

Recherche Et Examen

La théorie de l'hydrodynamique généralisée pour le gaz de Bose unidimensionnel

Matthew L. Kerr et Karen V. Kheruntsyan

Vol. 33 (octobre 2023) | Article n° 25 2023

Abstrait

Cet article passe en revue les développements récents de la théorie de l'hydrodynamique généralisée (GHD), en mettant l'accent sur le gaz de Bose unidimensionnel répulsif. Nous discutons des implications de la GHD sur les mécanismes de thermalisation dans les systèmes quantiques à N corps intégrables, ainsi que de sa capacité à décrire le comportement hors équilibre des systèmes intégrables et quasi-intégrables dans divers scénarios d'extinction quantique. Nous décrivons les tests expérimentaux de la GHD dans les gaz d'atomes froids et ses comparaisons avec d'autres approches théoriques microscopiques. Enfin, nous proposons quelques perspectives sur l'orientation future du développement de la GHD.

1 Introduction

L'étude des phénomènes hors d'équilibre dans les systèmes quantiques isolés a reçu beaucoup d'attention ces dernières années [1 , 2 , 3 , 4]. Une voie fructueuse vers la dynamique hors d'équilibre a émergé de l'étude des systèmes intégrables. Ces systèmes sont caractérisés par un grand nombre de quantités conservées et incluent plusieurs modèles paradigmatiques, tels que le modèle de Lieb-Liniger décrivant un gaz de bosons unidimensionnels [5] et le modèle de Hubbard décrivant les électrons dans un solide [6]. L'intégrabilité est connue pour affecter fondamentalement la dynamique des systèmes quantiques isolés, contrairement à ce que l'on observe dans les systèmes génériques non intégrables [2 , 3 , 7 , 8]. La conséquence la plus importante de ceci



d'équilibre non thermiques, décrits par ce que l'on appelle l'ensemble de Gibbs généralisé [9 , 10 , 11]. Cela a été démontré dans divers modèles et théories, tels que les théories des champs conformes [12 , 13], le gaz répulsif de Lieb-Liniger [14 , 15], la chaîne d'Ising quantique dans un champ transversal [16 , 17 , 18 , 19 , 20], et dans la chaîne de spin anisotrope de Heisenberg (XXZ) de spin $1/2$ [21 , 22].

Dans les systèmes classiques, la thermalisation peut être bien comprise en termes de chaos dynamique et des notions d'ergodicité et de mélange [23] dans lesquels un système explore son espace de phase de manière uniforme et dense pour presque toutes les conditions initiales. Cela permet une description du système via la mécanique statistique classique. Cependant, les mécanismes de thermalisation pour les systèmes quantiques isolés ne sont pas bien établis. La compréhension de ces mécanismes a fait l'objet de nombreuses recherches théoriques et expérimentales au cours des deux dernières décennies.

Un protocole indispensable pour induire des scénarios de non-équilibre dans des systèmes quantiques isolés est ce que l'on appelle l'extinction quantique [10 , 12 , 24], où un état d'équilibre initial d'un hamiltonien à plusieurs corps est soudainement amené à évoluer unitairement sous un autre hamiltonien. Ces scénarios d'extinction constituent un avant-poste vital pour remédier au manque de thermalisation dans les systèmes quantiques intégrables. Cependant, comme c'est le cas pour tout système quantique, une approche théorique directe avec des calculs microscopiques exacts d'observables physiquement pertinents implique la diagonalisation de l'hamiltonien à plusieurs corps associé au système. La dimension d'un tel espace de Hilbert à plusieurs corps augmente notablement de façon exponentielle avec le nombre total de particules. Cela rend souvent les approches informatiques directes intraitables au-delà de plus d'une douzaine de particules. On peut transcender cet espace exponentiellement grand d'états quantiques en utilisant à la place une description agrégée et grossière du système avec un nombre réduit de degrés de liberté. L'un des cadres les plus importants et les plus réussis de ce type est l'hydrodynamique.

Au cœur de toute théorie hydrodynamique se trouve un ensemble de lois de conservation qui régissent les degrés de liberté dynamiques d'un modèle spécifique sur de vastes échelles d'espace et de temps. Ces quantités comprennent généralement l'énergie, l'impulsion et la

corps en interaction. Par exemple, le célèbre modèle à deux fluides de Landau pour l'hélium superfluide [25], la description des courants électroniques dans le graphène [26] et la description magnétohydrodynamique des fluides conducteurs d'électricité [27].

Les théories hydrodynamiques constituent une ressource précieuse pour étudier les mécanismes de thermalisation dans les systèmes quantiques intégrables isolés. Nous nous intéressons ici à la riche physique à N corps des systèmes intégrables unidimensionnels, qui, outre sa nature mathématique, est également pertinente pour les gaz de Bose et de Fermi ultrafroids dans des pièges hautement anisotropes et pour d'autres systèmes de matière condensée de basse dimension tels que les nanofils supraconducteurs [28] et les condensats de polaritons 1D [29]. Cette revue se concentre plus particulièrement sur le gaz de Bose unidimensionnel. Ceci est motivé par le haut degré de contrôle expérimental sur les paramètres et la dynamique du système, grâce aux avancées sans précédent réalisées au cours des 20 dernières années [30 , 31].

Français En utilisant l'intégrabilité exacte du gaz de Bose unidimensionnel dans la limite uniforme, ses propriétés thermodynamiques d'équilibre peuvent être dérivées exactement en utilisant la thermodynamique Yang-Yang [32]. On peut ensuite utiliser ces propriétés thermodynamiques (plus spécifiquement, l'équation d'état thermodynamique pour la pression du gaz) dans les équations de l'hydrodynamique classique qui régissent la dynamique à grande échelle du système. Cette approche a été surnommée « hydrodynamique conventionnelle » (CHD) et fournit une excellente description des excitations collectives des bosons 1D chassés de l'équilibre dans certains cas [33 , 34 , 35 , 36 , 37]. Les équations de la CHD prennent la forme d'équations hydrodynamiques d'Euler, qui expriment trois lois de conservation, à savoir du nombre de particules (ou de la masse), de l'impulsion et de l'énergie, et sont valables sur de grandes échelles d'espace et de temps. Cette théorie repose sur l'hypothèse d'un équilibre thermique local : le système est divisé en petites cellules, supposées se thermaliser suffisamment rapidement avec leur environnement. Cependant, dans les systèmes quantiques isolés *intégrables et quasi-intégrables* – dont le gaz de Bose 1D est un exemple – cette hypothèse de thermalisation rapide (c'est-à-dire de relaxation vers l'ensemble de Gibbs conventionnel de la mécanique statistique) n'est pas justifiée ; au contraire, on s'attend à ce[↑] que le système se relaxe vers l'ensemble de Gibbs généralisé [9 , 10 , 11], qui respecte l'infinité de

problème de la catastrophe du gradient, ce qui les empêche de décrire correctement des scénarios impliquant, par exemple, la formation d'ondes de choc quantiques dispersives [38 , 39 , 40].

Français En 2016, deux articles ont déclenché le développement d'une théorie hydrodynamique spécialisée dans les systèmes intégrables, connue sous le nom de théorie de l'hydrodynamique généralisée (GHD) [41 , 42]. Contrairement à la CHD, la GHD ne repose pas sur l'hypothèse d'un équilibre thermique local au sens canonique de l'ensemble de Gibbs. Au lieu de cela, les systèmes sont supposés se détendre vers des états d'équilibre, décrits par un ensemble de Gibbs généralisé (GGE) ^{Note de bas de page 1} . La GHD évite le problème de catastrophe de gradient typique des scénarios impliquant, par exemple, des ondes de choc et, par conséquent, peut décrire des systèmes très éloignés de l'équilibre [38]. En particulier, il a récemment été démontré que la GHD reproduit les effets les plus frappants observés dans l'expérience du berceau de Newton quantique dans un gaz de Bose 1D en forte interaction [38 , 43], tels que les oscillations collisionnelles non amorties et l'absence de thermalisation conventionnelle même après des centaines de collisions. L'applicabilité de la théorie GHD s'étend bien au-delà de la physique atomique ultrafroide. En effet, la théorie GHD s'est avérée robuste, applicable aux modèles classiques et quantiques sur de grandes échelles de temps et de longueur [38 , 41 , 42 , 44 , 45 , 46 , 47].

Français Depuis sa formulation originale, la GHD a été étendue pour tenir compte de divers effets physiques expérimentalement pertinents, tels que la rupture d'intégrabilité faible dans les systèmes inhomogènes [48], la diffusion hydrodynamique [49 , 50] et les fluctuations quantiques [51]. Cette revue vise à donner un aperçu de la théorie de l'hydrodynamique généralisée et de ses développements récents, ainsi que de ses tests en laboratoire dans des expériences sur des atomes ultrafroids. Ce faisant, nous nous limitons aux applications de la GHD pour décrire la dynamique du gaz de Bose unidimensionnel (1D) répulsif décrit par le modèle de Lieb-Liniger [5]. Notre intention ici est de donner un aperçu bref mais raisonnablement complet de ce domaine de recherche d'actualité, destiné à un large public non spécialisé. Ce faisant, nous attirons l'attention des lecteurs intéressés sur le numéro spécial [52] du *Journal of Statistical Physics* , consacré aux avancées récentes de la GHD. Ce numéro [↑]

également un article de synthèse récent de Guan et al. [56], qui comprend un très bref aperçu du GHD dans le contexte plus large des nouvelles tendances en matière d'intégrabilité quantique. Nous espérons que notre revue occupera l'espace entre ces deux extrêmes et qu'elle stimulera un intérêt accru pour le GHD dans une communauté de physiciens plus large.

L'organisation de cette revue est la suivante. Dans la section 2 , nous introduisons le modèle de Lieb-Liniger et les équations de GHD à l'échelle d'Euler. Nous décrivons également l'expérience du berceau de Newton quantique, sa description via GHD et ses implications sur les mécanismes de thermalisation. Dans la section 3 , nous décrivons plusieurs extensions de la formulation originale de GHD. Dans la section 4 , nous passons en revue les tests expérimentaux de GHD et les comparaisons avec d'autres approches théoriques. Enfin, la section 5 offre quelques perspectives sur l'orientation future de GHD et certains problèmes ouverts concernant GHD.

2 Hydrodynamique généralisée à l'échelle d'Euler

2.1 Considérations théoriques

L'hamiltonien de Lieb-Liniger pour N bosons dans une boîte uniforme de longueur L (avec condition limite périodique) interagissant via le potentiel d'interaction de contact à deux corps $U(x, x') = g\delta(x - x')$ est donné par [5]

$$\begin{aligned} H_{\text{LL}} = & -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^N \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + g \sum_{i < j} \end{aligned} \quad (1)$$

où g quantifie la force des interactions, supposées ici répulsives ($g > 0$). L'hamiltonien (1) est intégrable et exactement résoluble par l'ansatz de Bethe, et admet donc une infinité de lois de conservation. Sous sa seconde forme quantifiée, il peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{LL}} = & -\frac{\hbar^2}{2m} \int dx \hat{\Psi}^\dagger(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \hat{\Psi}(x) \\ & + \frac{g}{2} \int dx \hat{\Psi}^\dagger(x) \hat{\Psi}^\dagger(x) \hat{\Psi}(x) \hat{\Psi}(x). \end{aligned} \quad (2)$$



transversale ω_{\perp} et fréquence axiale $\omega \ll \omega_{\perp}$. Lorsque l'énergie d'excitation transversale est beaucoup plus grande que toutes les autres énergies pertinentes du problème, telles que l'énergie thermique moyenne et le potentiel chimique du système, $\hbar\omega_{\perp} \gg \max\{k_B T, \mu\}$, les excitations transversales sont négligeables et la dynamique se produit uniquement le long de la dimension longitudinale, tout en étant gelée dans la dimension transversale. Pour des systèmes suffisamment grands, les effets de bord peuvent être négligés, de sorte que l'hamiltonien ci-dessus peut décrire les propriétés de systèmes qui ne sont pas nécessairement périodiques ni même uniformes, dans lesquels les inhomogénéités dues au piégeage longitudinal $V(x)$ peuvent être prises en compte dans l'approximation de densité locale (LDA) [57].

Un paramètre important codant la force des interactions entre les particules dans un gaz de Bose uniforme 1D est le paramètre sans dimension de Lieb-Liniger γ défini comme

$$\gamma = \frac{mg}{\hbar^2 n}, \quad (3)$$

où $n = N/L$ est la densité 1D (linéaire). Lorsque $\gamma \ll 1$, le système est faiblement interactif. Inversement, pour $\gamma \gg 1$, l'énergie d'interaction est élevée et le système est en interaction forte. Il est à noter qu'il est possible d'entrer dans le régime d'interaction forte de manière équivalente. $\gamma \gg 1$ soit en augmentant la force d'interaction g , soit en diminuant la densité du système n .

