

# Chapitre 7

## Mise en place d'un confinement longitudinal dipolaire

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Transformation de jauge et simplification du Hamiltonien</b>	<b>115</b>
<b>7.2</b>	<b>Potentiel Dipolaire d'un atome à deux niveaux - généralité</b>	<b>116</b>
7.2.1	Système à deux niveaux et interaction avec le champ	116
7.2.2	Interprétation du traitement du second ordre : transition virtuelle et origine du potentiel dipolaire (AC-Stark)	117
7.2.3	Expression explicite du potentiel dipolaire	118
<b>7.3</b>	<b>Piégeage dipolaire d'un atome à plusieurs niveaux</b>	<b>120</b>
7.3.1	Atomes multiniveaux et origine du potentiel dipolaire dans le formalisme quantique	120
<b>7.4</b>	<b>Cas du Rubidium 87 dans une polarisation rectiligne</b>	<b>123</b>
7.4.1	Structure électronique du Rubidium	123
7.4.2	Structure matricielle du potentiel dipolaire	124
7.4.3	Régime de désaccord très important	125
7.4.4	Structure fine et base des états $ L, S; J, m_J\rangle$	127
<b>7.5</b>	<b>Notre dispositif expérimental</b>	<b>129</b>
7.5.1	Choix du laser pour le piégeage dipolaire	129
7.5.2	Amplification par Tapered Amplifier (TA)	133

---

### Introduction

Dans cette section, nous présentons l'implémentation expérimentale et théorique d'un piégeage dipolaire dans le bleu, permettant de confiner des atomes de rubidium froids à l'aide de deux barrières de potentiel. Contrairement au cas plus standard du piégeage rouge, où les atomes sont attirés vers les maxima d'intensité, un piégeage dans le bleu ( $\Delta > 0$ ) repousse les atomes vers les minima d'intensité lumineuse, créant ainsi des barrières efficaces.

Le formalisme utilisé repose sur une description quantique du couplage dipolaire entre un champ laser classique quasi-monochromatique et un atome à deux niveaux. Nous déduisons l'Hamiltonien effectif en seconde quantification sans faire appel à des transformations de jauge. L'objectif est d'obtenir une expression exploitable pour le potentiel optique ressenti par les atomes dans le régime de grand désaccord.

### 7.1 Transformation de jauge et simplification du Hamiltonien

**Cadre sans potentiel vecteur.** Soit une particule de masse  $m$  couplée à un champ électromagnétique. Dans une jauge  $\mathcal{J} \equiv (\vec{A}, \Phi)$ , le quadrivecteur potentiel s'écrit  $A^\mu = \{A^0 \equiv \Phi/c, A^i \equiv \vec{A}\}$ . Si l'on définit la

dérivée covariante comme  $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + \frac{iq}{\hbar} A_\mu = \{\mathcal{D}_t \equiv \partial_t + \frac{iq}{\hbar} \Phi, \vec{\mathcal{D}} = \vec{\nabla} - \frac{iq}{\hbar} \vec{A}\}$ , l'équation de Schrödinger régissant l'évolution de la fonction d'onde  $|\psi\rangle$  prend la forme la forme :

$$i\hbar \mathcal{D}_t |\psi\rangle = \frac{1}{2m} \left( \frac{\hbar}{i} \vec{\mathcal{D}} \right)^2 |\psi\rangle, \quad i\hbar \partial_t |\psi\rangle = H_{\mathcal{J}} |\psi\rangle, \text{ avec } H_{\mathcal{J}} = \frac{1}{2m} (\vec{P} - q\vec{A})^2 + q\Phi \quad (7.1)$$

**Hamiltonien simplifié.** Dans une autre jauge  $\mathcal{J}'$ , le potentiel s'écrit  $A'^\mu = \{\Phi'/c, \vec{A}'\}$  avec  $A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \chi$ , où  $\chi$  est une fonction scalaire dépendant de l'espace et du temps. Un argument rapide pour garantir que cette transformation conserve les équations de Maxwell est que le tenseur électromagnétique  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  est invariant par changement de jauge. Dans cette nouvelle jauge, la dérivé corariante s'écrit  $\mathcal{D}'_\mu = \partial_\mu + \frac{iq}{\hbar} A'_\mu = \{\mathcal{D}'_t \equiv \partial_t + \frac{iq}{\hbar} (\Phi - \partial_t \chi), \vec{\mathcal{D}}' \equiv \vec{\nabla} - \frac{iq}{\hbar} (\vec{A} + \vec{\nabla} \chi)\}$ , l'équation de Schrödinger s'écrit

$$i\hbar \mathcal{D}'_t |\psi'\rangle = \frac{1}{2m} \left( \frac{\hbar}{i} \vec{\mathcal{D}}' \right)^2 |\psi'\rangle, \quad \text{soit} \quad i\hbar \partial_t |\psi'\rangle = H_{\mathcal{J}'} |\psi'\rangle, \text{ avec } H_{\mathcal{J}'} = -q\partial_t \chi + \tilde{H}_{\mathcal{J}}, \quad (7.2)$$

avec  $|\psi'\rangle = \hat{T}_\chi(t) |\psi\rangle$ ,  $\hat{T}_\chi(t) \equiv \exp \left( \frac{iq}{\hbar} \chi(\vec{R}, t) \right)$  et  $\tilde{H}_{\mathcal{J}} = \hat{T}_\chi H_{\mathcal{J}} \hat{T}_\chi^\dagger = \frac{1}{2m} (\vec{P} - q(\vec{A} + \vec{\nabla} \chi))^2 + q\Phi$ . Je choisis  $\chi = -\vec{R} \cdot \vec{A}$  (i.e.  $\mathcal{J}' \equiv (\vec{A})$ ).  $\hat{T}_\chi(t)$  devient un opérateur translation de  $iq\vec{A}$  dans l'espace des impulsion, et l'opérateur champs électrique transverse étant  $\vec{E}_\perp = -\partial_t \vec{A}$ . L'Hamiltonien  $H_{\mathcal{J}'}$  devient :

$$\hat{H}_{\mathcal{J}'} = \tilde{H}_{\mathcal{J}} + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (7.3)$$

avec  $\tilde{H}_{\mathcal{J}} = \frac{1}{2m} \vec{P}^2 + q\Phi$ . L'opérateur de couplage atome-rayonnement quantifié est donné par :

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\vec{D} \cdot \vec{E}_\perp, \quad (7.4)$$

où  $\vec{D}$  est l'opérateur de moment dipolaire électrique, défini par :  $\vec{D} = q\vec{R}$ .

**Conclusion – Simplification par transformation de jauge** La transformation de jauge que nous avons appliquée permet de travailler dans un cadre où le potentiel vecteur est nul. Dans cette jauge particulière, le Hamiltonien du système est considérablement simplifié, car le couplage au champ électromagnétique ne se fait plus par le terme de couplage minimal  $(\vec{P} - q\vec{A})^2$ , mais uniquement à travers un **potentiel scalaire effectif**.

Cette simplification rend l'analyse théorique plus accessible et facilite l'interprétation physique du rôle du champ électromagnétique, en le ramenant à une simple modulation de l'énergie potentielle.

## 7.2 Potentiel Dipolaire d'un atome à deux niveaux - généralité

### Introduction.

Avant d'effectuer le calcul du potentiel dipolaire, donnons une image classique.

Un atome neutre placé dans un champ électrique  $\vec{E}_\perp$  développe un moment dipolaire induit  $\vec{D}(t) = \alpha \vec{E}_\perp$ . L'énergie potentielle d'interaction, moyennée temporellement sur une période optique, est alors  $-\alpha \|\vec{E}_\perp\|^2 / 4$ . Si le champ varie lentement devant la dynamique interne de l'atome, le moment dipolaire reste aligné avec la composante transverse du champ,  $\vec{E}_\perp(t)$ , et l'énergie potentielle d'interaction s'écrit  $\hat{H}_{\text{int}}(t) = -\vec{D}(t) \cdot \vec{E}_\perp(t)$ .

Dans cette configuration, l'énergie potentielle est minimale là où l'intensité du champ est maximale. L'atome est alors attiré vers les régions de forte intensité du champ électrique : on parle de *piège dipolaire optique*, ou encore de *pince optique*.

### 7.2.1 Système à deux niveaux et interaction avec le champ

Pour donner une vision simplifiée du phénomène, on considère un atome modélisé par **deux niveaux** : l'état fondamental  $|g\rangle$  d'énergie  $\hbar\omega_g$  et l'état excité  $|e\rangle$  d'énergie  $\hbar\omega_e$ , couplés par un champ électrique

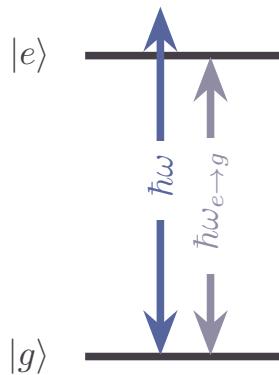


FIGURE 7.1 – Structure à deux niveaux :  $|g\rangle$  pour l'état fondamental ("ground") et  $|e\rangle$  pour l'état excité ("excited"). La différence d'énergie entre les deux niveaux, notée  $\hbar\omega_{e\rightarrow g}$ , est représentée, ainsi que la transition induite par le couplage laser de fréquence  $\omega$ . Dans cet exemple, la transition est dans le bleu.

$\vec{E}_\perp(\vec{r}, t) = \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) \cos(\omega t)$ . On suppose que le champ laser est **désaccordé par rapport à la résonance** et que le désaccord  $\Delta \doteq \omega - \omega_{g\rightarrow e}$  (avec la fréquence de transition  $\omega_{g\rightarrow e} \doteq \omega_e - \omega_g$ , est **grand devant la fréquence de Rabi**, qui caractérise le couplage dipôle–champ dont l'expression est [CDG88; GWO99; Sch01 ; Dar06] :

$$\Omega(\vec{r}) = -\langle e | \vec{D} \cdot \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) | g \rangle / \hbar \quad (7.5)$$

$$= -\vec{d}_{g\leftrightarrow e} \cdot \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) / \hbar, \quad (7.6)$$

où  $\vec{d}_{g\leftrightarrow e} = \langle e | \hat{\vec{D}} | g \rangle$  est l'élément de matrice dipolaire réel entre les niveaux  $|g\rangle$  et  $|e\rangle$ .

### 7.2.2 Interprétation du traitement du second ordre : transition virtuelle et origine du potentiel dipolaire (AC-Stark)

**Transitions virtuelles et suppression des transitions réelles.** Lorsque le champ laser est fortement désaccordé par rapport à la résonance atomique, c'est-à-dire lorsque le désaccord  $\Delta = \omega - \omega_{g\rightarrow e}$  vérifie  $\Gamma \ll |\Delta|$ , l'excitation réelle de l'atome devient négligeable. Le paramètre  $\Gamma$  désigne la *largeur naturelle* de la transition  $|e\rangle \rightarrow |g\rangle$ , c'est-à-dire le taux d'émission spontanée d'un photon par un atome excité. Il est relié à la durée de vie  $\tau$  de l'état  $|e\rangle$  par  $\Gamma = 1/\tau$ . Dans le cas d'une transition dipolaire électrique de type S-P, il peut être calculé à partir de l'électrodynamique quantique selon la formule [GWO99] :

$$\Gamma = \frac{\omega_{g\rightarrow e}^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} |\vec{d}_{g\leftrightarrow e}|^2, \quad (7.7)$$

où  $\epsilon_0$  est la permittivité du vide et  $c$  la vitesse de la lumière.

Ainsi, lorsque  $\Gamma \ll |\Delta|$ , la probabilité d'exciter réellement l'atome vers l'état  $|e\rangle$  devient négligeable.

