



系统稳定性实验



系统稳定性判定

实验目的：

- 掌握劳斯-赫尔维兹判据对系统稳定性判定的应用

实验内容：

- 判定系统稳定性
- 闭环传递函数的求解
- 劳斯-赫尔维兹判据的应用

前期准备：

- 实验系统已经连接并通过“旋转伺服基本单元快速入门”的相关测试
- 具备传递函数基本知识，例如知道如何从微分方程获得传递函数
- 熟悉 MATLAB 和 SIMULINK 的基本操作
- 通过系统集成实验，已熟悉 QUARC 有关旋转伺服基本单元的基本操作
- 完成直流电机系统建模实验、二阶系统实验

1 背景

确定一个系统是否稳定，可通过查看该系统所有闭环极点是否都在 s 平面虚轴左侧而定。如果有一个或多个极点在右半平面，则系统不稳定。如果有一个极点在虚轴上，则系统临界稳定。如果且仅当所有的极点都严格地在左半平面上，则称系统是稳定的。对于实际系统，要找到所有系统极点的准确位置，从而确定系统的整体稳定性，并不总是可行，尤其对于高阶系统更是如此，通常我们只需要了解特征根的分布即可。

1.1 劳斯-赫尔维茨判据

采用劳斯-赫尔维茨判据判定系统稳定性，无需求取极点的精确位置，只需要两个步骤。第一步，创建劳斯表；第二步对其进行解算，可得到在左半平面、虚轴或右半平面上有多少个极点，同时可以确定使系统稳定的系统参数取值范围。

如图 1.1 所示的闭环系统传递函数为：

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{C(s)P(s)}{1 + C(s)P(s)} = \frac{N(s)}{D(s)}. \quad (1.1)$$

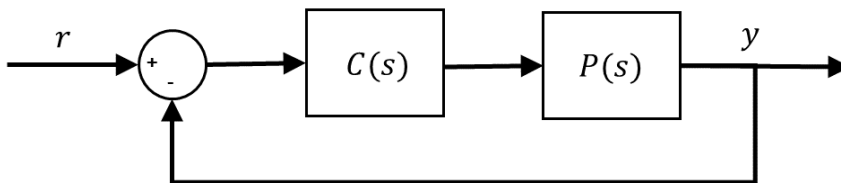


图 1.1:单位反馈闭环系统

为了确定式 1.1 所代表系统的稳定性，可通过确定闭环系统极点位置来实现，即闭环传递函数分母的根的位置，其中 $D(s)$ 的形式为：

$$D(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + a_{n-2} s^{n-2} + \cdots + a_0 s^0 \quad (1.2)$$

如果所有的极点都严格在左半平面上，系统是稳定的。例如，一个四阶多项式具有以下形式

$$D(s) = a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0. \quad (1.3)$$

创建方程 1.3 的 Routh 表，首先填入多项式的系数如表 1.1 所示。

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2			
s^1			
s^0			

表 1.1: 在 Routh 表中输入多项式系数。

其余的条目如表 1.2 所示，每一个条目都是一个 2×2 矩阵的负行列式除以其上面一行第一列的值。

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2	$-\frac{\begin{vmatrix} a_4 & a_2 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}}{a_3} = b_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_4 & a_0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = b_2$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_4 & 0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = 0$
s^1	$-\frac{\begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1} = c_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$	$-\frac{\begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$
s^0	$-\frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = d_1$	$-\frac{\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$	$-\frac{\begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$

表 1.2: 完成劳斯表

得到完整 Routh 表后，第一列的符号变化数即等于系统右半平面（不稳定）极点的个数。

特例 1 整行为 0

如果计算中 Routh 表中某行都是零，可以使用该行的上一行多项式进行微分，微分后多项式的系数替代之前的全零行。例如，如下多项式：

$$s^5 + 7s^4 + 5s^3 + 35s^2 + 2s + 14 \quad .(1.4)$$

劳斯表为：

s^5	1	5	2
s^4	7	35	14
s^3	0	0	0
s^2			
s^1			
s^0			

计算过程中，劳斯表 s^3 行出现全零行，此时可以将其上一行的多项式 $p(s) = 7s^4 + 35s^2 + 14$ 进行微分，

$$\frac{dp(s)}{ds} = 28s^3 + 70s + 0. \quad (1.5)$$

使用微分后的多项式系数来替代全 0 行

s^5	1	5	2
s^4	7	35	14
s^3	28	70	0
s^2	20.5	14	0
s^1	50.88	0	0
s^0	14	0	0

然后继续完成劳斯表判断系统稳定性。

特例 2 第一列中系数为 0

如果在劳斯阵列中任意一行的第一个元素为 0，而后各元素不为 0，则在计算下一行元素时，会出现元素趋于无穷的现象，导致劳斯阵列计算无法进行。此时可用一个极小数 ε 来代替 0，当整个劳斯表完成后，再确定劳斯表第一列符号的变化情况。

