

几种估计量准确性的 R 模拟

数 41 李博扬 2014012118

【模拟目的】

对某一参数未知的总体，往往这一参数可由关于其随机样本的函数作为估计量来估计，并且这样的估计量不唯一，于是我们希望用这些估计量关于参数真值的偏差 (bias)、标准差 (sd) 以及均方根误差 (RMSE) 来判断这些估计量的可靠性。

本次模拟考虑两种不同的总体： $N(u,1)$ (真值 $u=0$) 和 $\text{Cauchy}(u,1)$ (真值 $u=0$)。利用几种不同估计量对 u 进行估计，并判断可靠性。

【模拟步骤】

对某个固定总体

- (1) 对 $n=10,50,100$ 分别产生服从对应总体的随机样本 X_1, X_2, \dots, X_n
- (2) 计算 $X_i (i=1,2,\dots,n)$ 的均值 \bar{X} 、中位数 $\text{median}(X)$ 、第一项 X_1 、中间若干项均值 $S_L = \frac{1}{n-2L} \sum_{i=L+1}^{n-L} X_{(i)}$ (L 给定)、中程数 $(X_{(1)}+X_{(n)})/2$ 、最大值 $X_{(n)}$ 共 6 个估计量。
- (3) 将 (1)、(2) 重复 1000 次，每种估计量得到 1000 个值。
- (4) 计算每种估计量得到的 1000 个偏差 (bias)、标准差 (sd) 以及均方根误差 (RMSE)，比较这 6 种估计量的可靠性。

【模拟结果】

1、标准正态分布总体

n=10	BIAS	SD	RMSE
均值	0.000997	0.326755	0.326756
中位数	0.001202	0.379308	0.37931
第一项	-0.02701	1.005209	1.005572
中间均值 (L=2)	0.008158	0.412861	0.412941
中程数	0.013383	0.435659	0.435865
最大值	1.536093	0.582453	1.642813
n=50	BIAS	SD	RMSE
均值	0.00719	0.142766	0.142947
中位数	0.007776	0.176111	0.176283
第一项	0.013399	0.993263	0.993353

中间均值 (L=10)	0.012293	0.188253	0.188654
中程数	0.003563	0.33989	0.339908
最大值	2.264394	0.449961	2.308668
n=100	BIAS	SD	RMSE
均值	1.82E-03	0.103978	0.103994
中位数	4.21E-05	0.130775	0.130775
第一项	2.58E-02	0.971854	0.972195
中间均值 (L=20)	3.64E-03	0.132617	0.132667
中程数	7.05E-03	0.302943	0.303025
最大值	2.50E+00	0.418382	2.537446

2、柯西分布总体

n=10	BIAS	SD	RMSE
均值	-8.40E-01	16.73121	16.75226
中位数	-7.86E-03	0.570788	0.570842
第一项	1.07E+00	25.48983	25.51244
中间均值 (L=2)	-1.21E+00	26.53753	26.56525
中程数	-4.31E+00	82.02226	82.13553
最大值	1.85E+01	71.53766	73.89982
n=50	BIAS	SD	RMSE
均值	1.59E+00	47.97988	48.00615
中位数	8.86E-03	0.220582	0.22076

第一项	2.91E+00	95.08442	95.12904
中间均值 (L=10)	2.26E-01	31.337	31.33781
中程数	4.00E+01	1191.85	1192.52
最大值	1.92E+02	2319.275	2327.225
n=100	BIAS	SD	RMSE
均值	-6.37E-02	8.555598	8.555835
中位数	-1.62E-03	0.157178	0.157186
第一项	1.67E+00	70.41292	70.43264
中间均值 (L=20)	-2.22E-01	11.69557	11.69768
中程数	-3.14E+00	415.105	415.1169
最大值	1.67E+02	572.6331	596.419

【模拟结论】

- 1、对于正态总体，固定 n 时，最大值估计量的偏差 **bias** 最大，均方根误差 **RMSE** 也最大，且明显大于其他估计量，所以用最大值估计参数 u 并不精确。第一项估计量的标准差 **sd** 最大，且明显大于其余估计量，所以这一估计并不可靠，也不可取。其余四种估计量对比来看，显然均值估计量 **sd**、**RMSE** 均最小，且 **bias** 也较小，是一个相对不错的估计量。

随着 n 增大，六种估计量的 **bias**、**sd**、**RMSE** 较为平稳，没有显著变化。

- 2、对于柯西分布总体，固定 n 时，依旧是最大值估计量的 **bias** 最大，均方误差 **RMSE** 也最大，且明显大于其余估计量，所以用最大值估计参数 u 不可取。而中位数的 **bias**、**sd**、**RMSE** 明显比其余估计量小，可见在估计柯西分布参数 u 的估计量中，中位数是最准确的估计量，此时其余估计量都有较大的均方根误差。

随着 n 增大，除了中位数估计量 **bias**、**sd**、**RMSE** 很小很平稳，其余估计量的 **sd**、**RMSE** 都有很大波动，因此其余估计量并不可靠。

（由于 R 中 **cauchy** 随机变量生成的波动程度很大，所以均值等其他估计量均方根误差很大，不稳定。而中位数可以避免极端情况的影响，可以更好的估计。）

- 3、于是我们得出结论：在估计正态分布参数 u 时，均值估计量是最可靠的估计量；在估计柯西分布参数 u 时，中位数似乎是最可靠的估计量。（这或许与柯西分布期望不存在有关，因此均值并不能随 n 增大趋于期望，所以均值不能

成为很好的估计)