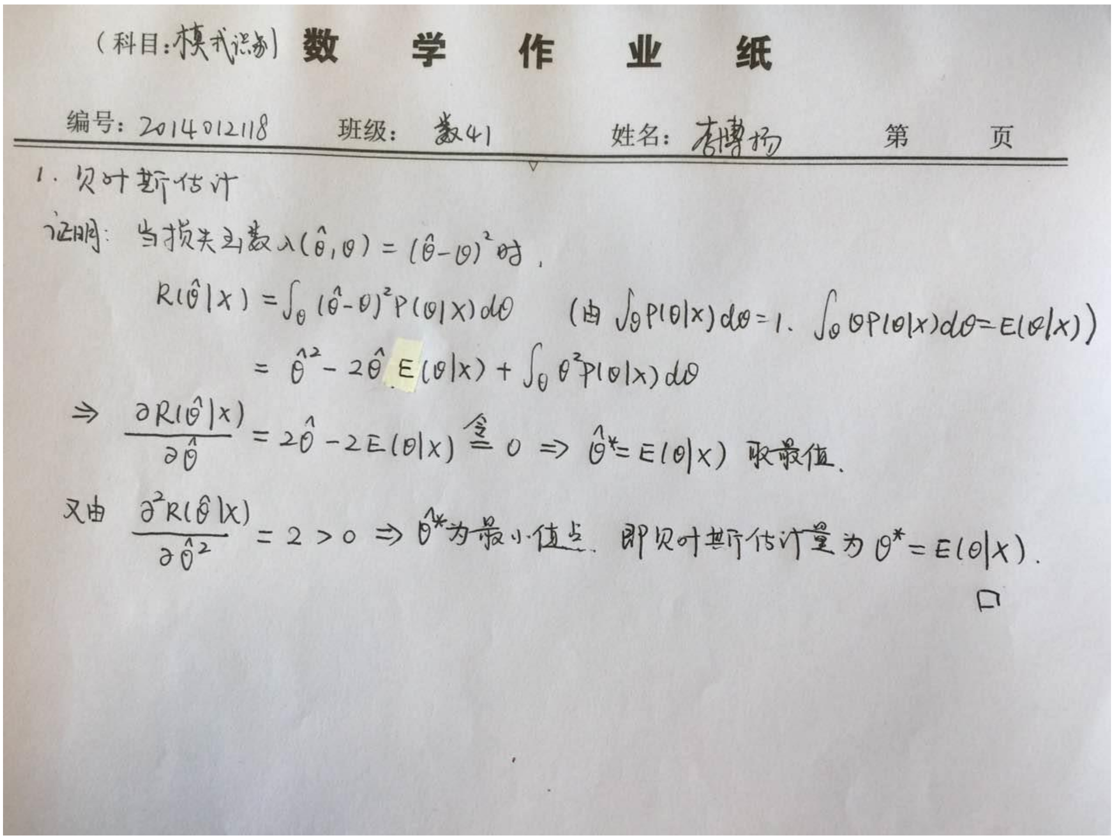
模式识别第三次作业

数 41　李博扬　2014012118

一、



（科目：模式识别）数　学　作　业　纸

编号：2014012118　班级：数41　姓名：李博扬　第　页

1. 贝叶斯估计

证明：当损失函数 $\lambda(\hat{\theta},\theta)=(\hat{\theta}-\theta)^2$ 时，

$$R(\hat{\theta}|x)=\int_\theta(\hat{\theta}-\theta)^2 p(\theta|x)\,d\theta \quad \left(由 \int_\theta p(\theta|x)\,d\theta=1,\ \int_\theta \theta p(\theta|x)\,d\theta=E(\theta|x)\right)$$

$$=\hat{\theta}^2-2\hat{\theta}E(\theta|x)+\int_\theta \theta^2 p(\theta|x)\,d\theta$$

