

BỘ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT TP. HỒ CHÍ MINH
KHOA ĐIỆN – ĐIỆN TỬ
BỘ MÔN TỰ ĐỘNG ĐIỀU KHIỂN



BÁO CÁO
NHẬN DẠNG VÀ ĐIỀU KHIỂN HỆ THỐNG

GVHD: PSG.TS Vũ Văn Phong

SVTH:
Nguyễn Văn Pháp
Vũ Tiến Phát

MSSV:
21151303
21151309

Tp. Hồ Chí Minh, tháng 6 năm 2024

DANH MỤC HÌNH ẢNH

Hình 1. Mô hình xe 2 bánh tự cân bằng trong mặt phẳng	2
Hình 2. Tính θ, ψ, ϕ	9
Hình 3. Kết quả θ, ψ, ϕ	9
Hình 4. Đặt các biến trạng thái	9
Hình 5. Thông số mô hình	10
Hình 6. Công thức tính ma trận A và B	10
Hình 7. Ma trận A và B theo các biến	11
Hình 8. Kết quả ma trận A và B	11
Hình 9. Chọn ma trận Q và R	12
Hình 10. Hàm LQR tính ma trận K	12
Hình 11. Kết quả ma trận K	12
Hình 12. Mô phỏng xe 2 bánh tự cân bằng	12
Hình 13. Khối Xe_2_Banh_Tu_Can_Bang	13
Hình 14. Matlab function	13
Hình 15. Thông số ban đầu	14
Hình 16. Kết quả mô phỏng	14
Hình 17. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $R_1 = R_2 = 1$	15
Hình 18. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $R_1 = R_2 = 100$	15
Hình 19. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $R_1 = R_2 = 1000$	16
Hình 20. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_1 = Q_2 = 1000$	17
Hình 21. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_1 = 10$ và $Q_2 = 1000$	17
Hình 22. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_1 = 1$ và $Q_2 = 1000$	18
Hình 23. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_1 = 1000$ và $Q_2 = 10$	18
Hình 24. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_1 = 1000$ và $Q_2 = 1$	19
Hình 25. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_3 = 1$ và $Q_4 = 1$	20
Hình 26. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_3 = 1000$ và $Q_4 = 1$	20
Hình 27. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_3 = 100000$ và $Q_4 = 1$	21
Hình 28. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_3 = 1$ và $Q_4 = 1000$	21

Hình 29. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_3 = 1$ và $Q_4 = 100000$	22
Hình 30. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_5 = 10000$ và $Q_6 = 10000$	23
Hình 31. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_5 = 1000$ và $Q_6 = 10000$	23
Hình 32. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_5 = 10$ và $Q_6 = 10000$	24
Hình 33. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_5 = 10000$ và $Q_6 = 1000$	24
Hình 34. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_5 = 10000$ và $Q_6 = 100000$	25
Hình 35. Hệ trục tọa độ cho hệ xe con lắc ngược	26
Hình 36. Mô phỏng Simulink mô hình xe con lắc ngược để lấy dữ liệu	29
Hình 37. Khối Xe_con_lac_nguoc	29
Hình 38. Tín hiệu cấp vào mô hình	30
Hình 39. Thông số mô hình.....	30
Hình 40. Chuyển dữ liệu vào struct out.....	30
Hình 41. Dữ liệu thu được trong struct out	31
Hình 42. Lựa chọn dữ liệu theo miền thời gian.....	32
Hình 43. Nhập dữ liệu vào Import Data	32
Hình 44. Lựa chọn ước lượng hàm truyền	33
Hình 45. Chọn 5 poles 3 zeros.....	33
Hình 46. Kết quả thu được	34
Hình 47. Hàm truyền thu được	34
Hình 48. Độ chính xác của ước lượng.....	34
Hình 49. Mô phỏng so sánh.....	35
Hình 50. Kết quả đầu ra giữa mô hình gốc và mô hình nhận dạng	35
Hình 51. Sai số giữa mô hình gốc và mô hình nhận dạng.....	36
Hình 52. Thông số tự cho để ước lượng.....	37
Hình 53. Mô phỏng nhận dạng thông số	37
Hình 54. Khối Subsystem.....	38
Hình 55. Select Parameters.....	38
Hình 56. Select Experiments	39
Hình 57. Kết quả nhận dạng	39

Hình 58. Mô phỏng nhận dạng	40
Hình 59. Sai số giữa mô hình gốc và mô hình nhận dạng.....	41
Hình 60. Đồ thị đầu ra giữa thông số mô hình và thông số ước lượng	41
Hình 61. Mô phỏng có bộ điều khiển	44
Hình 62. Bộ điều khiển SMC	44
Hình 63. Đặt $\theta(0) = 1$	45
Hình 64. Kết quả mô phỏng	45
Hình 65. Kết quả mô phỏng $K = 5$	46
Hình 66. Kết quả mô phỏng $K = 20$	46
Hình 67. Kết quả mô phỏng $K = 50$	47
Hình 68. Kết quả mô phỏng $\lambda = 20$	48
Hình 69. Kết quả mô phỏng $\lambda = 50$	48
Hình 70. Kết quả mô phỏng $\lambda = 100$	49

DANH MỤC BẢNG

Bảng 1. Ký hiệu và ý nghĩa của các đại lượng	3
Bảng 2. Ký hiệu các đại lượng vật lý của hệ xe con lắc ngược.....	26
Bảng 3. Giá trị cụ thể của các đại lượng liên quan đến hệ xe con lắc ngược.....	42

MỤC LỤC

BÀI TOÁN 1: MODELING.....	1
1.1. Xây dựng mô hình toán học.....	1
1.2. Mô phỏng Matlab.....	9
BÀI TOÁN 2: INDENTIFICATION	26
2.1. Xây dựng mô hình toán học.....	26
2.2. Mô phỏng Matlab để lấy dữ liệu.....	29
2.3. Sử dụng tool Identification của Matlab để tìm mô hình toán.....	32
2.4. Sử dụng Parameter Estimation của Matlab để nhận dạng thông số cho hệ thống...	37
2.5. Thiết kế bộ điều khiển trượt cho hệ xe con lắc.....	42
TÀI LIỆU THAM KHẢO	50

BÀI TOÁN 1: MODELING

MÔ HÌNH ROBOT 2 BÁNH TỰ CÂN BẰNG SỬ DỤNG BỘ ĐIỀU KHIỂN LQR

1.1. Xây dựng mô hình toán học

- Lý thuyết về LQR (*Linear – quadratic regulator*)

Đối tượng tuyến tính mô tả bởi phương trình trạng thái:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

Ta phải thiết kế bộ điều khiển phản hồi trạng thái K sao cho hàm mục tiêu J là nhỏ nhất.

Xác định hàm chi tiêu chất lượng:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt$$

Trong đó Q và R là các ma trận trọng số.

Quy tắc điều khiển phản hồi để giảm thiểu giá trị của hàm J là:

$$u(t) = -Kx(t)$$

K được xác định là :

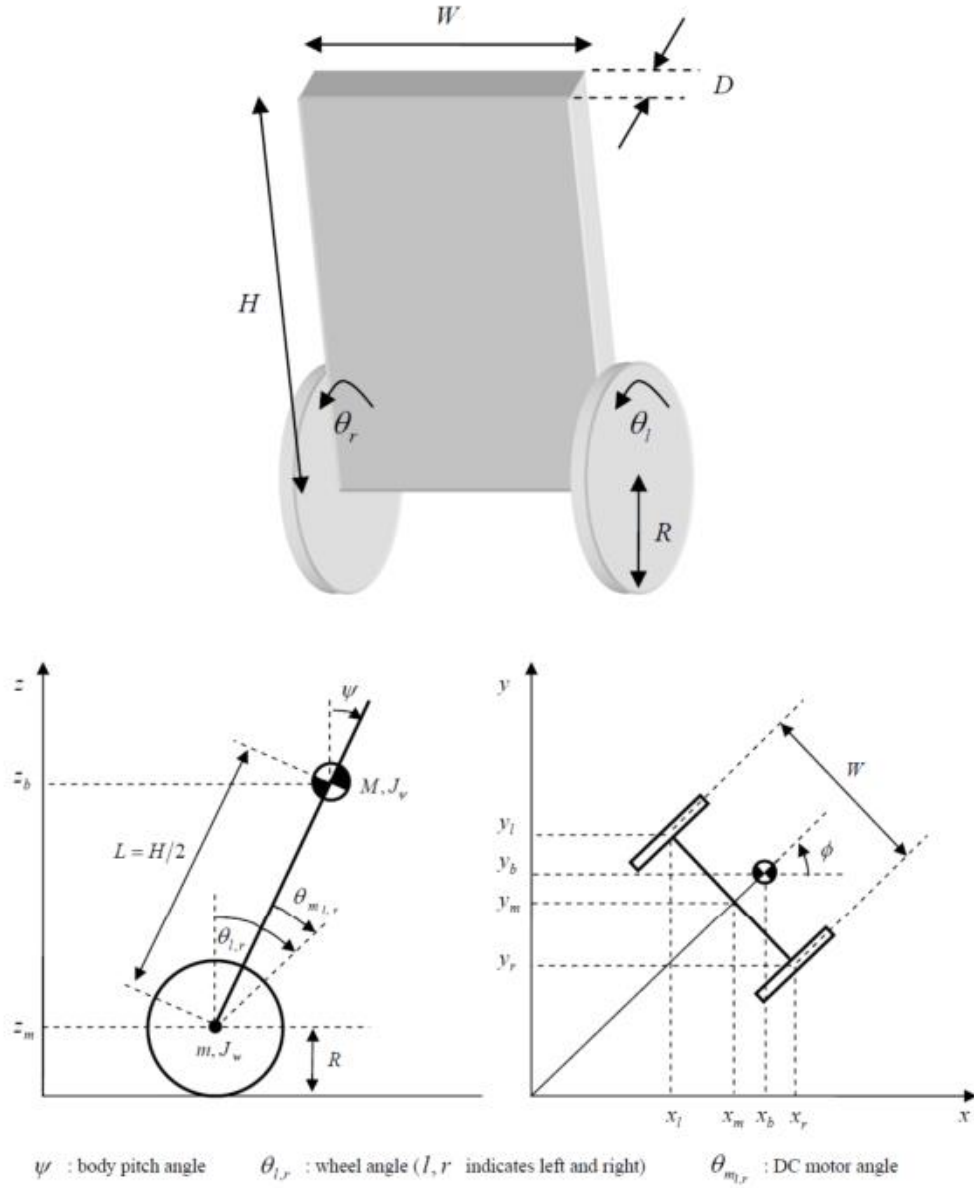
$$K = R^{-1}B^T S$$

Khi S là hằng số thì $\dot{S} = 0$ ta có phương trình Riccati như sau:

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0$$

BÀI TOÁN 1: MODELING

- Sơ đồ và hệ quy chiếu xe 2 bánh tự cân bằng



Hình 1. Mô hình xe 2 bánh tự cân bằng trong mặt phẳng

BÀI TOÁN 1: MODELING*Bảng 1. Ký hiệu và ý nghĩa của các đại lượng*

Ký hiệu	Đơn vị	Ý nghĩa
m	Kg	Khối lượng của bánh xe
M	Kg	Khối lượng của Robot
R	m	Bán kính bánh xe
W	m	Chiều ngang của Robot
D	m	Chiều rộng của Robot
H	m	Chiều cao của Robot
L	m	Khoảng cách từ trọng tâm Robot đến trục bánh xe
f_w		Hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt phẳng di chuyển
f_m		Hệ số ma sát giữa Robot và động cơ DC
J_m	kgm^2	Moment quán tính động cơ DC
R_m	Ω	Điện trở động cơ DC
K_b	Vs/rad	Hệ số EMF của động cơ DC
K_t	Nm/A	Moment xoắn của động cơ DC
N		Tỉ số giảm tốc
G	m/s^2	Gia tốc trọng trường
θ	rad	Góc trung bình của bánh trái và bánh phải
$\theta_{l,r}$	rad	Góc của bánh trái và bánh phải
ψ	rad	Góc nghiêng của phần thân Robot
ϕ	rad	Góc xoay của Robot
x_l, y_l, z_l	m	Tọa độ bánh trái
x_r, y_r, z_r	m	Tọa độ bánh phải
x_m, y_m, z_m	m	Tọa độ trung bình
F_θ, F_ψ, F_ϕ	Nm	Moment phát động theo các phương khác nhau
$F_{l,r}$	Nm	Moment phát động của động cơ bánh trái, phải
i_l, i_r	A	Dòng điện động cơ bánh trái, phải
v_l, v_r	V	Điện áp động cơ bánh trái, phải

Sử dụng phương pháp Euler – Lagrange để xây dựng mô hình động học. Giả sử tại thời điểm $t = 0$, Robot di chuyển theo chiều dương trục x , ta có các phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} \theta \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(\theta_l + \theta_r) \\ \frac{R}{W}(\theta_l - \theta_r) \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Tọa độ trung bình của Robot trong hệ quy chiếu:

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \int \dot{x}_m dt \\ \int \dot{y}_m dt \\ R \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Và

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R\dot{\theta} \cos \phi \\ R\dot{\theta} \sin \phi \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Tọa độ bánh trái trong hệ quy chiếu:

$$\begin{bmatrix} x_l \\ y_l \\ z_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m - \frac{W}{2} \sin \phi \\ y_m + \frac{W}{2} \cos \phi \\ z_m \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Tọa độ bánh phải trong hệ quy chiếu:

$$\begin{bmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m + \frac{W}{2} \sin \phi \\ y_m - \frac{W}{2} \cos \phi \\ z_m \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Tọa độ tâm đối xứng giữa hai động cơ trong hệ quy chiếu:

$$\begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_m + L \sin \psi \cos \phi \\ y_m + L \sin \psi \sin \phi \\ z_m + L \cos \psi \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Phương trình động năng của chuyển động tịnh tiến:

$$T_1 = \frac{1}{2}m(\dot{x}_l^2 + \dot{y}_l^2 + \dot{z}_l^2) + \frac{1}{2}m(\dot{x}_r^2 + \dot{y}_r^2 + \dot{z}_r^2) + \frac{1}{2}M(\dot{x}_b^2 + \dot{y}_b^2 + \dot{z}_b^2) \quad (1.7)$$

Phương trình động năng của chuyển động quay:

$$T_2 = \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}_l^2 + \frac{1}{2}J_w\dot{\theta}_r^2 + \frac{1}{2}J_\psi\dot{\psi}^2 + \frac{1}{2}J_\phi\dot{\phi}^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_l - \dot{\psi})^2 + \frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_r - \dot{\psi})^2 \quad (1.8)$$

Với $\frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_l - \dot{\psi})^2$ là động năng quay của phần ứng động cơ trái

$\frac{1}{2}n^2J_m(\dot{\theta}_r - \dot{\psi})^2$ là động năng quay của phần ứng động cơ phải

Phương trình thế năng:

$$U = mgz_l + mgz_r + Mgz_b \quad (1.9)$$

Phương trình Lagrange:

$$L = T_1 + T_2 - U \quad (1.10)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = F_\theta \quad (1.11)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = F_\psi \quad (1.12)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = F_\phi \quad (1.13)$$

