

大学物理 (下) Notes 汇编

武汉大学 (Wuhan University)

inkTH

2025 年 12 月 22 日

0 目录

1 真空中的电磁场 (Electromagnetic Field)	6
1.1 恒定电流	6
1.2 磁场与毕奥-萨伐尔定律	7
1.2.1 毕奥-萨伐尔定律 (Biot-Savart Law)	7
1.2.2 典型算例 (结论必须记)	7
1.2.3 运动电荷的磁场	8
1.3 高斯定理和安培环路定理	8
1.4 磁场产生力的作用	8
1.4.1 磁场对载流导线的作用	8
1.4.2 均匀磁场对载流线圈的磁力矩	8
1.5 磁场对运动电荷的作用	9
2 磁介质 (Magnetic Dielectrics)	12
2.1 磁介质的磁化与分类	12
2.2 磁介质中的安培环路定理	12
2.2.1 典型模型: 同轴电缆填磁介质	13
2.3 铁磁质 (Ferromagnetism)	14
2.3.1 磁滞回线 (Hysteresis Loop)	14
2.4 总结: 高斯定理与安培定理对比	14
3 电磁感应 (Electromagnetic Induction)	15
3.1 法拉第电磁感应定律 (Faraday's Law)	15
3.1.1 基本定律	15
3.1.2 多匝线圈与磁链	15
3.1.3 感应电荷量 (Induced Charge)	15
3.2 动生与感生电动势	16
3.2.1 动生电动势 (Motional EMF)	16
3.2.2 感生电动势 (Induced EMF)	16
3.2.3 导体棒上的感生电动势计算	18
3.2.4 方法一: 直接积分法 (定义法)	18
3.2.5 方法二: 补全回路法 (法拉第定律)	18
3.3 自感与互感 (Self-Inductance & Mutual Inductance)	19

3.3.1	自感 (Self-Inductance)	19
3.3.2	互感 (Mutual Inductance)	20
3.3.3	耦合系数 (Coupling Coefficient)	20
3.4	磁场能量 (Magnetic Field Energy)	21
3.4.1	自感磁能 (Self-Inductance Energy)	21
3.4.2	磁场能量密度 (Magnetic Energy Density)	22
3.4.3	补充：电场能与磁场能的完美类比	22
4	电磁场与电磁波 (Electromagnetic Fields and Waves)	23
4.1	位移电流与全电流定律	23
4.1.1	位移电流 (Displacement Current)	23
4.1.2	全电流定律	24
4.2	典型例题：电容器充电时的安培环路定理应用	25
4.3	麦克斯韦方程组 (Maxwell's Equations)	26
4.4	电磁波 (Electromagnetic Waves)	26
4.4.1	产生与验证	26
4.4.2	电磁波的基本性质	27
4.4.3	电磁波的能量与坡印廷矢量	28
4.4.4	电磁波谱	28
5	光的干涉 (Interference of Light)	29
5.1	相干光 (Coherent Light)	29
5.1.1	相干条件	29
5.1.2	干涉理论	29
5.1.3	光程	30
5.2	杨氏干涉 (Young's Interference)	30
5.2.1	几何关系与小角度近似	30
5.2.2	明暗纹条件	30
5.2.3	条纹间距	30
5.3	杨氏干涉变式 · 半波损失问题	31
5.4	分振幅干涉	32
5.4.1	薄膜干涉	32
5.4.2	等倾干涉	34
5.4.3	等厚干涉	34
5.5	迈克尔逊干涉仪	36
6	光的衍射 (Diffraction of Light)	37
6.1	惠更斯-菲涅耳原理 (Huygens-Fresnel Principle)	37

6.2	单缝夫琅禾费衍射 (Single Slit Fraunhofer Diffraction)	37
6.2.1	装置与光强分布	37
6.2.2	半波带法 (Method of Half-Period Zones)	38
6.2.3	衍射条纹的角宽度与线宽度	39
6.3	圆孔衍射 (Diffraction by a Circular Aperture)	40
6.4	光学仪器的分辨本领 (Resolving Power)	40
6.5	光栅衍射 (Diffraction Grating)	41
6.5.1	光栅衍射的理论推导 (Theory of Grating Diffraction)	41
6.5.2	总光强公式	43
6.5.3	缺级现象 (Missing Orders)	44
6.5.4	光栅光谱 (Grating Spectrum)	45
7	光的偏振 (Polarization of Light)	46
7.1	自然光与偏振光	46
7.2	圆 (椭圆) 偏振光	47
7.2.1	振动合成图示	47
7.3	起偏与检偏 (Polarization and Analysis)	48
7.4	反射光与折射光的偏振	49
7.4.1	布儒斯特定律 (Brewster's Law)	49
7.4.2	玻璃堆 (Pile of Plates)	50
7.5	双折射现象 (Birefringence)	50
7.5.1	基本概念	50
7.5.2	光轴与主截面	51
7.5.3	波晶片 (Retardation Plates)	51
8	狭义相对论 (Special Relativity)	52
8.1	洛伦兹时空变换	52
8.2	洛伦兹速度变换	53
8.3	狭义相对论的时空观	53
8.3.1	同时性的相对性	53
8.3.2	长度收缩 (Length Contraction)	54
8.3.3	时间延缓 (Time Dilation)	54
8.4	相对论动力学 (Relativistic Dynamics)	55
8.4.1	基本物理量	55
8.4.2	能量-动量关系与能量三角形	55
9	早期量子论 (Early Quantum Theory)	57
9.1	热辐射与黑体辐射	57

9.2	光电效应 (Photoelectric Effect)	57
9.3	康普顿效应 (Compton Effect)	58
9.3.1	康普顿散射公式	58
9.3.2	公式推导逻辑 (基于能量与动量守恒)	58
9.3.3	如何解题 (重要总结)	59
9.4	氢原子波尔理论	59
9.4.1	光谱规律	59
9.4.2	氢原子模型	60
10	量子力学基础 (Quantum Mechanics Basic)	61
10.1	基本物理常数与关系	61
10.2	波函数与薛定谔方程	61
10.3	典型一维势场模型	62
10.3.1	一维无限深势阱	62
10.3.2	一维势垒贯穿	62
10.3.3	一维谐振子	62

1 真空中的电磁场 (Electromagnetic Field)

1.1 恒定电流

1. 电流密度

$$\vec{j} = \frac{dI}{dS_0} \cdot \vec{n}$$

其中 S_0 指的是垂直与电流的微元平面及大小可以写成 $j = \frac{dI}{S \cos \theta}$ 其中 n 的方向就是平面的法向方向

2. 电流的连续性方程流出去的电荷量大小等于闭合曲面减小的电荷量

$$\iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = -\frac{dQ}{dt}$$

3. 稳恒电流的条件就是流进流出的电流相等了

$$\iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

4. 微分形式欧姆定律: 我们知道欧姆定律 $I = \frac{U}{R}$ 还有电阻的表达式 $R = \rho \frac{L}{S}$ 我们取一个微元管做欧姆定律 $dI = \frac{V - (V + dV)}{\rho(\frac{dl}{dS})}$ 可以得到 $\frac{dI}{dS} = \frac{1}{\rho}(-\frac{dV}{dl})$, 把 ρ 的倒数记作电导率 σ 可以得到

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

和宏观下的欧姆定律对比记忆

$$I = \frac{1}{R} U$$

5. 电源电动势的定义:

非静电力将单位正电荷从负极经过电源内部移到正极所做的功

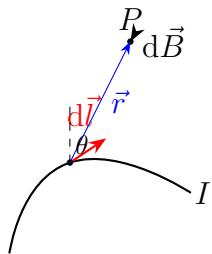
$$\varepsilon = \int_{B(-)}^{A(+)} \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

也可以用闭合回路积分来进行定义非静电力将单位正电荷绕闭合回路移动一周所做的功

$$\varepsilon = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l}$$

1.2 磁场与毕奥-萨伐尔定律

1.2.1 毕奥-萨伐尔定律 (Biot-Savart Law)



矢量表达式:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \times \vec{r}}{r^3}$$

计算大小时 (通常方向配合右手定则判断):

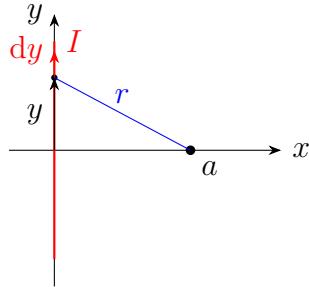
$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \theta}{r^2}$$

1.2.2 典型算例 (结论必须记)

根据毕奥-萨伐尔定律:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idy \sin \theta}{r^2}$$

1. 有限长直导线



换元积分技巧: 取 θ 为变量。令 $y = \frac{a}{\tan \theta} = a \cot \theta$, 则:

$$dy = -\frac{a}{\sin^2 \theta} d\theta, \quad r = \frac{a}{\sin \theta}$$

代入整理可得:

$$dB = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \sin \theta d\theta$$

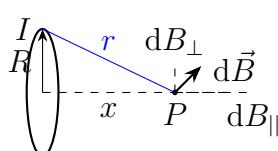
积分 $B = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dB$, 结果为: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2)$

特例: 无限长直导线 ($\theta_1 \rightarrow 0, \theta_2 \rightarrow \pi$)

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

由对称性, 垂直轴分量 dB_\perp 相互抵消, 只积分平行

2. 载流圆环(轴线上)



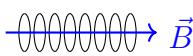
$$dB_\parallel = dB \sin \alpha = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cdot \frac{R}{r}$$

积分后 ($\oint dl = 2\pi R$): $B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2 + x^2)^{3/2}}$

当 $x = 0$ (圆心处): $B = \frac{\mu_0 I}{2R}$

设 n 为单位长度匝数。

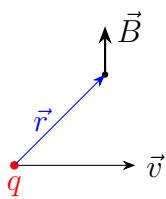
3. 载流密绕直螺线管



- 中心处: $B = \mu_0 n I$

- 端口处: $B = \frac{1}{2} \mu_0 n I$

1.2.3 运动电荷的磁场



矢量式:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$$

大小:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin \theta}{r^2}$$

1.3 高斯定理和安培环路定理

高斯定理

$$\iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

安培环路定理

$$\int_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$$

用安培环路定理来求解 B 往往会方便很多

这里不给例题了, 计算比较 easy

1.4 磁场产生力的作用

1.4.1 磁场对载流导线的作用

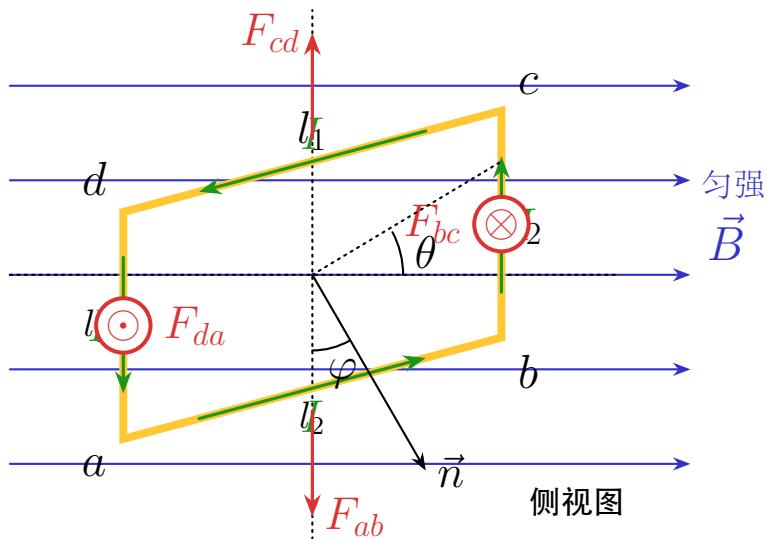
$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

在均匀磁场里面, 因为 B 可以提出来, 导线的电流又处处相等, 然后可以积分只对 dl 做, 最后做出来就是起点到终点, 所以说最后有

$$\vec{F}_{\widehat{MN}} = F_{\overline{MN}}$$

1.4.2 均匀磁场对载流线圈的磁力矩

载流线圈所受的磁力矩:



$$M = NISB \sin \phi$$

磁力矩的一般表达式: N匝线圈的磁矩:

$$\vec{P}_m = NIS\vec{n}$$

该载流线圈受到的磁力矩:

$$\vec{M} = \vec{P}_m \times \vec{B}$$

磁力矩的做功:

$$\begin{aligned} dA &= \vec{M} \cdot d\vec{\varphi} \\ &= -Md\varphi = -NISB \sin \varphi d\varphi \\ &= NISB d(\cos \varphi) = NI d\Phi \\ A &= \int dA = \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} NI d\Phi = NI \Delta\Phi \end{aligned}$$

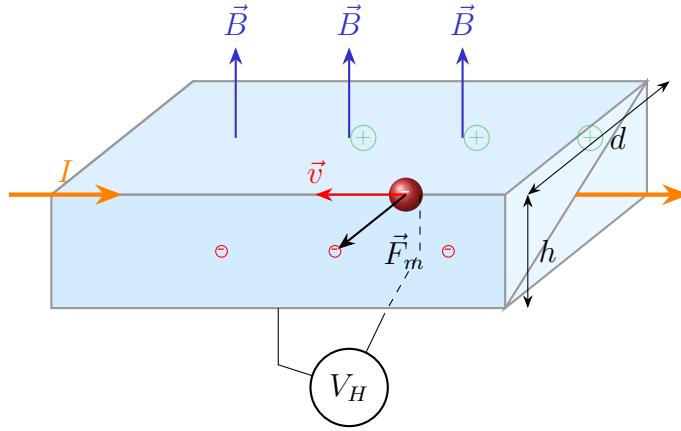
1.5 磁场对运动电荷的作用

洛伦兹力公式:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

应用:

1. 速度选择器 $v = \frac{E}{B}$
2. 质谱仪 $R = \frac{mv}{qB}$



3. 霍尔效应

当电流 I 垂直于磁场 B 流过导体时，载流子受到洛伦兹力 \vec{F}_m 发生偏转，在导体两侧堆积，形成横向电场 \vec{E}_H （霍尔电场）。当稳态时，电场力与洛伦兹力平衡：

$$\begin{aligned}\vec{F}_e + \vec{F}_m &= 0 \\ qE_H &= qvB\end{aligned}$$

消去 q 可得霍尔电场大小：

$$E_H = vB \quad (1)$$

霍尔电压 V_H 是电场在宽度 d 上的积分：

$$V_H = E_H \cdot w = vBd$$

根据电流的微观定义式，电流 I 与载流子漂移速度 v 的关系为：

$$I = nqvS = nqv(d \cdot h)$$

其中 $S = d \cdot h$ 为横截面积。由此解出速度 v ：

$$v = \frac{I}{nqdh}$$

将速度 v 代入电压表达式：

$$\begin{aligned}V_H &= \left(\frac{I}{nqdh} \right) \cdot B \cdot d \\ &= \frac{IB}{nqh}\end{aligned}$$