En plus de la force d'interaction sans dimension γ , on peut également définir un paramètre de température sans dimension, \mathcal{T} , en mettant à l'échelle la température du système T par la température de dégénérescence quantique $T_d = \hbar^2 n^2 / 2mk_B$,

$$\mathcal{T} = \frac{T}{T_d} = \frac{2mk_B T}{\hbar^2 n^2}. \quad (4)$$

Quand $T \sim T_d$, la longueur d'onde thermique de de Broglie des particules est de l'ordre de la séparation interparticulaire moyenne. Cela représente le régime de température en dessous duquel les effets quantiques commencent à dominer. Globalement, les propriétés d'équilibre à température finie des systèmes gazeux de Bose 1D peuvent être étudiées en utilisant l'ansatz de Bethe thermodynamique dérivé et résolu pour la première fois par Yang et Yang [32].

grandes, mais suffisamment petites pour être considérées comme spatialement homogènes. Pour les états d'équilibre, cette hypothèse est équivalente à l'hypothèse LDA. Du fait de son intégrabilité, notre système admet un ensemble de charges conservées $Q_i (i = 1, 2, 3, \dots)$, tels que l'énergie, le nombre de particules et l'impulsion, dont nous supposons que chacun peut être écrit comme une intégrale d'une densité de charge correspondante, $q_i(x, t)$, c'est-à-dire comme

$$Q_i(t) = \int dx q_i(x, t). \quad (5)$$

À chaque densité de charge, $q_i(x, t)$, nous avons une densité de courant correspondante $j_i(x, t)$ satisfaisant l'équation de continuité suivante :

$$\partial_t q_i + \partial_x j_i = 0. \quad (6)$$

L'hypothèse fondamentale de la théorie de Gibbs généralisée (GHD) est qu'après un certain temps de relaxation, un système non stationnaire inhomogène tend, au sein de chaque cellule fluide, vers des états d'entropie maximale par rapport à chacune des quantités conservées. Ces états d'entropie maximale sont décrits par des ensembles de Gibbs généralisés (EGG) dont la matrice de densité est de la forme suivante :

$$\rho_{\text{GGE}}(x, t) \propto e^{-\sum_i \beta^i(x, t) Q_i}, \quad (7)$$

où $\beta^i(x, t)$ est le multiplicateur de Lagrange correspondant à la charge Q_i . La matrice de densité ρ_{GGE} est liée à la moyenne de la densité de charge $q_i(x, t)$ via :

$$q_i(x, t) := \langle q_i(x, t) \rangle = \frac{\text{tr}(\rho_{\text{GGE}} q_i(x, t))}{\text{tr}(\rho_{\text{GGE}})}. \quad (8)$$

L'ensemble des densités moyennes conservées $\{q_i\}_{i=1}^{\infty}$ peut être considéré comme un ensemble de coordonnées pour la variété des états d'entropie maximale. En principe, cela donne une description complète (à granularité grossière) de notre système, car l'ensemble des densités moyennes conservées spécifie une configuration particulière de notre système, décrite comme un point dans la variété des états d'entropie maximale. Un autre ensemble de coordonnées [↑] peut

une densité de quasi-particules dans l'espace des phases. Comme nous le verrons, ces coordonnées offrent une amélioration significative par rapport à l'ensemble $\{q_i\}$ comme la densité des quasi-particules satisfait une seule équation aux dérivées partielles, et une fois obtenue, il est possible de construire chaque q_i . Nous notons que si les techniques de l'ansatz thermodynamique de Bethe permettent de décrire les propriétés d'équilibre d'un système uniforme, l'applicabilité du GHD s'étend au-delà à des scénarios de non-équilibre dans des systèmes spatialement inhomogènes au sein de ce qu'on appelle l'approximation de densité locale (LDA), qui est implicitement supposée dans toute théorie hydrodynamique.

La principale quantité de GHD est la densité de quasi-particules, également connue sous le nom de distribution de rapidité, notée $\rho_p(\theta, x, t)$ ^{Note de bas de page 2}, qui portent un quasi-momentum $m\theta$ au point spatio-temporel (x, t) . Cette quantité est analogue à la densité de racine d'équilibre dans la solution thermodynamique de l'ansatz de Bethe. Cependant, dans GHD, la distribution de rapidité dans notre problème hors d'équilibre évolue dans le temps selon une équation hydrodynamique classique de type eulérien. Plus précisément, l'évolution de la distribution de rapidité dans GHD est régie par l'ensemble des équations intégral-différentielles [41, 42, 59] comme suit :

$$\partial_t \rho_p + \partial_x (v^{\text{eff}}(\theta) \rho_p) - \frac{1}{m} (\partial_x V) \partial_\theta \rho_p = 0, \quad (9)$$

où $V(x)$ est un potentiel externe et $v^{\text{eff}}(\theta)$ est la vitesse effective, définie par l'équation intégrale

$$v^{\text{eff}}(\theta) = \theta + \int_{-\infty}^{\infty} d\theta' \Phi(\theta - \theta') (v^{\text{eff}}(\theta') - v^{\text{eff}}(\theta)) \rho_p(\theta'), \quad (10)$$

où $\Phi(\theta - \theta')$ est le décalage de diffusion à deux corps, qui dans le modèle de Lieb-Liniger prend la forme suivante :

$$\Phi(\theta) = \frac{\hbar^2}{m} \frac{2g}{g^2 + \hbar^2 \theta^2}. \quad (11)$$



quantités varient très lentement dans l'espace et le temps.

Il convient de noter que la vitesse effective est une fonction de la distribution de rapidité ; les deux équations sont donc couplées. Physiquement, cette vitesse effective peut être interprétée comme la vitesse à grande échelle et à grains grossiers d'une quasi-particule se déplaçant dans le gaz, en tenant compte des décalages de diffusion qu'elle accumule lors des collisions avec les autres quasi-particules [60]. Pour le gaz de Lieb-Liniger uniforme, la distribution de rapidité initiale $\rho_p(\theta, x, 0)$ qui est fournie aux équations GHD est souvent considérée comme la distribution d'équilibre thermique obtenue via l'ansatz de Bethe thermodynamique Yang-Yang [32]. Pour le cas non uniforme, la distribution de rapidité initiale peut être trouvée localement pour chaque x en utilisant le même ansatz de Bethe thermodynamique mais dans le LDA [57].

Nous notons que bien que GHD ait été introduit pour la première fois pour les théories quantiques des champs [41] et les chaînes quantiques [42], les équations (9) et (10) ont déjà été dérivées rigoureusement dans le contexte du gaz classique à tiges dures [61 , 62] et dans les gaz de solitons [63 , 64 , 65].

Étant donné la rapidité de la distribution, $\rho_p(\theta, x, t)$, à un instant donné, la valeur attendue des densités de charge conservées et de leurs courants correspondants peut alors être calculée via les équations suivantes :

$$q_i(x, t) = \int d\theta h_i(\theta) \rho_p(\theta), \quad (12)$$

$$j_i(x, t) = \int d\theta h_i(\theta) v^{\text{eff}}(\theta) \rho_p(\theta). \quad (13)$$

où $h_i(\theta)$ est la valeur propre de la i - ième charge conservée pour une particule. Par exemple, la densité particulaire moyenne peut être obtenue en posant $h_i(\theta) = 1$, tandis que la densité énergétique moyenne est trouvée en posant $h_i(\theta) = m\theta^2/2$. Intuitivement, les équations (12) et (13) peuvent être comprises comme suit : la contribution d'une quasi-particule de rapidité θ à la i -ème charge conservée est $h_i(\theta)$; de plus, le nombre de quasi-particules avec rapidité dans l'intervalle $[\theta, \theta + d\theta)$ est donné par $\rho_p(\theta)d\theta$. Par conséquent, la contribution de toutes les quasi-particules avec une rapidité dans la gamme $[\theta, \theta + d\theta)$ à la i -ème charge est donnée par

également que l'équation d'évolution de la distribution de rapidité dans l'équation (9) découle immédiatement de la substitution des équations (12) et (13) dans les équations de continuité respectives et de l'exhaustivité de l'ensemble des fonctions $\{h_i(\theta)\}$.

Bien que l'équation (13) ait été proposée dans les articles originaux qui ont introduit la théorie de GHD [41 , 42], sa vérification numérique [44 , 46 , 48], ainsi que des dérivations et des preuves rigoureuses de $v^{\text{eff}}(\theta)$ comme l'équation d'état de GHD [66 , 67 , 68 , 69 , 70 , 71], a été fournie plus tard. Pour une revue récente des opérateurs actuels des modèles intégrables unidimensionnels, nous dirigeons le lecteur vers la revue [72].

Il est souvent plus pratique de coder les propriétés thermodynamiques d'un système via le facteur de remplissage

$$\vartheta(\theta, x, t) = \frac{\rho_p(\theta)}{\rho_p(\theta) + \rho_h(\theta)} = \frac{\rho_p(\theta)}{\rho_s(\theta)}. \quad (14)$$

où ρ_h est la densité des « trous » et $\rho_s(\theta)$ est la densité d'états qui est liée à la densité de quasi-particules, ρ_p , via l'équation thermodynamique de Bethe

$$2\pi\rho_s(\theta) = 1 + \int_{-\infty}^{\infty} d\theta' \Phi(\theta - \theta') \rho_p(\theta'). \quad (15)$$

On peut alors construire les densités moyennes de charge et de courant en utilisant

$$q_i(x, t) = \int \frac{d\theta}{2\pi} \vartheta(\theta) h_i^{\text{dr}}(\theta), \quad (16)$$

$$j_i(x, t) = \int \frac{d\theta}{2\pi} \vartheta(\theta) \theta h_i^{\text{dr}}(\theta), \quad (17)$$

où se déroule l'opération de pansement $f \mapsto f^{\text{dr}}$ est défini par l'équation intégrale suivante :

$$f^{\text{dr}}(\theta) = f(\theta) + \int \frac{d\theta'}{2\pi} \Phi(\theta' - \theta) \vartheta(\theta') f^{\text{dr}}(\theta'). \quad (18)$$



Dans cette formulation, l'équation (9) prend la forme suivante :

où la vitesse effective est maintenant en dehors de la dérivée spatiale. Numériquement, l'équation (19) est plus pratique à utiliser que l'équation (9). Nous faisons également la promotion du framework Matlab open source « iFluid » qui résout numériquement les équations de GHD [73].

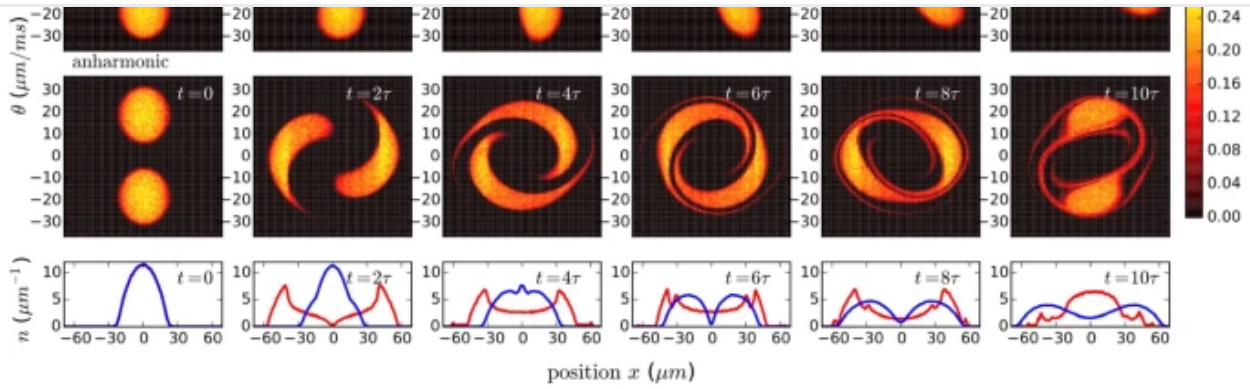
2.2 L'expérience du berceau de Newton quantique

Français On peut soutenir que l'absence de thermalisation dans les systèmes quantiques isolés a été mieux démontrée dans l'expérience quantique emblématique du berceau de Newton de Kinoshita et al. [74]. Là, des nuages d'atomes de rubidium en forte interaction confinés dans un piège harmonique unidimensionnel subissent des collisions répétées sans thermalisation notable sur des échelles de temps observables, correspondant à des milliers de collisions. L'absence de thermalisation peut être attribuée à l'intégrabilité du modèle de Lieb-Liniger sous-jacent dans la limite uniforme et à une faible intégrabilité dans le système non uniforme (piégé harmoniquement) en raison de l'applicabilité de l'approximation de densité locale [57].

Français Au cours de la décennie qui a suivi l'expérience de Kinoshita, un modèle quantitativement précis du berceau de Newton quantique avec des paramètres expérimentalement pertinents est resté insaisissable. GHD est apparu comme un outil idéal pour modéliser cette expérience. En 2018, Caux et al. ont utilisé GHD pour simuler la dynamique d'un gaz de Bose 1D en forte interaction dans l'expérience du berceau de Newton quantique [43]. L'évolution de la distribution de rapidité est montrée dans la Fig. 1 pour le cas d'un potentiel harmonique et d'un potentiel anharmonique pour imiter le potentiel de piégeage dans l'expérience originale du berceau de Newton quantique.

Fig. 1





Évolution de la distribution de rapidité sur les dix premiers cycles d'oscillation d'un gaz de Bose unidimensionnel en interaction forte, dans le scénario du berceau de Newton quantique, avec un potentiel harmonique (ligne supérieure) et une faible anharmonicité (ligne médiane). Malgré la présence d'un potentiel de piégeage brisant l'intégrabilité et d'effets de déphasage, aucun des deux systèmes ne se thermalise ; les états déphasés ne peuvent être identifiés à un état thermique. La ligne inférieure présente les profils de densité correspondants, obtenus par intégration de la distribution de rapidité $\rho_p(\theta, x)$ sur toutes les rapidités θ . La courbe bleue correspond au potentiel harmonique, tandis que la courbe rouge correspond au piège anharmonique. Adapté de [43]

[Image en taille réelle](#)

Caux et al. ont constaté que même en présence d'un potentiel de piégeage brisant faiblement l'intégrabilité, le gaz 1D ne se thermalise pas. Au contraire, le système se relaxe en un ensemble de Gibbs généralisé. L'exclusion de la thermalisation peut ici être attribuée à l'existence de quantités conservées incompatibles avec la convergence vers l'équilibre thermique [43]. Ces quantités prennent la forme suivante :

$$Q[f] = \int d\theta dx f(\vartheta(\theta, x, t)) \rho_p(\theta, x, t), \quad (20)$$

où f est une fonction arbitraire et $\rho_p(\theta, x, t)$ est continue dans θ et x . Le fait que ces quantités soient conservées sous l'évolution du GHD dans un piège découle directement des équations (9) et (19). Nous notons que ces quantités ne sont conservées qu'à l'échelle d'Euler.

3 Au-delà de l'hydrodynamique généralisée à l'échelle d'Euler ↑

les gaz de Bose unidimensionnels et l'inclusion d'interactions dépendantes de l'espace-temps.

3.1 Effets diffusifs

Malgré l'excellent pouvoir prédictif du GHD standard, il est souvent nécessaire d'aller au-delà de l'échelle d'Euler d'ordre le plus bas. Par exemple, il a été démontré que le transport de spin et de charge dans les chaînes quantiques présente des phénomènes de diffusion et d'autres comportements non eulériens non pris en compte par le GHD à l'échelle d'Euler [75 , 76 , 77].

