

Chapitre 5

Dispositif expérimental

Sommaire

5.1	Le dispositif expérimental	74
5.1.1	Système laser et contrôle de fréquence	74
5.1.2	Production et refroidissement des atomes	74
5.1.3	Piégeage magnétique sur puce	76
5.1.4	Génération de potentiels modulés	79
5.2	Sélection spatiale avec DMD	80
5.2.1	Motivation et principe	80
5.2.2	Mise en place technique	81
5.2.3	Utilisation dans les protocoles	82
5.3	Techniques d'imagerie et d'analyse	83
5.3.1	Imagerie par absorption	83
5.4	Expériences et protocoles étudiés	84
5.4.1	Expansion longitudinale	84
5.4.2	Sonde locale de distribution de rapidité	89

Introduction

Ce chapitre présente l'expérience utilisée pour étudier les gaz unidimensionnels de rubidium ultra-froids. Nous décrivons l'architecture du dispositif, les méthodes d'imagerie et d'analyse, ainsi que les protocoles expérimentaux auxquels j'ai participé. Le développement initial du refroidissement et du piégeage avant la puce a été réalisé par d'anciens doctorants [Jac12; Fan14; Joh16]. La mise en place du piégeage sur la puce a été réalisé par d'anciens doctorants [Jac12; Fan14; Joh16; Sch19; Dub24]. La mise en place du système de sélection spatiale à l'aide d'un DMD a été initiée par Léa Dubois [Dub24], alors en première année de doctorat à mon arrivée. Mon travail s'est concentré principalement sur la prise de données, l'analyse et la participation à certaines expériences spécifiques telles que l'étude de l'expansion longitudinale et la mesure de la distribution de rapidité locale.

Objectif du chapitre Ce chapitre a pour objectif de fournir une présentation synthétique et structurée du dispositif expérimental utilisé pour étudier la dynamique de gaz de Bose unidimensionnels ultra-froids. Il constitue un socle indispensable pour comprendre les protocoles expérimentaux développés au cours de ma thèse et les analyses présentées dans les chapitres suivants.

Architecture générale Nous présentons d'abord l'architecture complète de l'expérience, depuis la production des atomes jusqu'à leur imagerie, en passant par les étapes de refroidissement, de piégeage magnétique sur puce, de manipulation optique, et de génération de potentiels. Cette description s'accompagne d'une mise en contexte des contributions historiques au dispositif.

Contributions successives et personnelles Une attention particulière est portée à la répartition chronologique des contributions. Les étapes initiales (source atomique, **Piège Magnéto-Optique (PMO)**, piège **DC** pour **Direct Current** en anglais) ont été développées par d’anciens doctorants. La mise en place du piégeage 1D sur puce ainsi que l’utilisation du **DMD** pour la sélection spatiale ont été réalisées au cours de la thèse de L. Dubois [Dub24]. Mon travail s’inscrit dans cette continuité et concerne principalement la prise de données, l’analyse de protocoles dynamiques, ainsi que la participation à certaines opérations de maintenance et d’optimisation du système.

Rôle du dispositif dans la thèse Ce dispositif permet d’explorer des phénomènes hors équilibre dans des gaz quantiques 1D. Il constitue une plateforme particulièrement adaptée à l’étude de protocoles d’expansion, de sondes locales, ou de dynamiques guidées par **GHD**, qui sont au cœur de cette thèse.

5.1 Le dispositif expérimental

5.1.1 Système laser et contrôle de fréquence

Laser maître 1 : référence de fréquence La stabilité en fréquence de l’ensemble des faisceaux employés dans l’expérience est assurée par un laser à cavité étendue conçu selon un schéma du **Systèmes de Référence Temps-Espace (SYRTE)**. Ce laser est verrouillé par spectroscopie d’absorption saturée sur la raie D2 du ^{87}Rb , en ciblant le croisement des transitions $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2, 3\rangle$. Ce verrouillage fournit la référence absolue de fréquence à partir de laquelle les autres sources laser sont synchronisées par battement optique.

Laser repompeur Le faisceau de repompage, qui transfère les atomes tombé dans l’état $|F = 1\rangle$ vers l’état $|F = 2\rangle$, est produit par une diode **Distributed Feedback (DFB)**. Sa fréquence est décalée de 6 GHz par rapport au maître 1 par battement optique et mélange avec un oscillateur à micro-ondes de 6.6 GHz . Une diode Fabry-Perot, injectée par la **DFB**, élève la puissance de sortie au-delà de 200 mW .

Laser maître 2 : source principale de manipulation Un second laser à cavité étendue, est verrouillé par battement optique sur la fréquence du maître 1. L’émission est amplifiée au moyen d’un amplificateur à semi-conducteur évasé (**Tapered Amplifier (TA)**), fournissant plus de 1 W en sortie. Le faisceau ainsi produit est distribué vers différentes parties de l’installation expérimentale : alimentation du piège magnéto-optique **PMO**, formation de la mélasse optique, réalisation du pompage optique, imagerie par absorption, génération du faisceau de sélection.

Gestion des fréquences et polarisations Les faisceaux peuvent être interrompus soit à l’aide d’obturateurs mécaniques, soit via des modulateurs acousto-optiques (en anglais **Acousto-Optic Modulator (AOM)**). Ces derniers offrent un temps de commutation beaucoup plus court que les systèmes mécaniques, car ils permettent de sélectionner uniquement un ordre de diffraction non nul et d’éteindre en quelques ms le faisceau en interrompant l’alimentation radiofréquence. L’intensité et la polarisation sont réglées via des cubes séparateurs (**Polarizing Beam Splitter (PBS)**) associés à des lames demi-onde, fixes ou motorisées. Ce dispositif offre une grande souplesse pour adapter la configuration optique aux différentes étapes de l’expérience.

Note Une présentation plus exhaustive du montage laser et de son système de verrouillage est disponible dans la thèse de A. Johnson [Joh16]. Le dispositif a été conservé dans son architecture d’origine tout au long de mes travaux, avec seulement un entretien régulier.

5.1.2 Production et refroidissement des atomes

Le dispositif expérimental permet de produire des gaz ultra-froids de rubidium, en vue d’obtenir des gaz unidimensionnels dans le régime quantique dégénéré. La séquence expérimentale suit un protocole établi, initialement développé par d’anciens doctorants (voir par exemple la thèse d’A. Johnson [Joh16]) et réoptimisé au début de la thèse de L. Dubois [Dub24] sous la supervision d’I. Bouchoule.

Libération des atomes de rubidium Les atomes de ^{87}Rb sont émis à partir d'un dispositif appelé *dispenser*, placé directement dans l'enceinte à vide à proximité de la monture de la puce atomique. Un courant de 4.5 A y est appliqué pendant environ 5 s, ce qui génère un flux d'atomes thermiques dans la chambre à vide.

Capture par le piège magnéto-optique (PMO) Les atomes thermiques sont ralentis et confinés dans un piège magnéto-optique. Quatre faisceaux laser (dont deux réfléchis par la puce) combinés à un champ quadrupolaire magnétique produit par des bobines permettent de former un nuage atomique situé à quelques millimètres de la surface de la puce.

Rapprochement vers la puce Le nuage est rapproché de la surface de la puce en transférant le champ quadrupolaire des bobines vers un champ homogène produit par ces bobines, combiné au champ généré par le fil en forme de U de la puce (fil bleu, Fig. 5.2). Le courant dans ce fil est ajusté lentement de 3.6 A à 1.5 A, ce qui positionne le nuage à quelques centaines de micromètres de la surface.

Mélasse optique Après la capture dans le PMO, une étape de mélasse optique est appliquée pour refroidir davantage le nuage atomique, au-delà de la limite de Doppler. La mélasse optique repose sur l'utilisation de faisceaux laser légèrement désaccordés en fréquence par rapport à la résonance de la transition atomique utilisée pour le refroidissement et polarisés de manière appropriée, qui interagissent avec les atomes selon le mécanisme de refroidissement sub-Doppler.

Le principe physique est le suivant : les atomes en mouvement voient les faisceaux laser avec un décalage Doppler, ce qui modifie la probabilité d'absorption selon leur vitesse et leur position. Combiné avec les effets de polarisation (notamment les forces de type Sisyphus dans un champ de polarisation variable), cela crée un potentiel de friction optique qui ralentit les atomes. Contrairement au refroidissement Doppler standard, la mélasse optique permet de réduire l'énergie cinétique des atomes en dessous de la limite Doppler, atteignant des températures beaucoup plus basses.

Ainsi, cette étape permet d'obtenir un nuage plus dense et plus froid, condition essentielle pour les manipulations ultérieures et la formation de gaz unidimensionnels dans le régime quantique dégénéré.

Pompage optique Enfin, les atomes sont préparés dans l'état magnétique $|F = 2, m_F = 2\rangle$ par pompage optique. Un faisceau circulairement polarisé σ^+ , résonant sur la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$, assure la polarisation du nuage (Fig 5.1).

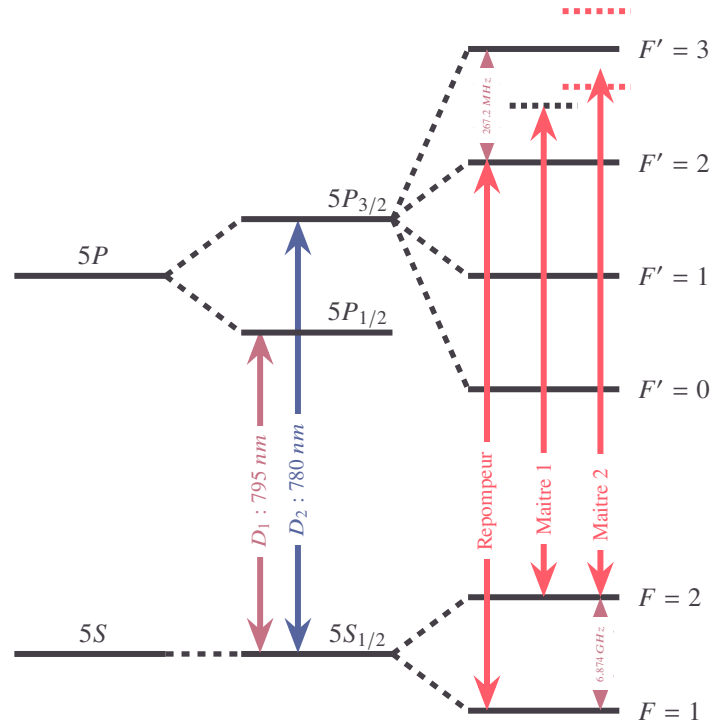


FIGURE 5.1 – Structure hyperfine (transitions D1 et D2) de l'atome de Rubidium ^{87}Rb . Les longueurs d'onde des différents lasers utilisés dans l'expérience sont représentées en rouge vif