1.2 直流电机位置控制系统的劳斯稳定性分析

本实验将利用劳斯-赫尔维茨（Routh-Hurwitz）准则来研究旋转伺服单元位置控制系统的稳定边界。在位置控制回路中串联一个一阶惯性环节，如图 1.2 所示。

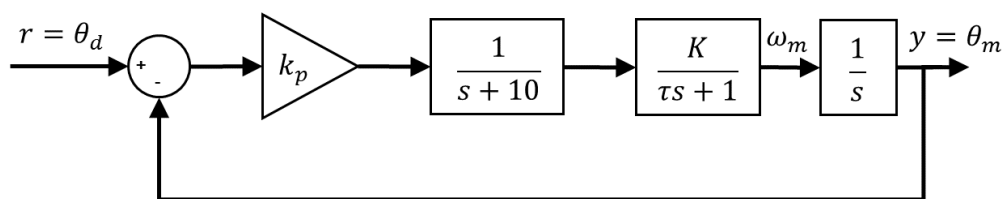


图 1.2 增加环节后的基于旋转伺服单元的单位负反馈位置控制系统

基于图 1.2，可以得到补偿环节的传递函数为：

$$C(s) = \frac{k_p}{s + 10} \quad (1.6)$$

其中的 k_p 为比例增益；

执行机构从直流电机电压到角度位置的传递函数可写为：

$$P(s) = \frac{K}{s(\tau s + 1)} \quad (1.7)$$

其中， K 为直流电机模型的稳态增益， τ 为直流电机模型的时间常数， K 和 τ 的取值请根据建模实验的结果来确定。



2 实验预习

在进行第 3 节的实验前，请预习第 1 节的背景知识并完成本节中的任务。

1. A-1, A-2 根据建模实验中旋转伺服单元的电机模型传递函数参数，计算图 1.2 所示系统由输入 $R(s)$ 到输出 $Y(s)$ 的系统闭环传递函数，该传递函数中包含参数 k_p 。
2. A-1, A-2 创建该闭环系统的劳斯表。
3. A-1, A-2 确定使系统稳定的 k_p 取值范围。

