

# CHAPITRE 1

## ÉTUDE DU PROTOCAL DE BI-PARTITION : MESURE DE DISTRIBUTION DE RAPIDITÉS LOCALES $\rho(x, \theta)$ POUR DES SYSTÈMES HORS ÉQUILIBRE

### Introduction

Dans ce chapitre, nous étudions l'évolution d'un gaz quantique unidimensionnel après une rupture de symétrie initiale. Nous utilisons un gaz de bosons ultra-froids, confiné dans une géométrie unidimensionnelle. Ce gaz est bien décrit par le modèle intégrable de Lieb-Liniger. Les interactions entre atomes sont courtes et répulsives.

Nous préparons d'abord un gaz homogène (Fig ??). Ensuite, nous supprimons brutalement une moitié du nuage. Cela crée une frontière nette entre deux zones : une avec des atomes, l'autre vide (Fig ?? (a),(b),(c),(d)). Cette configuration correspond à ce qu'on appelle un « quench bipartite ».

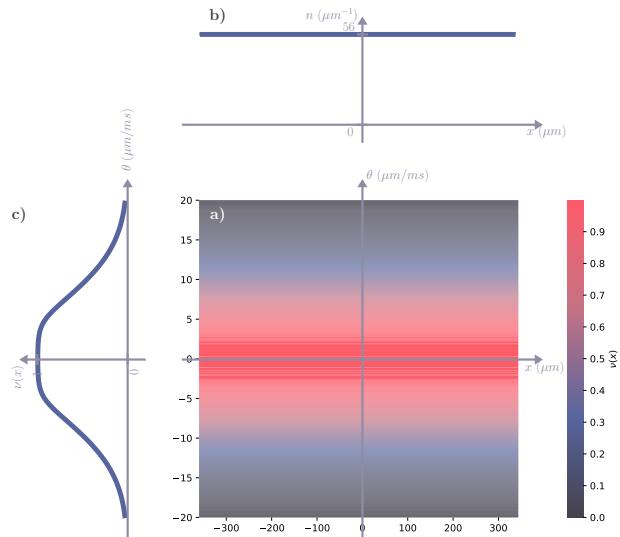


FIGURE 1.1 – a) Facteur d'occupation initial  $\nu(x, \theta) = \nu_0(\theta)$  correspondant à l'équilibre thermique à la température  $T = 560 \text{ nK}$ , pour une densité spatiale linéaire  $n_0 = 56 \mu\text{m}^{-1}$ , soit une potentiel chimique  $\mu = 65 \text{ nK}$ . (b) Densité spatiale linéaire  $n(x) = \int \rho_{[\nu]}(x, \theta) d\theta \equiv n_0 = 56 \mu\text{m}^{-1}$ . (c) Facteur d'occupation initial  $\nu_0(\theta)$  correspondant au cas présenté en a).

Le gaz évolue ensuite selon la dynamique de son Hamiltonien. Nous observons le déplacement de la frontière au cours du temps. Pour cela, nous mesurons le profil de densité atomique à différents temps d'évolution.

Nous voyons que la frontière se propage de manière balistique. La largeur du profil de densité augmente de façon linéaire avec le temps. Ce comportement est prédit par la théorie de l'hydrodynamique généralisée (GHD). Cette théorie décrit comment les propriétés locales d'un système intégrable évoluent dans le temps (Fig ?? (e),(f),(g)).

Dans notre cas, GHD prévoit un profil de densité particulier si le gaz initial est à température nulle. Les données expérimentales sont proches de cette prédition, mais avec de légers écarts. Ces écarts peuvent venir de la température non nulle du gaz ou d'autres imperfections expérimentales.

Nous montrons que le profil de densité contient beaucoup d'informations. En théorie, on peut retrouver la distribution de rapidité initiale à partir du profil de frontière. Cela permettrait d'avoir une méthode d'analyse très puissante, comme une sorte de « thermomètre généralisé ».

Enfin, nous utilisons une nouvelle méthode expérimentale pour mesurer la distribution de rapidité localement (Part ??), à l'intérieur du profil. Nous observons une asymétrie, comme prévu par la théorie. D'un côté, la distribution est lisse et large ; de l'autre, elle est plus abrupte, comme pour un état fondamental. Cette observation confirme le comportement prédictif de la GHD, bien que la résolution spatiale limite la finesse des détails que nous pouvons observer.