5.1.3 Piégeage magnétique sur puce

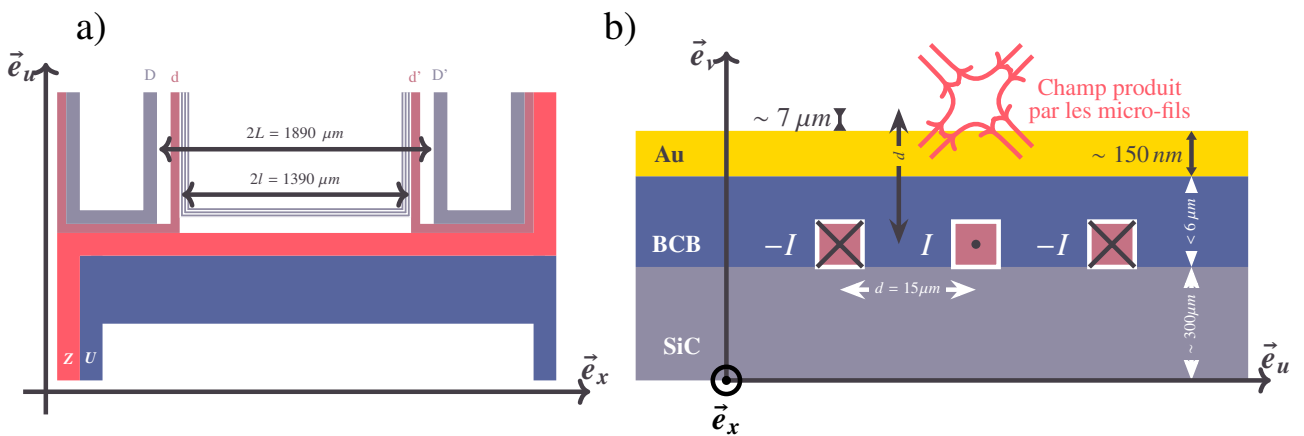


FIGURE 5.2 – a) **Zoom sur la zone d'intérêt.** Les fils U (bleu) et Z (rouge vif) créent des pièges magnétiques intermédiaires, les trois micro-fils jaunes forment le guide longitudinal, et les fils d/d' (marron) et D/D' (gris) assurent le confinement longitudinal. b) Schéma des différentes couches constituant la puce atomique.

5.1.3.1 Piégeage magnétique sur puce

On peut créer des structures atomiques allongées en utilisant des techniques de piégeage optique. Par exemple, plusieurs groupes de recherche ont recours à des réseaux optiques bidimensionnels (2D) pour former un ensemble de tubes atomiques longitudinaux [KWW04; Tol+04; Par+04; Mor+03]. Ces réseaux 2D permettent de produire un grand nombre de systèmes atomiques quasi-unidimensionnels, offrant ainsi une plateforme idéale pour l'étude des gaz 1D. Ce type de dispositif est particulièrement adapté à l'étude de gaz faiblement denses, car les densités peuvent être moyennées sur l'ensemble des tubes. Cependant, avec ce type de configuration, on observe essentiellement une moyenne sur l'ensemble des tubes, ce qui rend

difficile l'étude des fluctuations locales dans chaque tube individuellement. Pour surmonter cette limitation, on utilise le piégeage à l'aide de puces atomiques.

Principe général Pour contourner cette contrainte, les puces atomiques offrent une solution efficace. Ces dispositifs microfabriqués intègrent de micro-fils parcourus par des courants, générant des champs magnétiques de géométrie contrôlée et permettant des confinements très forts [DCS99; For+98; Fol+00; RHH99]. La miniaturisation ainsi obtenue a permis l'obtention des premiers condensats de Bose–Einstein sur puce dès 2001 [Hän+01; Ott+01], et dès 2003 au LCF [Aus03]. Grâce à ces confinements, il devient possible d'étudier expérimentalement les propriétés d'un nuage unique de gaz de Bose unidimensionnel et ses fluctuations locales [Sch+05; Tre+06].

Structure de la puce utilisée La puce utilisée au cours de cette expérience a été conçue en collaboration avec S. Bouchoule, A. Durnez et A. Harouri (Centre de nanosciences et de nanotechnologies (C2N)). Elle repose sur un substrat de carbure de silicium (silicon carbide (SiC)) sur lequel est déposé le circuit électrique. Ce dernier est recouvert d'une couche de résine benzocyclobutène (BCB), aplanie par des cycles d'enduction et d'attaque plasma. Une fine couche d'or (aurum (Au)) (~ 150 nm) est finalement évaporée afin de permettre l'utilisation de la puce comme miroir pour l'imagerie à 780 nm (Fig. 5.2 b)). La puce est soudée à l'indium sur une monture en cuivre inclinée à 45° par rapport à l'axe optique.

Fils de piégeage et géométrie des champs La puce atomique intègre plusieurs ensembles de conducteurs, chacun conçu pour une étape spécifique de la capture, du transport et du confinement des atomes. L'ensemble de la séquence de transfert, depuis le PMO jusqu'au guide unidimensionnel, repose sur une succession de configurations magnétiques générées par ces différents fils.

Phase U : approche de la surface Après la phase de pré-refroidissement, le nuage est initialement capturé dans un PMO situé au-dessus de la puce. Il est ensuite rapproché de la surface en transférant progressivement le champ quadrupolaire des bobines externes vers celui produit par un fil en forme de U intégré à la puce (fils bleus dans la Fig. 5.2 a)). Cette étape (*phase U*) est accompagnée d'un mélange optique et d'un pompage optique afin de préparer les atomes pour le piégeage magnétique.

Phase Z : piège DC et refroidissement À l'issue du pompage optique, les atomes sont transférés dans un piège magnétique combinant un courant continu circulant dans un fil en forme de Z (fil rouge vif) et un champ magnétique externe. Ce piège (DC) pour Direct Current assure un confinement transverse fort. Un refroidissement par évaporation radiofréquence, d'une durée d'environ 2.3 s, abaisse la température du nuage à environ $1 \mu\text{K}$, pour un nombre typique d'atomes de l'ordre de 2.5×10^5 .

Transfert vers le guide unidimensionnel Une fois refroidi, le nuage est acheminé vers la zone expérimentale où trois micro-fils parallèles et symétriques (fils jaunes) parcourus par des courants alternatifs (Alternating Current (AC)) génèrent un guide magnétique unidimensionnel assurant le confinement transverse. Le confinement longitudinal est fourni par deux paires de fils : d/d' (marron) et D/D' (gris).

Le passage du piège Direct Current (DC) au guide 1D est réalisé de manière adiabatique grâce à cinq rampes linéaires de courant d'une durée comprise entre 50 et 60 ms chacune. Durant cette opération : (i) le courant dans le fil Z est progressivement réduit, (ii) le courant dans les micro-fils du guide est augmenté jusqu'à environ 50 mA, (iii) un courant initial de 0.5 A est appliqué dans les fils D et D' , puis ajusté pour maintenir fixe la position du centre de masse du nuage.

La configuration des fils de cette puce permet de réduire au minimum les oscillations résiduelles dans le guide. Sa géométrie assure également un découplage efficace entre la dynamique longitudinale et le confinement transverse. Ce dispositif, développé dans le cadre des thèses [Fan14; Sch19; Dub24], a été utilisé dans mes protocoles expérimentaux pour étudier l'expansion longitudinale et réaliser des mesures locales de la distribution de rapidité.

Optimisation géométrique La géométrie des conducteurs de la puce a été conçue pour réduire la dissipation thermique, limiter les couplages parasites et garantir une bonne symétrie des champs magnétiques. Dans la zone expérimentale, les atomes sont piégés à environ $15 \mu\text{m}$ au-dessus des fils, soit $8 \mu\text{m}$ au-dessus de la surface de la puce.

Refroidissement final et accès au régime unidimensionnel Une dernière phase de refroidissement par évaporation radiofréquence est effectuée directement dans le guide AC. Grâce à l'anisotropie marquée du piège, le confinement transverse atteint une fréquence ω_{\perp} telle que l'énergie quantique $\hbar\omega_{\perp}$ dépasse largement les énergies thermique et chimique du système. On atteint ainsi le régime unidimensionnel, caractérisé par la hiérarchie d'énergies :

$$k_B T, \mu \ll \hbar\omega_{\perp},$$

où μ désigne le potentiel chimique et T la température du gaz.

Dans ce régime, le confinement transverse est assuré principalement par la géométrie des micro-fils et la présence de champs magnétiques externes, tandis que le confinement longitudinal, plus faible, est ajustable via une combinaison de champs magnétiques externes et de courants circulant dans des fils additionnels (d/d' et D/D').

Les gaz obtenus contiennent typiquement entre 3×10^3 et 1.5×10^4 atomes, pour des températures de l'ordre de 50 à 200 nK.

Avantages du piégeage sur puce Comparé aux systèmes utilisant des réseaux optiques 2D, le piégeage sur puce ne fournit qu'un seul tube, ce qui permet un meilleur accès aux fluctuations locales de densité et aux observables résolues spatialement. Ce type de dispositif est ainsi particulièrement adapté à l'étude de la thermodynamique et de la dynamique de gaz 1D isolés.

Limitations et effets parasites Parmi les limitations spécifiques au piégeage sur puce, on peut citer la rugosité des potentiels magnétiques liée aux imperfections des fils, pouvant induire des défauts parasites dans le confinement longitudinal. De plus, la stabilité du dispositif est sensible aux champs magnétiques externes parasites et aux échauffements provoqués par les courants continus, qui peuvent entraîner une déformation de la puce.

Remarques expérimentales Lorsque j'ai rejoint l'équipe, la première année thèse de L. Dubois touchait à sa fin et le dispositif expérimental était en fonctionnement stable. Les différentes étapes du cycle (dispenser, PMO, mélasse, pompage optique, piège DC, transfert vers le guide, évaporation finale) avaient été mises en place et optimisées pendant les premières années de sa thèse, sous la supervision d'I. Bouchoule. Le cycle expérimental complet dure environ 15 secondes. Une description plus détaillée peut être trouvée dans la thèse d'A. Johnson [Joh16].

Pendant ma première année, j'ai principalement participé à la prise de données en collaboration avec L. Dubois. Grâce à la qualité de son travail, le dispositif était globalement très fiable, ce qui a permis de mener des campagnes expérimentales riches sans intervention lourde. Néanmoins, cette stabilité avait pour contrepartie que je n'ai pas été directement impliqué dans la résolution des pannes complexes ou dans le reconditionnement complet de la manipulation, ce qui a limité ma formation sur les aspects de maintenance approfondie du dispositif.