Lấy đạo hàm L theo các biến θ, ψ, ϕ ta được:

$$[(2m + M)R^2 + 2J_w + 2n^2J_m]\ddot{\theta} + (MLR \cos \psi - 2n^2J_m)\ddot{\psi} - MLR\dot{\psi}^2 \sin \psi = F_\theta \quad (1.14)$$

$$(MLR \cos \psi - 2n^2J_m)\ddot{\theta} + (ML^2 + J_\psi + 2n^2J_m)\ddot{\psi} - MgL \sin \psi - ML^2\dot{\phi}^2 \sin \psi \cos \psi = F_\psi \quad (1.15)$$

$$\left[\frac{1}{2}mW^2 + J_\phi + \frac{W^2}{2R^2}(J_w + n^2J_m) + ML^2 \sin^2 \psi \right] \ddot{\phi} + 2ML^2\dot{\psi}\dot{\phi} \sin \psi \cos \psi = F_\phi \quad (1.16)$$

Momen động lực do động lực DC sinh ra:

$$\begin{bmatrix} F_\theta \\ F_\psi \\ F_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_l + F_r \\ F_\psi \\ \frac{W}{2R}(F_l - F_r) \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Và:

$$F_l = nK_t i_l + f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_l) - f_w \dot{\theta}_l \quad (1.18)$$

$$F_r = nK_t i_r + f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_r) - f_w \dot{\theta}_r \quad (1.19)$$

$$F_\psi = -nK_t i_l - nK_t i_r - f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_l) - f_m(\dot{\psi} - \dot{\theta}_r) \quad (1.20)$$

Sử dụng phương pháp PWM để điều khiển động cơ nên chuyển từ dòng điện sang điện áp động cơ:

$$L_m i_{l,r} = v_{l,r} + K_b(\dot{\psi} - \dot{\theta}_{l,r}) - R_m i_{l,r} \quad (1.21)$$

Xem điện cảm phản ứng tương đối nhỏ (gần bằng 0), có thể bỏ qua, suy ra:

$$i_{l,r} = \frac{v_{l,r} + K_b(\dot{\psi} - \dot{\theta}_{l,r})}{R_m} \quad (1.22)$$

Từ đó, các moment lực sinh ra:

$$F_\theta = \alpha(v_l + v_r) - 2(\beta + f_w)\dot{\theta} + 2\beta\dot{\psi} \quad (1.23)$$

$$F_\psi = -\alpha(v_l + v_r) + 2\beta\dot{\theta} - 2\beta\dot{\psi} \quad (1.24)$$

$$F_\phi = \frac{W}{2R}\alpha(v_l - v_r) - \frac{W}{2R}(\beta + f_w)\dot{\phi} \quad (1.25)$$

Với $\alpha = \frac{nK_t}{R_m}$ và $\beta = \frac{nK_t K_b}{R_m} + f_m$

Thu được phương trình động lực học mô tả chuyển động của robot như sau:

$$\begin{aligned} [(2m + M)R^2 + 2f_w + 2n^2 J_m]\ddot{\theta} + (MLR \cos \psi - 2n^2 J_m)\ddot{\psi} - MLR\dot{\psi}^2 \sin \psi \\ = \alpha(v_l + v_r) - 2(\beta + f_w)\dot{\theta} + 2\beta\dot{\psi} \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$\begin{aligned} (MLR \cos \psi - 2n^2 J_m)\ddot{\theta} + (ML^2 + J_\psi + 2n^2 J_m)\ddot{\psi} - MgL \sin \psi - ML^2 \dot{\phi}^2 \sin \psi \cos \psi \\ = -\alpha(v_l + v_r) + 2\beta\dot{\theta} - 2\beta\dot{\psi} \end{aligned} \quad (1.27)$$

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{2}mW^2 + J_\phi + \frac{W^2}{2R^2}(J_w + n^2 J_m) + ML^2 \sin^2 \psi \right] \ddot{\phi} + 2ML^2 \dot{\psi} \dot{\phi} \sin \psi \cos \psi \\ = \frac{W}{2R}\alpha(v_l - v_r) - \frac{W^2}{2R^2}(\beta + f_w)\dot{\phi} \end{aligned} \quad (1.28)$$

- *Tuyến tính hóa hệ thống*

Giả sử ta đặt các biến trạng thái như sau:

$x_1 = \theta$, $x_2 = \dot{\theta}$, $x_3 = \ddot{\theta}$ là góc quay và vận tốc góc quay bánh xe

$x_4 = \psi$, $x_5 = \dot{\psi}$, $x_6 = \ddot{\psi}$ là góc nghiêng và vận tốc nghiêng của thân Robot

$x_7 = \phi$, $x_8 = \dot{\phi}$, $x_9 = \ddot{\phi}$ là góc xoay và vận tốc xoay của Robot

$$\Rightarrow \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 = f_1(x_1, x_2, x_4, x_5, x_7, x_8, v_l, v_r) \\ \dot{x}_4 = x_5 \\ \dot{x}_5 = x_6 = f_2(x_1, x_2, x_4, x_5, x_7, x_8, v_l, v_r) \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = x_9 = f_3(x_1, x_2, x_4, x_5, x_7, x_8, v_l, v_r) \end{cases} \quad (1.29)$$

Với $x = [x_1 \ x_2 \ x_4 \ x_5 \ x_7 \ x_8]^T = [\theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi} \ \phi \ \dot{\phi}]^T$

Nếu chọn điểm làm việc là:

$$x_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, u_0 = [0 \ 0]^T$$

Ta có thể tuyến tính hóa hệ thống về dạng: $\dot{x} = Ax + Bu$

Với: $u = \begin{bmatrix} v_l \\ v_r \end{bmatrix}$

Tìm ma trận A như sau:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_4} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_5} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_7} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_8} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_4} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_5} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_7} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_8} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_4} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_5} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_7} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_8} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} \end{bmatrix}$$

Tìm ma trận B như sau:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \left. \frac{\partial f_1}{\partial v_l} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_1}{\partial v_r} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} \\ 0 & 0 \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial v_l} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_2}{\partial v_r} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} \\ 0 & 0 \\ \left. \frac{\partial f_3}{\partial v_l} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} & \left. \frac{\partial f_3}{\partial v_r} \right|_{\substack{u=u_0 \\ x=x_0}} \end{bmatrix}$$

Lúc này ta có ma trận trọng số như sau:

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_6 \end{bmatrix} \text{ và } R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}$$

Với các thông số $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6, R_1, R_2$ để tinh chỉnh cho bộ điều khiển LQR. Trong đó tham số $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6$ được coi là trọng số tối ưu tương ứng cho 6 biến trạng thái $\theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}, \phi, \dot{\phi}$. Với mô hình hệ xe hai bánh ta có ma trận Q là ma trận 6x6 (tương ứng với 6 biến trạng thái) và R là 2x2 (tương ứng với 2 biến ngõ vào). Sau khi chọn được các tham số điều khiển tương ứng, chúng ta có thể xây dựng được tham số phản hồi K với tín hiệu điều khiển $u = -Kx$.

Thông số K được tính toán dựa vào phương trình Riccati. Tuy nhiên Matlab đã hỗ trợ việc tính toán thủ công bằng hàm $LQR(A,B,Q,R)$ khi các ma trận A, B, Q, R đã được tìm ra.

1.2. Mô phỏng Matlab

Từ phương trình (1.26), (1.27), (1.28) chuyển hết sang 1 vế, ta được:

```
syms m M R Jm L n a beta fw g W J_psi Jw vl vr J_phi x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9
f1 = ((2*m+M)*R^2+2*Jw+2*n^2*Jm)*x3+(M*R*L*cos(x4)-2*n^2*Jm)*x6-M*L*R*x5^2*sin(x4)-a*(vl+vr)+2*(beta+fw)*x2-2*beta*x5
f2 = (M*L*R*cos(x4)-2*n^2*Jm)*x3+(M*L^2+J_psi+2*n^2*Jm)*x6-M*g*L*sin(x4)-M*L^2*x8^2*sin(x4)*cos(x4)+a*(vl+vr)-2*beta*x2+2*beta*x5
f3 = (0.5*m*W^2+J_phi+W^2/2/R^2*(Jw+n^2*Jm)+M*L^2*(sin(x4))^2)*x9+2*M*L^2*x5*x8*sin(x4)*cos(x4)-W/2/R*a*(vr-vl)+W^2/2/R^2*(beta+fw)*x8
[x3, x6, x9] = solve(f1, f2, f3, x3, x6, x9)
```

Hình 2. Tính $\ddot{\theta}$, $\ddot{\psi}$, $\ddot{\phi}$

Sau khi dùng Matlab giải phương trình ta được x_3 , x_6 , x_9 tương ứng với $\ddot{\theta}$, $\ddot{\psi}$, $\ddot{\phi}$:

```
x3 =
(J_psi*a*vl + J_psi*a*vr - 2*J_psi*beta*x2 + 2*J_psi*beta*x5 - 2*J_psi*fw*x2 + L^2*M*a*vl + L^2*M*a*vr - 2*L^2*M*beta*x2 + 2*L^2*M*beta*x5 - 2*L^2*M*fw*x2 - 4*Jm*fw*n^2*x2 +
...
x6 =
-(2*Jw*a*vl + 2*Jw*a*vr - 4*Jw*beta*x2 + 4*Jw*beta*x5 + M*R^2*a*vl + M*R^2*a*vr - 2*M*R^2*beta*x2 + 2*M*R^2*beta*x5 + 2*R^2*a*m*vl + 2*R^2*a*m*vr + 4*Jm*fw*n^2*x2 - 4*R^2*fw*
...
x9 =
-(W^2*beta*x8 + W^2*fw*x8 + R*W*a*vl - R*W*a*vr + 4*L^2*M*R^2*x5*x8*cos(x4)*sin(x4))/(2*J_phi*R^2 + Jw*W^2 + Jm*W^2*n^2 + R^2*W^2*m + 2*L^2*M*R^2*sin(x4)^2)
```

Hình 3. Kết quả $\ddot{\theta}$, $\ddot{\psi}$, $\ddot{\phi}$

Từ công thức (1.29), ta đặt

$$\begin{cases} y_1 = \dot{x}_1 = x_2 \\ y_2 = \dot{x}_2 = x_3 = f_1(x_1, x_2, x_4, x_5, x_7, x_8, v_l, v_r) \\ y_3 = \dot{x}_4 = x_5 \\ y_4 = \dot{x}_5 = x_6 = f_2(x_1, x_2, x_4, x_5, x_7, x_8, v_l, v_r) \\ y_5 = \dot{x}_7 = x_8 \\ y_6 = \dot{x}_8 = x_9 = f_3(x_1, x_2, x_4, x_5, x_7, x_8, v_l, v_r) \end{cases}$$

```
syms m M R Jm L n a beta fw g W J_psi Jw vl vr J_phi x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9
y1 = x2;
y2 = (J_psi*a*vl+J_psi*a*vr-2*J_psi*beta*x2+2*J_psi*beta*x5-2*J_psi*fw*x2+L^2*M*a*vl+L^2*M*a*vr-2*L^2*M*beta*x2+2*L^2*M*beta*x5-2*L^2*M*fw*x2-4*Jm*fw*n^2*x2+L^3*M^2*R*x5^2*sin(x4))/((2*m+M)*R^2+2*Jw+2*n^2*Jm);
y3 = x5;
y4 = -(2*Jw*a*vl + 2*Jw*a*vr - 4*Jw*beta*x2 + 4*Jw*beta*x5 + M*R^2*a*vl + M*R^2*a*vr - 2*M*R^2*beta*x2 + 2*M*R^2*beta*x5 + 2*R^2*a*m*vl + 2*R^2*a*m*vr + 4*Jm*fw*n^2*x2 - 4*R^2*fw*W*x2)/(2*Jw+2*n^2*Jm+M*R^2);
y5 = x8;
y6 = -(W^2*beta*x8 + W^2*fw*x8 + R*W*a*vl - R*W*a*vr + 4*L^2*M*R^2*x5*x8*cos(x4)*sin(x4))/(2*J_phi*R^2 + Jw*W^2 + Jm*W^2*n^2 + R^2*W^2*m + 2*L^2*M*R^2*sin(x4)^2)
```

Hình 4. Đặt các biến trạng thái

Tiếp theo, khai báo các thông số của mô hình:

```
%% Thông số hệ thống xe 2 bánh tự cân bằng dùng LQR
m = 0.0345; %Khối lượng bánh xe
M = 0.875; %Khối lượng robot
R = 0.0325; %bán kính bánh xe
W = 0.225; %Chiều rộng robot
D = 0.084; %Chiều sâu robot
H = 0.132; %Chiều cao robot
L = 0.091; %khoảng cách từ trục tam giác đến trục bánh xe
fw = 0.18; %Hệ số ma sát giữa bánh xe với mặt phẳng
fm = 0.002; %hệ số ma sát giữa động cơ và robot
Jm = 0.000082; %moment quán tính của động cơ
Jw = m*R^2/2;
J_psi = M*L^2/3;
J_phi = M*(W^2+D^2)/12;
Rm = 13; %Điện trở động cơ DC
Kb = 1.91; %hệ số emf của động cơ
Kt = 0.216 ; %Momen xoắn của động cơ DC
n = 33.64; %Tỷ số giảm tốc
g = 9.81; %Gia tốc trọng trường
alpha = n*Kt/Rm; beta=n*Kt*Kb/Rm+fm; a =alpha;
T=0.01;
```

Hình 5. Thông số mô hình

```
%% Tính ma trận A
A = [ diff(y1,x1) diff(y1,x2) diff(y1,x4) diff(y1,x5) diff(y1,x7) diff(y1,x8);
      diff(y2,x1) diff(y2,x2) diff(y2,x4) diff(y2,x5) diff(y2,x7) diff(y2,x8);
      diff(y3,x1) diff(y3,x2) diff(y3,x4) diff(y3,x5) diff(y3,x7) diff(y3,x8);
      diff(y4,x1) diff(y4,x2) diff(y4,x4) diff(y4,x5) diff(y4,x7) diff(y4,x8);
      diff(y5,x1) diff(y5,x2) diff(y5,x4) diff(y5,x5) diff(y5,x7) diff(y5,x8);
      diff(y6,x1) diff(y6,x2) diff(y6,x4) diff(y6,x5) diff(y6,x7) diff(y6,x8)]

%% Tính ma trận B
B = [ diff(y1,v1) diff(y1,vr);
      diff(y2,v1) diff(y2,vr);
      diff(y3,v1) diff(y3,vr);
      diff(y4,v1) diff(y4,vr);
      diff(y5,v1) diff(y5,vr);
      diff(y6,v1) diff(y6,vr)]
```

