# 一维SN方法求解中子输运方程

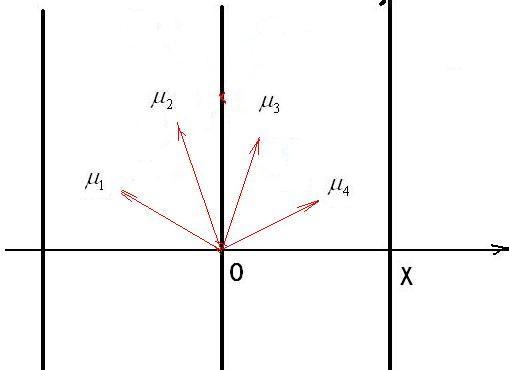
## 1一维平板SN方法

### 1.1离散SN方程

各向同性的一维平板单速中子输运方程为：

广义源为：

平板和离散化的角度如下图（1-1）所示，以S4为例。



图（1-1）一维平板及离散化角度

这里的平板是右板块，左边是对称边界条件，右边是真空边界条件。

边界条件如下：

离散SN方法就是利用特别选定的一组方向余弦值把输运方程离散化。源项的积分采用高斯求积公式处理，即在区间内选定一组方向余弦值及其相应求积权重，，则源项中积分近似表示为：

对中某一离散值，记，输运方程式（1）可离散化为：

式（1-5）和（1-6）是一组耦合的一阶常微分方程，可利用差分法求解。

将区间离散化为一组离散值：

对式（1-5）和（1-6）在小区间上积分，记，得到差分方程：

其中：

我们假设前的界面，也就是总截面，在每个小区间内都是常数。

为了数值积分公式（1-4）精度尽可能高，选择高斯求积系数和需要满足三个原则：

1. 为了让（1-4）式的积分通量值大于等于0，需要让近似值，对所有，。
2. 由处的反射边界条件推出，若某一方向余弦值包含在中，则反射方向余弦，其相反数，也包含在中，即关于对称并且取相反数，而关于对称但正负号相同。
3. 离散角度N确定时，数值积分尽量求得精度更高的数值。当被积函数是次数不高于（2N+1）阶多项式时，高斯积分公式精确成立。

### 1.2离散SN方程解法

方程源项是角通量的函数，需要用源迭代法求解。因此我们假设源项已知，也就是随便给它赋一个初值，则我们得到的差分方程式（1-7）为一组K\*N阶线性代数方程组，未知量（2K+1）\*N个：从边界开始到分成的K个小区间，再将小区间二分，得到2K个更小的区间，这些小区间的边界有（2K+1）个，然后有N个角度值，每个角度值上都有（2K+1）个。

需要引入辅助方程，也就是菱形差分公式。我们假定，在取定一个角度下，通量在每个小网格上线性变化，则得到：

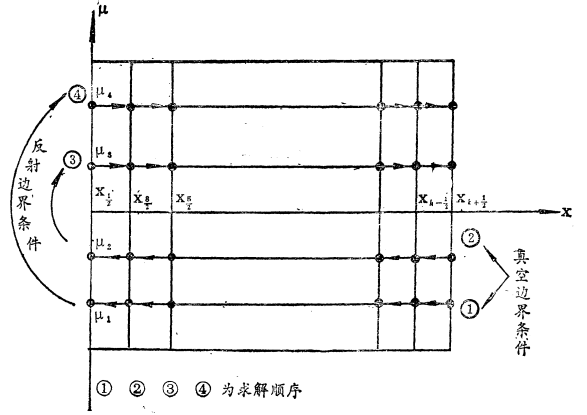
对于，从式（1-7）和（1-9）可解出得到：

利用处真空边界条件：，对于，可以递推解出同一角度下的其他通量值。

对于，从（1-7）和（1-9）解出得到：

由于时已经得到，利用处的反射边界条件

总之，求解顺序为先对所有，递推求解，然后再对所有，递推求解，这便是一次迭代的计算。计算顺序如下图（1-2）所示。



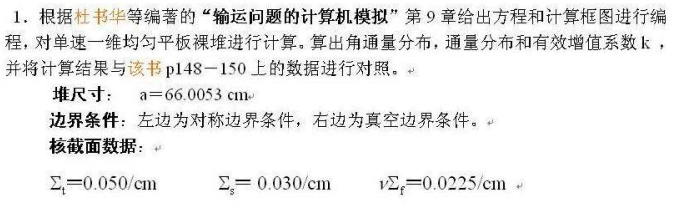
图（1-2）一维平板一次迭代计算顺序

求解的核心公式为：

根据杜书华《输运问题的计算机模拟》一书上的计算流程可以写出计算程序。

### 1.3程序设计

题目已知条件如下图

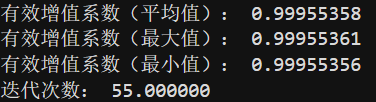


使用MATLAB编写，最开始给中子源设置初值，本程序中设置为全为1的矩阵，设置有效增殖系数初值为0.1，在多次迭代过程中，利用中子角通量计算中子通量。结束迭代的判断标准是本次迭代计算得到的keff和上一次迭代得到的keff相差小于某个值，则认为达到稳定，结束迭代并画出中子通量分布，输出有效增殖系数。