En revanche, peu avant la fin de la thèse de L. Dubois et au début de ma troisième année, nous avons observé que le nombre d'atomes tombait à zéro. Il s'est avéré que les connecteurs du "dispenser", responsable de la libération de ^{87}Rb , étaient rompus. Cette opération a été mise à profit pour installer un nouveau "dispenser". Cette opération nécessite une intervention assez lourde et implique de rompre le vide de l'enceinte. Comme la puce avait déjà plus de trois ans, nous avons décidé de la remplacer par une nouvelle puce atomique.

Cette opération a mobilisé plusieurs personnes du laboratoire et de ses partenaires : Sophie Bouchoule (C2N) et Anne-Lise Coutrot (LCF) ont participé à la manipulation et à la pose de la puce, tandis que j'ai pu assister à l'étuvage de l'enceinte à vide avec Florence Nogrette (LCF). Après cette intervention, j'ai suivi avec I. Bouchoule le réajustement progressif de la séquence de refroidissement : alignement des faisceaux, réglages de la mélasse, optimisation du chargement dans le piège (DC), puis dans le guide.

Cet épisode m'a permis de me confronter plus directement aux paramètres critiques du cycle d'évaporation et à la reprise d'une séquence complète. Toutefois, le départ de L. Dubois, qui maîtrisait tous les aspects de la manipulation, a marqué une rupture importante dans la continuité des savoir-faire pratiques liés à cette expérience.

5.1.4 Génération de potentiels modulés

Champ des micro-fils. Puisque les atomes, préparés dans l'état $m_F = 2$ (l'axe de quantification étant donné par le champ magnétique \vec{B}) par pompage optique. Le potentiel magnétique ressenti par les atomes est donné par $-\vec{\mu} \cdot \vec{B}(\vec{r})$, où $\vec{\mu}$ est le moment dipolaire magnétique de l'atome et $\vec{B}(\vec{r})$ le champ magnétique total. Pour cet état, ce potentiel est proportionnel à $|\vec{B}(\vec{r})|$, de sorte que les atomes sont attirés vers les régions de champ magnétique minimal.

Les micro-fils, alignés selon l'axe horizontal \vec{e}_x , sont parcourus par des courants alternatifs déphasés $\pm I$, produisant le champ de confinement. Un fil central est parcouru par un courant I , tandis que deux fils latéraux portent des courants opposés $-I$ (Fig. 5.2b).

Champ d'Ioffe. Afin d'éviter les pertes de Majorana [BS06] liées à la présence d'un champ nul, un champ longitudinal $B_0 \vec{e}_x$ est ajouté, garantissant que le minimum de champ reste non nul.

Fréquence de piégeage transverse. Dans la configuration étudiée, les atomes sont confinés à $d = 15 \mu\text{m}$ au-dessus de la puce, soit l'espacement entre deux micro-fils. Cette faible distance maximise le gradient de champ et donc la fréquence de piégeage transverse, qui s'écrit

$$\omega_{\perp}^{(0)} = \sqrt{\frac{\mu_B}{mB_0}} \frac{\mu_0 I}{2\pi d^2}$$

avec μ_B le magnéton de Bohr, m la masse atomique et μ_0 la perméabilité du vide.

Rugosité et suppression par modulation Les imperfections géométriques des micro-fils engendrent des fluctuations parasites du champ magnétique le long du guide, créant une rugosité du potentiel [Kra+02; Est+04]. Pour la supprimer, les courants sont modulés à haute fréquence ($\sim 400 \text{ KHz}$) [Tre+07; Jac12], bien au-delà des fréquences de piégeage. Dans ce régime, les atomes ne perçoivent que le potentiel moyenné temporellement, où la composante parasite longitudinale est fortement réduite. Le confinement effectif reste harmonique, avec une fréquence transverse donnée par

$$\omega_{\perp} = \frac{\omega_{\perp}^{(0)}}{\sqrt{2}}. \quad (5.1)$$

Découplage des confinements transverses et longitudinaux. Les courants qui parcourent les fils D , D' , d et d' sont orientés selon \vec{e}_u . Les champs magnétiques induits possèdent alors une composante selon \vec{e}_x , notée B_{\parallel}^x , et une composante selon \vec{e}_v (axe normal à la puce), notée B_{\parallel}^v . Si le champ selon \vec{e}_x est négligeable devant B_0 , alors le potentiel moyen se sépare en une partie transverse et une partie longitudinale découplées : $\langle V \rangle = V_{\perp}(y, z) + V_{\parallel}(x)$.

Potentiel longitudinal harmonique. Dans la configuration où seuls les fils D et D' sont utilisés, le potentiel longitudinal peut, à l'ordre 2 en x , être considéré comme harmonique :

$$V_{\parallel}(x) = V_0 + \frac{1}{2} m \omega_{\parallel}^2 x^2, \quad (5.2)$$

On note $2L = 1.89 \text{ mm}$ est la distance séparant les fils D et D' (Fig 5.2a)). Les courants circulant dans ces deux fils sont identiques et notés $I_D = I_{D'}$. Si la condition $B_0 \gg \mu_0 I_D d / (\pi L)^2$ est vérifiée, alors le terme constant du potentiel vaut approximativement $V_0 \approx \mu_B B_0$.

La pulsation longitudinale totale ω_{\parallel} se décompose en deux contributions [Jac12] : (i) une pulsation $\omega_{\parallel}^x = \sqrt{\frac{6d\mu_B\mu_0 I_D}{\pi L^4 m}}$ induite par le champ longitudinal B_{\parallel}^x et (ii) une pulsation $\omega_{\parallel}^v = \sqrt{\frac{\mu_B}{mB_0}} \frac{\mu_0 I_D}{\pi L^2}$ liée au champ B_{\parallel}^v . Pour des courants $I > 1 \text{ A}$, on a $\omega_{\parallel}^v \gg \omega_{\parallel}^x$, et ainsi :

$$\omega_{\parallel} \propto \frac{I_D}{\sqrt{B_0} L^2}.$$

La fréquence longitudinale est donc réglée expérimentalement en ajustant I_D .

Avec les dimensions caractéristiques de la puce et des fils, il est possible d'atteindre des confinements longitudinaux de fréquence $f_{\parallel} = \omega_{\parallel}/2\pi$ allant jusqu'à $\sim 150 H_z$, la limite étant imposée par le chauffage des fils pour $I_D \leq 4 A$.

Mesure des fréquences transverse et longitudinale. Pour caractériser le piège, la pulsation transverse ω_{\perp} a été mesurée en excitant le mode de respiration transverse. On s'attend à ce que ce mode oscille à une fréquence $2 f_{\perp}$, quel que soit le régime considéré (qBEC, Tonks, ...)[KSS96]. La pulsation longitudinale ω_{\parallel} a, quant à elle, été obtenue à partir des oscillations dipolaires longitudinales. Les détails expérimentaux de ces méthodes sont décrits dans le manuscrit de thèse de L. Dubois [Dub24], pp. 73 et 78.

Potentiel longitudinal quartique. Si l'on ajoute un courant dans les fils d et d' , on peut générer un potentiel longitudinal comportant un terme significatif à l'ordre 4 en x . Pour simplifier, on suppose $I_d = I_{d'}$. On obtient alors :

$$V_{\parallel}(x) = \mu_B B_0 + \frac{\mu_B \mu_0}{\pi} d \left[\frac{I_D}{L^2} + \frac{I_d}{l^2} + 3 \left(\frac{I_D}{L^4} + \frac{I_d}{l^4} \right) x^2 + 5 \left(\frac{I_D}{L^6} + \frac{I_d}{l^6} \right) x^4 \right] + \frac{\mu_B}{B_0} \left(\frac{\mu_0}{\pi} \right)^2 \left[\left(\frac{I_D}{L^2} + \frac{I_d}{l^2} \right) x^2 + 2 \left(\frac{I_D}{L^2} + \frac{I_d}{l^2} \right) \left(\frac{I_D}{L^4} + \frac{I_d}{l^4} \right) x^4 \right].$$

En ajustant I_D et I_d , on peut réaliser par exemple un double puits [Sch+19], ou bien supprimer le terme quadratique x^2 afin d'obtenir un potentiel quartique pur :

$$V_{\parallel}(x) = a_0 + a_4 x^4$$

comme on le fais dans [Dub+25].

En pratique, la puce présente des dimensions finies et n'est pas parfaitement symétrique. Un calcul plus précis, prenant en compte la géométrie exacte (disposition et épaisseur des fils), est présenté en annexe de la thèse de Thibault Jacqmin [Jac12], p. 151. Cela impose un ajustement fin et asymétrique des courants I_D , $I_{D'}$, I_d et $I_{d'}$.

Caractérisation des potentiels longitudinal et transverse. Pour atteindre le régime unidimensionnel, les confinements doivent être fortement anisotropes : un piégeage transverse très fort et un piégeage longitudinal faible. La condition $\mu, k_B T \ll \hbar \omega_{\perp}$ garantit le gel des degrés de liberté transverses.

Cette configuration est particulièrement adaptée pour obtenir des profils de densité homogènes, nécessaires à certaines expériences de transport. Le transfert des atomes du piège harmonique vers le piège quartique est réalisé de manière *diabatique* (changement rapide du potentiel), car un transfert adiabatique entraîne des pertes importantes.

Caractérisation des potentiels longitudinal et transverse. Pour atteindre le régime unidimensionnel, les potentiels de piégeage doivent être très asymétriques : un confinement transverse fort est souhaité avec un confinement longitudinal faible. La fréquence transverse ω_{\perp} doit être suffisamment élevée pour geler les degrés de liberté dans cette direction, avec la condition $\mu, k_B T \ll \hbar \omega_{\perp}$.

5.2 Sélection spatiale avec DMD

5.2.1 Motivation et principe

Objectif du dispositif de sélection L'outil de sélection spatiale a été conçu pour permettre une action locale sur le gaz atomique. Il présente deux objectifs principaux. D'une part, il permet de mesurer la distribution de rapidité localement résolue, en sélectionnant une tranche du gaz avant de la libérer et de suivre son expansion. D'autre part, il offre la possibilité de créer des situations hors équilibre en retirant une partie du gaz à l'équilibre, ce qui perturbe la configuration initiale et initie une dynamique.

Intérêt pour les protocoles hors équilibre Ce dispositif permet ainsi de générer des protocoles analogues à des configurations classiques comme le pendule de Newton, ou de sonder directement la dynamique d'un gaz de **Lieb–Liniger** dans des conditions contrôlées. Il constitue une brique essentielle pour les expériences de dynamique et de transport quantique.

