

TU DORTMUND

FAKULTÄT PHYSIK

VERSUCH VERSUCH

---

---

**Titel**

---

---

Mario DUNSCH  
mario.dunsch@tu-dortmund.de

Dominik KAHL  
dominik.kahl@tu-dortmund.de

13.10.2014

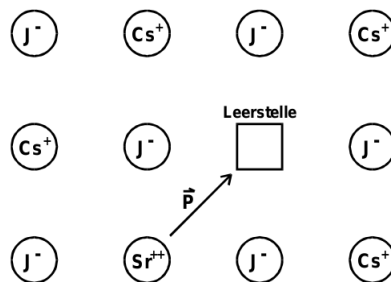
---

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Aufbau und Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>7</b>
4.1	Bestimmung von $W$ aus dem ersten Teil des Kurvenverlaufes . . . . .	7
4.2	Bestimmung von $W$ aus dem gesamten Kurvenverlauf . . . . .	7
4.3	Bestimmung der Relaxationszeit $\tau$ . . . . .	8
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Diskussion</b>	<b>9</b>

## 1 Einleitung

Wird in einem Ionenkristall aus einwertigen Ionen ein zweiwertiges Ion eingebaut, so werden in dem Kristall permanente elektrische Dipole erzeugt. Mit dem Einbau des zweiwertigen Ions entsteht auch immer eine Leerstelle im Kristall. Die Richtung des Dipols weist dabei von der Position des zweiwertigen Ions zur Leerstelle. In Abbildung 1 ist ein Dipol in einem CsJ-Kristall schemenhaft dargestellt. Das Frem-



**Abbildung 1:** Darstellung eines Dipols in einem CsJ-Kristalls. [?]

datom und die Leerstelle können sich nur auf diskreten Gitterplätzen aufhalten. Bei Temperaturen unter 500 °C können sich überwiegend nur die Leerstellen im Gitter bewegen, womit sich die Richtung des Dipols nur durch Diffusion der Leerstellen ändern kann. Damit sich die Leerstellen aber überhaupt bewegen können, muss eine Potentialschwelle, welche durch die räumlich periodische Anordnung der Gitteratome entsteht, überwunden werden. Die Energie, die dazu notwendig ist wird als *Aktivierungsenergie*  $W$  bezeichnet. Die Gesamtheit der Dipole unterliegt dabei der Boltzman-Statistik. Die mittlere Zeit zwischen einer Umorientierung des Dipols wird als *Relaxationszeit* bezeichnet. Sie ist proportional zur Boltzman-Statistik und lässt sich in Abhängigkeit der Temperatur  $T$  durch

$$\tau(T) = \tau_0 \exp\left(\frac{W}{k_B T}\right) \quad (1)$$

ausdrücken. Dabei ist  $\tau_0$  die charakteristische Relaxationszeit und  $k_B$  die Boltzman-Konstante.

**Ziel** Ziel des Versuches ist es nun die Aktivierungsenergie  $W$  und die charakteristische Relaxationszeit  $\tau_0$  für einen KBr Kristall zu bestimmen.

## 2 Theorie

Im Folgenden soll skizzenhaft die Herleitung der benötigten Formeln gezeigt werden. Die Probe ist ein 3 bis 5 mm dicker Kristall und dient in einem Plattenkondensator als Dielektrikum. Das Anlegen einer Spannung führt schließlich zur einer Ausrichtung der Dipole in Feldrichtung. Aufgrund der thermischen Bewegung der Gitteratome wird die Ausrichtung allerdings gestört. Im Mittel wird nur ein Bruchteil  $y$  der Dipole in Feldrichtung zeigen. Für diesen Bruchteil gilt mit der sogenannten *Langevin-Funktion*

$$y = L(x) = \coth(x) - \frac{1}{x}, \quad x := \frac{pE}{k_B T}, \quad (2)$$

wobei  $E$  die elektrische Feldstärke und  $p$  der Betrag des Dipolmomentes ist. In dem Versuch gilt der Limes  $pE \ll k_B T$ , sodass für den Bruchteil  $y$  nun

$$y(T) = \frac{pE}{3k_B T} \quad (3)$$

gilt. Nun muss das elektrische Feld eine Zeit, die groß gegen die Relaxationszeit  $\tau(T)$  ist, eingeschaltet sein, damit sich der Bruchteil  $y$  ausrichten kann. Anschließend wird der Kristall schnell abgekühlt bis auf ca.  $-40^\circ\text{C}$ , sodass der Dipolzustand praktisch eingefroren wird. Nach den Abkühlen wird der Kondensator für ca. 2 min kurzgeschlossen, um die restlichen beweglichen Elektronen abzuführen. Zudem wird das elektrische Feld abgeschaltet. Nun wird die Probe mit einer möglichst konstanten Heizrate

$$b := \frac{dT}{dt} = \text{const} \quad (4)$$

erwärmt. Durch die Erwärmung lösen sich die Dipole zunehmend aus ihrer „eingefrorenen“ Vorzugsrichtung und nehmen wieder eine statistische Verteilung an. Dies wird als *Dipolrelaxation* bezeichnet. Die Dipolrelaxation führt schließlich auf einen Dipolstrom, welcher schließlich messbar ist. Für die Dipolstromdichte gilt

$$j(T) = y(T_p) p \frac{dN}{dt}. \quad (5)$$

Hier bezeichnet  $T_p$  die Polarisationsstemperatur und  $N$  die Anzahl der relaxierten Dipole pro Volumeneinheit. Die Änderung  $dN/dt$  ist dabei proportional zur Teilchendichte  $N$  der noch orientierten Dipole zum Zeitpunkt  $t$  selbst, sodass hierfür die Differenzialgleichung