En première approximation, nous supposons que l'état du système et les observables locaux au point (x, t) peuvent être décrits par les moyennes des charges conservées au voisinage de ce point. Nous pouvons alors développer les observables locaux autour de (x, t) par gradient. En particulier, les moyennes des densités de courant, $j_i(x, t)$ peut être écrit sous la forme suivante :

$$j_i(x, t) = \mathcal{F}_i(x, t) + \sum_j \mathcal{F}_{ij}(x, t) \partial_x q_j(x, t) + \dots, \quad (21)$$

où la dépendance spatio-temporelle des fonctions $\mathcal{F}_i, \mathcal{F}_{ij}$, etc. est codé par les densités de charge $q_i(x, t)$. En ne conservant que le terme du premier ordre \mathcal{F}_i Correspond à la correction GHD dite d'Euler. La correction d'ordre supérieur suivante est la correction de Navier-Stokes diffusive. Ce terme introduit une flèche du temps par la production (irréversible) d'entropie. L'équation GHD diffusive de Navier-Stokes correspondante a été initialement dérivée par De Nardis et al. [49] (voir aussi [50 , 78 , 79]) et se présente comme suit :

$$\partial_t \rho_p + \partial_x (v^{\text{eff}} \rho_p) = \partial_x (\mathcal{D} \partial_x \rho_p) + \frac{1}{m} \partial_x V \partial_\theta \rho_p, \quad (22)$$

où \mathcal{D} désigne l'opérateur intégral défini par l'action,

$$\mathcal{D} f(\theta) = \int d\theta' \mathcal{D}(\theta, \theta') f(\theta'), \quad (23)$$

et $\mathcal{D}(\theta, \theta')$ est le noyau de diffusion qui satisfait la relation suivante :

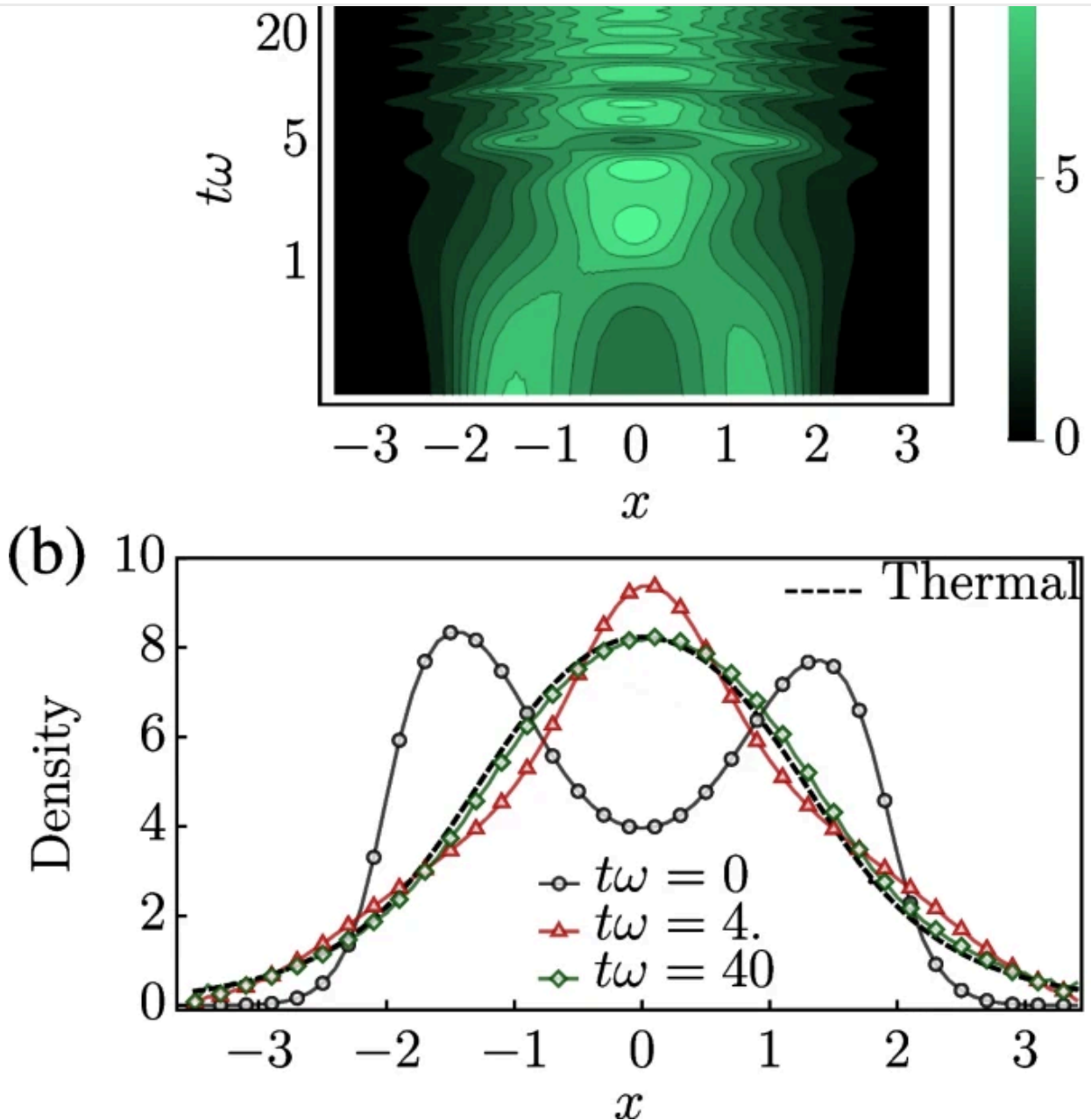
$$[\mathcal{D}(\theta, \cdot)]^{\text{dr}}(\theta') \rho_s(\theta') = [\rho_s(\cdot) \tilde{\mathcal{D}}(\cdot, \theta')]^{\text{dr}}(\theta), \quad \uparrow 24$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{D}(\theta, \theta') = & \delta(\theta - \theta') \left[\int d\alpha \rho_p(\alpha) (1 - \vartheta(\alpha)) \right. \\
 & \times \left(\frac{\Phi^{\text{dr}}(\alpha - \theta)}{\rho_s(\theta)} \right)^2 |v^{\text{eff}}(\alpha) - v^{\text{eff}}(\theta)| \left. \right] \\
 & - \rho_p(\theta) (1 - \vartheta(\theta)) \left(\frac{\Phi^{\text{dr}}(\theta - \theta')}{\rho_s(\theta)} \right)^2 |v^{\text{eff}}(\theta) - v^{\text{eff}}(\theta')|,
 \end{aligned} \tag{25}$$

que nous notons sont toutes des quantités du GHD à l'échelle d'Euler [49]. Physiquement, le noyau de diffusion apparaît en raison de processus de diffusion à deux corps parmi les quasi-particules [50] qui sont négligés dans l'hydrodynamique à l'échelle d'Euler. De tels processus de diffusion à deux corps deviennent cependant importants à des échelles de longueur plus petites, conduisant à la décroissance des corrélations courant-courant et donc à la présence de constantes de diffusion finies.

Fig. 2



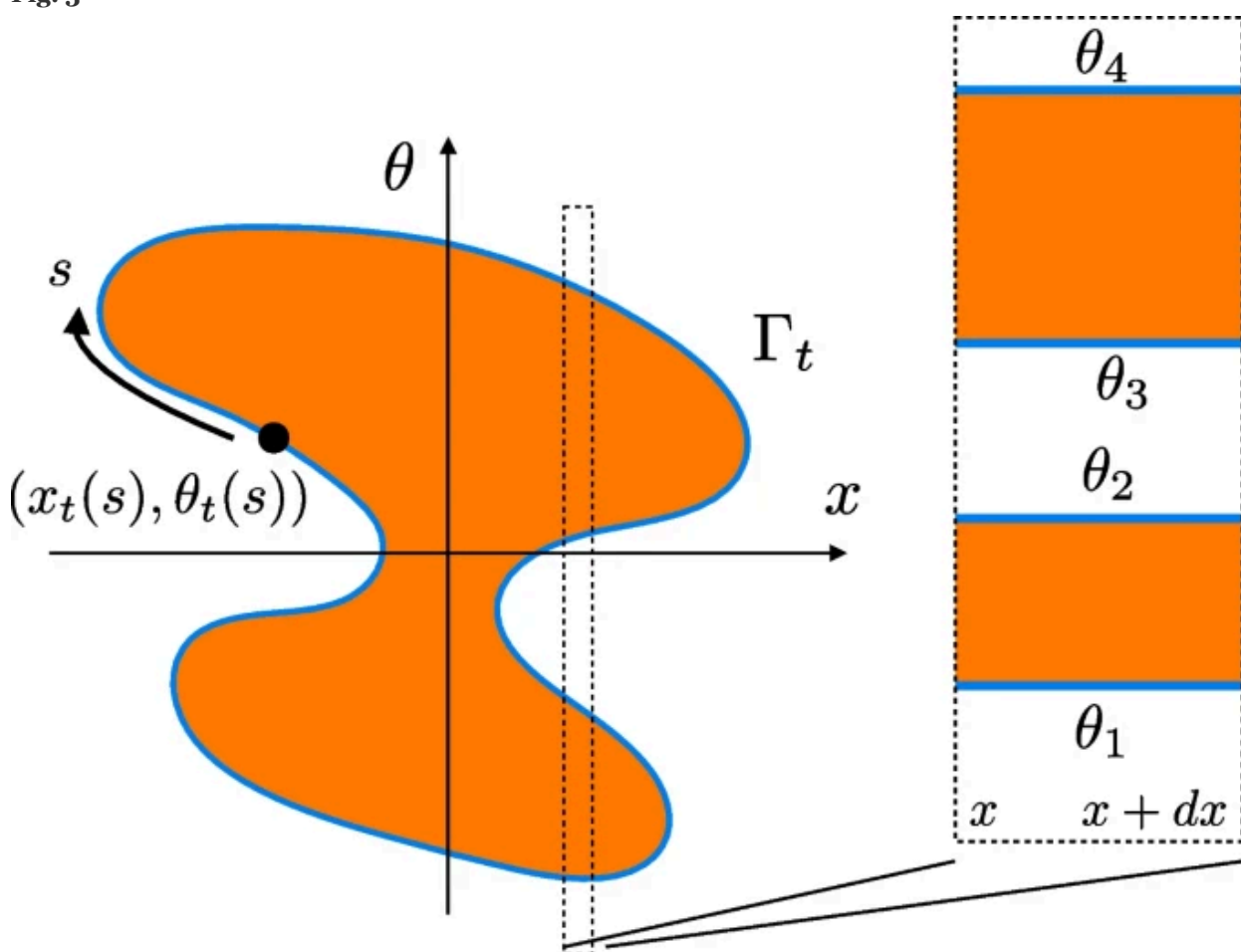


Simulation d'une GHD diffusive pour un gaz de Bose unidimensionnel à faible interaction dans le dispositif de berceau de Newton quantique, initiée par la transition d'un piège à double puits vers un puits harmonique unique. **a)** Évolution du profil de densité. **b)** Profil de densité à trois instants fixes comparé à sa distribution à l'équilibre thermique. Contrairement à la GHD à l'échelle d'Euler, ce système finit par se thermaliser sur des échelles de temps suffisamment grandes lorsque les effets diffusifs sont pris en compte. Adapté de [78]

[Image en taille réelle](#)


découvert que la diffusion était le principal mécanisme induisant la thermalisation vers un état stationnaire en présence d'un potentiel de piégeage (rupture d'intégrabilité). Le système se relaxe initialement vers un état préthermique décrit par un GGE, puis à des échelles de temps diffusives beaucoup plus longues (qui évoluent avec la longueur du système L comme $\propto L^2$), il se relaxe finalement vers l'état thermique décrit par l'ensemble de Gibbs standard. Ces résultats démontrent le rôle fondamental des effets diffusifs dans la dynamique tardive des systèmes quasi-intégrables.

Fig. 3



Contour de Fermi d'un système à température nulle. La zone orange Γ_t correspond à un facteur de remplissage unitaire $\vartheta(x, \theta) = 1$. La dynamique du système se réduit à celle du contour $\partial\Gamma_t$. Au niveau local, la région Γ_t est divisée en mers de Fermi disjointes définies par l'ensemble des points de Fermi $\{\theta_1, \dots, \theta_{2n}\}$ Adapté de [51]

Image en taille réelle



Français Dans sa formulation originale, GHD néglige d'importants effets quantiques, tels que les fluctuations quantiques et l'entropie d'intrication. Une hypothèse fondamentale de GHD est que chaque cellule fluide composant le système est indépendante à tout instant fixe. Cela implique que les corrélations à temps égal entre les cellules fluides disparaissent. Cependant, comme pour de nombreux systèmes quantiques, ces corrélations à temps égal sont généralement non nulles [80] ; de tels effets se produisent au-delà de l'échelle d'Euler. On peut résoudre ces lacunes en requantifiant la théorie de GHD. Cela a été réalisé pour la première fois par Ruggiero et al. en 2020 dans la réf. [51], dans laquelle ils ont considéré un système initialement à température nulle, pour lequel les fluctuations quantiques sont les plus importantes. Comme l'entropie est initialement nulle et est conservée sous l'évolution des équations GHD standard, l'état reste à entropie nulle à tout moment.

Les états d'entropie nulle sont caractérisés par ce que l'on appelle le contour de Fermi $\partial\Gamma_t$ enfermant la région Γ_t dans (x, θ) espace de phase avec remplissage unitaire

$$\vartheta(x, \theta, t) = \begin{cases} 1, & \text{if } (x, \theta) \in \Gamma_t, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (26)$$

Localement, un état d'entropie nulle peut être décrit par une mer de Fermi divisée, constituée d'un ensemble de régions disjointes dans (x, θ) espace de phase pour lequel le facteur de remplissage est donné par

$$\vartheta(x, \theta, t) = \begin{cases} 1, & \text{if } \theta \in [\theta_1, \theta_2] \cup \dots \cup [\theta_{2p-1}, \theta_{2p}] \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (27)$$

où $\theta_n \equiv \theta_n(x, t)$, $n \in \{1, 2, \dots, 2p\}$ désignent les points de Fermi à la position x et au temps t , voir Fig. 3 .

Pour ces états d'entropie nulle, il a été montré par Doyon et al. que les équations de GHD, Eq. (19), se réduisent à un ensemble d'équations pour les points de Fermi [38] :

$$\partial_t \theta_n + v^{\text{eff}} \partial_x \theta_n = -\frac{1}{m} \partial_x V. \quad (28)$$



$$(\partial_t + v^{\text{eff}} \partial_x) \delta \theta_n(x, t) = 0, \quad (29)$$

décrivant la propagation des ondes sonores linéaires [81].

