

# TABLE DES MATIÈRES

<b>I</b>	<b>Modèle de Lieb-Liniger et approche Bethe Ansatz</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	<b>Introduction au gaz de bosons unidimensionnels</b>	<b>5</b>
1.1	Motivations et contexte physique . . . . .	5
1.2	Description du modèle de Lieb-Liniger . . . . .	5
1.3	Propriétés fondamentales et régimes asymptotiques . . . . .	5
1.4	Théorie linéarisée pour le régime de quasi-condensat . . . . .	5
1.4.1	Équation de Gross-Pitaevskii . . . . .	5
1.4.2	Transformation de Bogoliubov pour système homogène . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Bethe Ansatz et solution exacte du modèle de Lieb-Liniger</b>	<b>7</b>
2.1	Problème à deux corps . . . . .	7
2.2	Problème à N corps . . . . .	7
2.3	Condition aux bords périodiques et équation de Bethe Ansatz . . . . .	7
<b>II</b>	<b>Relaxation des systèmes quantiques isolés et phénomènes d'équilibre</b>	<b>9</b>
<b>3</b>	<b>Équilibre thermique et ensemble de Gibbs : chaos quantique</b>	<b>11</b>
3.1	Thermodynamique du gaz de Lieb-Liniger à température nulle . . . . .	11
3.2	Excitations élémentaires à température nulle . . . . .	11
3.3	Physique statistique de l'ensemble de Gibbs . . . . .	11
3.4	Chaos quantique et brisure de l'intégrabilité . . . . .	12
3.5	Entropie de Yang-Yang et principe de maximisation . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Équilibre non thermique et ensemble de Gibbs généralisé : ergodicité</b>	<b>13</b>
4.1	Intégrabilité et charges conservées . . . . .	13
4.2	Dynamique hors équilibre et relaxation des systèmes isolés . . . . .	13
4.3	Physique statistique appliquée aux systèmes intégrables . . . . .	13
4.4	Entropie de Yang-Yang généralisée . . . . .	15
<b>III</b>	<b>Dynamique hors-équilibre et hydrodynamique généralisée</b>	<b>17</b>
<b>5</b>	<b>Hydrodynamique et régimes asymptotiques</b>	<b>19</b>
5.1	Hydrodynamique classique des systèmes chaotiques . . . . .	19
5.2	Hydrodynamique des systèmes intégrables et distribution de rapidité . . . . .	19

5.3	Équation d'hydrodynamique généralisée (GHD) . . . . .	19
<b>6</b>	<b>Fluctuations et corrections à l'hydrodynamique généralisée</b>	<b>21</b>
6.1	Fluctuations de la distribution de rapidité . . . . .	21
6.2	Ordre 2 des corrections et rôle de l'entropie de Yang-Yang . . . . .	23
6.3	Confrontation entre hydrodynamique classique et hydrodynamique généralisée . . . . .	23

## Première partie

# Modèle de Lieb-Liniger et approche Bethe Ansatz



## CHAPITRE

# 1

# INTRODUCTION AU GAZ DE BOSONS UNIDIMENSIONNELS

## Contents

1.1	Motivations et contexte physique . . . . .	5
1.2	Description du modèle de Lieb-Liniger . . . . .	5
1.3	Propriétés fondamentales et régimes asymptotiques . . . . .	5
1.4	Théorie linéarisée pour le régime de quasi-condensat . . . . .	5
1.4.1	Équation de Gross-Pitaevskii . . . . .	5
1.4.2	Transformation de Bogoliubov pour système homogène . . . . .	5

## 1.1 Motivations et contexte physique

## 1.2 Description du modèle de Lieb-Liniger

## 1.3 Propriétés fondamentales et régimes asymptotiques

## 1.4 Théorie linéarisée pour le régime de quasi-condensat

### 1.4.1 Équation de Gross-Pitaevskii

### 1.4.2 Transformation de Bogoliubov pour système homogène



## CHAPITRE

# 2

# BETHE ANSATZ ET SOLUTION EXACTE DU MODÈLE DE LIEB-LINIGER

## Contents

2.1	Problème à deux corps . . . . .	7
2.2	Problème à N corps . . . . .	7
2.3	Condition aux bords périodiques et équation de Bethe Ansatz . . . . .	7

