TALLER CONCEPTOS BÁSICOS DE ÁLGEBRA

Expresión verbal – Expresión matemática

Algunas expresiones del *lenguaje usual* u *ordinario* se pueden llevar o traducir al *lenguaje matemático* utilizando expresiones algebraicas. Por ejemplo, "cinco veces un número disminuido en once" se puede escribir como $5x - 11$; la x aquí representa un número cualquiera dentro de un conjunto de números no especificado (cuando no se dé explícitamente el conjunto, asumimos el conjunto numérico más amplio para el cual tienen sentido el contexto en consideración y las operaciones indicadas; tenga presente el orden en que se realizan las operaciones).

Ejercicio 1.

Escriba en lenguaje matemático: (al frente de cada enunciado)

1) La diferencia de un número m y quince
2) Cuatro séptimos de un número b
3) Ocho menos que el cociente de un número w y treinta
4) El cubo de un número y aumentado en siete cuartos
5) El cuadrado de la diferencia de un número p y nueve veces el mismo número
6) La resta de la raíz cuadrada del triple de un número x y nueve
7) La raíz cuadrada de la resta del triple de un número x y nueve
8) El doble de la resta de dos números
9) El cociente entre la suma de dos números y cuarenta y dos
10) La diferencia del cuadrado de dos números
11) El cubo de la diferencia de cuatro veces un número y doce
12) El cuadrado de la diferencia de dos números
13) La suma de las raíces cuadradas de dos números
14) La raíz cuadrada de la diferencia de dos números
15) La raíz quinta del cociente de dos números
16) El cociente de la raíz quinta de dos números

El proceso contrario también es importante tenerlo claro. Escribir en lenguaje *usual u ordinario*, la expresión $\left(\frac{1}{2}x - 9\right)^2$, se escribiría: "El cuadrado de, la diferencia entre la mitad de un número y nueve"

Ejercicio 2.

Escriba en lenguaje verbal usual u ordinario, las siguientes expresiones matemáticas:

1) $3a^2 + 7$
2) $(5m - 11)^3$
3) $\frac{2}{3}y^3 - \frac{5}{4}y^2$
4) $(m - n)^2 = m^2 - 2mn + n^2$
5) $\sqrt{x^2 + y^2} \neq \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$

Expresiones de las ciencias se traducen al lenguaje matemático utilizando ecuaciones (igualdad entre dos expresiones algebraicas). Ejemplo: "La temperatura en grados Fahrenheit F, es nueve quintos de la temperatura en grados Celsius C aumentado en treinta y dos", se traduce como: $F = \frac{9}{5}C + 32$.

Ejercicio 3.

Escriba en lenguaje matemático las siguientes expresiones:

1) El cuadrado del periodo $\boldsymbol{P}$ de un planeta es igual al producto de una constante $\boldsymbol{k}$ y el cubo de la distancia $\boldsymbol{R}$ del planeta al sol.
2) La utilidad $\boldsymbol{U}$, es igual al ingreso $\boldsymbol{I}$, menos el costo total $\boldsymbol{C}$.
3) En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa $\boldsymbol{h}$ es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, $\boldsymbol{a}$ y $\boldsymbol{b}$.
4) Un vendedor necesita calcular el precio de venta de un artículo al que se le aplica un impuesto de venta del 16.5%; qué ecuación representa el precio de venta $\boldsymbol{P}$ de un artículo que cuesta $\boldsymbol{x}$ dólares.
5) El largo de un rectángulo es 16 metros más que el doble de su ancho. Si $\boldsymbol{a}$ representa el ancho del rectángulo escriba una expresión en términos de $\boldsymbol{a}$ que representa su área; elimine los paréntesis.

Ejercicio 4.

Resuelva los siguientes problemas.

