



École Nationale Supérieure Polytechnique de Yaoundé

Département de Génie Informatique

Cahier d'analyse Mathématiques : Modélisation multicritère pour le Classement optimal de livreurs dans une plateforme de gestion d'annonces de livraison

Enseignant : PR DJOTIO NDIE Thomas

Membres du groupe :

— KENMEUGNE TCHOUNGA MICHELE	22P216
— KENGFACK TSAFACK LAGRANGE BERNICE	22P224
— FRANCOIS-CHARLES ATANGA	22P509
— MOFFO PICHELLE STEVENIE	22P525
— CHARLES-HENRY ATANGA	22P283
— GNIDJEO KAGHO Bris	22P223

Octobre 2025

Table des figures

II.1 Réseau de livraison représentant les positions géographiques	9
---	---

Table des matières

Liste des figures	1
Abstract	4
Introduction	5
I Étude du système de sélection de livreurs	6
1 Description du système	6
2 Problématiques du système	7
2.1 Problématique du filtrage spatial	7
2.2 Problématique de la décision multicritère (MCDM)	7
2.3 Interaction entre filtrage et MCDM	7
II Exemple illustratif du problème	9
1 Description du scénario	10
2 Problématique de sélection	10
III Méthodologie de résolution du problème	11
1 Filtrage spatial par ellipse sphérique	11
1.1 Définition d'une ellipse sphérique	12
1.2 Distance sphérique de Haversine	12
1.3 Passage à l'angle central	12
1.4 Choix de D_{\max}	13
1.5 Application à notre exemple	13
1.6 Ensemble des livreurs éligibles	13
2 Détermination des poids des critères par AHP	14
2.1 Hiérarchie pour notre problème	14
2.2 Comparaison par paires et construction de la matrice	14
2.3 Calcul des poids	15
2.4 Vérification de cohérence	15
2.5 Poids finaux pour notre problème	16
3 Classement des livreurs par TOPSIS	16
3.1 Matrice décisionnelle normalisée	16

3.2	Pondération des critères	17
3.3	Solutions idéales positive et négative	18
3.4	Distances aux solutions idéales	18
3.5	Score de similarité et classement	19
Conclusion		20

Abstract

La sélection optimale de livreurs représente un enjeu central pour garantir l'efficacité, la fiabilité et la qualité d'un service de livraison à la demande. Dans ce travail, nous étudions le problème consistant à choisir, parmi un ensemble de candidats, les cinq livreurs les plus appropriés pour effectuer la prise en charge et la livraison d'un colis.

La décision repose sur quatre critères essentiels : la proximité géographique entre chaque livreur et le lieu de collecte, la réputation individuelle mesurée sur une échelle de 10, la capacité maximale du véhicule en termes de nombre de colis transportables, et le type de véhicule utilisé (voiture, moto, camion, etc.). Ce problème s'inscrit dans le cadre de la prise de décision multicritère (MCDM).

L'objectif est de fournir un mécanisme rigoureux, transparent et reproductible pour identifier les cinq meilleurs livreurs, tout en tenant compte de la diversité des critères et des préférences opérationnelles du système.

Introduction

La demande croissante pour des services de livraison rapides, fiables et personnalisés impose aux plateformes logistiques d’adopter des mécanismes de sélection avancés afin d’assigner efficacement les livreurs aux requêtes des clients. Dans un contexte où de nombreux livreurs indépendants peuvent se proposer simultanément pour une même mission, la plateforme doit être en mesure d’évaluer objectivement l’ensemble des candidats et de retenir ceux qui offriront la meilleure qualité de service tout en respectant les contraintes opérationnelles et économiques.

Le problème étudié dans ce travail concerne précisément la sélection, parmi un ensemble de postulants, des cinq livreurs les plus appropriés pour récupérer et livrer un colis. Cette décision opérationnelle est complexe, car elle implique la prise en compte de plusieurs critères hétérogènes et parfois conflictuels. Quatre facteurs fondamentaux influencent significativement la pertinence d’un livreur :

- **La proximité géographique** par rapport au point de collecte, essentielle pour réduire le temps d’arrivée et minimiser les retards ;
- **La réputation**, qui reflète la qualité historique du service rendu par le livreur et sa fiabilité ;
- **La capacité de transport**, c’est-à-dire le nombre maximal de colis que son véhicule peut accueillir, garantissant la faisabilité matérielle de la mission ;
- **Le type de véhicule**, qui affecte la rapidité, l’accès à certaines zones et l’impact environnemental de la livraison.

