第十四次课后作业参考答案

June 20, 2019

必做题

Ex.9.1.1 (b)

解答：

$100 = 1100100_2$, 故$w_1 00 = 100100$

Ex.9.1.2

解答：

图灵机为:

State	0	1	Symbol X	Y	B
q_0	(q_1, X, R)	—	—	(q_3, Y, R)	—
q_1	$(q_1, 0, R)$	(q_2, Y, L)	—	(q_1, Y, R)	—
q_2	$(q_2, 0, L)$	—	(q_0, X, R)	(q_2, Y, L)	—
q_3	—	—	—	(q_3, Y, R)	(q_4, B, R)
q_4	—	—	—	—	—

Figure 8.9: A Turing machine to accept $\{0^n1^n \mid n \geq 1\}$

把状态重新排序$\{q_0, q_4, q_1, q_2, q_3\}$,带符号也重新排序{0,1, B, X, Y},则映射规则为:

q_0	0
q_4	00
q_1	000
q_2	0000
q_3	00000
0	0
1	00
B	000
X	0000
Y	00000
L	0
R	00

故这个图灵机可以编码为 11 010100010000100 11 0100000100000100000100 11

0001010001010011 00010010000100000010 11 000100000100010000010 0 11

000010100001010 11 0000100001010000010011 000010000010000100000 10 11

0000010000010000010000010 0 11 0000010001001000100

Ex.9.2.1

a) 停机问题对应的语言是递归可枚举的

解答：

任给(M, ω)，可以构造一个图灵机M'，该图灵机以通用图灵机为子程序，把(M, ω)输入通用图灵机中，如果通用图灵机返回接受或拒绝，则M‘输出接受（即会停机）;否则，M'一直运行下去，也即拒绝改输入（即不会停机）。所以，停机问题对应的语言是递归可枚举的

b) 停机问题对应的语言是不是递归的

解答：

如果停机问题对应的问题是递归的，则存在图灵机M_0，对于任何输入(M, ω)，可以在必定停机的情况下给出ω是否能使 M 停机（即M_0不会死循环）。

则对于任意递归可枚举语言 L，取其对应的图灵机M_1，构造新的M_2，以M_0为子程序，对于任意输入串ω，先用M_0判断其是否会使M_1停机，如果会，则以通用图灵机为子程序，模拟M_1的行为并输出其结果;否则，输出拒绝。如此，$L(M_2) = L(M_1)$，且M_2一定会停机，即$L(M_2) \subseteq RL$，得到$RE \subseteq RL$，与已知矛盾。

故停机问题对应的语言不是递归的。

Ex.9.2.3 (b)

解答：

使用一个三带图灵机，第一条带用于枚举整数，第二条带用于验证质数，第三条带用于输出。

开始时，带上都是空的。

图灵机先在第一条带上从 2 开始枚举整数，每枚举一个整数，把它拷贝到第二条带上，判断是否是质数，如果是，在第三条带上输出一个 1，并把该质数输出到第三条带上，否则继续枚举。(本问题中所有整数采用一元编码制，即 n 被编码为 n 个 0)

Ex.9.3.1

解答：

$\Sigma = \{0,1\}$接受语言为$\Sigma *$的图灵机是存在的，接受语言为空的图灵机也是存在的，两者都是递归可枚举语言，但是前者包含所有的回文串，后者不包括。所以，包括所有回文串是一个非平凡的性质，由 Rice 定理，该性质是不可判定的。

Ex.9.3.3

解答：

假设存在这样的判定算法，则任给一个输入串 w 和一个图灵机 M，可以构造图灵机M'，M'以空白带开始，先在带上写入 w，再以通用图灵机为子程序，判断 w 是否被 M 接受（该过程中使用到的 1 全部换成另一个字母 a），如果接受返回 1，否则返回 0.把M'作为该

算法的输入，则该算法可以判定任给一个输入串 w 和一个图灵机 M，w 是否被 M 接受，得出通用语言L_u是递归的，与已知结论矛盾，故不存在这样的算法。

Ex.9.3.4 (b)
L(M)是有穷的吗?
解答：

考虑问题L_e:一个图灵机 TM 的语言$L(TM) = \phi$?

对于一个图灵机 TM,构造新的图灵机 TM'; TM'以非确定式通用图灵机为子程序，猜测 M 接受的串，猜中了则返回。一旦子程序返回，TM'就进入终态，并且接受任何输入。

如果$L(TM) = \phi$，则 TM'不会接受任何输入，$L(TM) = \phi$，也即 L(TM')有限。否则，$L(TM') = \Sigma *$为无限语言。

故$L(TM) = \phi$可以归约为 L(M)是有穷的吗?而L_e是非递归可枚举语言，故 L(M)是有穷的吗?对应的语言也是非递归可枚举语言。