## 2.1 Problème à deux corps

## 2.2 Problème à N corps

## 2.3 Condition aux bords périodiques et équation de Bethe Ansatz





## Deuxième partie

# Relaxation des systèmes quantiques isolés et phénomènes d'équilibre



# ÉQUILIBRE THERMIQUE ET ENSEMBLE DE GIBBS : CHAOS QUANTIQUE

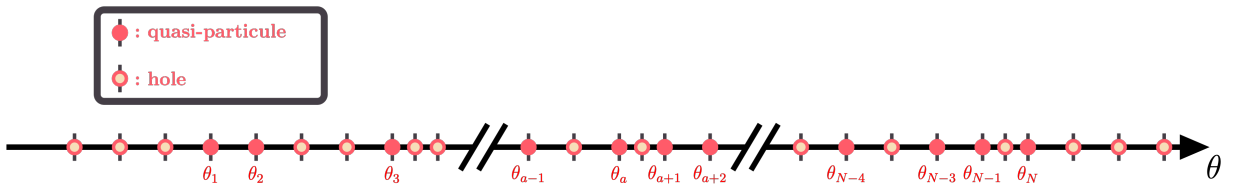
## Contents

3.1	Thermodynamique du gaz de Lieb-Liniger à température nulle . . . . .	11
3.2	Excitations élémentaires à température nulle . . . . .	11
3.3	Physique statistique de l'ensemble de Gibbs . . . . .	11
3.4	Chaos quantique et brisure de l'intégrabilité . . . . .	12
3.5	Entropie de Yang-Yang et principe de maximisation . . . . .	12

### 3.1 Thermodynamique du gaz de Lieb-Liniger à température nulle

### 3.2 Excitations élémentaires à température nulle

### 3.3 Physique statistique de l'ensemble de Gibbs



On écrit l'observable énergie et nombre :

$$\hat{\mathcal{N}} = \sum_{\{\theta_a\}} \left( \sum_{a=1}^N 1 \right) |\{\theta_a\}\rangle \langle \{\theta_a\}|, \quad (3.1)$$

$$\hat{\mathcal{E}} = \sum_{\{\theta_a\}} \left( \sum_{a=1}^N \varepsilon(\theta_a) \right) |\{\theta_a\}\rangle \langle \{\theta_a\}|, \quad (3.2)$$

avec  $\sum_{a=1}^N 1 \equiv \langle \hat{\mathcal{N}} \rangle_{\{\theta_a\}} \doteq \langle \{\theta_a\} | \hat{\mathcal{N}} | \{\theta_a\} \rangle$  et  $\sum_{a=1}^N \varepsilon(\theta_a) \equiv \langle \hat{\mathcal{E}} \rangle_{\{\theta_a\}} \doteq \langle \{\theta_a\} | \hat{\mathcal{E}} | \{\theta_a\} \rangle$ .  
La probabilité que le système soit dans configuration  $\{\theta_a\}$  est

$$P_{\{\theta_a\}} = \frac{e^{-\beta(\langle \hat{\mathcal{E}} \rangle_{\{\theta_a\}} - \mu \langle \hat{\mathcal{N}} \rangle_{\{\theta_a\}})}}{Z_{thermal}} = \frac{e^{-\beta \sum_{a=1}^N (\varepsilon(\theta_a) - \mu)}}{Z_{thermal}} \quad (3.3)$$

avec la fonction de partition  $Z_{thermal} = \sum_{\{\theta_a\}} e^{-\beta(\langle \hat{\mathcal{E}} \rangle_{\{\theta_a\}} - \mu \langle \hat{\mathcal{N}} \rangle_{\{\theta_a\}})} = \sum_{\{\theta_a\}} e^{-\beta \sum_{a=1}^N (\varepsilon(\theta_a) - \mu)}$