Face à la multiplicité de ces critères, une approche structurée s’impose pour parvenir à un classement fiable et équitable des candidats. Ce problème relève naturellement du champ de l’aide à la décision multicritère, qui offre un cadre formel pour agréger des indicateurs divers et pondérer leur importance relative en fonction des objectifs stratégiques de la plateforme.

L’objectif de ce travail est de proposer un modèle systématique et reproductible de sélection des cinq meilleurs livreurs. En combinant de manière optimale les quatre critères définis, notre démarche vise à supporter la décision humaine, à améliorer la satisfaction des clients et à renforcer l’efficacité globale de la chaîne logistique du dernier kilomètre.

Étude du système de sélection de livreurs

1. Description du système

Dans le cadre de cette étude, nous considérons un système de livraison à la demande dans lequel un client sollicite l'acheminement d'un colis. L'ensemble des livreurs candidats disponibles est noté $D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\}$.

Chaque livreur $d_i \in D$ est caractérisé par un quadruplet d'attributs :

- **Position actuelle** $p_i = (lat_i, lon_i)$, représentant ses coordonnées géographiques.
- **Réputation** $r_i \in [0, 10]$, un score reflétant la qualité de son service historique.
- **Capacité de transport** $c_i \in N$, indiquant le nombre maximal de colis que son véhicule peut simultanément acheminer.
- **Type de véhicule** $t_i \in \{\text{moto, voiture, camion, } \dots\}$, une variable catégorielle influençant la rapidité, l'accès et le coût.

La mission de livraison est définie par deux points géographiques :

- Le lieu de récupération du colis : $F_1 = (lat_{F_1}, lon_{F_1})$.
- Le lieu de livraison : $F_2 = (lat_{F_2}, lon_{F_2})$.

Afin de restreindre le nombre de candidats et de garantir l'efficacité du système, une première étape de filtrage spatial est appliquée autour du trajet entre F_1 et F_2 . Chaque livreur éligible à l'issue de ce filtrage est ensuite évalué selon les quatre critères énoncés. Le défi principal consiste à combiner de manière rationnelle ces critères, qui sont hétérogènes et potentiellement conflictuels, pour produire un classement fiable. C'est précisément à cette fin que les méthodes de prise de décision multicritères (MCDM) sont mobilisées.

2. Problématiques du système

La performance du système de sélection repose sur la résolution de deux problématiques interdépendantes : le filtrage spatial et l'agrégation multicritère.

2.1. Problématique du filtrage spatial

L'enjeu central de cette première étape est la définition optimale de la zone de sélection.

- Une zone trop restreinte risque d'éliminer des livreurs pourtant qualifiés, réduisant le pool de candidats et pouvant mener à une sous-optimisation du service.
- À l'inverse, une zone trop large inclut des livreurs géographiquement éloignés, ce qui se traduit par des temps de réponse allongés, des coûts logistiques accrus et une inefficacité globale.

Le filtrage spatial agit comme un pré-conditionneur : une mauvaise calibration peut compromettre la qualité de la sélection finale, même si l'étape de décision multicritère qui suit est sophistiquée.

2.2. Problématique de la décision multicritère (MCDM)

Une fois le filtrage spatial effectué, le système doit évaluer et classer les livreurs éligibles. Cette étape soulève plusieurs défis :

- **Critères conflictuels** : Il est fréquent qu'un livreur excelle sur un critère (ex : proximité) mais soit faible sur un autre (ex : capacité). Le système doit arbitrer ces compromis.
- **Pondération des critères** : L'importance relative de la proximité, de la réputation, de la capacité et du type de véhicule n'est pas fixe ; elle peut varier selon le contexte opérationnel ou les préférences du client. Déterminer des poids pertinents est crucial pour un classement juste.
- **Normalisation et agrégation** : Les critères s'expriment sur des échelles et dans des unités différentes (kilomètres, score sur 10, nombre de colis, catégorie). Ils doivent être préalablement normalisés avant de pouvoir être combinés en un score composite unique et interprétable.