De plus, pour que l'occupation réelle de l'état excité reste négligeable, il faut également que la fréquence de Rabi  $\Omega$ , qui mesure la force du couplage lumière–atome, satisfasse la condition  $\Omega \ll |\Delta|$ . Dans ce régime de fort désaccord et de couplage faible, le champ ne peut alors induire qu'une *transition virtuelle*  $|g\rangle \rightarrow |e\rangle$ , sans véritable occupation de l'état excité.

**Effet de second ordre : origine du potentiel dipolaire.** Toutefois, même si le champ laser ne permet pas de peupler réellement l'état excité, il peut induire des transitions *virtuelles* via l'interaction dipolaire  $\hat{H}_{\text{int}}$ . Le système passe temporairement par l'état  $|e\rangle$  sans s'y stabiliser :

$$|g\rangle \xrightarrow{\hat{H}_{\text{int}}} |e\rangle \xrightarrow{\hat{H}_{\text{int}}} |g\rangle, \quad (7.8)$$

Ce processus modifie l'énergie propre de l'état  $|g\rangle$ , générant un **décalage AC-Stark**, interprété comme un *potentiel dipolaire*.

*Analyse perturbative à différents ordres :*

- **Ordre 0** — énergie non perturbée : L'atome est dans l'état fondamental  $|g\rangle$ . Son énergie propre est simplement :

$$E_g^{(0)} = E_g. \quad (7.9)$$

- **Ordre 1** — pas de correction diagonale :

Dans l'approximation des grandes longueurs d'onde  $\lambda \gg \langle \vec{r} \rangle$ , c'est-à-dire lorsque la longueur d'onde du champ laser est grande devant la taille de l'atome, l'interaction lumière-matière se décrit par le *Hamiltonien dipolaire électrique*. Dans ce cadre, la correction d'énergie au premier ordre est donnée par :

$$\delta E_g^{(1)} = \langle g | \hat{\mathbf{H}}_{\text{int}} | g \rangle. \quad (7.10)$$

Or, pour un champ oscillant typiquement de la forme  $\vec{E}_\perp(t) = \frac{1}{2}\vec{\mathcal{E}} e^{-i\omega t} + \text{c.c.}$ , ce terme est rapide et oscille à la fréquence du laser. De plus, dans une base d'états propres de parité définie (comme c'est le cas pour les niveaux atomiques), l'opérateur  $\vec{D}$  étant de parité impaire, son **élément diagonal est nul** :

$$\langle g | \vec{D} | g \rangle = 0 \Rightarrow \langle g | \hat{\mathbf{H}}_{\text{int}} | g \rangle = 0. \quad (7.11)$$

Ainsi, non seulement  $\delta E_g^{(1)}(t) \sim \cos(\omega t)$  est une oscillation à haute fréquence, mais sa moyenne temporelle est aussi nulle :

$$\langle \delta E_g^{(1)} \rangle_t = 0. \quad (7.12)$$

Par conséquent, il n'y a **aucun décalage d'énergie net à l'ordre 1** : c'est uniquement à l'ordre 2 que l'interaction induit un potentiel stationnaire, correspondant au déplacement AC-Stark.

- **Ordre 2** — transitions virtuelles : nous verrons dans la section 7.3.1 que l'effet du potentiel à l'ordre 2 est

$$\delta E_g^{(2)} = \left( \frac{|\langle e | \hat{\mathbf{H}}_{\text{int}} | g \rangle|^2}{\hbar(\omega - \omega_{g \rightarrow e})} + \frac{|\langle e | \hat{\mathbf{H}}_{\text{int}} | g \rangle|^2}{\hbar(\omega + \omega_{g \rightarrow e})} \right). \quad (7.13)$$

Le premier terme, en  $1/(\omega - \omega_{g \rightarrow e}) = 1/\Delta$ , correspond au processus *quasi-résonant* qui domine lorsque le laser est proche d'une transition atomique. Le second terme, en  $1/(\omega + \omega_{g \rightarrow e})$ , est dit *anti-résonant*. Dans l'approximation de l'ordre tournant (ou approximation séculière, RWA), ce terme est négligé car il est fortement décalé en énergie ( $\omega + \omega_{g \rightarrow e} \gg \omega_{g \rightarrow e}$ ).

On obtient alors, dans cette approximation, la correction simplifiée

$$\delta E_g^{(2)} \simeq \frac{|\langle e | \hat{\mathbf{H}}_{\text{int}} | g \rangle|^2}{\hbar\Delta}. \quad (7.14)$$

Cette correction est responsable de l'apparition d'un *potentiel effectif* ressenti par l'atome dans son état fondamental, appelé **potentiel dipolaire optique**.

### 7.2.3 Expression explicite du potentiel dipolaire

*Champ électrique appliqué.* On considère un champ électrique de la forme :

$$\vec{E}_\perp(\vec{r}, t) = \frac{1}{2}\vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) e^{-i\omega t} + \text{c.c.}, \quad \text{avec } \vec{\mathcal{E}}(\vec{r}) = \mathcal{E}(\vec{r}) \vec{u} \quad (7.15)$$

où  $\vec{u}$  est un vecteur de polarisation unitaire, et  $\mathcal{E}(\vec{r})$  est l'amplitude complexe spatiale du champ.

**Potentiel dipolaire.** En utilisant l'expression de la fréquence de Rabi (7.5), la correction d'énergie à l'ordre 2 (7.14), que l'on notera *potentiel dipolaire* (*i.e.*  $U_{\text{dip}}(\vec{r}) \equiv \delta E_g^{(2)}$ ), s'écrit alors :

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\hbar \Omega^2(\vec{r})}{4\Delta}, \quad (7.16)$$

En utilisant l'expression de l'intensité locale du champ laser  $I(\vec{r}) = \frac{1}{2} \epsilon_0 c |\vec{E}(\vec{r})|^2$ , de l'intensité de saturation  $I_{\text{sat}} = \frac{\hbar \omega_{g \rightarrow e}^3 \Gamma}{12\pi c^2}$ , de la largeur naturelle (7.7) et de la fréquence de Rabi (7.6), on obtient également :

$$\Omega^2(\vec{r}) = \frac{I(\vec{r}) \Gamma^2}{I_{\text{sat}} \frac{2}{\Delta}}. \quad (7.17)$$

Le potentiel dipolaire (7.16) s'écrit alors sous la forme opérationnelle suivante :

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\hbar \Gamma^2}{8 I_{\text{sat}}} \frac{I(\vec{r})}{\Delta}, \quad (7.18)$$

ce qui montre que le potentiel dipolaire est proportionnel à l'intensité lumineuse locale.

Ce potentiel permet de décrire le confinement des atomes dans des régions où  $I(\vec{r})$  est élevé (ou faible, selon le signe de  $\Delta$ ), formant ainsi des barrières optiques contrôlables avec une résolution sub-micronique.

*Conditions de validité.* Les expressions (7.16) et (7.18) pour le potentiel dipolaire sont obtenues sous les hypothèses suivantes, qui assurent la validité du modèle à deux niveaux et du traitement perturbatif :

- **Approximation du sous-espace résonant** : le champ est quasi-résonant avec une seule transition atomique, ce qui implique que le désaccord  $\Delta$  reste petit par rapport à l'écart énergétique entre l'état excité considéré et les autres états excités de l'atome. Cette condition permet de réduire le système à un modèle à deux niveaux et de négliger les autres transitions dipolaires.
- **Régime de grand désaccord en fréquence (large détuning)** : lorsque  $|\Delta| \gg \Gamma$ , c'est-à-dire lorsque le désaccord est grand devant la largeur naturelle de la transition, les excitations réelles vers l'état excité sont fortement supprimées. L'interaction lumière-matière peut alors être traitée en perturbation du second ordre : l'atome reste majoritairement dans son état fondamental, et l'effet du champ lumineux se manifeste sous la forme d'un potentiel effectif induit par des couplages virtuels.
- **Régime de faible saturation** : on suppose que la fréquence de Rabi  $\Omega$  est beaucoup plus faible que le désaccord, *i.e.*  $\Omega \ll |\Delta|$ . Cette condition garantit que la population de l'état excité reste négligeable, ce qui justifie l'approximation adiabatique sur l'état fondamental.

*Interprétation physique.* Le potentiel  $U_{\text{dip}}(\vec{r})$  représente une énergie potentielle effective induite par l'interaction entre un atome neutre et le champ laser. Il dépend explicitement de la position  $\vec{r}$  via l'intensité locale du champ lumineux  $I(\vec{r})$ . Ce potentiel guide ainsi la dynamique de l'atome comme le ferait un potentiel externe classique.

La direction du mouvement dépend du signe du désaccord  $\Delta = \omega - \omega_{e \rightarrow g}$  :

- Si  $\Delta < 0$  (désaccord rouge), le potentiel est attractif : les atomes sont attirés vers les zones de forte intensité lumineuse.
- Si  $\Delta > 0$  (désaccord bleu), le potentiel est répulsif : les atomes sont repoussés vers les régions de faible intensité.

Ce phénomène est à la base des pièges dipolaires optiques, largement utilisés dans les expériences de refroidissement et de confinement d'atomes ultrafroids.

*Confinement optique.* Le potentiel dipolaire  $U_{\text{dip}}(\vec{r})$ , dépendant de la position via l'intensité du champ laser, permet de confiner des atomes neutres en créant des paysages de potentiel contrôlés. Selon la géométrie du champ lumineux, on peut générer des régions de potentiel attractif ou répulsif.

Dans le cas d'un désaccord bleu ( $\Delta > 0$ ), les atomes sont repoussés des zones de forte intensité. On peut alors façonner des *barrières de potentiel* en structurant l'intensité lumineuse, par exemple à l'aide de faisceaux interférents ou d'optiques diffractives. Cela permet de créer des cavités, des guides ou des réseaux où les atomes sont confinés entre les zones lumineuses, sans nécessairement focaliser le faisceau.

*Diffusion spontanée résiduelle.* Un autre aspect important de l'interaction lumière-matière est la diffusion spontanée induite par le champ lumineux. Même lorsque le champ est fortement désaccordé et que l'état excité n'est que virtuellement peuplé, une faible probabilité de transition réelle subsiste. Elle conduit à l'émission spontanée de photons, accompagnée d'un transfert aléatoire d'impulsion à l'atome, ce qui génère un chauffage du nuage atomique.

Le taux de diffusion spontanée dans le régime dispersif s'écrit :

$$\Gamma_{\text{sp}}(\vec{r}) = \frac{\Gamma^3}{8I_{\text{sat}}} \cdot \frac{I(\vec{r})}{\Delta^2}. \quad (7.19)$$

Il est donc crucial, pour limiter le réchauffement, de travailler à fort désaccord  $|\Delta| \gg \Gamma$ , tout en maintenant une intensité suffisante pour produire un potentiel dipolaire profond.

*Optimisation du régime dispersif pour un potentiel donné.* À partir des expressions (7.7) et (7.19), on peut analyser comment minimiser le taux de diffusion spontanée  $\Gamma_{\text{sp}}$ , sous la contrainte de produire un potentiel dipolaire  $U_{\text{dip}}$  fixé.

On observe en effet que :

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) \propto \frac{I(\vec{r})}{\Delta}, \quad \text{tandis que} \quad \Gamma_{\text{sp}}(\vec{r}) \propto \frac{I(\vec{r})}{\Delta^2}. \quad (7.20)$$

À potentiel  $U_{\text{dip}}$  fixé, cela implique que :

$$I(\vec{r}) \propto \Delta \quad \Rightarrow \quad \Gamma_{\text{sp}}(\vec{r}) \propto \frac{1}{\Delta}. \quad (7.21)$$

Autrement dit, pour produire un potentiel donné, le taux de diffusion diminue linéairement avec  $|\Delta|$ . Il est donc avantageux de travailler à grand désaccord : plus  $\Delta$  est grand, plus l'intensité requise est élevée, mais moins le taux de diffusion est important.

