

错误探测

错误探测

错误类型

纠错算法

模拟实验

错误模型

实验结果

实验结论

对逻辑错误率的理解

逻辑错误的原因

逻辑错误率的分析

测量错误导致的逻辑错误

逻辑错误与错误类型的联系

注释：表面码能纠正的错误

2022-11-14

错误类型

- 单比特错误 \hat{X} , \hat{Y} , \hat{Z}
- 测量错误
- 初始化错误
- H 错误，即在执行 \hat{H} 门时多了一个额外的 \hat{X} , \hat{Y} 或 \hat{Z}
- CNOT 错误

纠错算法

根据镇定测量输出的改变鉴别出错的物理比特和错误类型，对此后的测量结果加以修正。

注：并非一定要判断出实际的错误，判断出拓扑等价的错误也可，它们通过乘上镇定子联系起来。

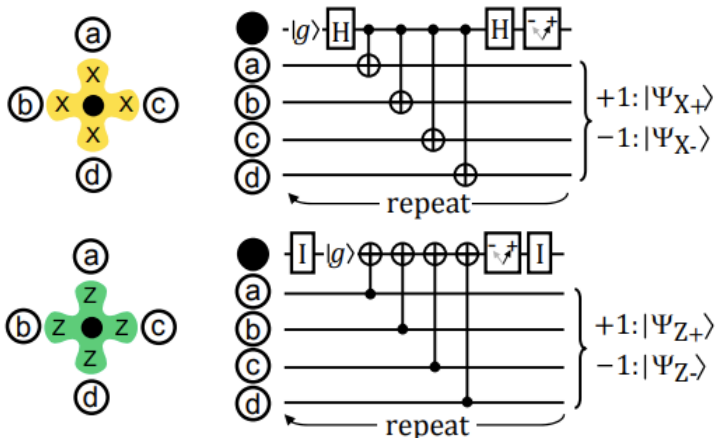
判定错误并予以纠正的算法：最小权重完美匹配算法 (minimum weight perfect matching algorithm), Edmond, [43, 44]

算法适用条件：错误相对稀疏

算法失效条件：错误密度增加，错误链 (error chains) 增长

模拟实验

错误模型



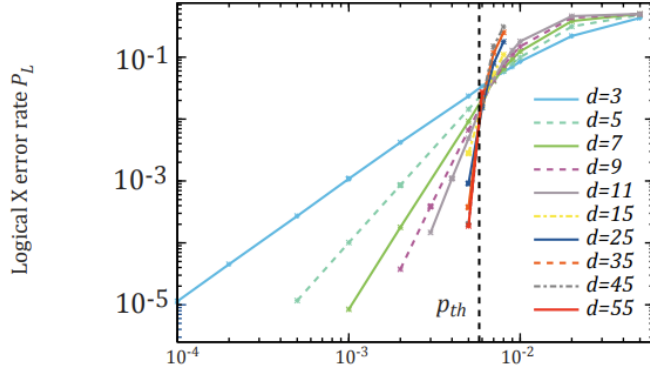
- \hat{I} 有 $p/3$ 的几率被替换成 $\hat{O} \in \{\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}\}$
- 向 $|g\rangle$ 的初始化以 p 的几率替换成向 $|e\rangle$

- 在执行 \hat{H} 时以 $p/3$ 的几率引入了一个额外的 $\hat{O} \in \{\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}\}$
- 进行 \hat{Z} 测量时, 以几率 p 报告了错误的值并投影到错误的态
- CNOT 以 $p/15$ 的几率被替换成
 $\hat{O} \in \{\hat{I} \otimes \hat{X}, \hat{I} \otimes \hat{Y}, \hat{I} \otimes \hat{Z}, \hat{X} \otimes \hat{I}, \hat{X} \otimes \hat{X}, \hat{X} \otimes \hat{Y}, \hat{X} \otimes \hat{Z}, \hat{Y} \otimes \hat{I}, \hat{Y} \otimes \hat{X}, \hat{Y} \otimes \hat{Y}, \hat{Y} \otimes \hat{Z}, \hat{Z} \otimes \hat{I}, \hat{Z} \otimes \hat{X}, \hat{Z} \otimes \hat{Y}, \hat{Z} \otimes \hat{Z}\}$