Hình 6. Công thức tính ma trận A và B

BÀI TOÁN 1: MODELING

Tính ra được ma trận A và B theo các biến:

$$A = \begin{bmatrix} 0, & -(2*\psi*beta + 2*\psi*fw + 2*L^2*M*beta + 2*L^2*M*fw + 4*m*fw*n^2 + 2*L*M*R*beta)/(2*\psi*Jw + 2*Jw*L^2*M + \psi*M^2*R^2 + 2*\psi*\psi*m*n^2 + 4*m*Jw*n^2 + 2*\psi*\psi*R^2*m + 0, \\ 0, & (4*Jw*beta + 2*M^2*R^2*beta - 4*m*fw*n^2 + 4*R^2*beta*m + 2*L*M*R*beta + 2*L*M*R*fw)/(2*\psi*Jw + 2*Jw*L^2*M + \psi*M^2*R^2 + 2*\psi*\psi*m*n^2 + 4*m*Jw*n^2 + 2*\psi*\psi*R^2*m + 0, \\ 0, & 0, \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} (M^2*L^2 + M^2*R^2*a + \psi*\psi*a)/(2*\psi*Jw + 2*Jw*L^2*M + \psi*M^2*R^2 + 2*\psi*\psi*m*n^2 + 4*m*Jw*n^2 + 2*\psi*\psi*R^2*m + 2*m*L^2*M^2*n^2 + 2*m*M^2*R^2*n^2 + 2*L^2*M^2*R^2*n^2 - (2*Jw*a + M^2*R^2*a + 2*R^2*a*m + L*M^2*R^2*a)/(2*\psi*Jw + 2*Jw*L^2*M + \psi*M^2*R^2 + 2*\psi*\psi*m*n^2 + 4*m*Jw*n^2 + 2*\psi*\psi*R^2*m + 2*m*L^2*M^2*n^2 + 2*m*M^2*R^2*n^2 + 2*L^2*M^2*R^2*n^2 - (R^2*W*a)/(m^2*R^2*W^2 + 0, \end{bmatrix}$$

Hình 7. Ma trận A và B theo các biến

Thế số vào, ta được:

A =

0	1.0000	0	0	0	0
0	-32.7243	48.4785	8.8862	0	0
0	0	0	1.0000	0	0
0	-19.7154	49.4379	-2.6272	0	0
0	0	0	0	0	1.0000
0	0	0	0	0	-13.4327

B =

0	0
2.3219	2.3219
0	0
-0.6865	-0.6865
0	0
-0.8679	0.8679

Hình 8. Kết quả ma trận A và B

BÀI TOÁN 1: MODELING

Chọn Q và R như sau:

```
R__ = [100 0; 0 100] %Chọn R__ vì ở trên đã có R là bán kính bánh xe rồi  
Q = [ 1000 0 0 0 0 0;  
      0 10 0 0 0 0;  
      0 0 10000 0 0 0;  
      0 0 0 1 0 0;  
      0 0 0 0 100000 0;  
      0 0 0 0 0 10]
```

Hình 9. Chọn ma trận Q và R

Tính toán ma trận K theo hàm LQR:

```
K = lqr(A,B,Q,R__)
```

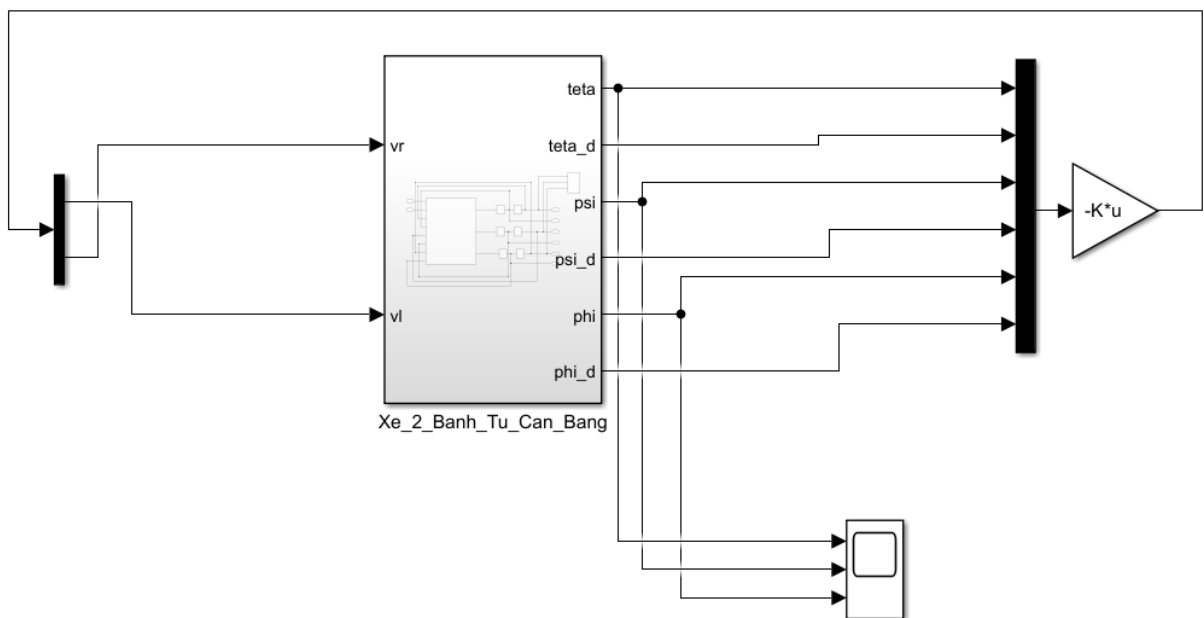
Hình 10. Hàm LQR tính ma trận K

K =

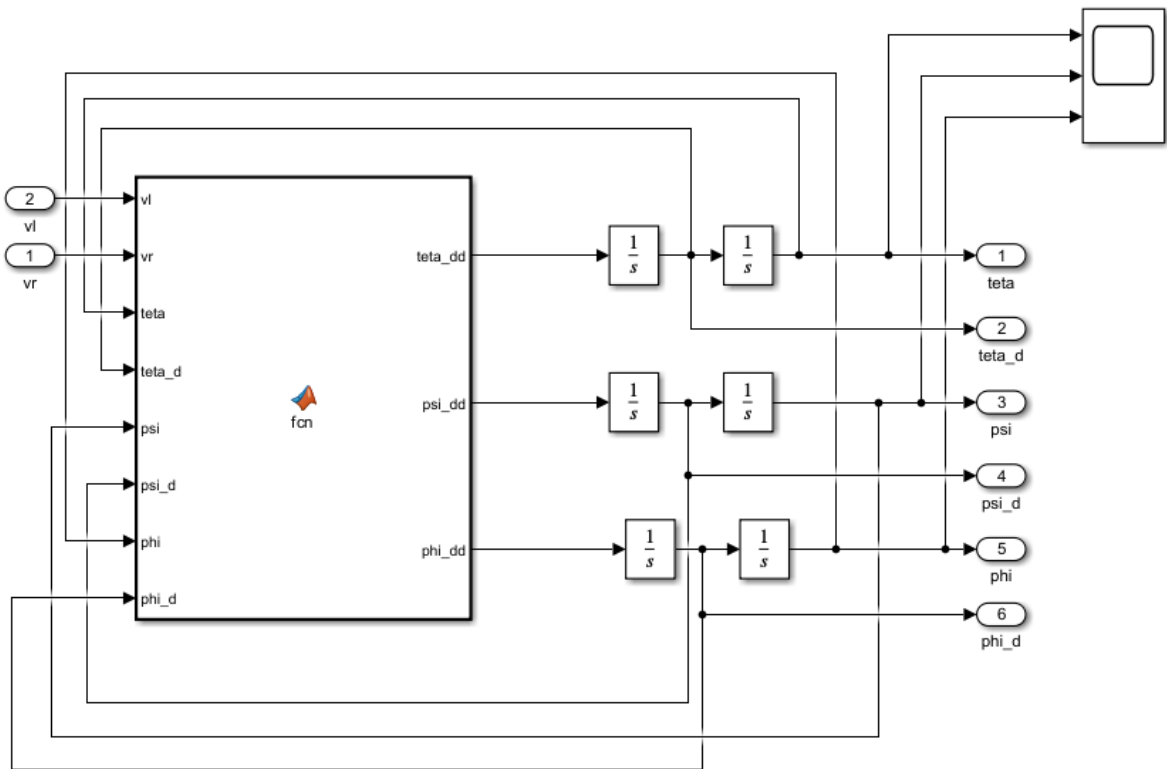
```
-2.2361    0.8694   -17.0800    -1.6988   -22.3607    -1.5188  
-2.2361    0.8694   -17.0800    -1.6988    22.3607     1.5188
```

Hình 11. Kết quả ma trận K

Mô phỏng mô hình xe 2 bánh trong Simulink như sau:



Hình 12. Mô phỏng xe 2 bánh tự cân bằng



Hình 13. Khối Xe 2 Bánh Tự Cân Bằng

```
function [teta_dd,psi_dd,phi_dd] = fcn(vl,vr,teta,teta_d,psi,psi_d,phi,phi_d)
```

```
%% Thông số hệ thống xe 2 bánh tự cân bằng dùng LQR
m = 0.0345; %Khối lượng bánh xe
M = 0.875; %Khối lượng robot
R = 0.0325; %bán kính bánh xe
W = 0.225; %Chiều rộng robot
D = 0.084; %Chiều sâu robot
H = 0.132; %Chiều cao robot
L = 0.091; %khoảng cách từ trục bánh xe
fw = 0.18; %Hệ số ma sát giữa bánh xe với mặt phẳng
fm = 0.002; %hệ số ma sát giữa trục bánh xe và robot
Jm = 0.000082; %moment quán tính của trục bánh xe
Jw = m*R^2/2;
J_psi = M*L^2/3;
J_phi = M*(W^2+D^2)/12;
Rm = 13; %Điện trở động cơ DC
Kb = 1.91; %hệ số emf của động cơ
Kt = 0.216; %Momen xoắn của động cơ DC
n = 33.64; %Tỷ số giảm tốc
g = 9.81; %Gia tốc trọng trường
alpha = n*Kt/Rm; beta=n*Kt*Kb/Rm+fm; a =alpha;
J=0.01;

teta_dd = (J_psi*a*vl + J_psi*a*vr - 2*J_psi*beta*teta_d + 2*J_psi*beta*psi_d - 2*J_psi*fw*teta_d + L^2*M*a*vl + L^2*M*a*vr - 2*L^2*M*beta*teta_d + 2*L^2*M*beta*psi_d - 2*Jw*beta*teta_d + 4*Jw*beta*psi_d + M*R^2*a*vl + M*R^2*a*vr - 2*M*R^2*beta*teta_d + 2*M*R^2*beta*psi_d + 2*R^2*a*phi_d - (W^2*beta*phi_d + W^2*fw*phi_d + R*W*a*vl - R*W*a*vr + 4*L^2*M*R^2*psi_d*phi_d*cos(psi)*sin(psi)))/(2*J_phi*R^2 + Jm*W^2 + Jm*W^2*n^2 + R^2
```

Hình 14. Matlab function

BÀI TOÁN 1: MODELING

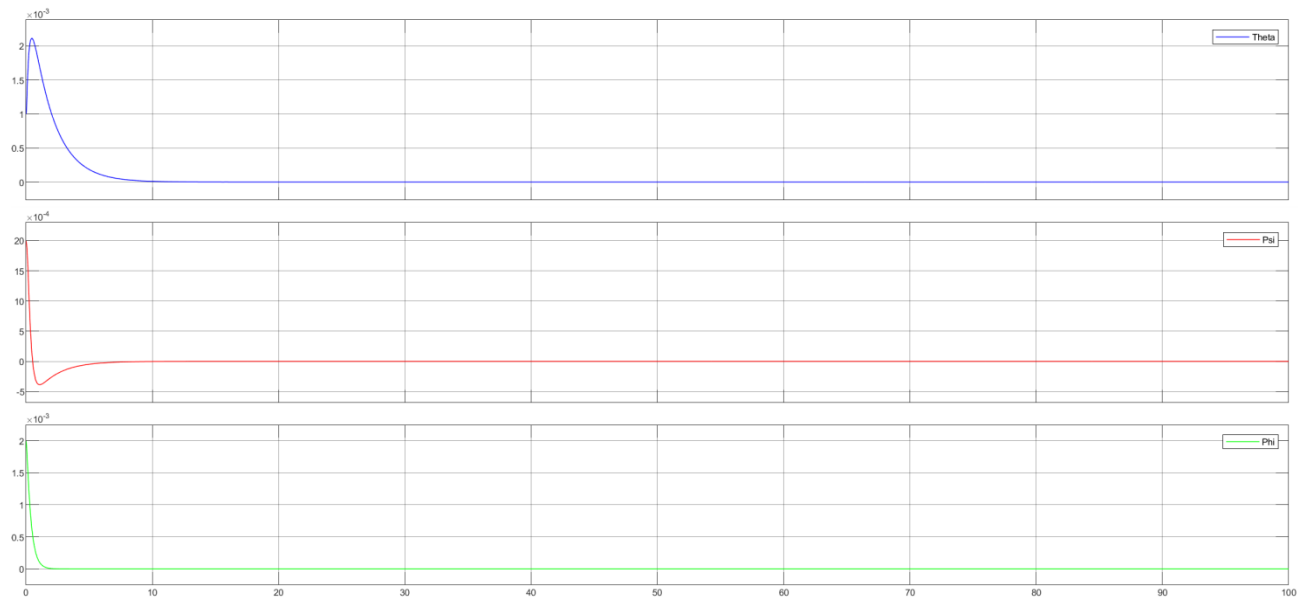
Đặt các giá trị ban đầu như sau:

% Chọn thông số ban đầu

```
x1_init = 0.001; x2_init = -0.0012; x4_init = 0.002; x5_init = -0.002; x7_init = 0.002; x8_init=-0.0014;
```

Hình 15. Thông số ban đầu

Sau khi chạy mô phỏng Simulink trong Matlab, kết quả thu được:



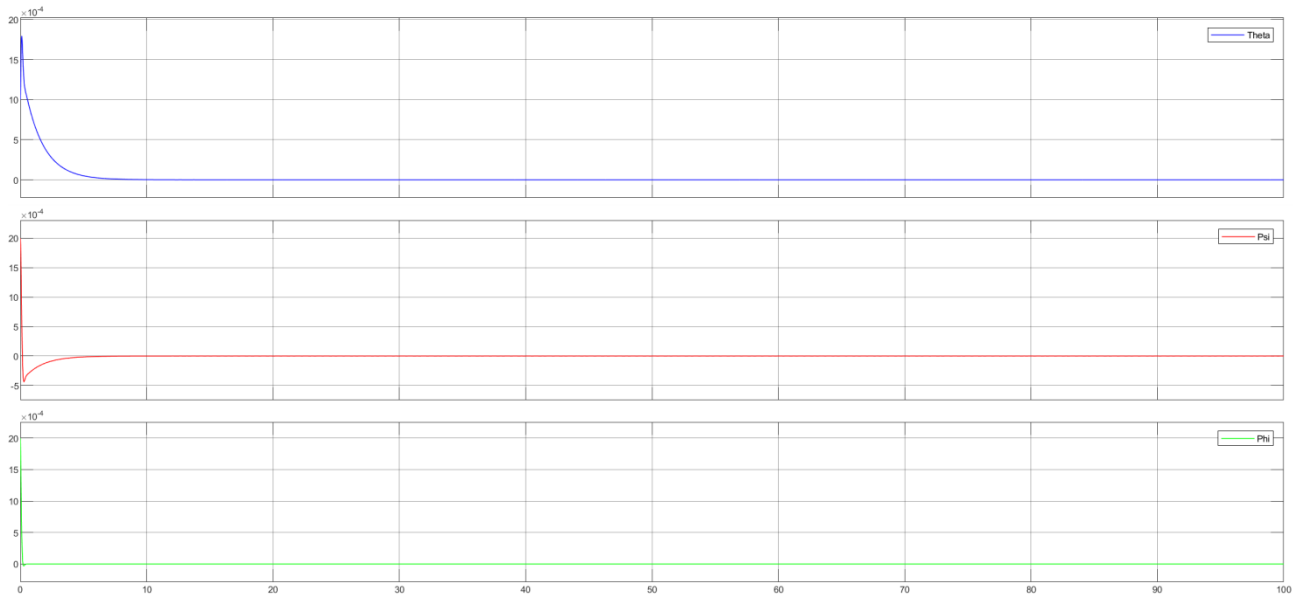
Hình 16. Kết quả mô phỏng

Nhận xét: Tín hiệu đáp ứng của hệ thống tương đối tốt, các biến trạng thái của xe cân bằng tại 0, không có sai số xác lập, thời gian đạt xác lập nhanh, có xuất hiện vọt lố nhưng không đáng kể.