Ce raisonnement montre que l'on n'a pas véritablement un « compromis » entre  $I$  et  $\Gamma_{\text{sp}}$ , mais plutôt une *stratégie optimale* : à potentiel fixé, augmenter le désaccord est toujours bénéfique vis-à-vis du chauffage.

Cependant, d'un point de vue pratique, l'augmentation de l'intensité  $I$  pose des contraintes expérimentales : puissance laser plus élevée, coûts financiers plus importants et difficultés techniques accrues.

## 7.3 Piégeage dipolaire d'un atome à plusieurs niveaux

### 7.3.1 Atomes multiniveaux et origine du potentiel dipolaire dans le formalisme quantique

Le modèle à deux niveaux est suffisant pour introduire le concept de piégeage dipolaire, mais il reste limité pour décrire les détails réels d'un atome comme le  $^{87}\text{Rb}$ , qui possède une structure hyperfine et fine complexe. Dans ce contexte, le potentiel dipolaire dépend du sous-niveau quantique occupé par l'atome, et le traitement doit être généralisé.

#### 7.3.1.1 Description quantique de l'atome et du champ laser

**Quantification de champ laser.** Considérons un atome immobile possédant un état fondamental  $|g\rangle$  et une série d'états excités  $|e_i\rangle$ , d'énergies respectives  $\hbar\omega_g$  et  $\hbar\omega_{e_i}$ . Le champ laser (7.15) est quantifié dans un volume  $V$ , polarisé selon  $\vec{u}$ , et d'expression [CDG88]

$$\vec{E}_\perp = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} \vec{u} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad (7.22)$$

où  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^\dagger$  sont les opérateurs d'annihilation et de création de photons à la fréquence  $\omega$ .

**Champ cohérent et états de Fock.** Le champ électromagnétique émis par le laser est un état **cohérent**, noté  $|\alpha\rangle$ , qui est une superposition d'états de Fock  $|N\rangle$  avec une distribution de Poisson centrée autour d'une valeur moyenne  $\langle N \rangle = |\alpha|^2 \gg 1$ . Cela signifie que les composantes principales du champ se trouvent dans une bande étroite  $\Delta N \ll \langle N \rangle$ . Dans cette situation, les amplitudes de transition impliquant des changements d'un seul photon, comme  $\langle N | \vec{E}_\perp | N + 1 \rangle$ , varient très peu avec  $N$ , et l'on peut faire l'approximation :

$$\langle N | \vec{E}_\perp | N + 1 \rangle \approx \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0V}} \sqrt{N+1} \vec{u} \simeq \sqrt{\frac{\hbar\omega\langle N \rangle}{2\varepsilon_0V}} \vec{u}. \quad (7.23)$$

Ainsi, l'élément de matrice global devient simplement proportionnel à l'amplitude classique du champ.

Ainsi, dans l'approximation cohérente et intense ( $\langle N \rangle \gg 1$ ), le champ quantique peut être remplacé par un **champ classique** :

$$\vec{E}_\perp \longrightarrow \hat{\mathcal{E}} \vec{u} \cos(\omega t), \quad (7.24)$$

ce qui justifie l'usage des amplitudes de champ classiques dans le calcul de la fréquence de Rabi et du potentiel dipolaire.

**Hamiltonien total.** L'hamiltonien total du système « atome + champ » s'écrit alors [CDG88] :

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_L + \hat{H}_{\text{int}}, \quad (7.25)$$

avec dans le formalisme **atome + champ quantifié**, aussi appelé **formalisme de l'atome habillé**, avec :

- $\hat{H}_{\text{at}} = \sum_{e_i} \hbar\omega_{g \rightarrow e_i} |e_i\rangle \langle e_i|$ , l'hamiltonien de l'atome. Il décrit les états propres internes (typiquement les niveaux électroniques) sans interaction avec le champ. Ici, chaque état excité  $|e_i\rangle$  est associé à une énergie  $\hbar\omega_i$  ;
- $\hat{H}_L = \hbar\omega \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right)$ , l'hamiltonien du **champ électromagnétique quantifié** dans un mode unique (celui du laser). Il est représenté comme un oscillateur harmonique quantique avec énergie  $\hbar\omega$  par photon, et opérateurs  $\hat{a}$ ,  $\hat{a}^\dagger$  de création/annihilation de photons. Le terme  $\frac{1}{2}\hbar\omega$  est l'énergie du vide (qui peut être ignorée dans la plupart des cas) ;
- $\hat{H}_{\text{int}} = -\vec{D} \cdot \vec{E}_\perp$ , l'interaction **dipolaire quantifiée** entre l'atome et le champ électrique transverse  $\vec{E}_\perp$  (7.22) s'écrit :

$$\hat{H}_{\text{int}} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0V}} (\vec{D} \cdot \vec{u}) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger). \quad (7.26)$$

Dans l'*approximation des grandes longueurs d'onde* ( $\lambda \gg \langle \vec{r} \rangle$ , où  $\vec{r}$  désigne la coordonnée électronique relative au noyau), cet Hamiltonien prend la forme de l'**Hamiltonien dipolaire électrique** [CDG88; GWO99]. L'opérateur de moment dipolaire atomique  $\vec{D}$  se décompose comme  $\vec{D} = \sum_{e_i} \vec{d}_{g \leftrightarrow e_i} |g\rangle \langle e_i| + \text{h.c.}$ , où  $\vec{d}_{g \leftrightarrow e_i} = \langle g | \vec{D} | e_i \rangle$  est l'élément de matrice dipolaire entre les états  $|g\rangle$  et  $|e_i\rangle$ , et “h.c.” désigne le terme hermitien conjugué.

Cette écriture traduit le fait que seules les transitions dipolaires électriques permises par les règles de sélection (parité et conservation du moment angulaire) participent au couplage avec le champ quantifié.

**Équivalence entre champ quantique et champ classique** Considérons un champ électromagnétique monochromatique de fréquence  $\omega$ , quantifié dans un volume  $V$ , contenant en moyenne  $\langle N \rangle$  photons.

- Du point de vue quantique, l'énergie moyenne d'un champ dans un seul mode est donnée par :  $\langle \hat{H}_L \rangle = \hbar\omega \left( \langle N \rangle + \frac{1}{2} \right)$ . En négligeant l'énergie du point zéro  $\frac{1}{2}\hbar\omega$ , qui ne contribue pas aux transitions physiques, on obtient :

$$E_{\text{quantique}} = \langle N \rangle \hbar\omega. \quad (7.27)$$

- Du point de vue classique, une onde électromagnétique de champ électrique  $\vec{E}_\perp(t) = \hat{\mathcal{E}} \cos(\omega t) \vec{u}$  transporte une densité d'énergie électrique :  $u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 \mathcal{E}^2$ , ce qui donne une énergie totale dans le volume  $V$  :

$$E_{\text{classique}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \mathcal{E}^2 V. \quad (7.28)$$

En identifiant ces deux expressions dans un seul mode, on obtient la relation fondamentale :

$$\langle N \rangle \hbar \omega = \frac{1}{2} \epsilon_0 \mathcal{E}^2 V, \quad (7.29)$$

qui permet d'exprimer l'amplitude du champ électrique  $E_0$  en fonction du nombre moyen de photons  $\langle N \rangle$  dans le champ laser.

### 7.3.1.2 États habillés et structure des niveaux

Les états propres de l'Hamiltonien non-interactif  $\hat{H}_{\text{at}} + \hat{H}_{\text{L}}$  sont les produits tensoriels  $|g, N\rangle$  et  $|e_i, N\rangle$ , décrivant un atome dans l'état  $|g\rangle$  ou  $|e_i\rangle$  avec  $N$  photons dans le mode du champ laser. Leurs énergies respectives sont :

$$E_{g,N} = \hbar \omega_g + N \hbar \omega, \quad E_{e_i,N} = \hbar \omega_{e_i} + N \hbar \omega.$$

On parle d'« états habillés » pour désigner cette base atome + champ, qui servira à construire les états propres du système complet en présence d'interaction. L'interaction dipolaire  $\hat{H}_{\text{int}} = -\vec{D} \cdot \vec{E}_\perp$  couple les états  $|g, N+1\rangle$  et  $|e_i, N\rangle$  via l'absorption d'un photon, ainsi que  $|g, N\rangle$  et  $|e_i, N+1\rangle$  via une émission virtuelle. Les autres transitions, fortement hors résonance, sont négligées dans l'approximation séculaire.

#### Annulation de la correction d'énergie au premier ordre. [LSR13; GWO99]

- **Ordre 1 — pas de correction diagonale :**

Dans le cadre de la théorie des perturbations indépendantes du temps, la correction d'énergie au premier ordre pour un état  $|i\rangle$  est donnée par :

$$\delta E_i^{(1)} = \langle i | \hat{H}_{\text{int}} | i \rangle. \quad (7.30)$$

Or, dans le cas de l'interaction dipolaire, l'opérateur  $\hat{H}_{\text{int}} = -\vec{D} \cdot \vec{E}_\perp$  est de parité impaire, alors que les états électroniques  $|g\rangle, |e_i\rangle, \dots$  ont une parité bien définie.

Un opérateur de parité impaire possède des éléments diagonaux nuls dans une base d'états de parité définie. Ainsi :

$$\langle g | \hat{H}_{\text{int}} | g \rangle = 0, \quad \langle e_i | \hat{H}_{\text{int}} | e_i \rangle = 0. \quad (7.31)$$

De manière générale,  $\hat{H}_{\text{int}}$  ne couple que des états de parité opposée, et il est donc purement hors-diagonal dans la base des états propres de  $\hat{H}_{\text{at}}$ .

Il en résulte que la correction d'énergie au premier ordre est strictement nulle :

$$\delta E_i^{(1)} = 0. \quad (7.32)$$

La première contribution non nulle provient donc du second ordre, qui décrit des transitions virtuelles de type

$$\begin{array}{ccc} |g, N\rangle & \xrightarrow{\hat{H}_{\text{int}}} & |e, N-1\rangle \\ |g, N\rangle & \xleftarrow{\hat{H}_{\text{int}}} & |e, N+1\rangle, \end{array} \quad (7.33)$$

responsables du décalage AC-Stark (ou potentiel dipolaire optique).

• **Ordre 2 — décalage d'énergie :**

Le champ étant loin de la résonance avec les états  $|e_i\rangle$ , on applique la théorie des perturbations indépendantes du temps au second ordre. L'interaction induit un décalage de l'énergie de l'état  $|g\rangle$  donné par :

$$\delta E_g^{(2)} = \sum_{e_i} \left( \frac{|\langle e_i, N-1 | \hat{H}_{\text{int}} |g, N\rangle|^2}{E_{g,N} - E_{e_i,N-1}} + \frac{|\langle e_i, N+1 | \hat{H}_{\text{int}} |g, N\rangle|^2}{E_{g,N} - E_{e_i,N+1}} \right). \quad (7.34)$$

**Approximation pour un couplage quasi-résonant.** Dans le cadre du piégeage dipolaire, nous considérons que le champ laser est quasi-résonant avec une seule transition atomique. Autrement dit, le désaccord  $\Delta = \omega - \omega_{g \rightarrow e}$  reste petit devant la fréquence de la transition atomique :  $|\Delta| \ll \omega_{g \rightarrow e}$ .

Dans ce régime, le deuxième terme du membre de droite des équations (7.34) devient négligeable, et le potentiel dipolaire se simplifie alors en :

$$\delta E_g^{(2)} \simeq \sum_{e_i} \frac{|\langle e, N-1 | \hat{H}_{\text{int}} |g, N\rangle|^2}{\hbar\Delta}. \quad (7.35)$$

Cette approximation consiste à ne considérer que la transition  $|g, N\rangle \rightarrow |e, N-1\rangle$ , c'est-à-dire les processus dans lesquels un seul photon est échangé entre l'atome et le champ laser.