## 1.1 Dispositif expérimental

Nous utilisons une puce atomique pour produire un gaz ultra-froid d'atomes de rubidium 87. (cf ??) Les atomes sont dans l'état étiré  $|F = 2, m_F = 2\rangle$ . Un champ magnétique longitudinal uniforme de  $B_0 = 3,36$  G est appliqué.

Par évaporation radiofréquence, nous refroidissons le gaz jusqu'à une température de  $T = 100$  nK. Le potentiel chimique est  $\mu/k_B = 45$  nK. Ainsi, on a  $\mu/(\hbar\omega_\perp) = 0,4$  et  $k_BT/(\hbar\omega_\perp) = 0,8$ . Le gaz entre alors dans le régime unidimensionnel.

Le couplage effectif en 1D est donné par  $g = 2a_{3D}\hbar\omega_\perp$  (??), avec  $a_{3D} = 5,3$  nm, la longueur de diffusion en 3D pour le rubidium 87 (cf ??). Le paramètre sans dimension de Lieb est  $\gamma = mg/(\hbar^2n_0)$ , avec  $n_0$  la densité linéaire. Il varie entre 0,004 et 0,007. La température vérifie  $T \ll n_0^{3/2} \sqrt{\hbar^2 g/m}/k_B$ , ce qui place le gaz dans le régime de quasi-condensat (cf ??).

Le piégeage longitudinal est assuré par quatre fils supplémentaires. Ces fils sont placés de part et d'autre des trois microfils transverses (voir Fig. ??(a)). Ils sont éloignés du centre de la puce. Le potentiel longitudinal est alors bien approché par une série de polynômes :  $V(x) = \sum_i a_i x^i$ . Nous ajustons les courants dans ces fils pour annuler les termes linéaire, quadratique et cubique ( $a_1, a_2, a_3$ ). Le terme dominant est alors le terme quartique :  $V(x) = a_4 x^4$ . Ce type de piège crée une densité atomique quasi homogène sur une grande longueur. C'est important pour notre étude, car le protocole de coupure bipartite suppose un système semi-infini. Un exemple de profil de densité dans un tel potentiel est donné en gris sur la Fig. ??(b). La densité linéaire  $n_0$  reste constante à 10% près sur une longueur d'environ 250  $\mu\text{m}$ .

Pour créer la coupure initiale, nous utilisons une méthode de sélection spatiale (Part ??).

Cette méthode crée une frontière nette entre une région vide et un gaz homogène. Cette netteté est surtout limitée par la résolution de l'image, de l'ordre du micromètre. L'effet de réabsorption des photons diffusés peut aussi réduire la netteté. Pour l'atténuer, on détune le faisceau de 15 MHz par rapport à la transition D2.

Le profil de densité après cette sélection est montré en jaune dans la Fig. ???. Le gaz est alors homogène à 10% près sur environ 200  $\mu\text{m}$ .

Après cette préparation, nous relâchons le confinement longitudinal tout en maintenant le piège transverse. La frontière initiale s'élargit avec le temps. Nous suivons cette dynamique en enregistrant les profils de densité  $n(x; t)$  à différents temps d'évolution.

## 1.2 Prédictions de la GHD

Le dispositif expérimental décrit ci-dessus peut être analysé théoriquement comme suit. Au cours de l'évolution temporelle, la frontière nette initiale du nuage devient plus lisse et les dérivées temporelles des quantités locales diminuent. Après un certain temps, après un lissage, on s'attend à ce que le gaz puisse être décrit localement par des états stationnaires.

Les états stationnaires du modèle de Lieb-Liniger sont complètement caractérisés par leur distribution de rapidité  $\rho(\theta)$ . Alternativement, ces états peuvent être caractérisés par une fonction  $\nu(\theta)$  appelée "facteur d'occupation".