5.2.2 Mise en place technique

Principe de sélection par pression de radiation. La sélection s'effectue en illuminant une zone définie du gaz avec un faisceau quasi-résonant sur la transition cyclique $F = 2 \rightarrow F' = 3$ de la ligne D2 du rubidium ^{87}Rb (Fig. 5.1). Les atomes subissent alors une pression de radiation au cours d'une vingtaine de cycles d'absorption et d'émission spontanée, ce qui les expulse du piège ou les place dans un état non piégé.

Façonnage spatial du faisceau. La sélection doit être spatialement résolue. Le profil d'intensité dans le plan des atomes est de type binaire :

$$I(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \in [x_1, x_2] \\ I_0 & \text{sinon} \end{cases}$$

ce qui permet de préserver ou d'éjecter les atomes selon leur position longitudinale.

Utilisation du DMD. Pour générer ce profil, un **DMD (Dispositif de Micromiroirs Digitaux)** est utilisé. Il s'agit d'une matrice de 1024×768 micro-miroirs de $14 \mu\text{m}$ de côté et orientables individuellement ($\pm 12^\circ$). En inclinant ces miroirs, on contrôle localement la réflexion de la lumière. L'image du DMD est projetée directement sur le plan des atomes, en imagerie directe.

Avantages du DMD. Le DMD permet une reconfiguration rapide et programmable du motif de lumière. Cette technologie est largement utilisée dans les expériences d'atomes froids pour produire des potentiels structurés, homogénéiser un faisceau ou adresser localement les atomes.

Alternatives possibles. Il est possible, en théorie, d'atteindre un effet similaire par un transfert cohérent des atomes vers un état anti-piégé via un pulse micro-onde ou une transition Raman. Cependant, la méthode par pression de radiation est plus simple à mettre en œuvre et adaptée à nos objectifs expérimentaux.

Principe de l'expulsion par pression de radiation Un atome illuminé par un faisceau proche de la résonance peut être expulsé du piège soit par transition vers un état anti-piégé, soit par effet de pression de radiation. Cette dernière génère une accélération suffisante pour fournir une énergie cinétique supérieure à la profondeur du puits magnétique. Le nombre de photons diffusés nécessaire peut être estimé à partir de la conservation de l'impulsion : une vingtaine de photons suffisent typiquement à extraire un atome du piège dans nos conditions.

Modèle de diffusion et estimation du seuil Le taux de diffusion de photons est modélisé à l'aide d'un taux Γ_{sc} , dépendant de l'intensité I , de l'intensité de saturation I_{sat} , d'un paramètre α (lié à la polarisation et au champ magnétique) et du désaccord. À résonance, et pour un temps d'illumination τ_p , on peut estimer le nombre total de photons diffusés par atome par $N_{\text{sc}} = \tau_p \Gamma_{\text{sc}}$.

Mesures expérimentales de la puissance nécessaire La puissance minimale nécessaire pour éjecter tous les atomes d'une zone illuminée est déterminée en fixant un temps d'illumination donné, puis en variant l'intensité du faisceau. L'analyse est réalisée après un délai d'attente de ~ 10 ms, pour s'assurer que seuls les atomes encore piégés soient détectés. Il est observé que 99% des atomes sont retirés à partir d'un rapport $I/I_{\text{sat}} \simeq 0.12$.

Mesures de photons diffusés par fluorescence La quantité de photons diffusés est également mesurée par l'analyse du signal de fluorescence capté par la caméra. En calibrant le rapport entre photons détectés et photons diffusés (en tenant compte de l'efficacité optique du système), le nombre moyen de photons nécessaires pour éjecter un atome est confirmé expérimentalement autour de 20. Un ajustement du modèle de diffusion permet d'estimer le paramètre $\alpha \simeq 0.4$.

Saturation et effets Doppler À fort temps d'illumination ($\tau_p > 150 \mu s$), une saturation du nombre de photons diffusés est observée, interprétée comme un effet géométrique : les atomes accélérés atteignent physiquement la puce atomique et cessent de contribuer au signal. Une correction Doppler peut être introduite dans le modèle, mais reste négligeable ($< 5\%$) dans les régimes expérimentaux utilisés.

Limitations expérimentales de la sélection Plusieurs effets peuvent limiter l'efficacité ou la propreté de la sélection :

- La diffraction liée à la taille finie de l'objectif entraîne un flou de l'ordre de $1-2 \mu m$ au bord des zones éclairées.
- Une diffusion parasite par la puce peut se produire à forte intensité si tout le DMD est illuminé ; cela est évité en réduisant la taille transverse du faisceau à quelques micro-miroirs seulement.
- Des inhomogénéités d'éclairement dues à la gaussienne du faisceau et au speckle peuvent conduire à une sur-illumination de certaines zones. Un effort a été fait pour homogénéiser l'intensité en sortie de fibre.
- La réabsorption des photons diffusés pourrait entraîner un échauffement du gaz restant. Un désaccord en fréquence de 15 MHz a été testé pour éviter ce phénomène, sans effet visible sur la température du gaz.

Mesures de l'impact sur le gaz restant La température du gaz sélectionné est comparée avant et après sélection via l'analyse des fluctuations de densité après temps de vol. Aucun changement significatif de température ni d'élargissement n'a été observé. Ces résultats suggèrent que, dans les conditions expérimentales utilisées, la sélection ne perturbe pas significativement les atomes restants.

5.2.3 Utilisation dans les protocoles

Sélection locale et mesure de rapidité. En sélectionnant une tranche du gaz, on peut ensuite couper le confinement longitudinal et laisser cette tranche s'étendre. Le profil de densité asymptotique obtenu après un long temps d'expansion est proportionnel à la distribution de rapidité locale du gaz initial. Ce protocole permet ainsi une mesure résolue en x de $n(x, t \rightarrow \infty) \sim \tilde{n}(x/t, t \rightarrow \infty)$.

Génération d'états hors équilibre La sélection permet également de créer des discontinuités dans le profil de densité, et donc d'initier une dynamique hors équilibre. Par exemple, on peut ne conserver que deux paquets séparés de gaz, qui vont alors osciller l'un vers l'autre. Cette configuration est analogue à un pendule de Newton quantique [Cau+19; KWW06].

Formes utilisées Les motifs projetés par le DMD peuvent prendre différentes formes : boîtes, barrières, coupures, etc. Cette flexibilité rend l'outil extrêmement précieux pour explorer diverses configurations initiales et protocoles dynamiques.

Contrôle logiciel du DMD Le pilotage du DMD repose sur l'utilisation d'un module intégré fourni par Vialux (V7001-SuperSpeed), qui comprend les bibliothèques logicielles ALP-4. Plusieurs configurations du DMD peuvent être chargées en mémoire au début de chaque cycle expérimental, puis sélectionnées en cours de séquence à l'aide d'un signal digital. Le temps de commutation des miroirs est inférieur à $30 \mu s$, ce qui est compatible avec les protocoles étudiés.

Partage du faisceau avec la voie d'imagerie Le faisceau utilisé pour la sélection spatiale est prélevé à partir du faisceau sonde déjà accordé sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$ de la raie D2. Le partage est réalisé à l'aide d'un cube séparateur de polarisation placé en aval d'une lame demi-onde, permettant de contrôler la puissance injectée dans la fibre optique. Ce choix simplifie la mise en œuvre en évitant d'ajouter une source laser supplémentaire.

Blocage du faisceau de sélection Deux systèmes permettent de couper le faisceau de sélection pendant le cycle expérimental :

- un cache mécanique (type électro-aimant), utilisé pour un blocage longue durée ;
- un AOM, permettant de produire des impulsions brèves de quelques dizaines de μs , en amont du séparateur.

Pour garantir que le faisceau ne perturbe pas l'imagerie, le cache mécanique reste fermé pendant l'utilisation du faisceau sonde, l'AOM étant placé avant la lame séparatrice des faisceaux.

Montage optique de projection Le faisceau façonné par le DMD est projeté dans le plan des atomes à l'aide d'un système optique permettant de sélectionner l'ordre 0 de diffraction. L'ensemble des optiques est dimensionné (diamètre 50 mm) pour limiter la diffraction. L'alignement est effectué en superposant le faisceau de sélection à la voie d'imagerie.

Grandissement et champ couvert Le montage permet de couvrir une zone de l'ordre de $600 \mu m$ dans le plan des atomes, soit plus que la longueur typique d'un nuage ($\sim 400 \mu m$ pour $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 5 \text{ Hz}$). Le grandissement est déterminé par les focales utilisées : une focale $f_{\text{DMD}} = 750 \text{ mm}$ du côté du DMD, et $f_{\text{at}} = 32 \text{ mm}$ pour l'objectif côté atomes, donnant $G = f_{\text{at}}/f_{\text{DMD}} \approx 0.043$ (Fig 5.3).

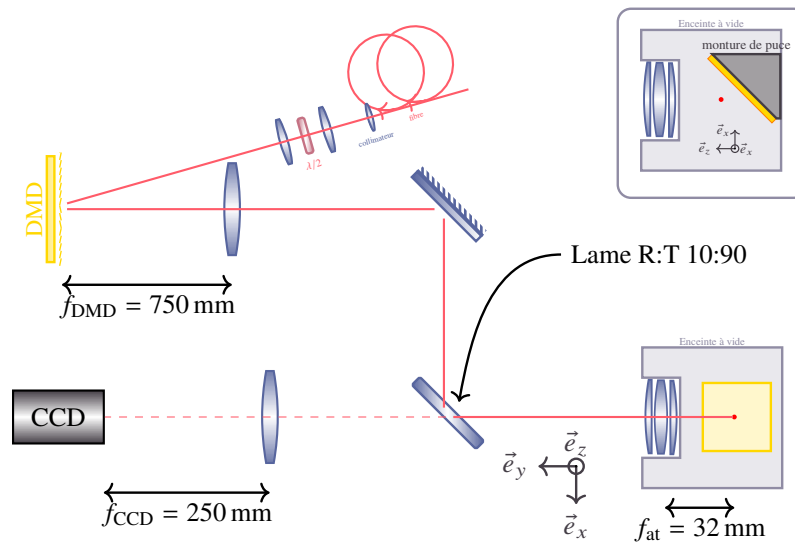


FIGURE 5.3 – Schéma du montage optique

Visualisation et interface Le contrôle du DMD s'effectue via une interface graphique permettant de prévisualiser les configurations de miroirs. Cette interface graphique a été programmée par F. Nogrette. Cette interface est pilotée de manière automatisée pendant le déroulement de la séquence expérimentale.

