第七次课后作业参考答案

May 09. 2018

必做题

1 Ex.4.4.2

a)画出这个自动机的可区分性表

解答：

B	×							
C	×	×						
D		×	×					
E	×		×	×				
F	×	×		×	×			
G		×	×		×	×		
H	×		×	×		×	×	
I	×	×		×	×		×	×
	A	B	C	D	E	F	G	H

故$\{A, D, G\}, \{B, E, H\}, \{C, F, I\}$是等价对。

b)构造最小状态的等价DFA

解答：

	0	1
$\rightarrow \{A, D, G\}$	$\{B, E, H\}$	$\{B, E, H\}$
$\{B, E, H\}$	$\{C, F, I\}$	$\{C, F, I\}$
$*\{C, F, I\}$	$\{A, D, G\}$	$\{B, E, H\}$

2 Ex.5.1.1

c)所有不是ww形式的由a和b构成的串的集合，即不是把某个串重复一遍的串

解答：

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Y|Z|YZ|ZY \\ Y &\rightarrow a|bYb|bYa|aYb|aYa \\ Z &\rightarrow b|bZb|bZa|aZb|aZa \end{aligned}$$

3 Ex.5.1.2

c)00011

解答：

最左推导：$S \Rightarrow A1B \Rightarrow 0A1B \Rightarrow 00A1B \Rightarrow 000A1B \Rightarrow 0001B \Rightarrow 00011B \Rightarrow 00011$

最右推导：$S \Rightarrow A1B \Rightarrow A11B \Rightarrow A11 \Rightarrow 0A11 \Rightarrow 00A11 \Rightarrow 000A11 \Rightarrow 00011$

4 Ex.5.1.5

解答：

设计CFG：

$G=(V,T,S,P),V=\{S\},T=\{0,1,(,),+,*,\phi,e\},S=\{S\},P$规则如下：
$S\rightarrow\phi|e|S+S|SS|S^*|(S)|0|1$

5 Ex.5.1.6

b)如果有$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\beta$和$\beta\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$，那么就有$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$。

证明：

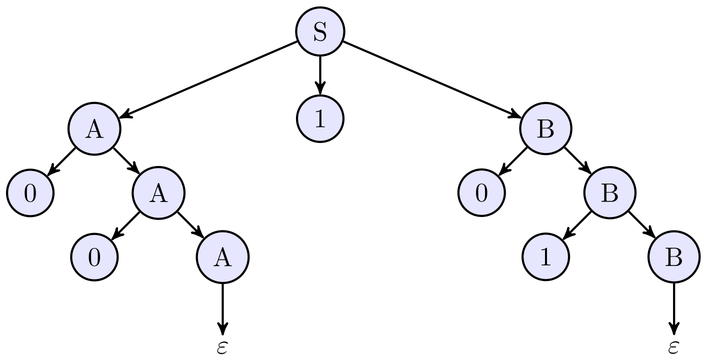
当推导$\beta\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$是一步的，即$\beta\Rightarrow\gamma$，由$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\beta$，$\beta\Rightarrow\gamma$可得$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$

当推导$\beta\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$是$n$步的时，如果由$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\beta$和$\beta\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$，可以得出$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$。则对于$\beta'\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$是$n+1$步推导时，有$\beta'\overset{*}{\Rightarrow}u$和$u\Rightarrow\gamma$，其中$\beta'\overset{*}{\Rightarrow}u$是$n$步推导。则由$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\beta'$和$\beta'\overset{*}{\Rightarrow}u$，可知$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}u$。由$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}u$和$u\Rightarrow\gamma$，可知$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$。

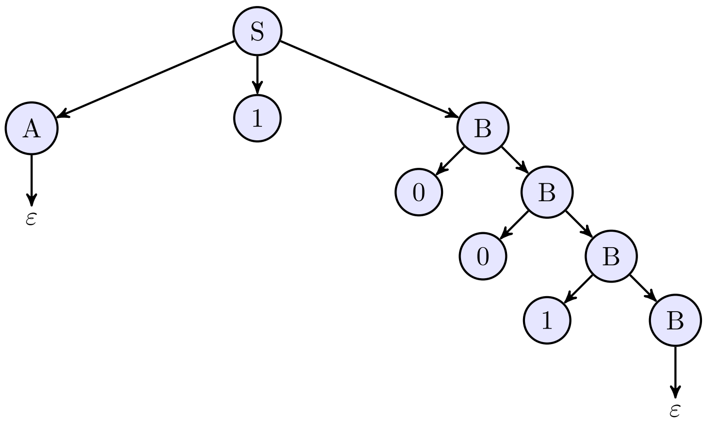
由此可以归纳得任意$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\beta$和$\beta\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$，均有$\alpha\overset{*}{\Rightarrow}\gamma$。