$$\langle \hat{\mathcal{N}} \rangle = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \ln Z}{\partial \mu} \Bigg|_T, \quad \Delta_{\hat{\mathcal{N}}}^2 = \frac{1}{\beta^2} \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \mu^2} \Bigg|_T = \frac{1}{\beta} \frac{\partial \langle \hat{\mathcal{N}} \rangle}{\partial \mu} \Bigg|_T \quad (3.4)$$

$$\langle \hat{\mathcal{E}} - \mu \hat{\mathcal{N}} \rangle = - \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \Bigg|_{\mu}, \quad \Delta_{\hat{\mathcal{E}} - \mu \hat{\mathcal{N}}}^2 = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta^2} \Bigg|_{\mu} = - \frac{\partial \langle \hat{\mathcal{E}} - \mu \hat{\mathcal{N}} \rangle}{\partial \beta} \Bigg|_{\mu} \quad (3.5)$$

$$\langle \hat{\mathcal{E}} \rangle = \left[ \frac{\mu}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu} \Bigg|_T - \frac{\partial}{\partial \beta} \Bigg|_{\mu} \right] \ln Z, \quad \Delta_{\hat{\mathcal{E}}}^2 = \left[ \frac{\mu}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu} \Bigg|_T - \frac{\partial}{\partial \beta} \Bigg|_{\mu} \right]^2 \ln Z = \left[ \frac{\mu}{\beta} \frac{\partial}{\partial \mu} \Bigg|_T - \frac{\partial}{\partial \beta} \Bigg|_{\mu} \right] \langle \hat{\mathcal{E}} \rangle \quad (3.6)$$

La matrice densité thermique est :

$$\hat{\rho}_{thermal} = \frac{e^{-\beta \hat{\mathbf{H}}}}{Z_{thermal}}, \quad (3.7)$$

$$e^{-\beta \hat{\mathbf{H}}} = \sum_{\{\theta_a\}} e^{-\beta \sum_{a=1}^N (\varepsilon(\theta_a) - \mu)} |\{\theta_a\}\rangle \langle \{\theta_a\}| \quad (3.8)$$

### 3.4 Chaos quantique et brisure de l'intégrabilité

### 3.5 Entropie de Yang-Yang et principe de maximisation

# ÉQUILIBRE NON THERMIQUE ET ENSEMBLE DE GIBBS GÉNÉRALISÉ : ERGODICITÉ

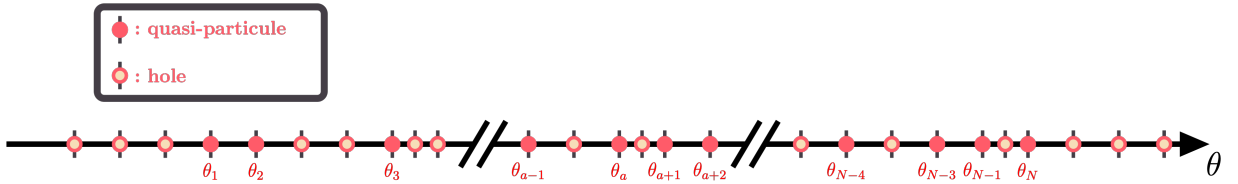
## Contents

4.1	Intégrabilité et charges conservées . . . . .	13
4.2	Dynamique hors équilibre et relaxation des systèmes isolés . . . . .	13
4.3	Physique statistique appliquée aux systèmes intégrables . . . . .	13
4.4	Entropie de Yang-Yang généralisée . . . . .	15

### 4.1 Intégrabilité et charges conservées

### 4.2 Dynamique hors équilibre et relaxation des systèmes isolés

### 4.3 Physique statistique appliquée aux systèmes intégrables



On peut commence à généraliser avec l'opérateur :

$$\hat{\mathcal{O}}_i = \sum_{\{\theta_a\}} \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}} |\{\theta_a\}\rangle \langle \{\theta_a\}| \quad (4.1)$$

$\hat{\mathcal{O}}_i \in \{\hat{\mathcal{N}}, \hat{\mathcal{E}} - \mu \hat{\mathcal{N}}\}$  tel que  $\sum_i \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}} = \beta \left( \langle \hat{\mathcal{E}} \rangle_{\{\theta_a\}} - \mu \langle \hat{\mathcal{N}} \rangle_{\{\theta_a\}} \right)$  et pour simplifier ici  $Z \equiv Z_{thermal}$  :

