1.1. Generalidades de la función

Actividad inicial

Escape de agua

El goteo permanente de una llave, un escape en la cisterna de un baño, genera pérdida de agua.

- Describa un procedimiento para estimar la cantidad de agua que se pierde debido a una llave que gotea

- ¿Cómo calcularía el correspondiente costo en dinero?

Se recoge el agua que gotea de una llave en un recipiente con una capacidad de trece litros el cual contiene inicialmente tres litros de agua; se observa que cada hora se recogen dos litros de agua.

- Añada una pregunta a la situación anterior que la convierta en un problema.

- Complete los valores de volumen de agua en el recipiente correspondientes a los valores de tiempo indicados en la tabla 1:

Tiempo (t) (horas)	0	1	2		3.5	4.2	
Volumen (V) (litros)				9			13

Tabla 1

- ¿Qué interpretación le da al último renglón de la tabla?

***Situación* 1**

Cecilia, María, Carlos y Germán son jóvenes que ingresan a trabajar a una empresa. Alguna información relacionada con ellos se encuentra en las figuras 1, 2 y 3 por medio de las *correspondencias* f, g y h, donde:

f indica las edades, en años.

g indica a quién envía correo después de la reunión.

h indica las actividades que realizan.

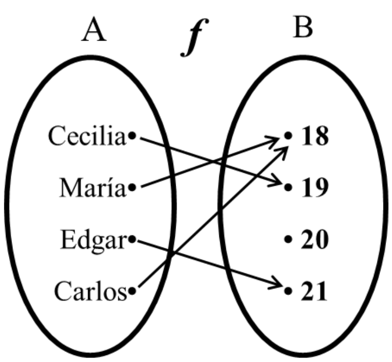


Figura 1

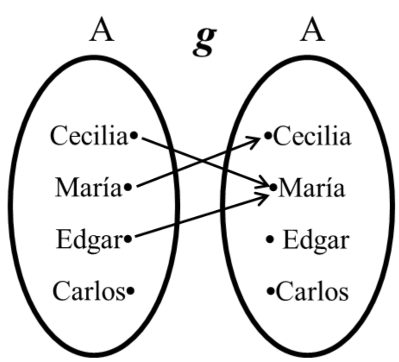


Figura 2

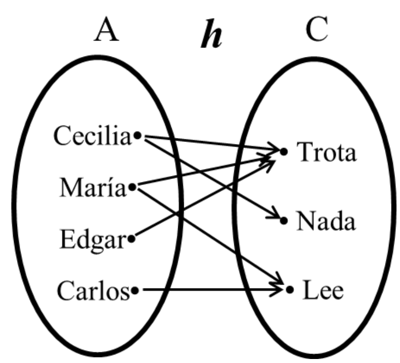


Figura 3

De los ***diagramas de flechas*** de las figuras 1, 2 y 3 observamos que Cecilia, por ejemplo, tiene 19 años, le envió un correo a María, le gusta ir a nadar y trotar. En el lenguaje de las correspondencias decimos que en la correspondencia f, a Cecilia le corresponde el 19 (o que la ***imagen*** de Cecilia por la correspondencia f es 19); en g, a Cecilia le corresponde María y en h, a Cecilia le corresponde nadar y trotar.

Las correspondencias que estudiaremos en este curso son del tipo que se define a continuación.

> Una correspondencia f de un conjunto A en un conjunto B que asigna a cada elemento de A un *único elemento* de B es una ***función.***

De las correspondencias entre los conjuntos de las figuras 1, 2 y 3 tenemos que:

f es función de A en B pues a cada elemento de A le corresponde un solo elemento de B.
g no es función de A en A porque a Carlos no le corresponde algún elemento en A.
h no es función de A en C pues a Cecilia le corresponde más de un elemento en C.

- ¿Cuáles de las correspondencias señaladas en las figuras 4, 5, 6 y 7 son funciones de D en E?

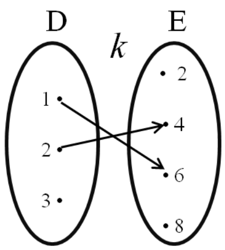


Figura 4

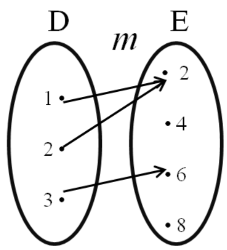


Figura 5

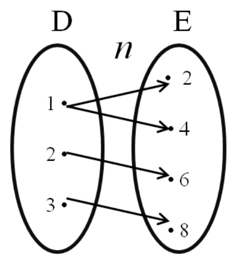


Figura 6

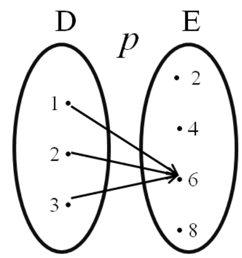


Figura 7

Cuando una correspondencia es función, como en el caso de f, figura 1, se usa también una representación llamada ***notación funcional***. Por ejemplo, para representar con notación funcional que a Cecilia le corresponde el número 19, lo hacemos así:

$$f(\text{Cecilia}) = 19$$

Leemos lo anterior:

f *de* Cecilia *es igual a* 19

Observemos también con respecto a f que de todos los elementos de A salen flechas (como era de esperarse pues por ser f una función, a cada elemento de A le tiene que corresponder algún elemento de B) y que no llegan flechas a todos los elementos de B (o que no todos los elementos de B son imagen de algún elemento de A). A continuación, se hace distinción de los conjuntos formados por los elementos mencionados:

> *Sea f una función de A en B. El conjunto A es el* ***dominio*** de f*, el conjunto* B es el ***codominio*** de f y el subconjunto de B formado por los elementos que son imágenes es el ***rango*** de *f.*
> Las abreviaturas **dom *f***, **codom *f*** y **rango *f*** serán usadas para esos conjuntos, respectivamente.