实验结果

观察指标: 逻辑 X 错误率 P_L , 即最小权重完美匹配算法匹配错误导致逻辑 X 错误的几率。

注: 逻辑 Z 错误行为类似, 因此忽略。



观察结果:

1. 当 p 比较小时, P_L 也小, 并随 d 增加而变小
2. 当 p 比较大时, P_L 也大, 并随 d 增加而变大
3. p 较大还是较小的阈值 $p_{th} = 0.57\%$

d 是表面码的距离 (distance), 是用来定义 X_L 或 Z_L 的物理 X 或 Z 的最小数目。

实验结论

模拟实验表明, 逻辑错误率按幂率随着 p 增长

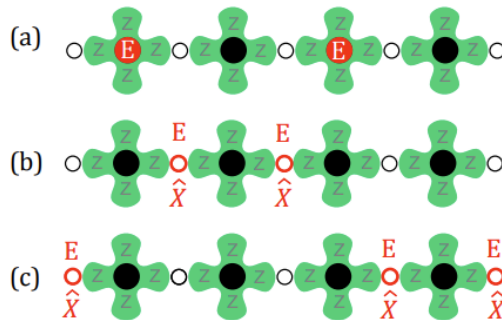
$$P_L \sim p^{d_e}, \text{ with } \begin{cases} d_e = (d+1)/2, & \text{for odd } d \\ d_e = d/2, & \text{for even } d \end{cases}$$

实验拟合结果

$$P_L \approx 0.03(p/p_{th})^{d_e}$$

对逻辑错误率的理解

逻辑错误的原因



- a. 两个 measure-Z 比特报告错误 "E"
- b. 上述报告的一种可能错误来源, 发生几率 $\sim p^2$
- c. 上述报告的另一种可能错误来源, 发生几率 $\sim p^3$

逻辑错误的主要来源: 将 b 情况和 c 情况混淆。

距离为 d 的表面码, 最有可能将长度 $(d+1)/2$ 的错误链误判成长度 $(d-1)/2$ 的错误链, 误判率随 p^{d_e} 增长。

逻辑错误率的分析

假设逻辑错误都来自于单个数据比特错误，将所有可能被误判的情形加总，得到总的逻辑 X 错误率的数学模型

$$P_L^s = d \frac{d!}{(d_e - 1)! d_e!} p_e^{d_e}$$

利用该公式和实验拟合数据，可以在特定 p 反推达到给定的 P_L 时需要的表面码距离及物理比特数。例如，当比特门保真度为 99.9% ($p \sim 10^{-3}$) 时，一个逻辑比特需要包含 $10^3 \sim 10^4$ 个物理比特才能实现逻辑错误率低于 $10^{-14} \sim 10^{-15}$ 。

测量错误导致的逻辑错误

测量错误在时序上留下错误链，发生几率 $\sim p_M^{\text{错误链长度}}$ ，也会被误判。当 p_M 接近 p 时，导致的逻辑错误率也随时间间隔变化，时间间隔也接近 d 。

逻辑错误与错误类型的联系

错误类型：

- 数据比特空置导致的 $\hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}$ 错误，0 型错误
- 测量比特的初始化错误，测量错误，H 门错误，1 型错误
- 测量比特和数据比特间的 CNOT 发生错误，2 型错误

对逻辑错误的贡献：2 型 > 0 型 > 1 型

每类错误分别导致的逻辑错误率仍然 $\sim (p/p_{th})^{d_e}$ 。

注释：表面码能纠正的错误

发生非预期的操作 (即错误)：

1. **✓** 被镇定测量擦除 (即回到原不动态)；
2. **?** 未能被镇定测量擦除 (即改变到了新不动态)：
 1. **?** 不改变镇定测量输出 (即和原不动态镇定等价) - 表面码无法检出
 1. **✓** 错误相当于一个镇定子 - 不影响计算
 2. **✗** 错误相当于一个逻辑操作 - 影响计算
 2. **?** 改变镇定测量输出 (和原不动态不等价) - 被表面码检出
 1. **✓** 被软件算法纠正 - 纠错成功
 2. **✗** 被软件算法误判 - 导致逻辑错误