

Hurst 指数及其应用

a、基础

分形市场假说：与有效市场假说相反，分形市场假说不认为证券的价格变化是一个简单的随机游走过程，随机变量的变化并不相互独立，用几何布朗运动对证券市场描述会与实际有偏离，应该有具有分形特征的布朗运动。

分形市场假说主要内容：1、市场由大量投资者组成，他们具有不同的投资周期，即投资者是由短期和长期组成。2、不同的投资者对信息有不同的反应，即长期投资者和短期投资者对同一信息会有不同反应，因为他们的投资周期不一样。3、价格是短期技术性的交易和长期基本价值评估两者的综合反映。4、当短期投资者和长期投资者对信息具有不同的评估时，市场保持稳定，当市场上的短期投资者和长期投资者的投资期趋于同一水平时，市场趋于变得不稳定了。

b、Hurst 指数与 R/S 估计方法

（1）简介：

对于一个时间序列，我们需要一个指标来判断它是否对时间有依赖，即它是否服从随机游走模型。水利专家 Hurst 提出用带偏离的随机游走来描述这种时间序列，并且给出了 Hurst 指数作为指标来判断。

（2）Hurst 指数估计方法：（文献主要使用 R/S 方法）

重标极差法（R/S）：

在标准高斯统计中，要求被观测对象一定是独立同分布的。在系统不满足独立同分布时，Hurst 提出了非常稳健的非参统计方法，即 R/S 分析。

存在一个时间序列 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ ，样本均值和方差分别为：

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t \quad \widehat{S}_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x}_n)^2$$

样本序列累计偏和序列为：

$$S_k = \sum_{t=1}^k (x_t - \bar{x}_n), k = 1, 2, \dots, n$$

经典 R/S 统计量 $(R/S)_n$ 可由下得到：

$$(R/S)_n = \frac{1}{\bar{S}_n} \left[\max_{1 \leq k \leq n} \sum_{t=1}^k (x_t - \bar{x}_n) - \min_{1 \leq k \leq n} \sum_{t=1}^k (x_t - \bar{x}_n) \right]$$

Hurst 发现:

$$(R/S)_n = a * n^H$$

其中 a 和 H 为常数, H 为 Hurst 指数。于是可得:

$$\log(R/S)_n = H \log n + \log a$$

用最小二乘法作回归即可得到 H 的估计值。

(3) Hurst 指数的表现特性

Hurst 指数是处于 0 至 1 之间的一个统计量, 该指数在不同区间说明时间序列具有不同特性:

(1) $H=0.5$ 时, 时间序列服从标准的几何布朗运动, 说明时间序列是随机游走的、不相关的, 现在对未来没有影响。

(2) $0 \leq H < 0.5$ 时, 时间序列具有反持久性, 或者叫“均值回复”性。这种状态下, 时间序列在后面时期的增量与前面时期的增量是相反的, 即如果系统在前一时期是向下走的, 那么在后一时期, 系统将会以很大的可能性向上走。此时时间序列有比随机游走更强烈的震荡性, 而且 H 越接近于 0, 时间序列的震荡性越强。

(3) $0.5 < H < 1$ 时, 此时时间序列具有持久性, 长记忆性。在这种状态下, 时间序列在后面时期的增量与前面时期的增量是相同的, 即如果系统在前一时期是向上走的, 那么在后一时期, 系统将会以很大的可能性依然向上走。此时时间序列具有趋势性, H 越接近于 1, 时间序列的趋势性越强。 H 越接近于 0.5, 时间序列的趋势性越弱, 越接近于随机游走。

(4) $H=1$ 时, 此时时间序列是完全预测的, 完全可以用现在去预测时间序列的未来。

C、应用

《Hurst 指数在股票市场有效性分析中的应用》一文指出某些金融商品的收益率并不是与过往收益率无关的标准随机游走。该文选取了 A 股市场 5 种股票和沪市的指数这 6 个代表来考察它们的有效性。假设获得的股票交易价格为 S_i ($i=0,1,2,\dots,N$), 为了得到需要考察的复利收益率, 先做变换 $X_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}}, X_0 = 0$

此文考虑收益率以分钟为间隔, 基于四点考虑, 其一, 取样的准确性。Hurst 指数的计算需要很长的时间序列才能保证准确。如果以天或周为间隔取样, 至少需要一年以上的数据。在这期间, 股票有分红和配股等因素。限于各种原因, 剔除这种人为影响是不容易的。因此

会最终影响到结果。其二，有效市场的限制。我们做这项研究，并不是从根本上否认有效市场假设。信息在一定时间后自然会完全融于价格中去，但是在短期内可能市场还来不及消化。其三，投资的指导价值。以长期数据进行分析理论上是可能的。但是，考虑到时间同尺度的时滞关系，以天采样的数据在时间序列上可能要用一年或更长的时间来表现。这段时间内，情况可能完全改变了，因此也就不具有应用的价值。第四，收益率期望的影响。收益率的期望并不总为0，长期时这种现象更明显。而在这么小的间隔下，这个数字是很小的。我们可以撇开收益率的期望，简化问题。

之后就是计算6种股票的Hurst指数并根据相应的表现特性预测收益率变化趋势。在投机中我们可以首先寻找那些Hurst指数异乎寻常大的股票，然后研究其过去的走向形势，判断股票的基本形势是建仓还是出仓，对看涨的或没有经过高峰的股票进行投资。