***Ejemplo* 1**

Para la función f de la figura 1 determine dominio, codominio y rango.

Solución:

$dom\ f = A =$ {Cecilia, María, Carlos, Germán}

$codom\ f = B = \{18, 19, 20, 21\}$

$rango\ f = \{18, 19, 21\}$

- Una función m entre los conjuntos $D = \{1, 2, 3\}$ y $E = \{2, 4, 6, 8\}$ está definida así:

$$m(1) = 4, \qquad m(2) = 6, \qquad m(3) = 4$$

Haga el diagrama de flechas de m y determine su dominio y rango.

Consideremos la función r de la figura 8:

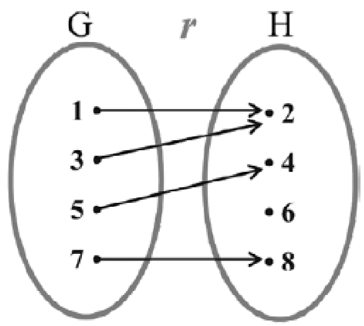


Figura 8

Para esta función tenemos que $r(1) = 2$. La notación funcional la entendemos mejor si comparamos la función con una *máquina* (figura 9): al introducir el 1 (*input* o *entrada*) en la máquina, esta lo procesa y lo convierte en 2 (*output* o *salida*).

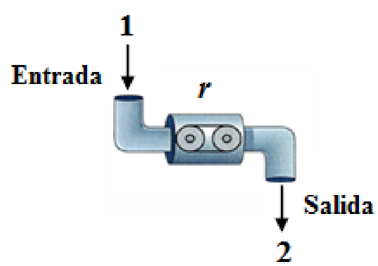


Figura 9

En $r(1) = 2$, imaginemos que r es el nombre de la máquina, el paréntesis es el cuerpo de la máquina en la cual *entra* el número 1, y el 2 que está después del igual es el número que *sale* de la máquina.

En esta comparación de una función con una máquina, los elementos del dominio de la función son los objetos que se permite entrar en la máquina, aquellos para los cuales estas se construyen, y los elementos del rango son los objetos que produce la máquina.

Formas de representar o describir una función

Como las funciones que encontraremos a lo largo del curso involucran conjuntos infinitos, la manera de definirlas por medio de diagramas de flechas ya no es apropiada. Habrá entonces que utilizar una regla (usualmente una expresión algebraica) que indique cómo establecer la correspondencia entre los conjuntos.

Retomemos la situación inicial para ilustrar lo mencionado anteriormente y otros aspectos generales relacionados con las funciones. El tiempo que va transcurriendo desde que se abre la llave es un ejemplo de una cantidad *variable*:

Una ***variable*** es una letra que representa cualquier elemento de un conjunto.

Utilizaremos la letra t para la variable tiempo. Como el tiempo de llenado del recipiente es de 5 horas, t toma valores en el conjunto de los números comprendidos entre 0 y 5, incluidos el 0 y el 5, el cual es un conjunto infinito; este conjunto es el *intervalo cerrado* de extremos 0 y 5: $[0, 5]$.

El volumen V de agua que va quedando en el recipiente también es una variable.

- ¿En qué conjunto toma valores la variable V?

Como inicialmente había 3 litros de agua en el recipiente y ya que cada hora ingresan 2 litros constantemente, las variables t y V las podemos relacionar con la fórmula:

$$V = 2t + 3$$

En esta fórmula, a cada valor del tiempo le corresponde un único valor del volumen; por tanto, consideramos a la variable V como una función de la variable t.

A la variable t se le llama la ***variable independiente*** pues se le puede asignar cualquier valor del dominio (el intervalo $[0, 5]$). La variable V se llama la ***variable dependiente***; el valor que toma depende de t ya que el volumen en el recipiente depende del tiempo transcurrido.

El nombre que usualmente damos a la función es el mismo que el de la variable dependiente. Así, llamamos V a esta función. Con notación funcional escribimos:

$$V(t) = 2t + 3, \qquad t \in [0, 5]$$

Los valores que toma V para valores particulares de t, se llaman ***valores funcionales****;* por ejemplo:

para $t = 1,\ V(1) = 2(1) + 3 = 5$

para $t = 2,\ V(2) = 2(2) + 3 = 7$

- Determine los siguientes valores funcionales: $V(0)$; $V(1.5)$; $V(3.8)$; $V(4)$

Los puntos del plano cartesiano correspondientes a los pares ordenados $(t, V(t))$ constituyen la ***gráfica*** de la función. Veremos más adelante (sección 1.3) que funciones como V tienen gráficas como la de la figura 10.

Tiempo (t) (horas)	Volumen (V) (litros)
0	3
1	5
2	7
3	9
3.5	10
4.2	11.4
5	13

Tabla 2

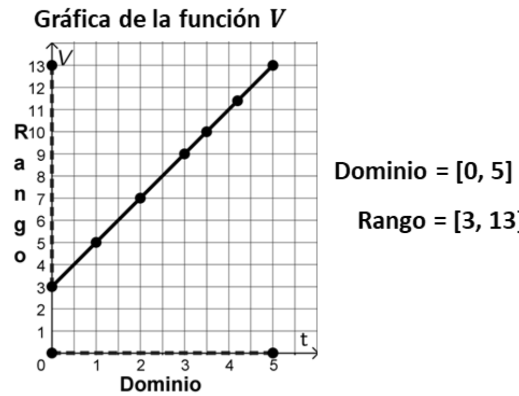


Figura 10

Otra manera de representar o describir una función es por medio de palabras o *verbalmente*. Por ejemplo, la función $V(t) = 2t + 3$ se representa verbalmente diciendo que "el doble del tiempo aumentado en tres".

