ЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭВМ

Краткие сведения

Логические выражения

Логическое выражение состоит из логических операндов, соединенных с помощью логических операций. В качестве логических операндов могут выступать логические константы, переменные, а также отношения (сравнения) между двумя величинами. Логические выражения могут принимать одно из двух значений: ИСТИНА (TRUE или 1), ЛОЖЬ (FALSE или 0).

Существует несколько логических операций, все возможные значения которых описывают обычно с помощью таблиц истинности (это возможно по той причине, что все сочетания значений логических операндов очень легко перечислить) (см. ниже — табл. 4.1).

Приоритет операций при вычислении значения логического выражения следующий (в порядке понижения):

1) отрицание (NOT, НЕ);
2) конъюнкция (AND, И);
3) дизъюнкция и исключающее ИЛИ (OR, ИЛИ; XOR, ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ);
4) операции отношения (равно, не равно, больше, меньше, больше или равно, меньше или равно).

Если существует необходимость изменения порядка вычисления значения выражения, надо использовать круглые скобки. Чаще всего это применяется к операциям отношения, поскольку они имеют самый низкий приоритет, а их чаще всего необходимо вычислить в первую очередь.

Например, вычислим значение выражения $(a \leq b)$ OR $(c \neq b)$ при a=2, b=3, c = 3:

1) $2 \leq 3 \rightarrow$ TRUE;
2) $3 \neq 3 \rightarrow$ FALSE;
3) TRUE OR FALSE $\rightarrow$ TRUE.

Логические элементы

При всей сложности устройства электронных блоков современных ЭВМ выполняемые ими действия осуществляются с помощью комбинаций относительно небольшого числа типовых логических узлов. Основные из них таковы:

• регистры;
• комбинационные преобразователи кодов (шифратор, дешифратор, мультиплексор и др.);
• счетчики (кольцевой, синхронный, асинхронный и др.);
• арифметико-логические узлы (сумматор, узел сравнения и др.).

Из этих узлов строятся интегральные микросхемы очень высокого уровня интеграции: микропроцессоры, модули ОЗУ, контроллеры внешних устройств и т.д.

Сами указанные узлы собираются из основных базовых логических элементов — как простейших, реализующих логические функции И, ИЛИ, НЕ, И−НЕ, ИЛИ−НЕ и им подобных (элементы комбинационной логики, для которых значение функции на выходе однозначно определяется комбинацией входных переменных в данный момент времени), так и более сложных, таких как триггеры (элементы последовательностной логики, для которых значение функции зависит не только от текущих значений переменных на входе, но и от их предшествующих значений).

Условные обозначения основных элементов комбинационной логики приведены на рис. 4.3, соответствующие значения переменных («таблицы истинности») — в табл. 4.1. Отметим, что кружочек на схеме на выходе из логического элемента означает, что элемент производит логическое отрицание результата операции, указанной внутри прямоугольника.

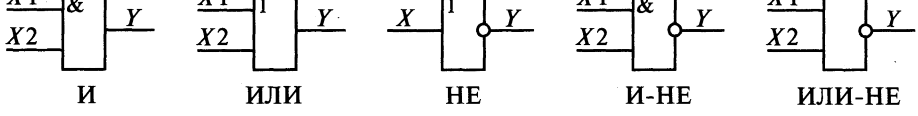

Рис. 4.3. Основные элементы комбинационной логики

Таблица 4.1

Таблица истинности логических операций

$X1$	$X2$	$X1 \wedge X2$ (И)	$X1 \vee X2$ (ИЛИ)	$\overline{X1 \wedge X2}$ (И-НЕ)	$\overline{X1 \vee X2}$ (ИЛИ-НЕ)
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	0	0

Задачи и упражнения

Упражнение № 1

Найти значение приведенных ниже выражений:

1) $x > y$ при а) $x = 2,\ y = 2$;
б) $x = 2,\ y = -8$;

2) A OR B AND NOT C при A = False, B = True, C = False;

3) NOT $(A < B)$ при а) $A = 7,\ B = 9$; б) $A = 0,\ B = 2$;

4) $(x < y)$ OR $(x = z)$ при а) $x = 0,\ y = 0,\ z = 0$;
б) $x = 0,\ y = -8,\ z = 0$;

5) $(a \le z)$ AND $(z > 2)$ AND $(a \ne 5)$ при а) $a = 2,\ z = 4$;
б) $a = -5,\ z = 0$;

6) $A \le B$ при а) $A = 2,\ B = 2$;
б) $A = 2,\ B = -8$;

7) A AND B OR NOT C при A = False, B = True, C = False;

8) NOT $(x \ge y)$ при а) $x = 7,\ y = 9$; б) $x = 0,\ y = 2$;