### Expression des éléments de matrice dans l'interaction atome-champ cohérent

Les éléments intervenant dans l'équation de second ordre, qui donne la correction d'énergie d'un état atomique sous l'effet du champ laser, sont des éléments de matrice du type :

$$-\langle e_i, N-1 | \vec{D} \cdot \vec{E}_\perp |g, N\rangle.$$

**Conclusion.** En conséquence, l'élément de matrice d'interaction s'écrit finalement :

$$\langle e_i, N-1 | \hat{H}_{\text{int}} |g, N\rangle = -\frac{\mathcal{E}}{2} \langle e_i | \vec{D} \cdot \vec{u} |g\rangle.$$

Ce terme relie l'état atomique  $|g\rangle$  au niveau excité  $|e_i\rangle$ , avec un couplage proportionnel à l'amplitude du champ classique et à l'élément de matrice dipolaire entre les deux états. C'est ce terme qui entre au numérateur dans l'expression de la correction d'énergie au second ordre, et qui donne naissance au **potentiel dipolaire optique**.

## 7.4 Cas du Rubidium 87 dans une polarisation rectiligne

### 7.4.1 Structure électronique du Rubidium

L'atome de Rubidium ( ${}^{87}\text{Rb}$ ) est un **élément alcalin**, c'est-à-dire qu'il possède une configuration électronique de la forme  $[\text{Kr}] 5s^1$ , avec un unique électron de valence situé dans la couche  $5s$ . Cela implique que la structure énergétique de l'atome est essentiellement déterminée par ce seul électron périphérique, interagissant avec un cœur atomique fermé (couche interne complète).

En première approximation, on peut donc modéliser le Rubidium comme un système à un électron, à la manière de l'atome d'hydrogène, mais avec un potentiel effectif tenant compte du blindage dû aux électrons du cœur. Ce modèle permet de comprendre la structure fine et les transitions optiques dominantes de l'atome.

La structure des niveaux d'énergie est ensuite raffinée par les effets suivants :

- **Structure fine** : Elle résulte du couplage spin-orbite entre le moment angulaire orbital  $\vec{L}$  et le spin  $\vec{S}$  de l'électron de valence. Ce couplage divise chaque niveau orbital (par exemple, le niveau  $5p$ ) en deux sous-niveaux caractérisés par le moment angulaire total  $J = L \pm \frac{1}{2}$ . Ainsi, la transition  $5S \leftrightarrow 5P$  donne naissance aux deux raies bien connues :

- **raie D2** :  $\lambda = 780 \text{ nm}$ , correspondant à la transition  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ ,

- raie **D1** :  $\lambda = 795 \text{ nm}$ , correspondant à la transition  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ .
- × **Structure hyperfine (non traitée ici)** : Elle résulte du couplage entre le moment angulaire total de l'électron ( $\vec{J}$ ) et celui du noyau ( $\vec{I}$ ), introduisant une subdivision supplémentaire des niveaux d'énergie. Bien que cette structure hyperfine soit essentielle dans certains contextes (résonances hyperfines, refroidissement laser, etc.), elle ne sera pas considérée ici car nous nous limitons à l'étude des effets associés à la structure fine.

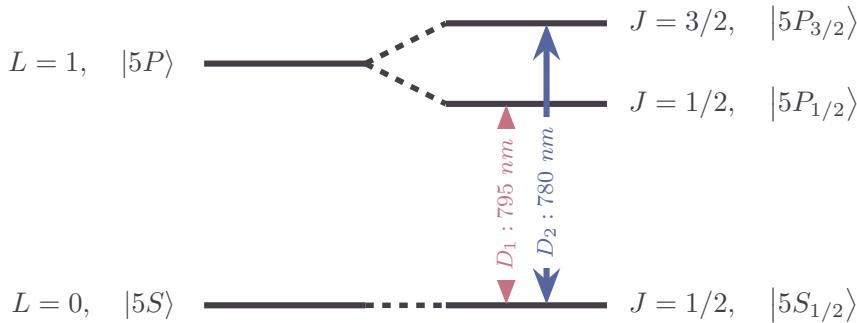


FIGURE 7.2 – Structure fine (transitions D1 et D2) de l'atome de Rubidium  $^{87}\text{Rb}$ .

En effet le faisceau à environ 770 nm est donc **hors résonance**, mais **pas trop éloigné** de ces transitions (désaccord de l'ordre de quelques dizaines de THz), ce qui garantit que la structure hyperfine peut être **négligée** dans un premier temps, et que l'interaction est bien décrite par la contribution dominante des raies D1 et D2. Dans ce régime de désaccord modéré, le potentiel dipolaire est obtenu comme une somme pondérée des contributions des transitions proches, et les autres transitions atomiques (plus énergétiques) peuvent être ignorées.

Ce modèle à un électron actif simplifie grandement l'analyse des interactions entre le Rubidium et un champ laser, en particulier dans le cadre du piégeage dipolaire et des transitions induites par effet Stark.

### 7.4.2 Structure matricielle du potentiel dipolaire

Lorsque la structure fine est prise en compte, le potentiel dipolaire ne se réduit plus à une simple fonction scalaire, mais se décompose en contributions scalaire, vectorielle et tensorielle, définies dans l'espace des états électroniques  $|J, m_J\rangle$ .

Dans un scénario expérimental où l'on restreint l'espace interne de l'atome à deux sous-niveaux hyperfins ou Zeeman (par exemple pour définir un pseudo-spin), le potentiel dipolaire peut être représenté par une matrice  $2 \times 2$  de la forme générale :

$$U_{\text{dip}} = U_{\text{scal}}^{(0)} \cdot \text{Id}_2 + U_{\text{vec}}^{(1)} (\vec{J} \cdot \vec{B}_{\text{fict}}) + U_{\text{tens}}^{(2)} (\vec{J}, \vec{u}). \quad (7.36)$$

où :

- **Terme scalaire** :  $U_{\text{scal}}^{(0)}$  génère un décalage isotrope du niveau atomique qui est indépendant du sous-niveau de  $J$  (ou  $F$ ). Ce décalage est la composante « classique » de l'effet Stark AC, proportionnelle à l'intensité lumineuse, et n'entraîne pas de structure fine dépendant de la polarisation de la lumière. Ce terme domine dans la plupart des configurations expérimentales, notamment avec un champ lumineux polarisé rectiligne, comme c'est le cas ici.
- **Terme vectoriel (Zeeman optique)** :  $U_{\text{vec}}^{(1)}$  agit comme un champ magnétique fictif (optical Zeeman effect) le long de  $\vec{B}_{\text{fict}} \propto i(\vec{E}^* \times \vec{E})$ . En effet, il est proportionnelle à l'opérateur  $i(\vec{u}^* \times \vec{u}) \cdot \vec{J}$  se comportant comme  $\vec{J} \cdot \vec{B}_{\text{fict}}$ . Ainsi, la polarisation circulaire du champ ( $i[\vec{u}^* \times \vec{u}] \neq 0$ ) donne un décalage dépendant de l'orientation de  $\vec{J}$  (analogue à un effet Zeeman), alors que pour une polarisation rectiligne ( $\vec{u}$  réel) ce produit vectoriel s'annule et ce terme vectoriel disparaît. On parle souvent de champ fictif parce que, en convention, le terme vectoriel du Hamiltonien d'interaction

s'écrit formellement  $\mu_B g_J (\vec{J} \cdot \vec{B}_{\text{fict}})$ . Dans notre cas (polarisation rectiligne), ce terme est donc négligeable.

- × **Terme tensoriel :**  $U_{\text{tens}}^{(2)}$  introduit une anisotropie du potentiel selon l'orientation du moment angulaire par rapport à la polarisation du champ. Ce terme est proportionnel à une combinaison quadrupolaire des composantes de  $\vec{J}$  :

$$\frac{3[(\vec{u}^* \cdot \vec{J})(\vec{u} \cdot \vec{J}) + (\vec{u} \cdot \vec{J})(\vec{u}^* \cdot \vec{J})] - 2\vec{J}^2}{2J(2J-1)}. \quad (7.37)$$

Le terme tensoriel ne contribue que pour les états atomiques ayant un moment cinétique total  $J \geq 1$ . Pour les atomes alcalins, comme le  $^{87}\text{Rb}$ , l'état fondamental est un état  $S$  avec  $J = 1/2$ , et ce terme est donc strictement nul. En effet, un spin  $1/2$  ne peut posséder de quadrupôle : seules les composantes scalaire et vectorielle du potentiel dipolaire subsistent (voir Annexe F pour une démonstration détaillée).

**Résumé.** La décomposition (7.36) montre que :

- (i) en toute généralité, le potentiel dipolaire comporte trois contributions (scalaire, vectorielle et tensorielle) ;
- (ii) pour les atomes alcalins au repos dans leur état fondamental ( $J = 1/2$ ), seul le terme vectoriel peut subsister (si la polarisation est elliptique), tandis que le terme tensoriel disparaît.

Cette structure matricielle du potentiel dipolaire joue un rôle central dans la manipulation cohérente des états internes de l'atome, la réalisation de barrières optiques dépendantes du spin, ou encore la mise en œuvre de qubits dans des réseaux d'atomes piégés. Elle permet également d'exploiter des phénomènes comme les transitions Raman induites optiquement ou la séparation de spin dans des pièges optiques.

### 7.4.3 Régime de désaccord très important

Dans ce chapitre, nous ne considérons le régime de désaccord très important que dans le but de calculer les éléments de matrice du moment dipolaire  $\vec{D}$ . En effet, pour un laser fortement détuné par rapport aux transitions électroniques ( $|\Delta| \gg \Delta_{\text{fs}}, \Delta_{\text{hfs}}$ ), le champ lumineux ne peut plus distinguer les différents niveaux excités liés aux sous-niveaux  $J$  ou  $F$  (par exemple les niveaux  $5P_{1/2}$  et  $5P_{3/2}$  pour le rubidium).

Dans ce régime, les niveaux excités peuvent être traités uniquement en termes de moment angulaire orbital  $L$  et de sa projection  $m_L$ , car le moment dipolaire  $\vec{D}$  ne dépend pas du spin de l'électron. Les éléments de matrice  $\langle e | \vec{D} | g \rangle$  se calculent donc simplement en utilisant les états orbitaux, ce qui permet de négliger les détails de la structure fine ou hyperfine dans cette approximation.

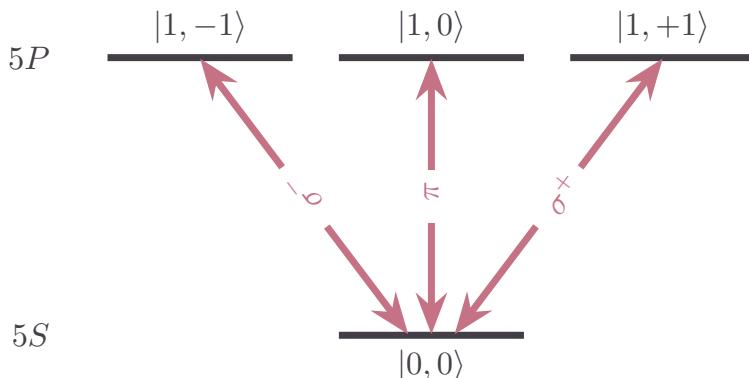


FIGURE 7.3 – Structure des niveaux électroniques  $|L, m_L\rangle$  de l'atome de rubidium.

[Insérer ici un schéma de transition entre niveaux  $m_L$  avec  $q = 0$ ]

**Décalage d'énergie au second ordre.** On considère des états électroniques notés  $|g\rangle = |nL\rangle$  et  $|e\rangle = |n'L'\rangle$ . Dans le régime de désaccord important, l'effet de la lumière sur ces états peut être traité par la théorie des perturbations indépendantes du temps au second ordre. Cette perturbation implique le carré de l'opérateur dipolaire et donne naissance au potentiel dipolaire. On note que l'interaction ne couple que les sous-niveaux orbitaux via des règles de sélection simples sur  $L$  et  $m_L$ .