Puisque nous supposons une stationnarité locale, le système dans son ensemble est décrit par une distribution de rapidité dépendante du temps et de la position  $\rho(x, \theta; t)$ , ou équivalemment par le facteur d'occupation dépendant du temps et de la position  $\nu(x, \theta; t)$ . Ce dernier conduit à des calculs plus simples, tandis que le premier est particulièrement utile pour extraire la densité linéaire, qui est donnée par

$$n(x; t) = \int d\theta \rho(x, \theta; t). \quad (1.1)$$

Les équations de GHD [?, ?] prédisent l'évolution temporelle de  $\rho(x, \theta; t)$ , ou équivalentement de  $\nu(x, \theta; t)$ . Lorsqu'elles sont écrites en termes du facteur d'occupation  $\nu(x, \theta; t)$ , les équations de GHD prennent la forme d'une équation convective :

$$\frac{\partial \nu}{\partial t} + v_{[\nu]}^{\text{eff}} \frac{\partial \nu}{\partial x} = 0, \quad (1.2)$$

et une deuxième relation qui fixe la vitesse effective  $v_{[\nu]}^{\text{eff}}$  comme une fonctionnelle de la distribution locale de rapidité (cf ??).

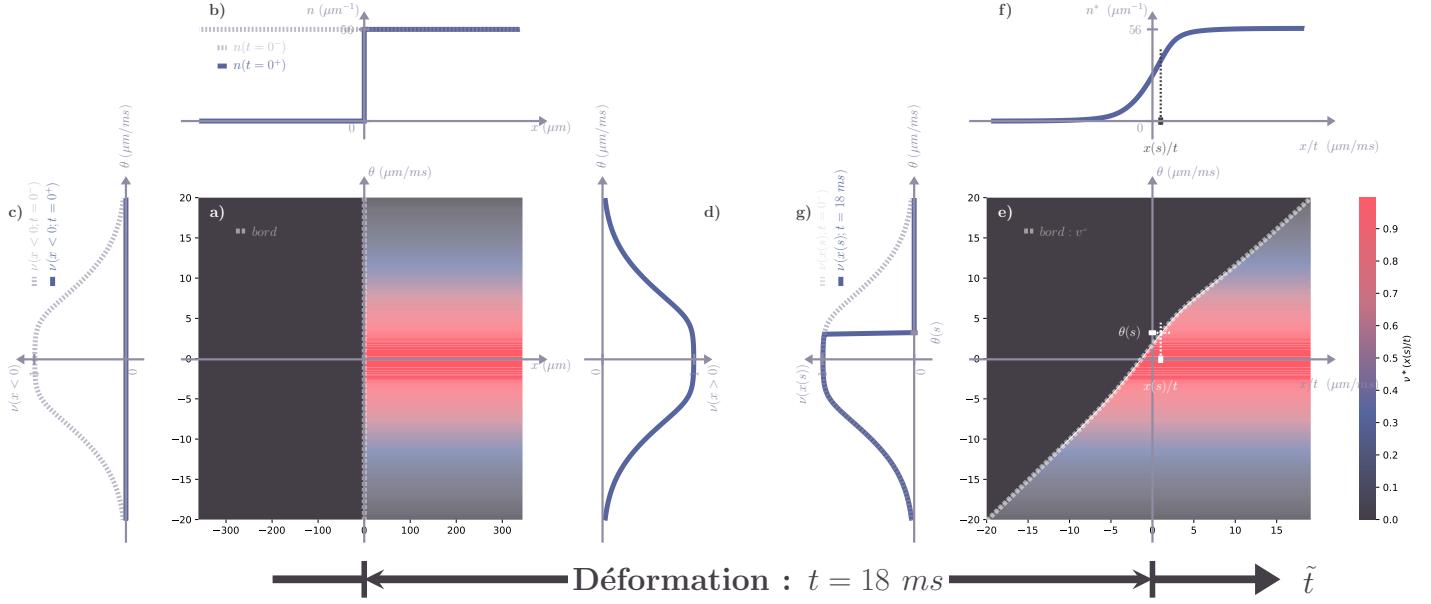


FIGURE 1.2 – (a) À l'instant  $t = 0^+$ , immédiatement après le « quench bipartite » en  $x = 0$ , le facteur d'occupation est donné par  $\nu(x, \theta; t = 0^+) = \nu_0(\theta)$  pour  $x > 0$  et est nul pour  $x < 0$ . Le bord initial représenté en tirets par l'ensemble des points  $(x(s); t = 0^+) = 0, \theta(s; t = 0^+)$ . (b) Densité spatiale linéaire  $n(x)$  : en pointillés,  $n(x; t = 0^-) = \int \rho(x, \theta; t = 0^-) d\theta = n_0 = 56 \mu\text{m}^{-1}$  juste avant le quench ; en ligne pleine,  $n(x; t = 0^+) = n_0$  pour  $x > 0$  et 0 pour  $x < 0$ . (c) À gauche de la coupure ( $x < 0$ ) : en pointillés,  $\nu(x, \theta; t = 0^-) = \nu_0(\theta)$  ; en ligne pleine,  $\nu(x, \theta; t = 0^+) = 0$ . (d) À droite de la coupure ( $x > 0$ ), le facteur d'occupation reste inchangé :  $\nu(x, \theta; t = 0^+) = \nu_0(\theta)$ . (e) À l'instant  $t = 18 \text{ ms}$ , après l'évolution balistique post-quench, le facteur d'occupation est donné par  $\nu^*(x(s)/t, \theta) = \nu_0(\theta)$  pour  $\theta < \theta(s)$ , et nul pour  $\theta > \theta(s)$ , résolvant l'équation (1.4). Le bord représenté en tirets par l'ensemble des points  $(x(s); t)/t, \theta(s; t)$ . Étant donné que la coupure initiale est en  $x = 0$  et que l'évolution du bord est balistique, cette courbe résoud  $v_{[\nu^*(x(s)/t, \cdot)]}^{\text{eff}}(\theta(s; t)) = x(s; t)/t$ . (f) Densité spatiale réduite  $n^*(x/t; t)$ . (g) Pour les atomes à droite de la coupure : en pointillés,  $\nu^*(x(s)/t, \theta) = \nu_0(\theta)$  ; en ligne pleine,  $\nu^*(x(s)/t, \theta) = \nu_0(\theta)$  pour  $\theta < \theta(s)$  et nul pour  $\theta > \theta(s)$ . Le raisonnement est similaire pour les atomes à gauche de la coupure.

Pour une bipartition initiale dont la discontinuité est située à  $x = 0$ , la solution de (??) est invariante le long des rayons de vitesse constante  $x/t$  [?, ?]. En d'autres termes, l'équation (??) implique que, pour cette classe d'états initiaux, la distribution du facteur d'occupation local et donc toutes les propriétés locales du gaz, dépendent de  $x$  et  $t$  uniquement à travers la quantité  $v = x/t$ . La solution de l'équation (??) peut donc être écrite en utilisant le facteur d'occupation le long des rayons  $\nu^*(v, \theta)$  tel que

$$\nu(x, t, \theta) = \nu^*(x/t, \theta). \quad (1.3)$$

Pour la situation considérée dans cet article, où initialement un état de vide est situé pour  $x < 0$  et un état de distribution du facteur d'occupation  $\nu_0$  pour  $x > 0$ , la solution  $\nu^*(v, \theta)$  est paramétrée par une rapidité de bord  $\theta^*$  selon [?, ?]

$$\nu^*(v, \theta) = \begin{cases} \nu_0(\theta) & \text{si } \theta < \theta^* \\ 0 & \text{si } \theta > \theta^* \end{cases} \quad \text{où} \quad v_{[\nu^*(v, \cdot)]}^{\text{eff}}(\theta^*) = v. \quad (1.4)$$

Cette équation peut être résolue numériquement pour toute distribution initiale donnée  $\nu_0(\theta)$ , voir la Fig. ?? pour un exemple. Avec l'équation (1.3), elle décrit entièrement le système à l'échelle d'Euler. Notez que, pour calculer la densité linéaire  $n(x, t)$  afin de comparer avec les profils de densité expérimentaux, on utilise l'équation (1.1).