Observe cómo interviene el orden en que se realizan las operaciones en las descripciones verbales de las siguientes funciones:

Representación algebraica	**Representación verbal**
$f(x) = x^2$	Eleva al cuadrado un número
$f(x) = x + 5$	Un número aumentado en cinco
$f(x) = \dfrac{x+5}{2}$	El cociente entre la suma de un número y cinco, y dos
$f(x) = \dfrac{x}{2} + 5$	La suma entre la mitad de un número y cinco

Hemos visto que una función puede representarse o describirse de varias maneras:

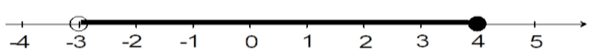
- con flechas (figura 1) → *representación sagital*
- por medio de una tabla (tabla 1) → *representación tabular*
- en el plano cartesiano (figura 10) → *representación gráfica*
- por medio de una fórmula ($V(t) = 2t + 3$) → *representación algebraica*
- con palabras "el doble del tiempo aumentado en tres" → *representación verbal*

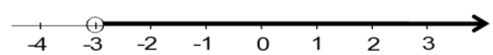
En el estudio de las generalidades de la función se requiere el uso de los intervalos para la escritura de, por ejemplo, dominio o rango de una función, dónde una función es positiva, entre otros aspectos. Por lo anterior es necesario darle una mirada a la representación, en las diferentes formas, de los intervalos en los números reales.

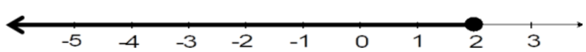
Clase de Intervalo	Representación gráfica	Notación de intervalo	Desigualdad	Descripción verbal
Abierto		(a, b)	$\{x \mid \mathrm{a} < x < \mathrm{b}\}$	Números reales desde **a** hasta **b**, sin incluir **a**, ni **b**.
Cerrado		$[\mathrm{a}, \mathrm{b}]$	$\{x \mid \mathrm{a} \leq x \leq \mathrm{b}\}$	Números reales desde **a** hasta **b**, incluidos **a** y **b**.
Semicerrado		$[\mathrm{a}, \mathrm{b})$	$\{x \mid \mathrm{a} \leq x < \mathrm{b}\}$	Números reales desde **a** hasta **b**, incluido **a**, pero sin incluir **b**.
Semiabierto		$(\mathrm{a}, \mathrm{b}]$	$\{x \mid \mathrm{a} < x \leq \mathrm{b}\}$	Números reales desde **a** hasta **b**, sin incluir **a**, pero incluido **b**.
Infinito		$[\mathrm{a}, \infty)$	$\{x \mid \mathrm{a} \leq x < \infty\}$	Números reales desde **a** incluido, hasta **infinito**.
Infinito		(a, ∞)	$\{x \mid \mathrm{a} < x < \infty\}$	Números reales desde **a** sin incluir, hasta **infinito**.
Infinito		$(-\infty, \mathrm{a}]$	$\{x \mid -\infty < x \leq \mathrm{a}\}$	Números reales desde $-\infty$, hasta **a** incluido.
Infinito		$(-\infty, \mathrm{a})$	$\{x \mid -\infty < x < \mathrm{a}\}$	Números reales desde $-\infty$, hasta **a** sin incluir.

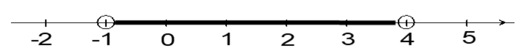
EJERCICIOS

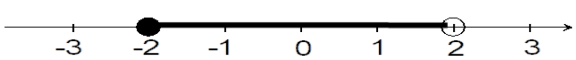
I. Exprese cada conjunto en forma de desigualdad y en notación de intervalo:

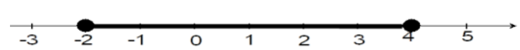
1) 

2) 

3) 

4) 

5) 

6) 

II. Exprese la desigualdad en notación de intervalos y grafique el intervalo correspondiente:

1) $x \leq 5$ 2) $x \geq -3$ 3) $-4 \leq x \leq 3$ 4) $-2 < x \leq 5$

5) $x < 2$ 6) $x > 0$ 7) $-7 \leq x < -1$ 8) $-3 < x < 1$

III. Exprese el intervalo en forma de desigualdad y represéntelo gráficamente:

1) $[-6\,,\,0)$ 2) $(0,\,\infty)$ 3) $(-6\,,\,-2]$ 4) $(-4\,,\,4)$

5) $(-\infty\,,\,3]$ 6) $[-3\,,\,4]$ 7) $[-1\,,\,\infty)$ 8) $[-5\,,\,0]$

Los ejemplos 2, 3 y 4 ilustran los aspectos generales de las funciones presentados hasta el momento:

***Ejemplo* 2**

Un artículo cuesta $\$500$; tomemos el costo C de varios de esos mismos artículos como una función de la cantidad n de ellos. Por ejemplo: $C(1) = 500$, $C(4) = 2000$.

i. Defina algebraicamente la función C

ii. ¿Cuál es el dominio y el rango de C?

Solución:

i. $C(n) = 500n$

ii. El dominio es el conjunto de los enteros no negativos: $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ y el rango es el conjunto de los múltiplos no negativos de 500: $\{0, 500, 1000, 1500, \dots\}$.

➢ Haga la gráfica de la función C.