5.3 Techniques d'imagerie et d'analyse

5.3.1 Imagerie par absorption

Système d'imagerie par absorption L'imagerie est réalisée à l'aide d'une caméra Charge-Coupled Device (CCD) à déplétion profonde, optimisée pour une grande efficacité quantique à la longueur d'onde de 780 nm. On utilise des techniques d'imagerie par absorption permettant d'extraire la densité optique $D(x, z)$, elle-même reliée à la densité atomique 3D via la loi de Beer-Lambert. Le profil de densité linéaire $n(x)$ est obtenu par intégration sur les directions transverses.

Imagerie après temps de vol En appliquant un champ magnétique vertical ($B = 8 \text{ G}$), la polarisation du faisceau peut être rendue circulaire (σ^+) pour adresser la transition fermée $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$. Cette configuration assure une meilleure définition de la section efficace d'absorption. Un temps de vol de quelques ms est utilisé avant l'imagerie, permettant également de décompresser le nuage.

Imagerie "in situ" Les atomes sont imagés à $7 \mu\text{m}$ de la puce, ce qui implique une double absorption du faisceau incident et réfléchi. Dans ce cas, la transition n'est pas fermée, ce qui nécessite une calibration du facteur de conversion entre la densité mesurée et la densité réelle. Un ajustement linéaire permet de relier les profils in situ aux profils obtenus après temps de vol. En pratique, un temps de vol d'une centaine de microsecondes est utilisé.

Choix des paramètres d'imagerie L'intensité du faisceau sonde est choisie typiquement à $I_0/I_{\text{sat}} \approx 0.3$ pour optimiser le rapport signal sur bruit tout en restant dans une zone de linéarité acceptable. Dans ces conditions, le nombre de photons diffusés est de l'ordre de $N_{\text{sc}} \approx 230$.

Défauts et instabilités expérimentales Plusieurs limitations instrumentales ont été identifiées :

- La caméra initialement utilisée montrait des motifs parasites aléatoires ainsi qu'un offset variant au cours du temps. Le remplacement de la caméra a permis de résoudre ces problèmes.
- Des franges d'interférences apparaissaient lors de la division des images d'absorption, probablement dues à des effets Fabry-Pérot dans les optiques. Le désaxage du faisceau d'imagerie a permis d'en limiter l'impact.
- Des photons résiduels, même en l'absence de faisceau sonde, ont été détectés. Ces derniers proviennent vraisemblablement de diffusions multiples dans le système optique.

Conclusion La combinaison de l'imagerie in situ et après temps de vol, ainsi qu'une calibration soignée des paramètres optiques et expérimentaux, permettent d'accéder à des profils de densité fiables malgré les limites intrinsèques du système d'imagerie. Une attention particulière a été portée à la réduction des artefacts expérimentaux afin de garantir la précision des mesures.

5.4 Expériences et protocoles étudiés

5.4.1 Expansion longitudinale

5.4.1.1 Motivation et protocole expérimental d'expansion longitudinale

Motivation. Une partie essentielle de mon travail de thèse a consisté à sonder la distribution de rapidités résolue spatialement, ce qui constitue une information clé pour comprendre la dynamique hors équilibre d'un gaz quantique unidimensionnel. Pour accéder à cette observable, il est nécessaire de réaliser un protocole qui relie la distribution de rapidités à des profils de densité mesurables expérimentalement.

Considérations physiques. Au-delà de son intérêt pratique, l'expansion longitudinale offre une fenêtre sur la physique des gaz bosoniques 1D. Elle permet d'étudier comment un système initialement confiné évolue vers un état dilué, révélant à la fois l'impact du régime transverse (TF 3D vs (TF) 1D).

Protocole expérimental. Concrètement, l'expansion longitudinale est réalisée selon la séquence :

- Le nuage est initialement piégé dans un potentiel magnétique caractérisé par une fréquence longitudinale $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 5.0$ ou $2\pi \times 9.4 \text{ Hz}$ selon les jeux de données, et une fréquence transverse $\omega_{\perp} = 2\pi \times 2.56 \text{ kHz}$.
- À $t = 0$, le confinement longitudinal est éteint en annulant les courants $I_D = I_{D'} = 0$. La coupure est réalisée sur un temps fini $t_{\parallel} = 70 \mu\text{s} \ll 2\pi/\omega_{\parallel}$, ce qui évite un pic de courant parasite.
- Le nuage se dilate librement dans la direction longitudinale pendant une durée τ . Ensuite, le confinement transverse est relâché en annulant I_{\perp} , avec un temps de coupure $t_{\perp} = 5 \mu\text{s} \ll 2\pi/\omega_{\perp}$.
- Une image par absorption est enfin prise après un temps de vol t_v . Pour l'étude des profils de densité, on utilise typiquement $t_v = 1 \text{ ms}$.

Perspective. La mise en œuvre de ce protocole d'expansion longitudinale ne répond donc pas seulement à un besoin technique de mesure, mais s'inscrit dans une stratégie plus générale : relier les prédictions théoriques de la **GHD**.

Équations Gross-Pitaevskii dépendantes du temps. Pour un système dans le régime **qBEC** (pour un paramètre de Lieb définie en 2.63, $\gamma \ll 1$ et $T \sim 0$), la dynamique du système étudié est décrite par l'équation de **GP** (3.52) :

$$i\partial_\tau \phi = \left\{ -\frac{1}{2} \Delta_{\vec{r}} + V(\vec{r}) + g_{3D} N |\phi|^2 \right\} \phi,$$

avec $g_{3D} = 4\pi a_{3D}$ et en présence d'un potentiel externe (voir (5.1) et (5.1)) :

$$V(\vec{r}) = V_\perp(\vec{r}_\perp) + V_\parallel(x), \quad V_\perp(\vec{r}_\perp) = \frac{1}{2} \omega_\perp^2 \vec{r}_\perp^2, \quad V_\parallel(x) = \frac{1}{2} \omega_\parallel^2 x^2.$$

Séparation des degrés de liberté. Dans un piège de type cigare, caractérisé par $\omega_\perp \gg \omega_\parallel$, la dynamique transverse se déroule sur des temps caractéristiques beaucoup plus courts que la dynamique longitudinale. On fait alors l'hypothèse d'un *suivi adiabatique transverse* : l'état reste en permanence dans son état fondamental transverse. Ainsi, les degrés de liberté transverses et longitudinaux se découplent et la fonction d'onde peut se factoriser sous la forme

$$\phi(r, \tau) = \psi(x, \tau) \Phi(\vec{r}_\perp, n(x, \tau)), \quad (5.3)$$

où $\psi(x, \tau)$ décrit la dynamique longitudinale et Φ est la fonction d'onde transverse dépendant paramétriquement de la densité linéaire $n(x, \tau)$. La condition de normalisation $\int d\vec{r}_\perp |\Phi(\vec{r}_\perp, n)|^2 = 1$ permet de réécrire la densité linéaire définie par $n \doteq N \int d\vec{r}_\perp |\phi|^2$ sous la forme

$$n(x, \tau) = N |\psi(x, \tau)|^2.$$

L'équation de Gross-Pitaevskii se réécrit alors

$$\left(i\partial_\tau + \frac{1}{2} \partial_x^2 - V_\parallel(x) - \mu(n) \right) \psi = 0, \quad \mu(n) \Phi = \left(-\frac{1}{2} \Delta_{\vec{r}_\perp} + V_\perp + g_{3D} n |\Phi(\vec{r}_\perp, n)|^2 \right) \Phi. \quad (5.4)$$

Équations hydrodynamiques. En utilisant la transformation de Madelung $\psi(x, \tau) = \sqrt{n(x, \tau)} e^{i\theta(x, \tau)}$, et en introduisant la vitesse $u = \partial_x \theta$, on obtient les équations hydrodynamiques associées :

$$\begin{cases} \partial_\tau n + \partial_x(nu) &= 0, \\ \partial_\tau u + \partial_x \left(\frac{u^2}{2} + V_\parallel(x) + \mu(n) + \frac{\mathcal{P}_Q}{n} \right) &= 0, \end{cases} \quad (5.5)$$

où le terme de pression quantique est donné par $\mathcal{P}_Q = -\frac{1}{2} \sqrt{n} \partial_x^2 \sqrt{n}$.

En tenant compte de la relation thermodynamique $dP = n d\mu$, ce sont les mêmes équations que (3.53) et (3.56).

En négligeant le terme de pression quantique \mathcal{P}_Q , on obtient :

$$\begin{cases} \partial_\tau n + \partial_x(nu) &= 0, \\ \partial_\tau u + \partial_x \left(\frac{u^2}{2} + V_\parallel(x) + \mu(n) \right) &= 0, \end{cases} \quad (5.6)$$

Pour notre protocole, pour $\tau < 0$ le système est à l'équilibre, avec la condition

$$\mu(n) + V_\parallel(x) = \mu(n(x=0)). \quad (5.7)$$

Pour $\tau \geq 0$, le potentiel longitudinal est éteint : $V_\parallel(x) = 0$.

Solutions analytiques homothétique. Si n est solution des equation hydrodynamique (5.6), pour $\tau \geq 0$. On fais l'hypothèse que la densité linéaire suit une forme homothétique

$$n(x, \tau) = \frac{1}{\lambda(\tau)} n_0 \left(\frac{x}{\lambda(\tau)} \right), \quad (5.8)$$

avec n_0 le profil de densité à $\tau = 0$ et $\lambda(\tau)$ le factor d'échelle à une temps d'expension τ . Avec les containtes $\lambda(0) = 1$ et $\lambda'(0) = 0$ et $N = \int dx n(x, \tau)$. En injectant dans (5.5) il vient que

$$\begin{cases} u(x, \tau) &= \frac{\dot{\lambda}(\tau)}{\lambda(\tau)} x, \\ \partial_x \mu(n(x, \tau)) &= -\frac{\ddot{\lambda}(\tau)}{\lambda(\tau)} x, \end{cases} \quad (5.9)$$

(car $\partial_\tau u = (\ddot{\lambda}/\lambda - \dot{\lambda}^2/\lambda^2)x$ et $v\partial_x v = (\dot{\lambda}/\lambda)^2 x$, leur somme donne $(\ddot{\lambda}/\lambda)x$) et initialement

$$\mu_0(x) = \mu_p - \frac{1}{2} \omega_{\parallel}^2 x^2, \quad (5.10)$$

avec $\mu_0(x) = \mu(n_0(x))$ et $\mu_p = \mu(n_0(x=0))$.