### 1.3 Sonder la distribution locale des rapidités

Pour un état initial du gaz correspondant à un facteur d'occupation lisse  $\nu(\theta)$  — par exemple un état thermique —, le facteur d'occupation  $\nu^*(x/t, \theta)$  à rapport  $x/t$  fixé est attendu comme étant fortement asymétrique en fonction de  $\theta$ , selon

l'équation (1.4). En effet, du côté droit, il présente une discontinuité du type saut, similaire à celle du facteur d'occupation de l'état fondamental, tandis que du côté gauche, il reste lisse. Afin de révéler ces caractéristiques particulières de l'état local du gaz, nous utilisons le protocole introduit dans la Réf. [?] pour sonder la distribution locale des rapidités, comme expliqué ci-après.

Nous laissons d'abord le gaz se dilater pendant un temps  $t = 18$  ms, de sorte que le bord s'étale sur une large zone d'environ  $350 \mu\text{m}$ , comme illustré en Fig. ??(e)-(f) et Fig. 1.4 (a). Nous sélectionnons ensuite une tranche du gaz comprise dans l'intervalle  $[x_0 - \ell/2, x_0 + \ell/2]$ , en éliminant tous les atomes situés hors de cette tranche à l'aide d'un faisceau de poussée [?](Fig. ??(a)-(c)).