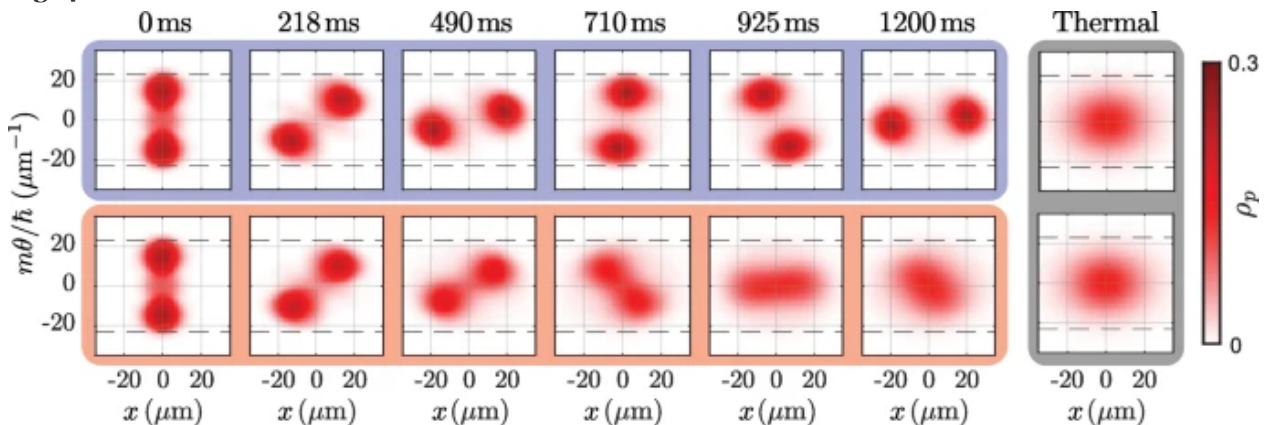
Pour requantifier cette théorie, on promeut les fluctuations autour du contour de Fermi en opérateurs linéaires agissant sur un espace de Hilbert, c'est-à-dire $\delta \theta_n \rightarrow \delta \hat{\theta}_n$. L'idée clé de Ruggiero et al. est que le problème de la quantification des ondes sonores au-dessus de l'état fondamental GHD classique peut être reformulé comme un problème de quantification des régions incompressibles dans l'espace des phases, ce qui est bien connu dans la littérature sur l'effet Hall quantique [82]. La théorie requantifiée qui en résulte est un liquide de Luttinger multicomposant, spatialement inhomogène et dépendant du temps, et a été surnommée « hydrodynamique quantique généralisée ». Elle décrit les fluctuations quantiques des systèmes hors d'équilibre où la théorie du liquide de Luttinger conventionnelle échoue [51]. De plus, contrairement à la théorie du liquide de Luttinger, ce GHD quantique n'est pas limité aux basses énergies, et il n'est plus non plus limité aux états d'entropie nulle [81 , 83].

Croisement 3.3 dimensionnel pour le gaz Bose 1D

Les gaz atomiques unidimensionnels sont souvent réalisés en utilisant des potentiels de piégeage très allongés en forme de « cigare ». On suppose qu'en raison du fort confinement radial, les modes transversaux sont effectivement gelés. Cependant, lorsque deux atomes d'impulsions suffisamment importantes entrent en collision, l'énergie de collision peut dépasser l'espacement des niveaux du confinement transversal. Cela conduit à une population non nulle d'états excités transversaux, ce qui brise l'intégrabilité. Pour tenir compte des collisions d'atomes dans des états excités transversaux, Møller et al. ont introduit une intégrale de collision phénoménologique de type Boltzmann dans les équations de GHD [84].

Møller et al. ont étudié la dynamique d'un gaz de Bose quasi-1D dans le scénario du berceau de Newton quantique en utilisant ce GHD modifié. L'évolution des distributions de rapidité sous les équations du GHD standard et du GHD étendu est présentée dans la figure 4. En tenant compte des collisions avec des atomes dans des états excités transverses, le GHD modifié prédit que le système se thermalise. Ceci est en contraste avec le GHD standard qui ne prédit pas la

Fig. 4



Évolution de la distribution de rapidité pour un gaz de Bose 1D contenant 130 atomes à 94 nK dans un dispositif de berceau de Newton quantique initié par des impulsions de Bragg. La ligne supérieure montre l'évolution au cours des 100 premières périodes d'oscillation selon les équations du GHD standard. La ligne inférieure montre l'évolution selon le modèle étendu de Møller et al., qui intègre la population dans les états excités transversalement et conduit donc à une thermalisation plus rapide. Les lignes pointillées marquent le seuil d'excitation. La faible fraction d'atomes excités transversalement a une forte influence sur la dynamique du système ; l'inclusion de l'intégrale de collision permet aux quasi-particules de se redistribuer dans l'espace des phases et de se thermaliser. Les deux dernières colonnes montrent la meilleure adéquation pour un état thermique à la température du système final évolué. Adapté de [84]

[Image en taille réelle](#)

Français Un autre test de GHD dans le régime quasi-1D a été fourni par Cataldini et al. [86] qui a démontré que GHD peut décrire avec précision la dynamique d'un gaz de Bose dont le potentiel chimique et l'énergie thermique dépassent de loin les limites conventionnelles de l'unidimensionnalité. Dans cette expérience, un gaz de Bose quasi-1D à faible interaction, initialement confiné dans un piège à boîte 1D à fond sinusoïdal, a été soudainement refroidi dans un piège à fond plat. L'évolution du profil de densité a ensuite été mesurée et a montré une excellente concordance avec les prédictions de GHD standard. La concordance observée a été attribuée à l'occupation d'états de faible rapidité qui, en vertu des statistiques de quasi-

prédictions de GHD standard et de GHD étendue dans cette configuration étaient presque identiques. Ceci est en contraste avec l'expérience mentionnée précédemment de Møller et al. [84]. La différence ici est due à la distribution initiale de rapidité à double pic dans la configuration du berceau de Newton quantique qui permet des transitions virtuelles vers des états excités transversaux inoccupés, non bloqués par l'exclusion effective de Pauli.

3.4 Interactions inhomogènes dans l'espace-temps

Les inhomogénéités sont omniprésentes dans les expériences. Les effets d'un potentiel de piégeage (variant spatialement) ont été introduits pour la première fois dans la théorie de la densité de puissance (GHD) par Doyon et Yoshimura en 2017 [59]. Les auteurs ont alors envisagé l'ajout d'un potentiel généralisé à l'hamiltonien :

$$H \rightarrow H + \sum_k \int dx V_k(x) q_k(x). \quad (30)$$

Cela inclut les effets, par exemple, du potentiel de piégeage externe standard $V(x)$ pour $k = 0$, ou des perturbations par un champ de température inhomogène, en incluant la densité d'énergie $q_1(x)$. Cependant, il existe une autre inhomogénéité pertinente non prise en compte dans les équations standard de GHD : celle des interactions inhomogènes spatio-temporelles. Bastianello et al. ont été les premiers à intégrer ces effets dans les équations standard de GHD. Ils ont constaté que ces inhomogénéités introduisent un terme supplémentaire dans les équations standard de GHD [48] :

$$\begin{aligned} \partial_t \rho_p + \partial_x (v^{\text{eff}} \rho_p) + \partial_\theta \left(\frac{f^{\text{dr}} \partial_t \alpha + \Lambda^{\text{dr}} \partial_x \alpha}{(\partial_\theta p)^{\text{dr}}} \right) \\ = \frac{1}{m} (\partial_x V) \partial_\theta \rho_p, \end{aligned} \quad (31)$$

où $\alpha(x, t)$ est tout paramètre de l'hamiltonien qui peut être modifié tout en conservant l'intégrabilité (par exemple, la force d'interaction g dans le modèle de Lieb-Liniger), tandis que les forces f et Λ sont données par les équations suivantes :

$$f(\theta) = -\frac{\partial p(\theta)}{\partial \alpha} + \int d\theta' \frac{\partial \Phi(\theta - \theta')}{\partial \alpha} \rho_p(\theta'), \quad \uparrow (32)$$

où $\varepsilon(\theta)$ et $p(\theta)$ sont respectivement les valeurs propres de l'énergie et de l'impulsion. On remarque que les équations ci-dessus sont valables pour les modèles intégrables généraux. Pour le modèle de Lieb-Liniger, en particulier, on a $p(\theta) = m\theta$ et $\varepsilon(\theta) = \frac{1}{2}m\theta^2 - \mu$; par conséquent, les premiers termes des équations (32) et (33) s'annulent. Cependant, de telles inhomogénéités sont présentes, par exemple, dans le modèle classique de Sinh-Gordon. Ces résultats épuisent toutes les inhomogénéités possibles qui peuvent être considérées à un niveau purement hydrodynamique [48].

4 Essais expérimentaux et repères de l'hydrodynamique généralisée

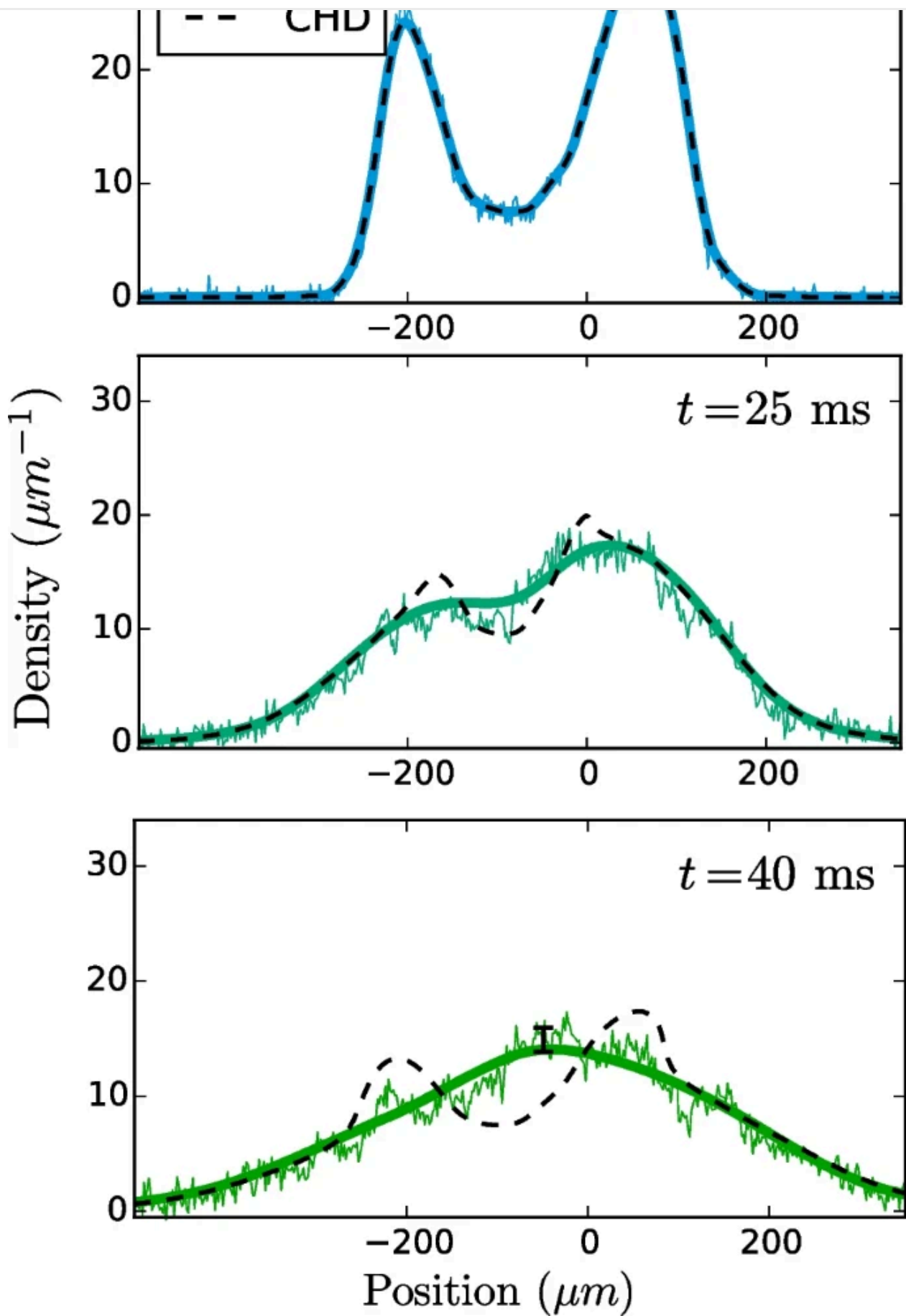
À ce jour, quatre tests expérimentaux majeurs de GHD ont été réalisés [84 , 86 , 87 , 88]. Ils ont tous été réalisés dans le contexte de gaz de Bose 1D confinés à des potentiels de piégeage hautement anisotropes afin de réaliser le modèle de Lieb-Liniger. Dans cette section, nous décrivons deux de ces expériences [87 , 88] et leurs descriptions via GHD, tandis que les deux autres expériences [84 , 86] ont déjà été mentionnées dans la section 3.3 dans le contexte du croisement dimensionnel dans les gaz de Bose quasi-1D.

4.1 Tests de GHD en régime d'interaction faible

En 2019, Schemmer et al. ont démontré expérimentalement la validité du GHD pour un système de bosons unidimensionnels réalisé sur une puce atomique [87]. Là, environ 6300 ± 200 Les particules ont été confinées à une dimension grâce à des techniques de piégeage magnétique développées par [89] et [90]. Les particules ont été initialement confinées dans un double puits de potentiel à l'équilibre thermique et ont ensuite pu se dilater librement. Le profil de densité *in situ* est présenté à trois moments de l'évolution sur la figure 5. On constate que la GHD fournit une excellente description du profil de densité évolutif, tandis que l'hydrodynamique conventionnelle prédit à tort la formation de deux pics de densité prononcés.