这里我们定义 霍尔系数 R_H ：

$$R_H = \frac{1}{nq}$$

于是霍尔电压可以写成最经典的形式：

$$V_H = R_H \frac{IB}{h}$$

- **判断载流子类型:**

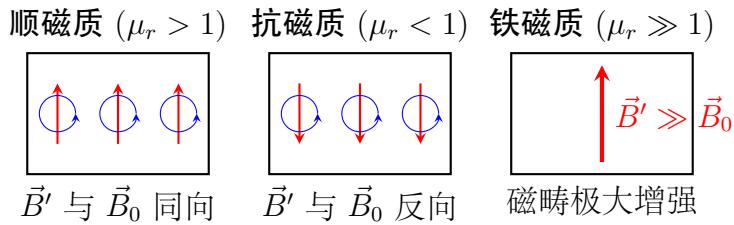
- 若 $V_H < 0$ (即 $R_H < 0$)，则载流子为电子 ($q = -e$)，多见于金属和 N 型半导体。
- 若 $V_H > 0$ (即 $R_H > 0$)，则载流子为空穴 ($q = +e$)，多见于 P 型半导体。
- **测量磁场:** 已知 R_H 的探头 (霍尔元件) 可以通过测量 V_H 来反推 B 的大小。
- **反比于厚度:** $V_H \propto \frac{1}{h}$ ，因此为了获得明显的霍尔电压，霍尔元件通常做得非常薄。

2 磁介质 (Magnetic Dielectrics)

2.1 磁介质的磁化与分类

顺磁质 分子/原子固有的 $m \neq 0$ 。当有 $B_{\text{外}}$ 作用时，导致往 $B_{\text{外}}$ 的方向偏转，产生正向的 $B'_{\text{附}}$ 。

逆磁质 则产生相反的附加磁场。



微观机制 (Microscopic Mechanism):

- 分子电流假说：电子绕核运动 + 电子自旋 = 分子磁矩 \vec{p}_m 。
- 磁化强度 (Magnetization) \vec{M} : 单位体积内分子磁矩的矢量和。

$$\vec{M} = \frac{\sum \vec{p}_m}{V} \quad (2)$$

- 磁化电流 (Magnetization Current) I_s :
介质内部电流相互抵消，宏观上只表现为表面电流。
关系式: $\vec{j}_s = \vec{M} \times \vec{n}$ (一般只需记住 $I_s = \oint \vec{M} \cdot d\vec{l}$)
- 注意这里的 j_s 他指的是描述电流在非常薄的表面层上的情况 (截面上单位宽度流出的电流), Eg. 考虑一个薄圆柱面, 我们有 $I = j_s \cdot 2\pi R$

2.2 磁介质中的安培环路定理

核心逻辑：引入辅助量 \vec{H}

由于磁化电流 I_s 难以直接测量，我们引入磁场强度 \vec{H} ，使得环路积分只与传导电流 I_c (Free Current) 有关。

定义与定理：

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (3)$$

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_{\text{free}} \quad (\text{只包围传导电流!}) \quad (4)$$

通过推导磁场强度的定义

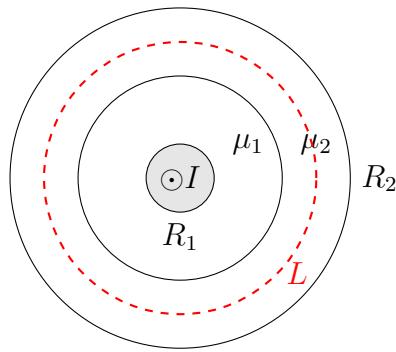
$$\begin{aligned} B &= \mu_0(H + M) \quad (M = \chi_m H) \\ &= \mu_0(H + \chi_m H) \\ &= \mu_0(1 + \chi_m)H \\ &= \mu_0\mu_r H \end{aligned}$$

其中 χ_m 称为磁导率，满足有 $\chi_m = \mu_r - 1$

本构关系 (Constitutive Relations): 对于各向同性线性介质：

- $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$
- $\vec{M} = \chi_m \vec{H} = (\mu_r - 1) \vec{H}$
- $\mu = \mu_0(1 + \chi_m)$

2.2.1 典型模型：同轴电缆填磁介质



解题三部曲 (Strategy)：

1. 求 \mathbf{H} : 利用对称性应用安培环路定理。

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = H \cdot 2\pi r = I \implies H = \frac{I}{2\pi r}$$

* 注意: H 的分布与介质无关, 只与传导电流 I 有关 (在高度对称情况下)。

2. 求 \mathbf{B} : 利用 $\vec{B} = \mu \vec{H}$ 。

介质 1 中: $B_1 = \mu_1 \frac{I}{2\pi r}$; 介质 2 中: $B_2 = \mu_2 \frac{I}{2\pi r}$ 。

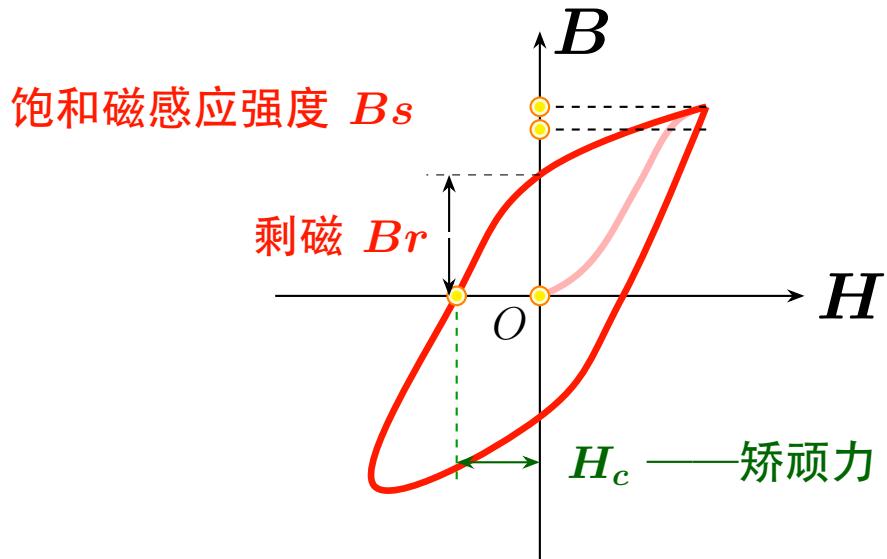
3. 求 \mathbf{M} 和 I_s :

$$M = (\mu_r - 1)H.$$

表面磁化电流密度 $j_s = M$ (切向)。

2.3 铁磁质 (Ferromagnetism)

2.3.1 磁滞回线 (Hysteresis Loop)



关键概念：

- 非线性： μ_r 不是常数，随 H 变化， $\mu_r \gg 1$ 。
- 磁滞 (Hysteresis)： B 的变化落后于 H 。
 - 剩磁 (Remanence, B_r)： $H = 0$ 时，仍有磁性。
 - 矫顽力 (Coercivity, H_c)：使 $B = 0$ 所需的反向磁场。
- 居里点 (Curie Point, T_c)：温度超过 T_c 时，铁磁质变为顺磁质 (磁畴瓦解)。

材料分类：

- 软磁 (Soft)：磁滞环瘦窄，易磁化易退磁 (变压器铁芯)。
- 硬磁 (Hard)：磁滞环肥大， B_r, H_c 大 (永久磁铁)。

2.4 总结：高斯定理与安培定理对比

定理	真空形式	介质形式
高斯定理	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ (永远为 0)
安培定理	$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$	$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_{\text{free}}$

3 电磁感应 (Electromagnetic Induction)

3.1 法拉第电磁感应定律 (Faraday's Law)

3.1.1 基本定律

楞次定律 (Lenz's Law) 感应电流的方向总是使得它所激发的磁场阻碍引起感应电流的磁通量的变化。(核心: 效果反抗原因)

法拉第定律 感应电动势的大小与磁通量的变化率成正比。

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (5)$$

其中负号代表楞次定律 (阻碍磁通量变化)。

3.1.2 多匝线圈与磁链

对于 N 匝线圈, 总电动势为各匝之和:

$$\mathcal{E} = -N\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(N\Phi)}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt} \quad (6)$$

- **磁链 (Flux Linkage):** $\Psi = N\Phi$

3.1.3 感应电荷量 (Induced Charge)

推导: 由欧姆定律 $I = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$, 积分求电荷量:

$$q = \int I dt = \int -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} dt = -\frac{1}{R} \int d\Phi \quad (7)$$

重要结论

感应电荷量计算公式:

$$q = -\frac{1}{R}\Delta\Phi = -\frac{1}{R}(\Phi_2 - \Phi_1) \quad (8)$$

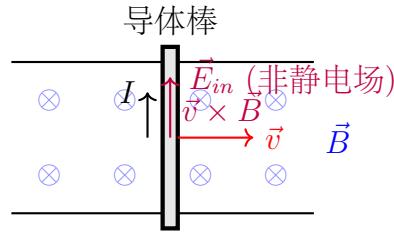
* 注: 电荷量 q 仅与磁通量的变化量 $\Delta\Phi$ 有关, 与变化快慢无关。

3.2 动生与感生电动势

3.2.1 动生电动势 (Motional EMF)

定义与本质：由导体在磁场中运动产生。本质是洛伦兹力 (F_m) 充当非静电力。

$$\mathcal{E}_{in} = \int (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l} \quad (9)$$



计算步骤 (Calculation Strategy):

1. 确定方向：先把 $\vec{v} \times \vec{B}$ 的方向表示出来（确定电源正负极）。

2. 路径积分：

$$\mathcal{E} = \int \vec{E}_{in} \cdot d\vec{l} = \int v B \cos \theta \, dl \quad (10)$$

其中 θ 为 $\vec{v} \times \vec{B}$ 与 $d\vec{l}$ 的夹角。

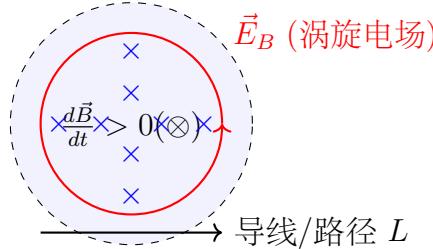
3.2.2 感生电动势 (Induced EMF)

定义与本质：由磁场随时间变化产生。本质是变化的磁场激发了感生电场（或称涡旋电场 \vec{E}_k ）。

$$\mathcal{E}_i = \oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (11)$$

涡旋电场 (Vortex Electric Field) \vec{E}_B 的性质：

- **涡旋性：**电场线是闭合曲线（无头无尾）。
- **非保守场：**环路积分不为零 $\oint \vec{E}_B \cdot d\vec{l} \neq 0$, 不能引入电势概念。



计算非闭合电路电动势

计算方法：

1. 闭合回路：

$$\mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

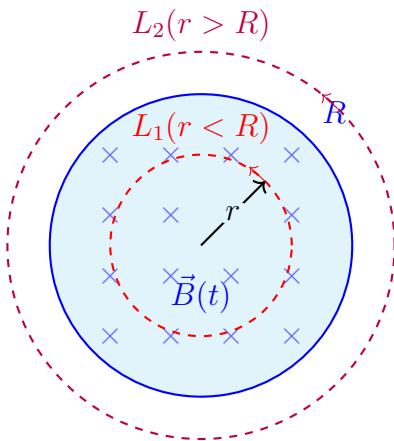
2. 一段导体棒（非闭合）：

非闭合路径计算

即使没有闭合回路，变化的磁场依然在空间产生 \vec{E}_B 。一段路径 ab 上的感生电动势为：

$$\mathcal{E}_i = \int_a^b \vec{E}_B \cdot d\vec{l} \quad (12)$$

模型描述：在半径为 R 的长圆柱空间内，存在随时间变化的均匀磁场 $\vec{B}(t)$ ，且 $\frac{dB}{dt} \neq 0$ 。求空间中感生电场 \vec{E}_B 的分布。



解法思路：利用感生电动势定义 $\oint_L \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$ 。由对称性可知， \vec{E}_B 沿切向分布。

情形 1：内部点 ($r \leq R$) • 磁通量: $\Phi = \pi r^2 B$

- 环路积分: $\oint \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = E_B \cdot 2\pi r$
- 求解: $E_B \cdot 2\pi r = \left| \frac{d(\pi r^2 B)}{dt} \right| \implies E_B = \frac{r}{2} \left| \frac{dB}{dt} \right|$

情形 2：外部点 ($r \geq R$) • 磁通量: $\Phi = \pi R^2 B$ (注意: 磁场只存在于 R 范围内)

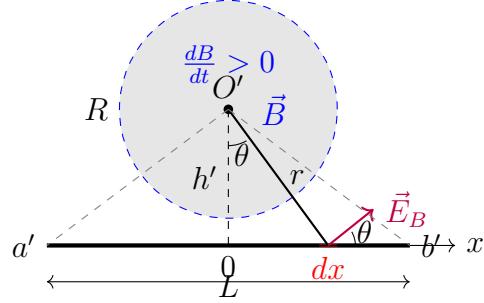
- 环路积分: $\oint \vec{E}_B \cdot d\vec{l} = E_B \cdot 2\pi r$
- 求解: $E_B \cdot 2\pi r = \left| \frac{d(\pi R^2 B)}{dt} \right| \implies E_B = \frac{R^2}{2r} \left| \frac{dB}{dt} \right|$

结论：感生电场分布公式

$$E_B = \begin{cases} -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt} & (r \leq R) \text{ 与半径成正比} \\ -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} & (r \geq R) \text{ 与半径成反比} \end{cases} \quad (13)$$

3.2.3 导体棒上的感生电动势计算

题目：已知外部某点感生电场 $E_B = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$ 。求放置在磁场区域外、长度为 L 、距离中心距离为 h' 的导体棒 $a'b'$ 上的感生电动势。



3.2.4 方法一：直接积分法（定义法）

利用上一节导出的外部场公式 $E_B = \frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$ 。

1. 取微元：在棒上距中心 x 处取微元 dx 。
2. 分析方向： \vec{E}_B 垂直于 r ，与棒的夹角为 θ 。有效分量为 $E_B \cos \theta$ 。
3. 建立积分式：

$$d\mathcal{E} = \vec{E}_B \cdot d\vec{x} = E_B \cos \theta dx = \left(\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt} \right) \frac{h'}{r} dx$$

代入 $r^2 = h'^2 + x^2$ ，得：

$$d\mathcal{E} = \frac{R^2}{2} \frac{dB}{dt} \frac{h'}{h'^2 + x^2} dx$$

4. 积分求解：

$$\mathcal{E}_{a'b'} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{R^2}{2} \frac{dB}{dt} \frac{h'}{h'^2 + x^2} dx$$