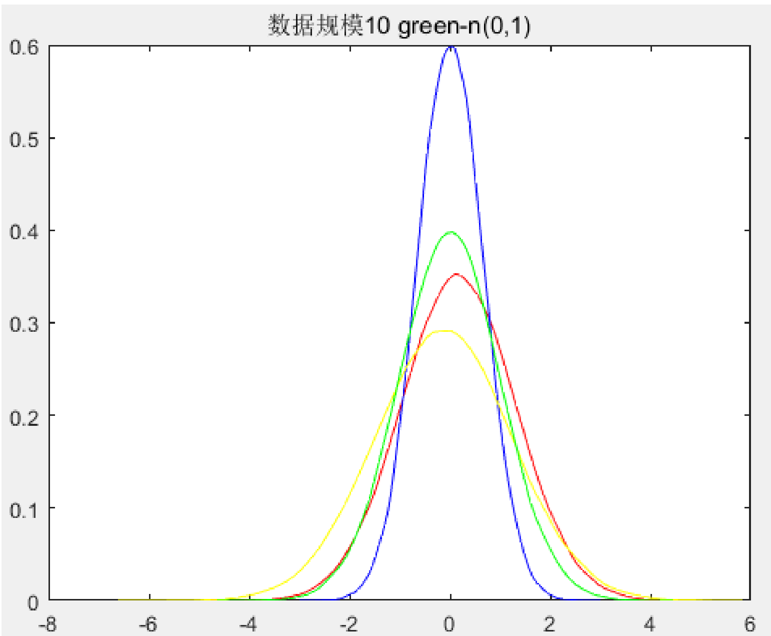
$$\Rightarrow \frac{\partial R(\hat{\theta}|x)}{\partial\hat{\theta}}=2\hat{\theta}-2E(\theta|x)\overset{令}{=}0 \Rightarrow \hat{\theta}^*=E(\theta|x) 取最值.$$

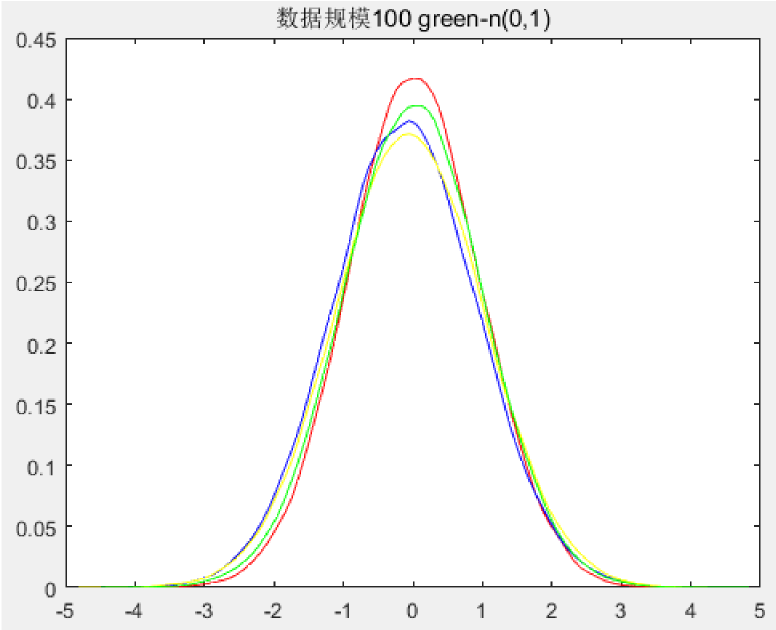
又由 $\frac{\partial^2 R(\hat{\theta}|x)}{\partial\hat{\theta}^2}=2>0 \Rightarrow \hat{\theta}^*$ 为最小值点．即贝叶斯估计量为 $\theta^*=E(\theta|x)$．