Fig. 5





↑

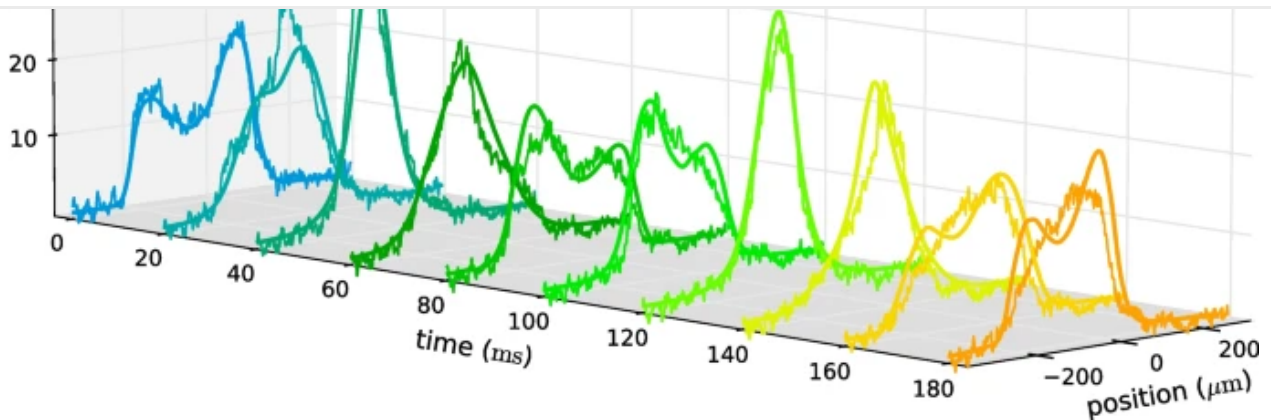
librement en 1D. Ces résultats (lignes bruitées) sont comparés aux prédictions de l'hydrodynamique conventionnelle (lignes pointillées) et généralisée (lignes continues). L'hydrodynamique conventionnelle prédit à tort deux pics de densité distincts à des temps tardifs. En revanche, la GHD présente une excellente concordance avec les données expérimentales. Adapté de [87]

[Image en taille réelle](#)

François Schemmer et al. ont également considéré la dynamique d'un système de bosons 1D induit par une extinction d'un potentiel à double puits à un potentiel harmonique. Ils ont constaté que GHD reproduit la plupart des principales caractéristiques de la dynamique émergente ; voir Fig. 6. Cependant, GHD prédit que les deux pics de densité persistent beaucoup plus longtemps que les données expérimentales. Schemmer et al. ont attribué cet écart aux pertes d'atomes dans l'expérience, telles que les pertes à trois corps dues aux processus de recombinaison à trois corps [91 , 92], qui brisent l'intégrabilité. Il a été constaté que le nombre total d'atomes dans leur système a été réduit de 15 % pendant la dynamique. Møller et al. ont avancé que les excitations transversales peuvent également avoir influencé la dynamique observée [84]. En utilisant l'extension de GHD au régime de croisement dimensionnel, comme décrit dans la section 3.3 , Møller et al. ont constaté que les pics de densité étaient moins prononcés que dans le GHD standard, conformément aux données expérimentales.

Fig. 6





Mesures du profil de densité *in situ* pour un système de $N = 3500 \pm 140$ atomes, éteints d'un potentiel double puits 1D à un potentiel harmonique [87]. Ces résultats sont comparés aux prédictions de la GHD, représentées par des lignes lisses sur des données expérimentales bruitées. Bien que la GHD standard reproduise la plupart des caractéristiques principales de la dynamique émergente, le léger désaccord avec les données expérimentales ultérieures peut être corrigé [84] en tenant compte des excitations transversales du gaz grâce à l'extension de la GHD au croisement dimensionnel, comme indiqué dans la section 3.3 . Adapté de [87]

Image en taille réelle

4.2 Tests de GHD dans le régime d'interaction forte

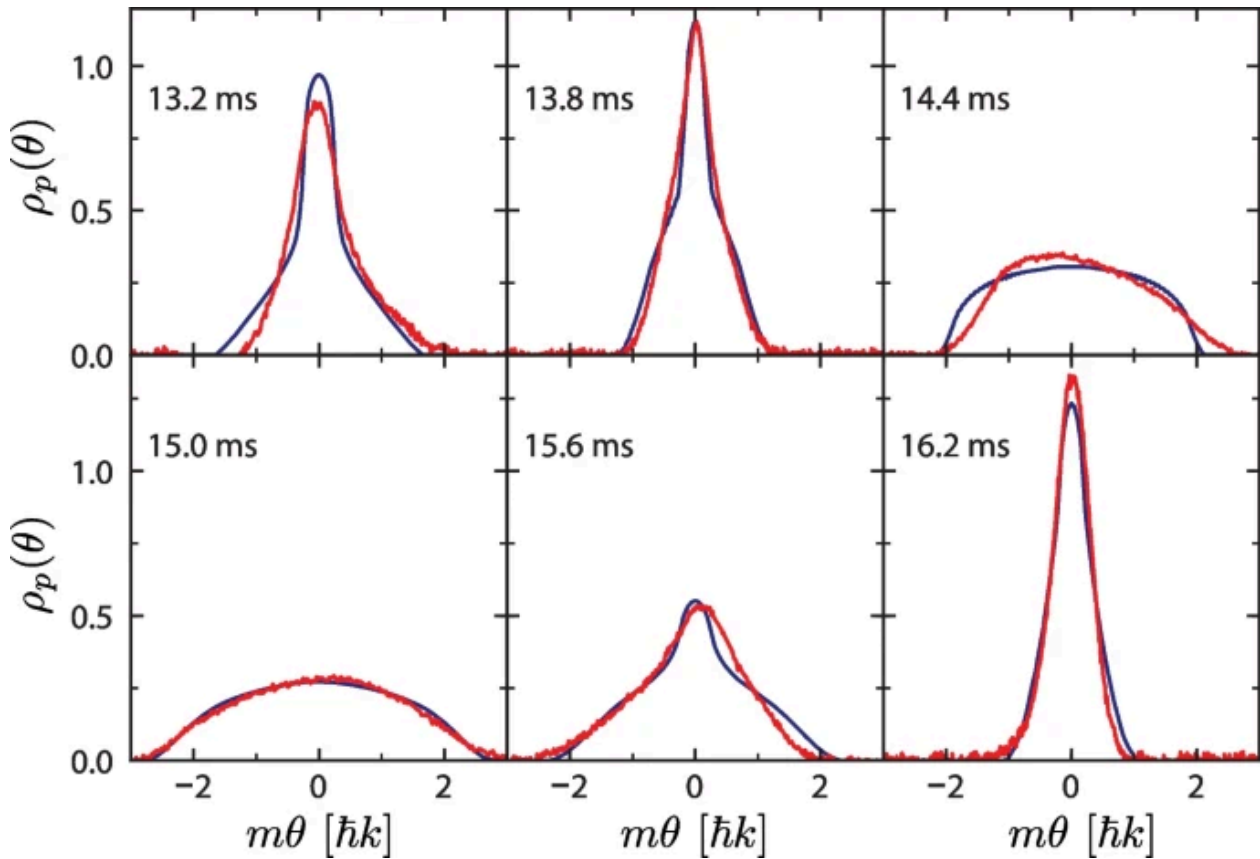
Dans le régime d'interaction forte (le régime opposé à celui de l'expérience de puce atomique de Schemmer et al.), Malvania et al. ont utilisé un réseau 2D de gaz de Bose 1D piégés harmoniquement de manière indépendante pour tester les prédictions de GHD pour les distributions de rapidité suivant une forte extinction de confinement [88].

Dans cette expérience, des faisceaux de gaz unidimensionnels d'atomes de rubidium 87 ont été générés à l'aide de potentiels de piégeage optique. Le nombre moyen d'atomes par gaz était de l'ordre de 10. Ceci garantit une faible densité particulière n , et donc un système bien en interaction forte ($\gamma \gg 1$). La distribution de rapidité a ensuite été mesurée en désactivant d'abord le potentiel de piégeage axial et en laissant les atomes se dilater librement purement en 1D jusqu'à ce que la distribution de rapidité évolue vers la distribution d'impulsion

Note de bas de page 3 [93]. Ceci est ensuite suivi par la désactivation du confinement transversal également,

$\rho_p(\theta, t) = \int dx \rho_p(\theta, x, t)$ mesurée de cette manière est illustrée à la Fig. 7. Il convient de noter que la distribution de rapidité rapportée est une moyenne sur tous les tubes 1D du réseau. Il a été constaté que la dynamique des gaz était bien décrite par GHD. Ceci est surprenant car le faible nombre de particules remet en cause l'hypothèse hydrodynamique fondamentale de GHD, qui suppose que chaque cellule fluide est thermodynamiquement grande.

Fig. 7

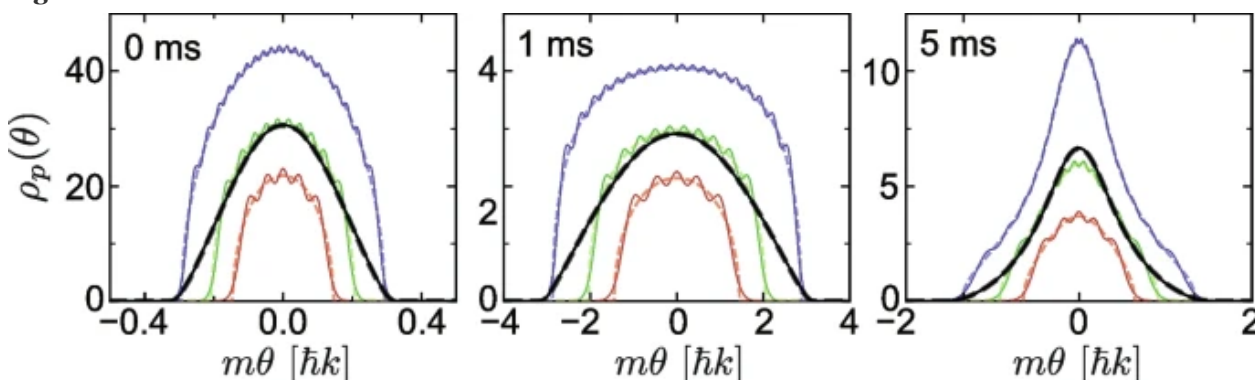


Comparaison des distributions de rapidité expérimentales et GHD d'un gaz de Bose unidimensionnel en interaction forte après une forte trempe de confinement. Les distributions de rapidité sont présentées à différents instants, comme indiqué dans chaque panneau. Les courbes rouges représentent les données expérimentales, tandis que les lignes bleues représentent les prédictions de GHD, démontrant une bonne concordance globale entre la théorie et l'expérience. Adapté de [88]

[Image en taille réelle](#)


force d'interaction significativement plus forte, pour laquelle une comparaison avec des résultats exacts est possible. Ils ont constaté que la dynamique prédite par la GHD était essentiellement identique à celle obtenue exactement, jusqu'à de faibles ondulations (oscillations de Friedel) dans la distribution de rapidité, qui apparaissent à faible nombre de particules ; voir Fig. 8 .

Fig. 8



Comparaison des distributions de rapidité post-trempe issues de la GHD (lignes pointillées) et de la dynamique exacte (lignes pleines) dans la limite de Tonks-Girardeau de force d'interaction infinie pour de petits nombres d'atomes. Les lignes rouge, verte et bleue correspondent respectivement à des tubes 1D de 5, 10 et 20 atomes. Les lignes noires sont les moyennes des autres lignes. Adapté de [88] .

[Image en taille réelle](#)

4.3 Repères de l'hydrodynamique généralisée

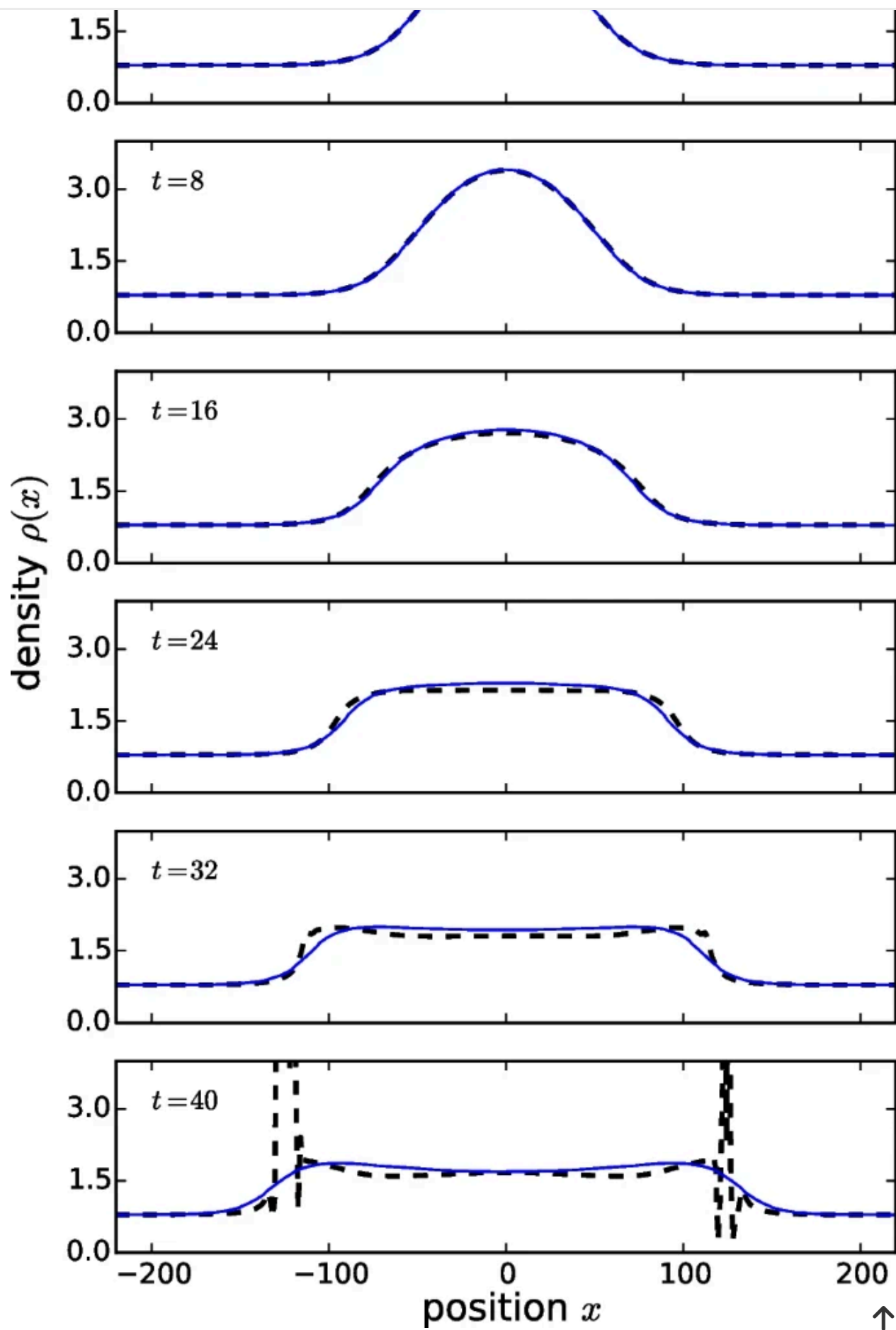
Dans cette section, nous comparons les prédictions de la théorie GHD aux approches théoriques établies dans le contexte de la dynamique hors équilibre des gaz de Bose 1D. Grâce à ces comparaisons, nous cherchons à élucider les points forts et les limites de la théorie GHD.