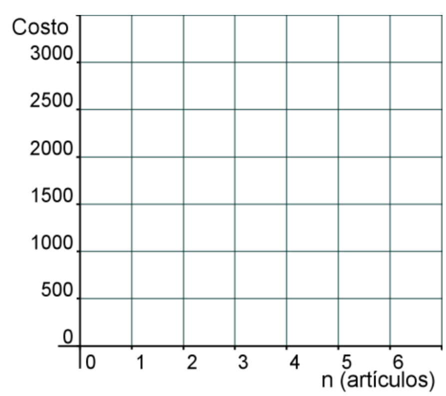


Figura 11

***Ejemplo* 3**

La función $f(x) = x^2$, o también $y = x^2$, es la función que "*eleva al cuadrado*". En la figura 12 vemos la gráfica de esta función:

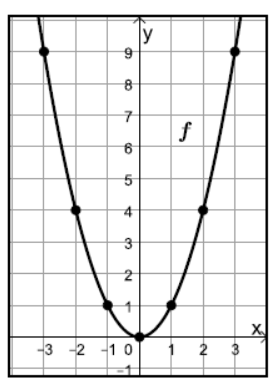


Figura 12

i. ¿Cuál es el dominio y rango de f?

ii. Halle los siguientes valores funcionales $f(-7)$, $f(4.2)$, $f(-x)$, $f(2x+3)$, $f(a+h)$.

Solución:

i. El dominio es el conjunto de los números reales, es decir, el intervalo $(-\infty, \infty)$; el rango es el conjunto de los números reales no-negativos: el intervalo $[0, \infty)$.

ii. Valores funcionales:

$f(-7) = (-7)^2 = 49$

$f(4.2) = (4.2)^2 = 17.64$

$f(-x) = (-x)^2 = x^2$

$f(2x - 3) = (2x - 3)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(3) + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$

$f(a + h) = (a + h)^2 = a^2 + 2ah + h^2$

- Si f es la función $f(x) = x^2$, encuentre:

$f(3) =$

$f(-2.5) =$

$f(4x) =$

$f(x + 5) =$

$f(2x - h) =$

***Ejemplo* 4**

En la figura 13 tenemos la gráfica de una función g.

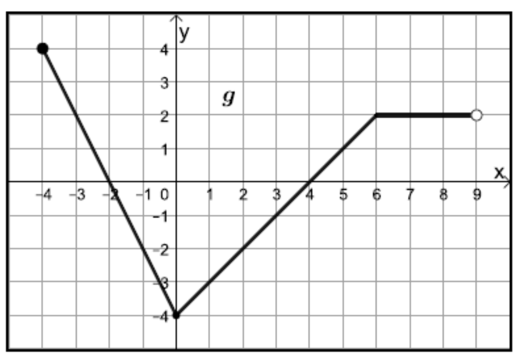


Figura 13

Con respecto a esta función, halle:

i. $g(-3)$; $g(2)$; $g(6)$

ii. dominio y rango

iii. $g(9)$

iv. puntos de corte de la gráfica con los ejes o "***interceptos con los ejes***".

v. intervalos donde la función es positiva y donde es negativa.

vi. los valores de x que satisfacen la ecuación $g(x) = 1$.

Solución:

i. $g(-3) = 2$; $g(2) = -2$; $g(6) = 2$

ii. El dominio de g es el intervalo $[-4, 9)$; el rango de g es el intervalo $[-4, 4]$

iii. $g(9)$ no está definido ya que 9 no está en el dominio de g.

iv. Corte con el eje y o ***y–intercepto*** es el punto $(0, -4)$.

Cortes con el eje x o ***x–interceptos*** (llamados también *ceros* de la función) son los puntos $(-2, 0)$, $(4, 0)$.

v. Los valores de x para los cuales se verifica que $g(x) = 1$, son $x = -2.5$ y $x = 5$, es decir, aquellos puntos de la gráfica de g en los que la segunda coordenada es 1; dichos puntos son $(-2.5, 1)$ y $(5, 1)$. Estos puntos se obtienen en las intersecciones de la recta horizontal $y = 1$, con la gráfica de la función (figura 14):

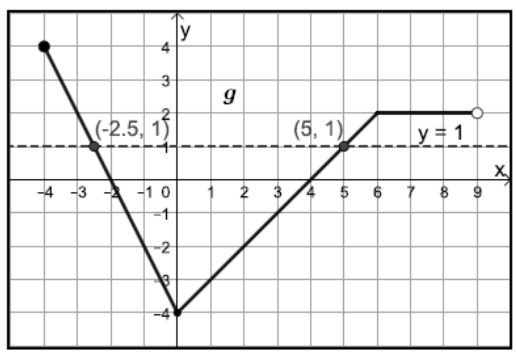


Figura 14

- Para la función g de la figura 14, estime:

$g(-1) =$

$g(1) =$

$g(2.5) =$

$g(7.8) =$

los valores de x para los cuales,

$g(x) = -2$

$g(x) = 2$

$g(x) = 3$

$g(x) = -5$

1.1.1. Gráficas en el plano cartesiano que son gráficas de funciones

Examinaremos ahora qué gráficas del plano cartesiano pueden ser la gráfica de una función. Observemos las gráficas de las figuras 15 y 16:

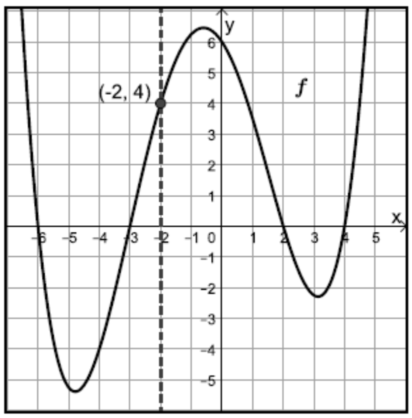


Figura 15

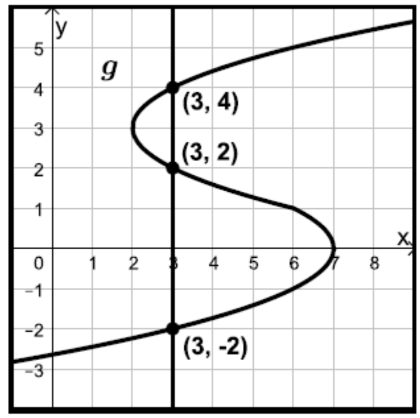


Figura 16

En la figura 15 se observa que a cada uno de los valores del dominio le corresponde un único valor del rango; por ejemplo, a $x = -2$, le corresponde solamente $y = 4$. Notemos que la recta vertical que pasa por $(-2, 4)$, no intercepta a ningún otro punto de la gráfica; la gráfica de la figura 15 sí es la gráfica de una función (en este momento no nos preocupamos por su representación algebraica).

En la figura 16, los puntos $(3, 4), (3, 2), (3, -2)$ indican que al número 3 le corresponden tres valores: $-2, 2$ y 4. Esta correspondencia no puede ser entonces una función. Observemos que la recta vertical de la figura 16 intercepta a la gráfica en más de un punto.

Las anteriores consideraciones ilustran la forma de verificar cuando una gráfica representa una función

Prueba de la recta vertical

Si alguna recta vertical en el plano xy intercepta a la gráfica en máximo un punto, entonces la gráfica define a y como una función de x.

***Ejemplo* 5**

¿Cuáles de las siguientes gráficas definen a y como una función de x?

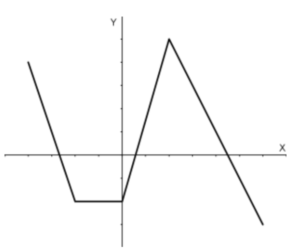


Figura 17

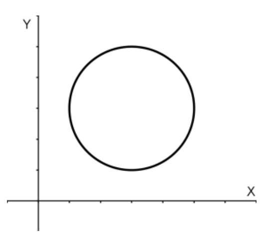


Figura 18

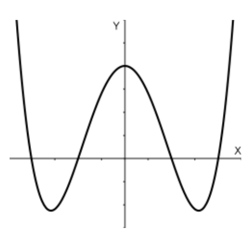


Figura 19

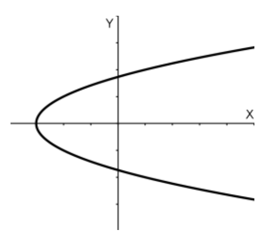


Figura 20

Solución:
La prueba de la recta vertical indica que las gráficas de las figuras 17 y 19 definen a y como una función de x ya que ninguna recta vertical intercepta a la gráfica en más de un punto (figuras 21 y 23). Las gráficas de las figuras 18 y 20 no corresponden a gráficas de funciones: hay rectas verticales que interceptan a la curva en más de un punto (figuras 22 y 24).

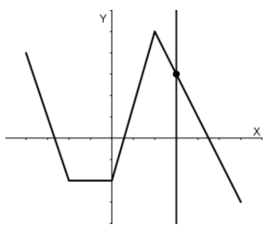


Figura 21

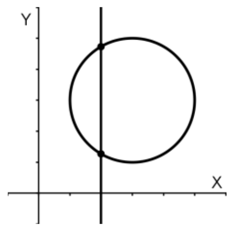


Figura 22

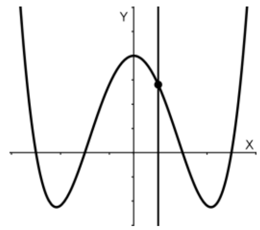


Figura 23

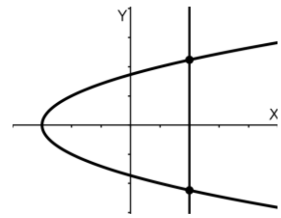


Figura 24

EJERCICIOS

I. Identifique cuáles de las siguientes correspondencias son funciones; para cada función, halle el dominio y el rango:

1)

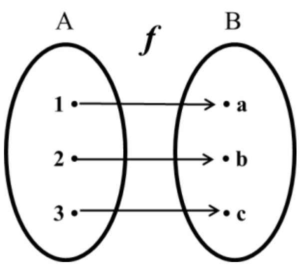


Figura 25

2)

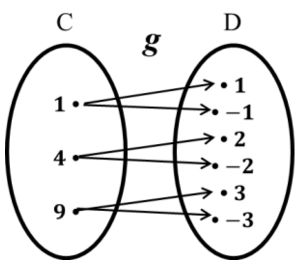


Figura 26

3)

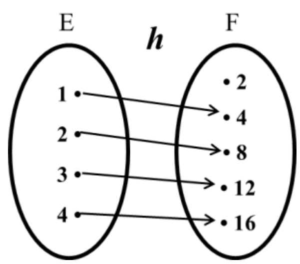


Figura 27

4)

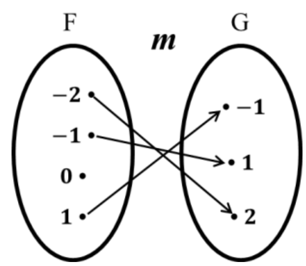


Figura 28

II. Indique cuáles de las siguientes correspondencias definen una función entre los conjuntos A y B:

Conjunto A	Correspondencia	Conjunto B
Números reales	Cubo de un número	Números reales
Estudiantes de la Universidad	Número de asignaturas que cursan	Números naturales
Ciudadanos colombianos	N° de documento de Identidad	Números naturales
Números enteros	Raíz cuadrada de un número	Números reales
Estudiantes de primer semestre	Asignaturas registradas	Asignaturas que ofrece la universidad

