

Thema 1xHIT

Kerstin Kollitsch, TGM Wien - Abteilung Informationstechnologie

 kerstin.kollitsch@tgm.ac.at

 01 331 26 294

 H924, Hochhaus 9. Stock

- Normalformen
- KV-Diagramme



- Verschiedene Formen der Darstellung von logischen Aussagen möglich
- normierte Darstellungsmöglichkeit
- Kommen mit AND, OR und NOT aus

- Vollkonjunktionen (= konjunktive Verknüpfung aller Variablen) werden disjunktiv verknüpft
- Beispiel: $f(e1, e2, e3) = (e1 \rightarrow e2) \wedge (\neg e1 \leftrightarrow e3)$

- Schritt 1: Wahrheitstabelle für bool'sche Aussage

e1	e2	e3	$e1 \rightarrow e2$	$\neg e1 \leftrightarrow e3$	$(e1 \rightarrow e2) \wedge (\neg e1 \leftrightarrow e3)$

- Schritt 1: Wahrheitstabelle für bool'sche Aussage

e1	e2	e3	$e1 \rightarrow e2$	$\neg e1 \leftrightarrow e3$	$(e1 \rightarrow e2) (\neg e1 \leftrightarrow e3)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

- Schritt 2: Auswahl der Zeilen mit wahrem Ergebnis

e1	e2	e3	$e1 \rightarrow e2$	$\neg e1 \leftrightarrow e3$	$(e1 \rightarrow e2) (\neg e1 \leftrightarrow e3)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

- Schritt 3: Variablen mit Wert 0 werden negiert, andere direkt übernommen

e1	e2	e3	e1	e2	e3
0	0	1			
0	1	1			
1	1	0			

- Schritt 3: Variablen mit Wert 0 werden negiert, andere direkt übernommen

e1	e2	e3	e1	e2	e3
0	0	1	$\neg e1$	$\neg e2$	e3
0	1	1	$\neg e1$	e2	e3
1	1	0	e1	e2	$\neg e3$

- $\neg e1 \wedge \neg e2 \wedge e3, \neg e1 \wedge e2 \wedge e3, e1 \wedge e2 \wedge \neg e3$

- Schritt 4: einzelne „Zeilen“ werden disjunktiv verknüpft

$$(\neg e1 \wedge \neg e2 \wedge e3) \vee (\neg e1 \wedge e2 \wedge e3) \vee (e1 \wedge e2 \wedge \neg e3)$$

- Volldisjunktionen (= disjunktive Verknüpfung aller Variablen) werden konjunktiv verknüpft
- Beispiel: $f(e1, e2, e3) = (e1 \wedge e2) \vee e3$

- Schritt 1: Wahrheitstabelle für bool'sche Aussage

e1	e2	e3	$e1 \wedge e2$	$(e1 \wedge e2) \vee e3$

- Schritt 1: Wahrheitstabelle für bool'sche Aussage

e1	e2	e3	$e1 \wedge e2$	$(e1 \wedge e2) \vee e3$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

- Schritt 2: Auswahl der Zeilen mit falschem Ergebnis

e1	e2	e3	$e1 \wedge e2$	$(e1 \wedge e2) \vee e3$
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

- Schritt 3: Variablen mit Wert 0 werden negiert, andere direkt übernommen

e1	e2	e3	e1	e2	e3
0	0	0			
0	1	0			
1	0	0			

- Schritt 3: Variablen mit Wert 1 werden negiert, andere direkt übernommen

e1	e2	e3	e1	e2	e3
0	0	0	e1	e2	e3
0	1	0	e1	$\neg e2$	e3
1	0	0	$\neg e1$	e2	e3

- $e1 \vee e2 \vee e3, e1 \vee \neg e2 \vee e3, \neg e1 \vee e2 \vee e3$

- Volldisjunktionen (= disjunktive Verknüpfung aller Variablen) werden konjunktiv verknüpft

$$(e1 \vee e2 \vee e3) \wedge (e1 \vee \neg e2 \vee e3) \wedge (\neg e1 \vee e2 \vee e3)$$

- Graphische Veranschaulichung zum Vereinfachen von Funktionen
- für maximal 4 Variablen sinnvoll anwendbar
- jedes Feld entspricht einer Vollkonjunktion der DNF

- für 2 Variablen

	A	$\neg A$
B	$A \wedge B$	$\neg A \wedge B$
$\neg B$	$A \wedge \neg B$	$\neg A \wedge \neg B$

Vorgehensweise

- von DNF ausgehend
- für jede in der DNF vorkommende Vollkonjunktion im KV-Diagramm eine „1“ im entsprechenden Feld eintragen
- Zusammenfassung der Felder mit „1“ in Blöcke
- zusammengefasste Blöcke entsprechen den Vollkonjunktionen der minimalen DNF

- $f(A, B, C) = (A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$

	A	A	$\neg A$	$\neg A$	
B					D
B					$\neg D$
$\neg B$					$\neg D$
$\neg B$					D
	C	$\neg C$	$\neg C$	C	

- $f(A, B, C) = (A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$

	A	A	$\neg A$	$\neg A$	
B					D
B					$\neg D$
$\neg B$		X	X		$\neg D$
$\neg B$					D
	C	$\neg C$	$\neg C$	C	

- $f(A, B, C) = (A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$

	A	A	$\neg A$	$\neg A$	
B					D
B					$\neg D$
$\neg B$		X	X		$\neg D$
$\neg B$					D
	C	$\neg C$	$\neg C$	C	

$$\neg B \wedge \neg C \wedge \neg D$$

- $f(A, B, C) = (A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C \wedge \neg D)$

	A	A	$\neg A$	$\neg A$	
B					D
B					$\neg D$
$\neg B$		X	X		$\neg D$
$\neg B$					D
	C	$\neg C$	$\neg C$	C	

$$\neg B \wedge \neg C \wedge \neg D$$

- $f(A, B, C) = (A \wedge B \wedge D) \vee (\neg B \wedge D) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge D)$

	A	A	$\neg A$	$\neg A$	
B					D
B					$\neg D$
$\neg B$					$\neg D$
$\neg B$					D
	C	$\neg C$	$\neg C$	C	

- $f(A, B, C) = (A \wedge B \wedge D) \vee (\neg B \wedge D) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge D)$

	A	A	$\neg A$	$\neg A$	
B	X	X	X		D
B					$\neg D$
$\neg B$					$\neg D$
$\neg B$	X	X	X	X	D
	C	$\neg C$	$\neg C$	C	

$A \wedge D$

- $f(A, B, C) = (A \wedge B \wedge D) \vee (\neg B \wedge D) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge D)$

	A	A	$\neg A$	$\neg A$	
B	X	X	X		D
B					$\neg D$
$\neg B$					$\neg D$
$\neg B$	X	X	X	X	D
	C	$\neg C$	$\neg C$	C	

$\neg C \wedge D$

- $f(A, B, C) = (A \wedge B \wedge D) \vee (\neg B \wedge D) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge D)$

	A	A	$\neg A$	$\neg A$	
B	X	X	X		D
B					$\neg D$
$\neg B$					$\neg D$
$\neg B$	X	X	X	X	D
	C	$\neg C$	$\neg C$	C	

$\neg A \wedge \neg B \wedge D$

- $f(A, B, C) = (A \wedge B \wedge D) \vee (\neg B \wedge D) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C \wedge D)$
 $= (A \wedge D) \vee (\neg C \wedge D) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge D)$

Fragen