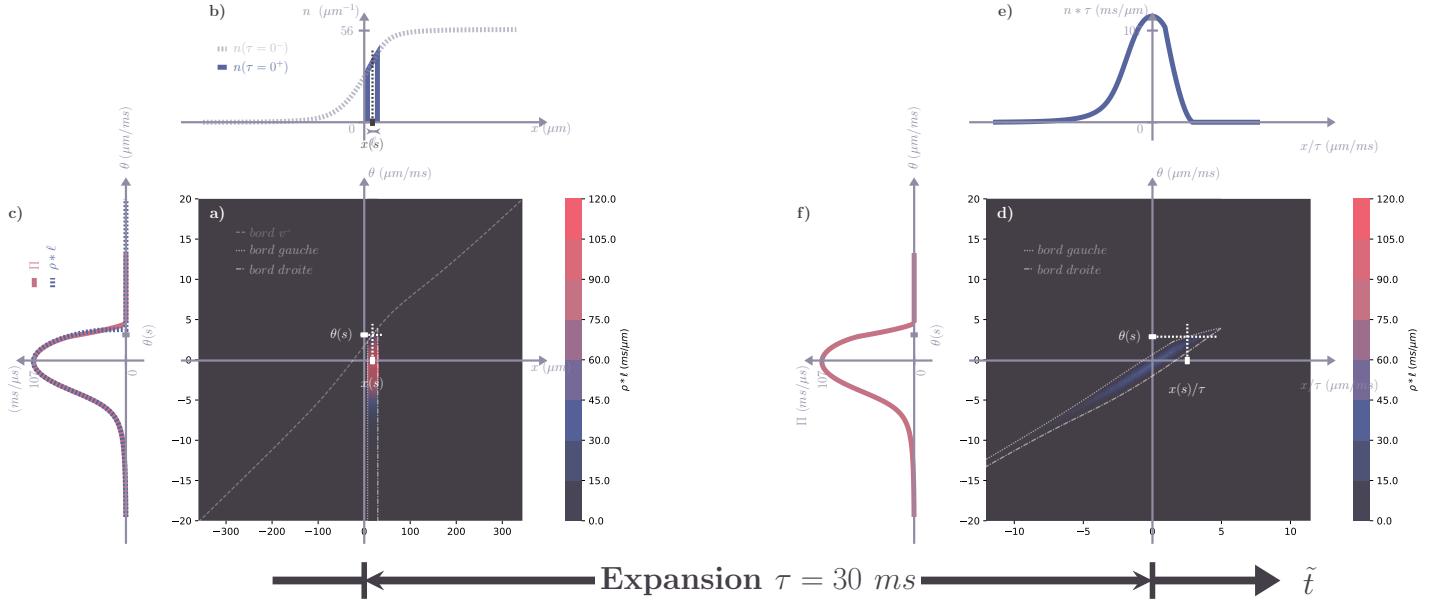


FIGURE 1.3 – (a) À l'instant  $\tau = 0^+$ , immédiatement après la sélection de la tranche centrée en  $x = x_0$  et de largeur  $\ell$ , la distribution de rapidité localement résolue est donnée par  $\rho(x, \theta; \tau = 0^+) = \nu(x, \theta; t = 18 \text{ ms}) \rho_s(x, \theta; t = 18 \text{ ms})$  pour  $|x - x_0| < \ell/2$ , et est nulle pour  $|x - x_0| > \ell/2$ . Le bord gauche immédiatement après la sélection est représenté en pointillés par l'ensemble des points  $(x_g(s; \tau = 0^+), \theta(s; \tau = 0^+))$ , et le bord droit en tiret-point par l'ensemble des points  $(x_d(s; \tau = 0^+), \theta(s; \tau = 0^+))$ . Le bord complet est donc la concaténation de ces deux ensembles. (b) Densité linéique spatiale  $n(x)$  : en pointillés,  $n(x; t = 18 \text{ ms})$  juste avant la sélection ; en ligne pleine,  $n(x; \tau = 0^+)$ , égal à  $n(x; t = 18 \text{ ms})$  pour  $|x - x_0| < \ell/2$  et nul ailleurs. (c) Distribution de rapidité après sélection,  $\Pi(\theta) = \int \rho(x, \theta; \tau) dx$ , invariante sous l'évolution unidimensionnelle, représentée en rouge. La distribution localement résolue en  $x(s; \tau = 0^+)$ ,  $\rho(x(s; \tau = 0^+), \theta; \tau = 0^+)$ , est représentée en pointillés. Cette distribution est localement conservée, i.e.,  $\rho(x(s; \tau), \theta(s; \tau))$  reste inchangée au cours de l'évolution unidimensionnelle, indépendamment de  $\tau$ . (e) Distribution localement résolue  $\rho(x, \theta; \tau = 30 \text{ ms})$  après une évolution unidimensionnelle de 30 ms. Le bord gauche est représenté en pointillés par les points  $(x_g(s; \tau = 30 \text{ ms}), \theta(s; \tau = 30 \text{ ms}))$ , et le bord droit en tiret-point par  $(x_d(s; \tau = 30 \text{ ms}), \theta(s; \tau = 30 \text{ ms}))$ . (f) Densité spatiale réduite  $n(x; \tau = 30 \text{ ms})$ . (g) Distribution de rapidité  $\Pi(\theta)$  après la sélection (identique à celle de (c)).

En Fig. 1.4(a), nous présentons le profil de densité mesuré 1 ms après la sélection de la tranche. L'ajustement à une fonction rectangulaire lissée donne  $x_0 = 18 \mu\text{m}$ . Pour les calculs, la largeur  $\ell$  sera déterminée à partir du nombre d'atomes sélectionnés (voir ci-dessous). Enfin, nous laissons cette tranche se dilater en 1D pendant un temps d'expansion  $\tau$ , puis nous mesurons la densité longitudinale  $\tilde{n}(x, \tau)$ . Celle-ci reflète la distribution totale des rapidités dans la tranche  $\Pi(\theta) = \int_{x_0 - \ell/2}^{x_0 + \ell/2} \rho(x, \theta) dx$ , car pour  $\tau \rightarrow \infty$ , on s'attend à ce que  $\tau \tilde{n}(x, \tau) \simeq \Pi((x - x_0)/\tau)$ . L'asymétrie attendue de  $\Pi$  devrait ainsi induire une asymétrie de la densité  $\tilde{n}(x, \tau)$  en fonction de  $x$ . Nous observons effectivement cette asymétrie dans nos profils d'expansion, comme illustré en Fig. 1.4(b) pour un temps d'expansion  $\tau = 30$  ms.