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau(T)} \quad (6)$$

aufgestellt werden kann. Die Lösung dieser DGL unter Berücksichtigung von (4) und (1) und einsetzen in (5) liefert für die Stromdichte

$$j(T) = \frac{p^2 E}{3k_B T} \frac{N_p}{\tau_0} \exp \left[ -\frac{1}{b\tau_0} \int_{T_0}^T \exp \left( -\frac{W}{k_B T'} \right) dT' \right] \exp \left[ -\frac{W}{k_B T} \right]. \quad (7)$$

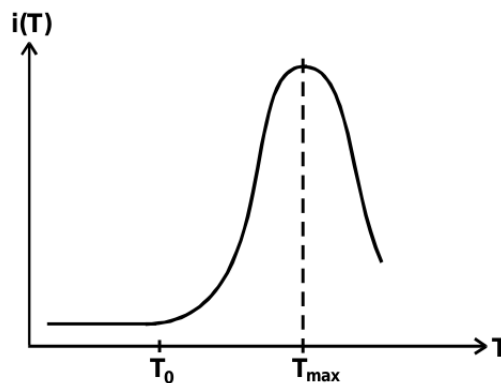
Der Verlauf der Stromdichte ist in Abbildung 2 dargestellt. Da die Kurve am Anfang sehr flach ist, gilt

$$\int_{T_0}^T \exp \left[ -\frac{W}{k_B T'} \right] dT' \approx 0, \quad (8)$$

womit die Dipolstromdichte zu

$$j(T) = \frac{p^2 E}{3k_B T} \frac{N_p}{\tau_0} \exp \left[ -\frac{W}{k_B T} \right]. \quad (9)$$

genähert werden kann. Diese Form kann zur Bestimmung der Aktivierungsenergie verwandt werden. Desweiteren kann der gesamte Kurvenverlauf zur Bestimmung



**Abbildung 2:** Verlauf der Dipolstromdichte. [?]

der Aktivierungsenergie verwandt werden. Hierzu wird die Polarisation  $P$ , welche gleich dem Gesamtdipolmoment pro Volumeneinheit der Probe ist, betrachtet. Für  $P$  gilt eine ähnliche DGL wie 6 entsprechend

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{P(t)}{\tau(T(t))}. \quad (10)$$

Für den Polarisationsstrom und dessen Integral gilt mit den Probenquerschnitt  $F$

$$i(t) = F \frac{dP}{dt}, \quad \int_t^\infty i(t) dt = FP(t). \quad (11)$$

Mit (10), (11), (1) und (4) folgt nun

$$\frac{W}{k_B T} = \frac{1}{\tau_0 b i(T)} \int_{T/b}^\infty i(T') dT'. \quad (12)$$

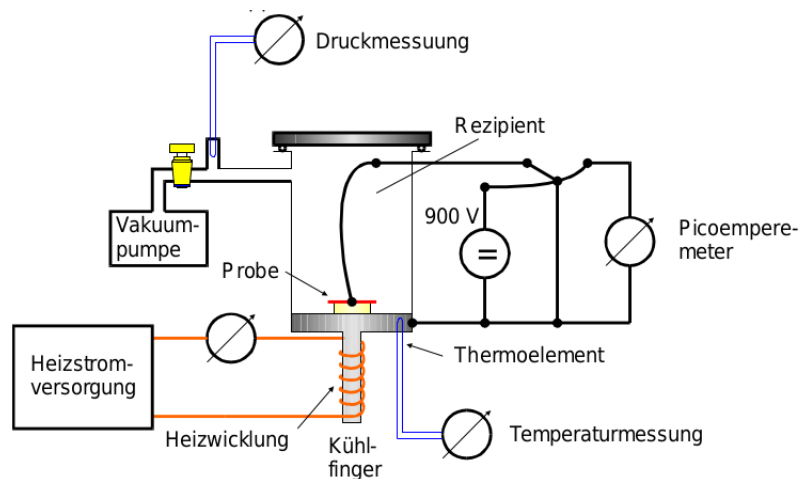
Hiermit kann nun die Aktivierungsenergie durch Auftragen von

$$\frac{1}{\text{const} \cdot i(T)} \int_{T/b}^{T^*} i(T') dT' \quad (13)$$

gegen  $1/T$  bestimmt werden, wobei  $T^*$  so gewählt muss, dass  $i(T^*) \approx 0$  gilt.