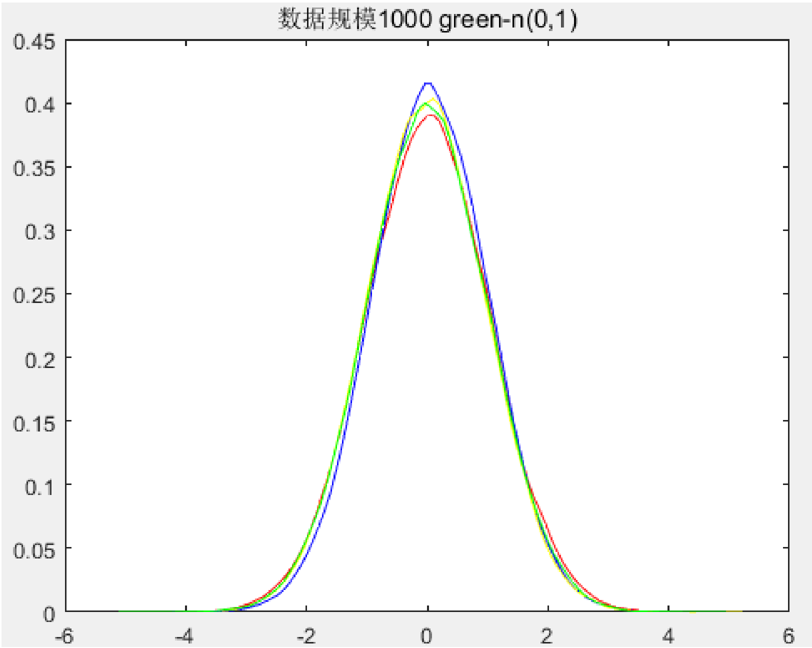
□

二、最大似然估计

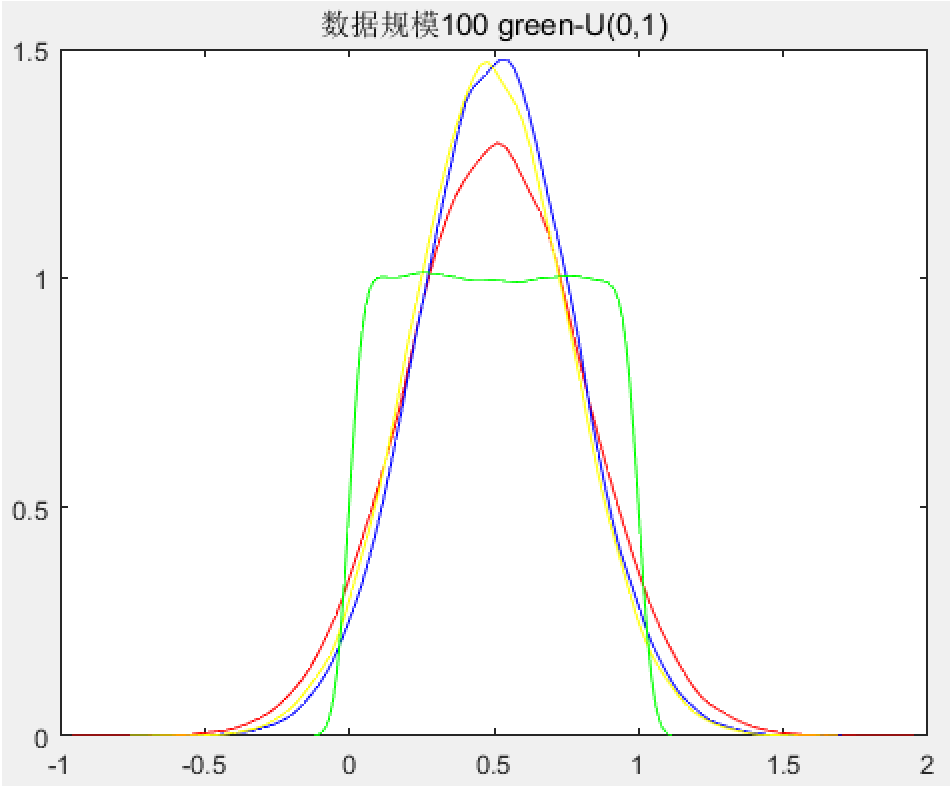
1、




数据规模100 green-n(0,1)
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5


数据规模1000 green-n(0,1)
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
-6
-4
-2
0
2
4
6

