

逻辑初始化和测量

逻辑初始化和测量

逻辑初始化

基础 (将双挖孔 X-cut 比特初始化到 $|+_L\rangle$ 态)

进阶 (将双挖孔 X-cut 比特初始化到 $|g_L\rangle$ 态)

步骤

逻辑测量

基础 (在 \hat{X}_L 基底下测量双挖孔 X-cut 比特)

进阶 (在 \hat{Z}_L 基底下测量双挖孔 X-cut 比特)

2022-11-20

逻辑初始化

基础 (将双挖孔 X-cut 比特初始化到 $|+_L\rangle$ 态)

1. 一轮镇定测量会将数据比特的状态锁定到所有镇定子的共同本征态上。
2. 表面码所谓挖孔其实质上是某个测量比特与原镇定子解绑。例如 a, b, c, d 中间的 measure-X 比特被“挖孔”后，算符 $\hat{X}_a \hat{X}_b \hat{X}_c \hat{X}_d$ 就失去了镇定线路的功能，即镇定测量后的结果无需再是该算符的本征态。可是这个算符仍然是和其他的镇定子是对易的，所以该算符可以被选择成为逻辑算符，例如 \hat{X}_L 。
3. 显然，在将该测量比特“挖孔”之前，数据比特被镇定后的态一定是 $\hat{X}_a \hat{X}_b \hat{X}_c \hat{X}_d$ 的本征态，而且本征值就反映在镇定测量的测量结果上。如果 $\hat{X}_{abcd} = +1$ ，即该态可以视作 \hat{X}_L 的本征态 $|+_L\rangle$ ；如果 $\hat{X}_{abcd} = -1$ ，则该态可以视作 \hat{X}_L 的本征态 $|-_L\rangle$ 。

这就是初始化一个 X-cut 比特的原理。在两个本征态之间翻转，需要借助 \hat{Z}_L 操作，注意这个操作是在软件算法中完成。

类似的可以将一个 Z-cut 比特初始化到 $|g_L\rangle$ 或 $|e_L\rangle$ 态。

将 X-cut 比特初始化到 $|g_L\rangle$ 或 $|e_L\rangle$ 态需要借助 \hat{H}_L 门。

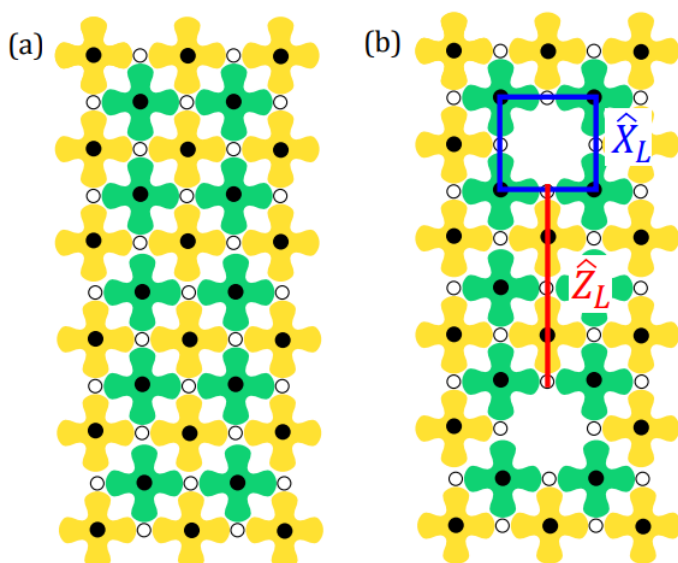
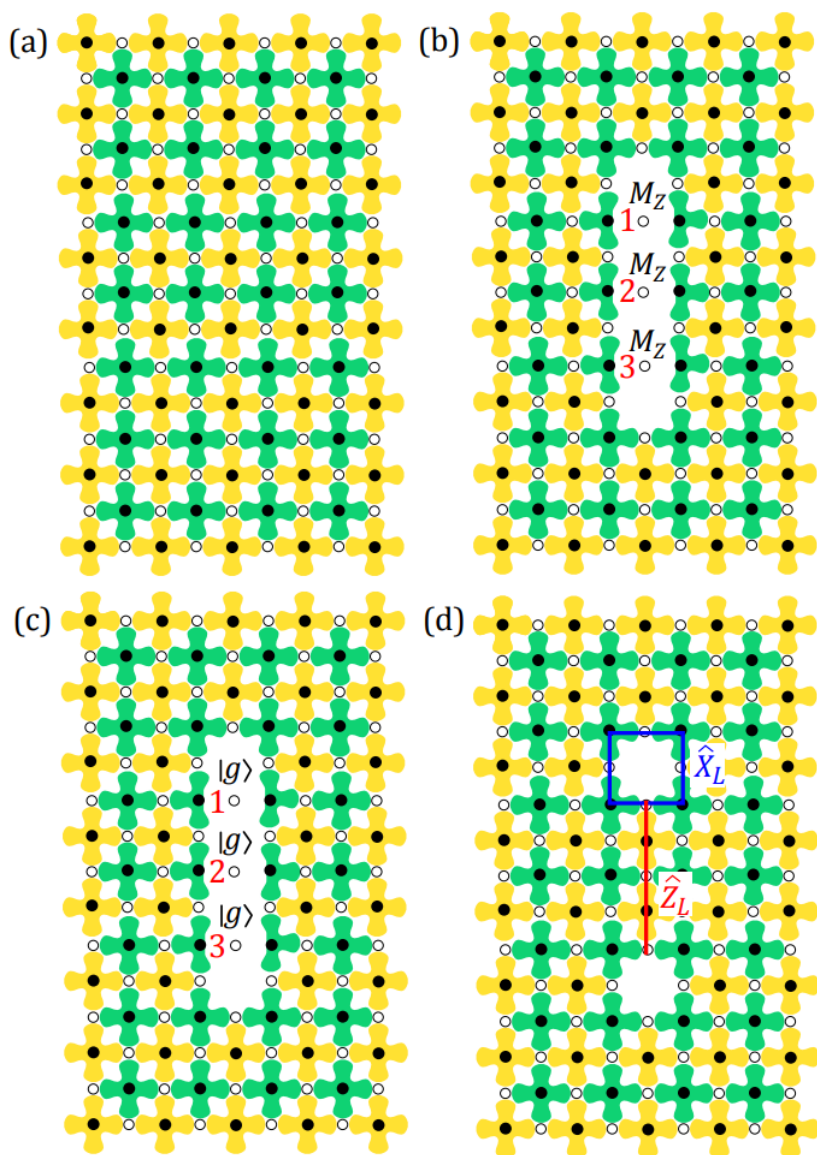