BÀI TOÁN 1: MODELING

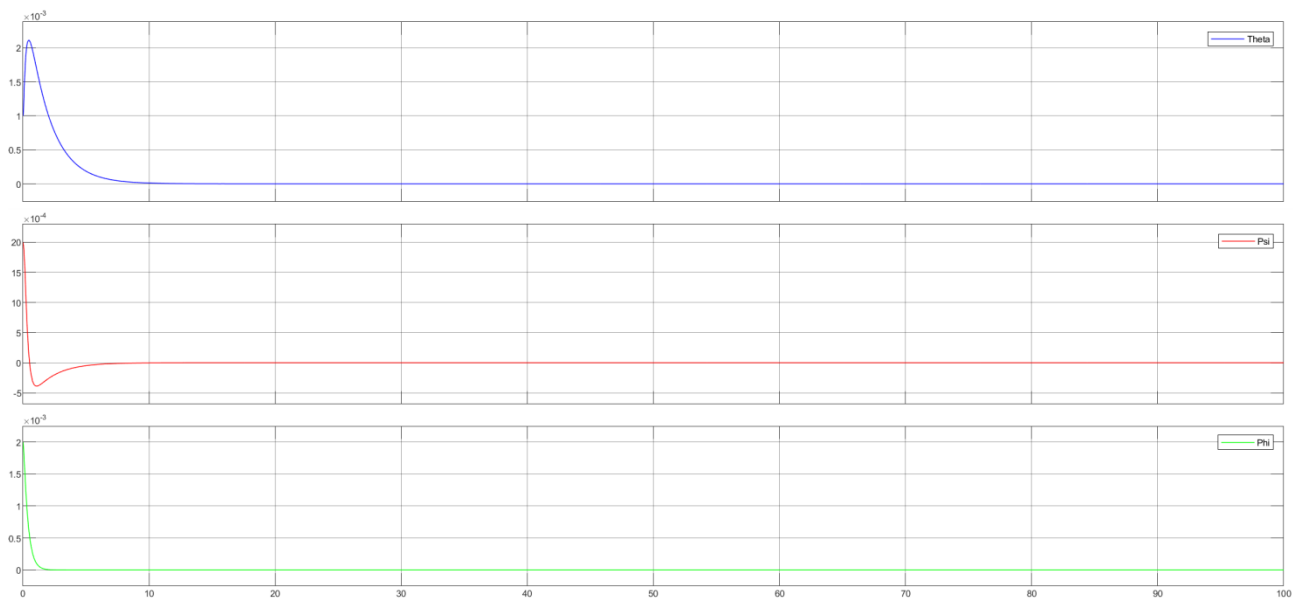
❖ Khảo sát sự thay đổi của ma trận $R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}$

Với ma trận $R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$



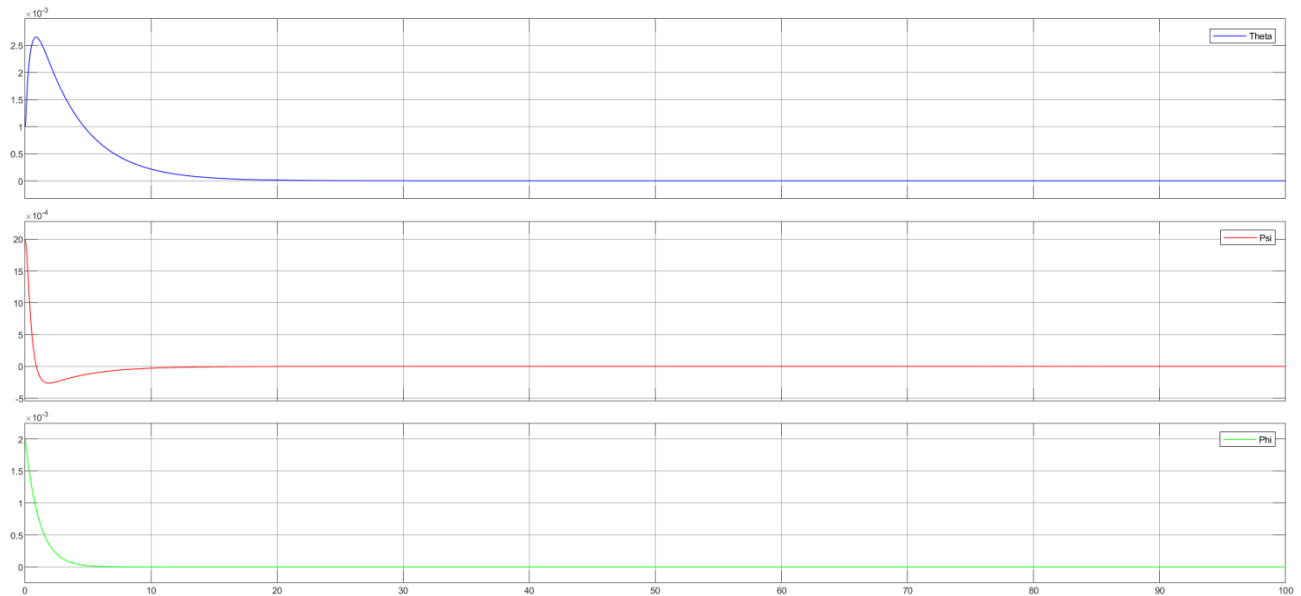
Hình 17. Kết quả mô phỏng khi thay đổi $R_1 = R_2 = 1$

Với ma trận $R = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$



Hình 18. Kết quả mô phỏng khi thay đổi $R_1 = R_2 = 100$

Với ma trận $R = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 1000 \end{bmatrix}$

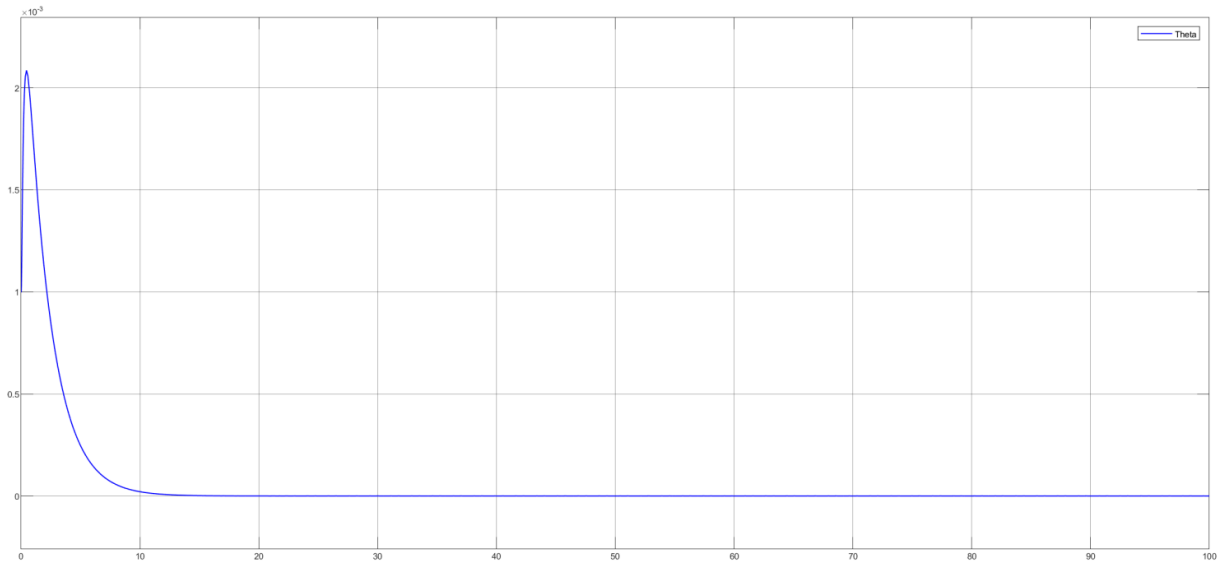


Hình 19. Kết quả mô phỏng khi thay đổi $R_1 = R_2 = 1000$

Nhận xét: với R_1 và R_2 là các trọng số điện áp cấp cho bánh xe trái và bánh xe phải. Khi tăng giá trị các trọng số R_1 và R_2 ta quan sát được các biến trạng thái của xe vẫn cân bằng tại 0 và không có sai số xác lập. Tuy nhiên nhận thấy rằng các trọng số R_1 và R_2 càng lớn thì độ vọt lố giảm và thời gian đạt được xác lập lâu hơn.

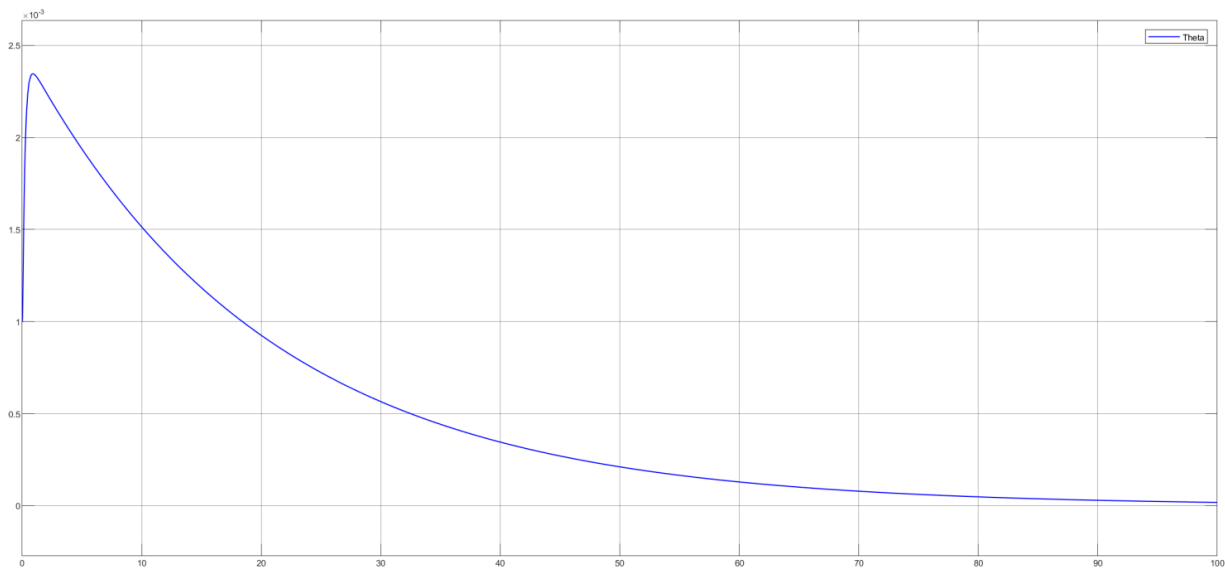
❖ Khảo sát sự thay đổi ma trận $Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & Q_6 \end{bmatrix}$

Với $Q_1 = Q_2 = 1000$



Hình 20. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_1 = Q_2 = 1000$

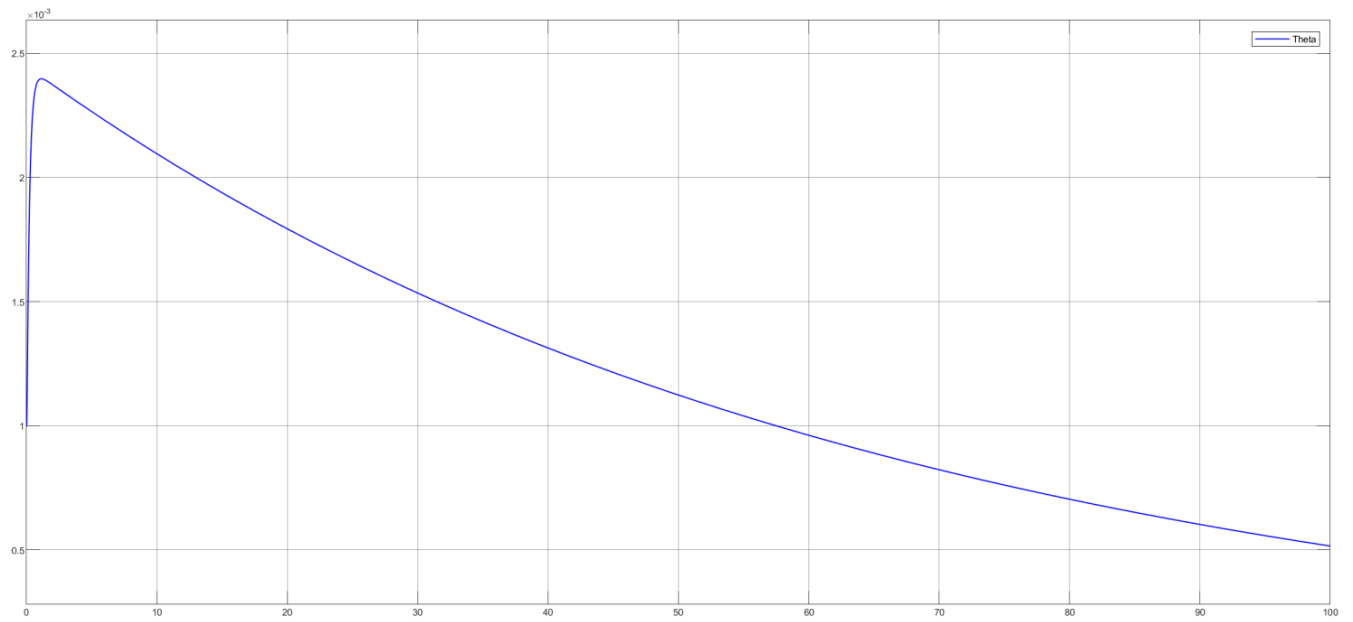
Với $Q_1 = 10$ và $Q_2 = 1000$



Hình 21. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_1 = 10$ và $Q_2 = 1000$