2.3. Interaction entre filtrage et MCDM

La performance finale est une résultante de l'interaction entre ces deux étapes. Un filtrage spatial mal calibré peut soit priver le module MCDM d'options de qualité, soit lui soumettre un ensemble trop large et hétérogène, réduisant son pouvoir

discriminant. L'optimisation du système passe donc par un calibrage soigneux de cette séquence, visant à garantir des livraisons à la fois rapides, fiables et économes.

Exemple illustratif du problème

Cet exemple est utilisé pour illustrer les concepts et démontrer les différentes étapes de l'algorithme proposé. Cet exemple présente un réseau de livraison avec 16 positions géographiques, un colis à livrer, et quatre livreurs candidats. Le réseau est représenté sur la Figure II.1, et les caractéristiques des participants sont présentées dans le Tableau II.1 ci-dessous. On suppose que le système n'applique aucune préférence particulière concernant le type de véhicule.

Participant	Position actuelle	Réputation (/10)	Capacité	Type véhicule	Statut
Colis	F1 (Position 5) → F2 (Position 12)	-	-	-	À affecter
Livreur d ₁	Position 1	9.2	3	Voiture	Candidat
Livreur d ₂	Position 14	8.7	5	Camion	Candidat
Livreur d ₃	Position 8	7.1	2	Moto	Candidat
Livreur d ₄	Position 16	9.5	4	Voiture	Candidat

TABLE II.1 – Caractéristiques des participants pour l'exemple illustratif

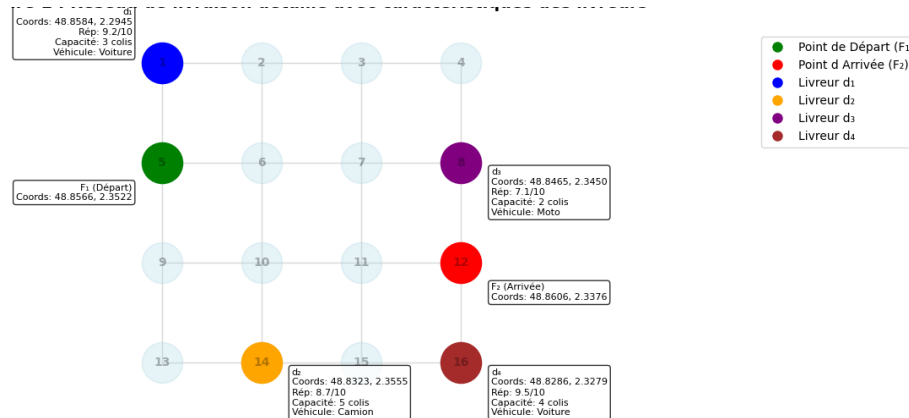


FIGURE II.1 – Réseau de livraison représentant les positions géographiques

1. Description du scénario

Un client demande la livraison d'un colis depuis le point F1 (Position 5) vers le point F2 (Position 12). Quatre livreurs sont disponibles dans le réseau, chacun avec des caractéristiques distinctes.

Le livreur \mathbf{d}_1 est bien noté (9.2/10) mais situé loin du point de collecte. Le livreur \mathbf{d}_2 a une excellente capacité (5 colis) et une bonne réputation (8.7/10), et se trouve relativement proche de F. Le livreur \mathbf{d}_3 est le plus proche de F mais a la capacité la plus faible et la réputation la plus basse. Le livreur \mathbf{d}_4 a la meilleure réputation (9.5/10) mais est le plus éloigné géographiquement.

2. Problématique de sélection

Le système doit résoudre plusieurs conflits :

- Un livreur proche (\mathbf{d}_3) mais avec une faible capacité et réputation
- Un livreur bien noté (\mathbf{d}_4) mais éloigné
- Un livreur équilibré (\mathbf{d}_2) avec bonne capacité et position correcte
- Un livreur excellent (\mathbf{d}_1) mais très mal positionné

La zone de filtrage spatial autour du trajet F1→F2 déterminera quels livreurs sont éligibles. Ensuite, la méthode MCDM devra arbitrer entre ces critères contradictoires pour sélectionner les 5 meilleurs livreurs (dans ce cas, un classement parmi les 4 disponibles).