利用积分公式 $\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a}$ ：

$$\mathcal{E}_{a'b'} = R^2 \frac{dB}{dt} \arctan \left(\frac{L}{2h'} \right) \quad (14)$$

3.2.5 方法二：补全回路法（法拉第定律）

构造闭合回路 $O' - a' - b' - O'$ 。

1. 回路电动势：

$$\mathcal{E}_{\text{总}} = \mathcal{E}_{a'b'} + \mathcal{E}_{b'O'} + \mathcal{E}_{O'a'} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

2. 分析径向路段：在路径 $b' \rightarrow O'$ 和 $O' \rightarrow a'$ 上，感生电场 \vec{E}_B 始终垂直于路径 ($\vec{E}_B \perp d\vec{l}$)。

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{b'O'} = 0, \quad \mathcal{E}_{O'a'} = 0$$

3. 结论:

$$\mathcal{E}_{a'b'} = \mathcal{E}_{\text{总}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

此处 Φ 为三角形 $O'a'b'$ 与磁场区域重叠部分（扇形）的磁通量。计算结果与积分法一致。

3.3 自感与互感 (Self-Inductance & Mutual Inductance)

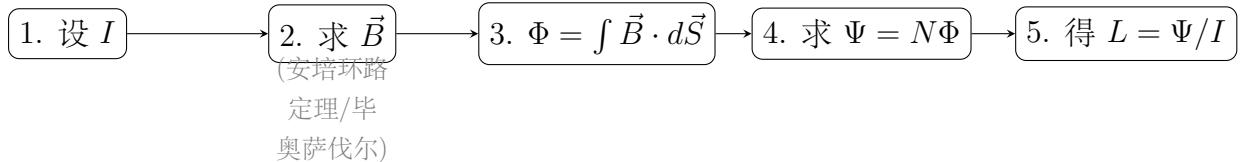
3.3.1 自感 (Self-Inductance)

定义与物理机制 物理图景: 回路中电流的变化 $\Delta I \rightarrow$ 引起穿过回路自身的磁通量变化 $\Delta\Psi \rightarrow$ 在回路自身产生感应电动势 \mathcal{E}_L 。

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} \quad (15)$$

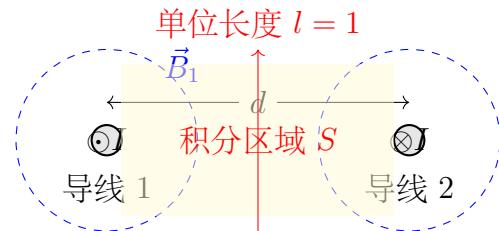
其中 Ψ 为磁链, L 称为自感系数 (只与线圈形状、尺寸、匝数及磁介质有关)。

自感系数的计算流程 (Standard Calculation Strategy) 笔记中提到的核心计算逻辑 (假设-推导法):



经典实例: 平行长直导线 (Transmission Line) 问题: 两根无限长直导线, 半径为 a , 中心间距为 d , 通有等值反向电流 I 。

思考 (Why?): 由于导线无限长, 总磁通量 $\Phi \rightarrow \infty$, 因此通常计算单位长度的自感。



注: 两导线间的磁场同向叠加, 需对 $B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d-r)}$ 进行积分。

自感电动势

$$\mathcal{E}_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(LI)}{dt} \quad (16)$$

若回路几何形状不变 (L 为常数):

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt} \quad (17)$$

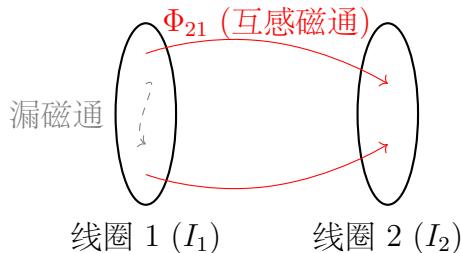
物理意义：自感电动势总是阻碍电流的变化（电惯性）。

3.3.2 互感 (Mutual Inductance)

定义与互感系数 场景：两个邻近线圈，线圈 1 的电流 I_1 产生磁场，部分磁场线穿过线圈 2。

- Ψ_{21} : 线圈 1 的电流在线圈 2 中产生的磁链。

- 定义： $M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{I_1}$



互感及其重要性质

互感相等定理 (Reciprocity Theorem)

尽管两个线圈形状、匝数可能完全不同，但理论可证明：

$$M_{12} = M_{21} = M \quad (18)$$

为什么引入互感系数？(Insight from Note)

- **直接计算困难：**直接利用 $\Psi = \iint \vec{B}_1 \cdot d\vec{S}_2$ 计算往往涉及复杂的空间积分。
- **M 的优越性：** M 仅取决于两个线圈的**几何形状、相对位置和磁介质**。
- **解题策略：**只要确定了结构材料， M 就是定值。之后只需代入公式 $\mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt}$ 即可，无需每次都做积分。

互感电动势

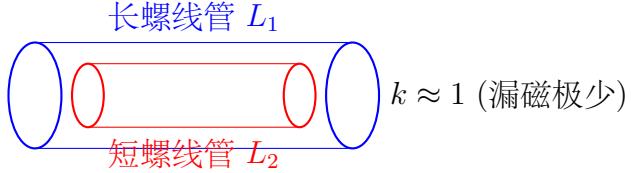
$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 = -M \frac{dI_2}{dt} & (\text{线圈 2 变化引起线圈 1 感应}) \\ \mathcal{E}_2 = -M \frac{dI_1}{dt} & (\text{线圈 1 变化引起线圈 2 感应}) \end{cases} \quad (19)$$

3.3.3 耦合系数 (Coupling Coefficient)

由于存在漏磁 (Flux Leakage)，线圈 1 产生的磁通不可能全部穿过线圈 2。

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \quad (0 \leq k \leq 1) \quad (20)$$

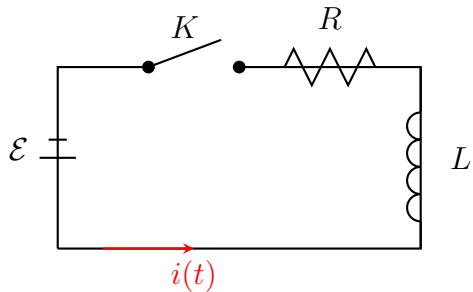
- $k = 1$: 全耦合 (无漏磁)。例如：密绕长直螺线管套在另一个上面 (笔记底部的图示)。
- $k = 0$: 无耦合。例如：两线圈互相垂直。



3.4 磁场能量 (Magnetic Field Energy)

3.4.1 自感磁能 (Self-Inductance Energy)

RL 电路建立过程的能量分析：考虑一个由电源 \mathcal{E} 、电阻 R 和电感 L 组成的串联电路。闭合开关 K 后，电流 i 从 0 逐渐增加到稳定值 I 。



推导过程：根据基尔霍夫电压定律 (KVL)，回路方程为：

$$\mathcal{E} = L \frac{di}{dt} + iR \quad (21)$$

方程两边同乘 idt (即在 dt 时间内的能量微分)：

$$\underbrace{\mathcal{E} idt}_{\text{电源做功}} = \underbrace{Lidi}_{\text{磁场储能}} + \underbrace{i^2 R dt}_{\text{电阻焦耳热}} \quad (22)$$

对整个建立过程 ($i : 0 \rightarrow I$) 积分：

$$\int_0^t \mathcal{E} idt = \int_0^I Lidi + \int_0^t i^2 R dt$$

其中，电源反抗自感电动势所做的功，转化为**磁场能量** W_m ：

$$W_m = \int_0^I Lidi = \frac{1}{2} LI^2 \quad (23)$$

结论

通过线圈的电流为 I 时，线圈中储存的磁能为：

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 \quad (24)$$

3.4.2 磁场能量密度 (Magnetic Energy Density)

从长直螺线管特例推广：笔记中利用长直螺线管模型推导了能量与磁场强度 \vec{B} 的关系。

- 螺线管参数: $L = \mu n^2 V$, 磁场 $B = \mu n I \implies I = \frac{B}{\mu n}$ 。
- 代入 W_m 公式:

$$W_m = \frac{1}{2}(\mu n^2 V) \left(\frac{B}{\mu n} \right)^2 = \frac{B^2}{2\mu} V$$

由此引入磁场能量密度 w_m (单位体积内的磁场能量):

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B^2}{2\mu} \quad (25)$$

结合本构关系 $\vec{B} = \mu \vec{H}$, 可得三种形式:

$$w_m = \frac{B^2}{2\mu} = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}\vec{B} \cdot \vec{H} \quad (26)$$

总能量积分形式：对于非均匀磁场，总能量为能量密度在整个体积上的积分:

$$W = \iiint_V w_m dV = \iiint_V \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H} dV \quad (27)$$

3.4.3 补充：电场能与磁场能的完美类比

比较项目	静电场 (Electrostatics)	稳恒磁场 (Magnetostatics)
基本元件	电容器 C	电感器 L
储能公式	$W_e = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$	$W_m = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}\frac{\Psi^2}{L}$
能量密度	$w_e = \frac{1}{2}\epsilon E^2 = \frac{1}{2}\vec{D} \cdot \vec{E}$	$w_m = \frac{1}{2}\mu H^2 = \frac{1}{2}\vec{B} \cdot \vec{H}$
储能位置	电场存在的空间	磁场存在的空间

物理本质 (Physical Insight): 能量不是储存在导线或电荷上，而是储存在场 (Field) 中。公式 $W_m = \frac{1}{2}LI^2$ 是集总参数 (电路) 的观点，而 $W = \int \frac{B^2}{2\mu} dV$ 则是场论的观点。

4 电磁场与电磁波 (Electromagnetic Fields and Waves)

4.1 位移电流与全电流定律

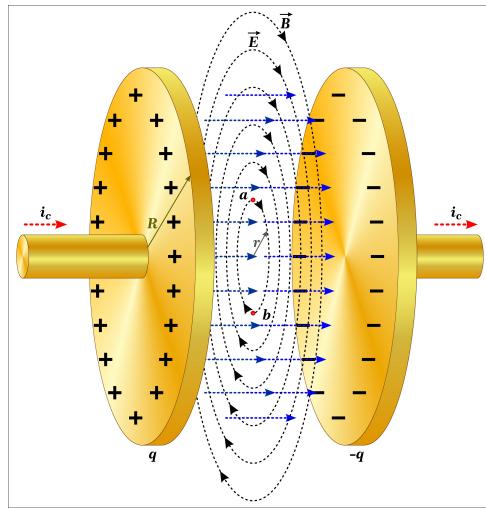


图 1: 传导电流的产生

理论上电流产生磁场而电流遇到极板后由于中间绝缘所以中间没有电流, 但是依然在中间产生磁场, 为什么会产生磁场? 电子在极板上面堆积, 产生越来越强的电场, 麦克斯韦做出一个假设, 只要电场在变化, 他就能产生磁场

4.1.1 位移电流 (Displacement Current)

麦克斯韦提出假设: 变化的电场也能激发磁场。

定义 : 通过电位移通量 Φ_D 对时间的变化率来定义位移电流。

$$I_d = \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (28)$$

位移电流密度 :

$$\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (29)$$

物理性质：

- 不是电荷的定向移动，不产生焦耳热。
- 与传导电流一样，能激发磁场。
- 在真空中也能存在（只要有变化的电场）。

4.1.2 全电流定律

引入位移电流后，电流在空间上是连续的。全电流 $I_{total} = I_c + I_d$ 。

全电流安培环路定理

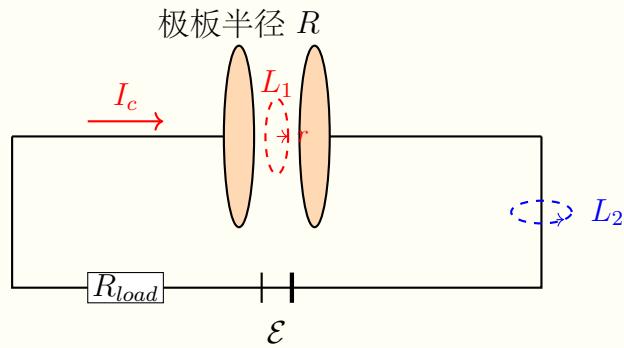
$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \left(\vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot d\vec{S} \quad (30)$$

表明：传导电流和变化的电场（位移电流）都能激发磁场。

4.2 典型例题：电容器充电时的安培环路定理应用

例题：磁场环流与全电流

题目：如图所示，平板电容器（忽略边缘效应）处于充电状态。设 H 为磁场强度，求沿环路 L_1 （极板间，半径为 r ）和 L_2 （导线周围）的磁场强度环流 $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l}$ 的大小关系。已知极板半径为 R ，且 $r < R$ 。



选项：

- A. $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} > \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}$
- B. $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} < \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}$ (✓ 正确答案)
- C. $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}$
- D. $\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = 0$

详细解析

本题考查全电流安培环路定理在不同区域的应用。定理的通用表达式为：

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum I_{\text{内}} = I_c + I_d \quad (31)$$

1. 分析外部环路 L_2 ：

- 包围电流：该区域只有传导电流 I_c ，没有位移电流（导线外无变化电场通量）。
- 环流计算：

$$\oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_c \quad (32)$$

2. 分析内部环路 L_1 :

- **包围电流:** 该区域是真空/介质, 传导电流 $I_c = 0$ 。但存在随时间变化的电场, 即包围了位移电流 I_d 。
- **位移电流的计算:** 根据全电流连续性, 极板间的总位移电流等于导线上的传导电流, 即 $I_{d,\text{total}} = I_c$ 。假设极板间电场均匀, 位移电流密度 J_d 也是均匀的:

$$J_d = \frac{I_{d,\text{total}}}{\text{极板面积}} = \frac{I_c}{\pi R^2}$$

则 L_1 所包围的位移电流为:

$$I_{d,\text{enclosed}} = J_d \cdot S_{L_1} = \frac{I_c}{\pi R^2} \cdot (\pi r^2) = \frac{r^2}{R^2} I_c \quad (33)$$

- **环流计算:**

$$\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{r^2}{R^2} I_c \quad (34)$$

3. 结论比较: 由于 L_1 在极板内部, 故 $r < R$, 因此 $\frac{r^2}{R^2} < 1$ 。

$$\oint_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \frac{r^2}{R^2} I_c < I_c = \oint_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

所以, 选项 **B** 正确。

4.3 麦克斯韦方程组 (Maxwell's Equations)

麦克斯韦方程组概括了电磁场的基本规律, 是电磁场理论的核心。

4.4 电磁波 (Electromagnetic Waves)