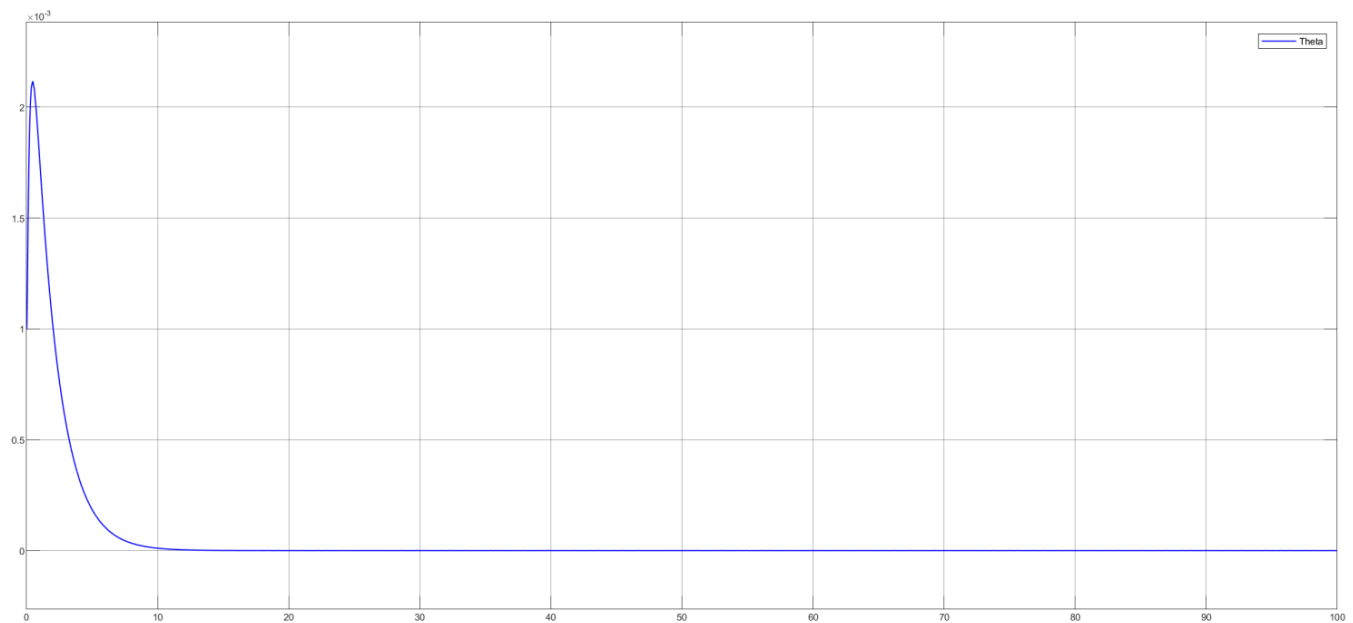
BÀI TOÁN 1: MODELING

Với $Q_1 = 1$ và $Q_2 = 1000$



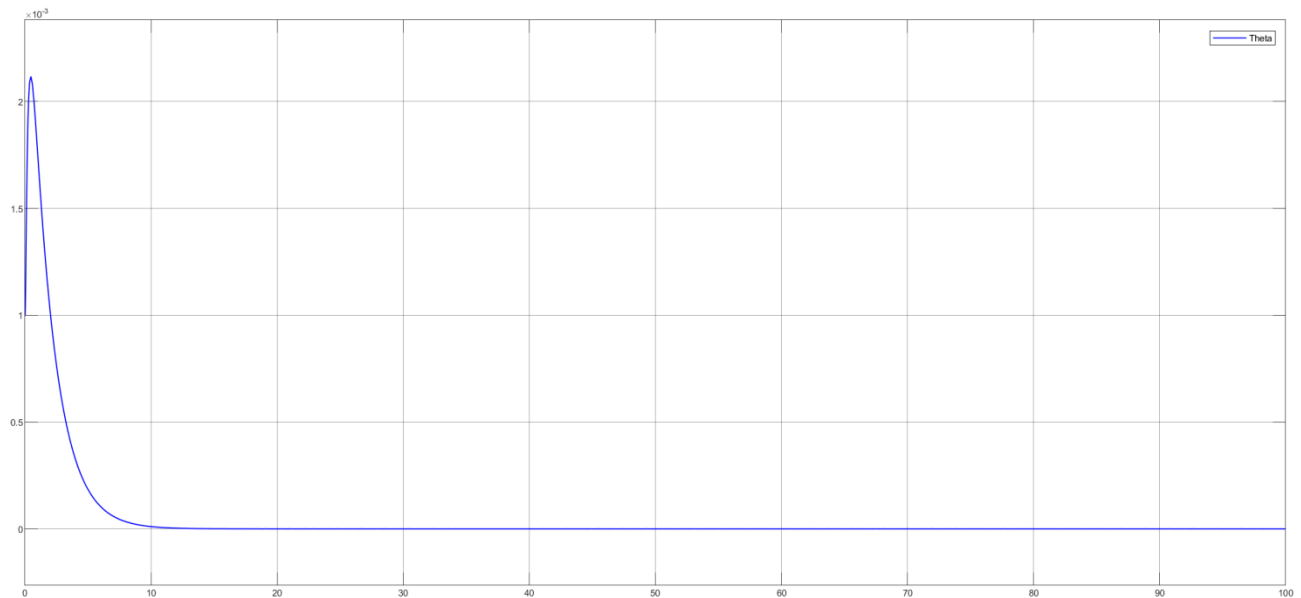
Hình 22. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_1 = 1$ và $Q_2 = 1000$

Với $Q_1 = 1000$ và $Q_2 = 10$



Hình 23. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_1 = 1000$ và $Q_2 = 10$

Với $Q_1 = 1000$ và $Q_2 = 1$



Hình 24. Kết quả mô phỏng khi thay đổi $Q_1 = 1000$ và $Q_2 = 1$

Nhận xét: Với Q_1 và Q_2 là các trọng số của θ và $\dot{\theta}$ ảnh hưởng tới độ đáp ứng góc xoay của bánh xe. Qua khảo sát ta thấy được khi càng giảm giá trị của Q_1 thì thời gian đạt được xác lập càng lâu, trái ngược đó khi giảm giá trị của Q_2 thì thời gian đạt được xác lập nhanh hơn sau mỗi lần giảm.

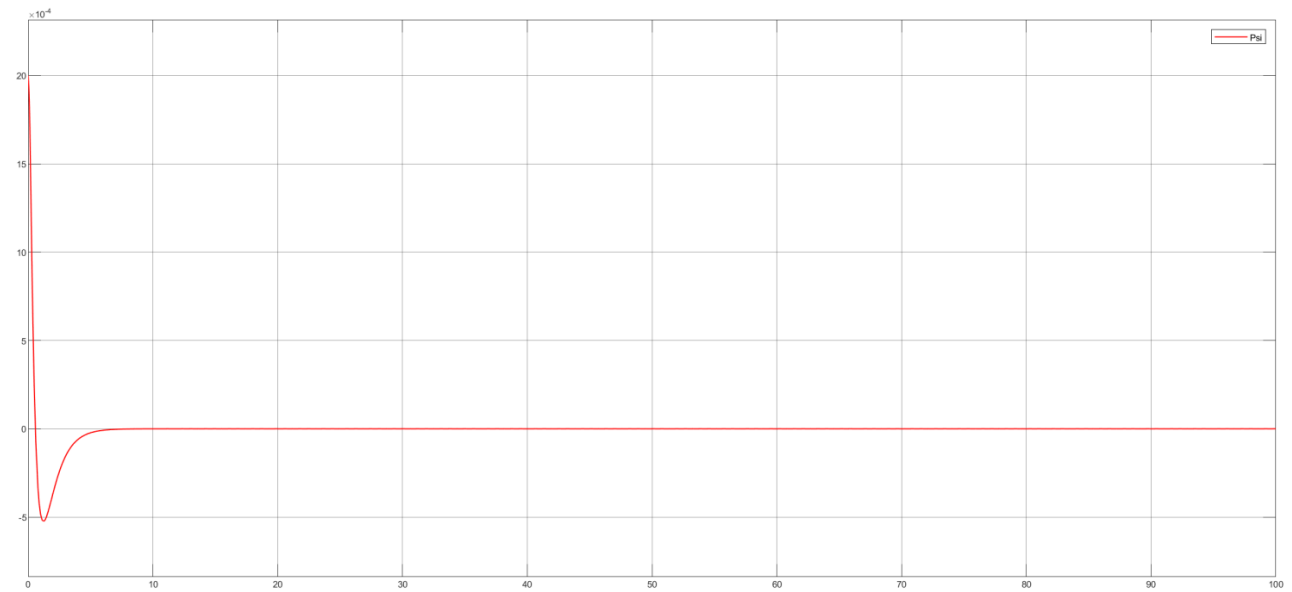
BÀI TOÁN 1: MODELING

Với $Q_3 = 1$ và $Q_4 = 1$



Hình 25. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_3 = 1$ và $Q_4 = 1$

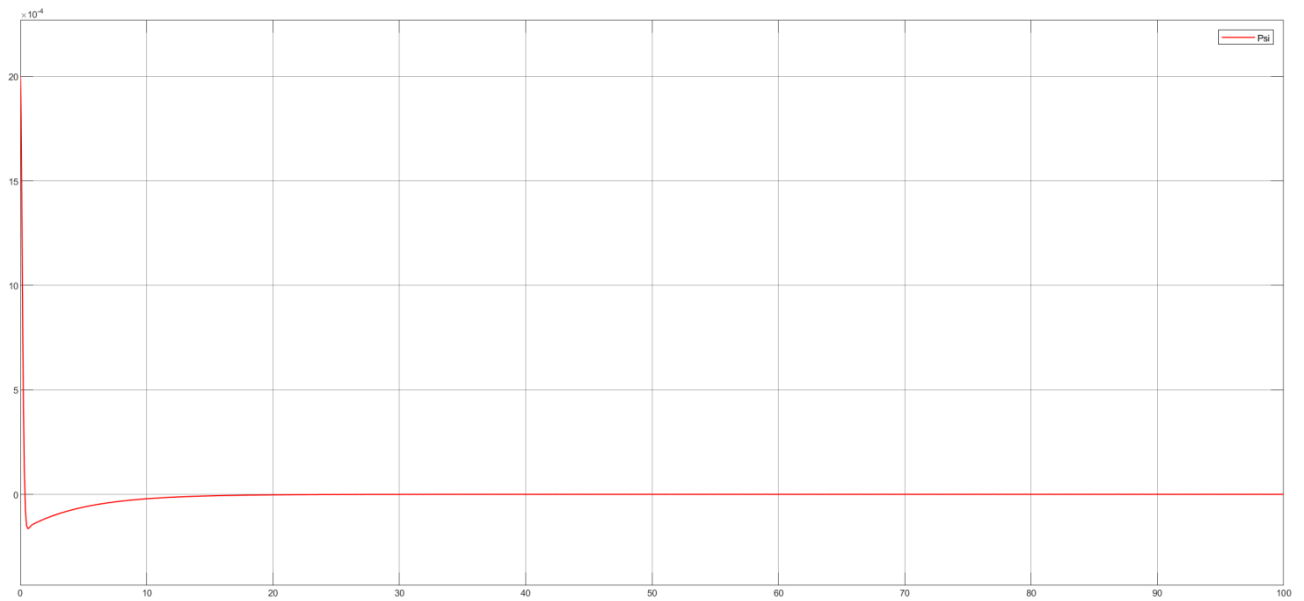
Với $Q_3 = 1000$ và $Q_4 = 1$



Hình 26. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_3 = 1000$ và $Q_4 = 1$

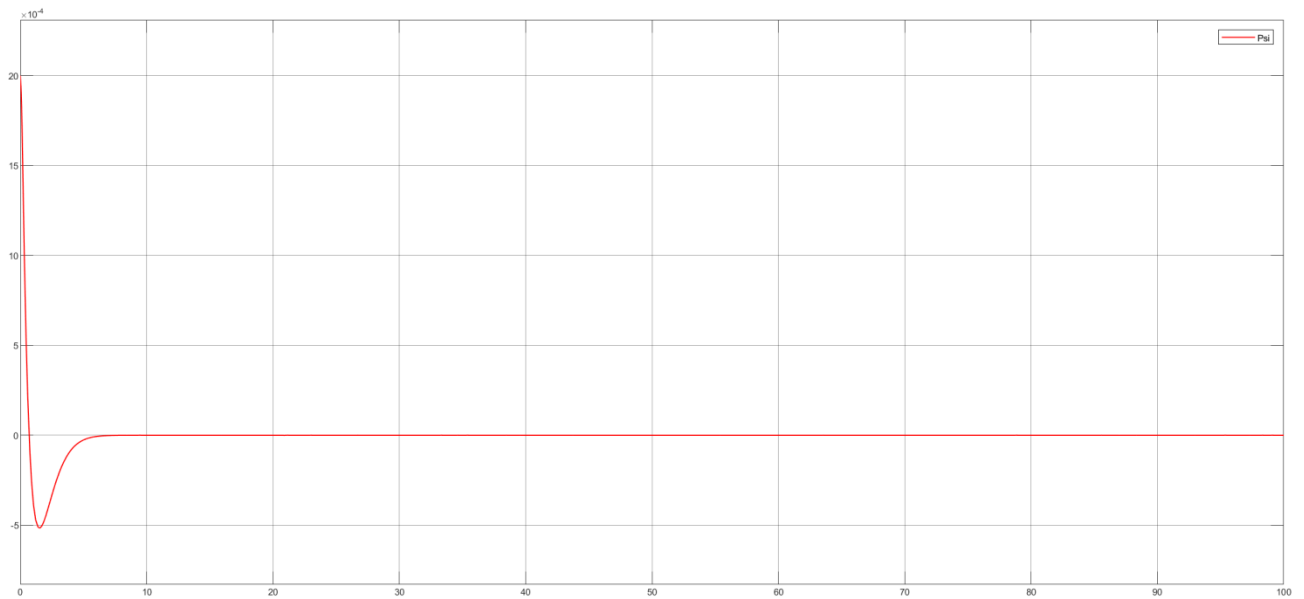
BÀI TOÁN 1: MODELING

Với $Q_3 = 100000$ và $Q_4 = 1$



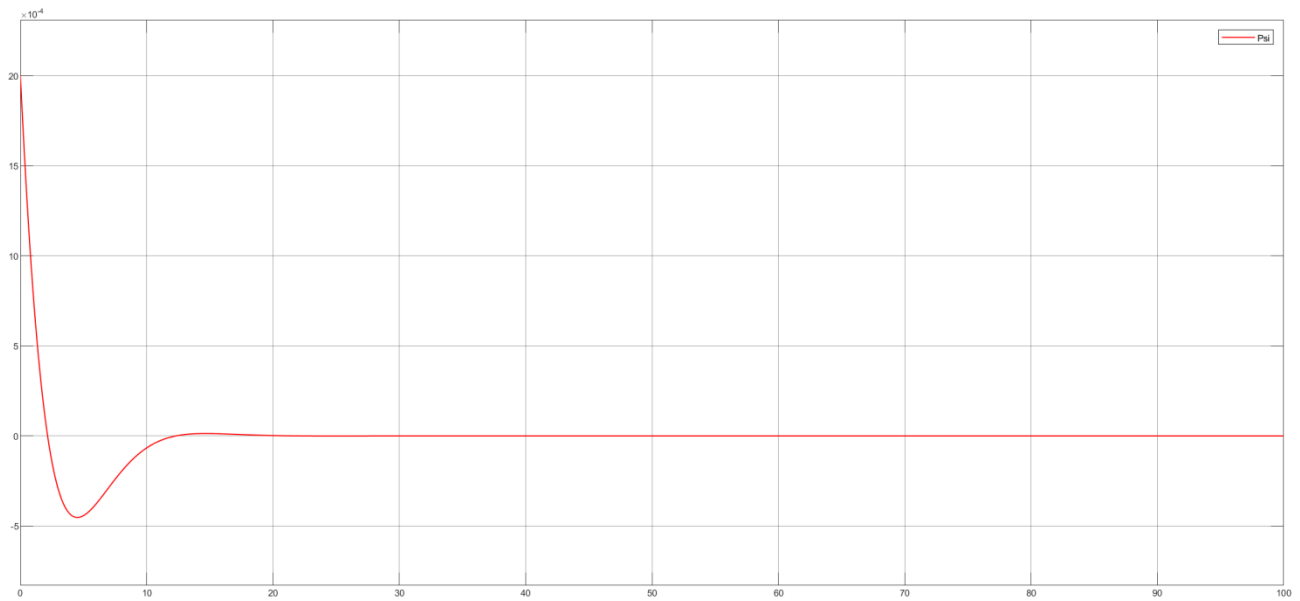
Hình 27. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_3 = 100000$ và $Q_4 = 1$