Pour aller au-delà de cette observation qualitative, nous effectuons un calcul GHD à l'échelle d'Euler du profil d'expansion, en supposant que l'état initial est thermique. La température est obtenue par ajustement du profil de bord avant la sélection de la tranche, comme indiqué en Fig. 1.4(a), ce qui donne  $T = 560 \text{ nK}$ . Le potentiel chimique est ajusté afin que la densité linéaire initiale corresponde à celle mesurée dans la région  $x > 0$ , avant l'élargissement du bord. À partir du profil initial, nous simulons à la fois l'élargissement du bord et l'expansion de la tranche en GHD, en supposant une découpe parfaite,

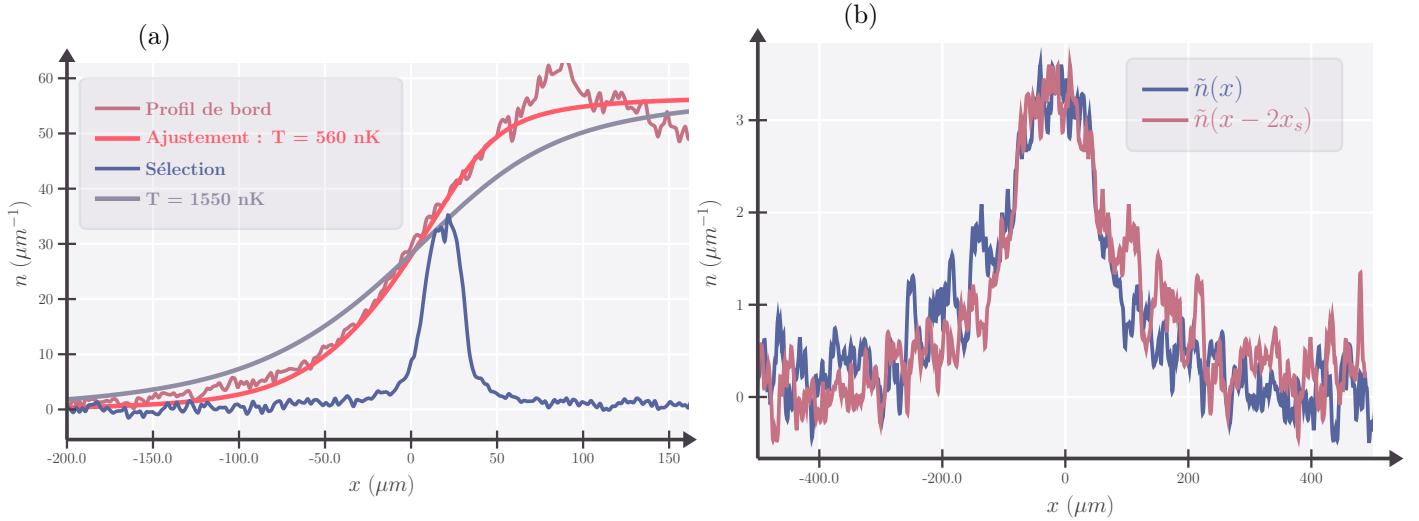


FIGURE 1.4 – (a) *Profil de bord et tranche sélectionnée.* Le profil de bord après 18 ms est montré en rouge. L’ajustement thermique donne une température  $T = 560 \text{ nK}$  (orange). Le profil de densité mesuré 1 ms après la sélection de la tranche est en bleu. (b) *Asymétrie du profil d’expansion de la tranche.* Le profil de densité après une expansion pendant  $\tau = 30 \text{ ms}$  est comparé à son image miroir. Le centre de symétrie  $x_s = -17 \mu\text{m}$  minimise la distance quadratique  $\delta^2 = \int dx (\tilde{n}(x) - \tilde{n}(2x_s - x))^2$ .

c'est-à-dire  $\nu(x, \theta) = 0$  pour  $|x - x_0| > \ell/2$  et  $\nu(x, \theta)$  inchangé sinon. La largeur  $\ell$  est ajustée de sorte que le nombre d’atomes sélectionnés dans la simulation corresponde à celui mesuré expérimentalement après expansion, et on obtient  $\ell = 24 \mu\text{m}$ .

Le profil d’expansion simulé est montré en Fig. 1.5(a). Il présente une forte asymétrie, comme attendu, avec un bord droit abrupt et une densité nulle au-delà d’un certain point. Cependant, cette chute est moins marquée que celle prédictive pour la distribution locale des rapidités  $\rho(x_0, \theta)$  à  $x = x_0$ . Deux effets contribuent à cet élargissement : (i) la distribution en rapidité n’est pas homogène à l’intérieur de la tranche, si bien que  $\Pi(\theta)$  diffère de  $\ell\rho(x_0, \theta)$ , comme le montre la comparaison entre la ligne marron pleine et la ligne pointillée en Fig. 1.5(a) ; (ii) le temps d’expansion est fini, de sorte que le profil observé ne correspond pas exactement à  $\Pi((x - x_0)/\tau)/\tau$ , comme le montre la comparaison entre les courbes marron et rouge.