4.4.1 产生与验证

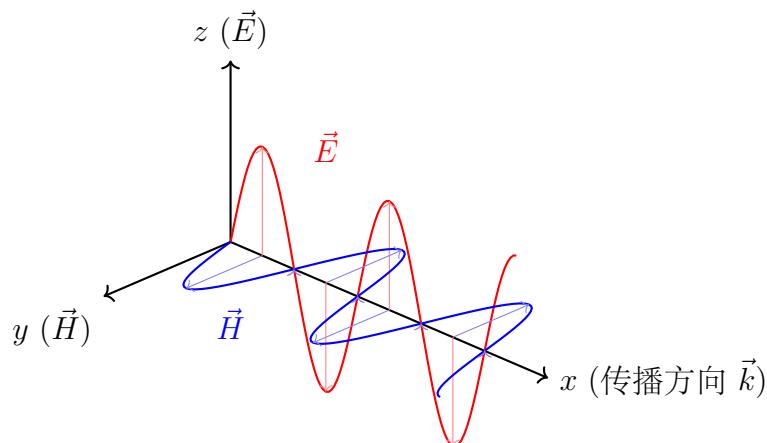
- **预言:** 麦克斯韦从方程组导出波动方程, 预言了电磁波的存在, 且波速等于光速 c 。
- **验证:** 赫兹 (Hertz) 通过火花放电实验证实了电磁波的存在。
- **发射机制:** LC 振荡电路 \rightarrow 开放电路 \rightarrow 电偶极子 (Electric Dipole)。

物理意义	积分形式	微分形式
电场的高斯定理 (有源场, 电荷产生电场)	$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_0$	$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_0$
磁场的高斯定理 (无源场, 磁单极子不存在)	$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$	$\nabla \cdot \vec{B} = 0$
法拉第电磁感应定律 (变化的磁场激发涡旋电场)	$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$	$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
全电流安培环路定理 (电流和变化电场激发磁场)	$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = I + \iint_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$	$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

4.4.2 电磁波的基本性质

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \mu \frac{p_0 \omega^2}{4\pi r} \sin \theta \cos \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) = \vec{E}_0 \cos \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) \\ \vec{H} &= \sqrt{\epsilon \mu} \frac{p_0 \omega^2}{4\pi r} \sin \theta \cos \omega \left(t - \frac{r}{u} \right) = \vec{H}_0 \cos \omega \left(t - \frac{r}{u} \right)\end{aligned}$$

1. **横波性:** 电场 \vec{E} 、磁场 \vec{H} 和传播方向 \vec{v} 两两垂直, 构成右手螺旋关系 ($\vec{E} \times \vec{H} // \vec{v}$)。
2. **同相位:** \vec{E} 和 \vec{H} 在空间任一点的振动相位相同。
3. **波速:** 真空中 $u = c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
4. **能量关系:** $\sqrt{\epsilon} E = \sqrt{\mu} H$, 且 $w_e = w_m$ (电场能密度等于磁场能密度)。



4.4.3 电磁波的能量与坡印廷矢量

能量密度 : $w = w_e + w_m = \epsilon E^2 = \mu H^2$ 。

能流密度 (坡印廷矢量 Poynting Vector) : 描述能量传播的快慢和方向。

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (35)$$

平均能流密度 (波强) :

$$\bar{S} = \frac{1}{2} E_0 H_0 \propto E_0^2 \quad (36)$$

4.4.4 电磁波谱

按波长从长到短排列:

- 无线电波 → 微波 → 红外线 → 可见光 (400nm - 760nm) → 紫外线 → X 射线
→ γ 射线。

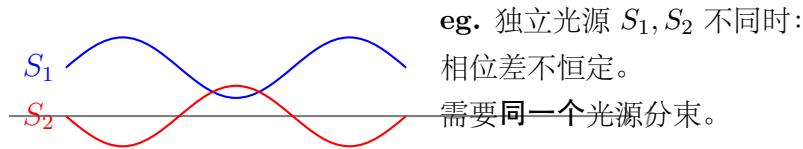
5 光的干涉 (Interference of Light)

5.1 相干光 (Coherent Light)

5.1.1 相干条件

要观察到稳定的干涉图样，光源必须满足以下三个条件：

1. 同频：频率相同 ($f_1 = f_2$)。
2. 振动方向相同：电矢量 \vec{E} 的振动方向一致。
3. 恒定相位差： $\Delta\varphi = \text{constant}$ 。



5.1.2 干涉理论

设两列相干光的波函数为：

$$E_{1p} = E_{10} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_1 + \varphi_{10}\right) \quad (37)$$

$$E_{2p} = E_{20} \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} r_2 + \varphi_{20}\right) \quad (38)$$

合成后，P 点的总光强 $I_p \propto E_p^2$ 。根据叠加原理，合成波的振幅平方为：

$$E_p^2 = E_{10}^2 + E_{20}^2 + 2E_{10}E_{20} \cos \Delta\varphi \quad (39)$$

其中相位差 $\Delta\varphi$ 为：

$$\Delta\varphi = (\varphi_{20} - \varphi_{10}) - \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) \quad (40)$$

主要看 $\Delta\varphi$ 的取值讨论干涉结果：

- 当 $\Delta\varphi = \pm 2k\pi$ ($k = 0, 1, 2 \dots$) 时， $\cos \Delta\varphi = 1$ ， I_p 取最大值，为干涉加强。

- 当 $\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) 时, $\cos \Delta\varphi = -1$, I_p 取最小值, 为干涉减弱。

特例: 若初相位相同 ($\varphi_{10} = \varphi_{20}$), 则相位差取决于光程差 $\delta = r_2 - r_1$:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\delta \quad (41)$$

5.1.3 光程

- 光程: 光在介质中传播距离和折射率的乘积

$$L = nl$$

- 理想透镜不产生附加光程差

5.2 杨氏干涉 (Young's Interference)

5.2.1 几何关系与小角度近似

在杨氏双缝实验中, 设双缝间距为 d , 屏到缝的距离为 D , 屏上一点 P 到中心的距离为 x 。由小角度近似条件 ($D \gg d, D \gg x$):

$$\begin{aligned} \theta &\approx \tan \theta = \frac{x}{D} \\ \theta &\approx \sin \theta = \frac{\delta}{d} \\ \text{则光程差: } \delta &= \frac{d}{D}x \end{aligned} \quad (42)$$

5.2.2 明暗纹条件

根据光程差条件:

$$\delta = \frac{d}{D}x = \begin{cases} \pm k\lambda & \text{明纹 (Bright), } k = 0, 1, 2, \dots \\ \pm(2k-1)\frac{\lambda}{2} & \text{暗纹 (Dark), } k = 1, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (43)$$

注: 中央明纹对应 $k = 0$; 第一级暗纹对应 $k = 1$ 。

5.2.3 条纹间距

相邻两条明纹 (或暗纹) 中心的间距 Δx 是恒定的:

$$\Delta x = \frac{D}{d}\lambda$$

(44)

5.3 杨氏干涉变式 · 半波损失问题

1. 洛埃镜 (Lloyd's Mirror): 利用平面镜反射，构造一个虚光源 S' 和实光源 S 发生干涉。

- 注意：反射光存在半波损失 ($\lambda/2$ 的额外光程差)，导致明暗纹位置与标准杨氏双缝相反。

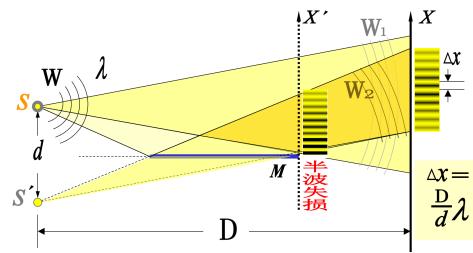


图 2: 洛埃镜

2. 菲涅耳双面镜 (Fresnel Double Mirror): 利用两个小角度平面镜的反射，构造两个虚光源 S_1, S_2 。

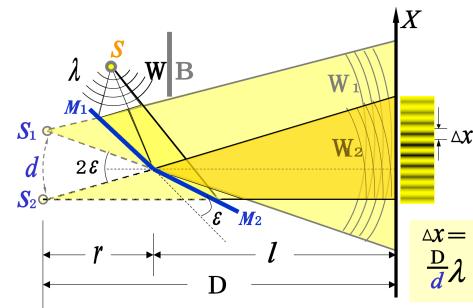


图 3: 菲涅耳双面镜

3. 菲涅耳双棱镜 (Fresnel Biprism): 利用双棱镜的折射，构造两个虚光源 S_1, S_2 。

- 虚光源间距与几何参数关系：

$$d = 2(n - 1)\alpha R \quad , \quad D = R + L \quad (45)$$

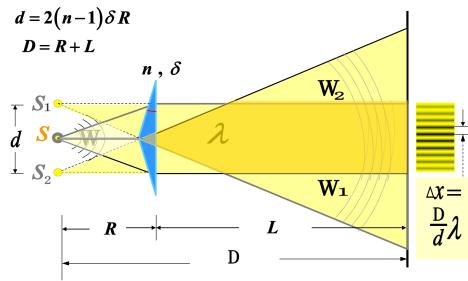


图 4: 菲涅耳双棱镜

5.4 分振幅干涉

5.4.1 薄膜干涉

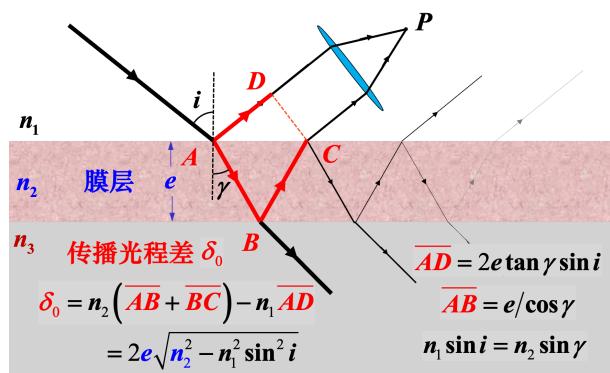


图 5: 薄膜干涉-反射光干涉

反射光干涉 光程差推导

$$\delta = n_2(\overline{AB} + \overline{BC}) - n_1\overline{AD} \quad (\text{几何路程}) \quad (46)$$

$$= 2n_2 \frac{e}{\cos \gamma} - n_1 \cdot 2e \tan \gamma \cdot \sin i \quad (47)$$

$$= \frac{2n_2 e - 2n_1 e \sin \gamma \sin i \cos \gamma}{\cos \gamma} \quad (\text{由折射定律 } n_1 \sin i = n_2 \sin \gamma) \quad (48)$$

$$= 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \quad (49)$$

此处考虑半波损失，总光程差 δ 为：

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \begin{cases} 0 & n_1 < n_2 < n_3 \text{ 或 } n_1 > n_2 > n_3 \\ \frac{\lambda}{2} & n_1 < n_2 > n_3 \text{ 或 } n_1 > n_2 < n_3 \end{cases} \quad (50)$$

重要结论：

$$\begin{aligned}\delta_{透} &= 2en_2 \cos \gamma \\ \delta_{反} &= 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}\end{aligned}\quad (51)$$

还需要考虑半波损失，光疏介质到光密介质，损失 $\pi(\lambda/2)$

我们去观察反射的地方，((如果两次反射的条件相 (两次都是光疏到光密介质或者光密到光疏)，那么就没有附加光程差，如果反射的条件不同就有附加光程差 π)

明暗纹条件 (以反射光为例)：

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \begin{cases} 0 & n_1 < n_2 < n_3 \text{ 或 } n_1 > n_2 > n_3 \\ \lambda/2 & n_1 > n_2, n_2 < n_3 \text{ 或 } n_1 < n_2, n_2 > n_3 \end{cases}$$

$\rightarrow k\lambda$ 明纹

$\rightarrow (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ 暗纹

垂直入射： $\delta = 2n_2 e + \begin{cases} \lambda/2 & \\ 0 & \end{cases}$

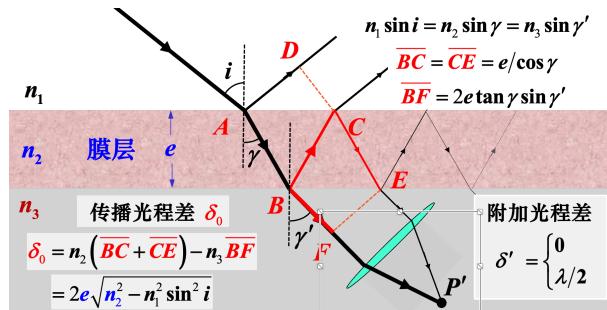


图 6：薄膜干涉-折射光干涉

折射光干涉

$$\begin{aligned}\delta_0 &= n_2(\overline{BC} + \overline{CE}) - \overline{EF} \quad (\text{推导略}) \\ &= 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i}\end{aligned}$$

结论和反射相同

但是关于附加光程差的结论是相反的，我们去观察透射光的两次反射的位置，然后考察界面反射条件是否相同，最后可以得到

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \begin{cases} 0 & n_1 > n_2, n_2 < n_3 \text{ 或 } n_1 < n_2, n_2 > n_3 \\ \lambda/2 & n_1 < n_2 < n_3 \text{ 或 } n_1 > n_2 > n_3 \end{cases}$$

等倾干涉:

角度相同光程差就相同,变量的不同的角度,通常需要一个透镜,因为角度不同要汇聚到一起. 根据公式中间*i*=0,那么光程差最大所以中间的级次最高(和牛顿环相反) 考虑sin的变化规律里面变化慢 所以内梳外密

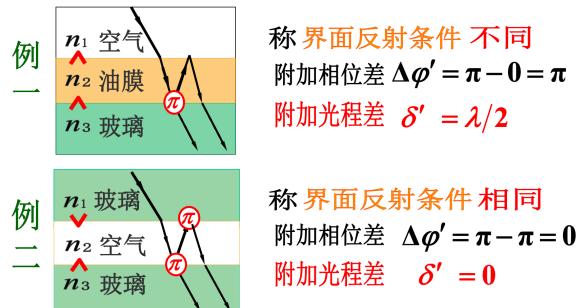


图 7: 半波损失

5.4.2 等倾干涉

定义: 入射倾角 *i* 相等的光线在平行膜上反射形成的干涉。

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} + \delta'$$

条纹变化规律:

- 吐出: 当薄膜厚度 *e* 增加时, 条纹向外冒出 (对应中心级次变高), 每增加 $\lambda/2n_2$ 冒出一个条纹。
- 吞进: 当薄膜厚度 *e* 减小时, 条纹向中心收缩消失。