1) Utilice la fórmula $A = \frac{1}{2}bh$, donde A es el área, h la altura y b la base de un triángulo, para determinar la altura h de un triángulo cuya área es $486\ cm^2$ y la base b es $27\ cm$.
2) Utilice la fórmula $P = 2l + 2w$, donde P es el perímetro, l el largo y w el ancho de un rectángulo, para determinar el ancho de un rectángulo si el perímetro P es de de $1282\ m$, y el largo l es $351\ m$.
3) El área superficial, A, de un cilindro circular recto está dada por $A = 2\pi rh + 2\pi r^2$, donde h es la altura del cilindro y r el radio. Halle el área de un cilindro cuyo diámetro es $48\ cm$, y la altura es el triple del radio.

4) Un tubo plástico para agua tiene 200 pulgadas de largo, 2 pulgadas de espesor y un radio externo de x pulgadas. Escriba una expresión algebraica en términos de x que represente el volumen V del plástico utilizado para construir el tubo. Simplifique la expresión.

5) El área A de un trapecio está dada por $A = \frac{1}{2}h\,(B + b)$, donde B y b son las longitudes de la base mayor y menor respectivamente y h es la altura del trapecio.

   a) Escriba el área sin utilizar paréntesis.

   b) Halle el área de un trapecio si $B = 36\ cm$, la base menor es la tercera parte de B y la altura es los $\frac{5}{4}B$.

Valor Numérico de una expresión

Para hallar el valor numérico de una expresión, se remplaza dicho valor en cada una de las variables que tenga la expresión y se realizan las operaciones indicadas teniendo en cuenta el orden operacional y la simplificación en los números reales.

Ejemplo: Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones:

1) $(a - 11) - 3(9 - 2a)(5a - 11),\ si\ a = 4$

   Solución:

$$(4 - 11) - 3\big(9 - 2(4)\big)(5(4) - 11)$$

$$-7 - 3(9 - 8)(20 - 11)$$

$$-7 - 3(1)(9)$$

$$-7 - 27 = \mathbf{-34}$$

2) $3x^2 - 2x - 11,\ si\ x = -5$

   Solución:

   $3(-5)^2 - 2(-5) + 11 = 3(25) + 10 - 11 = 75 - 1 = \mathbf{74}$

3) $\frac{9}{2}m^3 - 12m^2 + 5m - 7,\ si\ m = -\frac{2}{3}$

$$\frac{9}{2}\left(-\frac{2}{3}\right)^3 - 12\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 5\left(-\frac{2}{3}\right) - 7$$

$$\frac{9}{2}\left(-\frac{8}{27}\right) - 12\left(\frac{4}{9}\right) + 5\left(-\frac{2}{3}\right) - 7$$

$$\frac{4}{3} - \frac{16}{3} - \frac{10}{3} - 7 = -\frac{22}{3} - \frac{21}{3} = \mathbf{-\frac{43}{3}}$$

Ejercicio 5.

Halle el valor numérico de cada una de las siguientes expresiones:

1) $(y + 16) + (8 - 2y) - (5y - 4)$, si $y = 6$
2) $2(a - 7)(3 - 5a) - (a + 4)(a - 4)$, si $a = -5$
3) $5x^4 - 7x^3 + 6x^2 - 9x - 12$, si $x = -2$
4) $\frac{4}{9}b^3 - \frac{2}{3}b^2 + 6b - 13$, si $b = \frac{3}{2}$
5) $(ab) - (b \div a)^2$ para $a = 3$ y $b = -15$
6) $\left((-12) \div w\right) - (w^2 - z^2) + (w - z)^2$, si $w = -4$ y $z = -3$