**Point clé n° 1.** Sa moyenne , variance et écartype de l'observable :

$$\langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle = \sum_{\{\theta_a\}} \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}} \frac{\overbrace{e^{-\sum_i \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}}}}^{P_{\{\theta_a\}}}}{Z} = - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \beta_i} \Big|_{\beta_{j \neq i}} = - \frac{\partial \ln Z}{\partial \beta_i} \Big|_{\beta_{j \neq i}} \quad (4.2)$$

$$\langle \hat{\mathcal{O}}_i^2 \rangle = \sum_{\{\theta_a\}} \langle \hat{\mathcal{O}}_i^2 \rangle_{\{\theta_a\}} \frac{e^{-\sum_i \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}}}}{Z} = \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial \beta_i^2} \Big|_{\beta_{j \neq i}} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{\mathcal{O}_i}^2 &= \left\langle \left( \hat{\mathcal{O}}_i - \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle \right)^2 \right\rangle = \langle \hat{\mathcal{O}}_i^2 \rangle - \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle^2 = \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial \beta_i^2} \Big|_{\beta_{j \neq i}} - \left( \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \beta_i} \Big|_{\beta_{j \neq i}} \right)^2 \\ &= \frac{\partial}{\partial \beta_i} \left( \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial \beta_i} \Big|_{\beta_{j \neq i}} \right) \Big|_{\beta_{j \neq i}} = \frac{\partial^2 \ln Z}{\partial \beta_i^2} \Big|_{\beta_{j \neq i}} = - \frac{\partial \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle}{\partial \beta_i} \Big|_{\beta_{j \neq i}} \end{aligned} \quad (4.4)$$

si  $\hat{\mathcal{O}}_i = \hat{\mathcal{N}}$  alors  $\beta_i = -\beta\mu$  et si  $\hat{\mathcal{O}}_i = \hat{\mathcal{E}} - \mu\hat{\mathcal{N}}$  alors  $\beta_i = \beta$ .

$$\langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle = \sum_{\{\theta_a\}} \langle \{\theta_a\} | \hat{\mathcal{O}}_i | \{\theta_a\} \rangle \frac{e^{-\sum_i \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}}}}{Z}, \quad (4.5)$$

$$= \sum_{\{\theta_b\}} \langle \{\theta_b\} | \hat{\mathcal{O}}_i \sum_{\{\theta_a\}} \frac{e^{-\sum_i \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}}}}{Z} | \{\theta_a\} \rangle \langle \{\theta_a\} | \{\theta_b\} \rangle, \quad (4.6)$$

$$= \text{Tr}(\hat{\mathcal{O}}_i \hat{\rho}) \quad (4.7)$$

avec  $\hat{\rho} = \sum_{\{\theta_a\}} \frac{e^{-\sum_i \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}}}}{Z} | \{\theta_a\} \rangle \langle \{\theta_a\} |$  et  $Z = \sum_{\{\theta_a\}} e^{-\sum_i \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}}}$  tel que  $\text{Tr}(\hat{\rho}) = 1$

La matrice densité GGE avec  $Z \equiv Z_{GGE}$  est :

$$\hat{\rho}_{GGE}[f] = \sum_{\{\theta_a\}} \frac{e^{-\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}}}}{Z} | \{\theta_a\} \rangle \langle \{\theta_a\} |. \quad (4.8)$$