6 Ex.5.2.1

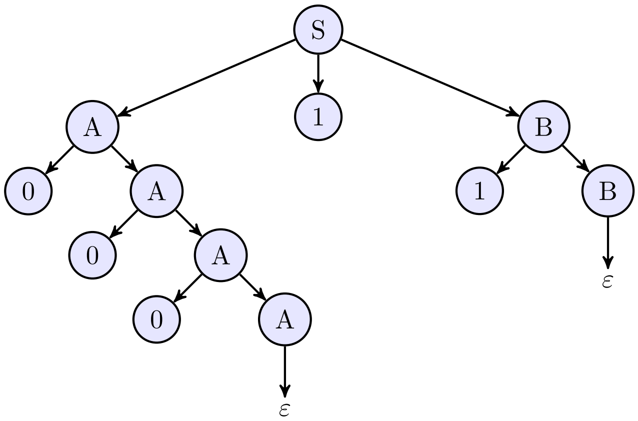
a)00101



b)1001



c)00011



思考题

7 Ex.5.1.1

d)所有0的个数是1的个数两倍的串的集合
解答:

$$S \rightarrow S0S0S1S|S0S1S0S|S1S0S0S|\epsilon$$

8 Ex.5.1.3

证明:
只需证明对任意的正则表达式R，存在一个CFG G使得$L(R)=L(G)$。对正则表达式R使用结构归纳法。

对于任意字母表Σ上的正则表达式$R=\varepsilon$，存在CFG $G=(\{S\},\Sigma,\{S\rightarrow\varepsilon\},S)$满足$L(R)=L(G)=\{\varepsilon\}$。

对于任意字母表Σ上的正则表达式$R=\emptyset$，存在CFG $G=(\{S\},\Sigma,\emptyset,S)$满足$L(R)=L(G)=\emptyset$。

对于任意字母表Σ上的正则表达式$R=a(a\in\Sigma)$，存在CFG $G=(\{S\},\Sigma,\{S\rightarrow a\},S)$满足$L(R)=L(G)=a$。

假设对任意字母表Σ上的某些正则表达式R_1和R_2，分别存在一个CFG $G_1=(V_1,\Sigma,P_1,S_1)$和$G_2=(V_2,\Sigma,P_2,S_2)$使得$L(R_1)=L(G_1)$，$L(R_2)=L(G_2)$。不妨假设$V_1\cap V_2=\emptyset$。

(1)对于正则表达式(R_1)，有$L((R_1))=L(R_1)$。构造CFG $G=(V_1,\Sigma,P,S)$。产生式集合P除了包含P_1中的所有产生式外，还包含产生式：$S\rightarrow(S_1)$。因此存在G满足$L((R_1))=L(G)$。

(2)对于正则表达式R_1^*，构造CFG $G=(V_1,\Sigma,P,S_1)$。产生式集合P除了包含P_1中的所有产生式外，还包含产生式：$S\rightarrow S_1S_2|\varepsilon$。因此存在$G$满足$L(R_1^*)=L(G)$。

(3)对于正则表达式R_1+R_2，构造CFG $G=(V,\Sigma,P,S)$，其中$V=V_1\cup V_2\cup S$。产生式集合P除了包含P_1和P_2中的所有产生式外，还包含产生式：$S\rightarrow S_1|S_2$。因此存在G满足$L(R_1+R_2)=L(G)$。

(4)对于正则表达式R_1R_2，构造CFG $G=(V,\Sigma,P,S)$，其中$V=V_1\cup V_2\cup S$。产生式集合P除了包含P_1和P_2中的所有产生式外，还包含产生式：$S\rightarrow S_1S_2$。因此存在G满足$L(R_1+R_2)=L(G)$。

综上，原命题得证。

9 Ex.5.2.2

证明:
设$G=(V,T,P,S)$。为了证明题中的结论，首先证明对任意的$w\in T^*$，若$S\overset{*}{\Rightarrow}w$，$|w|=n$且推导步数为$m$，则$w$的语法分析树含有$n+m$个节点。对$m$使用数学归纳法。

当$m=1$时，w只能经历一步推导$S \to T'$，其中$T' \in T^* \wedge |T'| = n$，因此$|w| = n$。此时$w$的语法分析树的根结点为$S$，$S$的子节点从左至右依次为$w$中的每一个符号，语法分析树的结点个数恰为$1+n=n+m$，命题得证。

假设当$m=k$时命题成立，即当$S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$经过$k$步推导得到时，$w$的语法分析树共有$n+k$个节点。则当$m=k+1$时，设$S \stackrel{*}{\Rightarrow} w$的最后一步推导使用了产生式$X \to w_0$，其中$w_0 \in T^*$.由已知条件知$w_0 \neq \varepsilon$。设$|w_0| = p$，则$p > 0$。$w$可拆分为$w_1 w_0 w_2$，因此$S \stackrel{*}{\Rightarrow} w_1 X w_2$经过$k$步推导得到，且$|w_1 X w_2| = n - p + 1$。由归纳假设，$w_1 X w_2$的语法分析树共有$n-p+1+k$个节点。在$w$的最后一步推导中，$w_1 X w_2$的语法分析树中的$X$被替换为以其自身为根节点的一棵子树。由$w_0 \neq \varepsilon$知$X$的子节点从左至右依次为$w_0$中的每一个符号。因此$w$的语法分析树的节点个数为$(n-p+1+k)+p = n+(k+1)$，即当$m=k+1$时命题成立。

综上，原命题得证。