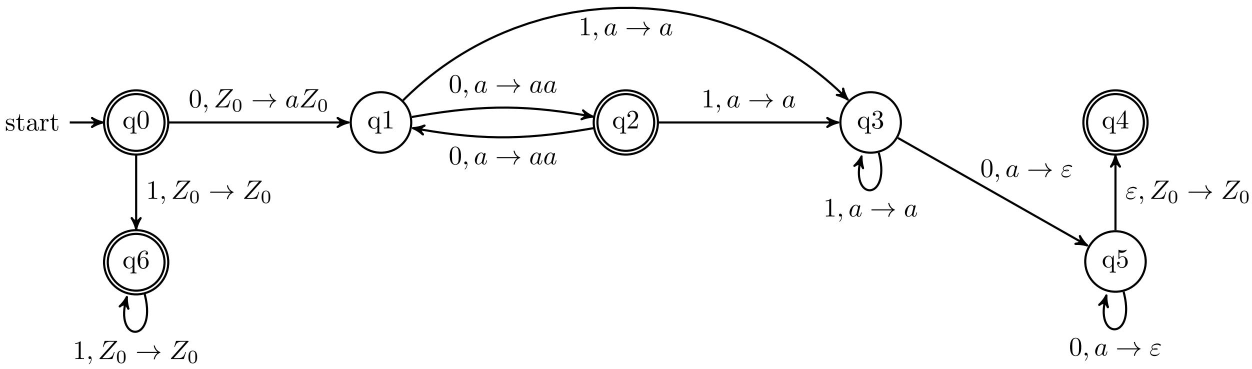
第十次课后作业参考答案

May 10, 2018

必做题

1 Ex.6.4.2(c)

$\{0^n1^m0^n | n\text{和}m\text{为任意数}\}$
解答：



2 Ex.6.4.3

2.1 a)

证明：
假设对于DPDA P，$L = N(P)$不满足前缀性质，即同时接受串w和$wx(x \neq \varepsilon)$。$(q_0, wx, Z_0) \vdash *(q, x, \varepsilon)$，其中$q_0$是起始状态，$Z_0$是起始字符。但此时栈已经为空，无法继续处理，$(q, x, \varepsilon) \nvdash *(q, \varepsilon, \varepsilon)$，与假设矛盾。
故$L = N(P)$满足前缀性质。

2.2 b)

证明：
根据定理6.9为$N(P)$构造一个终态接受的PDA。记起始状态q_0，原有起始元素Z_0，X_0为新的栈起始元素，记状态集为$Q \cup \{p_0, p_f\}$，加入转移函数$\delta\{p_0, \varepsilon, X_0\} = \{(q_0, Z_0X_0)\}$及$\{q, \varepsilon, X_0\} = \{(p_f, \varepsilon)\}$，其中$q$是原状态集$Q$中所有状态。
该PDA即为所求的DPDA。

3 Ex.7.1.3

解答：
1. 去除ε产生式。

可空符号集合为：$\{C, A, B, S\}$

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11 \mid B \\
A &\rightarrow C \\
B &\rightarrow S \mid A \\
C &\rightarrow S
\end{aligned}$$

2. 去除单位产生式。

所有的单一偶对包括：$(S,S),(A,A),(B,B),(C,C),(S,B),(A,C),(B,S),(B,A),(C,S),(S,A),(S,C),(A,S),(A,B),(B,C),(C,B),(C,A)$，去除单位产生式后有：

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11 \\
A &\rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11 \\
B &\rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11 \\
C &\rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11
\end{aligned}$$

3. 去除无用符号

C是无用符号，去除后得到：

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11 \\
A &\rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11 \\
B &\rightarrow 0A0 \mid 1B1 \mid BB \mid 00 \mid 11
\end{aligned}$$

4. 转化为乔姆斯基范式

引入产生式$E \rightarrow 0$和$F \rightarrow 1$，得到：

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow EAE \mid FBF \mid BB \mid EE \mid FF \\
A &\rightarrow EAE \mid FBF \mid BB \mid EE \mid FF \\
B &\rightarrow EAE \mid FBF \mid BB \mid EE \mid FF \\
E &\rightarrow 0 \\
F &\rightarrow 1
\end{aligned}$$

引入产生式$G \rightarrow AE$和$H \rightarrow BF$，得到乔姆斯基范式如下：

$$\begin{aligned}
S &\rightarrow EG \mid FH \mid BB \mid EE \mid FF \\
A &\rightarrow EG \mid FH \mid BB \mid EE \mid FF \\
B &\rightarrow EG \mid FH \mid BB \mid EE \mid FF \\
E &\rightarrow 0 \\
F &\rightarrow 1 \\
G &\rightarrow AE \\
H &\rightarrow BF
\end{aligned}$$

4 Ex.7.1.9(b)

证明：

1. 首先证明该方法找到的全部是可达符。（经过简单的归纳即可得出，证明如下）

基础：开始符号S是可达的。

归纳：假设A是经过$n-1$步得出的可达符，即$S \Rightarrow A$。则对所有以A开头的产生式中的符号X（$A \rightarrow X$），有$S \Rightarrow X$，因此X也是可达符（经过n步得到）。

2. 证明所有可达符号都能被该算法找出。（对得到可达符X的推导步数进行归纳）

基础：零步的情况，S可达，在基础部分即可找出。

归纳：假设$n-1$步推导得到的可达符全部被找出。设可达符X需要n步推导产生，其中$n > 0$，且最后一步用到了产生式$A \rightarrow X$，则A最多需要$n-1$步推导产生。根据归纳假设，A是可达符并且已被找出，那么由构造过程知X能够被找出。

综上，原命题成立。

思考题

---

5 Ex.6.4.3(c)

证明： 因为L具有前缀性质，所以对于DPDA $P' = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta', q_0, Z_0, F)$的$F$中的所有接受状态$q'$、$\Sigma$中的输入符号$a$以及$\Gamma$中的堆栈符号$Y$，删去$\delta(q', a, Y)$不会改变接受的语言$L$。对于删去上述转移函数的元素后的DPDA $P' = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta', q_0, Z_0, F)$，构造PDA $P = (Q \cup \{p_0, p\}, \Sigma, \Gamma \cup \{X_0\}, \delta, p_0, X_0)$，其中转移函数$\delta$的定义是：

1. $\delta(p_0, \varepsilon, X_0) = \{(q_0, Z_0X_0)\}$。
2. 对于Q中的所有状态q、Σ中的输入符号a以及Γ中的堆栈符号Y，$\delta(q, a, Y)$包含$\delta'(q, a, Y)$中的所有序对。
3. 对于F中的所有接受状态q'和Γ中的堆栈符号Y，$\delta(q', \varepsilon, Y)$包含$(p, \varepsilon)$。
4. 对于所有Γ中的堆栈符号Y，$\delta(p, \varepsilon, Y)$包含$(p, \varepsilon)$。

因为对于F中的所有接受状态q'，不存在从q'出发的边，所以构造的PDA P是DPDA。再根据定理6.11，$L = N(P)$。

因此存在DPDA P满足$L = N(P)$。

6 Ex.7.1.10

解答：

不可能找到这样的文法。

这样的文法只能产生奇数长度的串，因此对于语言$\{00\}$，便不能找到产生它的文法。