Dans ce contexte, il est utile de travailler dans la base  $|L, m_L\rangle$ , propre au moment angulaire orbital. Les amplitudes de transition sont alors gouvernées par les coefficients de Clebsch–Gordan. Une transition de type  $S \rightarrow P$  (i.e.  $L = 0 \rightarrow L' = 1$ ) se comporte, pour une polarisation donnée, comme une transition entre deux niveaux effectifs.

**Structure orbitale et opérateur dipolaire.** L'opérateur dipolaire, en tant que vecteur, peut être exprimé dans la base sphérique :

$$\vec{D} = \sum_{q=-1}^{+1} \hat{D}_q \vec{u}_q,$$

où  $q = 0, \pm 1$  désigne respectivement les composantes de polarisation rectiligne ( $\pi$ ), circulaire droite ( $\sigma^+$ ) et circulaire gauche ( $\sigma^-$ ), et  $\vec{u}_q$  est le vecteur de polarisation associé.

Dans cette base, seule la composante  $\hat{D}_q$  correspondant au changement  $m_L \rightarrow m'_L = m_L + q$  est active :

$$\langle m'_L | \vec{D} \cdot \vec{u}_q | m_L \rangle \propto \delta_{m'_L, m_L + q}.$$

**Application du théorème de Wigner-Eckart.** L'opérateur dipôle électrique  $\vec{D}$  est un opérateur vectoriel, que l'on peut exprimer en termes de composantes sphériques  $\hat{D}_q$  avec  $q = 0, \pm 1$ , correspondant aux polarisations  $\pi$  et  $\sigma^\pm$ .

Le théorème de Wigner-Eckart permet d'évaluer les éléments de matrice de l'opérateur dipolaire entre états de moment angulaire en factorisant la dépendance radiale et angulaire :

$$\langle L', m'_L | \vec{D} \cdot \vec{u}_q | L, m_L \rangle = \langle L' || \vec{D} || L \rangle \cdot \langle L, 1; m_L, q | L', m'_L \rangle, \quad (7.38)$$

où  $\langle L' || \vec{D} || L \rangle$  est l'élément de matrice réduit, qui encode la dépendance radiale (par exemple  $d_{5S \rightarrow 5P}$  pour le rubidium), et  $\langle L, 1; m_L, q | L', m'_L \rangle$  est le coefficient de Clebsch-Gordan associé à la conservation du moment cinétique orbital projeté.

Pour une polarisation linéaire parallèle à l'axe  $z$ , on a  $q = 0$  (polarisation  $\pi$ ).

**Application au cas  $5S \rightarrow 5P$  et avec une polarisation  $\pi$ .** Considérons la transition électronique entre les niveaux  $5S$  et  $5P$  du rubidium 87, en négligeant la structure fine (i.e., on travaille dans la base des moments angulaires orbitaux  $|L, m_L\rangle$ ). Dans cette approximation, l'état fondamental est noté  $|L = 0, m_L = 0\rangle$ , et l'état excité  $|L' = 1, m_{L'}\rangle$ , car la transition dipolaire électrique autorise  $\Delta L = \pm 1$ .

L'élément de matrice s'écrit alors, en utilisant le théorème de Wigner-Eckart :

$$\langle L' = 1, m'_L | \vec{D} \cdot \vec{u}_{q=0} | L = 0, m_L = 0 \rangle = d_{5S \leftrightarrow 5P} \cdot \langle L = 0, 1; m_L = 0, q = 0 | 1, m'_L \rangle. \quad (7.39)$$

où :

- $d_{5S \leftrightarrow 5P} = \langle L' = 1 || \vec{D}_0 || L = 0 \rangle$  est l'élément de matrice réduit, indépendant de  $m_L$  ou de la polarisation  $q$  ;
- $\langle L = 0, 1; m_L = 0, q = 0 | 1, m'_L \rangle$  est un **coefficient de Clebsch-Gordan**.

Ce dernier impose une condition stricte de conservation de la projection du moment angulaire :  $m_{L'} = m_L + q = 0 + 0 = 0$ . Par conséquent, seule la composante  $m_{L'} = 0$  de l'état excité est couplée à  $|L = 0, m_L = 0\rangle$  sous l'action du champ  $\pi$ -polarisé. Et comme  $\langle 0, 1; 0, 0 | 1, 0 \rangle = 1$ , on obtient finalement :

$$d_{5S \leftrightarrow 5P} = \langle L' = 1, m'_L = 0 | \vec{D} \cdot \vec{u}_{q=0} | L = 0, m_L = 0 \rangle. \quad (7.40)$$

Cette analyse met en évidence le rôle de la polarisation du champ lumineux dans la sélection des transitions permises, et montre que dans le régime de très grand désaccord, la structure fine peut être ignorée au profit d'une description plus simple en termes de nombres quantiques orbitaux.

*Valeur de l'élément de matrice réduit.* L'expression (7.38) reste valable pour les éléments de matrice réduits. Dans le cas du rubidium 87, on peut ainsi déterminer numériquement la valeur de l'élément  $\langle L' || \vec{D} || L \rangle$ , noté  $d_{5S \leftrightarrow 5P}$ , à partir des données spectroscopiques expérimentales (fréquence de transition, largeur naturelle, etc.) [Ste02].

$$d_{5S \leftrightarrow 5P} \approx 2,5 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}. \quad (7.41)$$

Cette valeur est essentielle pour quantifier les amplitudes de transition, les forces radiatives et les potentiels dipolaires induits par un champ laser, dans les expériences de manipulation optique d'atomes de rubidium.

#### 7.4.4 Structure fine et base des états $|L, S; J, m_J\rangle$ .

Le moment angulaire électronique total  $J$  résulte du couplage entre le moment angulaire orbital total  $L$  et le moment angulaire de spin  $S$  des électrons, selon la relation  $J = L + S$ . Dans le cas des atomes alcalins, on ne considère que l'électron de valence, pour lequel le spin est fixé à  $S = 1/2$ .

Lorsque le désaccord du faisceau laser devient comparable à la séparation entre les doublets de structure fine, il est nécessaire de prendre en compte le couplage spin-orbite. Celui-ci donne lieu à une levée de dégénérescence des niveaux d'énergie, conduisant à ce que l'on appelle la structure fine de l'atome. Dans ce régime, les états propres du système s'écrivent dans la base couplée  $|L, S; J, m_J\rangle$ , où  $m_J$  est la projection de  $J$  sur l'axe de quantification. Ces niveaux sont représentés sur la figure 1.2.

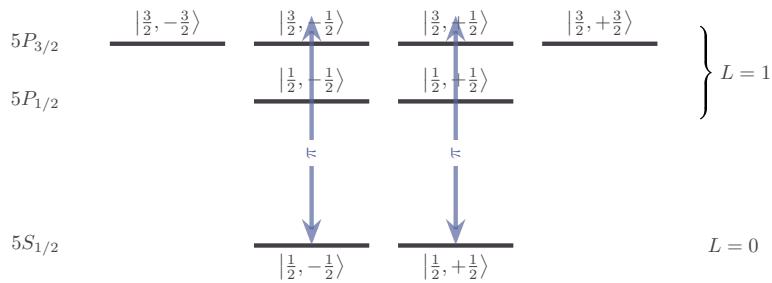


FIGURE 7.4 – Structure fine (niveaux  $|J, m_J\rangle$ ) de l'atome de rubidium.

[Insérer ici un schéma de transition ]

*Décalage d'énergie au second ordre.* En notant  $\hbar\omega_{5S_{1/2} \rightarrow 5P_{J'}} = \hbar\omega_{5P_{J'}} - \hbar\omega_{5S_{1/2}}$  la différence d'énergie entre les états excités  $|e\rangle \equiv |5P_{J'}\rangle$  et l'état fondamental  $|g\rangle \equiv |5S_{1/2}\rangle$ , le décalage d'énergie induit par un champ lumineux de polarisation **rectiligne** s'écrit, au second ordre en perturbation (voir équation (E.2)) :

$$\delta E_{5S_{1/2}}^{(2)} = \frac{|\mathcal{E}|^2}{4\hbar} \sum_{J' \in \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \right\}} \frac{|\langle 5P_{J'} | \vec{u} \cdot \vec{D} | 5S_{1/2} \rangle|^2}{\omega - \omega_{5S_{1/2} \rightarrow 5P_{J'}}}. \quad (7.42)$$

Ce décalage est purement scalaire dans le cas d'un champ à polarisation linéaire, car les contributions vectorielles (champ fictif) disparaissent lorsque  $\vec{u}$  est réel. De plus, le terme tensoriel est nul dans l'état fondamental  $5S_{1/2}$  du rubidium 87, qui a  $J = \frac{1}{2}$ .

*Projection dans la base découpée.* Pour calculer les déplacements lumineux induits par un champ électromagnétique sur chacun des niveaux de structure fine, il est utile d'exprimer les états de la base couplée  $|L, S; J, m_J\rangle$  dans la base découpée  $|L, S; m_L, m_S\rangle$ . Cette décomposition permet de faire apparaître explicitement les composantes orbitales et de spin, ce qui facilite l'évaluation des éléments de matrice du moment dipolaire.

Pour effectuer ces calculs, on utilise les coefficients de Clebsch-Gordan, qui permettent de relier la base  $|L, S; J, m_J\rangle$  à la base produit  $|L, m_L; S, m_S\rangle$  selon la relation :

$$|L, S; J, m_J\rangle = \sum_{\substack{-L \leq m_L \leq L, \\ -S \leq m_S \leq S}}^{m_L + m_S = m_J} \langle L, m_L; S, m_S | J, m_J \rangle |L, m_L; S, m_S\rangle. \quad (7.43)$$

Cette décomposition permet ensuite de calculer les éléments de matrice du moment dipolaire selon

$$\langle L', S'; J', m'_J | \vec{D} \cdot \vec{u}_q | L, S; J, m_J \rangle. \quad (7.44)$$

*Application au cas  $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2, 3/2}$  avec  $q = 0$ .* Le moment angulaire électronique total  $J$  résulte du couplage entre le moment angulaire orbital  $L$  et le spin électronique  $S$ , selon la relation  $J = L + S$ . Dans le cas des atomes alcalins, on ne considère que l'électron de valence, pour lequel  $S = \frac{1}{2}$ .

Considérons l'état fondamental  $|5^2S_{1/2}, m_J = \pm \frac{1}{2}\rangle$ , que l'on peut écrire de manière équivalente comme :

$$|5^2S_{1/2}, m_J = \pm \frac{1}{2}\rangle \equiv |5S, J = \frac{1}{2}, m_J = \pm \frac{1}{2}\rangle \equiv |n = 5; L = 0, S = \frac{1}{2}; J = \frac{1}{2}, m_J = \pm \frac{1}{2}\rangle.$$

Dans le but de faciliter les calculs, nous projetons cet état dans la base découplée  $|L, m_L; S, m_S\rangle$ . Étant donné que  $L = 0$  pour l'état  $S$ , on a  $m_L = 0$  nécessairement. L'état se réécrit donc simplement :

$$|5^2S_{1/2}, m_J = \pm \frac{1}{2}\rangle = |m_L = 0, m_S = \pm \frac{1}{2}\rangle$$

Plusieurs notations sont utilisées afin de s'adapter aux préférences des lecteurs et de lever toute ambiguïté. On remarque ici que, dans le cas  $L = 0$ , l'état couplé coïncide avec l'état découpé, car le moment orbital ne contribue pas à la somme vectorielle du moment angulaire total.