III. Determine qué gráficas, de la figura 29, definen a $\boldsymbol{y}$ como una función de $\boldsymbol{x}$:

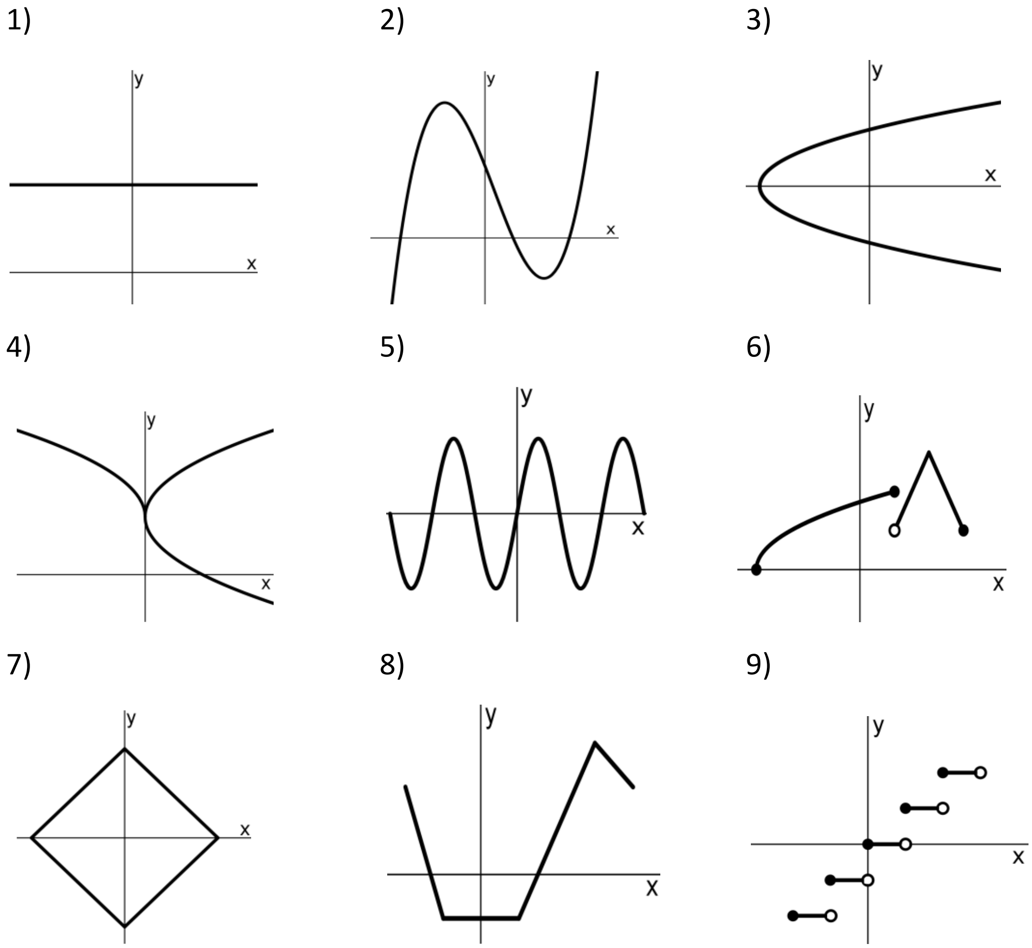


Figura 29

IV. Exprese en forma verbal las siguientes funciones:

1) $f(x) = 3x - 8$
2) $g(x) = 3(x - 8)$
3) $h(x) = \frac{1}{3}(x - 8)$
4) $m(x) = (x - 3)^3$
5) $n(x) = x^3 - 8^3$
6) $p(x) = \sqrt[3]{x - 8}$
7) $f(b) = 2b + 5$
8) $g(a) = \sqrt{a} - \sqrt{7}$
9) $h(c) = 3c^2 - 6c$
10) $m(r) = \left(\frac{1}{2}r - 3\right)^2$
11) $n(z) = \frac{3z^4+5}{2}$
12) $p(t) = \frac{3}{4}t^2 - 2t + 5$

V. Las funciones definidas verbalmente; represéntelas algebraicamente:

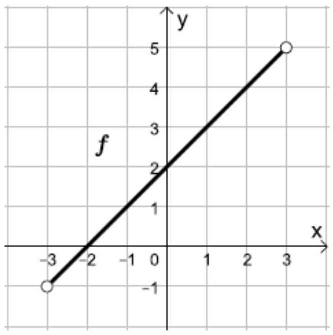
1) El triple de la suma de un número y cuatro.
2) La diferencia entre la mitad de un número y dos tercios.
3) El cociente entre, el cuadrado de la diferencia entre un número y cinco, y cuatro.
4) La diferencia entre, la raíz cuadrada de la suma entre seis veces un número y trece, y diez.

5) Cuatro veces el cubo del cociente entre, la suma de un número y nueve, y cinco.

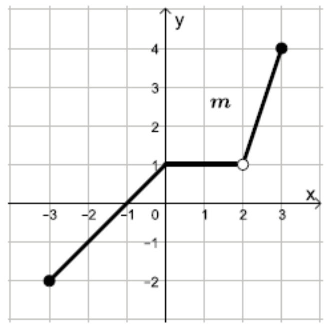
6) Once veces el cuadrado de un número aumentado en quince.