9) $(x < y)$ AND $(x = z)$ при а) $x = 0,\ y = 0,\ z = 0$;
б) $x = 0,\ y = -8,\ z = 0$;

10) $(a \le z)$ OR $(z > 2)$ OR $(a \ne 5)$ при а) $a = 5,\ z = -4$;
б) $a = -5,\ z = 0$;

11) $(x = y)$ OR $(z < 4)$ при а) $x = 5,\ y = 7,\ z = 0$;
б) $x = 5,\ y = -7,\ z = 10$;

12) $(x \ne y)$ AND $(z < 4)$ при а) $x = 5,\ y = 7,\ z = 0$;
б) $x = 5,\ y = -7,\ z = 10$;

13) NOT $(x > z)$ при а) $x = 5,\ z = -2$;
б) $x = -5,\ z = 2$;

14) NOT A OR B при A = True, B = False;

15) (A OR B) AND C при A = True, B = False, C = True;

16) $(x \le y)$ OR $(z > -4)$ при а) $x = 5,\ y = 7,\ z = 0$;
б) $x = 5,\ y = -7,\ z = 10$;

17) $(x \ge y)$ AND $(z \le 4)$ при а) $x = 5,\ y = 7,\ z = 0$;
б) $x = 5,\ y = -7,\ z = 10$;

18) NOT $(x \le z)$ при а) $x = 5,\ z = -2$;
б) $x = 2,\ z = 2$;

19) A OR NOT B при A = False, B = False;

20) A OR B AND C при A = True, B = False, C = True;

21) $(x \ge y)$ OR $(z > -4)$ при а) $x = 5,\ y = 7,\ z = 0$;
б) $x = 5,\ y = -7,\ z = 10$;

22) $(x \le y)$ AND $(z \le 4)$ при а) $x = -5,\ y = -7,\ z = 0$;
б) $x = 5,\ y = -7,\ z = -10$;

23) NOT $(x \ne z)$ при а) $x = 5,\ z = -2$;
б) $x = 2,\ z = 2$;

24) A AND NOT B при A = True, B = False;

25) NOT (A OR B) AND C при A = True, B = False, C = True.

Упражнение № 2

По заданной логической схеме (рис. 4.4) составить логическое выражение и заполнить для него таблицу истинности.