Với $Q_3 = 1$ và $Q_4 = 1000$



Hình 28. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_3 = 1$ và $Q_4 = 1000$

Với $Q_3 = 1$ và $Q_4 = 100000$

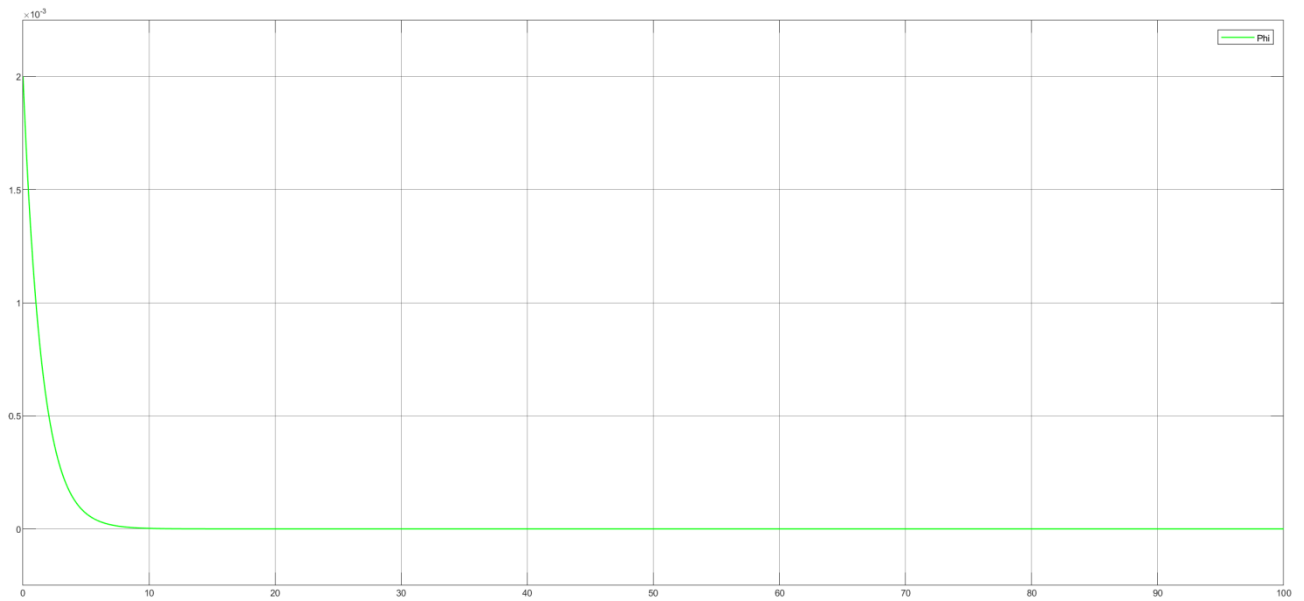


Hình 29. Kết quả mô phỏng khi thay đổi $Q_3 = 1$ và $Q_4 = 100000$

Nhận xét: Với Q_3 và Q_4 là các trọng số của ψ và $\dot{\psi}$ ảnh hưởng tới độ đáp ứng góc nghiêng của xe. Qua khảo sát thấy được khi tăng giá trị của Q_3 và Q_4 thì thời gian đạt được xác lập càng lâu và độ vọt lố cũng theo đó giảm xuống.

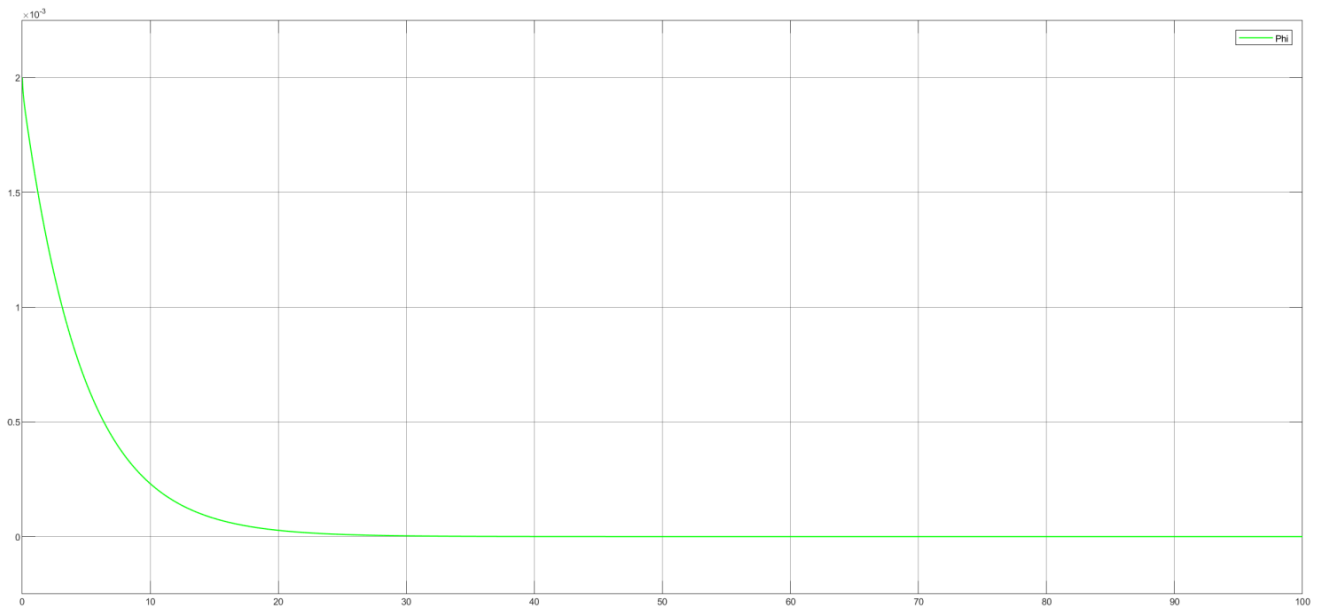
BÀI TOÁN 1: MODELING

Với $Q_5 = 10000$ và $Q_6 = 10000$



Hình 30. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_5 = 10000$ và $Q_6 = 10000$

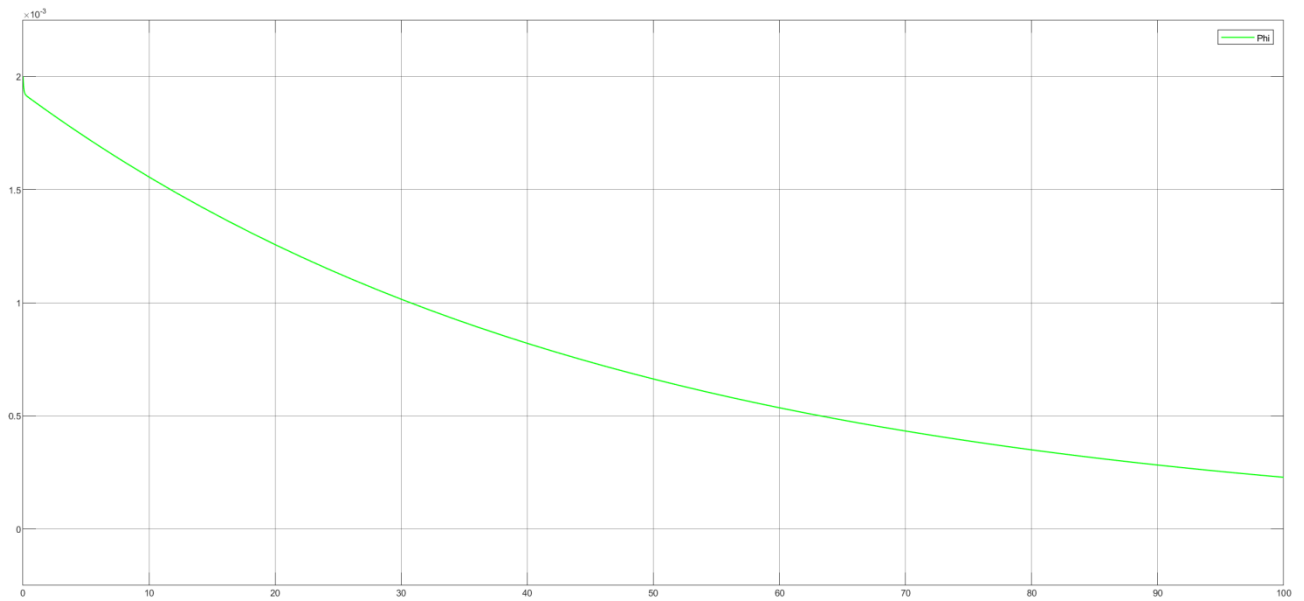
Với $Q_5 = 1000$ và $Q_6 = 10000$



Hình 31. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_5 = 1000$ và $Q_6 = 10000$

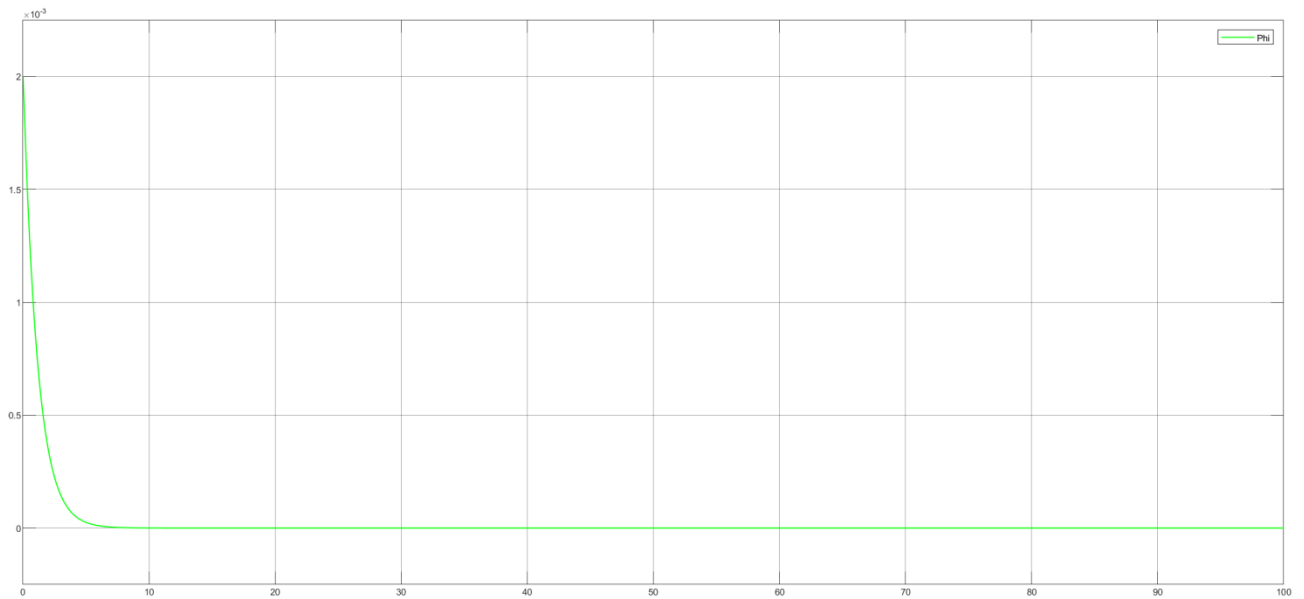
BÀI TOÁN 1: MODELING

Với $Q_5 = 10$ và $Q_6 = 10000$



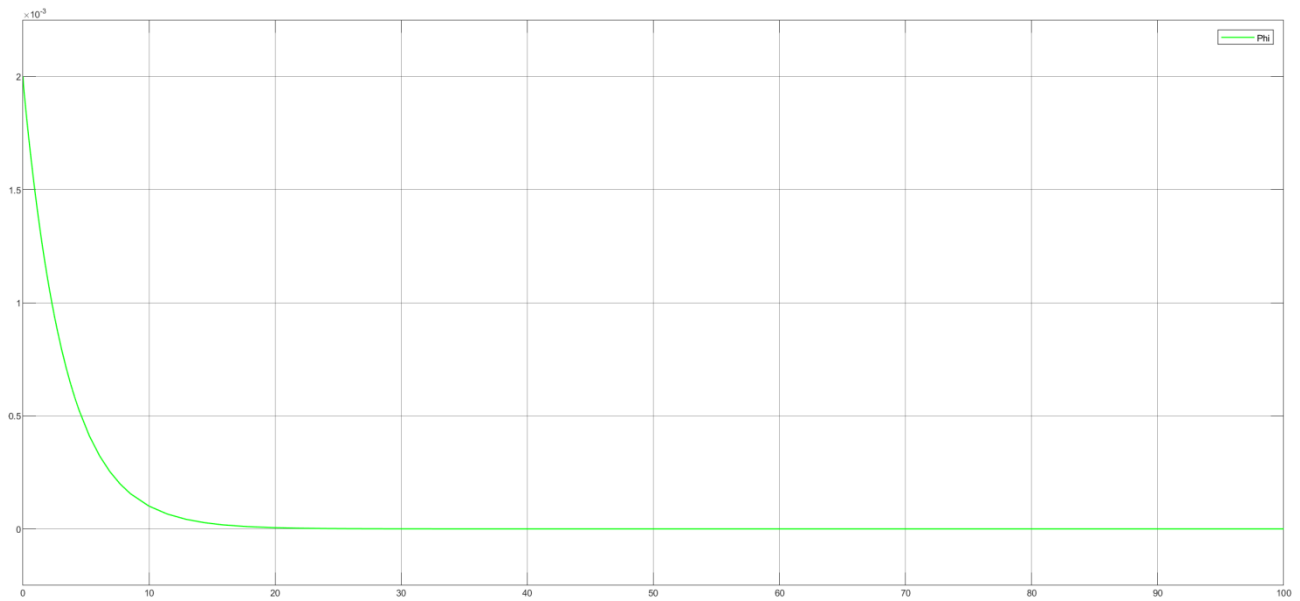
Hình 32. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_5 = 10$ và $Q_6 = 10000$

Với $Q_5 = 10000$ và $Q_6 = 1000$



Hình 33. Kết quả mô phỏng khí thay đổi $Q_5 = 10000$ và $Q_6 = 1000$

Với $Q_5 = 10000$ và $Q_6 = 100000$



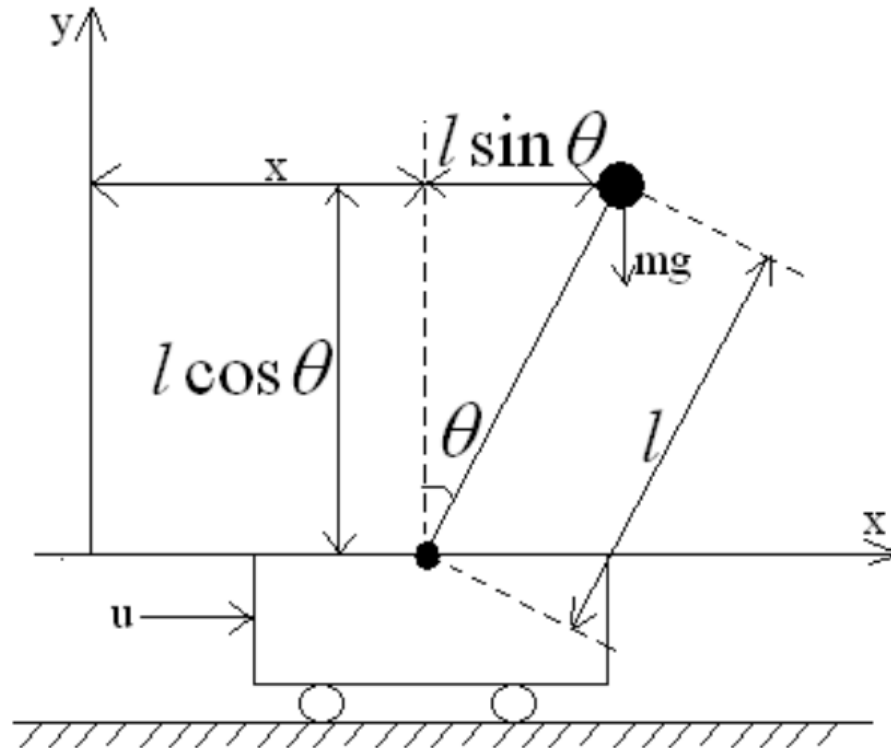
Hình 34. Kết quả mô phỏng khi thay đổi $Q_5 = 10000$ và $Q_6 = 100000$

Nhận xét: Với Q_5 và Q_6 là các trọng số của ϕ và $\dot{\phi}$ ảnh hưởng tới độ đáp ứng góc xoay của xe. Qua khảo sát thấy được khi giảm giá trị của trọng số Q_5 và khi tăng giá trị của trọng số Q_6 thì thời gian đạt được xác lập càng lâu.