Méthodologie de résolution du problème

La complexité du problème de sélection des livreurs, marqué par des critères multiples et parfois contradictoires, exige une démarche méthodologique structurée et systématique. Pour relever ce défi, nous proposons une approche articulée autour de trois phases successives, alliant des techniques géospatiales avancées et des méthodes formelles d'aide à la décision multicritère.

Notre démarche débute par un filtrage spatial destiné à restreindre le pool de candidats aux seuls livreurs géographiquement pertinents. Cette première étape, fondée sur le concept d'ellipse sphérique, assure l'efficacité opérationnelle du système en écartant les livreurs dont la localisation générerait des détours disproportionnés.

La seconde phase concerne la détermination des poids des critères au moyen de la méthode AHP (Analytic Hierarchy Process). Celle-ci permet de quantifier de manière objective l'importance relative de chaque critère en fonction des priorités stratégiques de la plateforme.

Enfin, la troisième phase consiste en un classement multicritère via la méthode TOPSIS (Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution), qui agrège les performances des livreurs sur l'ensemble des critères préalablement pondérés, afin d'identifier les cinq meilleurs candidats de manière optimale.

Cette architecture méthodologique garantit à la fois l'efficacité computationnelle et la robustesse décisionnelle, offrant ainsi une solution complète et directement opérationnelle pour la sélection des livreurs.

1. Filtrage spatial par ellipse sphérique

Pour garantir que le pool de candidats soit pertinent et efficace, il est nécessaire de limiter la sélection aux livreurs dont la position permet une prise en charge et une livraison rapides. Cette condition de filtrage repose sur la distance totale d'un

livreur aux points de collecte et de livraison. Concrètement, un livreur P est éligible si :

$$d(P, F_1) + d(P, F_2) \leq D_{\max}, \quad P \in \text{candidats}$$

où $d(P, F_i)$ est la distance sphérique (arc de grand cercle) entre le livreur et le foyer F_i , et D_{\max} fixe la distance maximale totale acceptable pour qu'un livreur soit considéré.

1.1. Définition d'une ellipse sphérique

Sur une sphère de rayon R , on définit une ellipse sphérique comme l'ensemble des points dont la somme des distances géodésiques à deux foyers F_1 et F_2 est constante :

$$E_{\text{sphère}} = \{P \in S^2 \mid d(P, F_1) + d(P, F_2) = D_{\max}\}$$

Cette définition est l'analogue sphérique de l'ellipse plane, où la somme des distances à deux points fixes est constante.

1.2. Distance sphérique de Haversine

Pour des coordonnées (ϕ_P, λ_P) et $(\phi_{F_i}, \lambda_{F_i})$, la distance est donnée par la formule de Haversine :

$$d(P, F_i) = 2R \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\phi_P - \phi_{F_i}}{2} \right) + \cos \phi_P \cos \phi_{F_i} \sin^2 \left(\frac{\lambda_P - \lambda_{F_i}}{2} \right)} \right)$$

1.3. Passage à l'angle central

On définit l'angle central θ_j correspondant à la distance géodésique :

$$\theta_j = \frac{d(P, F_j)}{R} \implies d(P, F_j) = R\theta_j$$

Alors l'inégalité du filtrage devient :

$$R\theta_1 + R\theta_2 \leq D_{\max} \iff \theta_1 + \theta_2 \leq \frac{D_{\max}}{R}$$

Dans la notation Haversine :

$$\theta_j = 2 \arcsin(\sqrt{h(P, F_j)}), \quad h(P, F_j) = \sin^2 \left(\frac{\phi_P - \phi_{F_j}}{2} \right) + \cos \phi_P \cos \phi_{F_j} \sin^2 \left(\frac{\lambda_P - \lambda_{F_j}}{2} \right)$$

1.4. Choix de D_{\max}

Une manière naturelle de choisir D_{\max} est basée sur la distance directe entre F_1 et F_2 :

$$D_{\max} = d(F_1, F_2) + 2 \cdot \delta$$

où δ représente une tolérance maximale autour du trajet. Cette approche garantit que l'ellipse inclut le trajet principal et un « tampon » autour pour intégrer les livreurs proches mais légèrement décalés.