Continuons avec les états excités  $|5^2P_{1/2}, m'_J\rangle$ , que l'on peut écrire de manière équivalente comme :

$$|5^2P_{J'}, m'_J\rangle \equiv |5P, J', m'_J\rangle \equiv |n = 5; L' = 1, S' = \frac{1}{2}; J', m'_J\rangle.$$

Pour rappel, les opérateurs de montée/descente agissant sur les états propres du moment angulaire vérifient la relation générale :

$$\hat{A}_{\pm}|n, A, m_A\rangle = \hbar\sqrt{A(A+1) - m_A(m_A \pm 1)}|n, A, m_A \pm 1\rangle \quad (7.45)$$

où l'opérateur  $\hat{A} \in \{\hat{S}, \hat{L}, \hat{J}, \dots\}$ .

Donc

$$\begin{aligned} |5^2P_{1/2}, m'_J = \pm \frac{1}{2}\rangle &= \mp\sqrt{\frac{1}{3}}|m'_L = 0, m'_S = \pm \frac{1}{2}\rangle \pm \sqrt{\frac{2}{3}}|m'_L = \pm 1, m'_S = \mp \frac{1}{2}\rangle, \\ |5^2P_{3/2}, m'_J = \pm \frac{1}{2}\rangle &= +\sqrt{\frac{2}{3}}|m'_L = 0, m'_S = \pm \frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}|m'_L = \pm 1, m'_S = \mp \frac{1}{2}\rangle, \\ |5^2P_{3/2}, m'_J = \pm \frac{3}{2}\rangle &= +|m'_L = \pm 1, m'_S = \pm \frac{3}{2}\rangle. \end{aligned}$$

Cette notation sera utile par la suite pour analyser les transitions permises et les amplitudes associées lors de l'interaction dipolaire avec une lumière polarisée ( $q = 0$  correspondant à une polarisation  $\pi$ ). En se rappelant que dans ce cas

$$d_{5S \rightarrow 5P} \doteq \langle L' = 1 | |\vec{D}| | L = 1 \rangle = \langle L' = 1, m'_L = 0 | \vec{D} \cdot \vec{u} | L = 0, m_L = 0 \rangle$$

il vient que

$$\begin{aligned} \langle 5^2P_{1/2}, m'_J = \pm \frac{1}{2} | \vec{D} \cdot \vec{u} | 5^2S_{1/2}, m_J = \pm \frac{1}{2} \rangle &= \mp\sqrt{\frac{1}{3}}d_{5S \rightarrow 5P}, \\ \langle 5^2P_{3/2}, m'_J = \pm \frac{1}{2} | \vec{D} \cdot \vec{u} | 5^2S_{1/2}, m_J = \pm \frac{1}{2} \rangle &= \sqrt{\frac{2}{3}}d_{5S \rightarrow 5P}, \\ \langle 5^2P_{3/2}, m'_J = \pm \frac{3}{2} | \vec{D} \cdot \vec{u} | 5^2S_{1/2}, m_J = \pm \frac{1}{2} \rangle &= 0. \end{aligned}$$

*Potentiel dipolaire* Potentiel dipolaire s'écrit :

$$\begin{aligned} U_{\text{dip}}(\vec{r}) &= \frac{|\mathcal{E}|^2}{4\hbar} \left( \frac{|\langle 5^2P_{1/2} | \vec{D} \cdot \vec{u} | 5^2S_{1/2} \rangle|^2}{\Delta_1} + \frac{|\langle 5^2P_{3/2} | \vec{D} \cdot \vec{u} | 5^2S_{1/2} \rangle|^2}{\Delta_2} \right) \\ &= \frac{d_{5S \rightarrow 5P}^2 |\mathcal{E}|^2}{4\hbar} \left( \frac{1}{3\Delta_1} + \frac{2}{3\Delta_2} \right). \end{aligned}$$

Ainsi finalement

$$U_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\hbar\Gamma^2}{8I_{\text{sat}}} \left( \frac{1}{3\Delta_1} + \frac{2}{3\Delta_2} \right) I(\vec{r}), \quad (7.46)$$

avec  $\Delta_1 = \omega - \omega_{5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}}$  et  $\Delta_2 = \omega - \omega_{5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}}$ .

*Taux d'émission spontanée* Le même hamiltonien d'interaction qui génère le potentiel dipolaire est aussi responsable des processus de diffusion de photons (absorption suivie de réémission spontanée), qui conduisent à des effets dissipatifs.

Dans le cas d'un champ à polarisation linéaire et avec un grand désaccord par rapport aux transitions D1 et D2, le **taux d'émission spontanée** est donné par :

$$\Gamma_{\text{sc}}(\vec{r}) = \frac{\Gamma^3}{8I_{\text{sat}}} \left( \frac{1}{3\Delta_1^2} + \frac{2}{3\Delta_2^2} \right) I(\vec{r}). \quad (7.47)$$

Ce résultat repose sur les hypothèses suivantes :

- **Désaccords**  $\Delta_{1,2}$  grands devant la largeur naturelle  $\Gamma$ ,
- **État fondamental unique**  $|5S_{1/2}\rangle$ ,
- **Décomposition des contributions** de D1 et D2 avec poids 1/3, 2/3 respectivement, comme dans le potentiel dipolaire,
- **Polarisation linéaire du champ**, ce qui annule les composantes vectorielles du potentiel.

## 7.5 Notre dispositif expérimental

### 7.5.1 Choix du laser pour le piégeage dipolaire

Notre objectif est de réaliser un piégeage dipolaire optique pour des atomes de rubidium-87 confinés dans une géométrie unidimensionnelle. Pour cela, nous utilisons un potentiel dipolaire induit par un faisceau laser décalé vers le bleu des transitions atomiques D1 ( $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{1/2}$ , à  $\lambda_{D1} = 794.98$  nm) et D2 ( $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ , à  $\lambda_{D2} = 780.24$  nm). Le décalage spectral  $\Delta > 0$  garantit que les atomes sont repoussés des zones d'intensité maximale, ce qui permet de construire une "boîte" optique où les atomes sont piégés entre plusieurs faisceaux.

Dans cette configuration, les faisceaux lasers génèrent un potentiel optique conservatif  $U_{\text{dip}}(\vec{r})$  et induisent un taux de diffusion spontané  $\Gamma_{\text{sc}}(\vec{r})$ , tous deux proportionnels à l'intensité locale  $I(\vec{r})$ . Ces deux effets ont des conséquences opposées sur les atomes : le premier permet de les confiner, le second les chauffe et peut entraîner leur perte. Il est donc crucial d'optimiser ce compromis.

#### Critères de sélection

Deux critères fondamentaux guident notre choix de laser :

- Le **potentiel dipolaire** au niveau des atomes,  $U_{\text{dip}}(0)$ , doit être supérieur à une valeur minimale  $U_{\text{dip}}^{(\min)}$ , fixée à :

$$U_{\text{dip}}(0) \geq U_{\text{dip}}^{(\min)} = k_B \times 1\mu K. \quad (7.48)$$

Cette valeur garantit une barrière suffisante pour confiner les atomes contre leur agitation thermique résiduelle ou leur expansion quantique.

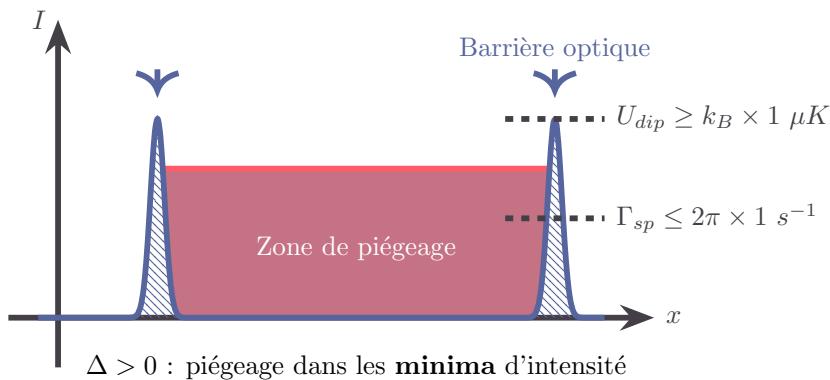


FIGURE 7.5

- Le **taux de diffusion spontané** au point  $x^*$  défini par  $U_{dip}(x^*) = U_{dip}(0)/2$  doit rester inférieur à une valeur seuil pour limiter l'échauffement et les pertes :

$$\Gamma_{sp}(x^*) \leq \Gamma_{sp}^{(max)} = 2\pi \times 1 \text{ s}^{-1}. \quad (7.49)$$

Ce critère conduit, en utilisant le fait que le potentiel  $U_{dip}^{(min)}(\vec{r})$  et le taux de diffusion spontanée  $\Gamma_{sp}(\vec{r})$  soit proportionnelle à l'intensité  $I(\vec{r})$ , à la borne stricte suivante :

$$\Gamma_{sp}(0) \leq 2\pi \times 2 \text{ s}^{-1}. \quad (7.50)$$

#### Figure de mérite : ratio potentiel / diffusion

Les conditions des Eqs. (7.48) et (7.49) impliquent que, pour un point particulier  $\vec{r}^*$ , le rapport entre la profondeur du piège et la diffusion photonique satisfait

$$\frac{U_{dip}(\vec{r}^*)}{\hbar\Gamma_{sc}(\vec{r}^*)} > \frac{2U_{dip}^{(min)}}{\hbar\Gamma_{sc}^{(max)}}.$$

En utilisant les Eqs. (7.46) et (7.47), cette condition se réécrit explicitement sous la forme

$$\frac{U_{dip}(\vec{r}^*)}{\hbar\Gamma_{sc}(\vec{r}^*)} = \frac{1}{\Gamma} \cdot \frac{\left(\frac{1}{3\Delta_1} + \frac{2}{3\Delta_2}\right)}{\left(\frac{1}{3\Delta_1^2} + \frac{2}{3\Delta_2^2}\right)} \geq \frac{2U_{dip}^{(min)}}{\hbar\Gamma_{sc}^{(max)}} \quad (7.51)$$

Un calcul numérique montre que, sous ces contraintes, il est nécessaire de sélectionner des lasers dont la longueur d'onde est inférieure à une valeur maximale

$$\lambda_{abs}^{(max)} \simeq 778,4 \text{ nm.}$$

#### Contraintes sur la puissance laser

Le faisceau utilisé est gaussien. On rappelle que le *waist*  $w_0$  désigne le rayon du faisceau, défini comme la distance radiale  $r$  pour laquelle l'intensité transverse chute à  $1/e^2$  de sa valeur au centre du faisceau, et ce à la position où le faisceau est le plus focalisé. Typiquement, nous utilisons ici des faisceaux avec un waist de l'ordre de  $w_0 \sim 1 \mu\text{m}$ .

Dans le cadre d'un piégeage avec un laser désaccordé vers le bleu, les atomes sont confinés dans une région **centrale de faible intensité**, située entre deux faisceaux focalisés. Le piégeage repose alors sur la formation de **parois optiques abruptes**, engendrées par les gradients d'intensité des faisceaux. Pour obtenir un gradient suffisamment marqué, il est nécessaire que chaque faisceau possède un **waist étroit**.

L'intensité maximale atteinte au centre du faisceau est donnée par :

$$I(0) = \frac{2P}{\pi w_0^2}, \quad (7.52)$$

avec  $P$  la puissance incidente. Cette expression relie directement la puissance requise aux contraintes de piégeage, et sera utilisée pour définir les bornes admissibles sur  $P(\lambda)$  pour une longueur d'onde donnée.