Français Une première comparaison entre GHD et CHD pour le gaz de Bose 1D a été fournie par Doyon et al. dans la réf. [38], dans laquelle ils ont démontré que GHD surpasse la théorie de l'hydrodynamique d'Euler conventionnelle (ou classique) dans sa capacité à décrire la dynamique de dissolution d'une bosse de densité localisée initiale sur un fond uniforme. Dans la Fig. 9 , nous montrons les résultats d'une telle comparaison, où nous voyons qu'aux premiers

problème dit de catastrophe de gradient, commun à l'hydrodynamique d'Euler classique qui ignore la dissipation et la dispersion. Cela implique que le CHD d'Euler est incapable de décrire la dynamique des systèmes au-delà de ce temps. Le profil GHD standard, en revanche, reste lisse et continue de décrire la dynamique de dissolution au-delà du temps de choc classique, malgré le fait qu'il ignore également les effets de dissipation et de dispersion. Le succès de la théorie GHD par rapport à la théorie CHD réside dans le respect de la conservation d'une infinité de charges locales, au lieu des trois seules charges conservées dans la théorie CHD : le nombre de particules, l'impulsion et l'énergie. Ce faisant, la théorie GHD évite le développement du problème de la catastrophe du gradient non physique.

Fig. 9





comparées à celles de GHD (bleu). Les variables de position (x) et de temps (t) sont exprimées en unités adimensionnelles correspondant à $\hbar = m = 1$, et la température sans dimension et la force d'interaction sont choisies pour être $T = 1$ et $c = mg/\hbar^2 = 2$. Aux temps longs, la CHD produit deux chocs (discontinuités dérivées) sur les deux fronts d'onde contra-propagatifs et est incapable de décrire la dynamique ultérieure. La GHD reste lisse en permanence et continue d'évoluer après le début du choc classique. Adapté de [38]

Image en taille réelle

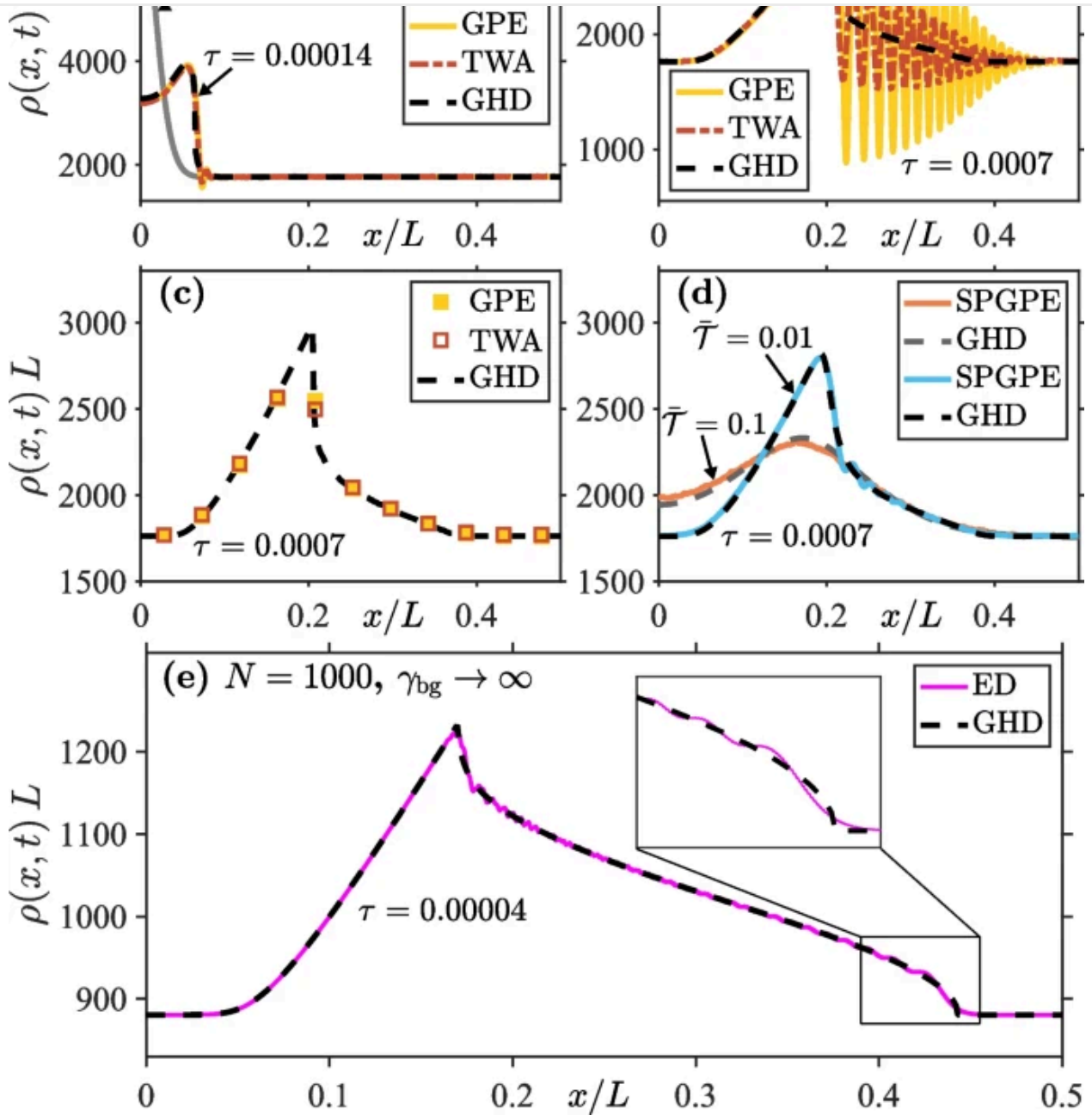
Français Des comparaisons connexes de GHD avec CHD ont également été faites dans les références [87 , 95] (voir aussi Fig. 5) qui ont démontré des comportements similaires et sont arrivées aux mêmes conclusions. D'autres références de GHD pour les gaz de Bose 1D comprenaient des comparaisons avec des simulations quantiques complètes à température nulle en utilisant l'algorithme numérique ABACUS [38], l'équation de Gross-Pitaevskii en champ moyen (ou Schrödinger non linéaire) dans le régime d'interaction faible [40 , 47 , 87 , 96], des valeurs numériques exactes dans le régime de Tonks-Girardeau de force d'interaction infiniment forte [40 , 47 , 88] (voir aussi Fig. 8), et les méthodes de l'état du produit matriciel (MPS) ou du groupe de renormalisation de la matrice de densité dépendant du temps (t DMRG) aux interactions intermédiaires [47 , 51 , 81].

Français Les tests initiaux de GHD se situaient dans des scénarios dynamiques où l'hydrodynamique généralisée était censée être une théorie valide. Dans tous ces scénarios, GHD a en effet démontré une très bonne concordance avec les approches alternatives. D'autre part, dans les scénarios impliquant des phénomènes à petite échelle (qui ne sont pas capturés par GHD), il a été conjecturé que GHD décrirait néanmoins de manière adéquate les moyennes à grains grossiers des théories microscopiques plus précises [38 , 84 , 87]. Un modèle spécifique de ce type de moyenne à grains grossiers qui imite la résolution d'imagerie finie dans les expériences d'atomes ultrafroids a été proposé et analysé par Watson et al. [47]. ont également examiné les performances du GHD en le comparant à un ensemble de méthodes théoriques alternatives (y compris celles applicables aux états initiaux à température finie) Dans certains des scénarios dynamiques les plus difficiles, tels que la propagation d'ondes de choc

Des exemples de simulations de la réf. [47] d'ondes de choc quantiques dispersives initiées par la dissolution d'une bosse de densité localisée sont présentés dans la Fig. 10 a–d pour un régime faiblement interactif du gaz de Bose 1D, $\gamma_{bg} \ll 1$, et dans la Fig. 10 e dans le régime de Tonks-Girardeau d'interactions infiniment fortes ($\gamma_{bg} \rightarrow \infty$). Ici, $\gamma_{bg} = mg/\hbar^2 \rho_{bg}$ est la force d'interaction sans dimension à la densité de fond ρ_{bg} . Dans les figures (a) et (b), les prédictions de GHD sont comparées à l'équation de Gross-Pitaevskii en champ moyen (GPE) et à l'approche de Wigner tronquée (TWA), qui prend en compte l'effet des fluctuations quantiques en plus de la description en champ moyen. Dans la figure (c), la prédiction de GHD à l'instant $\tau = 0.0007$ est comparé aux moyennes à gros grains des résultats GPE et TWA et montre une bonne concordance. Une telle granularité grossière, qui implique une moyenne de convolution [47], imite la résolution d'imagerie finie dans les expériences d'atomes ultra-froids et peut expliquer le succès de GHD par rapport aux expériences, même si ses prédictions peuvent s'écarter d'autres approches théoriques valables à courtes longueurs d'onde.

Fig. 10





Dynamique des ondes de choc quantiques dispersives se formant lors de l'évolution d'une bosse de densité localisée initiale dans un gaz de Bose unidimensionnel par ailleurs uniforme. Des instantanés de l'évolution du profil de densité à différents instants adimensionnels sont présentés. $\tau = t\hbar/mL^2$, où L est la longueur du système, pour différents nombres totaux d'atomes N et une force d'interaction sans dimension γ_{bg} En arrière-plan. En raison de la symétrie de réflexion autour de l'origine, nous ne montrons que les densités pour $x > 0$. Voir le texte pour une discussion plus approfondie. Adapté de [47]

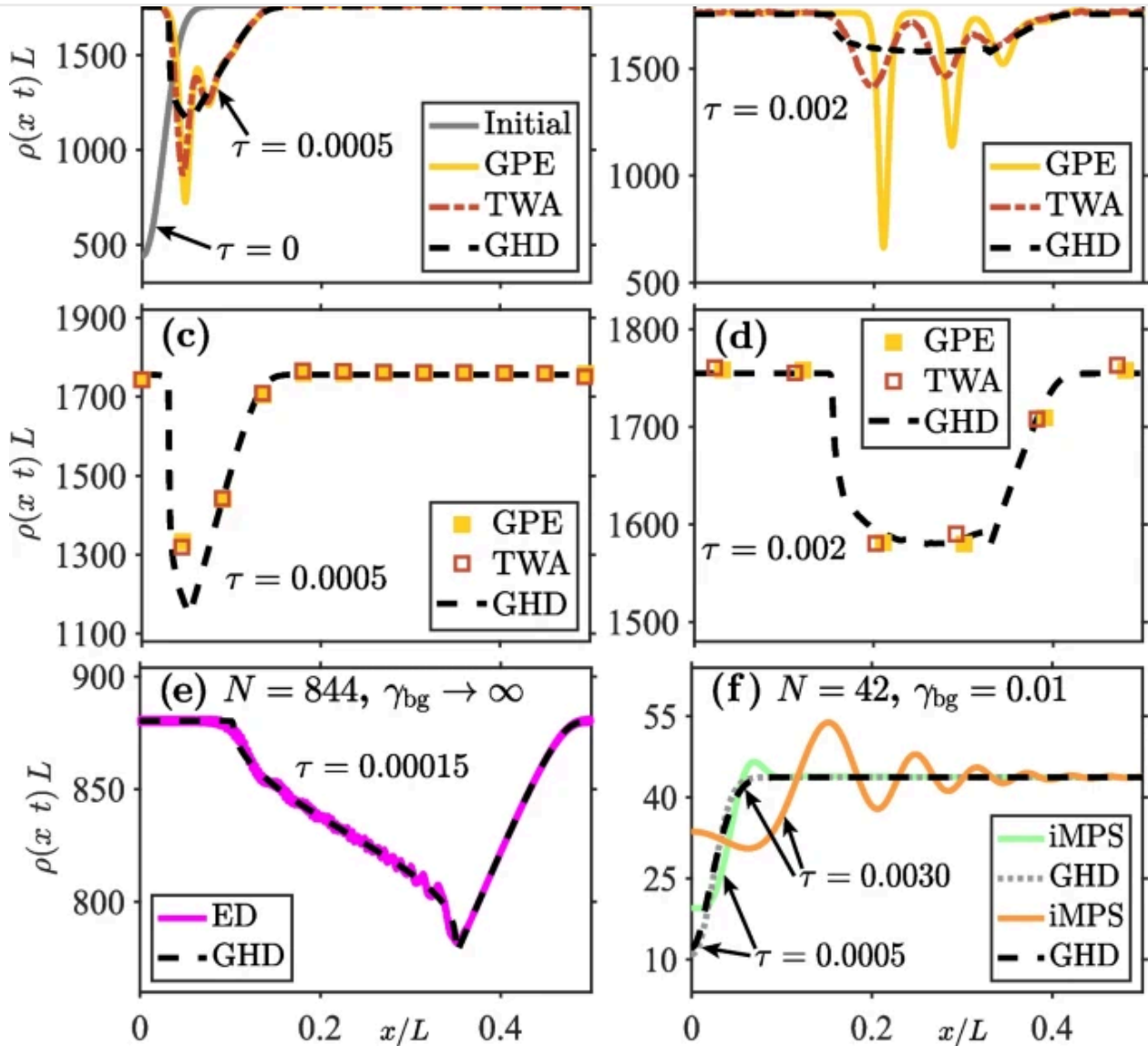

[Image en taille réelle](#)

de Gross-Pitaevskii projetée stochastique (SPGPE) pour un système initial à température finie, pour deux températures initiales sans dimension différentes \overline{T} (où $\overline{T} = T/T_d$, avec $T_d = \hbar^2 \rho_{bg}^2 / 2mk_B$ (température de dégénérescence quantique), montrant à nouveau une excellente concordance. Les performances du GHD s'améliorent généralement avec la température, car des franges d'interférence de courte longueur d'onde sont présentes dans un GPE équivalent ($T = 0$) la simulation est effacée par les fluctuations thermiques, de sorte que la dynamique microscopique correspond mieux à la portée du GHD. Enfin, la figure 10 e présente un instantané du profil de densité à $\tau = 0.00004$ (issue de la même augmentation de densité initiale) dans le régime de Tonks-Girardeau, calculée à l'aide de la méthode GHD et de la diagonalisation exacte (ED) d'un problème de fermions libres équivalent auquel un gaz de Tonks-Girardeau peut être associé. Outre l'absence d'oscillations de densité à des échelles de longueur courtes (microscopiques), la méthode GHD concorde parfaitement avec le résultat de la diagonalisation exacte (ED) dans ce régime à forte interaction.