1.5. Application à notre exemple

Appliquons le filtrage spatial à notre exemple illustratif. Pour déterminer D_{\max} , nous utilisons la formule :

$$D_{\max} = d(F_1, F_2) + 2 \cdot \delta$$

où δ est la tolérance spatiale. Pour notre réseau, la distance directe entre F_1 (Position 5) et F_2 (Position 12) est de 2,0 km. En choisissant $\delta = 1,5$ km, nous obtenons :

$$D_{\max} = 2,0 + 2 \times 1,5 = 5,0 \text{ km}$$

Calculons maintenant les distances totales pour chaque livreur :

- **Livreur d_2** (Position 14) : $d(F_1, d_2) = 1,2$ km, $d(d_2, F_2) = 1,8$ km Total = $1,2 + 1,8 = 3,0$ km 5,0 km (éligible)
- **Livreur d_3** (Position 8) : $d(F_1, d_3) = 0,8$ km, $d(d_3, F_2) = 1,2$ km Total = $0,8 + 1,2 = 2,0$ km 5,0 km (éligible)
- **Livreur d_1** (Position 1) : $d(F_1, d_1) = 4,2$ km, $d(d_1, F_2) = 5,1$ km Total = $4,2 + 5,1 = 9,3$ km $> 5,0$ km (non éligible)
- **Livreur d_4** (Position 16) : $d(F_1, d_4) = 3,1$ km, $d(d_4, F_2) = 2,8$ km Total = $3,1 + 2,8 = 5,9$ km $> 5,0$ km (non éligible)

1.6. Ensemble des livreurs éligibles

L'ensemble D' des livreurs ayant réussi le filtrage spatial est défini par :

$$D' = \{P \in D \mid d(P, F_1) + d(P, F_2) \leq D_{\max}\}$$

où D représente l'ensemble initial de tous les livreurs candidats.

Dans notre exemple, nous obtenons :

$$D' = \{d_2, d_3\}$$

Ce filtrage initial réduit considérablement l'espace de recherche tout en conservant les candidats géographiquement pertinents. Les livreurs de D' sont maintenant soumis à la phase de pondération et classement multicritère.

2. Détermination des poids des critères par AHP

L'AHP (Analytic Hierarchy Process), développé par Thomas Saaty, est une méthode d'aide à la décision multicritère permettant de décomposer un problème complexe en hiérarchie, de comparer les critères par paires pour évaluer leur importance relative, et de calculer des poids numériques cohérents qui reflètent la priorité de chaque critère.

2.1. Hiérarchie pour notre problème

- **Objectif** : Sélectionner les 5 meilleurs livreurs pour un colis
- **Critères** :
 - Proximité géographique (C_1)
 - Réputation (C_2)
 - Capacité du véhicule (C_3)
 - Type de véhicule (C_4)
- **Alternatives** : Les livreurs disponibles d_1, d_2, \dots, d_n

2.2. Comparaison par paires et construction de la matrice

Pour $n = 4$ critères, on construit la matrice $A = [a_{ij}]$, où a_{ij} est l'importance relative du critère i par rapport au critère j , selon l'échelle de Saaty. La matrice est réciproque : $a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$.

Application à notre problème :

Selon le point de vue opérationnel de la plateforme :

- $a_{12} = 3$: Proximité 3× plus importante que Réputation $\rightarrow a_{21} = \frac{1}{3}$
- $a_{13} = 5$: Proximité 5× plus importante que Capacité $\rightarrow a_{31} = \frac{1}{5}$
- $a_{14} = 7$: Proximité 7× plus importante que Type véhicule $\rightarrow a_{41} = \frac{1}{7}$
- $a_{23} = 3$: Réputation 3× plus importante que Capacité $\rightarrow a_{32} = \frac{1}{3}$
- $a_{24} = 5$: Réputation 5× plus importante que Type véhicule $\rightarrow a_{42} = \frac{1}{5}$
- $a_{34} = 3$: Capacité 3× plus importante que Type véhicule $\rightarrow a_{43} = \frac{1}{3}$