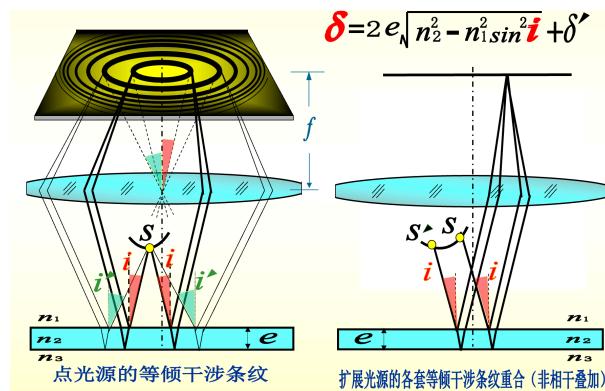


图 8: 等倾干涉

5.4.3 等厚干涉

入射光垂直入射时, 厚度 *e* 相同的地方干涉情况相同

劈尖干涉 入射光垂直入射到劈尖薄膜, 反射光干涉。

$$\delta = 2e\sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 i} \pm \frac{\lambda}{2} \xrightarrow{i \approx 0} 2ne + \frac{\lambda}{2} \quad (52)$$

明暗条纹条件:

- 明纹: $2ne + \frac{\lambda}{2} = k\lambda$
- 暗纹: $2ne + \frac{\lambda}{2} = (k + \frac{1}{2})\lambda$

棱边处: $e \rightarrow 0$, $\delta = \lambda/2$, 故为暗纹。

劈尖干涉形状:

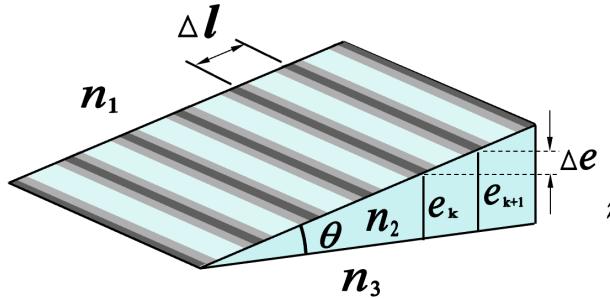


图 9: 劈尖干涉

- 两相邻条纹劈尖的厚度差

$$\delta e = \frac{\lambda}{2n_2}$$

- 两相邻条纹之间的间距

$$\delta l = \frac{\lambda}{2n_2 \sin \theta}$$

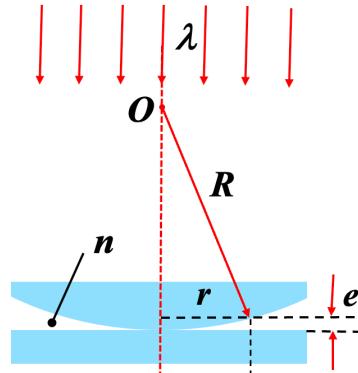


图 10: 牛顿环

牛顿环 几何关系 (由 $R^2 = r^2 + (R - e)^2$ 推导):

$$e \approx \frac{r^2}{2R} \quad (53)$$

光程差 (考虑半波损失):

$$\delta = 2ne + \frac{\lambda}{2} = 2n \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda}{2} \quad (54)$$

明暗纹半径:

- 暗纹: $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \implies r = \sqrt{\frac{kR\lambda}{n}} = \sqrt{kR\lambda'}$
- 明纹: $\delta = k\lambda \implies r = \sqrt{\frac{(2k-1)R\lambda}{2n}}$

5.5 迈克尔逊干涉仪

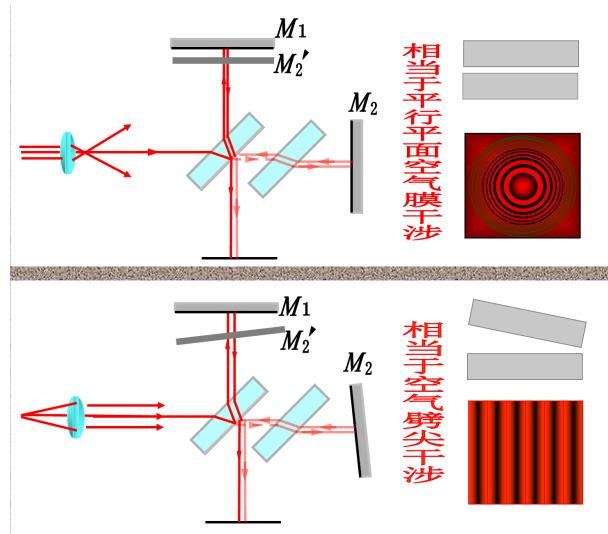


图 11: 迈克尔逊干涉仪

从平移 d 导致条纹吞吐 (涌出/缩进) N 级:

$$d = N \frac{\lambda}{2} \quad (55)$$

6 光的衍射 (Diffraction of Light)

6.1 惠更斯-菲涅耳原理 (Huygens-Fresnel Principle)

基本原理：从同一波面上各点发出的子波都是相干波。空间中某一点的振动是所有这些子波在该点相干叠加的结果。

$$E = \int_S K(\theta) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi_0) dS \quad (56)$$

其中 dS 为波面元， $K(\theta)$ 为倾斜因子， r 为波面元到考察点的距离。

衍射的分类：

1. 菲涅耳衍射 (Fresnel Diffraction): 近场衍射。光源或屏幕（或两者）距离衍射屏有限远。入射光不是平行光。
2. 夫琅禾费衍射 (Fraunhofer Diffraction): 远场衍射。光源和屏幕距离衍射屏均为无限远。
 - 关键特征：入射光为平行光，出射光也处理为平行光（通常通过透镜聚焦）。



6.2 单缝夫琅禾费衍射 (Single Slit Fraunhofer Diffraction)

6.2.1 装置与光强分布

光强分布公式 (推导略)：

$$I = I_0 \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2, \quad \text{其中 } \beta = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \quad (57)$$

- 当 $\theta = 0$ 时， $\lim_{\beta \rightarrow 0} \frac{\sin \beta}{\beta} = 1 \implies I = I_0$ (中央主极大)。

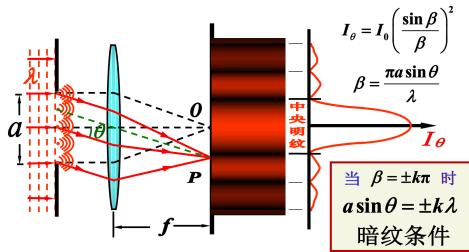


图 12: 光强分布

6.2.2 半波带法 (Method of Half-Period Zones)

核心思想: 将单缝处的波面按“光程差为 $\lambda/2$ ”进行分割，分析各子波带在屏幕上的叠加情况。

总光程差 (边缘光线): $\delta = a \sin \theta$ 。

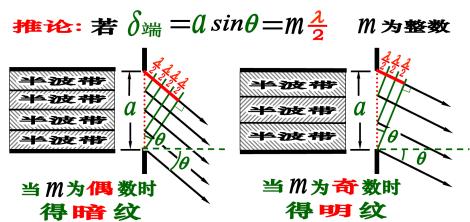


图 13: 菲涅耳波带法

1. 中央明纹中心 ($\delta = 0$) 此时 $\theta = 0$ ，各点发出的光到达屏幕同相，叠加增强。

2. 暗纹条件 ($\delta = \pm k\lambda$) 当 $\delta = \lambda$ 时，可以将缝分为两个半波带。

- 两个半波带对应的光线在 P 点的光程差恰好为 $\lambda/2$ 。
- 它们两两抵消，总振幅为 0。

同理，当 $\delta = k\lambda$ ($k = 1, 2, 3 \dots$) 时，缝可分为 $2k$ 个半波带 (偶数个)，全部成对抵消。

暗纹条件 (Minima)

$$a \sin \theta = \pm k\lambda \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (58)$$

3. 明纹条件 ($\delta = \pm(2k + 1)\frac{\lambda}{2}$) 当 $\delta = \frac{3}{2}\lambda$ 时，缝可分为三个半波带。

- 其中两个半波带抵消，剩余一个半波带发出的光产生亮度。

同理，当 $\delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$ 时，分为奇数个半波带，剩余一个产生明纹。

明纹条件 (Maxima)

$$a \sin \theta = \pm(2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (59)$$

* 注：随着 k 增大，半波带面积减小（且倾斜因子减小），明纹亮度迅速衰减。

6.2.3 衍射条纹的角宽度与线宽度

根据暗纹条件 $\sin \theta \approx \theta = k \frac{\lambda}{a}$ ，我们可以推导各级条纹的宽度。

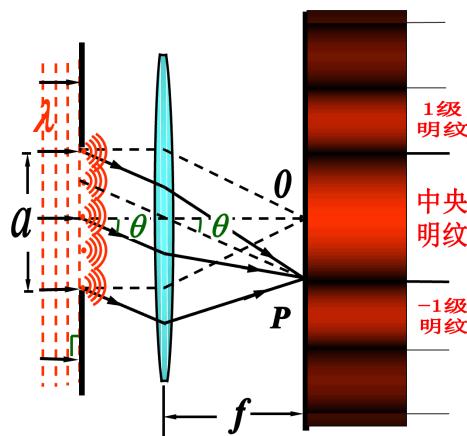


图 14: 角宽度和线宽度求解

1. 角宽度 (Angular Width):

- 中央明纹 (0 级): 由左右两个第一级暗纹 (θ_1, θ_{-1}) 限定。

$$\Delta\theta_0 = \theta_1 - \theta_{-1} = \frac{\lambda}{a} - \left(-\frac{\lambda}{a}\right) = \frac{2\lambda}{a} \quad (60)$$

- 其余明纹 (次极大): 由相邻两个暗纹 (θ_k, θ_{k+1}) 限定。

$$\Delta\theta_k = \theta_{k+1} - \theta_k = (k+1)\frac{\lambda}{a} - k\frac{\lambda}{a} = \frac{\lambda}{a} \quad (61)$$

结论：中央明纹的角宽度是其余明纹的两倍。

2. 线宽度 (Linear Width): 若透镜焦距为 f , 屏幕上的位置 $x = f \tan \theta \approx f\theta$ 。

线宽度公式

- 中央明纹宽度:

$$\Delta x_0 = f \Delta \theta_0 = \frac{2f\lambda}{a} \quad (62)$$

- 其余明纹宽度:

$$\Delta x_k = f \Delta \theta_k = \frac{f\lambda}{a} \quad (63)$$

6.3 圆孔衍射 (Diffraction by a Circular Aperture)

二、第一级暗环(即爱里斑大小)的计算公式

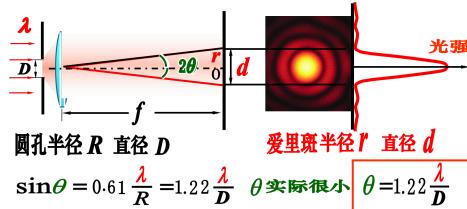


图 15: 圆孔衍射光强分布

现象: 点光源经过圆孔 (或透镜边缘) 衍射后, 在屏幕上形成爱里斑 (Airy Disk)。

- 中央是一个明亮的圆斑, 集中了 84% 的能量。
- 周围是明暗相间的同心圆环。

定量结论 (无需推导, 直接记忆): 第一级暗环的衍射角 (半角宽度) θ_0 满足:

$$\theta_0 \approx \sin \theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (64)$$

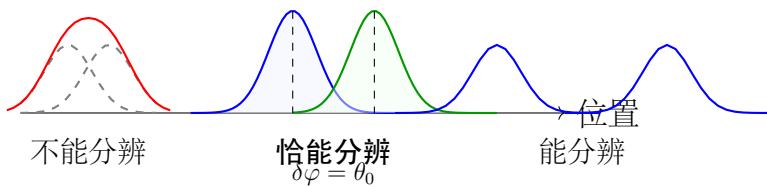
其中 D 为圆孔直径。

爱里斑半径: $r_0 = f\theta_0 = 1.22 \frac{f\lambda}{D}$ 。

6.4 光学仪器的分辨本领 (Resolving Power)

瑞利判据 (Rayleigh Criterion): 由于衍射的存在, 物点在像平面上形成的是光斑而非几何点。

- 能分辨: 两个光斑相距较远。
- 恰能分辨: 一个光斑的中心 (主极大) 恰好落在另一个光斑的第一暗纹 (边缘) 上。
- 不能分辨: 距离更近, 光斑重合。



公式定义：

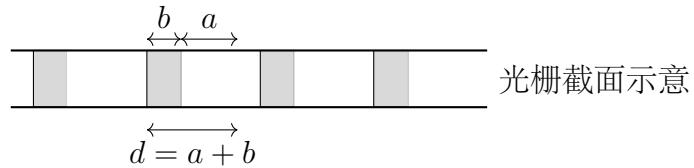
- **最小分辨角:** $\delta\varphi = \theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{D}$
- **分辨本领 (R):** 最小分辨角的倒数。

$$R = \frac{1}{\delta\varphi} = \frac{D}{1.22\lambda} \quad (65)$$

注： D 为透镜通光孔径。要提高分辨本领，需增大口径 D 或减小波长 λ （如电子显微镜）。

6.5 光栅衍射 (Diffraction Grating)

定义：由大量等宽、等间距的平行狭缝构成的光学元件。



- **透光缝宽度:** a
- **不透光部分宽度:** b
- **光栅常数:** $d = a + b$
- **光栅密度** (单位长度缝数): $N = \frac{1}{d}$ (常见 $10^2 \sim 10^3$ 条/mm)

6.5.1 光栅衍射的理论推导 (Theory of Grating Diffraction)

光栅衍射可以看作是单缝衍射（光栅单元内部）与多缝干涉（光栅单元之间）的综合效果。

1. 物理模型与光程差 考虑平行光垂直入射光栅

- **衍射因子:** 每个狭缝宽度为 a ，产生单缝衍射。
- **干涉因子:** 相邻狭缝间距（光栅常数）为 d ，产生多缝干涉。

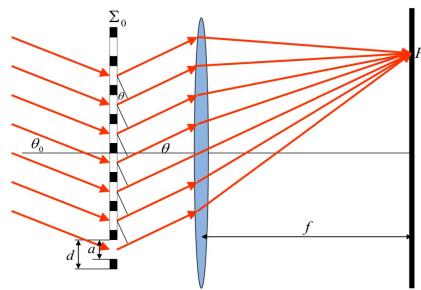


图 16: 光栅衍射

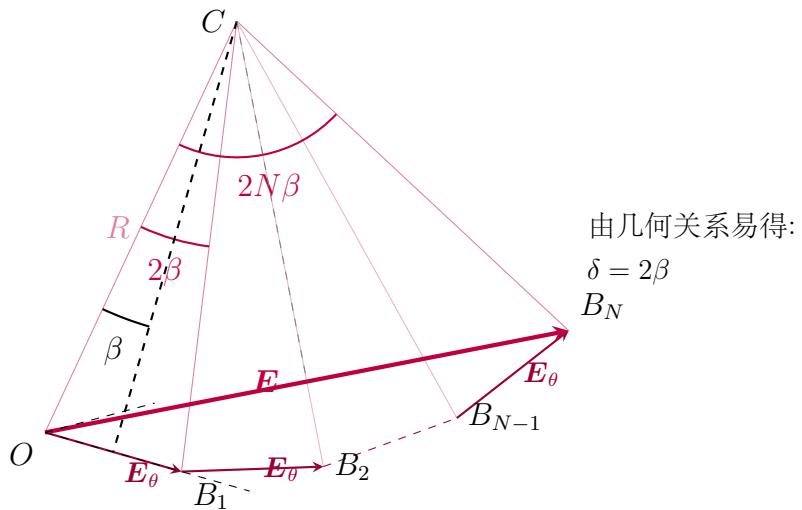
光程差: 相邻两个狭缝发出的光线在衍射角 θ 方向上的光程差为:

$$\delta = d \sin \theta \quad (66)$$

因此我们可以得出明纹条件 $d \sin \theta = \pm k\lambda$ ($k = 0, 1, 2, 3$)

$$\text{相位差 } \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{2\pi}{\lambda}d \sin\theta。$$