Dans le cas thermique, on peut remarquer que  $\langle \hat{\mathcal{N}} \rangle_{\{\theta_a\}} \propto \sum_{a=1}^N \theta_a^0$  et  $\langle \hat{\mathcal{E}} \rangle_{\{\theta_a\}} \propto \sum_{a=1}^N \theta_a^2$ . On peut donc réécrire  $\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}}$

$$\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}} = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \sum_{a=1}^N \theta_a^i \quad (4.9)$$

et pour chaque  $a \in \llbracket 1, N \rrbracket$  :  $\sum_i \alpha_i \theta_a^i$  converge donc on peut échanger les deux sommes soit

$$\sum_{i=1}^{\infty} \beta_i \langle \hat{\mathcal{O}}_i \rangle_{\{\theta_a\}} = \sum_{a=1}^N f(\theta_a) \quad (4.10)$$

avec  $f(\theta) = \sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \theta^i$ . Et on peut réécrire la matrice densité :

$$\hat{\rho}_{GGE}[f] = \frac{e^{-\hat{Q}[f]}}{Z_{GGE}}, \quad (4.11)$$

$$e^{-\hat{Q}[f]} = \sum_{\{\theta_a\}} e^{-\sum_{a=1}^N f(\theta_a)} | \{\theta_a\} \rangle \langle \{\theta_a\} | \quad (4.12)$$

pour une certaine fonction  $f$  relié à la charge  $\hat{Q}[f] = \sum_{\{\theta_a\}} \left( \sum_{a=1}^N f(\theta_a) \right) |\{\theta_a\}\rangle \langle \{\theta_a\}|$ . Et on peut réécrire la probabilité de la configuration  $\{\theta_a\}$  :  $P_{\{\theta_a\}} = \langle \{\theta_a\} | \hat{\rho}_{GGE}[f] | \{\theta_a\} \rangle = e^{-\sum_{a=1}^N f(\theta_a)} / Z$  avec  $Z = \sum_{\{\theta_a\}} e^{-\sum_{a=1}^N f(\theta_a)}$ .

Nous aimerions calculer les valeurs d'attente par rapport à cette matrice de densité, par exemple La moyenne GGE d'un observable s'écrit ,

**Point clé n° 2.**

$$\langle \hat{\mathcal{O}} \rangle_{GGE} \doteq \frac{\text{Tr}(\hat{\mathcal{O}} \hat{\rho}_{GGE}[f])}{\text{Tr}(\hat{\rho}_{GGE}[f])} = \frac{\text{Tr}(\hat{\mathcal{O}} e^{-\hat{Q}[f]})}{\text{Tr}(e^{-\hat{Q}[f]})} = \frac{\sum_{\{\theta_a\}} \langle \{\theta_a\} | \hat{\mathcal{O}} | \{\theta_a\} \rangle e^{-\sum_{a=1}^N f(\theta_a)}}{\sum_{\{\theta_a\}} e^{-\sum_{a=1}^N f(\theta_a)}} \quad (4.13)$$

pour une certaine observable  $\hat{\mathcal{O}}$ .

## 4.4 Entropie de Yang-Yang généralisée





## Troisième partie

# Dynamique hors-équilibre et hydrodynamique généralisée



## CHAPITRE

# 5

# HYDRODYNAMIQUE ET RÉGIMES ASYMPTOTIQUES

## Contents

5.1	Hydrodynamique classique des systèmes chaotiques . . . . .	19
5.2	Hydrodynamique des systèmes intégrables et distribution de rapidité . . . . .	19
5.3	Équation d'hydrodynamique généralisée (GHD) . . . . .	19

5.1 Hydrodynamique classique des systèmes chaotiques

5.2 Hydrodynamique des systèmes intégrables et distribution de rapidité

5.3 Équation d'hydrodynamique généralisée (GHD)



# FLUCTUATIONS ET CORRECTIONS À L'HYDRODYNAMIQUE GÉNÉRALISÉE

## Contents

6.1	Fluctuations de la distribution de rapidité . . . . .	21
6.2	Ordre 2 des corrections et rôle de l'entropie de Yang-Yang . . . . .	23
6.3	Confrontation entre hydrodynamique classique et hydrodynamique généralisée . . . . .	23

## 6.1 Fluctuations de la distribution de rapidité

Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux fluctuations de la distribution de rapidité  $\delta\Pi$  autour d'une distribution de référence  $\Pi^c$ , qui maximise la contribution à la fonction de partition des états, exprimée comme une fonctionnelle de la distribution  $\Pi$  :

$$\mathcal{Z} = \sum_{\Pi} \exp(-\mathcal{A}(\Pi)).$$

Dans la section **Entropie de Yang-Yang** (??), l'action  $\mathcal{A}(\Pi)$  s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{A}(\Pi) \doteq -S_{YY}(\Pi) + \int f(\theta)\Pi(\theta) d\theta,$$