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

2.1. Xây dựng mô hình toán học

Ở bài tập này, chúng em chọn mô hình xe con lắc ngược.



Hình 35. Hệ trục tọa độ cho hệ xe con lắc ngược

Bảng 2. Ký hiệu các đại lượng vật lý của hệ xe con lắc ngược

Ký hiệu	Đơn vị	Ý nghĩa
θ	rad	Góc nghiêng của con lắc
x	m	Vị trí của xe trên trục x
g	m/s^2	Gia tốc trọng trường
F	N	Lực tác dụng lên xe
M	kg	Khối lượng của xe
m	kg	Khối lượng của thanh con lắc
l	m	Chiều dài con lắc
I	kg/m^2	Moment quán tính của con lắc

Sử dụng phương pháp Euler – Lagrange để xây dựng mô hình toán học. Ta có phương trình Euler – Lagrange như sau:

$$L = T - U \quad (2.1)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_k} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_k} = F_k \quad (2.2)$$

Với

T là tổng các thành phần động năng của hệ

U là tổng các thành phần thế năng của hệ

L là nhân tử Lagrangian

θ_k là tọa độ tổng quát

F_k là tổng ngoại lực tác động lên hệ

Trong đó ta có:

$$\begin{cases} \theta_k = \begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} \\ F_k = \begin{bmatrix} F \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.3)$$

Chọn mốc thế năng tại vị trí $y = 0$ nên thế năng của xe luôn luôn bằng 0. Do đó, thế năng của hệ chính là thế năng của con lắc:

$$U = mgy_k = mgL \cos(\theta) \quad (2.4)$$

Động năng của xe là:

$$T_{cart} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (2.5)$$

Động năng của thanh con lắc:

$$T_{pole} = \frac{1}{2} m v^2 \quad (2.6)$$

Vị trí cuối của thanh con lắc chiều lên hệ trục tọa độ:

$$\begin{cases} x_k = x + l \sin(\theta) \\ y_k = l \cos(\theta) \end{cases} \quad (2.7)$$

Vận tốc của con lắc trên hệ trục tọa độ là đạo hàm của vị trí:

$$\begin{cases} v_{xk} = \dot{x} + l \dot{\theta} \cos(\theta) \\ v_{yk} = -l \dot{\theta} \sin(\theta) \end{cases} \quad (2.8)$$

Bình phương vận tốc trung bình của thanh con lắc:

$$v^2 = v_{xk}^2 + v_{yk}^2 = \dot{x}^2 + 2l\dot{x}\dot{\theta} \cos(\theta) + l^2\dot{\theta}^2 \quad (2.9)$$

Suy ra động năng của thanh con lắc:

$$T_{pole} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + ml\dot{x}\dot{\theta} \cos(\theta) + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 \quad (2.10)$$

Vậy động năng của hệ là:

$$T = T_{cart} + T_{pole} = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + ml\dot{x}\dot{\theta} \cos(\theta) + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 \quad (2.11)$$

Hàm Euler – Lagrange có dạng như sau:

$$L = T - U = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + ml\dot{x}\dot{\theta} \cos(\theta) + \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2 - mgl\cos(\theta) \quad (2.12)$$

Ta có:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = (m + M)\dot{x} + ml\dot{\theta} \cos(\theta) \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = (m + M)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos(\theta) - ml\dot{\theta}^2 \sin(\theta) \\ \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = ml\dot{x} \cos(\theta) + ml^2\dot{\theta} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = ml[\ddot{x} \cos(\theta) - \dot{x}\dot{\theta} \sin(\theta)] + ml^2\ddot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} = mgl \sin(\theta) - ml\dot{x}\dot{\theta} \sin(\theta) \end{cases} \quad (2.13)$$

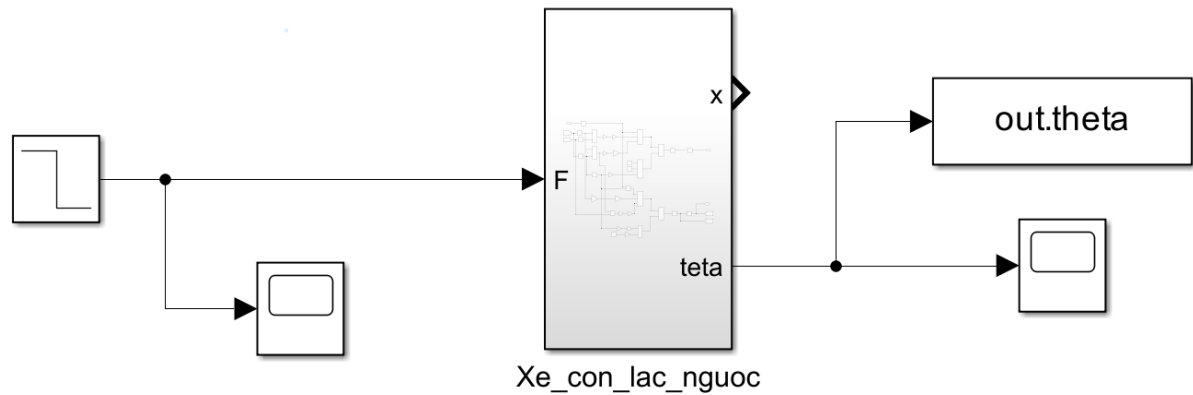
Thay vào hệ phương trình Euler – Lagrange ta được hệ xe con lắc ngược như sau:

$$\begin{cases} (m + M)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos(\theta) - ml\dot{\theta}^2 \sin(\theta) = F \\ ml\ddot{x} \cos(\theta) + ml^2\ddot{\theta} - mgl \sin(\theta) = 0 \end{cases} \quad (2.14)$$

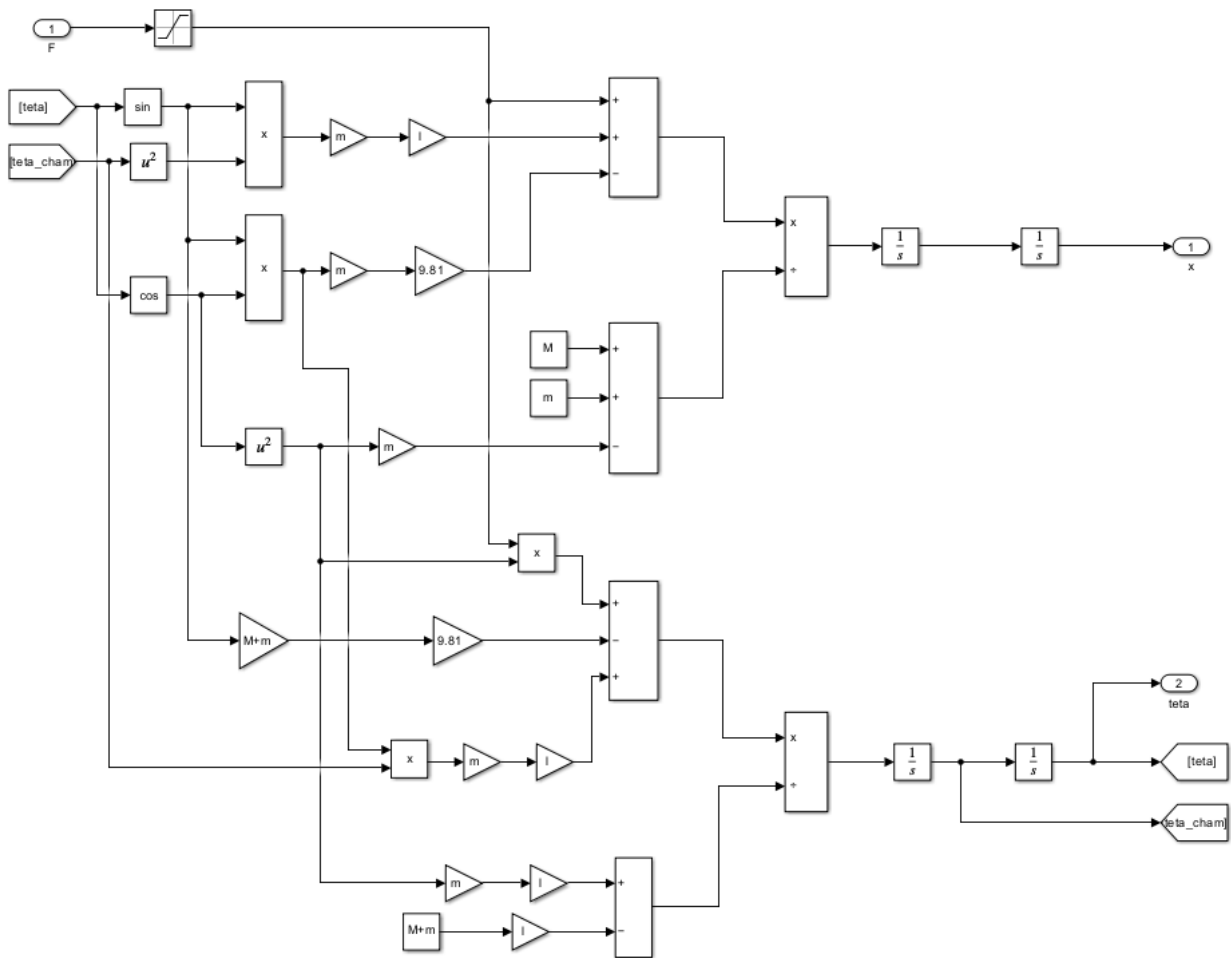
Lần lượt rút \ddot{x} và $\ddot{\theta}$ ra, ta được:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{F + ml\dot{\theta}^2 \sin(\theta) - mg \cos(\theta) \sin(\theta)}{M + m - m\cos^2(\theta)} \\ \ddot{\theta} = \frac{F \cos(\theta) - (M + m)g \sin(\theta) + ml \cos(\theta) \sin(\theta) \dot{\theta}^2}{ml\cos^2(\theta) - (M + m)l} \end{cases} \quad (2.15)$$

2.2. Mô phỏng Matlab để lấy dữ liệu

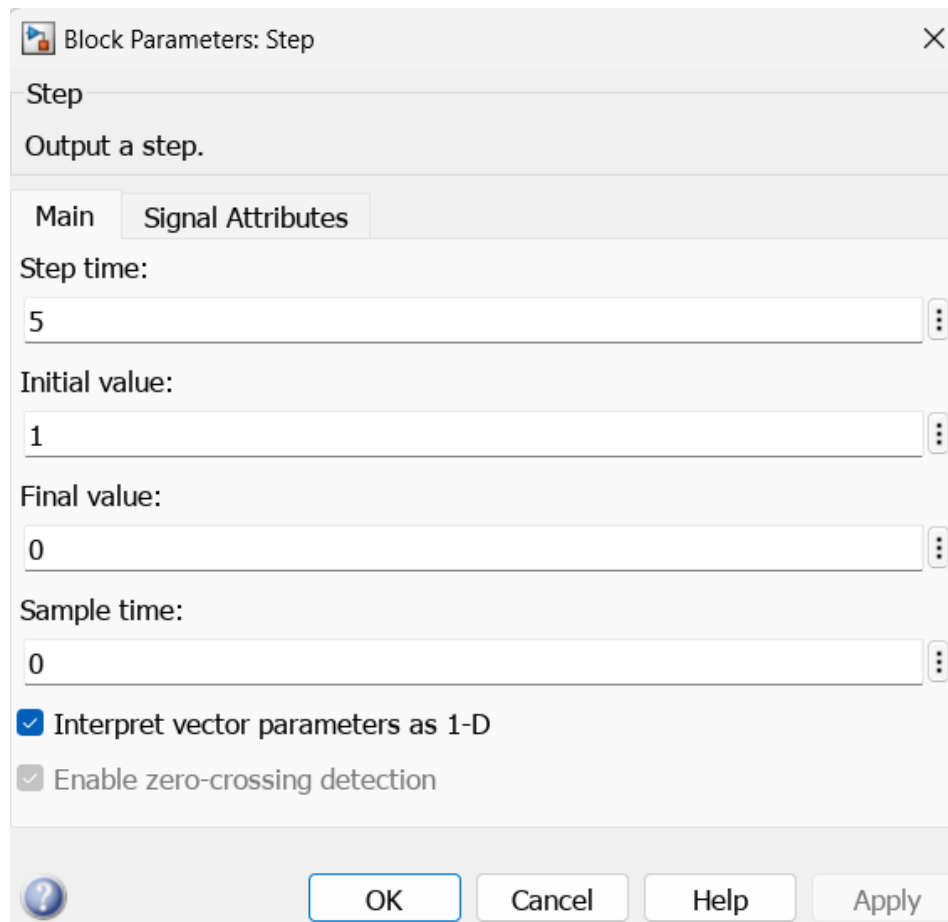


Hình 36. Mô phỏng Simulink mô hình xe con lắc ngược để lấy dữ liệu



Hình 37. Khối Xe_con_lac_nguoc

- Tín hiệu lực cấp vào mô hình xe con lắc ngược là khối Step



Hình 38. Tín hiệu cấp vào mô hình

- Giả sử thông số hệ thống cần lấy dữ liệu như sau:

```
M=1;  
m=0.1;  
l=0.5;
```

Hình 39. Thông số mô hình

Sau khi chạy mô phỏng, ta thu được bộ dữ liệu.