VI. Identifique dominio, rango e interceptos con los ejes de cada función que aparece en la figura 30:

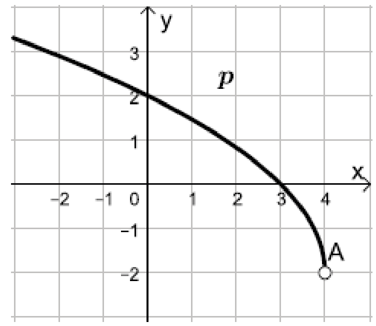
1)



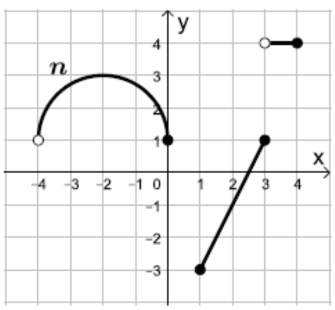
2)



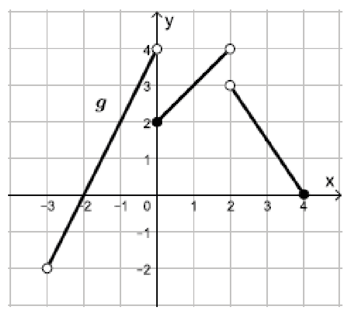
3)



4)



5)



6)

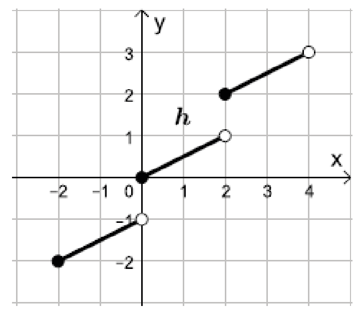


Figura 30

VII. En las figuras 31 y 32 se dan las gráficas de las funciones g y h respectivamente:

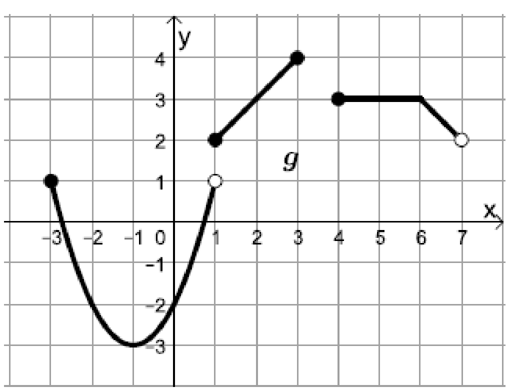


Figura 31

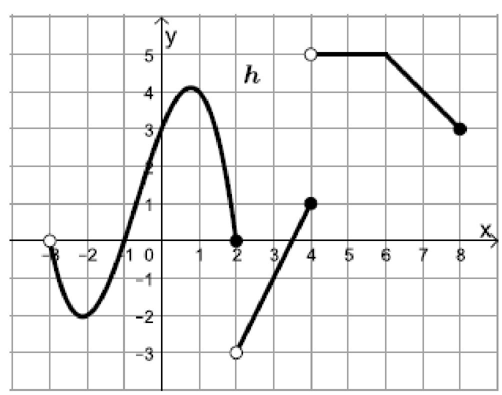


Figura 32

Determine:

$g(-3) =$	$h(-2) =$	$g(1) =$	$h(2) =$	$g(4) =$	$h(4) =$
$g(-1) =$	$h(1) =$	$g(2) =$	$h(3) =$	$g(5.5) =$	$h(5.5) =$

Dom g :

Rango g :

Corte con el eje y:

Cortes con el eje x:

Valores para los cuales $g(x) = 3$

Dom h:

Rango h:

Corte con el eje y:

Cortes con el eje x:

Intervalos donde h es negativa

VIII. Se dan las gráficas de las funciones g y m (figuras 33 y 34):

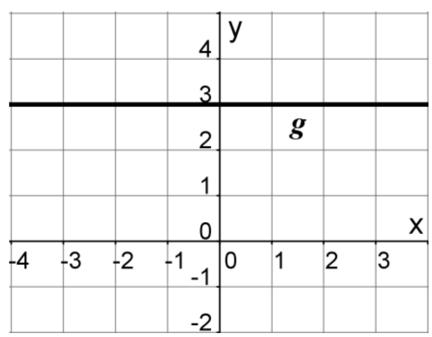


Figura 33

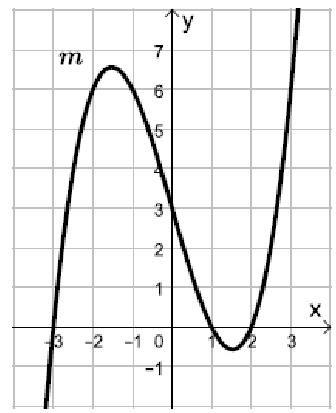


Figura 34

Estime los siguientes valores funcionales:

1) $g(-3) =$ 2) $m(0) =$ 3) $g\left(\frac{1}{2}\right) =$ 4) $m(2.5) =$

5) $m(-1) =$ 6) $g(0) =$ 7) $m(2) =$ 8) $m(-2.5) =$

9) $g(2) =$ 10) $m(3) =$ 11) $m\left(\frac{1}{2}\right) =$ 12) $m\left(-\frac{1}{2}\right) =$