Les conditions des Eqs. (7.48) et (7.49) impliquent alors, en utilisant les expressions (??) et (??) pour le potentiel dipolaire et le taux de diffusion de photons, que la puissance laser doit satisfaire

$$P_{\min}(\lambda) \leq P(\lambda) \leq P_{\max}(\lambda), \quad (7.53)$$

avec

$$P_{\min}(\lambda) = U_{\text{dip}}^{(min)} \cdot \frac{\pi w_0^2}{2} \frac{8I_{\text{sat}}}{\Gamma^2} \left( \frac{1}{3\Delta_1} + \frac{2}{3\Delta_2} \right)^{-1},$$

$$P_{\max}(\lambda) = \Gamma_{\text{sc}}^{(max)} \cdot \pi w_0^2 \frac{8I_{\text{sat}}}{\Gamma^3} \left( \frac{1}{3\Delta_1^2} + \frac{2}{3\Delta_2^2} \right)^{-1}.$$

La région vérifiant le critère ci-dessous est représentée sur la figure (7.6), dans un diagramme  $(\lambda, P)$  où  $\lambda$  est la longueur d'onde du laser.

Le seuil inférieur  $P_{\min}(\lambda)$  est extrêmement faible et n'a pratiquement aucune influence sur le choix expérimental de la puissance laser, contrairement à  $P_{\max}(\lambda)$  qui fixe la limite supérieure imposée par la diffusion photonique.

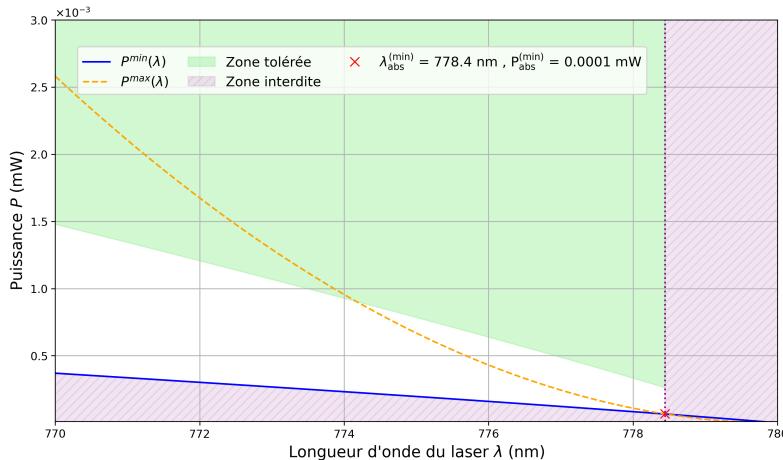


FIGURE 7.6 – Puissance requise en fonction de la longueur d'onde pour  $w_0 = 1 \mu\text{m}$

L'intersection de ces courbes définit une **zone de faisabilité expérimentale** dans l'espace  $(\lambda, P)$ . Le croisement des courbes fournit la longueur d'onde maximale admissible :

$$\lambda_{\text{abs}}^{(max)} \simeq 778.4 \text{ nm}, \quad P_{\text{abs}}^{(min)} \simeq 0.0001 \text{ mW}$$

Un premier filtrage des sources laser admissibles impose que la longueur d'onde soit inférieure à  $\lambda_{\text{abs}}^{(max)}$  et que la puissance disponible dépasse  $P_{\text{abs}}^{(min)}$ .

### Prise en compte des pertes optiques

L'ensemble des éléments optiques traversés par le faisceau — incluant la sortie de fibre, les lentilles de collimation et de focalisation, les miroirs de redirection, les trou de filtrages, ainsi que le diviseur de faisceau — induit des pertes cumulées non négligeables. Une estimation réaliste, fondée sur les caractéristiques

typiques des composants et l'expérience de montage, indique que les pertes globales s'élèvent à environ 60 à 75%.

Ces pertes doivent être prises en compte dès le dimensionnement initial du système laser, afin de garantir que la puissance effectivement disponible au niveau des atomes soit suffisante pour atteindre les profondeurs de piège souhaitées. En pratique, on modélise cette efficacité par un facteur global  $\eta$ , défini comme :

$$P_{\text{utile}} = \eta \cdot P_{\text{laser}}, \quad \text{avec} \quad \eta \approx 0.25.$$

Ce coefficient sera utilisé dans la suite pour évaluer les puissances minimales requises des sources laser candidates. Une marge de sécurité est également conservée pour pallier les éventuels désalignements ou dégradations optiques en conditions expérimentales réelles.

### Sources laser utilisées et pureté spatiale

Trois sources laser ont été identifiées pour la réalisation de la boîte optique blue-detuned destinée au piégeage dipolaire du Rubidium-87, dont deux répondent aux conditions de puissance admissibles  $P^{(\min)}(\lambda)$  et  $P^{(\max)}(\lambda)$ .

- **DFB** à  $\lambda = 772.5$  nm, puissance  $P = 75$  mW.
- **DBR** à  $\lambda = 778.0$  nm, puissance  $P = 60$  mW.
- **DBR** à  $\lambda = 770.5$  nm, puissance  $P = 32$  mW.

Le laser DFB (Distributed Feedback) intègre un réseau de Bragg directement dans la région active, ce qui permet un couplage efficace entre la rétroaction optique et le gain, assurant une émission monomode stable tant sur le plan spectral que spatial. Cette architecture confère au DFB une excellente stabilité et une robustesse appréciées en physique atomique.

Le laser Distributed Bragg Reflector (DBR) (Distributed Bragg Reflector), quant à lui, dispose d'un réseau de Bragg séparé de la région active. Cette configuration offre une plus grande flexibilité dans le réglage de la longueur d'onde, mais entraîne généralement une stabilité spectrale un peu moindre par rapport aux lasers DFB.

Ces diodes sont pigtaiillées sur des fibres monomodes à maintien de polarisation (type PM780-HP), assurant un profil spatial très pur. En effet, bien que des modes transverses supérieurs puissent être émis par la puce laser, la fibre ne guide que le mode fondamental LP<sub>01</sub>, équivalent au mode gaussien TEM<sub>00</sub>, dans la gamme spectrale 770–780 nm. Cette configuration agit comme un filtre spatial puissant, garantissant une sortie de faisceau gaussien avec une pureté supérieure à 99.5% en puissance.

Cette haute pureté spatiale est cruciale pour obtenir une focalisation optimale et des gradients de champ suffisamment intenses dans la zone de piégeage, tout en minimisant les pertes optiques et les effets parasites liés à la présence de modes non fondamentaux.

Enfin, les trois lasers se situent dans la zone de tolérance définie par les conditions sur la puissance minimale et maximale en fonction de la longueur d'onde, validant leur adéquation pour la construction de notre boîte optique blue-detuned.

Avec un waist de  $w_0 = 1 \mu\text{m}$ , les puissances minimales requises pour satisfaire les conditions  $U_{\text{dip}}^{(\min)}$  et  $\Gamma_{sp}^{(\max)}$  sont extrêmement faibles : environ 1.1  $\mu\text{W}$  pour la DFB à 772.5 nm, 0.3  $\mu\text{W}$  pour la DBR à 778.0 nm, et 1.4  $\mu\text{W}$  pour la DBR à 770.5 nm. Ces valeurs sont très largement inférieures aux puissances disponibles pour chacun de ces lasers, même en tenant compte des pertes optiques, ce qui confirme la faisabilité expérimentale du dispositif.

**Choix du waist pour les projets futurs.** On souhaite choisir une source laser adaptée à différents projets. Notamment, on peut n'utiliser qu'un seul faisceau focalisé sur les atomes, et avec un acousto-optique dessiner un potentiel sur le plan focal des atomes. L'avantage par rapport à la double barrière expliquée plus haut est qu'ici un seul faisceau suffit. Il faut cependant que le modulateur acousto-optique **AOM** puisse modifier l'intensité et la position du faisceau plus rapidement que le temps de réaction du mouvement du centre de masse des atomes. Ce projet est mené par Florence Nogrette.

Un autre projet, plus simple et utilisant également un seul faisceau, consiste à employer un faisceau gaussien avec un waist suffisamment grand pour recouvrir tous les atomes et à utiliser le DMD pour

façonner un potentiel sur le plan des atomes. Afin de garder une marge pour ces projets, nous avons choisi un waist de  $300 \mu\text{m}$ .

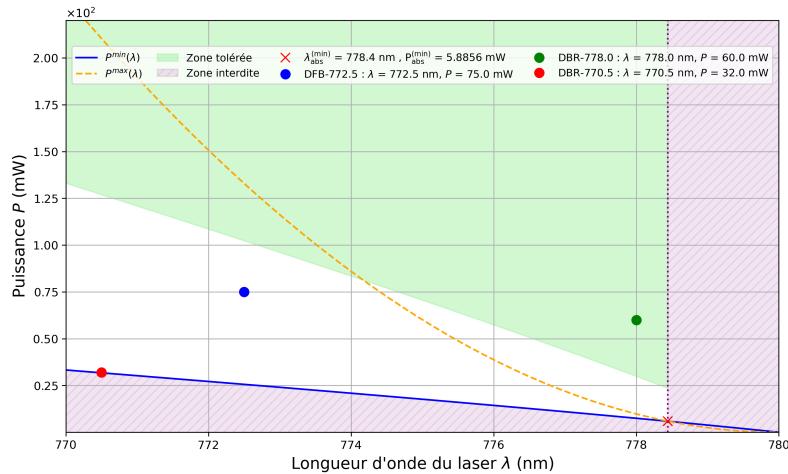


FIGURE 7.7 – Puissance requise en fonction de la longueur d’onde pour  $w_0 = 300 \mu\text{m}$

Avec un waist de  $w_0 = 300 \mu\text{m}$ , les puissances minimales requises augmentent considérablement en raison de la baisse d’intensité au centre du faisceau. On obtient ainsi des puissances nécessaires de l’ordre de 102 mW pour la DFB à 772.5 nm, 30 mW pour la DBR à 778.0 nm, et 127 mW pour la DBR à 770.5 nm (Fig. 7.7).

Afin d’assurer un potentiel dipolaire plus propre, avec le moins de diffusion et de chauffage possible, nous avons choisi la source laser présentant le plus grand désaccord : la DBR à 770.5 nm. Néanmoins, pour obtenir un puits suffisamment profond, la puissance disponible reste insuffisante.

Ce constat a motivé l’ajout d’un amplificateur optique (**TA** — *Tapered Amplifier*) en sortie du laser à 770.5 nm, afin de compenser la puissance limitée et de garantir des conditions de piégeage satisfaisantes malgré les pertes optiques du système.

### 7.5.2 Amplification par Tapered Amplifier (TA)

#### Principe et motivation

Afin de compenser le déficit de puissance du laser **DBR** à 770.5 nm — notamment dans le scénario initialement envisagé avec un waist focalisé important — un amplificateur optique de type **TA** a été ajouté en aval de la source laser.

Un **TA** est un semi-conducteur optique amplificateur non résonant, composé d’une région d’entrée étroite (guidée) et d’une région de sortie évasée (tapered), permettant d’amplifier efficacement un faisceau monomode tout en conservant un profil spatial de bonne qualité. Contrairement aux lasers, le **TA** n’oscille pas par lui-même : il agit uniquement sur une source laser fournie en entrée. Il peut amplifier des puissances faibles, de l’ordre de 20 mW, jusqu’à plusieurs centaines de mW, voire au-delà, en sortie.

Ce dispositif est particulièrement adapté aux expériences de piégeage optique, où une puissance laser relativement élevée est nécessaire tout en maintenant une bonne qualité spatiale.

#### Contraintes et précautions

L’utilisation d’un **TA** s’accompagne de plusieurs contraintes expérimentales importantes :

- **Sensibilité aux rétro-réflexions** : la puce du **TA** ne supporte pas les retours optiques parasites, qui peuvent entraîner des instabilités, des dégradations de performance, voire endommager le composant. Un **isolateur optique** est donc placé en sortie pour bloquer tout retour de lumière vers le **TA**.