El Plano Cartesiano

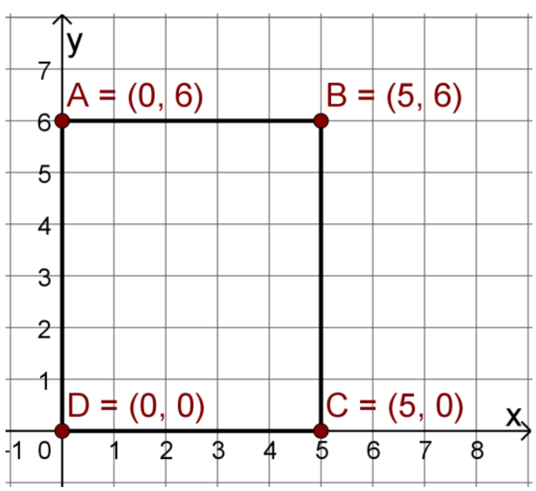
Ejemplo: Represente en el plano cartesiano los puntos de coordenadas $(x,\ y)$:

$A: (\mathbf{0},\ 6),\ B:\ (5,\ 6),\ C: (5,\ \mathbf{0}),\ D:\ (\mathbf{0},\ \mathbf{0})$.

La primera coordenada de un punto $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y})$ se busca en el eje horizontal $\boldsymbol{x}$ y la segunda en el eje vertical $\boldsymbol{y}$.

Los puntos cuya primera coordenada (***abscisa***) es **0**, se ubican en el eje $\boldsymbol{x}$, por ejemplo, el punto $(\mathbf{0}, \mathbf{6})$. Los puntos cuya segunda coordenada (***ordenada***) es $\mathbf{0}$ o **nula**, se ubican en el eje $\boldsymbol{y}$, por ejemplo, el punto $(\mathbf{5}, \mathbf{0})$.

Una los puntos en el orden en que aparecen: $\boldsymbol{ABCDA}$. Halle el perímetro y área de la figura que se obtiene.



Perímetro: suma de los lados.

$$P = 5 + 6 + 5 + 6 = 22\ u$$

Área: como la figura que se obtiene es un rectángulo, el área es, ***largo por ancho***.

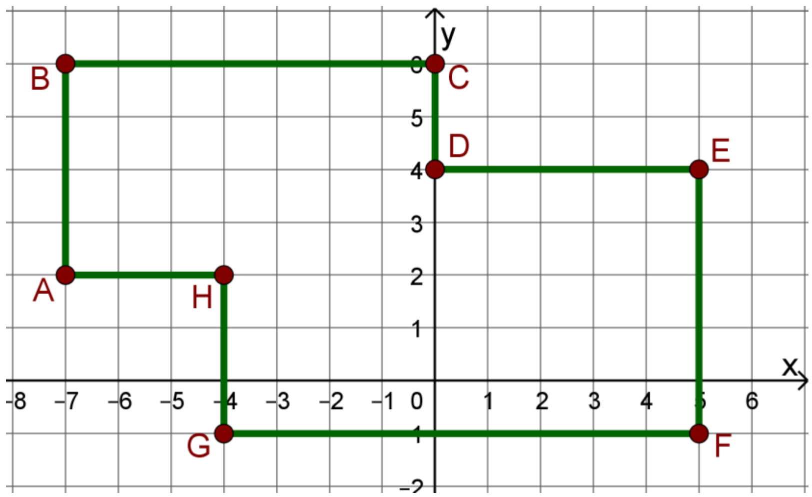
$$A = l \times a$$

$$A = 5 \times 6 = 30\ u^2$$

Ejercicio 6.

1) Encuentre los vértices de un rectángulo tal que su perímetro sea igual al de la figura anterior, uno de sus lados esté en el eje x y uno de sus vértices sea el punto $(8, 7)$.

2) Indique las coordenadas de cada punto que se muestra en la siguiente gráfica. ¿Cuál es el perímetro y el área de la figura?



3) Represente en el plano cartesiano los puntos de coordenadas:

$A: (-9,\ 4),\ \ B: (0, 4),\ \ C: (0,\ 6),\ \ D: (8,\ 0),\ \ E: (-3,\ 0),\ \ F: (-3, -6),\ \ G: (-6, -2),\ \ H: (-9, -2).$

Una los puntos en el orden en que aparecen: $\boldsymbol{ABCDEFGHA}$. Halle el perímetro y área de la figura que se obtiene.