Calculons maintenant $\partial_x \mu(n(x))$. Tout d'abord, on utilise

$$\partial_x \mu(n(x)) = \mu'(n) \partial_x n. \quad (5.11)$$

Intéressons nous maintenant à $\partial_x n$. Comme $n(x)$ vérifie (5.8) :

$$\partial_x n(x) = \frac{1}{\lambda^2} n'_0 \left(\frac{x}{\lambda} \right). \quad (5.12)$$

En utilisant q'à l'équilibre $\mu(n_0(y)) = \mu_p - \frac{1}{2} \omega_{\parallel}^2 y^2$, soit $\mu'(n_0(y)) n'_0(y) = -\omega_{\parallel}^2 y$ soit

$$n'_0(y) = -\frac{\omega_{\parallel}^2 y}{\mu'(n_0(y))}. \quad (5.13)$$

En injectant (5.13) dans (5.12) et en injectant evoute (5.12) dans (5.11) on obtient finalement

$$\partial_x \mu(n(x)) = -\frac{\omega_{\parallel}^2}{\lambda^3} f(\lambda, n) x \quad (5.14)$$

où

$$f(\lambda, n) \equiv \frac{\mu'(n)}{\mu'(\lambda n)}. \quad (5.15)$$

En substituant dans la deuxième équation d'Euler (5.9), on obtient

$$\frac{\ddot{\lambda}}{\lambda} = \frac{\omega_{\parallel}^2}{\lambda^3} f(\lambda, n). \quad (5.16)$$

On en déduit que f ne dépend que du facteur d'échelle λ , c'est-à-dire

$$f(\lambda, n) = f(\lambda). \quad (5.17)$$

En utilisant le résultat de l'annexe D, l'équation (5.17) conduit à

$$\mu \propto n^\alpha. \quad (5.18)$$

Et de plus

$$f(\lambda) = \lambda^{1-\alpha}. \quad (5.19)$$

Équation pour le facteur d'échelle λ . En utilisant (5.19), l'équation d'évolution du facteur d'échelle obtenue précédemment (5.16) s'écrit :

$$\ddot{\lambda} \lambda^{\alpha+1} = \omega_{\parallel}^2 \quad (5.20)$$

On pose $v = \dot{\lambda}$. Comme $\ddot{\lambda} = \dot{\lambda} \frac{d\dot{\lambda}}{d\lambda}$, on obtient

$$\dot{\lambda} \frac{d\dot{\lambda}}{d\lambda} = \omega_{\parallel}^2 \lambda^{-(\alpha+1)}. \quad (5.21)$$

Cas $\alpha \neq 0$. Intégration par rapport à λ :

$$\frac{1}{2} \dot{\lambda}^2 = \omega_{\parallel}^2 \int \lambda^{-(\alpha+1)} d\lambda = -\frac{\omega_{\parallel}^2}{\alpha} \lambda^{-\alpha} + C, \quad (5.22)$$

où C est une constante d'intégration déterminée par les conditions initiales $\lambda(0) = \lambda_0$, $\dot{\lambda}(0) = \dot{\lambda}_0$:

$$C = \frac{1}{2} \dot{\lambda}_0^2 + \frac{\omega_{\parallel}^2}{\alpha} \lambda_0^{-\alpha}. \quad (5.23)$$

On a donc la première intégrale

$$\dot{\lambda}^2 = \dot{\lambda}_0^2 + \frac{2\omega_{\parallel}^2}{\alpha} (\lambda_0^{-\alpha} - \lambda^{-\alpha}). \quad (5.24)$$

Cas $\alpha = 0$. L'équation devient $\ddot{\lambda} \lambda = \omega_{\parallel}^2$. On obtient

$$\dot{\lambda}^2 = \dot{\lambda}_0^2 + 2\omega_{\parallel}^2 \ln\left(\frac{\lambda}{\lambda_0}\right). \quad (5.25)$$

On impose les conditions initiales $\lambda(0) = 1$, $\dot{\lambda}(0) = 0$, et l'on considère le cas $\alpha > 0$.

Régime à temps courts ($\tau \ll 1/\omega_{\parallel}$). On linéarise l'équation autour de l'équilibre $\lambda = 1$ en posant $\lambda(\tau) = 1 + \epsilon(\tau)$ avec $|\epsilon| \ll 1$. L'équation de mouvement se réduit alors à un oscillateur harmonique forcé :

$$\ddot{\epsilon} + (1 + \alpha) \omega_{\parallel}^2 \epsilon - \omega_{\parallel}^2 = 0. \quad (5.26)$$

Pour les conditions initiales choisies, la solution à petits temps est approximativement

$$\epsilon(\tau) \simeq \frac{1}{2} \omega_{\parallel}^2 \tau^2, \quad (5.27)$$

ce qui conduit à

$$\lambda(\tau) \simeq 1 + \frac{\omega_{\parallel}^2 \tau^2}{2}. \quad (5.28)$$

Ce comportement est indépendant de l'équation d'état $\mu(n)$.

Régime à temps longs ($\tau \gg 1/\omega_{\parallel}$). Lorsque $\lambda^{-\alpha} \ll 1$, l'intégration de l'équation de mouvement montre que la vitesse $\dot{\lambda}$ tend vers $\sqrt{2\omega_{\parallel}^2/\alpha}$. En conséquence, à longs temps, l'évolution de $\lambda(\tau)$ est approximativement linéaire et s'écrit

$$\lambda(\tau) \simeq \frac{2}{\alpha} \omega_{\parallel} \tau. \quad (5.29)$$

En particulier, pour le régime **TF 1D**, correspondant à $\alpha = 1$, on obtient $\lambda(\tau) \simeq \sqrt{2} \omega_{\parallel} \tau$. Pour le régime **TF 3D**, correspondant à $\alpha = 1/2$, on a $\lambda(\tau) \simeq 2 \omega_{\parallel} \tau$.

Le potentiel chimique. Dans le régime quasi-1D on utilise l'expression d'interpolation [FLC03].

$$\mu(n) = \hbar\omega_{\perp} \left(\sqrt{1 + 4a_{3D}n} - 1 \right), \quad (5.30)$$

où n désigne la densité linéique et a_{3D} la longueur de diffusion en trois dimensions, dont la valeur est $a_{3D} = 5.3$ nm. De cette formule on obtient deux limites asymptotiques :

- *Régime transverse Thomas–Fermi (TF 3D)*, $4a_{3D}n \gg 1$. Alors $\sqrt{1 + 4a_{3D}n} \simeq 2\sqrt{a_{3D}n}$ et

$$\mu(n) \simeq 2\hbar\omega_{\perp} \sqrt{a_{3D}n}, \quad (5.31)$$

ce qui correspond à $\mu \propto n^{1/2}$ (donc $\alpha = \frac{1}{2}$). Ce régime décrit la situation où $\mu \gg \hbar\omega_{\perp}$ et de nombreux niveaux transverses sont excités.

- *Régime quasi-1D (transverse fondamentale) (TF 1D)*, $4a_{3D}n \ll 1$. Alors $\sqrt{1 + 4a_{3D}n} \simeq 1 + 2a_{3D}n$ et

$$\mu(n) \simeq 2\hbar\omega_{\perp} a_{3D} n \equiv g n, \quad (5.32)$$

avec $g = 2\hbar\omega_{\perp} a_{3D}$. Ici $\mu \propto n$ (donc $\alpha = 1$) ; on est proche de l'état fondamental.

Les deux formes ci-dessus sont bien les limites asymptotiques de l'expression d'interpolation donnée plus haut.

5.4.1.2 Analyse des données expérimentales

L'étude de la dynamique du profil de densité a été réalisée sur un nuage atomique initialement à l'équilibre dans un potentiel harmonique de fréquence longitudinale $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 9.4$ Hz et transverse $\omega_{\perp} = 2\pi \times 2.5$ kHz.

Le profil de densité mesuré est représenté en blue sur la Fig. 5.4(a), tandis que le profil attendu à l'équilibre dans le piège harmonique est tracé en noir pointillé. Ce dernier est obtenu à partir de l'expression (5.30) du potentiel chimique :

$$\mu_p - \frac{1}{2}\omega_{\parallel}^2 x^2 = \hbar\omega_{\perp} \left[\sqrt{1 + 4n_0(x) a_{3D}} - 1 \right], \quad (5.33)$$

avec $\mu_p/\hbar\omega_{\perp} = 1.4$. L'ajustement est très bon au centre du nuage, mais les données expérimentales présentent des ailes supplémentaires, dues à un effet d'entropie non nulle.

Après un temps d'expansion longitudinal τ , un facteur d'échelle λ est extrait en ajustant les profils expérimentaux avec un profil de la forme (5.8).

Les facteurs d'échelle extraits expérimentalement sont montrés sur la Fig. 5.4(b) et sont en bon accord avec les résultats numériques obtenus en résolvant les équations hydrodynamiques (Eq. (5.30)) avec $\mu_p/\hbar\omega_{\perp} = 1.40$.

L'évolution des profils de densité mesurée expérimentalement est en bon accord avec les simulations numériques réalisées dans le régime cross-over (Fig. 5.4(b)).

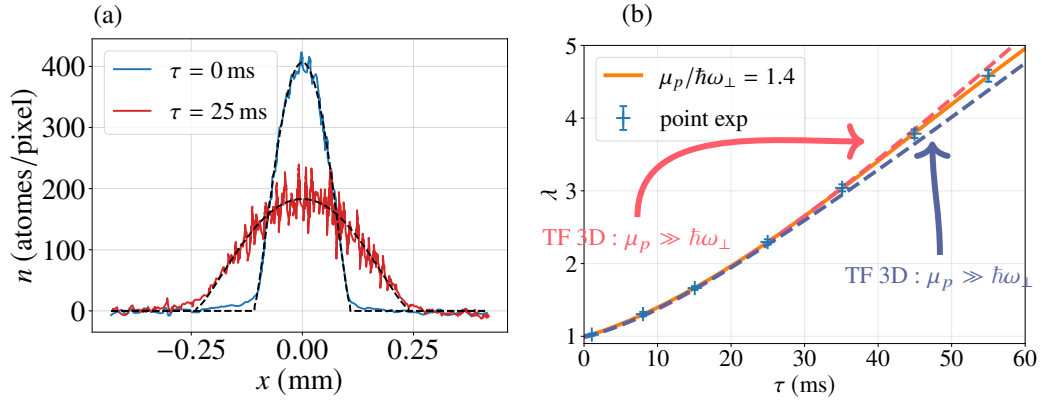


FIGURE 5.4 – (a) Profil de densité à l’équilibre dans le piège harmonique longitudinal (bleu), ajusté par $n_0(x)$ selon Eq. (5.33) (noir pointillé). La courbe rouge montre le profil après une expansion longitudinale $\tau = 25$ ms, avec un facteur d’échelle λ extrait en ajustant le profil par une courbe homothétique à la densité initiale (noir pointillé), cf. Eq. (5.8). (b) Points bleus : facteurs d’échelle $\lambda(\tau)$ extraits expérimentalement. Courbe orange : résultats numériques obtenus en résolvant les équations hydrodynamiques (Eq. (5.30)) avec $\mu_p/\hbar\omega_\perp = 1.4$. Les courbes pointillées montrent les évolutions attendues de λ en résolvant Eq. (5.20) pour $\alpha = 1$ (TF 1D) et $\alpha = 1/2$ (TF 3D).