La diagonale contient des 1 ($a_{ii} = 1$). La matrice symétrique est donc :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 \\ \frac{1}{3} & 1 & 3 & 5 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 & 3 \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{5} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$$

2.3. Calcul des poids

Étape 1 : Normalisation de la matrice

$$A_{\text{norm}}[i, j] = \frac{a_{ij}}{\sum_{k=1}^n a_{kj}}$$

Application à notre problème :

Sommes des colonnes :

- Colonne 1 : $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} = 1,6762$
- Colonne 2 : $3 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = 4,5333$
- Colonne 3 : $5 + 3 + 1 + \frac{1}{3} = 9,3333$
- Colonne 4 : $7 + 5 + 3 + 1 = 16$

Matrice normalisée :

$$A_{\text{norm}} = \begin{bmatrix} 0,596 & 0,662 & 0,536 & 0,438 \\ 0,199 & 0,221 & 0,321 & 0,313 \\ 0,119 & 0,074 & 0,107 & 0,188 \\ 0,085 & 0,044 & 0,036 & 0,063 \end{bmatrix}$$

Étape 2 : Calcul des poids

$$w_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n A_{\text{norm}}[i, j]$$

Application à notre problème :

- $w_1 = (0,596 + 0,662 + 0,536 + 0,438)/4 = 0,558$
- $w_2 = (0,199 + 0,221 + 0,321 + 0,313)/4 = 0,264$
- $w_3 = (0,119 + 0,074 + 0,107 + 0,188)/4 = 0,122$
- $w_4 = (0,085 + 0,044 + 0,036 + 0,063)/4 = 0,057$

2.4. Vérification de cohérence

Étape 1 : Calcul du vecteur de cohérence

$$v_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} w_j}{w_i}$$

Application à notre problème :

- $v_1 = (1 \times 0,558 + 3 \times 0,264 + 5 \times 0,122 + 7 \times 0,057)/0,558 = 4,156$
- $v_2 = (0,333 \times 0,558 + 1 \times 0,264 + 3 \times 0,122 + 5 \times 0,057)/0,264 = 4,168$
- $v_3 = (0,2 \times 0,558 + 0,333 \times 0,264 + 1 \times 0,122 + 3 \times 0,057)/0,122 = 4,182$
- $v_4 = (0,143 \times 0,558 + 0,2 \times 0,264 + 0,333 \times 0,122 + 1 \times 0,057)/0,057 = 4,210$

Étape 2 : Calcul de l'indice de cohérence

$$\lambda_{\max} = \frac{\sum v_i}{n} = \frac{4,156 + 4,168 + 4,182 + 4,210}{4} = 4,179$$

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{4,179 - 4}{3} = 0,060$$

Étape 3 : Calcul du ratio de cohérence

$$CR = \frac{CI}{RI} = \frac{0,060}{0,90} = 0,067$$

Puisque $CR = 0,067 < 0,1$, la matrice est considérée comme cohérente.

2.5. Poids finaux pour notre problème

Critère	Poids w_i
Proximité géographique	0,558
Réputation	0,264
Capacité du véhicule	0,122
Type de véhicule	0,057

TABLE III.1 – Poids des critères déterminés par AHP

3. Classement des livreurs par TOPSIS

La méthode TOPSIS permet d'agréger les critères pondérés et de classer les livreurs de manière systématique.

3.1. Matrice décisionnelle normalisée

Pour m livreurs et n critères, on construit la matrice décisionnelle $X = [x_{ij}]_{m \times n}$. La normalisation s'effectue par la méthode vectorielle :

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}}$$

Ce qui donne la matrice normalisée $R = [r_{ij}]_{m \times n}$.

