Algorithm 2020 Spring: Assignment Week 5

Due on Monday, March 23, 2020

李胜锐 2017012066

Question 1

P104 7.2

(a)

$$T(n) = T(0) + T(n-1) + \Theta(n) = T(n-1) + \Theta(n) = \Theta(n^2)$$

(b)

```
x = A[r]
i = p − 1
t = p − 1
for j = p to r − 1
    if A[j] < x
        i = i + 1
        t = t + 1
        exchange A[t] ↔ A[j]
        exchange A[t] ↔ A[i]
    else if A[j] == x
        t = t + 1
        exchange A[t] ↔ A[j]
exchange A[i + 1] ↔ A[r]
return i + 1, t
```

(c)

```
RANDOMIZED-PARTITION' (A, p, r)
1   i = RANDOM(p, r)
2 exchange A[r] ↔ A[i]
3 return PARTITION' (A, p, r)
```

```
RANDOMIZD-QUICKSORT'(A, p, r)
1   if p < r
2   q, t = RANDOMIZED-PARTITON' (A, p, r)
3   RANDOMIZD-QUICKSORT' (A, p, q − 1)
4   RANDOMIZD-QUICKSORT' (A, t + 1, r)
```

Question 1 continued on next page. . .

(d)

经过分析可知，对于长度为 n 的数组，每个元素被选为枢纽的概率为 $1/n$，而一旦被选为枢纽，将和其余所有元素比较，而整个排序过程只会选择枢纽一次。因此
$Pr\{i\ is\ compared\ with\ j\} = \frac{2}{n}$
$E(X) = \frac{1}{2}n(n-1)Pr\{i\ is\ compared\ with\ j\} = n-1$

Question 2

P114 Exercises 8.4-4

设点的密度为 σ，则 $dN = dr \cdot d\theta \cdot 2\pi r\sigma$，即 $\frac{dN}{dr} \propto r$，$\frac{dN}{r \cdot dr}$ 为常数
$\int_0^1 r \cdot dr = \frac{1}{2}$
$\int_0^R r \cdot dr = \frac{1}{2}R^2$
故建立映射:$f(R) \to R^2$ 即可得到均匀分布。
首先，将 $(0,1]$ 均分为 n 份。接着，对每个点 (x,y)，将其映射为 $(0,1]$ 上的实数 x^2+y^2，再将其放入第 m 份中，满足 $\frac{m}{n} < \lfloor x^2+y^2 \rfloor \leq \frac{m+1}{n}$。
由此每份出现的点的概率都一致，可使用桶排序。