2. 旋转矢量法推导光强 (Phasor Diagram Derivation) 利用了矢量合成图 (Phasor Diagram) 来求解 N 个狭缝的合成振幅。



推导步骤：

1. 设 N 个狭缝的振幅矢量首尾相接，构成一个正多边形的一部分，内接于半径为 R 的圆。
 2. 单个矢量的相位差为 2β （笔记中令 $\delta = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot 2\beta$ 对应的相位角），总相位差为 $2N\beta$ 。
 3. 由几何关系：
 - 单缝振幅弦长： $E_\theta = 2R \sin \beta$

- 合成振幅弦长: $E = 2R \sin(N\beta)$

4. 两式相除消去 R :

$$\frac{E}{E_\theta} = \frac{\sin(N\beta)}{\sin \beta}$$

6.5.2 总光强公式

结合单缝衍射的振幅公式 $E_\theta = E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$, 得到总振幅:

$$E = E_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right) \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)$$

进而得到光强分布公式:

光栅衍射光强公式

$$I = I_0 \underbrace{\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2}_{\text{单缝衍射因子}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2}_{\text{多缝干涉因子}} \quad (67)$$

其中参数定义:

- 单缝半角参量: $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$
- 缝间半角参量: $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$

1. 主极大 (Principal Maxima) 当 $\sin \beta \rightarrow 0$ 即 $\beta = k\pi$ 时, 干涉因子 $\lim_{\beta \rightarrow k\pi} (\frac{\sin N\beta}{\sin \beta})^2 = N^2$ 。

- 条件: $\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = \pm k\pi$

- 光栅方程:

$$d \sin \theta = \pm k\lambda \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (68)$$

- 特点: 此时光强极大, 为 $I_{max} = N^2 I_0 (\frac{\sin \alpha}{\alpha})^2$ 。主极大也就是我们通常说的“亮纹”。

2. 暗纹与次极大 (Minima & Secondary Maxima)

- 暗纹条件: $\sin(N\beta) = 0$ 但 $\sin \beta \neq 0$ 。

$$N\beta = \pm m\pi \implies d \sin \theta = \pm \frac{m}{N} \lambda \quad (m \neq kN)$$

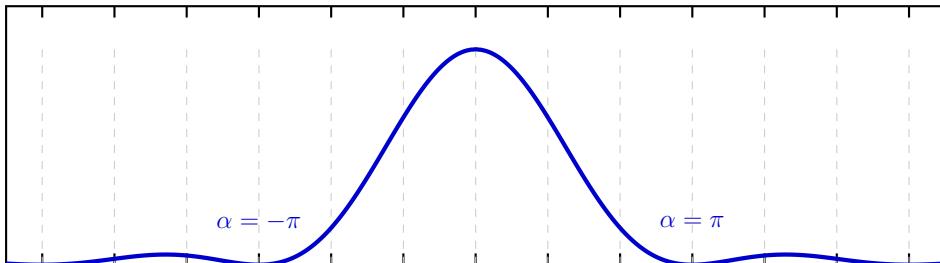
- 分布规律: 在两个主极大 (如 k 级和 $k+1$ 级) 之间:

- 存在 $N-1$ 个暗纹 (零点)。

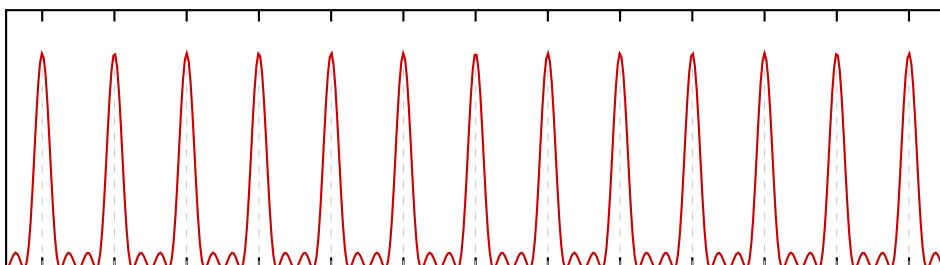
- 存在 $N - 2$ 个次极大（很弱的亮纹）。

注：当 N 很大时，次极大几乎不可见，主极大变得极细极亮。

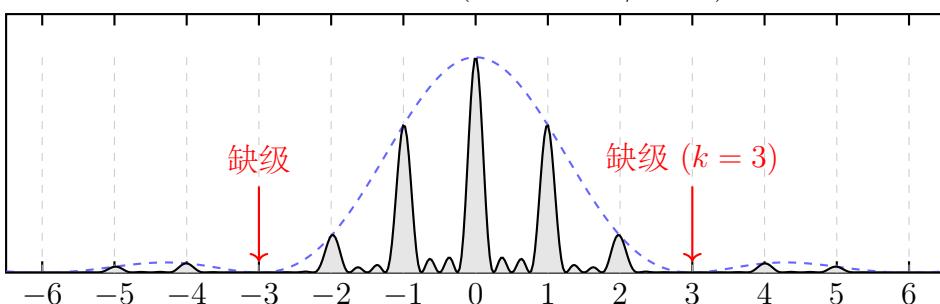
$$\text{单缝衍射因子} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$



$$\text{多缝干涉因子} \left(\frac{\sin N\beta}{N\beta} \right)^2$$



光栅衍射总光强 (缺级现象 $d/a = 3$)



$$\sin \theta / (\lambda/d)$$

6.5.3 缺级现象 (Missing Orders)

现象：本来应该出现的主极大，因为其位置恰好落在单缝衍射的暗纹位置（衍射因子为 0），导致该级主极大消失。

条件推导：

- 干涉主极大条件： $d \sin \theta = k\lambda$
- 衍射暗纹条件： $a \sin \theta = k'\lambda$

两式相除，得缺级条件：

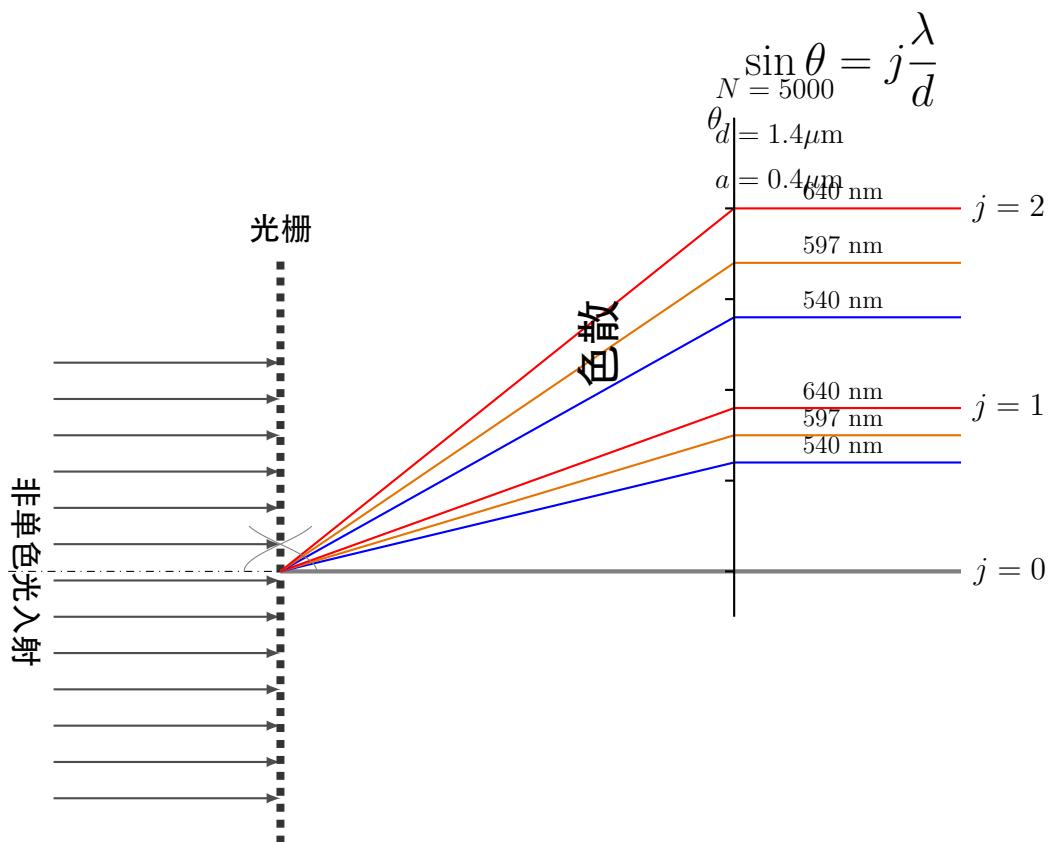
$$k = \frac{d}{a} k' \quad (k' = 1, 2, 3 \dots) \quad (69)$$

例如：若 $d/a = 3$ ，则 $k = \pm 3, \pm 6, \dots$ 级次的主极大消失（缺级）。

6.5.4 光栅光谱 (Grating Spectrum)

由于光栅方程 $d \sin \theta = k\lambda$ 中，衍射角 θ 与波长 λ 有关：

- 对于复色光（白光），不同波长 λ 的光在不同角度 θ 形成主极大。
- 色散**：波长越长（红光），衍射角越大；波长越短（紫光），衍射角越小。
- 级次： $k = 0$ 处所有波长重合（白光）； $k = 1, 2 \dots$ 处形成彩色光谱。

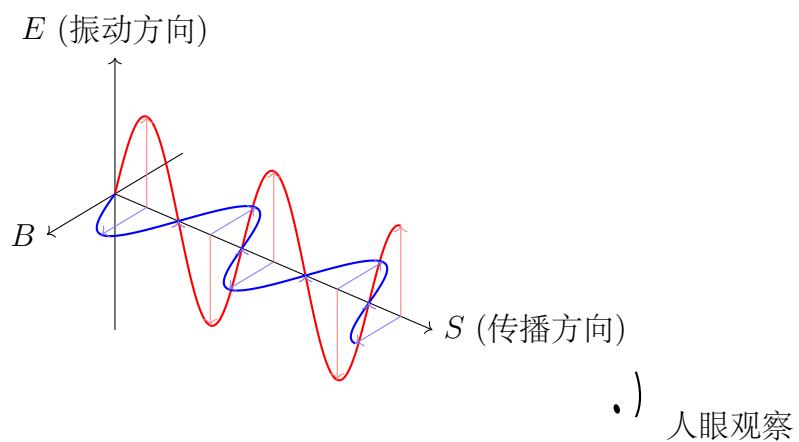


7 光的偏振 (Polarization of Light)

7.1 自然光与偏振光

核心概念：横波都有偏振，光 \in 电磁波 \Rightarrow 光是横波

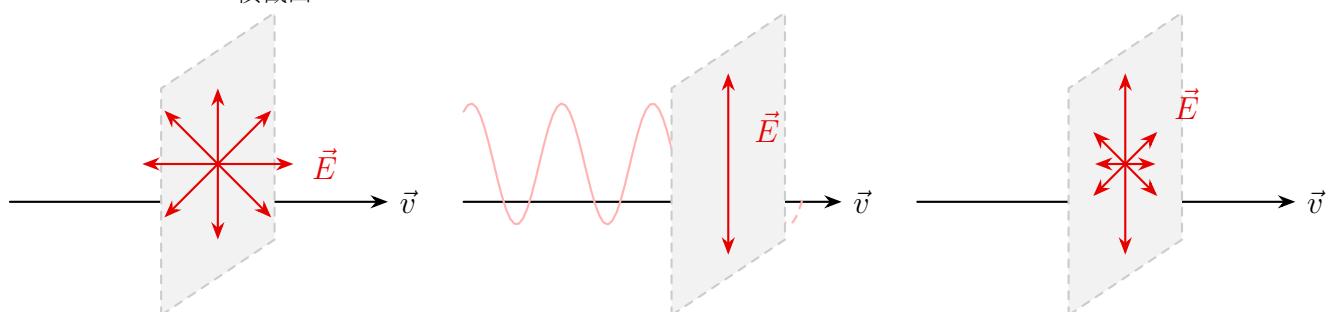
横波：运动方向和振动方向相互垂直

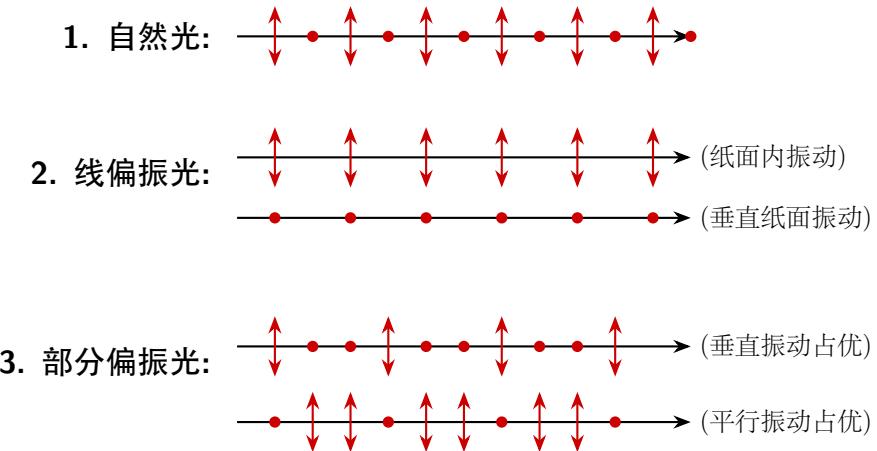


1. 自然光
(Natural Light)
横截面

2. 线偏振光
(Linearly Polarized)

3. 部分偏振光
(Partially Polarized)





1. 自然光 (Natural Light):

- 定义: 各方向出现概率相等; 各方向振幅的时间平均值相等; 各光振动之间无固定相位差。

2. 完全偏振光 (Linearly Polarized Light):

- 光振动只在某一方面内振动 (振动面)。

3. 部分偏振光:

- 定义: 某一方向振动占相对优势。
- 偏振度 (Degree of Polarization):

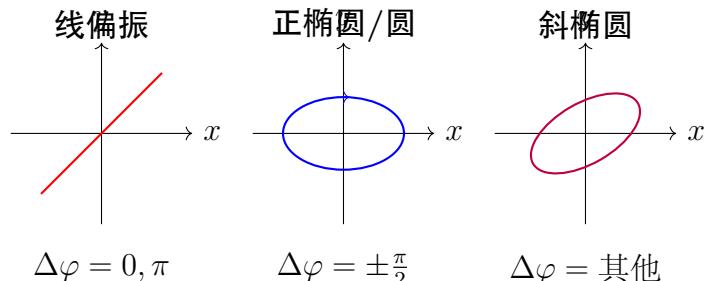
$$P = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (70)$$

- 线偏振光: $I_{min} = 0 \implies P = 1$

- 自然光: $I_{max} = I_{min} \implies P = 0$

7.2 圆 (椭圆) 偏振光

7.2.1 振动合成图示

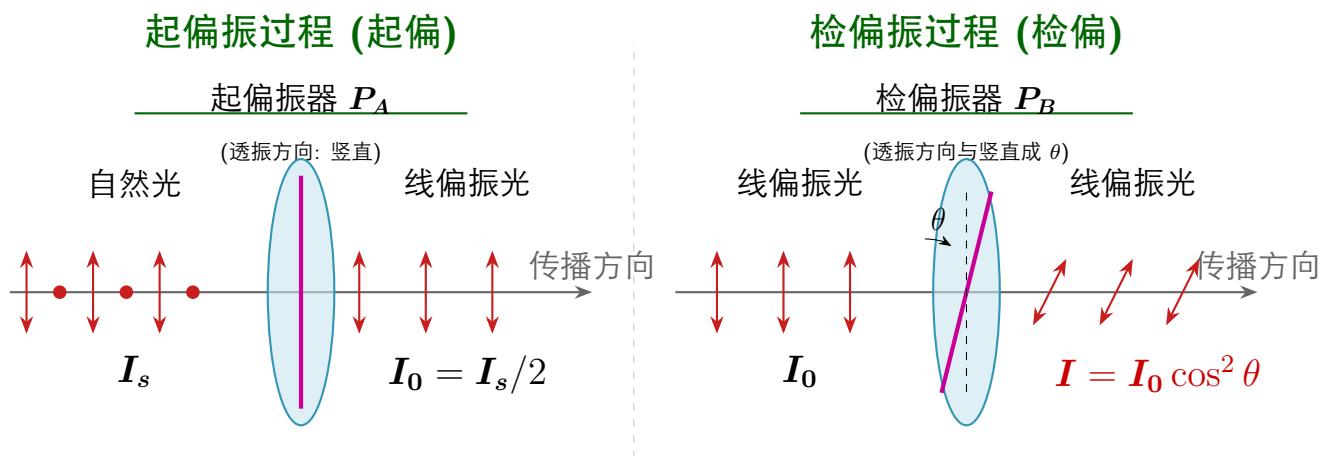


偏振光的合成判据 对于两个同频率、振动方向互相垂直的光振动 $x = A_1 \cos(\omega t)$ 和 $y = A_2 \cos(\omega t + \Delta\varphi)$:

- **线偏振光 (Linearly Polarized)**: 当相位差 $\Delta\varphi = k\pi$ ($k = 0, \pm 1, \dots$) 时，合成光为线偏振光。特别地， $\Delta\varphi = 0, 2\pi$ 时位于一三象限， $\Delta\varphi = \pi$ 时位于二四象限。
- **圆偏振光 (Circularly Polarized)**: 当相位差 $\Delta\varphi = \pm\frac{\pi}{2} + 2k\pi$ 且振幅相等 ($A_1 = A_2$) 时，合成光为圆偏振光。
- **椭圆偏振光 (Elliptically Polarized)**: 一般情况。当 $\Delta\varphi \neq k\pi$ 且不满足圆偏振条件（即相位差不为 $\pm\pi/2$ 或振幅 $A_1 \neq A_2$ ）时，合成光均为椭圆偏振光。
- **形成条件**: 同频率、传播方向相同、振动方向相互垂直、具有恒定相位差。
- **旋光性**:
 - **右旋**: 迎着光看，电矢量顺时针旋转。
 - **左旋**: 迎着光看，电矢量逆时针旋转。

7.3 起偏与检偏 (Polarization and Analysis)

1. **偏振片 (Polarizer)**: 利用二向色性，只允许特定方向光振动通过（透光轴/偏振化方向）。
2. **马吕斯定律 (Malus's Law)**:



font=]

马吕斯定律公式

• 透过起偏器: $I_0 = \frac{1}{2}I_s$ (自然光变为线偏振光, 强度减半)

• 透过检偏器: 光振幅 $E = E_0 \cos \alpha$

• 最终光强:

$$I = I_0 \cos^2 \alpha \quad (71)$$

其中 α 为检偏器透光轴与入射线偏振光振动方向的夹角。

7.4 反射光与折射光的偏振

7.4.1 布儒斯特定律 (Brewster's Law)

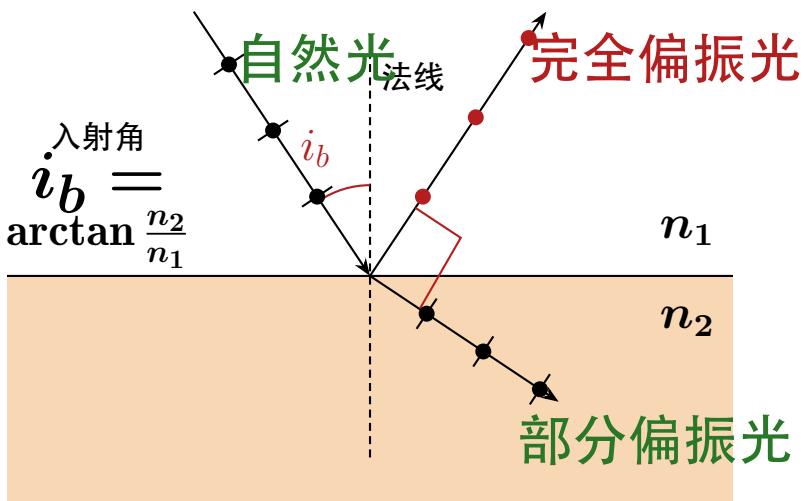
当自然光入射到两种各向同性介质的分界面上时, 反射光和折射光通常都会成为部分偏振光。但在特定的入射角 i_B 下, 反射光会变成振动方向垂直于入射面的完全偏振光 (线偏振光), 而折射光仍为部分偏振光。

布儒斯特定律

当入射角 i_B 满足以下条件时, 反射光与折射光互相垂直 (夹角为 90°):

$$\tan i_B = \frac{n_2}{n_1} \quad (72)$$

此时的入射角 i_B 称为布儒斯特角 (Brewster Angle)。



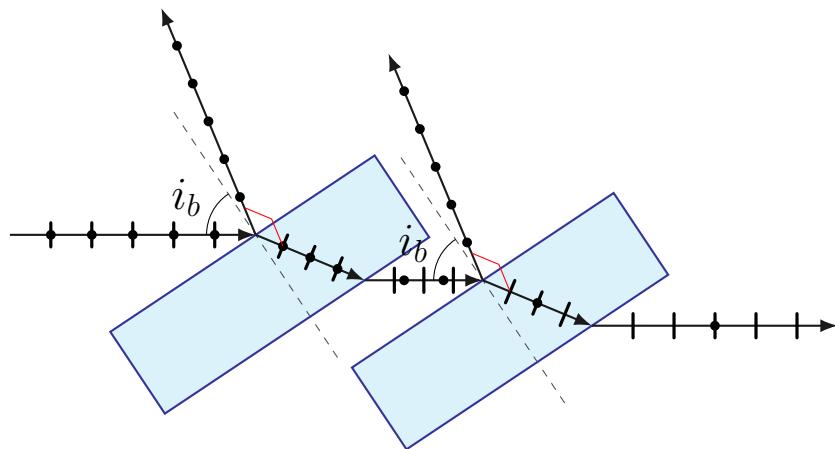
- 反射光: 仅包含垂直于入射面振动的分量 (垂直分量, s 分量, 用点表示)。
- 折射光: 包含平行分量 (p 分量) 和少量的垂直分量, 是部分偏振光。

7.4.2 玻璃堆 (Pile of Plates)

利用布儒斯特定律，将多层玻璃片叠合（玻璃堆）。

- 反射：层层反射垂直分量。
- 透射：经过多次折射后，透射光中的垂直分量几乎被滤除，透射光趋于平行于入射面振动的完全偏振光。

反射光都是光振动垂直于入射面的完全偏振光



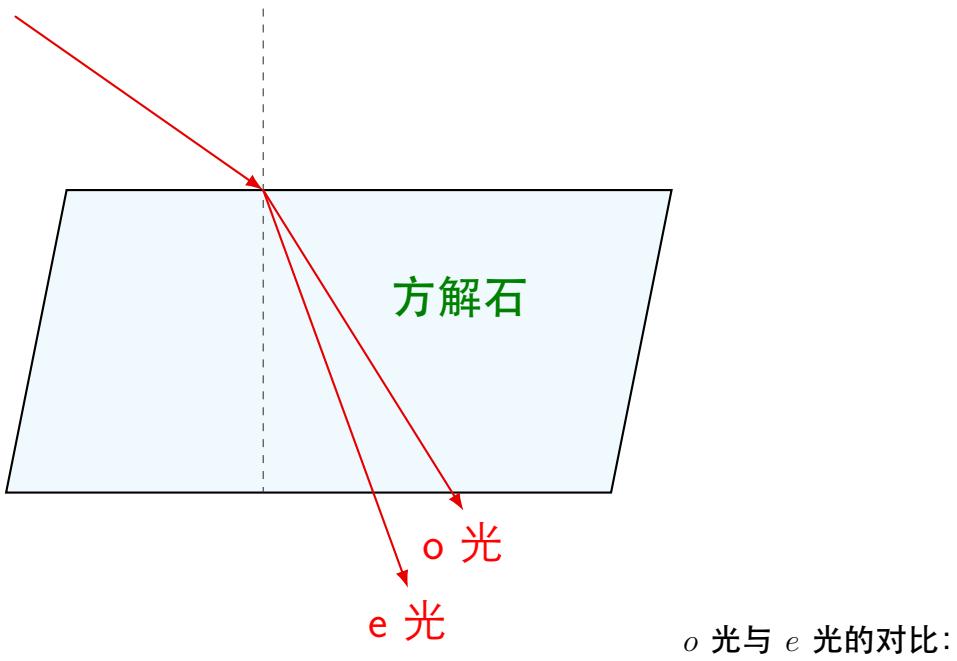
透射光中垂直于入射面的光振动成分越来越少。

7.5 双折射现象 (Birefringence)

7.5.1 基本概念

对于各向异性晶体（如方解石、石英），一束光射入晶体时，会分裂成两束折射光的现象称为双折射。

- 寻常光 (o 光, **Ordinary ray**)：遵守折射定律。
- 非常光 (e 光, **Extraordinary ray**)：通常不遵守折射定律（折射光线一般不在入射面内）。



比较项目	寻常光 (o 光)	非常光 (e 光)
折射定律	严格遵守 (n_o 为常数)	不遵守 (n_e 随方向变化)
振动方向	垂直于主截面	在主截面内
传播速度	各方向相同 ($v_o = c/n_o$)	随方向改变
偏振状态	线偏振光	线偏振光

7.5.2 光轴与主截面

- **光轴 (Optic Axis):** 晶体中存在的一个特殊方向。沿此方向传播时， o 光和 e 光的速度相等，不发生双折射。
- **主截面：**由晶体光轴和光的传播方向所构成的平面。
 - o 光振动方向 \perp 主截面。
 - e 光振动方向 \parallel 主截面。

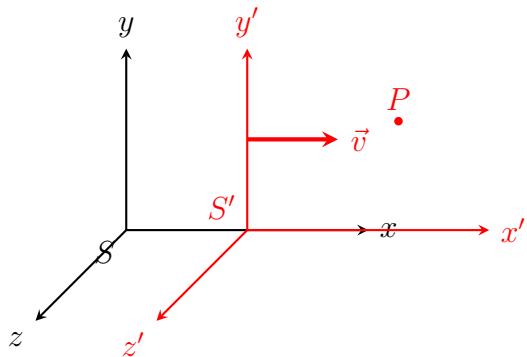
7.5.3 波晶片 (Retardation Plates)

利用双折射材料制作的、能使 o 光和 e 光产生特定光程差（相位差）的晶片。

- **四分之一波片 ($\lambda/4$ 片):** 产生相位差 $\Delta\varphi = \pm\pi/2$ 。可将线偏振光转换为圆偏振光或椭圆偏振光。
- **半波片 ($\lambda/2$ 片):** 产生相位差 $\Delta\varphi = \pm\pi$ 。可改变线偏振光的振动方向（转动 2θ 角）。
- **全波片：**相位差 2π ，偏振状态不变。

8 狹義相對論 (Special Relativity)

8.1 洛伦兹时空变换



记忆要点：脑子里面要有这个图：

1. 加减号不要背，思考图中的运动方向。
2. x 和 t 的符号始终保持一致（同号）。

变换方程：令 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ ，则：

$$\begin{cases} x' = \gamma(x - vt) \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \gamma(t - \frac{v}{c^2}x) \end{cases} \xrightarrow{\text{逆变换}} \begin{cases} x = \gamma(x' + vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + \frac{v}{c^2}x') \end{cases} \quad (73)$$

Application (计算间隔时间)：

$$\Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2} \Delta x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

8.2 洛伦兹速度变换

$$\begin{cases} u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} & \rightarrow \text{分子: 伽利略叠加; 分母: 保护 } u'_x < c \\ u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} & \rightarrow \text{为什么? 时间变慢了, 还多了一个 } 1/\gamma \text{ 的衰减} \\ u'_z = \frac{u_z \sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - \frac{v}{c^2} u_x} \end{cases} \quad (74)$$

注: 逆变换只需将 v 的符号 “-” 变 “+”。

8.3 狹义相对论的时空观

8.3.1 同时性的相对性

结论: 在 S 系中同时发生, 在 S' 系不一定同时发生!