IX. Para cada función, determine los valores funcionales indicados:

1) $f(x) = 2x - 7$

a) $f(-3) = 2(-3) - 7 = -13$ b) $f(0)$ c) $f(a)$

d) $f(x - 1) =$ e) $f(x + h)$

2) $g(t) = -3t + 4$

a) $g(-3)$ b) $g(-2)$ c) $g\left(\frac{4}{3}\right)$

d) $g(-t)$ e) $g(t + 2)$

3) $h(x) = 2x^2 - 4x - 2$

a) $h(0)$ b) $h(-1)$ c) $h\left(\frac{1}{2}\right)$

d) $h(-x)$ e) $h(2-x) = 2x^2 - 4x - 2$

4) $f(r) = -3r^2 + 5r$

a) $f(-2)$ b) $f(\sqrt{2})$ c) $f\left(\frac{1}{3}\right)$

d) $f(1-r)$ e) $f(-3r)$

5) $g(d) = d^3 - 4$

a) $g(-2)$ b) $g(1)$ c) $g(\sqrt[3]{4})$

d) $g(-d)$ e) $g(d+1)$

6) $h(x) = \frac{x-3}{x+2}$

a) $h(3)$ b) $h(0)$ c) $h(\pi)$

d) $h(-3)$ e) $h(x+5)$ f) $h(-2)$

7) $f(x) = \sqrt{x+1}$

a) $f(8)$ b) $f(0)$ c) $f(-x)$

d) $f(4-x)$ e) $f(x^2-1)$

X. En cada caso, dibuje la gráfica de una función f que cumpla las condiciones dadas:

1) Tenga como dominio el intervalo $[-3, 2)$ y como rango el intervalo $[1,\ 5)$.
2) Dominio el intervalo $(-4, 3)$ y rango $[-3,1) \cup [2, 4)$.
3) $f(-1) = 3$, $f(4) = -2$, dominio $(-4, 1] \cup (3, 5]$.
4) Dominio $(-4, 1] \cup [3, 5)$, rango el intervalo $[-3, 4)$, y los puntos $(-3, 2)$, $(1, -3)$ pertenezcan a la gráfica de la función.

XI. Las siguientes preguntas son de *selección múltiple con múltiple respuesta* (dos de los enunciados son **verdaderos** y dos son **falsos**). Marque la letra que corresponda en la tabla de respuestas:

Si 1 y 2 son correctos marque A
Si 2 y 3 son correctos marque B
Si 3 y 4 son correctos marque C
Si 2 y 4 son correctos marque D

Teniendo en cuenta las gráficas de las funciones f y g, que aparecen en las figuras 35 y 36, responda las preguntas 1 a 4.

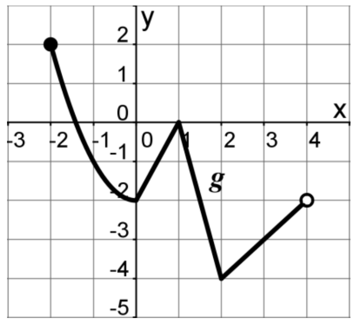


Figura 35

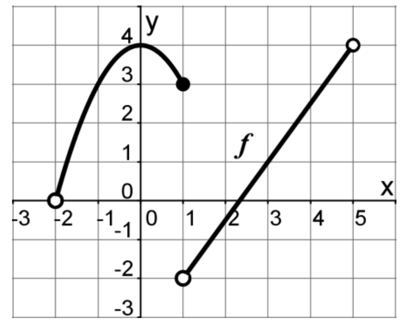


Figura 36

1) Con respecto a la función g, de la figura 35, ¿cuáles de los enunciados son verdaderos?
   1. el punto de corte de la gráfica con el eje y es $(0, -2)$.
   2. Un intervalo donde la función es negativa es $(1, 4)$.
   3. el rango de la función es el intervalo $(-4, 2)$.
   4. $g(x) = -2$ si $x = 2$.

2) De la función g, es correcto afirmar que:
   1. los puntos de corte con el eje x son $(1.5, 0)$ y $(-1, 0)$.
   2. el dominio de la función es el intervalo $[-2, 4)$.
   3. $g(4)$ no está definido.
   4. la ecuación $g(x) = -2$ tiene tres soluciones.

3) Con respecto a la función f, de la figura 36, es correcto afirmar que:
   1. si $x = 1$, entonces $y = -2$.
   2. el punto $(3, 1)$ pertenece a la gráfica de la función.
   3. el dominio de la función es el intervalo $(-2, 6)$.
   4. y–intercepto es el punto $(0, 4)$.

4) De la función f es cierto que:
   1. el punto $(5, 4)$ pertenece a la gráfica de la función.
   2. un punto de corte con el eje x es, $(-2, 0)$.
   3. la ecuación $f(x) = 4$, tiene una única solución.
   4. el rango de la función es el intervalo $(-2, 4]$.

Tabla de respuestas

Pregunta	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				

XII. Para cada una de las funciones dadas, halle y simplifique, $\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$, $h \neq 0$:

1) $f(x) = -5$ 2) $f(x) = 2x - 7$ 3) $f(x) = x^2$ 4) $f(x) = -x^2 + 4x$

***Ejemplo* 6**

Si $\boldsymbol{f(x) = -3x + 2}$, entonces $\boldsymbol{f(x+h)} = -3(\boldsymbol{x+h}) + 2 = \boldsymbol{-3x - 3h + 2}$

Reemplazamos en la expresión dada:

$$\frac{\boldsymbol{f(x+h) - f(x)}}{\boldsymbol{h}} = \frac{(\boldsymbol{-3x - 3h + 2}) - (\boldsymbol{-3x + 2})}{\boldsymbol{h}}$$

$$= \frac{-3x - 3h + 2 + 3x - 2}{h} = \frac{-3h}{h} = \boldsymbol{-3}$$