Pour les forces d'interaction intermédiaires, Watson et al. [47] ont également comparé les résultats GHD pour l'évolution d'une bosse initiale avec les résultats de la méthode MPS numériquement exacte pour $N = 50$ Particules à température nulle. Ils ont constaté que les performances du GHD s'améliorent généralement avec des interactions plus fortes, car les phénomènes d'interférence à courte longueur d'onde sont de plus en plus supprimés en raison de la cohérence de phase réduite du système lors d'interactions plus fortes.

Watson et al. have also shown that GHD fails to capture interference phenomena at short-length scales, even in coarse-grained convolution averaging sense, for very low temperatures and very weak interaction strengths, where the local density approximation, intrinsic to any hydrodynamic approach, also fails.

Similar conclusions have been obtained from simulations of an initial density dip (see Fig. 11), known to shed a train of gray solitons in the weakly interacting regime in the mean-field GPE approximation. Here, the situation is similar to that of Fig. 10b and c, while GHD fails to capture individual solitons, whose characteristic width (on the order of the microscopic healing length) lies beyond the intended range of applicability of any hydrodynamic theory, it adequately captures the coarse-grained average density over the soliton train.



Same as in Fig. 10, except for the evolution of an initial density dip. **a** shows the initial density profile ($\tau = 0$), and a snapshot of the time-evolved profile at an early time ($\tau = 0.0005$), evaluated using GPE, TWA, and GHD. **b** is a snapshot of the density profile at a later time ($\tau = 0.002$). A train of three grey solitons can be clearly identified in the mean-field GPE results; their visibility diminishes once quantum fluctuations are taken into account through the TWA approach. While GHD fails to capture individual soliton profiles or short-wavelength structures, it agrees well with the coarse-grained averages of the GPE and TWA results, shown in **c** and **d** at $\tau = 0.0005$ and $\tau = 0.002$, respectively. **e** is a comparison of GHD and ED results in the Tonks-Girardeau regime, showing excellent agreement. Finally, **f** shows a comparison of GHD with exact MPS calculations for $N = 42$ in the nearly ideal Bose gas regime, where LDA is not applicable, hence explaining the disagreement of GHD with MPS results. Adapted from [47]

In the benchmarks of GHD in the quantum Newton's cradle setup, performed for a double-well to single-well trap quench of a weakly interacting quasicondensate, Watson et al. [47] observed excellent agreement with the SPGPE results in both the transient dynamics and the final relaxed state, as well as in the overall characteristic thermalization time scale. However, in the comparison for the quantum Newton's cradle initiated by Bragg pulses, they observed disagreement with SPGPE in the characteristic thermalization time scale [97], with the GHD generally predicting slower thermalization. This discrepancy, however, can be attributed to qualitatively very different ways that the Bragg pulses are implemented in GHD and the SPGPE (see Ref. [47] for further details).

5 Conclusion and perspectives

Generalised hydrodynamics has recently emerged as a broadly applicable hydrodynamic theory for modelling the quantum many-body dynamics of integrable and near-integrable systems on a large scale. Since its inception, GHD has been extended to account for various experimentally relevant effects such as diffusion, dimensional crossover in the 1D Bose gas, inhomogeneous interactions, and quantum effects. Experimentally, tests of GHD are still in their infancy. However, the first few experimental investigations show excellent agreement between the observed results and GHD predictions.

The unreasonable effectiveness of GHD at low particle numbers in [88] warrants further investigation, as do tunnelling effects between 1D tubes. Tunnelling between tubes breaks integrability and is therefore expected to lead to complete thermalization over sufficiently large time scales [98, 99]. Future experimental tests of GHD would benefit by exploring more challenging scenarios that push the assumptions of GHD, such as by straying further from integrability via long-range dipolar interactions. Experimental verification of diffusive GHD and hence characteristic thermalization rates [47, 78, 97] in different regimes of the 1D Bose gas would also be an important achievement.

In the context of verifying the required conditions for GHD, we also mention the recent work by Le et al. [100], which probed the rapid onset of hydrodynamics —referred to as hydrodynamisation—in an array of 1D Bose gases in a strongly interacting regime.

the local GGE is not yet established. If confirmed, this conjecture would imply a further relaxation of the conditions required for the applicability of GHD, which in turn would explain the success of GHD under a broader range of experimental conditions.


While we have reviewed GHD in the context of a repulsive 1D Bose gas, GHD is also applicable to the attractive 1D Bose gas [101, 102] and to other integrable models, such as the Hubbard model [103,104,105], the XXZ chain [42, 55, 106], and the Yang-Gaudin model, describing the spin-1/2 Fermi gas [107,108,109]. (For a recent review on advances in the study of transport in spin chains, sparked by the theory of GHD, we direct the reader to Ref. [55]). As such, it would be beneficial to see experimental verification of GHD in these and other condensed matter systems. Finally, it would be interesting to use GHD to model the non-equilibrium dynamics of more general integrable systems such as the multicomponent Bose gas [110] and Bose-Fermi mixtures [111].

Availability of data and materials

All data and figures presented in this review article are reproduced from published papers that are duly cited in figure captions.

Notes

1. The term “generalised” in GHD is used in the same sense as in generalised Gibbs ensemble.
2. In this review, we only consider many-body models of identical particles of single species and, hence, a single quasi-particle distribution. It is straightforward to generalise the equations of GHD to many species.
3. As shown in Ref. [93], after a sufficiently long 1D axial expansion time, the asymptotic density and momentum distributions of an initially trapped Lieb-Liniger gas evolve into the same shape as the initial (pre-expansion) rapidity distribution. This promotes the initial rapidity distribution from an auxiliary mathematical property to the status of an observable. ↑

1. M.A. Cazama, M. Rigol, Focus on dynamics and thermalization in isolated quantum many-body systems. *New J. Phys.* **12**(5), 055006 (2010). <https://doi.org/10.1088/1367-2630/12/5/055006>
2. A. Polkovnikov, K. Sengupta, A. Silva, M. Vengalattore, Colloquium: nonequilibrium dynamics of closed interacting quantum systems. *Rev. Mod. Phys.* **83**, 863–883 (2011). <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.863>
3. J. Eisert, M. Friesdorf, C. Gogolin, Quantum many-body systems out of equilibrium. *Nat. Phys.* **11**(2), 124–130 (2015). <https://doi.org/10.1038/nphys3215>
4. J. Durnin, M.J. Bhaseen, B. Doyon, Nonequilibrium dynamics and weakly broken integrability. *Phys. Rev. Lett.* **127**, 130601 (2021). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.127.130601>
5. E.H. Lieb, W. Liniger, Exact analysis of an interacting Bose gas. I. The general solution and the ground state. *Phys. Rev.* **130**, 1605–1616 (1963). <https://doi.org/10.1103/PhysRev.130.1605>; E.H. Lieb, Exact analysis of an interacting Bose gas. II. the excitation spectrum. *Phys. Rev.* **130**, 1616–1624 (1963). <https://doi.org/10.1103/PhysRev.130.1616>
6. J. Hubbard, Electron correlations in narrow energy bands. *Proc. R. Soc. Lond. Ser. A. Math. Phys. Sci.* **276**(1365), 238–257 (1963). <https://doi.org/10.1098/rspa.1963.0204>
7. C. Gogolin, J. Eisert, Equilibration, thermalisation, and the emergence of statistical mechanics in closed quantum systems. *Rep. Prog. Phys.* **79**(5), 056001 (2016). <https://doi.org/10.1088/0034-4885/79/5/056001>
8. M. Rigol, Breakdown of thermalization in finite one-dimensional systems. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 100403 (2009). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.100403>
9. M. Rigol, V. Dunjko, V. Yurovsky, M. Olshanii, Relaxation in a completely integrable many-body quantum system: an ab initio study of the dynamics of the highly excited 

10. M. Rigol, V. Dunjko, M. Olshanii, Thermalization and its mechanism for generic isolated quantum systems. *Nature* **452**(7189), 854–858 (2008).
<https://doi.org/10.1038/nature06838>
11. T. Langen, S. Erne, R. Geiger, B. Rauer, T. Schweigler, M. Kuhnert, W. Rohringer, I.E. Mazets, T. Gasenzer, J. Schmiedmayer, Experimental observation of a generalized Gibbs ensemble. *Science* **348**(6231), 207–211 (2015). <https://doi.org/10.1126/science.1257026>
12. P. Calabrese, J. Cardy, Time dependence of correlation functions following a quantum quench. *Phys. Rev. Lett.* **96**, 136801 (2006).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.136801>
13. P. Calabrese, J. Cardy, Quantum quenches in 1+1 dimensional conformal field theories. *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2016**(6), 064003 (2016). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/2016/06/064003>
14. J.S. Caux, The quench action. *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2016**(6), 064006 (2016).
<https://doi.org/10.1088/1742-5468/2016/06/064006>
15. J. De Nardis, B. Wouters, M. Brockmann, J.S. Caux, Solution for an interaction quench in the Lieb-Liniger Bose gas. *Phys. Rev. A* **89**, 033601 (2014).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.89.033601>
16. P. Calabrese, F.H.L. Essler, M. Fagotti, Quantum quench in the transverse-field Ising chain. *Phys. Rev. Lett.* **106**, 227203 (2011).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.106.227203>
17. P. Calabrese, F.H.L. Essler, M. Fagotti, Quantum quench in the transverse field Ising chain: I. Time evolution of order parameter correlators. *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2012**(07), P07016 (2012). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/2012/07/P07016>
18. P. Calabrese, F.H.L. Essler, M. Fagotti, Quantum quenches in the transverse field Ising chain: II. Stationary state properties. *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2012**(07), P07022

-
- solvable models. Phys. Rev. E **85**, 011133 (2012).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevE.85.011133>
20. F.H. Essler, M. Fagotti, Quench dynamics and relaxation in isolated integrable quantum spin chains. J Stat. Mech. Theory Exp. **2016**(6), 064002 (2016).
<https://doi.org/10.1088/1742-5468/2016/06/064002>
21. B. Pozsgay, M. Mestyán, M.A. Werner, M. Kormos, G. Zaránd, G. Takács, Correlations after quantum quenches in the XXZ spin chain: failure of the generalized Gibbs ensemble. Phys. Rev. Lett. **113**, 117203 (2014). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.117203>
22. E. Ilievski, M. Medenjak, T. Prosen, L. Zadnik, Quasilocal charges in integrable lattice systems. J Stat Mech. Theory Exp. **2016**(6), 064008 (2016).
<https://doi.org/10.1088/1742-5468/2016/06/064008>
23. A.Y. Loskutov, Dynamical chaos: systems of classical mechanics. Phys.-Usp. **50**(9), 939 (2007). <https://doi.org/10.1070/PU2007v050n09ABEH006341>
24. A. Mitra, Quantum quench dynamics. Ann. Rev. Condens. Matter Phys. **9**, 245–259 (2018). <https://doi.org/10.1146/annurev-conmatphys-031016-025451>
25. L. Landau, Theory of the superfluidity of helium II. Phys. Rev. **60**, 356–358 (1941).
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.60.356>
26. L. Levitov, G. Falkovich, Electron viscosity, current vortices and negative nonlocal resistance in graphene. Nat. Phys. **12**(7), 672–676 (2016).
<https://doi.org/10.1038/nphys3667>
27. R.J. Moreau, *Magnetohydrodynamics*, vol. 3 (Springer Science & Business Media, Berlin, 1990)
28. B. Kumanek, D. Janas, Thermal conductivity of carbon nanotube networks: a review. J. Mater. Sci. **54**(10), 7397–7427 (2019). <https://doi.org/10.1007/s10853-019-03368-0> ↑

<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.83.144513>

30. I. Bloch, J. Dalibard, W. Zwerger, Many-body physics with ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885–964 (2008). <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.80.885>
31. I. Bouchoule, N.J. van Druten, C.I. Westbrook, *Atom Chips and One-Dimensional Bose Gases* (Wiley), chap. 11, pp. 331–363. <https://doi.org/10.1002/9783527633357.ch11>
32. C.N. Yang, C.P. Yang, Thermodynamics of a one-dimensional system of bosons with repulsive delta-function interaction. *J. Math. Phys.* **10**(7), 1115–1122 (1969). <https://doi.org/10.1063/1.1664947>
33. C. Menotti, S. Stringari, Collective oscillations of a one-dimensional trapped Bose-Einstein gas. *Phys. Rev. A* **66**, 043610 (2002). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.66.043610>
34. H. Hu, G. Xianlong, X.J. Liu, Collective modes of a one-dimensional trapped atomic Bose gas at finite temperatures. *Phys. Rev. A* **90**, 013622 (2014). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.013622>
35. G. De Rosi, S. Stringari, Collective oscillations of a trapped quantum gas in low dimensions. *Phys. Rev. A* **92**, 053617 (2015). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.053617>
36. G. De Rosi, S. Stringari, Hydrodynamic versus collisionless dynamics of a one-dimensional harmonically trapped Bose gas. *Phys. Rev. A* **94**, 063605 (2016). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.063605>
37. I. Bouchoule, S.S. Szigeti, M.J. Davis, K.V. Kheruntsyan, Finite-temperature hydrodynamics for one-dimensional Bose gases: breathing-mode oscillations as a case study. *Phys. Rev. A* **94**, 051602 (2016). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.051602>



-
- hydrodynamics. Phys. Rev. Lett. **119**, 195301 (2017).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.119.195301>
39. S.A. Simmons, F.A. Bayocboc, J.C. Pillay, D. Colas, I.P. McCulloch, K.V. Kheruntsyan, What is a quantum shock wave? Phys. Rev. Lett. **125**, 180401 (2020).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.180401>
40. R. Dubessy, J. Polo, H. Perrin, A. Minguzzi, M. Olshanii, Universal shock-wave propagation in one-dimensional Bose fluids. Phys. Rev. Res. **3**, 013098 (2021).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.3.013098>
41. O.A. Castro-Alvaredo, B. Doyon, T. Yoshimura, Emergent hydrodynamics in integrable quantum systems out of equilibrium. Phys. Rev. X **6**, 041065 (2016).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevX.6.041065>
42. B. Bertini, M. Collura, J. De Nardis, M. Fagotti, Transport in out-of-equilibrium XXZ chains: exact profiles of charges and currents. Phys. Rev. Lett. **117**, 207201 (2016).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.117.207201>
43. J.S. Caux, B. Doyon, J. Dubail, R. Konik, T. Yoshimura, Hydrodynamics of the interacting Bose gas in the quantum Newton cradle setup. SciPost Phys. **6**, 70 (2019).
<https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.6.6.070>
44. B. Doyon, H. Spohn, Dynamics of hard rods with initial domain wall state. J. Stat. Mech. Theory Exp. **2017**(7), 073210 (2017). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/aa7abf>
45. V.B. Bulchandani, R. Vasseur, C. Karrasch, J.E. Moore, Bethe-Boltzmann hydrodynamics and spin transport in the XXZ chain. Phys. Rev. B **97**, 045407 (2018).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.97.045407>
46. A. Bastianello, B. Doyon, G. Watts, T. Yoshimura, Generalized hydrodynamics of classical integrable field theory: the sinh-Gordon model. SciPost Phys. **4**, 045 (2018).
<https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.4.6.045>

