

1.2. Intervalos donde una función es creciente, decreciente o constante

Un piloto de ala delta despegue desde una pista de lanzamiento que se encuentra a 500 pies sobre el nivel del mar.



Figura 1

Un altímetro permite determinar la elevación E del piloto con respecto al sitio desde donde se lanzó. A continuación se muestra la gráfica de la elevación E como una función del tiempo t , en minutos, transcurridos después del lanzamiento:

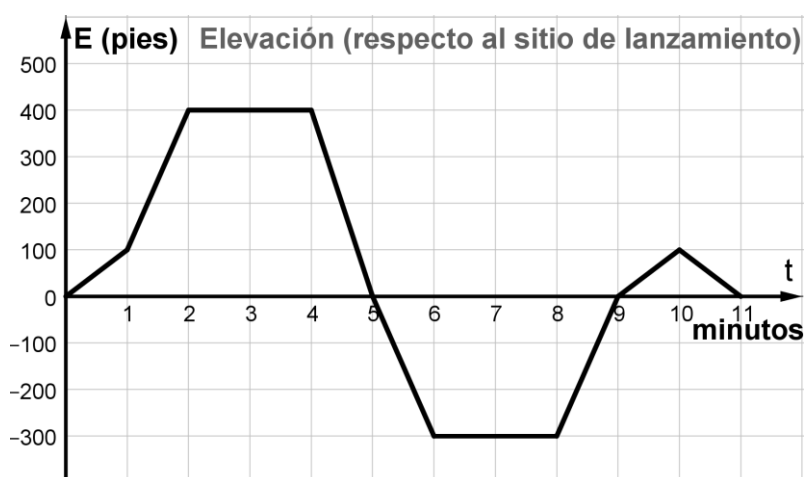


Figura 2

- ¿En qué intervalos de tiempo asciende el piloto? ¿en cuáles desciende?
- ¿Cuándo está el piloto a la misma altura del sitio de donde se lanzó?
- ¿En qué intervalos de tiempo vuela a altura constante y por cuánto tiempo lo hace?
- ¿Durante cuánto tiempo realiza el vuelo? (Dominio de la función).

Un aspecto a describir del *comportamiento* de una función, a partir de la gráfica, consiste en indicar en qué intervalos del dominio crece, decrece o permanece constante. Si al recorrer la gráfica de izquierda a derecha encontramos que en un intervalo abierto la gráfica *sube* o *baja* entonces la función es **creciente** o **decreciente**, respectivamente, en dicho intervalo. Si no sube ni baja es **constante** en ese intervalo.

Una función f es **creciente** en un intervalo abierto (a, b) , si para cualquiera x_1 y x_2 en el intervalo, tales que $x_1 < x_2$, se cumple que:

$$f(x_1) < f(x_2)$$

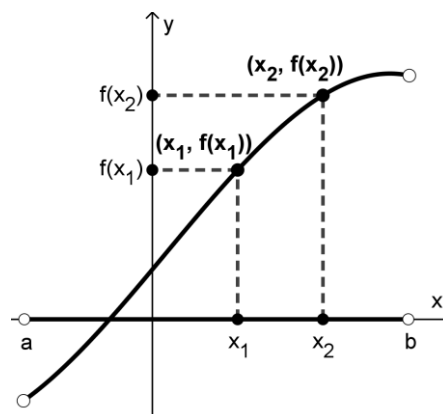


Figura 3

Una función f es **decreciente** en un intervalo abierto (a, b) , si para cualquiera x_1 y x_2 en el intervalo, tales que $x_1 < x_2$, se cumple que:

$$f(x_1) > f(x_2)$$

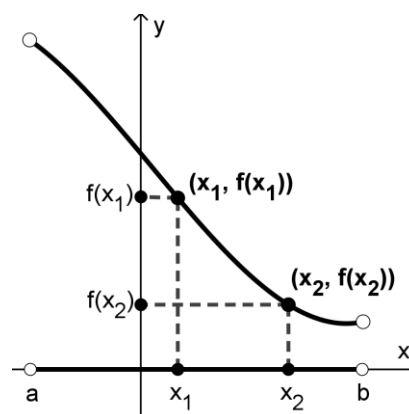


Figura 4

Una función f es **constante** en un intervalo abierto (a, b) , si para cualquiera x_1 y x_2 en el intervalo, tales que $x_1 < x_2$, se cumple que:

$$f(x_1) = f(x_2)$$

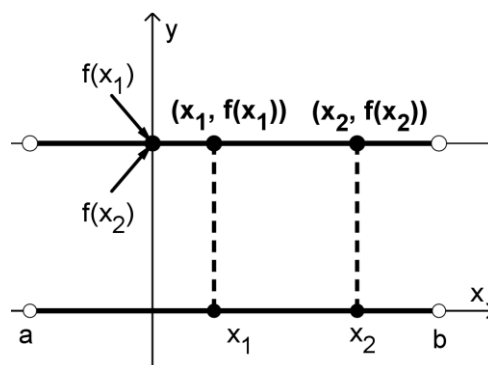


Figura 5

Tomemos por ejemplo, la función f cuya gráfica se muestra en la figura 6:

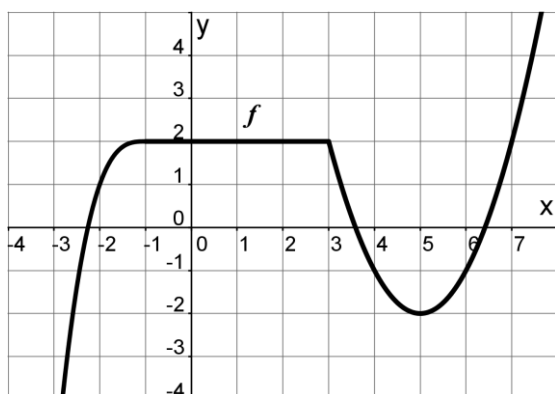


Figura 6

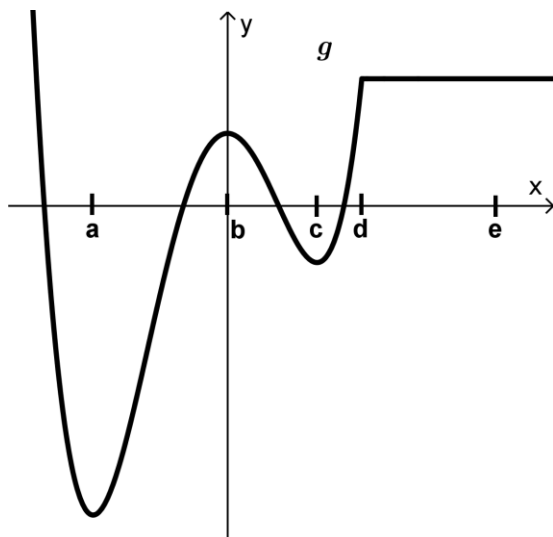
f es creciente en los intervalos $(-\infty, -1)$ y $(5, \infty)$.*

Es decreciente en el intervalo $(3, 5)$

Es constante en el intervalo $(-1, 3)$

*Cuando la gráfica de la función toque el borde de la figura se considera que va hasta infinito o menos infinito.

➤ Escriba los intervalos donde crece, decrece o es constante la función g cuya gráfica es:

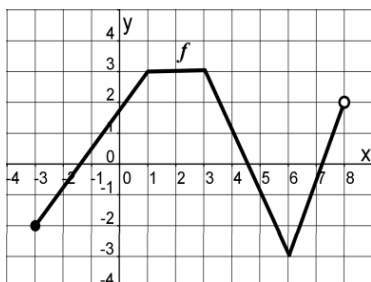


➤ Escriba los intervalos donde la función de elevación, E , (figura 2), crece, decrece o es constante:

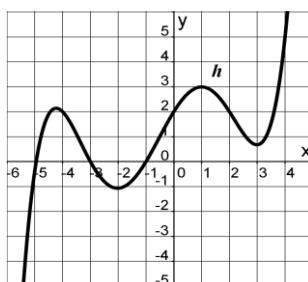
I. Para cada función de la figura 8:

- indique los intervalos en los que es creciente, decreciente o constante.
- determine el dominio de las funciones 1), 3) y 5), y el rango de las funciones 2), 4) y 6).
- halle dos valores funcionales que estén definidos y uno que no lo esté (si lo hay).

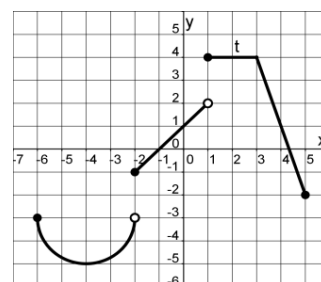
1)



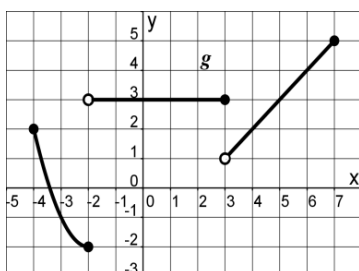
2)



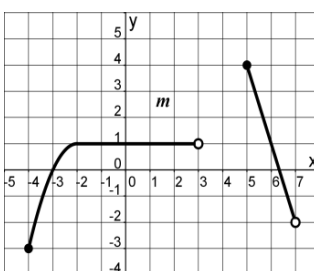
3)



4)



5)



6)