5.4.2 Sonde locale de distribution de rapidité

5.4.2.1 Distribution de rapidités locale dans les gaz 1D

Motivation. La compréhension des gaz de bosons unidimensionnels avec interactions de contact répulsives repose sur la notion de distribution de rapidités $\rho(\theta)$. Chaque état propre du système peut être caractérisé par un ensemble de rapidités $\{\theta_i\}$, interprétées comme les vitesses de quasi-particules à durée de vie infinie.

Dans le cadre des expansions 1D, une définition pratique consiste à assimiler les rapidités aux vitesses asymptotiques des atomes après une expansion libre, via la relation $x_j \simeq \tau \theta_j$ pour un temps d’expansion long τ ¹.

Ainsi, la distribution de vitesses mesurée à long temps tend vers la distribution de rapidités $\Pi(v)$:

$$\tilde{n}(v, \tau) \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \Pi(v).$$

Cette définition est directement exploitable expérimentalement : à temps long, la distribution spatiale devient homothétique à la distribution de vitesses,

$$\tau n(x, \tau) \xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} \Pi(x/\tau).$$

Distribution locale et LDA. Pour un nuage atomique piégé dans un potentiel longitudinal variant lentement, on peut appliquer la **LDA**. Le gaz est alors vu comme un fluide décomposé en cellules mésoscopiques de densité homogène et relaxée. Dans chaque cellule, l’état d’équilibre est décrit par un **GGE**, ou équivalamment par une distribution de rapidités locale $\rho(x, \theta)$. Cette description permet d’étudier non seulement l’équilibre, mais aussi la dynamique hors équilibre à grandes échelles spatiales et temporelles, via la théorie **GHD**.

Protocole expérimental. Pour mesurer $\rho(x, \theta)$ localement :

1. Une zone du nuage atomique de taille ℓ centrée en x_0 est sélectionnée à l’aide du **DMD**. La pression de radiation supprime instantanément les atomes en dehors de la zone, laissant uniquement ceux de la cellule (Fig 5.5).

1. Dans la limite champ classique, le gaz de Lieb–Liniger est décrit par l’équation de Schrödinger non-linéaire. La théorie de diffusion inverse permet alors de construire un ensemble de quantités conservées. Dans ce cadre, la distribution de rapidités peut être définie comme la distribution en impulsion asymptotique des atomes après une expansion 1D, ce qui établit un lien direct entre rapidités et quantités conservées [BDB23]

2. Après la sélection, le confinement longitudinal est relâché, tandis que le confinement transverse reste actif. Les atomes réalisent une expansion 1D pendant un temps τ , puis le profil de densité est imagé (typiquement pour $\tau \sim 60$ ms).
3. Le protocole est répété pour plusieurs positions x_0 , permettant d'obtenir la distribution de rapidités locale sur l'ensemble du nuage.

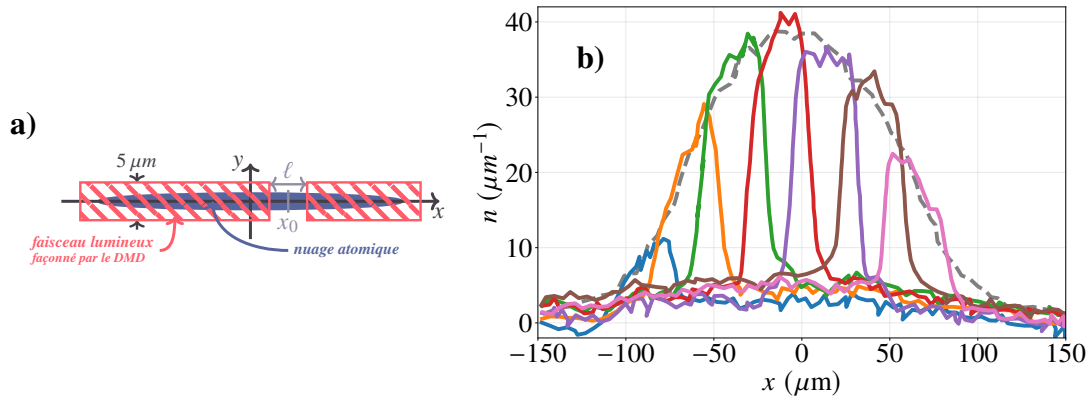


FIGURE 5.5 – (a) Schéma illustrant la sélection d'une région du nuage atomique, ici représentée par un ellipse bleu illuminé par un faisceau modulé à l'aide du DMD.

(b) Exemple de sélections sur un gaz initialement à l'équilibre : superposition du profil de densité initial du nuage (courbe grise) et des profils mesurés après $\tau = 1$ ms pour différentes régions de sélection de taille $\ell = 37 \mu\text{m}$ centrées en différentes positions x_0 (courbes colorées).

Mesures à l'équilibre. Pour un gaz initialement à l'équilibre dans un piège harmonique, le profil de densité de chaque zone sélectionnée est analysé via **TBA** et la **LDA**, donnant température T et potentiel chimique μ . Après un temps d'expansion long, le profil devient homothétique à la distribution de rapidités locale $\rho(x, \theta)$. La comparaison avec les prédictions numériques montre une bonne cohérence, confirmant que le protocole permet de sonder efficacement $\rho(x, \theta)$.

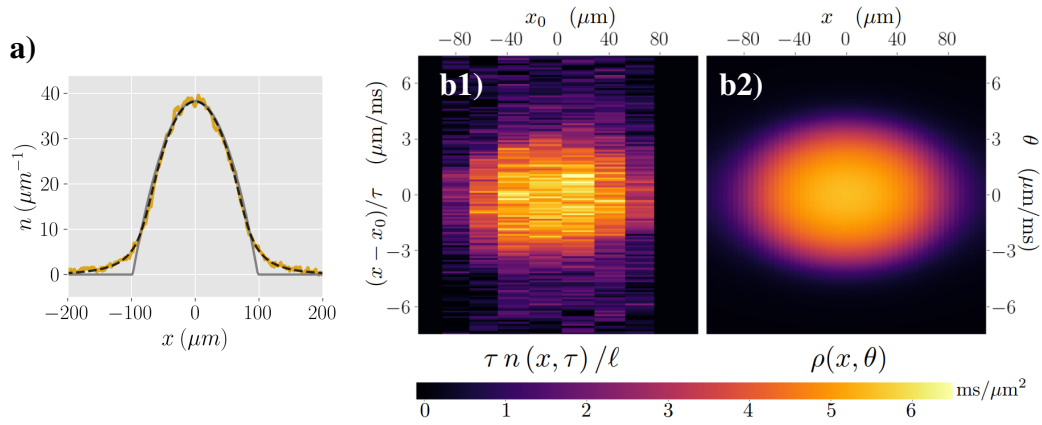


FIGURE 5.6 – a) Profil de densité d'un nuage atomique initialement à l'équilibre dans un piège harmonique avec $\omega_{\perp} = 2\pi \times 2.6$ kHz et $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 5$ Hz (jaune). La courbe grise représente le profil parabolique attendu à l'état fondamental dans le régime **qBEC**, décrit par l'équation d'état $n(x) = [\mu - V_{\parallel}(x)]/g$. La courbe noire en pointillés correspond à un ajustement des données expérimentales en supposant que le système soit bien décrit par un ensemble thermique (**TBA** (Sec. 2.2.2)). Cet ajustement permet d'extraire une température $T = 90$ nK et un potentiel chimique $\mu/k_B = 49$ nK. (b1) Profils de densités pour différents centres de sélection x_0 représentés sur la Fig. 5.5(b). Les sélections sont de taille $\ell = 37 \mu\text{m}$ et les profils obtenus après un temps d'expansion $\tau = 40$ ms. Pour comparer les résultats à une distribution de rapidités, les profils de densités sont multipliés par le rapport τ/ℓ et sont tracés en fonction de $(x - x_0)/\tau$ (b2). (b2) Prédiction théorique de la distribution de rapidités spatialement résolue $\rho(x, \theta)$ à l'équilibre thermique dans un potentiel harmonique longitudinal avec $\omega_{\parallel} = 2\pi \times 5$ Hz. La température T et le potentiel chimique μ utilisés sont eux obtenus à partir du profil in situ (a).

Résumé. Nous avons développé une méthode permettant de sonder localement la distribution de rapidités à l'aide du **DMD**. Les atomes extraits par la sélection sont ensuite laissés en expansion le long du guide unidimensionnel. Après un temps d'évolution suffisamment long, la forme du profil de densité obtenu correspond directement à la distribution de rapidités locale. Ce protocole a été testé avec succès sur un gaz initialement préparé à l'équilibre.

Dynamique.

Motivation. Pour vérifier si le régime asymptotique des expansions longitudinales est atteint, il est nécessaire de comparer les résultats expérimentaux à une théorie dynamique. L'outil adapté est de **GHD**, déjà introduite au Chapitre 3, qui décrit l'évolution spatio-temporelle de la distribution de rapidités.

Invariance d'échelle hydrodynamique. On considère une sélection initiale homogène de taille ℓ centrée en x_0 . Dans ce cas, les équations **GHD** (3.43) s'écrivent sans potentiel, avec la condition initiale $\rho(x, \theta, 0) = \rho_0(\theta)$ si $|x - x_0| \leq \ell/2$, et 0 sinon. En introduisant les variables sans dimension $\alpha = (x - x_0)/\ell$ et $\beta = \tau/\ell$, l'équation devient indépendante de ℓ .

$$\begin{cases} \partial_{\beta} \tilde{\rho}(\alpha, \theta; \beta) + \partial_x (v_{[\tilde{\rho}]}^{\text{ell}}(\theta) \tilde{\rho}(\alpha, \theta; \beta)) = 0 \\ \tilde{\rho}(\alpha, \theta; 0) = \begin{cases} \rho_0(\theta) & \text{si } |\alpha| \leq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \end{cases}$$

Il en résulte que les profils de densité $n(x, \tau)$, exprimés en fonction de α , ne dépendent que du rapport β . Autrement dit, deux sélections de tailles différentes mais telles que τ/ℓ soit constant doivent conduire aux mêmes profils après expansion. Cette invariance a été vérifiée expérimentalement : les profils se superposent de manière remarquable (Fig 5.7 a)) .