3 现场实验

为了测试如图 1.2 所示系统的稳定性，需要建立如图 3.1 所示的 Simulink/QUARC 模型。

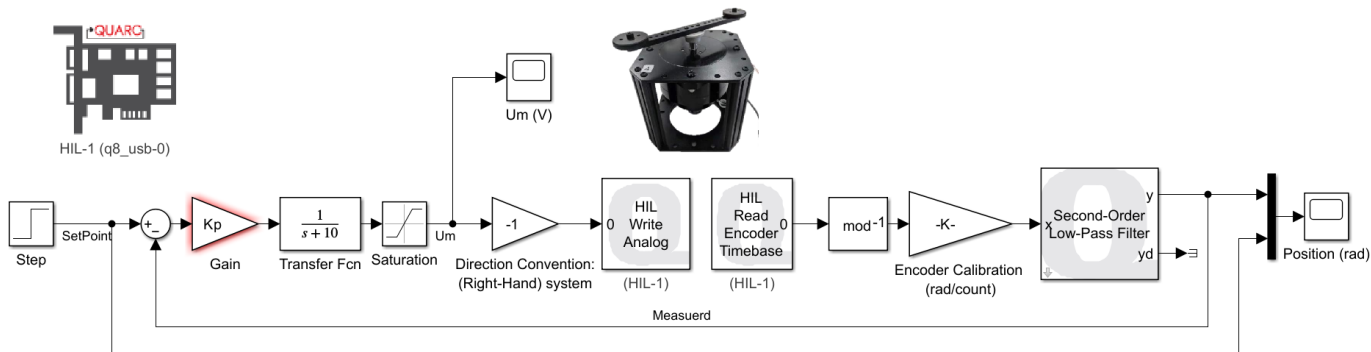

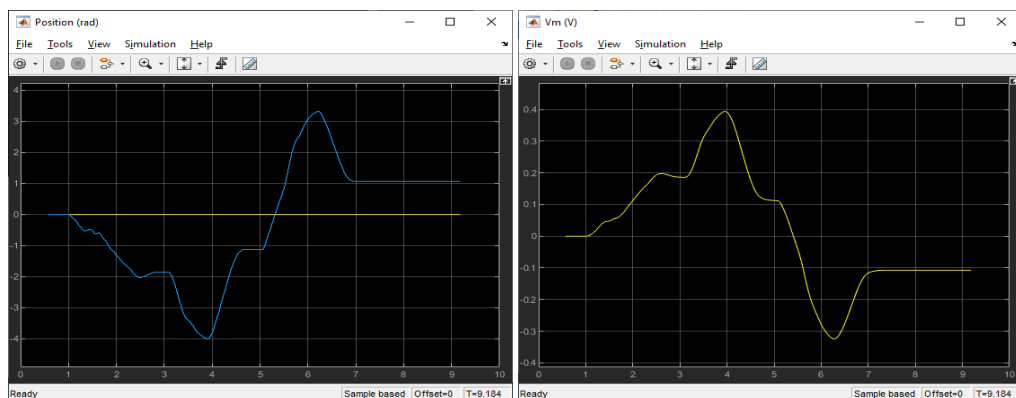


图 3.1:系统稳定性测试 Simulink/QUARC 模型

1. 根据建模实验所得的直流电机模型，计算如图 3.1 所示系统稳定时 Gain 模块 Kp 的取值范围。
2. 打开名为“Stability_experiment”的 Simulink 模型；
3. 将 Step 模块的“初始值”和“终值”设定为 0，等同于将系统给定位置设定为 0；
4. 先将 Gain 模块的 Kp 数值设置为“1”；
5. 在窗口“硬件”标签下点击“监控并调节”，位置控制系统开始运行；
6. **B-5, K-1** 当控制器运行后，如果人工施加扰动（用手拨动负载转杆），扰动后系统会发生什么现象？记录一个有代表性的响应曲线。图 3.2 中显示了一个示例响应。响应是否稳定？一旦扰动了系统，是否有稳态误差？如果有，请解释。



(a) 位置

(b) 电机电压

图 3.2 扰动负载轴后的系统响应

7. **K-1, B-7** 保持 Simulink 模型正在运行，缓慢增大“Gain”模块的增益，系统对人工施加的扰动的响应有什么变化？请对比“Gain”值取大和小时，系统响应的变化。
8. **K-3, B-9** 增大 Gain 的 K_p 值，使系统达到临界稳定状态，此时系统对手动扰动的响应和之前有什么区别？
9. 停止 QUARC 控制器，关闭 SRV02 系统电源。

4 实验报告

请根据本节内容要点准备实验报告。

4.1 内容模板

I. 实验过程

简要描述本次实验的主要目的和过程

II. 实验结果

本节中只需提供数据结果即可，解释和分析另行提供。

1. 实验所用的位置反馈闭环控制 Simulink 程序图；
2. 不同 Gain 参数下的系统对扰动的响应曲线；

III. 实验分析

1. 对本实验中所涉及的计算过程进行详细阐述；
2. 对实验所得的不同 Gain 参数所对应的系统响应过程进行分析；

IV. 结论及收获

对实验结果进行归纳总结，写出其内在的理论逻辑。

4.2 实验报告格式要求

请提供认真且专业的实验报告，并以“pdf”格式准时提交至网络学堂。

- 每位同学均需要提交实验报告
- 包含封面，封面请标注必要信息（实验名称、学生姓名、学号、实验日期、同组学生姓名，同组学生学号、理论课教师姓名等）；
- 包含实验要求的所有内容（过程、结果、分析和结论）；
- 将实验中所产生、记录的原始数据、程序文件整体压缩为一个文件作为实验报告的一部分同时提交；
- 语句通顺无错别字；
- 布局清晰整洁美观；
- 请编写页码；

- 所有公式都有编号；
- 所有图形都有编号，具备描述性标题，坐标轴都有标签；
- 所有表格都有编号，具备描述性标题，表格内容具备恰当表头；
- 实验数据以合适的形式（图形、图表、数字、表格等）呈现；
- 图表、框图请勿手绘；
- 使用正确的格式进行参考和引用。