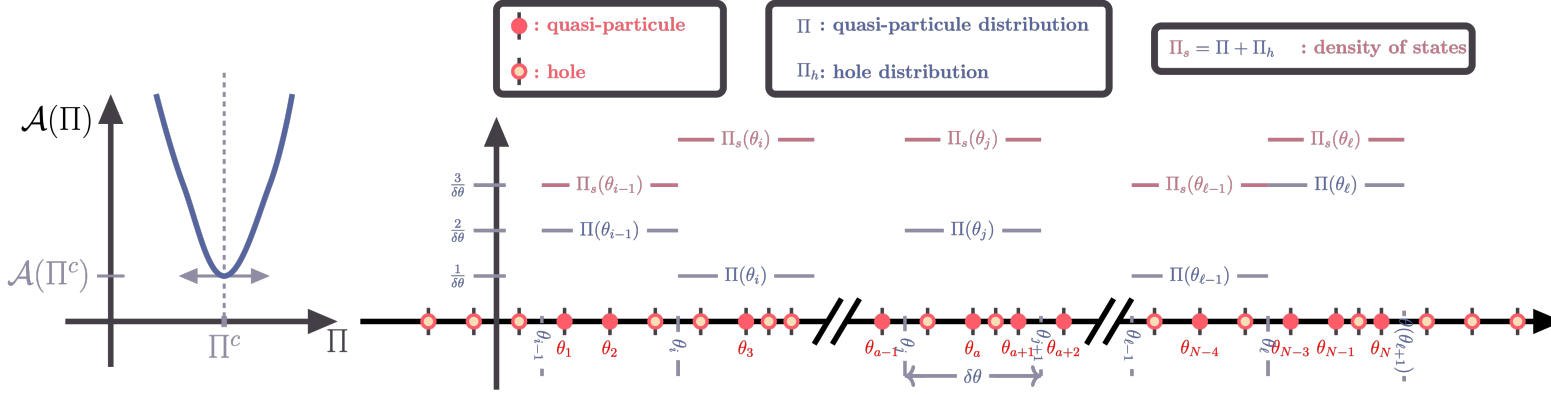
où  $S_{YY}$  est la fonctionnelle d'entropie de Yang-Yang, définie dans (??), et  $f$  est la fonction paramétrant les charges, introduite dans (??).

Dans cette même section **Entropie de Yang-Yang** (??), nous avons établi un lien entre  $f$  et  $\Pi^c$ .

Nous poursuivons à présent avec cette définition de l'action de classe  $\mathcal{C}^2$  et admetant une distribution critique  $\Pi^c$  tel que sa différentielle en ce point critique soit nulle  $d\mathcal{A}_{\Pi^c} = 0$  (??) de sorte que d'après la formule de Taylor-Young

$$\mathcal{A}(\Pi^c + \delta\Pi) \underset{\delta\Pi \rightarrow 0}{=} \mathcal{A}(\Pi^c) + \frac{1}{2} \frac{\delta^2 \mathcal{A}}{\delta \Pi^2} \Big|_{\Pi^c} (\delta\Pi)^2 + \mathcal{O}((\delta\Pi)^3),$$

une expression quadratique pour l'action à l'ordre dominant en  $\delta\Pi$  avec  $\left. \frac{\delta^2 \mathcal{A}}{\delta \Pi^2} \right|_{\Pi^c}$  la forme quadratique définie positive (Fig (??)).