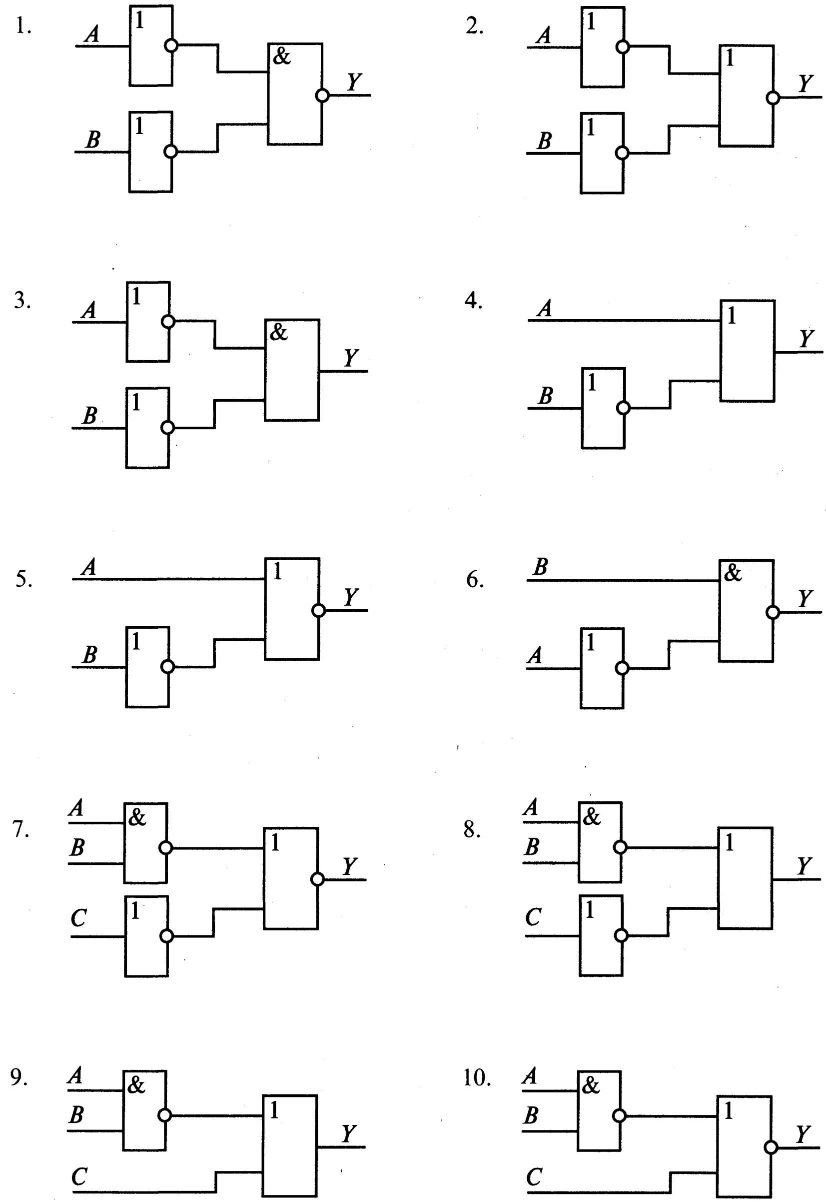

Рис. 4.4. Логические схемы

Упражнение № 3

По заданному логическому выражению составить логическую схему и построить таблицу истинности:

1. A AND B OR NOT C; 2. A AND NOT B OR C;

3. NOT(*A* AND NOT *B*) OR *C*;
4. *A* OR NOT *B* AND *C*;
5. *A* OR NOT(NOT *B* AND *C*);
6. NOT(*A* OR *B*) AND NOT *C*;
7. NOT(*A* AND *B*) OR NOT *C*;
8. NOT *A* OR *B* AND *C*;
9. NOT(NOT *A* OR *B* OR *C*);
10. NOT(NOT *A* OR *B* AND NOT *C*).

Упражнение № 4

Логические элементы И–НЕ и ИЛИ–НЕ называют базовыми, поскольку любой из перечисленных на рис. 4.3 логических элементов можно выразить только через И–НЕ (или ИЛИ–НЕ). Соответствующие схемы для одного из этих случаев приведены на рис. 4.5.

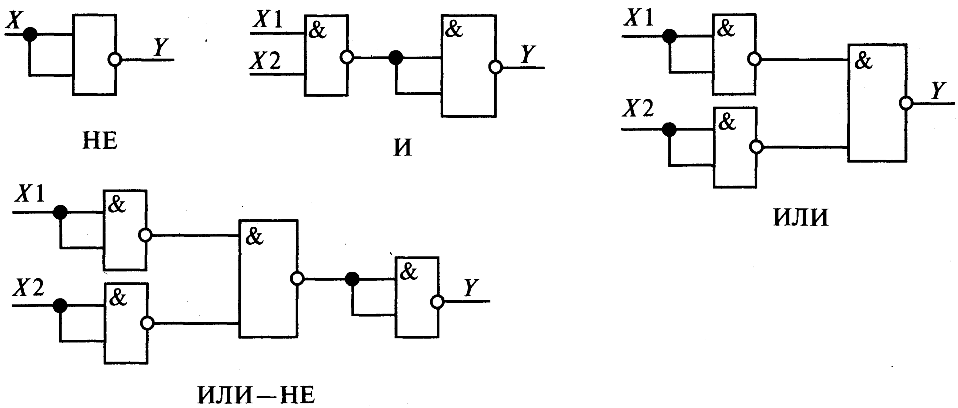

Рис. 4.5. Реализация логических элементов через базовый И–НЕ

Для того чтобы убедиться в справедливости сформулированного выше утверждения, достаточно перебрать все возможные комбинации входных сигналов и найти результат. Покажем это на примере схемы для «И»; промежуточный результат обозначим через *Z* (табл. 4.2).

Таблица 4.2

Реализация схемы «И»

*X*1	*X*2	*Z*	*Y*
0	0	1	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Таким образом, сравнивая с табл. 4.1, убеждаемся в справедливости высказанного выше утверждения.

Задание 1.

Выполнить указанную проверку для всех схем на рис. 4.5.

Задание 2.

Разработать схемы реализации элементов НЕ, И, ИЛИ, И–НЕ через базовый логический элемент ИЛИ–НЕ.

Упражнение № 5

Кроме указанных выше одно- и двухвходовых элементов комбинационной логики, используют и более сложные — трех-, четырехвходовые и др., реализующие определенные логические функции более чем двух аргументов. Один из таких элементов изображен на рис. 4.6, *а*; он реализует действие $Y = \overline{X1 \wedge X2 \wedge X3 \wedge X4}$.

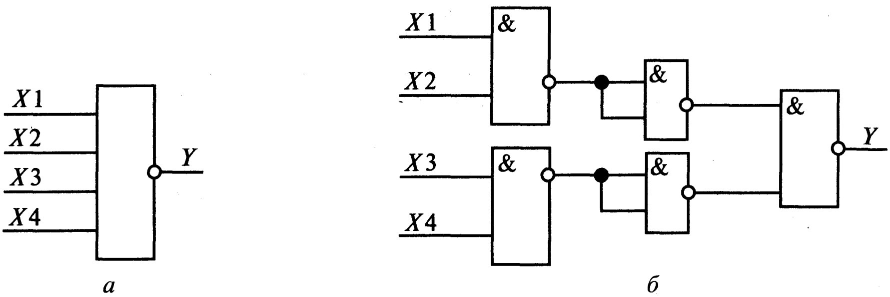

Рис. 4.6. Один из четырехвходовых элементов комбинационной логики (*а*) и его реализация через двухвходовые элементы (*б*)

Задание 3. Проверить, что четырехвходовый элемент, изображенный на рис. 4.6, *а*, эквивалентен комбинации двухвходовых элементов, изображенной на рис. 4.6, *б*.