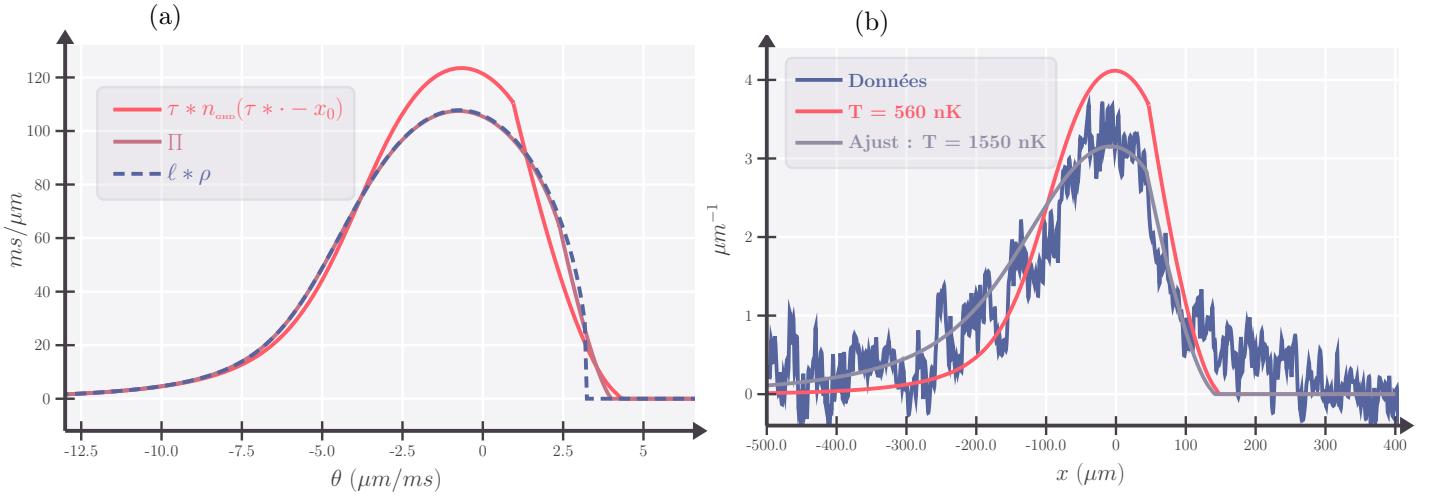


FIGURE 1.5 – (a) *Profil de densité après expansion de la tranche : effets de la largeur finie et du temps d’expansion fini.* Courbe orange : profil obtenu par simulation GHD après expansion pendant  $\tau = 30 \text{ ms}$ , avec  $T = 560 \text{ nK}$ . Courbe marron : distribution asymptotique  $\Pi((x - x_0)/\tau)/\tau$ . Courbe pointillée noire : approximation  $\ell\rho(x_0, (x - x_0)/\tau)/\tau$  dans le cas d’une tranche étroite. (b) *Comparaison aux données expérimentales.* En bleu : profil expérimental après expansion pendant  $\tau = 30 \text{ ms}$ . En orange : simulation GHD avec  $T = 560 \text{ nK}$ . En magenta : ajustement du profil expérimental donnant  $T = 1550 \text{ nK}$ .

Enfin, nous comparons le profil d'expansion simulé par GHD aux données expérimentales. Comme montré en Fig. 1.5(b), le profil prédit reproduit les principales caractéristiques du profil observé expérimentalement. Des écarts allant jusqu'à 25% sont néanmoins visibles dans la partie centrale. Afin d'améliorer la concordance, nous ajustons le profil d'expansion expérimental avec la simulation GHD en prenant la température initiale comme paramètre libre. Le résultat, représenté par la courbe magenta dans la Fig. 1.5(b), ...