On discrétise l'axe des rapidités en petite cellule de rapidité  $[\theta, \theta + \delta\theta]$ , qui contient  $\Pi(\theta)\delta\theta$  rapidités. Avec ces petites tranches, la forme quadratique s'écrit :

$$\left. \frac{\delta^2 \mathcal{A}}{\delta \Pi^2} \right|_{\Pi^c} (\delta\Pi) = \sum_{a,b|\text{tranche}} \delta\Pi(\theta_a) \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial \delta\Pi(\theta_a) \partial \delta\Pi(\theta_b)} (\Pi^c) \delta\Pi(\theta_b).$$

Les fluctuations s'écrivent donc :

$$\begin{aligned} \langle \delta\Pi(\theta) \delta\Pi(\theta') \rangle &= \frac{\int d\delta\Pi \delta\Pi(\theta) \delta\Pi(\theta') \exp \left( -\frac{1}{2} \sum_{a,b|\text{tranche}} \delta\Pi(\theta_a) \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial \delta\Pi(\theta_a) \partial \delta\Pi(\theta_b)} (\Pi^c) \delta\Pi(\theta_b) \right)}{\int d\delta\Pi \exp \left( -\frac{1}{2} \sum_{a,b|\text{tranche}} \delta\Pi(\theta_a) \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial \delta\Pi(\theta_a) \partial \delta\Pi(\theta_b)} (\Pi^c) \delta\Pi(\theta_b) \right)} \\ &= (\mathbf{A}^{-1})_{\theta, \theta'} \end{aligned}$$

La matrice hessienne  $\mathbf{A}_{\theta, \theta'} \equiv \frac{\partial^2 \mathcal{A}}{\partial \delta\Pi(\theta) \partial \delta\Pi(\theta')} (\Pi^c)$ , au point critique  $\Pi^c$ , s'écrit

$$\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{A}}^{(0)} + \delta\theta \hat{\mathbf{V}}$$

avec

$$\begin{aligned} A_{\theta, \theta'}^{(0)} &= \left( \frac{(\Pi^c / \Pi_s^c)^{-1}}{\Pi_s^c - \Pi^c} \right) (\theta) \delta\theta \delta_{\theta, \theta'}, \\ V_{\theta, \theta'} &= \left\{ - \left[ \left( \frac{1}{\Pi_s^c - \Pi^c} \right) (\theta) + \left( \frac{1}{\Pi_s^c - \Pi^c} \right) (\theta') \right] \frac{\Delta(\theta' - \theta)}{2\pi} + \int d\theta'' \left( \frac{\Pi^c / \Pi_s^c}{\Pi_s^c - \Pi^c} \right) (\theta'') \frac{\Delta(\theta'' - \theta)}{2\pi} \frac{\Delta(\theta'' - \theta')}{2\pi} \right\} \delta\theta \end{aligned}$$

**Point clé n° 3.** Donc une a l'ordre un en  $\delta\theta(\hat{\mathbf{A}}^{(0)})^{-1} \hat{\mathbf{V}}$

$$\langle \delta\Pi(\theta) \delta\Pi(\theta') \rangle = ((\Pi_s^c - \Pi^c) \Pi^c / \Pi_s^c) (\theta) \delta_{\theta, \theta'} / \delta\theta + \mathcal{F}(\theta, \theta'),$$

avec

$$\begin{aligned}\mathcal{F}(\theta, \theta') &= [(\Pi_s^c - \Pi^c)(\theta) + (\Pi_s^c - \Pi^c)(\theta')] \frac{\Pi^c}{\Pi_s^c}(\theta) \frac{\Pi^c}{\Pi_s^c}(\theta') \frac{\Delta(\theta' - \theta)}{2\pi} \\ &\quad - [(\Pi_s^c - \Pi^c)(\theta)(\Pi_s^c - \Pi^c)(\theta')] \frac{\Pi^c}{\Pi_s^c}(\theta) \frac{\Pi^c}{\Pi_s^c}(\theta') \int d\theta'' \left( \frac{\Pi^c/\Pi_s^c}{\Pi_s^c - \Pi^c} \right) (\theta'') \frac{\Delta(\theta'' - \theta)}{2\pi} \frac{\Delta(\theta'' - \theta')}{2\pi}\end{aligned}$$

## 6.2 Ordre 2 des corrections et rôle de l'entropie de Yang-Yang

## 6.3 Confrontation entre hydrodynamique classique et hydrodynamique généralisée