Упражнение № 6

Для сложения двух одноразрядных чисел применяется так называемый полусумматор, логическая схема которого изображена на рис. 4.7. Схема реализует арифметическое действие $A + B = C_0S$, где A и B — одноразрядные двоичные числа, C_0 и S — соответственно старший и младший двоичные разряды суммы (например, если $A = 0$ и $B = 1$, то $C_0 = 0$ и $S = 1$).

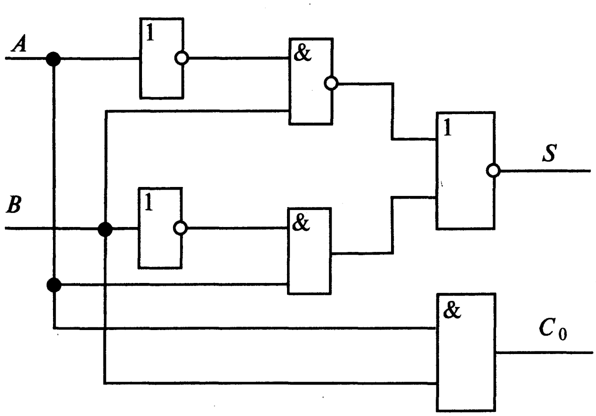

Рис. 4.7. Логическая схема полусумматора

Задание 4.
Проверить, что имеют место логические формулы

$$S = (\bar{A} \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}), \quad Co = A \wedge B$$

Примечание. Цифра «1» отождествляется с логическим «да» («истина», или 1), цифра «0» — с логическим «нет» («ложь», или 0).

Упражнение № 7

Для сложения двух двоичных разрядов A и B многоразрядного числа с учетом возможного добавления цифры C_i, оставшейся от сложения предыдущих разрядов используется так называемый одноразрядный сумматор.

Пример. Складываем «столбиком» $101_{(2)} + 111_{(2)}$. Для сложения крайних правых цифр достаточно использовать полусумматор; согласно обозначениям, принятым в упражнении № 6, имеем: $A = 1$, $B = 1 \Rightarrow C_0 = 0$, $S = 1$. Продолжаем сложение — теперь уже полусумматором не обойтись, ибо надо фактически сложить три цифры: 0 и 1 (вторые справа разряды слагаемых) и 1, «пришедшую» из сложения предыдущих разрядов.

Эта задача решается с помощью одноразрядного сумматора (рис. 4.8).

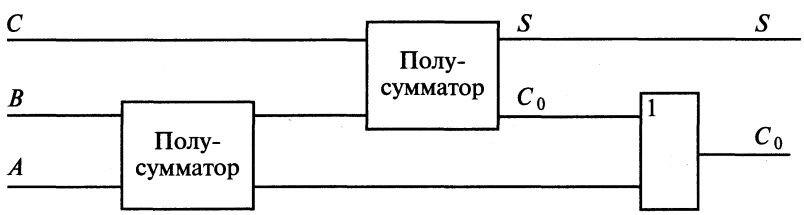

Рис. 4.8. Логическая схема одноразрядного сумматора

Задание 5.

Проверить перебором всех возможных вариантов, что схема на рис. 4.8 действительно реализует указанное выше действие.

Упражнение № 8

Для сложения многоразрядных чисел используют устройства — сумматоры. Логическая схема трехразрядного сумматора приведена на рис. 4.9.

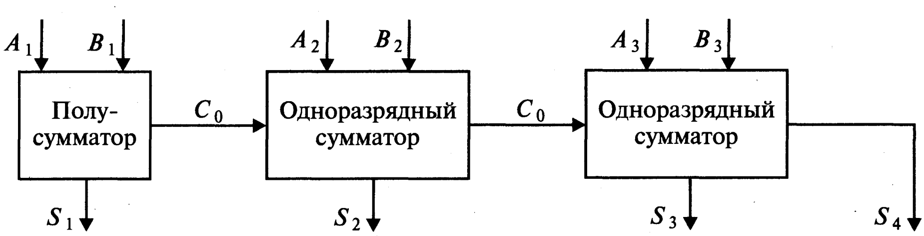

Рис. 4.9. Логическая схема трехразрядного сумматора

Задание 6.

Разобрать на примерах работу трехразрядного сумматора.