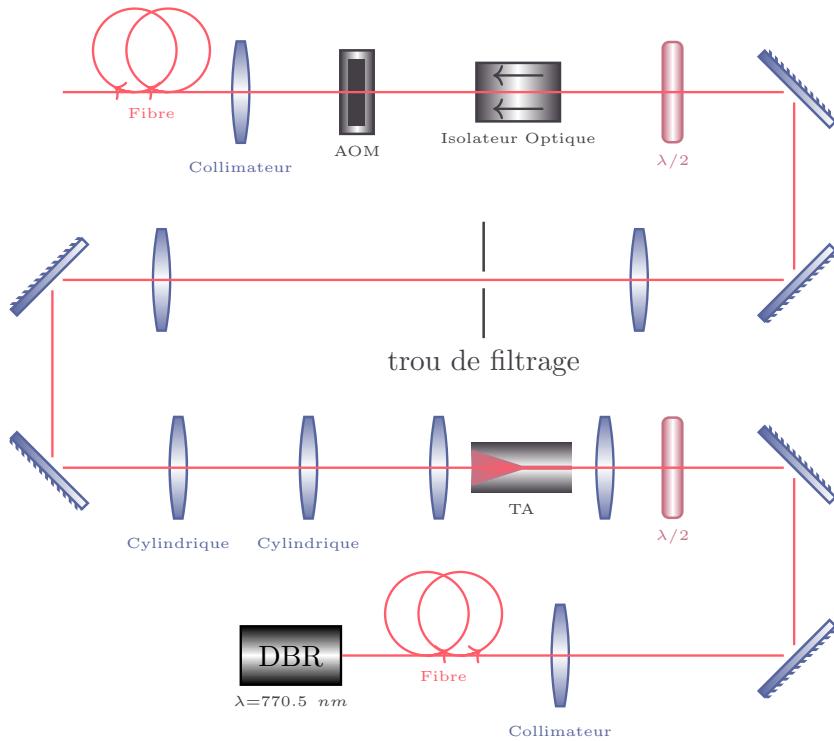


FIGURE 7.8 – Schéma global de l'amplification

- **Mode spatial en sortie :** la sortie du TA reste monomode, mais le profil spatial est fortement déformé et s'éloigne d'un mode TEM<sub>00</sub> parfait. Un trou de filtrage ou une **trou de filtrage** de 50 μm (à ajuster selon le profil observé) peut être utilisé pour filtrer et améliorer la qualité spatiale du faisceau.

### Mise en œuvre expérimentale

Le schéma global de l'amplification est présenté sur la figure 7.8 .

- ▷ **Laser utilisé pour injecter le TA :** le laser DBR à 770.5 nm est stabilisé en température et en courant à l'aide du contrôleur Thorlabs ITC-510, et injecté dans le TA à l'aide d'une optique de couplage sur table optique.
- ▷ **Boîtier de protection et régulation thermique :** le TA est installé dans un boîtier métallique maison, conçu pour assurer à la fois une protection mécanique et une stabilité thermique. Ce boîtier intègre un module Peltier et une thermistance pour la régulation active de la température, pilotés par un contrôleur thermique (Arrow OEM). L'ensemble est alimenté par une alimentation dédiée (Delta Electronics), garantissant un fonctionnement stable du système de refroidissement. Cette stabilisation thermique est cruciale pour limiter les dérives du TA et préserver la qualité spatiale du faisceau amplifié.
- ▷ **Filtrage spatial :** un trou de filtrage (trou de filtrage) placé dans le plan de Fourier d'un système en configuration télescopique, positionné en sortie de l'amplificateur TA, permet de sélectionner efficacement le mode spatial fondamental.
- ▷ **Isolateur optique :** un isolateur optique est placé immédiatement après le TA pour éviter tout retour de lumière vers la puce.
- ▷ **Modulation de puissance :** un modulateur acousto-optique AOM est inséré juste avant la fibre optique, permettant de couper la lumière à la demande (switch rapide) ou de moduler dynamiquement l'intensité laser. Cela permet un contrôle fin de l'illumination au niveau des atomes.
- ▷ **Mesure de puissance :** une photodiode ou un puissance-mètre placé après l'AOM permet de mesurer précisément la puissance en fonction du courant injecté dans le TA, et de corriger les effets d'instabilité

si nécessaire.

### Caractérisation et performance

La diode laser et le **TA** sont asservis à une température stable afin d'éviter toute fluctuation susceptible d'affecter leur fonctionnement. Une courbe de puissance de sortie du **TA** en fonction du courant injecté a été mesurée (voir figure 7.9), avec la diode laser fournissant une puissance maximale d'environ 31.2 mW et le TA testé jusqu'à un courant d'injection de 2.5 A.

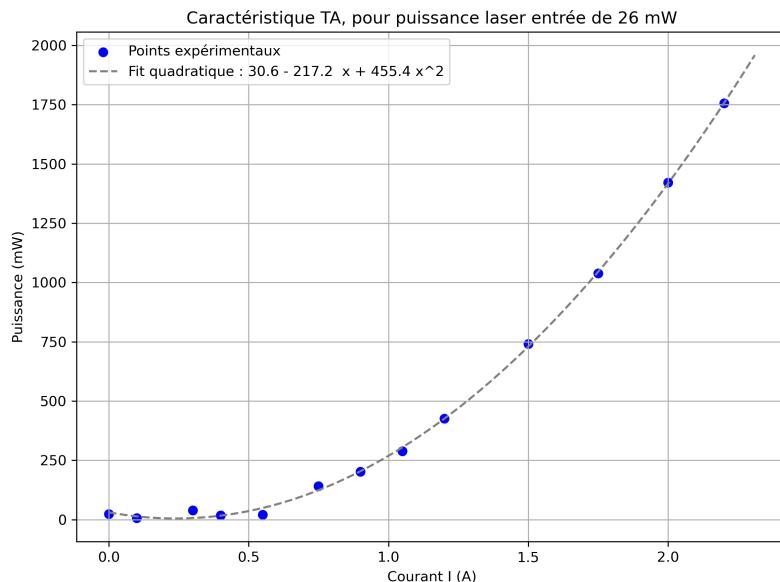


FIGURE 7.9 – Puissance de sortie du **TA** en fonction du courant d'injection, pour une puissance d'entrée provenant de la diode laser fixée à 25 mW.

Afin d'éviter une dégradation prématuée des composants, il a été choisi de ne pas les faire fonctionner à leurs limites maximales. La diode laser est ainsi réglée pour fournir une puissance d'environ 25 mW (courant  $I_{\text{diode}} = 150.6 \text{ mA}$ ) et le **TA** est exploité avec un courant d'environ 1.5 A. Cette configuration assure un bon compromis entre puissance de sortie et longévité des dispositifs, tout en garantissant une amplification stable et un profil spatial préservé.

Pour un courant d'injection de 1.5, A dans le **TA**, la puissance mesurée en sortie, après passage dans l'**AOM**, est d'environ 62, mW. Or, d'après la figure 7.8, à 1.5, A, la puissance en sortie directe du **TA** atteint environ 750, mW. Cela signifie qu'après l'**AOM**, il ne reste qu'environ 8% de la puissance initiale, ce qui n'est pas raisonnable.

Cette perte importante s'explique par le fait que l'on ne souhaite sélectionner que l'ordre fondamental gaussien du faisceau, alors que le **TA** émet une superposition de modes. Une fraction trop importante de la puissance est ainsi distribuée dans les modes d'ordre supérieur, qui sont rejettés.

De plus, le **TA** installé présente un rendement maximal (proche de 100% de la puissance spécifiée) lorsque le laser d'entrée est à 780, nm, alors qu'à 770.5, nm le rendement chute à environ 45%. Dans notre cas, nous avons utilisé un **TA** déjà disponible au laboratoire, choisi comme le plus adapté parmi ceux dont nous disposions, afin d'éviter l'achat d'un modèle plus spécifique.

Il semble donc nécessaire d'envisager, à terme, le remplacement par un **TA** mieux adapté à la longueur d'onde utilisée.

L'**AOM** génère plusieurs ordres de diffraction : le mode zéro (non diffracté), les modes  $\pm 1$ , etc. Afin d'optimiser le transfert d'énergie dans un mode diffracté souhaité (par exemple le premier ordre  $\pm 1$ ), le cristal **AOM** a été ajusté finement en rotation. Ce réglage permet de maximiser la puissance dans ce mode non nul.

Le faisceau correspondant à ce mode diffracté, qui concentre la majorité de la puissance utile, est ensuite injecté dans une fibre monomode à maintien de polarisation.

Ainsi, l'AOM est configuré de manière à transférer efficacement la puissance vers le mode diffracté utile, avec une puissance d'environ 62 mW disponible à l'entrée de la fibre, garantissant une qualité spatiale et une polarisation stables pour l'expérience.

Le système ainsi mis en place permet d'obtenir, de manière stable, une puissance suffisante en sortie pour alimenter la fibre de piégeage, même en tenant compte des pertes optiques du système.

## Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté les dispositifs expérimentaux permettant de réaliser et de contrôler des gaz atomiques confinés en une dimension. Le potentiel dipolaire offert par la puce atomique permet déjà de créer des profils de densité variés, jusqu'à un potentiel quartique en ordre 4. L'introduction du **DMD** offre une flexibilité supplémentaire : il permet de sélectionner des régions du nuage atomique et de générer des découpages locales, ouvrant ainsi la voie à des préparations plus complexes.

En combinant le potentiel de la puce et le DMD, il est possible de préparer des nuages atomiques homogènes sur des zones plus étendues que celles limitées par le potentiel quartique de la puce seule. Cependant, pour générer des potentiels encore plus exotiques et modulables, l'utilisation d'un **TA** est nécessaire. Après optimisation, nous avons injecté environ 62 mW dans la fibre conduisant vers le DMD. Cette configuration est satisfaisante pour le projet en cours, mais elle révèle certaines limitations du **TA** utilisé : le profil spatial du faisceau s'écarte significativement d'un mode TEM<sub>00</sub>, ce qui explique la faible puissance réellement injectée. Pour atteindre des performances supérieures et exploiter pleinement la flexibilité du DMD, il serait nécessaire de remplacer le **TA** actuel par un modèle offrant un profil spatial plus adapté.

## Bibliographie du chapitre

- [CDG88] Claude COHEN-TANNOUDJI, Jacques DUPONT-ROC et Gilbert GRYNBERG. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. Savoirs actuels. InterEditions / Éditions du CNRS, 1988.
- [GWO99] Rudolf GRIMM, Matthias WEIDEMÜLLER et Yurii B. OVCHINNIKOV. *Optical dipole traps for neutral atoms*. 1999. arXiv : [physics/9902072 \[physics.atom-ph\]](https://arxiv.org/abs/physics/9902072). URL : <https://arxiv.org/abs/physics/9902072>.
- [Sch01] Nicolas SCHLOSSER. “Étude et réalisation de micro-pièges dipolaires optiques pour atomes neutres”. Thèse de doctorat. Université Paris XI, 2001. URL : [http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/11/95/index\\_fr.html](http://tel.ccsd.cnrs.fr/documents/archives0/00/00/11/95/index_fr.html).
- [Ste02] D. A. STECK. *Rubidium 87 D Line Data*. <http://george.ph.utexas.edu/~dstreck/alkalidata/rubidium87numbers.pdf>. Revision 1.6. 2002.
- [Dar06] Benoît DARQUIÉ. “Manipulation d'atomes dans des pièges dipolaires microscopiques et émission contrôlée de photons par un atome unique”. Submitted on 14 Feb 2006. Thèse de doctorat. Physique Atomique [physics.atom-ph], 2006. URL : <https://pastel.hal.science/tel-00011604v1>.
- [LSR13] Fam LE KIEN, Philipp SCHNEEWEISS et Arno RAUSCHENBEUTEL. “Dynamical polarizability of atoms in arbitrary light fields : general theory and application to cesium”. In : *The European Physical Journal D* 67.5 (mai 2013). ISSN : 1434-6079. DOI : [10.1140/epjd/e2013-30729-x](https://doi.org/10.1140/epjd/e2013-30729-x). URL : <http://dx.doi.org/10.1140/epjd/e2013-30729-x>.