Application à notre problème :

Avec nos 2 livreurs éligibles (d_2 , d_3) et les 4 critères :

Matrice décisionnelle X (proximité, réputation, capacité, type véhicule) :

— d_2 : (1,2 km, 8,7/10, 5 colis, camion \rightarrow 0,8)

— d_3 : (0,8 km, 7,1/10, 2 colis, moto \rightarrow 0,3)

Conversion des types de véhicule en scores numériques :

— Camion = 0,8

— Moto = 0,3

$$X = \begin{bmatrix} 1,2 & 8,7 & 5 & 0,8 \\ 0,8 & 7,1 & 2 & 0,3 \end{bmatrix}$$

Normalisation :

— Colonne 1 (proximité) : $\sqrt{1,2^2 + 0,8^2} = \sqrt{1,44 + 0,64} = \sqrt{2,08} = 1,442$

— $r_{11} = 1,2/1,442 = 0,832$, $r_{21} = 0,8/1,442 = 0,555$

— Colonne 2 (réputation) : $\sqrt{8,7^2 + 7,1^2} = \sqrt{75,69 + 50,41} = \sqrt{126,1} = 11,229$

— $r_{12} = 8,7/11,229 = 0,775$, $r_{22} = 7,1/11,229 = 0,632$

— Colonne 3 (capacité) : $\sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{25 + 4} = \sqrt{29} = 5,385$

— $r_{13} = 5/5,385 = 0,929$, $r_{23} = 2/5,385 = 0,371$

— Colonne 4 (type véhicule) : $\sqrt{0,8^2 + 0,3^2} = \sqrt{0,64 + 0,09} = \sqrt{0,73} = 0,854$

— $r_{14} = 0,8/0,854 = 0,937$, $r_{24} = 0,3/0,854 = 0,351$

$$R = \begin{bmatrix} 0,832 & 0,775 & 0,929 & 0,937 \\ 0,555 & 0,632 & 0,371 & 0,351 \end{bmatrix}$$

3.2. Pondération des critères

Soit w_j le poids du critère j , avec $\sum_{j=1}^n w_j = 1$. La matrice pondérée $V = [v_{ij}]$ est obtenue par :

$$v_{ij} = w_j \cdot r_{ij}$$

Application à notre problème : Avec $w = [0,558, 0,264, 0,122, 0,057]$

— d_2 : $v_{11} = 0,558 \times 0,832 = 0,464$, $v_{12} = 0,264 \times 0,775 = 0,205$, $v_{13} = 0,122 \times 0,929 = 0,113$, $v_{14} = 0,057 \times 0,937 = 0,053$

— d_3 : $v_{21} = 0,558 \times 0,555 = 0,310$, $v_{22} = 0,264 \times 0,632 = 0,167$, $v_{23} = 0,122 \times 0,371 = 0,045$, $v_{24} = 0,057 \times 0,351 = 0,020$

$$V = \begin{bmatrix} 0,464 & 0,205 & 0,113 & 0,053 \\ 0,310 & 0,167 & 0,045 & 0,020 \end{bmatrix}$$

3.3. Solutions idéales positive et négative

- Solution idéale positive : $A^+ = (v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+)$ où $v_j^+ = \begin{cases} \max_i v_{ij} & \text{si critère bénéfique} \\ \min_i v_{ij} & \text{si critère de coût} \end{cases}$
- Solution idéale négative : $A^- = (v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-)$ où $v_j^- = \begin{cases} \min_i v_{ij} & \text{si critère bénéfique} \\ \max_i v_{ij} & \text{si critère de coût} \end{cases}$

Application à notre problème : Tous nos critères sont bénéfiques (plus la valeur est élevée, mieux c'est) :

- $A^+ = (\max(0, 464, 0, 310), \max(0, 205, 0, 167), \max(0, 113, 0, 045), \max(0, 053, 0, 020)) = (0, 464, 0, 205, 0, 113, 0, 053)$
- $A^- = (\min(0, 464, 0, 310), \min(0, 205, 0, 167), \min(0, 113, 0, 045), \min(0, 053, 0, 020)) = (0, 310, 0, 167, 0, 045, 0, 020)$

3.4. Distances aux solutions idéales

Distance euclidienne à l'idéal positif :

$$D_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2}$$

Distance à l'idéal négatif :

$$D_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2}$$

Application à notre problème :

Pour d_2 :