<https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.5.L022024>

48. A. Bastianello, V. Alba, J.S. Caux, Generalized hydrodynamics with space-time inhomogeneous interactions. *Phys. Rev. Lett.* **123**, 130602 (2019).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.123.130602>
49. J. De Nardis, D. Bernard, B. Doyon, Hydrodynamic diffusion in integrable systems. *Phys. Rev. Lett.* **121**, 160603 (2018). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.160603>
50. J.D. Nardis, D. Bernard, B. Doyon, Diffusion in generalized hydrodynamics and quasiparticle scattering. *SciPost Phys.* **6**, 49 (2019).
<https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.6.4.049>
51. P. Ruggiero, P. Calabrese, B. Doyon, J. Dubail, Quantum generalized hydrodynamics. *Phys. Rev. Lett.* **124**, 140603 (2020). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.140603>
52. A. Bastianello, B. Bertini, B. Doyon, R. Vasseur, Introduction to the special issue on emergent hydrodynamics in integrable many-body systems. *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2022**(1), 014001 (2022). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/ac3e6a>
53. A. Bastianello, A.D. Luca, R. Vasseur, Hydrodynamics of weak integrability breaking. *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2021**(11), 114003 (2021). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/ac26b2>
54. V. Alba, B. Bertini, M. Fagotti, L. Piroli, P. Ruggiero, Generalized-hydrodynamic approach to inhomogeneous quenches: correlations, entanglement and quantum effects. *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2021**(11), 114004 (2021). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/ac257d>
55. V.B. Bulchandani, S. Gopalakrishnan, E. Ilievski, Superdiffusion in spin chains. *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2021**(8), 084001 (2021). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/ac12c7>
56. X.W. Guan, P. He, New trends in quantum integrability: recent experiments with ultracold atoms. *Rep. Prog. Phys.* **85**(11), 114001 (2022). <https://doi.org/10.1088/1361->
↑

- temperature correlations and density profiles of an inhomogeneous interacting one-dimensional Bose gas. *Phys. Rev. A* **71**, 053615 (2005). <https://doi.org/10.1103/Kheruntsyan2005>
58. S.J. van Tongeren, Introduction to the thermodynamic Bethe ansatz. *J. Phys. A Math. Theor.* **49**(32), 323005 (2016). <https://doi.org/10.1088/1751-8113/49/32/323005>
59. B. Doyon, T. Yoshimura, A note on generalized hydrodynamics: inhomogeneous fields and other concepts. *SciPost Phys.* **2**, 014 (2017). <https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.2.2.014>
60. B. Doyon, Lecture notes on generalised hydrodynamics. *SciPost Phys Lecture Notes.* **18** (2020). <https://scipost.org/10.21468/SciPostPhysLectNotes.18>
61. J. Percus, Equilibrium state of a classical fluid of hard rods in an external field. *J. Stat. Phys.* **15**(6), 505–511 (1976). <https://doi.org/10.1007/BF01020803>
62. C. Boldrighini, R. Dobrushin, Y.M. Sukhov, One-dimensional hard rod caricature of hydrodynamics. *J. Stat. Phys.* **31**(3), 577–616 (1983). <https://doi.org/10.1007/BF01019499>
63. G. El, A.M. Kamchatnov, Kinetic equation for a dense soliton gas. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 204101 (2005). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.204101>
64. G. El, The thermodynamic limit of the Whitham equations. *Phys. Lett. A* **311**(4), 374–383 (2003). [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(03\)00515-2](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(03)00515-2)
65. B. Doyon, T. Yoshimura, J.S. Caux, Soliton gases and generalized hydrodynamics. *Phys. Rev. Lett.* **120**, 045301 (2018). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.120.045301>
66. D.L. Vu, T. Yoshimura, Equations of state in generalized hydrodynamics. *SciPost Phys.* **6**, 023 (2019). <https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.6.2.023>



<https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.6.1.005>

68. H. Spohn, Collision rate ansatz for the classical Toda lattice. *Phys. Rev. E* **101**, 060103 (2020). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.101.060103>
69. B. Pozsgay, Algebraic construction of current operators in integrable spin chains. *Phys. Rev. Lett.* **125**, 070602 (2020). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.070602>
70. M. Borsi, B. Pozsgay, L. Pristiyák, Current operators in Bethe ansatz and generalized hydrodynamics: an exact quantum-classical correspondence. *Phys. Rev. X* **10**, 011054 (2020). <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.10.011054>
71. B. Pozsgay, Current operators in integrable spin chains: lessons from long range deformations. *SciPost Phys.* **8**, 016 (2020). <https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.8.2.016>
72. M. Borsi, B. Pozsgay, L. Pristiyák, Current operators in integrable models: a review. *J. Stat. Mech. Theory Exp.* **2021**(9), 094001 (2021). <https://doi.org/10.1088/1742-5468/acof6b>
73. F.S. Møller, Introducing iFluid: a numerical framework for solving hydrodynamical equations in integrable models. *SciPost Phys.* **8**, 041 (2020). <https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.8.3.041>
74. T. Kinoshita, T. Wenger, D.S. Weiss, A quantum Newton's cradle. *Nature* **440**(7086), 900–903 (2006). <https://doi.org/10.1038/nature04693>
75. R. Steinigeweg, F. Jin, H. De Raedt, K. Michielsen, J. Gemmer, Charge diffusion in the one-dimensional Hubbard model. *Phys. Rev. E* **96**, 020105 (2017). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.96.020105>
76. J. Sirker, R.G. Pereira, I. Affleck, Diffusion and ballistic transport in one-dimensional quantum systems. *Phys. Rev. Lett.* **103**, 216602 (2009).

↑

-
- an integrable system. *Nat. Commun.* **8**(1), 1–6 (2017).
<https://doi.org/10.1038/ncomms16117>
78. A. Bastianello, A. De Luca, B. Doyon, J. De Nardis, Thermalization of a trapped one-dimensional Bose gas via diffusion. *Phys. Rev. Lett.* **125**, 240604 (2020).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.125.240604>
79. J. Durnin, A.D. Luca, J.D. Nardis, B. Doyon, Diffusive hydrodynamics of inhomogeneous hamiltonians. *J. Phys. A Math. Theor.* **54**(49), 494001 (2021).
<https://doi.org/10.1088/1751-8121/ac2c57>
80. M.A. Cazalilla, R. Citro, T. Giamarchi, E. Orignac, M. Rigol, One dimensional bosons: from condensed matter systems to ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1405–1466 (2011). <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.83.1405>
81. P. Ruggiero, P. Calabrese, B. Doyon, J. Dubail, Quantum generalized hydrodynamics of the Tonks-Girardeau gas: density fluctuations and entanglement entropy. *J. Phys. A Math. Theor.* **55**(2), 024003 (2021). <https://doi.org/10.1088/1751-8121/ac3d68>
82. X.G. Wen, Chiral Luttinger liquid and the edge excitations in the fractional quantum Hall states. *Phys. Rev. B* **41**, 12838–12844 (1990).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.41.12838>
83. R. Vlijm, I.S. Eliëns, J.S. Caux, Correlations of zero-entropy critical states in the XXZ model: integrability and Luttinger theory far from the ground state. *SciPost Phys.* **1**, 008 (2016). <https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.1.1.008>
84. F. Møller, C. Li, I. Mazets, H.P. Stimming, T. Zhou, Z. Zhu, X. Chen, J. Schmiedmayer, Extension of the generalized hydrodynamics to the dimensional crossover regime. *Phys. Rev. Lett.* **126**, 090602 (2021). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.126.090602>
85. C. Li, T. Zhou, I. Mazets, H.P. Stimming, F.S. Møller, Z. Zhu, Y. Zhai, W. Xiong, X. Zhou, X. Chen, J. Schmiedmayer, Relaxation of bosons in one dimension and the onset of

86. F. Cataldini, F. Møller, M. Tajik, J.A. Sabino, S.C. Ji, I. Mazets, T. Schweigler, J. Rauer, J. Schmiedmayer, Emergent Pauli blocking in a weakly interacting bose gas. *Phys. Rev. X* **12**, 041032 (2022). <https://doi.org/10.1103/PhysRevX.12.041032>

87. M. Schemmer, I. Bouchoule, B. Doyon, J. Dubail, Generalized hydrodynamics on an atom chip. *Phys. Rev. Lett.* **122**, 090601 (2019). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.122.090601>

88. N. Malvania, Y. Zhang, Y. Le, J. Dubail, M. Rigol, D.S. Weiss, Generalized hydrodynamics in strongly interacting 1D Bose gases. *Science* **373**(6559), 1129–1133 (2021). <https://doi.org/10.1126/science.abf0147>

89. J. Reichel, W. Hänsel, T.W. Hänsch, Atomic micromanipulation with magnetic surface traps. *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3398–3401 (1999). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.3398>

90. R. Folman, P. Krüger, D. Cassettari, B. Hessmo, T. Maier, J. Schmiedmayer, Controlling cold atoms using nanofabricated surfaces: atom chips. *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4749–4752 (2000). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.84.4749>

91. J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, J. Dalibard, Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate. *Appl. Phys. B* **69**(4), 257–261 (1999). <https://doi.org/10.1007/s003400050805>

92. B.L. Tolra, K.M. O'Hara, J.H. Huckans, W.D. Phillips, S.L. Rolston, J.V. Porto, Observation of reduced three-body recombination in a correlated 1D degenerate Bose gas. *Phys. Rev. Lett.* **92**, 190401 (2004). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.190401>

93. A.S. Campbell, D.M. Gangardt, K.V. Kheruntsyan, Sudden expansion of a one-dimensional Bose gas from power-law traps. *Phys. Rev. Lett.* **114**, 125302 (2015). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.125302>



<https://doi.org/10.1126/science.aaz0242>

95. B. Doyon, H. Spohn, T. Yoshimura, A geometric viewpoint on generalized hydrodynamics. Nucl. Phys. B **926**, 570–583 (2018). <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2017.12.002>
96. A. Bastianello, J. De Nardis, A. De Luca, Generalized hydrodynamics with dephasing noise. Phys. Rev. B **102**, 161110 (2020). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.102.161110>
97. K.F. Thomas, M.J. Davis, K.V. Kheruntsyan, Thermalization of a quantum Newton's cradle in a one-dimensional quasicondensate. Phys. Rev. A **103**, 023315 (2021). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.103.023315>
98. F.A. Bayocboc, M.J. Davis, K.V. Kheruntsyan, Dynamics of thermalization of two tunnel-coupled one-dimensional quasicondensates. Phys. Rev. A **106**, 023320 (2022). <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.106.023320>
99. M. Panfil, S. Gopalakrishnan, R.M. Konik, Thermalization of interacting quasi-one-dimensional systems. Phys. Rev. Lett. **130**, 030401 (2023). <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.130.030401>
100. Y. Le, Y. Zhang, S. Gopalakrishnan, M. Rigol, D.S. Weiss, Direct observation of hydrodynamization and local prethermalization. Nature. **618**, 494 (2023). <https://doi.org/10.1038/s41586-023-05979-9>
101. R. Koch, A. Bastianello, J.S. Caux, Adiabatic formation of bound states in the one-dimensional Bose gas. Phys. Rev. B **103**, 165121 (2021). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.165121>
102. R. Koch, J.S. Caux, A. Bastianello, Generalized hydrodynamics of the attractive non-linear Schrödinger equation. J. Phys. A Math. Theor. **55**(13), 134001 (2022). <https://doi.org/10.1088/1751-8121/ac53c3>



<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.081118>

104. Y. Nozawa, H. Tsunetsugu, Generalized hydrodynamic approach to charge and energy currents in the one-dimensional Hubbard model. *Phys. Rev. B* **101**, 035121 (2020).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.101.035121>
105. Y. Nozawa, H. Tsunetsugu, Generalized hydrodynamics study of the one-dimensional Hubbard model: stationary clogging and proportionality of spin, charge, and energy currents. *Phys. Rev. B* **103**, 035130 (2021).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.035130>
106. L. Piroli, J. De Nardis, M. Collura, B. Bertini, M. Fagotti, Transport in out-of-equilibrium XXZ chains: exact profiles of charges and currents. *Phys. Rev. B* **96**, 115124 (2017).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.96.115124>
107. M. Gaudin, Un systeme a une dimension de fermions en interaction. *Phys. Lett. A* **24**(1), 55–56 (1967). [https://doi.org/10.1016/0375-9601\(67\)90193-4](https://doi.org/10.1016/0375-9601(67)90193-4)
108. S. Scopa, P. Calabrese, L. Piroli, Generalized hydrodynamics of the repulsive spin- $\frac{1}{2}$ Fermi gas. *Phys. Rev. B* **106**, 134314 (2022).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.106.134314>
109. C.N. Yang, Some exact results for the many-body problem in one dimension with repulsive delta-function interaction. *Phys. Rev. Lett.* **19**, 1312–1315 (1967).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1312>
110. J.N. Fuchs, D.M. Gangardt, T. Keilmann, G.V. Shlyapnikov, Spin waves in a one-dimensional spinor Bose gas. *Phys. Rev. Lett.* **95**, 150402 (2005).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.150402>
111. O.I. Pâțu, A. Klümper, Momentum reconstruction and contact of the one-dimensional Bose-Fermi mixture. *Phys. Rev. A* **99**, 013628 (2019).
<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.013628>

The authors acknowledge stimulating discussions with R. S. Watson and G. De Rosi.

Funding

Ce travail a été soutenu par la subvention DP190101515 du Discovery Project Grant du Conseil australien de la recherche.

Informations sur l'auteur

Auteurs et affiliations

École de mathématiques et de physique, Université du Queensland, Brisbane, Queensland, 4072, Australie

Matthew L. Kerr et Karen V. Kheruntsyan

Note de l'éditeur

Springer Nature reste neutre en ce qui concerne les revendications juridictionnelles dans les cartes publiées et les affiliations institutionnelles.

[Source : <https://link.springer.com/article/10.1007/s43673-023-00095-2>]

Liste

PDF 

Imprimer 

S'abonner

Si vous souhaitez vous abonner à la newsletter du Bulletin AAPPS, saisissez votre adresse e-mail ci-dessous.

adresse email

S'abonner