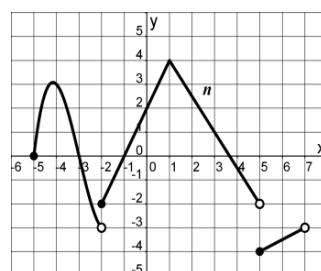


Figura 8

II. En cada caso, dibuje la gráfica de una función que tenga como dominio los números reales y que cumpla las condiciones pedidas:

- Que sea decreciente en el intervalo $(1, \infty)$ y creciente en el intervalo $(-\infty, 1)$.
- Creciente en el intervalo $(-3, 2)$ y constante en el intervalo $(2, 6)$. Dominio el intervalo $[-3, 6)$.
- Creciente en los reales positivos, decreciente en los reales negativos. $f(-3) = 5$, $f(0) = 2$ y $f(2) = 4$.
- Decreciente para los x , tal que, $-5 < x < 1$, creciente para los x , tal que, $3 < x < 7$. $f(-5) = 4$, $f(-1) = 0$, $f(3) = -2$ y $f(5) = 2$. Dominio, el intervalo $[-5, 1) \cup [3, 7)$.
- Creciente y positiva en el intervalo $(-6, -1)$; decreciente y negativa en el intervalo $(-1, 4)$. $f(-3) = 3$ y $f(3) = -3$.

III. Preguntas de selección múltiple con múltiple respuesta:

- Si 1 y 2 son correctos marque A
- Si 2 y 3 son correctos marque B
- Si 3 y 4 son correctos marque C
- Si 2 y 4 son correctos marque D

1) De la función f , cuya gráfica se muestra en la figura 9, es correcto afirmar:

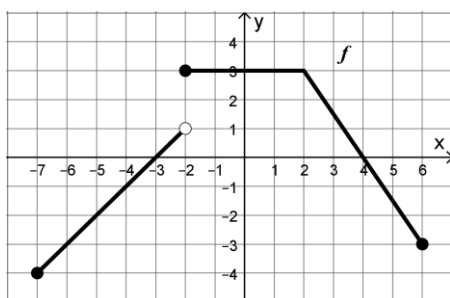


Figura 9

1. es decreciente en el intervalo $(-7, -2)$.
2. el rango es el intervalo $[-4, 3]$.
3. es constante en el intervalo $(-2, 2)$.
4. $f(x) = 0$, para $x = 3$.

2) De la función g , cuya gráfica se muestra en la figura 10, es cierto que:

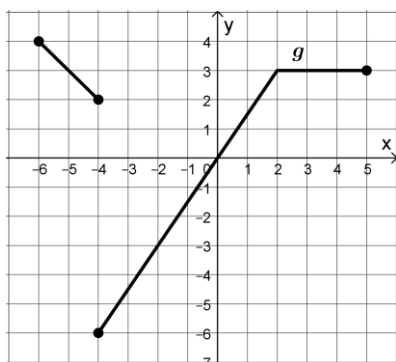


Figura 10

1. es decreciente en el intervalo $(-4, 2)$.
2. la función es positiva en el intervalo $[-4, 0)$.
3. es constante en el intervalo $(2, 5)$.
4. la ecuación $g(x) = 3$ tiene infinitas soluciones.

Tabla de respuestas

| Pregunta | A | B | C | D |
|----------|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |

IV. Teniendo en cuenta la gráfica de la función h (figura 11), escriba V o F, según corresponda, si el enunciado es verdadero o falso.

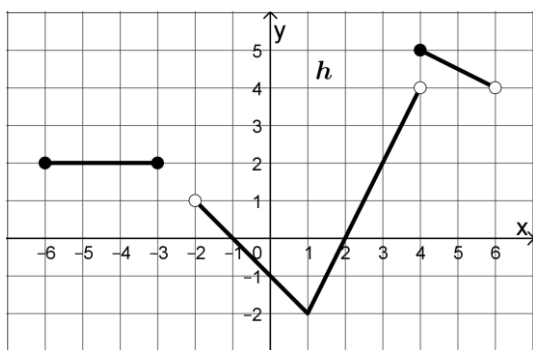


Figura 11

- 1) $Dom\ h = [-6, -3] \cup (-2, 6)$ ()
- 2) La función tiene un único cero ()
- 3) En el intervalo $[-6, -3]$, h es positiva ()
- 4) y -intercepto es el punto: $(0, 1)$ ()
- 5) h es negativa en el intervalo $(-1, 2)$ ()
- 6) $h(x) = -1$, para $x = 0$, o $x = 1.5$ ()
- 7) h es decreciente en el intervalo $(1, 4)$ ()
- 8) $h(x) = 2$ tiene solo 3 soluciones ()
- 9) $Rango\ h = [-2, 5]$ ()
- 10) $h(4) - h(-5.5) + 2h(1) < h(3)$ ()