图13. (双挖孔 X-cut 比特的初始化通过“挖孔”前的一轮镇定测量来实现。

进阶 (将双挖孔 X-cut 比特初始化到 $|g_L\rangle$ 态)

由于 \hat{H}_L 门笨重复杂，借助其进行初始化是不合适的。因此需要其他手段将 X-cut 比特初始化到 $|g_L\rangle$ 或 $|e_L\rangle$ 态。



步骤

- a. 从尚未挖孔的阵列开始 (是否执行一轮镇定测量不影响结果)
- b. 将两个挖孔贯通，即挖去中间的 Measure-X 比特，将两边的 Measure-Z 比特上的镇定子改为三比特，以此形状执行镇定测量；同时对孤立的数据比特 (对应 \hat{Z}_L 算符链) 进行物理测量 M_Z 。这样一来整个系统的状态就为

$$|\psi\rangle = |S\rangle \otimes |\text{三个中间比特的 } Z_L \text{ 本征态}\rangle$$

$|S\rangle$ 是其他数据比特上的镇定后的状态，是一个当前约定下的不动态。显然 $|\psi\rangle$ 此时也是一个当前约定下的不动态，因为此时三个中间比特不联通任何测量比特。

- c. 将每个孤立的数据比特调整到 $|g\rangle$ 态。
此时系统的状态变为

$$|\psi'\rangle = |S\rangle \otimes |ggg\rangle$$

$|\psi'\rangle$ 此时一定是 Z_L 的基态 $|g_L\rangle$ ，但不是我们想要的双挖孔比特的不动态。

- d. 恢复到双挖孔状态，进行一轮镇定测量。由于 Z_L 与所有镇定子对易，所以镇定后的态 $|\psi''\rangle$ 仍然是 Z_L 的基态 $|g_L\rangle$ 。并且此时 $|\psi''\rangle$ 是双挖孔比特的不动态。

最终数据比特的状态便是初始化好的 \hat{Z}_L 的基态。

将一个 Z-cut 比特初始化到 $|+_L\rangle$ 或 $|-_L\rangle$ 态是类似的。

逻辑测量

基础 (在 \hat{X}_L 基底下测量双挖孔 X-cut 比特)

测量等同于将比特置于 \hat{X}_L 的某个本征态上。如前所述，X-cut 比特的 \hat{X}_L 算符来自于一个先前的、与被挖去的 Measure-X 比特绑定的镇定子。因此恢复这个原先的镇定子并进行镇定测量，就相当于完成了一次逻辑测量。测量后的态是 \hat{X}_L 的本征态，该镇定测量的输出就是逻辑测量的输出。

实践上，可以仅恢复定义了 \hat{X}_L 的那个挖孔，也可以把两个孔都恢复。但逻辑测量的输出只与定义了 \hat{X}_L 的那个孔有关，其他镇定子被测量与否不影响结果。

Z-cut 比特在 \hat{Z}_L 基底下的测量类似。

进阶 (在 \hat{Z}_L 基底下测量双挖孔 X-cut 比特)

- a. 有一个双挖孔 X-cut 比特处于待测量态
- b. 将两个挖孔贯通，即挖去中间的 Measure-X 比特，将两边的 Measure-Z 比特上的镇定子改为三比特，以此形状执行镇定测量，这只是为了保持表面码纠错的连续性，因为这样的形状改变不应当改变上一轮镇定测量的结果；同时每个孤立的数据比特上进行 M_Z 测量，**每个数据比特的测量结果的乘积就是 \hat{Z}_L 基底下的逻辑测量结果。**

以下两步不是必须的，仅用于验证刚刚的逻辑测量结果

- c. 将三个孤立的数据比特置到 $|ggg\rangle$ 态。
- d. 恢复阵列至未挖孔状态，进行一轮镇定测量。考虑到中间的数据比特已经被重置为 $|ggg\rangle$ 态，相联的 Measure-Z 比特的输出的改变应当反映这一点，而相联的 Measure-X 比特应当随机给出输出。否则前面的逻辑测量可能存在瑕疵。