmann Lemaître Robertson Walker), elle s'exprime comme :

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + R(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega \right] \quad (1.1)$$

où  $d\Omega = d\theta + \sin(\theta)d\phi$ ,  $R(t)$  est le rayon de l'univers à l'instant  $t$  et  $k$  vaut soit 1, 0 ou -1 selon si l'univers possède une courbure positive, nulle ou négative (voir figure 1.4). A

4. Non-décrite par le modèle standard de la physique des particules

5. où  $E$  est l'énergie,  $m$  la masse, et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide

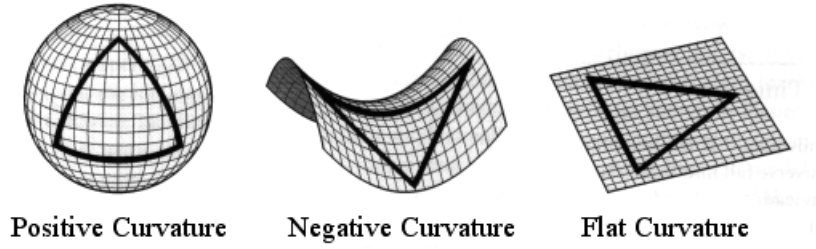


FIGURE 1.4 – Représentation de la courbure de l’univers : positive à gauche, négative au centre et nulle à droite. Crédits : <http://abyss.uoregon.edu/~js/cosmo/lectures/lec15.html>

l’aide d’un changement de coordonnées (#prov le donner ?), il est possible de se ramener à la formule suivante :

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t) [d\chi^2 + S_k^2(\chi) d\Omega] \quad (1.2)$$

où  $a(t) = R(t)/R(t_0)$ ,  $t_0$  est le présent et  $S_k$  est défini comme

$$S_k(\chi) = R(t_0) \begin{cases} \sin(\chi/R(t_0)) & \text{si } k = 1 \\ \chi/R(t_0) & \text{si } k = 0 \\ \sinh(\chi/R(t_0)) & \text{si } k = -1 \end{cases} \quad (1.3)$$

Cette formulation permet de mettre en évidence le rapport  $a(t) = R(t)/R(t_0)$ , appelé facteur d’échelle. Par définition il vaut 1 aujourd’hui. Afin de rendre compte de l’expansion,  $a(t) < 1$  pour  $t < t_0$  (passé) et  $a(t) > 1$  pour  $t > t_0$  (futur).

**Le redshift** — Le décalage vers le rouge, ou *redshift* en anglais, est une conséquence de la relativité générale. Les objets distants s’éloignent de nous du fait de l’expansion de l’univers. Similairement à l’effet Doppler<sup>6</sup>, le spectre observé de ces objets est décalé vers les grandes longueurs d’onde. Mais contrairement à l’effet Doppler, le redshift n’est pas directement du à la vitesse de recession de l’objet : les photons, lorsqu’ils se propagent de l’objet émetteur jusqu’à nous, subissent la dilatation de l’espace et perdent ainsi de l’énergie, leur longueur d’onde se trouvant augmentée. Le redshift est donc du à l’expansion de l’univers. Il est d’ailleurs parfois nommé redshift cosmologique. Le redshift, noté  $z$ , est défini via la relation

$$1 + z = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} \quad (1.4)$$

où  $\lambda_e$  est la longueur d’onde émise, et  $\lambda_o$  la longueur d’onde observée. On peut montrer que le redshift est relié au facteur d’échelle via la formule

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t)} \quad (1.5)$$

Ainsi le redshift peut servir de mesure de temps : le spectre d’un objet avec un redshift  $z = 2$  est décalé vers le rouge d’un facteur 3. Il en découle que sa lumière observée aujourd’hui a été émise lorsque l’univers avait une taille 3 fois plus petite qu’aujourd’hui, soit il y a environ 12 milliards d’années.

6. L’effet Doppler est l’augmentation ou la diminution de la longueur d’onde d’une onde lorsque l’émetteur de cette dernière s’approche ou s’éloigne de l’observateur. L’exemple le plus connu est celui de l’ambulance : le son entendu est plus aigu lorsque l’ambulance s’approche, puis plus grave lorsqu’elle s’éloigne.

**Les distances** — #prov en fait ça va après l'explication des paramètres cosmos, parce qu'on a besoin des omega. Du fait de la géométrie particulière de l'univers, la notion de distance n'est pas si intuitive. Nous présentons ici les distances utilisées en cosmologie. Elles sont très bien décrites dans [?].

**Les équations d'Einstein** — Lorsqu'Einstein publie sa théorie en 1915, la façon de présenter les équations d'Einstein, le coeur de la théorie, est différente de la façon de les présenter aujourd'hui. Nous nous proposons ici de suivre l'approche de la physique moderne, qui formule toutes les théories en termes d'un seul et même principe : le *principe de moindre action*. Ce principe stipule que l'action mis en oeuvre lors de l'évolution d'un système entre deux instants est toujours extrême<sup>7</sup>. L'action est une quantité caractérisant globalement un système, elle est définie comme

$$\mathcal{S} = \int_{t_0}^{t_1} L dt \quad (1.6)$$

où  $L$  est le lagrangien du système. Pour un système simple, il est défini comme la différence de l'énergie cinétique et de l'énergie potentiel. En relativité générale, tout comme dans les théories de champs<sup>8</sup>, le terme du lagrangien est représenté plutôt par une densité de lagrangien. Cette densité de lagrangien est alors intégrée sur l'espace-temps afin d'obtenir l'action. Dans le cas de la relativité générale, l'action est définie comme

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \frac{R}{4\pi G_N} \quad (1.7)$$

où  $g$  est le déterminant de la métrique,  $R$  le scalaire de Ricci, et  $G_N$  la constante de Newton. Une fois l'action déterminé, sa minimisation conduit aux équations du mouvement du système. Dans notre cas, ce sont les équations d'Einstein :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G_N}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.8)$$

où  $g_{\mu\nu}$  est la métrique,  $R_{\mu\nu}$  le tenseur de Ricci,  $T_{\mu\nu}$  le tenseur énergie-impulsion, et  $\Lambda$  la constante cosmologique. L'équation 1.8 regroupe en réalité plusieurs équations. Les indices  $\mu$  et  $\nu$  varient de 0 à 3, 0 représentant la coordonnée temporelle et 1 à 3 les coordonnées spatiales. Il existe donc une équation par couple  $(\mu, \nu)$ , produisant 16 équations. Par des arguments de symétrie, ce nombre se réduit à 6 équations indépendantes (#prov vérifier ça : 6 ou 10 ? indépendantes ou pas ?), que l'on nomme les équations d'Einstein.

**Les équations de Friedmann-Lemaître** — Les équations d'Einstein forment un système d'équation hautement non linéaire, et de fait, difficile à résoudre. Afin de simplifier les équations, l'univers est supposé homogène et isotrope. Ce faisant, la métrique

---

7. Elle est minimale dans la grande majorité des cas.

8. Par exemple la théorie quantique des champs.