Lien avec les équations de Gross–Pitaevskii Dans le régime **qBEC**, à basse température, la dynamique peut aussi être décrite par les équations hydrodynamiques issues de **GP** (en négligeant la pression quantique) Après changement de variables ($\alpha = (x - x_0)/\ell$, $\beta = \tau/\ell$, $\tilde{n} = n/n_0$), on retrouve un système d'équations qui ne dépend plus de ℓ , mais uniquement du rapport adimensionné $\eta = \beta g n_0/m$.

$$\begin{cases} \partial_\beta \tilde{n} + \partial_\alpha (\tilde{v} \tilde{n}) = 0, & \partial_\beta \tilde{v} + \tilde{v} \partial_\alpha \tilde{v} = -\frac{g n_0}{m} \partial_\alpha \tilde{n}, \\ \tilde{n}(\alpha, \beta = 0) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\alpha| \leq \frac{1}{2}, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} & \tilde{v}(\alpha, \beta = 0) = 0. \end{cases}$$

Il en découle que les profils de densité sont universels lorsqu'ils sont exprimés en fonction de (α, η) . Expérimentalement, ce comportement est bien confirmé : les centres des profils se superposent pour des conditions initiales différentes, et l'accord est même bon sur les bords.

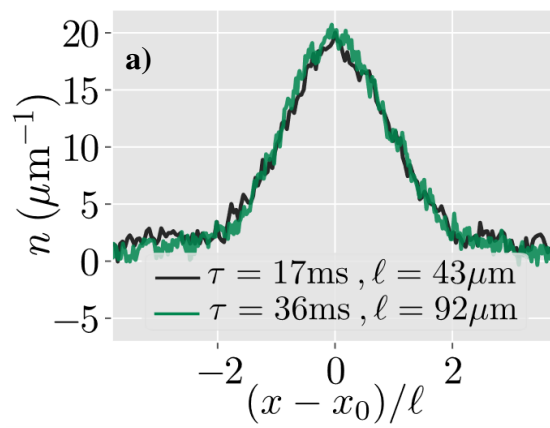


FIGURE 5.7 – (a) Illustration du comportement hydrodynamique prédit par les équations de GHD. Deux profils de densité sont représentés en fonction de α pour un même paramètre $\beta = \tau/\ell = 0.39 \text{ ms}/\mu\text{m}$. (b) Analyse du comportement hydrodynamique selon le formalisme GP. Deux profils de densité sont tracés pour un même ratio $\eta = (\tau/\ell) g n_0/m = 2.65$, avec une taille de sélection $\ell = 37 \mu\text{m}$, mais pour des densités initiales n_0 différentes. Les sélections ont été réalisées sur plusieurs régions distinctes d'un même nuage.

Régime asymptotique. L'expansion des tranches est bien décrite par **GHD**. Les comparaisons entre données expérimentales et simulations **GHD** (avec des distributions thermiques initiales) montrent un bon accord au centre des profils, mais révèlent que le régime asymptotique complet n'est pas atteint dans les temps accessibles expérimentalement. On définit un écart-type

$$\sigma(\tau) = \sqrt{\frac{\int \left| \frac{\tau}{\ell} n_{\text{GHD}}\left(\frac{x-x_0}{\tau}\right) - \rho\left(\frac{x-x_0}{\tau}\right) \right|^2 d\tau}{\int \left| \rho\left(\frac{x-x_0}{\tau}\right) \right|^2 d\tau}} \quad (5.34)$$

avec n_{GHD} les profils tirés des simulations GHD. Pour $\tau = 50 \text{ ms}$, l'écart-type reste d'environ 12%, et une convergence complète nécessiterait des temps irréalistes ($\sim 500 \text{ ms}$). L'extraction de la distribution de rapidité à partir des profils reste donc approximative.

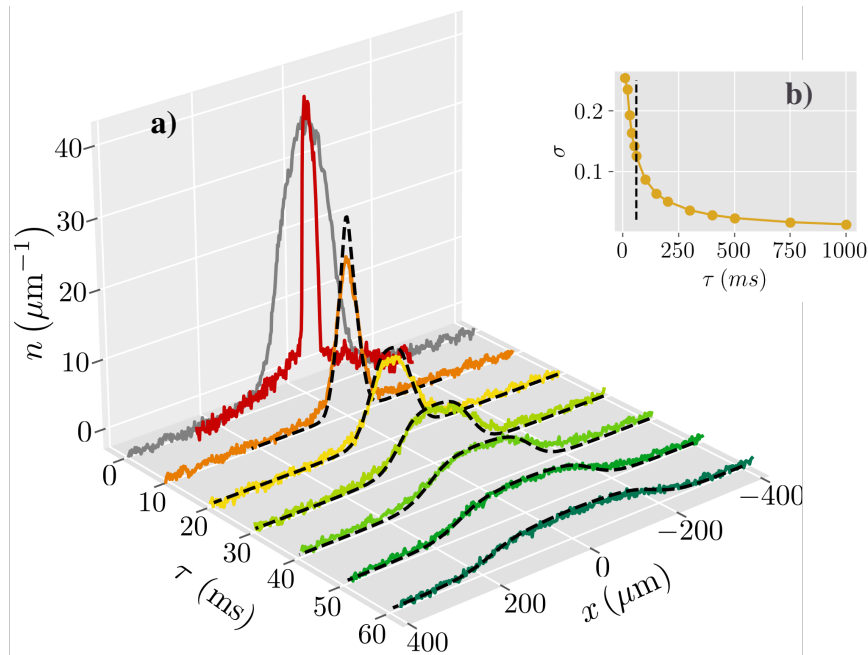


FIGURE 5.8 – (a) La tranche, centrée en $x_0 = 0 \mu\text{m}$, subit une expansion le long de l'axe longitudinal d'une largeur $\ell = 37 \mu\text{m}$. Le profil initial du gaz est montré en gris. Les variations de densité pour différents temps d'expansion sont représentées par des courbes colorées. Les lignes pointillées noires indiquent les résultats des simulations GHD pour une distribution de rapidités initialement thermique, paramétrée par la température T et le potentiel chimique $\mu(x_0) = \mu$, tels qu'ils sont extraits du profil de densité in situ. (b) L'écart-type $\sigma(\tau)$ (Eq. (5.34)) est calculé entre la distribution de rapidités et les résultats des simulations GHD en fonction du temps d'expansion τ . La ligne verticale noire correspond au temps d'expansion utilisé dans l'expérience.

8.6 Mesure locale de distribution de rapidités hors équilibre

Mise en place d'une distribution locale hors équilibre. Le faisceau pousseur (DMD) permet non seulement de sonder la distribution de rapidités locale, mais aussi de créer des situations hors équilibre. Un protocole illustratif consiste à retirer les atomes d'une région centrale de taille $\ell_0 = 70 \mu\text{m}$, puis à laisser le gaz évoluer librement longitudinalement (1D). Après un temps $\tau = 15 \text{ ms}$, la distribution de rapidités développe une structure doublement piquée, très différente d'une distribution thermique. Une seconde sélection locale ($\ell = 35 \mu\text{m}$) suivie d'une expansion révèle expérimentalement ce profil, en excellent accord avec les simulations GHD (Fig 5.9).

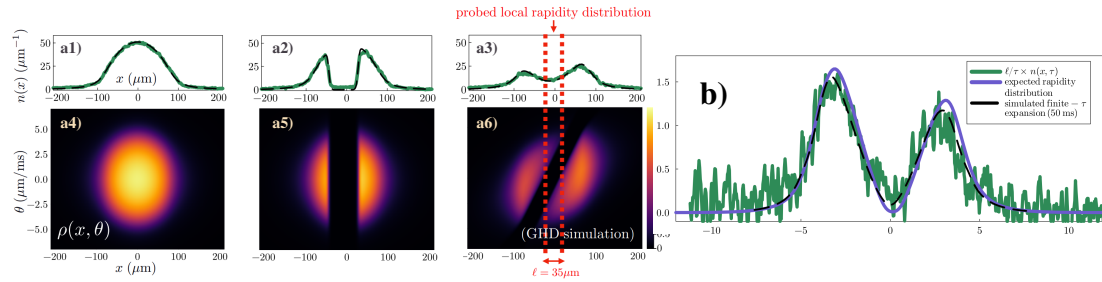


FIGURE 5.9 – Les profils de densité sont montrés à différents stades : à l’équilibre initial (a1), 1 ms après la première sélection (a2), et 15 ms après une expansion le long du guide 1D (a3). Les distributions de rapidités résolues spatialement correspondantes sont illustrées dans les panels (a4) à (a6). Les lignes pointillées rouges indiquent la deuxième sélection. (b) Pour obtenir la distribution locale de rapidités, on trace $\tau n(x, \tau)/\ell$ sur une région de largeur $\ell = 36 \mu\text{m}$ après un temps d’expansion longitudinal $\tau = 50 \text{ ms}$. Le profil présente une double crête et montre un excellent accord avec la prédiction théorique de la distribution de rapidités (courbe violette), y compris les corrections dues à un temps d’expansion fini (courbe noire pointillée).

Analyse des distributions locales hors équilibre Cette approche démontre l’importance d’une mesure locale : alors que la distribution globale $\int dx \rho(x, \theta)$ est conservée, la distribution locale $\rho(x, \theta)$ reflète directement la dynamique hors équilibre. Le dispositif basé sur le **DMD** offre ainsi un outil puissant pour générer et caractériser divers protocoles hors équilibre (cisaillement, jonctions de densité, états stationnaires non thermiques, etc.), ouvrant de nouvelles perspectives pour l’étude des gaz de Bose 1D. Pour une présentation plus détaillée de ces résultats, le lecteur pourra se référer à notre article [Dub+24].

Résumé du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons décrit les principaux dispositifs expérimentaux utilisés dans notre étude. Le système atomique est préparé dans une géométrie unidimensionnelle, avec un confinement longitudinal réalisé par un potentiel de la forme $V_{\parallel}(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$, qui permet d’ajuster finement la forme du piège. Par ailleurs, l’utilisation du **DMD** joue un rôle essentiel : cet outil permet non seulement de sélectionner localement une portion du nuage atomique afin de sonder la distribution des rapidités, mais également de générer des dynamiques hors équilibre. Ces protocoles incluent, par exemple, l’analogue de la pendule de Newton, ainsi que la situation présentée dans la dernière section.