情形分析:

1. S 系同地同时发生: $\Delta x = 0, \Delta t = 0 \implies \Delta x' = 0, \Delta t' = 0$ 。在 S' 系也同时同地。
2. S 系同地不同时发生: $\Delta x = 0, \Delta t > 0 \implies \Delta x' \neq 0, \Delta t' > 0$ 。时序不变。
3. S 系异地发生: $\Delta x \neq 0, \Delta t > 0$
 - 若 $\Delta t' = 0$: 同时发生。
 - 若 $\Delta t' > 0$: 时序不变。
 - 若 $\Delta t' < 0$: 时序颠倒。

因果律与时序

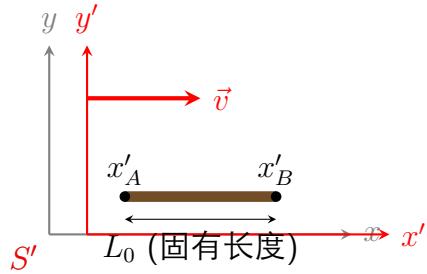
- 没有因果关系: 时序可颠倒。
Eg. A 星系爆发, 1s 后 B 星系爆发。 AB 无关联。若 Δx 非常大, 则 $\Delta t'$ 可反号。
- 因果事件不可颠倒。

Eg. 开枪 A 打 B 靶子。子弹速度必须 $\frac{\Delta x}{\Delta t} \leq c$ 。

由 $\Delta t' = \gamma \Delta t (1 - \frac{v}{c^2} \frac{\Delta x}{\Delta t})$, 若要 $\Delta t' < 0 \implies \frac{v}{c^2} \frac{\Delta x}{\Delta t} > 1 \implies \frac{v}{c} \cdot \frac{\Delta x}{c \Delta t} > 1$ 。

因为 $v < c$ 且 $\frac{\Delta x}{\Delta t} \leq c$, 上式必然不成立 \implies 矛盾! 所以历史不可倒流。

8.3.2 长度收缩 (Length Contraction)



同时读数是关键!

在 S 系测量运动物体的长度，必须要求同时读取两端坐标 ($\Delta t = 0$)。

由洛伦兹变换: $x'_B - x'_A = \gamma[(x_B - x_A) - v(t_B - t_A)]$

令 $\Delta t = 0$, 得: $L_0 = \gamma L$

结论：运动方向上的长度收缩

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{L_0}{\gamma} \quad (75)$$

注意：运动相对 \Rightarrow 尺度也相对!!!

8.3.3 时间延缓 (Time Dilation)

公式:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \gamma \tau_0 \quad (76)$$

- τ_0 : 固有时间, 两事件发生在同一地点。 (Eg. 出发和返回, 介子的产生和衰减)
- τ : 由一组同步时钟测得的不同地点的两事件时间间隔。

实例 (Example):

- 介子衰减: 由于高速运动, 寿命在观察者看来延长了。
- 飞机旅行 (**Shanghai** \rightarrow **Wuhan**):
 - τ_0 : 飞机上的人, 按两次时钟
 - τ : 上海的人按一次时钟, 武汉人的人按一次时钟

典型例题逻辑分析

下面这道题已经错了 N 次, 必须记住:

在一艘飞船内一个船舱的固有长度为 l_0 飞船正以速度 v 相对于地面作匀速直线运动。

船舱内有一个小球从尾部运动到头部，宇航员测得小球运动速度为 u 。试求地面参照系中的观察者测得小球运动的时间

策略：先在固有系算出所有量

1. 判断系：小球在飞船内（固有系 S' ）运动， $\Delta t' = \frac{l_0}{u}$
2. 思考钟慢效应：钟慢必须是同一位置!!! 这里小球明显不在同一位置不能够用钟慢效应，用钟慢一定要看在不在同一位置
3. 应用 Lorentz 变换： $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{\frac{l_0}{u}(1+\frac{uv}{c^2})}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$

不能用长度收缩直接套用，不可同时到达头尾。

8.4 相对论动力学 (Relativistic Dynamics)

8.4.1 基本物理量

1. 质量： $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$
2. 动力学方程： $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right)$
展开式： $\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$
3. 动能 (Kinetic Energy)：

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m_0 c^2 \quad (77)$$

警告：此处极其容易出错！

不能用 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$!!! 特别是在康普顿题中不能够用 $\frac{1}{2}m_e v^2$ 。

只有在 $v \ll c$ 时，通过 Taylor 展开： $E_k \approx m_0 c^2 (1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}) - m_0 c^2 = \frac{1}{2} m_0 v^2$

8.4.2 能量-动量关系与能量三角形

质能关系： $E = mc^2 m_0 c^2 + E_k$

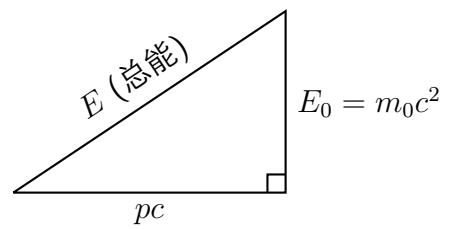
其中 $m_0 c^2$ 是静止能量，包含内部势能 mc^2 是运动时的总能量

能量三角形 (Relativistic Triangle)：通过代数消元：

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m_0 c^2$$

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4 = p^2 c^2 + E_0^2$$



动量-动能关系: $p = \sqrt{2m_0 E_k (1 + \frac{E_k}{2m_0 c^2})};$

9 早期量子论 (Early Quantum Theory)

9.1 热辐射与黑体辐射

1. 单色辐射出射度: $e(\lambda, T) = \frac{dE(\lambda, T)}{d\lambda}$

2. 辐射出射度: $E(T) = \int_0^\infty e(\lambda, T) d\lambda$

3. 对于黑体来说, 辐射出射度:

$$E_B(T) = \sigma T^4$$

这是 斯特藩-玻尔兹曼定律 (**Stefan-Boltzmann Law**), 其中 σ 为常数。

4. 维恩位移定律 (**Wien's Displacement Law**):

$$\lambda_m T = b \quad (b \approx 2.898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K})$$

该定律描述了黑体辐射光谱峰值波长与温度成反比的关系。

9.2 光电效应 (Photoelectric Effect)

- 饱和光电流 I_s : 单位时间内逸出的光电子数, 其大小取决于入射光的强度。
- 爱因斯坦光电效应方程: 光子的能量一部分用于克服逸出功 A , 剩余部分转化为电子的最大初动能。

$$h\nu = \frac{1}{2}mv_0^2 + A \tag{78}$$

- 截止电压 (**Stopping Voltage**): 使光电流减小到零的反向电压 U_a , 满足关系:

$$e|U_a| = \frac{1}{2}mv_0^2 = h\nu - A$$

- 红限频率 (**Cut-off Frequency**): 当 $v_0 = 0$ 时, 对应的频率为 $\nu_0 = \frac{A}{h}$ 。若入射光频率低于此值, 则不发生光电效应。

- 光子相关的计算：

能量： $\varepsilon = h\nu$

动量： $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$

质量： $m = \frac{h\nu}{c^2}$

9.3 康普顿效应 (Compton Effect)

实验现象：X 射线经物质散射后，散射光中除了原波长 λ_0 外，还出现了波长 $\lambda > \lambda_0$ 的成分。 $\Delta\lambda$ 波长偏移量随着 φ 增加而增加而与散射的物质没有关系

物理本质：光子与电子发生碰撞。光子将部分能量传递给电子（电子获得动量产生反向散射），光子能量降低 \Rightarrow 频率 ν 下降 \Rightarrow 波长 λ 增大。

9.3.1 康普顿散射公式

散射波长的偏移量 $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ 随散射角 φ 的增大而增大：

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c}(1 - \cos \varphi) = \lambda_C(1 - \cos \varphi) \quad (79)$$

其中，康普顿波长 $\lambda_C = \frac{h}{m_0 c} \approx 2.43 \times 10^{-12} \text{ m}$ 。

9.3.2 公式推导逻辑 (基于能量与动量守恒)

在碰撞过程中，需考虑电子的相对论效应：

1. 能量守恒：

$$h\nu + E_e = h\nu_0 + m_e c^2$$

2. 动量守恒 (矢量式)：

$$\vec{p}_{\nu_0} = \vec{p}_\nu + \vec{p}_e$$

利用余弦定理处理动量矢量三角形：

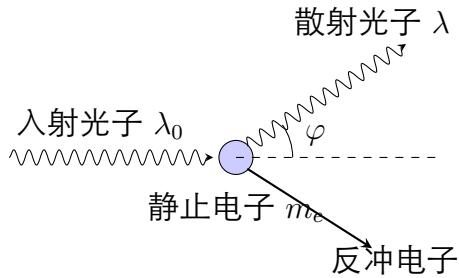
$$p_e^2 = p_{\nu_0}^2 + p_\nu^2 - 2p_{\nu_0}p'_\nu \cos \varphi$$

将 $p = \frac{h\nu}{c}$ 代入：

$$p_e^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2\nu_0\nu}{c^2} \cos \varphi$$

3. 结合相对论能量-动量关系： $(m_e c^2)^2 + (p_e c)^2 = E_e^2$ 。通过代数消元，最终可导出：

$$\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos \varphi)$$



9.3.3 如何解题 (重要总结)

解题逻辑: 光子减少的能量 = 电子获得的动量中能量

1. 波长关系: $\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos\varphi)$
2. 能量守恒: $h(\nu_0 - \nu) = E_e - m_0c^2$ 光子减少的能量 = 电子获得的反冲能量
3. 动量守恒: $\vec{p}_0 = \vec{p}_\nu + \vec{p}_e$ 矢量关系, $p = \frac{h}{c} = \frac{h\nu}{c}$

掌握上面全是简单题

下面这道题涉及相对论的问题, 错了 N 遍了一定要掌握

Eg. $\lambda_0 = 3.00 \times 10^{-12} \text{ m}$, 反冲电子 $v = 0.6c$ 。求: (i) 散射光子 λ ; (ii) 散射角 φ 。

- **Thinking:**

1. λ 关系式子? \Rightarrow 用来求 λ 。
2. $\varphi?$ \Rightarrow 用公式, 既然知道波长求 φ 。
3. 能量关系: $h\nu_0 + m_e c^2 = h\nu + E_e$

考虑相对论

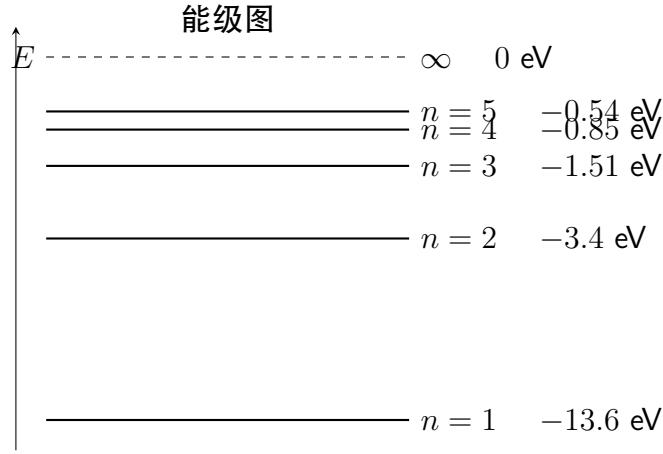
这个 $E_e = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

\Rightarrow 直接解得了 λ , 剩下 easy!

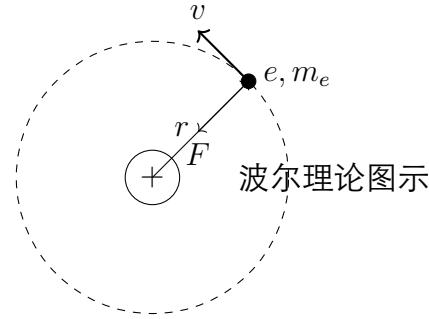
9.4 氢原子波尔理论

9.4.1 光谱规律

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$



9.4.2 氢原子模型



波尔量子条件: $L = mvr = n\frac{h}{2\pi}$

推导方程组:

$$\begin{cases} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = m_e \frac{v^2}{r} \\ mvr = n\frac{h}{2\pi} \end{cases} \quad (80)$$

解得量子化参数:

- $v_n = \frac{e^2}{2\epsilon_0 nh}$
- $r_n = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} n^2$

能量量子化:

$$E_n = E_{kn} + E_{pn} = \frac{1}{2}m_e v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (81)$$

- 当 $n = 1$ 时, $E_1 = -13.6 \text{ eV}$ 基态。

- 由 $h\nu = E_n - E_m$:

$$\Rightarrow \sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

10 量子力学基础 (Quantum Mechanics Basic)

10.1 基本物理常数与关系

1. 德布罗意关系：

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

2. 不确定性原理 (海森堡关系)：

$$\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}, \quad \Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

3. 光子能量与波长关系推导：已知 $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ ，则微分形式为：

$$|\Delta E| = h \frac{c}{\lambda^2} |\Delta \lambda|$$

代入能量-时间不确定性关系 $h \frac{c}{\lambda^2} \Delta \lambda \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{4\pi}$ (此处根据笔记取值)：

$$\Delta \lambda \geq \frac{\lambda^2}{4\pi c \Delta t}$$

同理，由 $p = \frac{h}{\lambda}$ ，有 $\Delta p = \frac{h}{\lambda^2} \Delta \lambda$ ，代入 $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{4\pi}$ 得：

$$\Delta x \geq \frac{\lambda^2}{4\pi \Delta \lambda}$$

10.2 波函数与薛定谔方程

1. 自由粒子平面波波函数：

$$\Psi(x, t) = A e^{-\frac{i}{\hbar}(Et - px)}$$

2. 统计解释：概率密度为 $\rho(x, t) = |\Psi(x, t)|^2$ 。归一化条件：

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi \Psi^* dx = 1$$

3. 薛定谔方程：

- 含时薛定谔方程: $\hat{H}\Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial\Psi(x, t)}{\partial t}$

- 定态薛定谔方程:

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

其中哈密顿算符 $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + U(x)$ 。

10.3 典型一维势场模型

10.3.1 一维无限深势阱

势能分布为: $U(x) = 0$ 当 $x \in [0, a]$, 其余地方为 ∞ 。

- 波动方程: $\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0$
- 通解: $\psi(x) = A \sin(kx + \phi)$
- 边界条件: $\psi(0) = 0 \Rightarrow \phi = 0$; $\psi(a) = 0 \Rightarrow ka = n\pi$ 。
- 能量量子化:

$$E_n = \frac{n^2\hbar^2}{8ma^2}, \quad n = 1, 2, 3 \dots$$
- 归一化波函数: $\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right)$

10.3.2 一维势垒贯穿

对于有限高势垒, 粒子具有非零的概率穿透势垒, 这种现象称为隧道效应。在势垒内部, 概率密度随深度指数衰减, 但在势垒另一侧仍有发现粒子的概率。

10.3.3 一维谐振子

势能函数: $U(x) = \frac{1}{2}m\omega^2x^2$ 。

- 能量本征值:

$$E_n = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega = (n + \frac{1}{2})h\nu, \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

- 零点能: 当 $n = 0$ 时, $E_0 = \frac{1}{2}h\nu$, 这体现了量子力学的不确定性本质。