2、

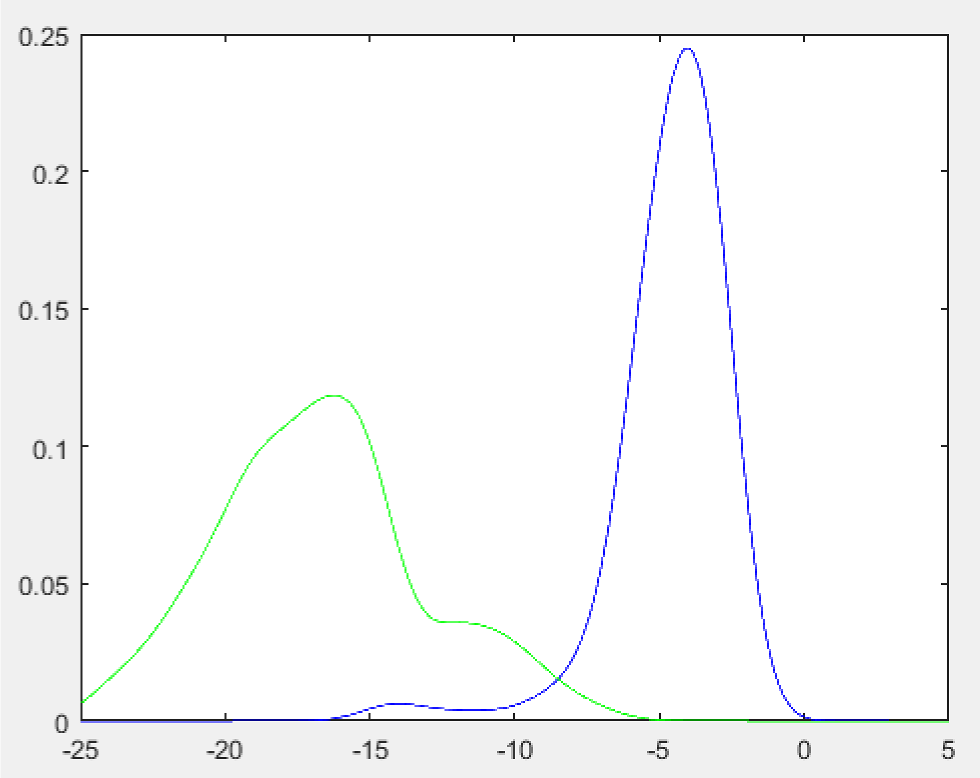


3、通过第 1 小问的实验，可以发现当样本量越大时，估计得出的正态分布概率密度分布曲线与标准正态分布概率密度曲线越相似，估计的精确度越高。

通过第 2 小问的实验，可以发现，当模型选择错误时，估计出的模型概率密度分布曲线图与真实情况完全不同，此时的参数估计毫无意义。

三、非参数估计与贝叶斯决策

（1）先利用第二次作业得出训练集与测试集 1-9 列投影到一维，分出良性与恶性两类，再编写高斯窗函数。将两类一维向量代入函数即可调用估计出来的两类概率密度函数。下图为估计得到的良性和恶性的概率密度函数图（蓝色为良性）



（2）最小错误率贝叶斯决策得到的测试集错误率为 0.0286，估计结果的损失为 24

（3）最小风险贝叶斯决策得到的测试集错误率为 0.0381，估计结果的损失为 8

（4）随机划分样本三次得到的结果：

最小错误率贝叶斯决策错误率： 0.0286 0.0429 0.0381

实际损失：24 36 35

最小风险贝叶斯决策错误率： 0.0381 0.0381 0.0286

实际损失：8 17 6

可以发现，两种决策最后的错误率相差无几，但是最小风险贝叶斯决策的实际损失比最小错误率贝叶斯决策的实际损失（风险）小很多。于是，对本题来说，最小风险贝叶斯决策较优。