### 3 Aufbau und Durchführung

In Abbildung 3 ist der Aufbau des Messplatzes schematisch dargestellt. Die Probe



**Abbildung 3:** Schematischer Aufbau der Apparatur. [?]

befindet sich in einem Rezipienten auf dem Boden des Probenbehälters mit Wärmeleitpaste verklebt. Die Messung wird im Vakuum von ca.  $10^{-2}$  mbar durchgeführt, da die Probe wasserempfindlich ist. Die Durchführung kann nun wie folgt gegliedert werden.

1. E-Feld ( $U = 600 - 900 \text{ V}$ ) an die Probe bei einer Polarisierungstemperatur von ca.  $T_p = 50^\circ \text{C}$  anschließen und ca. 900 s warten.
2. Mit flüssigem Stickstoff auf ca.  $-40^\circ \text{C}$  bei eingeschaltetem E-Feld abkühlen.
3. E-Feld abschalten und Kondensator ca. 2 min kurzschließen.
4. Picoamperemeter anschließen und den Strom beobachten bis er nahezu konstant ist

5. Aufheizen mit konstanter Heizrate  $b$  und entsprechende Ströme notieren.

Dies wird für zwei Heizraten  $b = 1.5 \text{ K/s}$  und  $b = 2 \text{ K/s}$  durchgeführt.

## 4 Auswertung

Die gemessenen Wertepaare von Temperatur und Depolarisationsstrom sind in den Tabellen ?? und ?? zu sehen. Im Folgenden beziehen sich Größen mit Index „1“ auf die Heizrate  $b_1 = 2 \text{ K/min}$  bzw. mit Index „2“ auf  $b_2 = 2.5 \text{ K/min}$ .

### 4.1 Bestimmung von $W$ aus dem ersten Teil des Kurvenverlaufes

Für Temperaturen nahe bei  $T_0 := \min\{T_1\}$  gilt die Abhängigkeit

$$j(T) \propto e^{-W/k_B T}, \quad (14)$$

wobei  $j$  der Depolarisationsstrom,  $W$  die Aktivierungsenergie,  $T$  die Temperatur sind, sowie  $e$  und  $k_B$  die Eulersche- und Boltzmannkonstanten.

Ein linearer Fit für  $\ln(j)$  gegen  $1/T$  ergibt Die Graphen dazu sind in den Abbildungen ?? und ?? zu sehen.

Damit ergibt sich

$$W_1 = \quad (15)$$

$$W_2 = \quad (16)$$

Da bei der Rechnung nur eine fehlerbehaftete Größe (die Steigung der Ausgleichsgeraden) vorkommt, sind die Fehlerrechnung identisch mit der zum Mittelwert.

### 4.2 Bestimmung von $W$ aus dem gesamten Kurvenverlauf

Definiere

$$S(T) = \int_T^{T^*} j(T') dT' \frac{1}{j(T)} \quad (17)$$

mit dem letzten gemessenen Wert  $T^*$ . Bei konstanter Heizrate gilt

$$\frac{W}{k_B T} = \ln S(T) \quad (18)$$

mit einer Konstanten  $k$ . Bei der Berechnung wurde die Näherung

$$S(T) = \int_T^{T^*} j(T') dT' \approx \sum_{\text{\#Messwerte}} j^n \hat{b} \quad (19)$$

benutzt. Der Index bezieht sich dabei auf den  $n$ -ten Messwert,  $\hat{b}$  ist die Heizrate in SI-Einheiten. Ein linearer Fit für  $\ln(S(T))$  gegen  $1/T$  ergibt. Die entsprechenden Abbildungen sind ?? und ?. Es folgen

$$W_{S,1} = \quad (20)$$

$$W_{S,2} = \quad (21)$$

Da wieder nur eine fehlerbehaftete Größe vorkommt, kann der Fehler wie der Messwert behandelt werden.

### 4.3 Bestimmung der Relaxationszeit $\tau$

Differentiation von Gleichung ?? ergibt

$$1/b + \frac{d}{dT} \bigg|_{\max} \tau(T) = 0 \quad (22)$$

mit  $T_{\max} = \max\{T\}$ . Mit

$$\frac{d}{dT} \bigg|_{\max} \tau(T) = -\frac{W}{k_B T^2} \quad (23)$$

folgt

$$\tau(T_{\max}) = \frac{k_B T_{\max}^2}{W b} \quad (24)$$

Nun kann mit Hilfe von Gleichung (??) die Relaxationszeit  $\tau_0$  gemäß

$$\tau_0 = \tau(T_{\max}) e^{-\frac{W}{k_B T_{\max}}} \quad (25)$$

bestimmt werden.

So ergibt sich

$$\tau_{0,1} = \tau_{0,2} = \quad (26)$$

Die Fehlerrechnung geschieht dabei gemäß der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.



## **5 Diskussion**

## **6 Diskussion**