$\boxed{\text{NP}}$ (search problems)

	certificates
Vertex Cover	vertex cover ขนาด k
Set Cover	collection ของ subsets ขนาด k
Independent Set	indep. set ขนาด k
Clique	clique ขนาด k

ถ้า instance เป็น yes-instance มีหลักฐานที่
(1) ขนาดเป็น poly ของขนาด input
(2) ตรวจสอบได้ง่ายๆ ได้ว่าเป็น yes instance

ถ้าเป็น no-instance
→ สร้างหลักฐานปลอมไม่ได้

Definition จะเรียกปัญหา A ว่าเป็นปัญหา $\boxed{\text{NP}}$ (หรือเป็นปัญหาในกลุ่ม NP) ถ้ามี algorithm V (verifier) ที่มีคุณสมบัติดังนี้

(1) สำหรับทุกๆ yes-instance x ของ A
จะมี certificate y ที่ $|y| = \text{poly}(|x|)$ และ
$V(x,y) = 1$ (V เชื่อว่า x เป็น yes instance จาก certificate y)

(2) สำหรับทุกๆ no-instance x ของ A
และทุกๆ string y ใดๆ
$V(x,y) = 0$ (V ไม่โดนหลอก)

(3) V ทำงานใน polynomial time ของ $|x|, |y|$.

ex Satisfiability

A boolean expression ϕ จะอยู่ในรูป Conjunctive Normal Form (CNF) ถ้า ϕ ประกอบไปด้วยการ $\boxed{\text{AND}}$ กันของ clause ย่อยๆ ที่เป็นการ $\boxed{\text{OR}}$ กันของ ตัวแปร หรือ นิเสธของตัวแปร

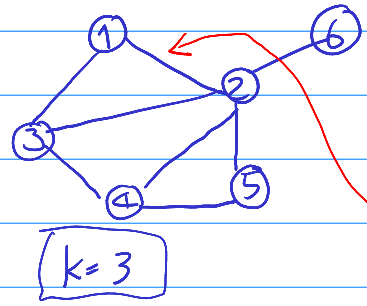
clauses

ex: Variables x_1, x_2, x_3, x_4 $\quad (x_1 \vee x_2) \wedge (x_2 \vee \neg x_3) \wedge (x_3 \vee x_4 \vee \neg x_1)$

ปัญหา Satisfiability (SAT): ให้ boolean formula ϕ ในรูปแบบ CNF
ถามว่าเราสามารถกำหนดค่าให้ตัวแปร ที่ทำให้ ϕ เป็นจริงได้หรือไม่?

■ SAT $\in$ NP

▷▷ เพื่อลดความงง จะแปลงปัญหาเป็น ตัวอย่าง เช่น VERTEX COVER, SAT
พิจารณา instance ของ INDEP. SET



Variables $x_1, x_2, \ldots, x_6$
ให้ x_i เป็น True ถ้าจะให้ x_i อยู่ใน indep. set.

■ เงื่อนไขของปัญหา (ห้ามเลือกติดกันใน indep. set)

$x_1 \Rightarrow \neg x_2$, $x_2 \Rightarrow \neg x_1$

$\neg x_1 \vee \neg x_2$ $\quad$ $\neg x_2 \vee \neg x_1$

$$\phi = \Big\{ (\neg x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_6) \wedge \cdots \wedge$$

$$\Big[\text{GREATER OR EQ}\,(\text{ADD}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6), k)\Big] \Big\}$$

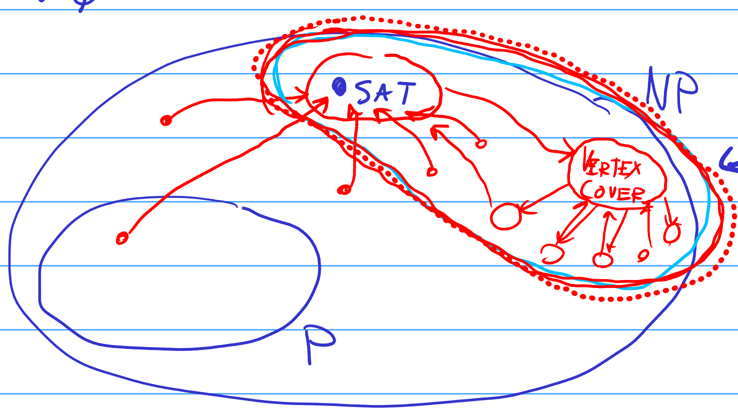
++++ details $\Rightarrow$ INDEPEDENT SET $\leq_p$ SAT.

$\boxed{1}$ Theorem (Cook-Levin) สำหรับทุกๆ ปัญหา A ใน NP

$$\boxed{A \leq_p SAT.}$$

$\boxed{2}$ $\boxed{SAT \in NP}$: เราสร้าง verifier ที่ตรวจสอบ certificate ที่เป็น assignment ของตัวแปรใน ϕ

จาก $\boxed{1}$ และ $\boxed{2}$



① บอกว่าอยู่ใน NP

② บาง NP-complete ลดรูปไปหาปัญหาเหล่าได้.

Remark
ถ้าปัญหา A∈P
A จะ ∈ NP