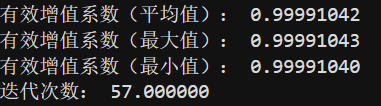
程序中可以修改阶数N，可以求解4、6、8、10阶数，用一个函数来根据阶数获取不同的高斯求积系数组。

### 1.4计算结果

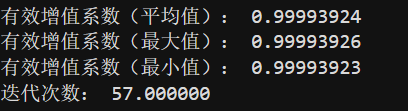












## 2一维球体SN方法

### 2.1离散SN方程

稳态、单能、各向同性源的一维球的输运方程可以写成：

等价于下面的守恒形式方程

为减少复杂性，只考虑定常、单能、散射各项同性、真空边界条件：

的情况。把空间变量变化区间离散化为：

约定所有介质界面都是离散点，区间[-1,+1]按照高斯求积组离散：，每个高斯点在小区间内，。如此将平面分割为网格

左边第一项积分为：

第二项积分为：

其中

左边第三项积分为：

右边那项积分为：

其中

输运方程离散化为：

这里

通过递推关系式求：

外边界真空条件：

球心处对称条件：

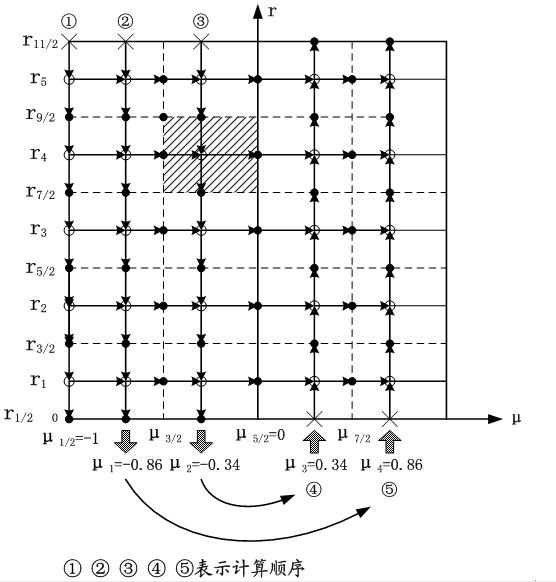
### 2.2离散SN方程解法

在球几何情况下，不仅空间网格的边界角通量与网格点通量有耦合关系，而且方向网格的边界角通量与网格点通量也有耦合关系。除了引入空间网格的角通量和网格点通量的关系式外，还要引入方向网格边界通量与网格点通量的关系式，即

式（2-9）（2-10）（2-11）共有3KN个方程，3KN+K+N个未知量。两组边界条件提供N个关系式，还缺K个方程。空间网格边界通量初始值由边界条件提供，要求给出处的通量值作为方向网格边界通量的初始值，此时输运方程的差分格式：

计算顺序如下图（2-1）所示。

（1）计算



图（2-1）一次迭代求解顺序图

（2）给出迭代初值

（3）计算源项（i为迭代次数）

（4）

代入（2-15）得到

（5）对于

（2-22）代入（2-9）得：

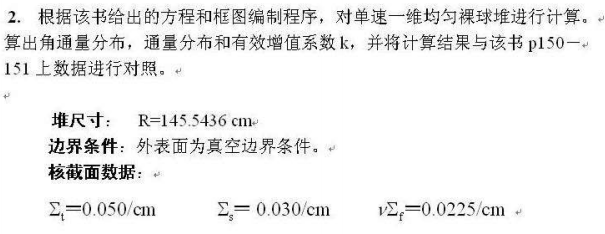
（6）对于

（7）比较前后两次迭代结果，若满足误差要求，结束迭代，若不满足，返回（3）继续计算。

关于负通量的处理详细见杜书华书。流程图见杜书华书。

### 2.3程序设计

题目中给出已知条件为：



使用MATLAB编写，大体和一维平板情况类似。

### 2.4计算结果