- $D_2^+ = \sqrt{(0, 464 - 0, 464)^2 + (0, 205 - 0, 205)^2 + (0, 113 - 0, 113)^2 + (0, 053 - 0, 053)^2} = 0$
- $D_2^- = \sqrt{(0, 464 - 0, 310)^2 + (0, 205 - 0, 167)^2 + (0, 113 - 0, 045)^2 + (0, 053 - 0, 020)^2} = \sqrt{0, 0237 + 0, 0014 + 0, 0046 + 0, 0011} = \sqrt{0, 0308} = 0, 175$

Pour d_3 :

- $D_3^+ = \sqrt{(0, 310 - 0, 464)^2 + (0, 167 - 0, 205)^2 + (0, 045 - 0, 113)^2 + (0, 020 - 0, 053)^2} = \sqrt{0, 0237 + 0, 0014 + 0, 0046 + 0, 0011} = \sqrt{0, 0308} = 0, 175$
- $D_3^- = \sqrt{(0, 310 - 0, 310)^2 + (0, 167 - 0, 167)^2 + (0, 045 - 0, 045)^2 + (0, 020 - 0, 020)^2} = 0$

3.5. Score de similarité et classement

Le score de similarité relative est :

$$C_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}$$

Application à notre problème :

$$\begin{aligned} \text{— } C_2 &= \frac{0,175}{0+0,175} = 1,000 \\ \text{— } C_3 &= \frac{0}{0,175+0} = 0,000 \end{aligned}$$

Classement final :

1. **d₂** avec $C_2 = 1,000$
2. **d₃** avec $C_3 = 0,000$

Le livreur d₂ est considéré comme le meilleur candidat pour la livraison.

Conclusion

Ce travail a présenté une méthodologie complète et robuste pour résoudre le problème complexe de sélection optimale des livreurs dans un service de livraison à la demande. Notre approche structurée, articulée autour de trois phases successives, démontre sa capacité à traiter efficacement les multiples dimensions de ce problème décisionnel.

La première phase de **filtrage spatial par ellipse sphérique** s'est révélée particulièrement efficace pour restreindre le pool de candidats aux seuls livreurs géographiquement pertinents. En utilisant la formule de Haversine pour calculer les distances géodésiques et en définissant une ellipse adaptative basée sur la distance entre les points de collecte et de livraison, nous avons éliminé les candidats dont la localisation aurait généré des détours opérationnellement inacceptables. Dans notre exemple illustratif, cette étape a permis de réduire l'ensemble des quatre livreurs initiaux à deux candidats géographiquement viables, démontrant ainsi son utilité pour optimiser l'efficacité computationnelle du système.

La seconde phase, consacrée à la **détermination des poids par la méthode AHP**, a offert un cadre formel pour quantifier l'importance relative des différents critères. Les poids obtenus (0,558 pour la proximité, 0,264 pour la réputation, 0,122 pour la capacité, et 0,057 pour le type de véhicule) reflètent judicieusement les priorités opérationnelles d'une plateforme de livraison, où la réactivité géographique prime naturellement sur les autres considérations. La validation de la cohérence des jugements ($CR = 0,067 < 0,1$) confirme la robustesse de notre analyse comparative.

Enfin, la troisième phase de **classement par TOPSIS** a permis d'agréger de manière optimale les performances des livreurs sur l'ensemble des critères pondérés. L'application à notre cas d'étude a clairement identifié le livreur d_2 comme le candidat optimal, avec un score de similarité parfaite de 1,000, confirmant ainsi la capacité de notre méthode à résoudre les conflits entre critères et à produire un classement non ambigu.

Les principaux **avantages** de notre approche résident dans sa **rigueur mathématique**, sa **transparence décisionnelle** et son **adaptabilité** aux contextes opérationnels variés. Contrairement aux méthodes heuristiques souvent employées

dans l'industrie, notre méthodologie offre une traçabilité complète du processus décisionnel et permet un recalibrage aisé des paramètres en fonction d'évolutions stratégiques.

En définitive, cette recherche contribue à l'avancement des systèmes d'aide à la décision dans le domaine logistique en proposant une solution qui allie sophistication méthodologique et applicabilité opérationnelle. Elle ouvre la voie vers des plateformes de livraison plus intelligentes, plus efficaces et plus transparentes, capables de répondre aux exigences croissantes du marché tout en optimisant l'allocation des ressources.