Để tiện cho việc tìm mô hình toán sử dụng tool Identification của Matlab, ta dùng lệnh sau để chuyển dữ liệu vào cùng một struct:

```
>> out.F=out.F.signals.values  
out.teta=out.teta.signals.values
```

Hình 40. Chuyển dữ liệu vào struct out

```
out =
```

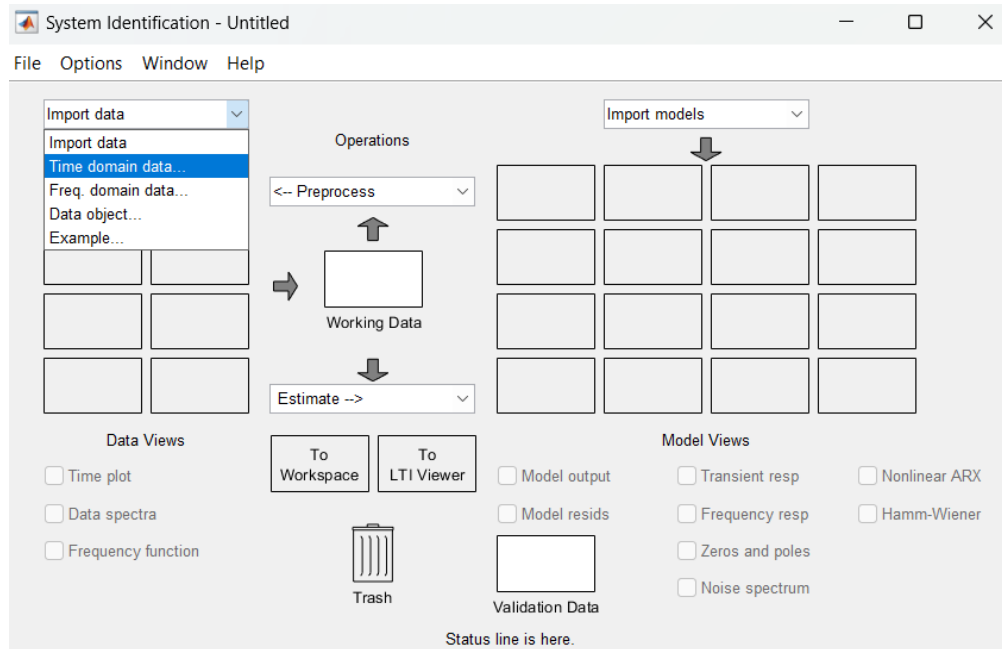
```
Simulink.SimulationOutput:
```

```
    F: [3001x1 double]  
   teta: [3001x1 double]  
  theta: [1x1 timeseries]  
   tout: [3001x1 double]
```

Hình 41. Dữ liệu thu được trong struct out

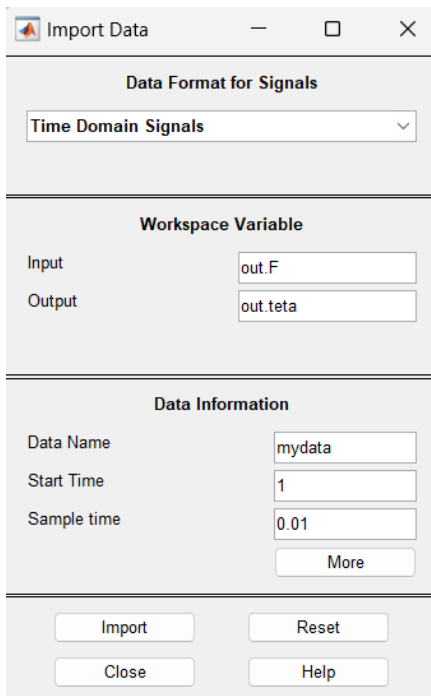
2.3. Sử dụng tool Identification của Matlab để tìm mô hình toán

Đầu tiên, mở cửa sổ System Identification bằng lệnh “ident” nhập trong Command Window.



Hình 42. Lựa chọn dữ liệu theo miền thời gian

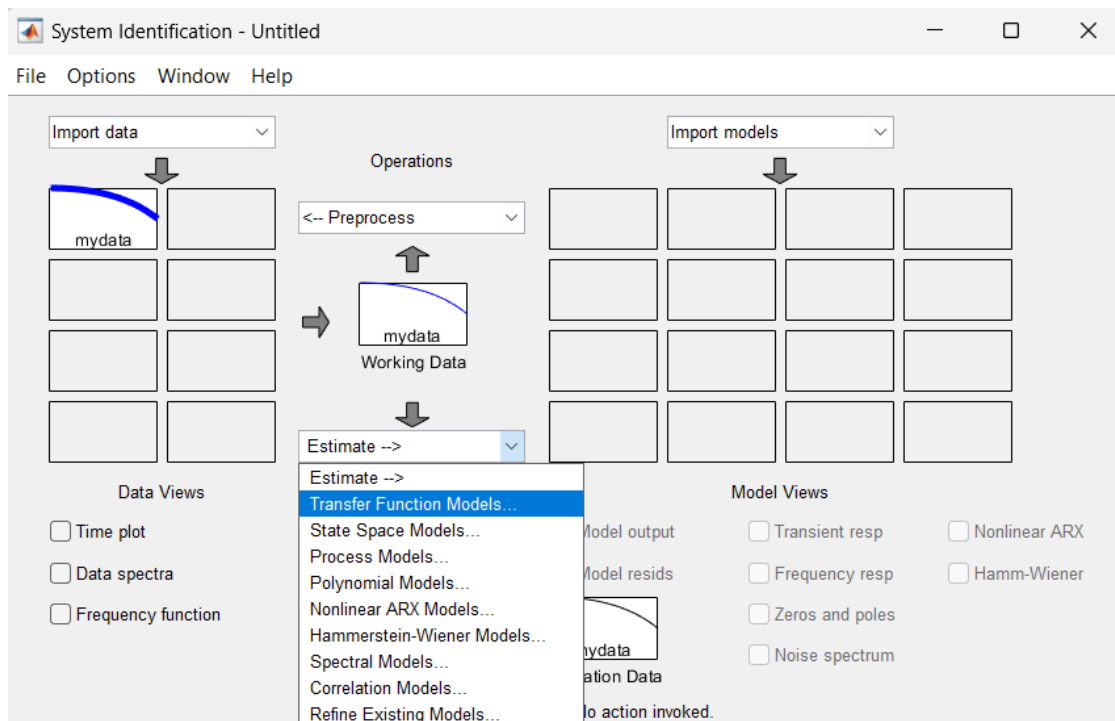
- Sau đó, nhập dữ liệu thu thập được vào input và output



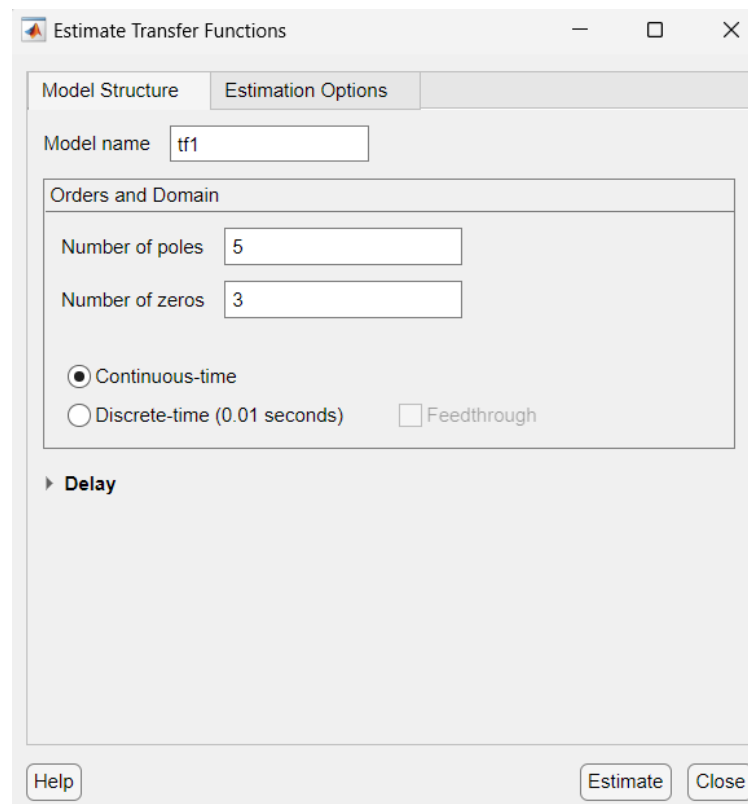
Hình 43. Nhập dữ liệu vào Import Data

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

- Tiếp theo lựa chọn Transfer Function Models:



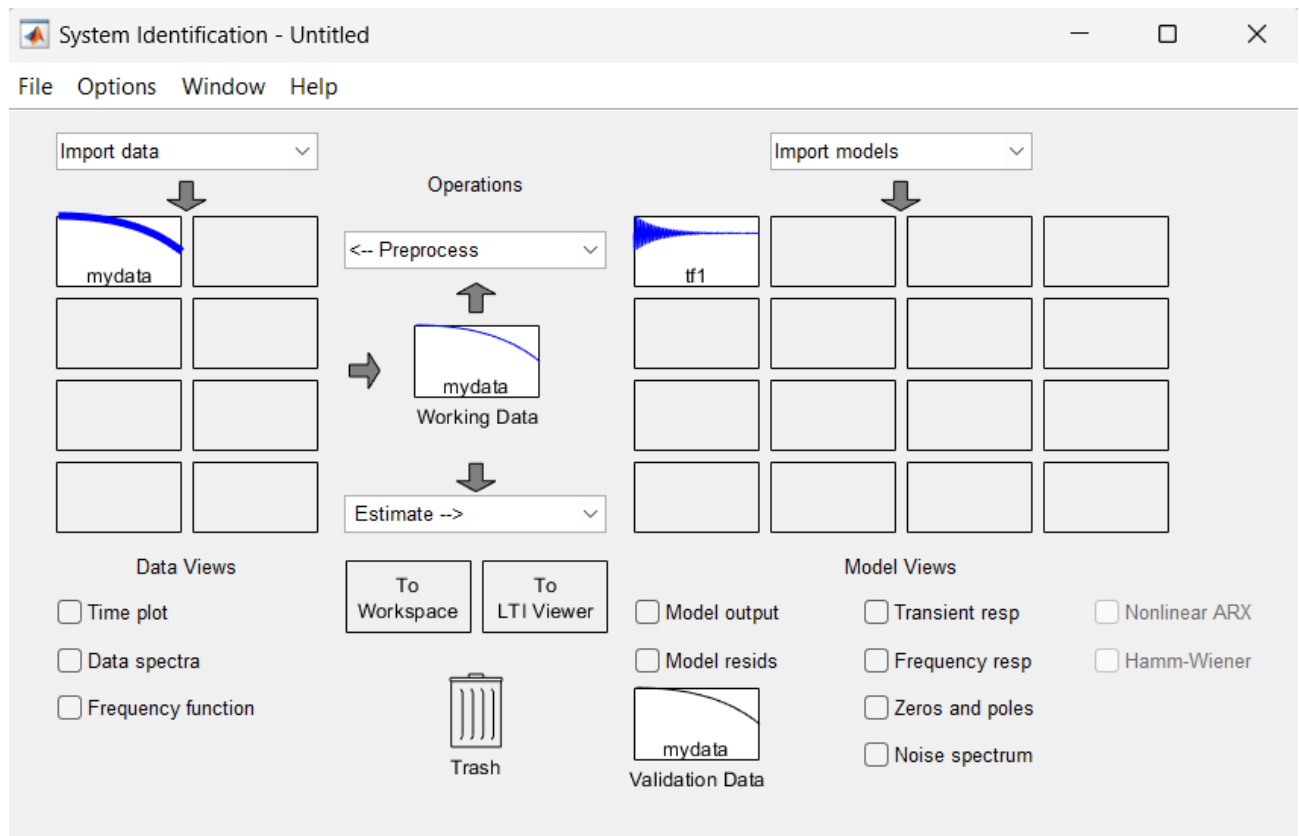
Hình 44. Lựa chọn ước lượng hàm truyền



Hình 45. Chọn 5 poles 3 zeros

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

- Kết quả thu được



Hình 46. Kết quả thu được

From input "u1" to output "y1":

$$-9.784 s^4 - 64.59 s^3 - 211.7 s^2 - 171.4 s - 178.1$$

$$s^6 + 0.02088 s^5 + 58.49 s^4 + 1.18 s^3 + 85.91 s^2 + 0.006639 s + 0.000424$$

Hình 47. Hàm truyền thu được

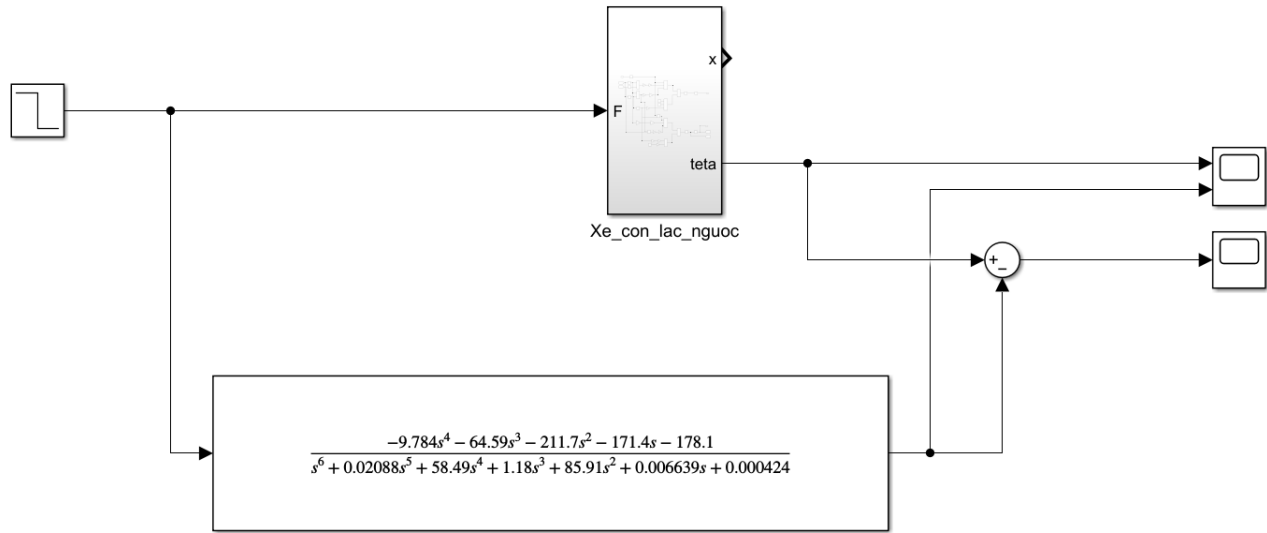
- Ước lượng phù hợp 99.78% so với dữ liệu:

Status:
 Estimated using TFEST on time domain data "mydata".
 Fit to estimation data: 99.78% (stability enforced)
 FPE: 0.03794, MSE: 0.03751

Hình 48. Độ chính xác của ước lượng

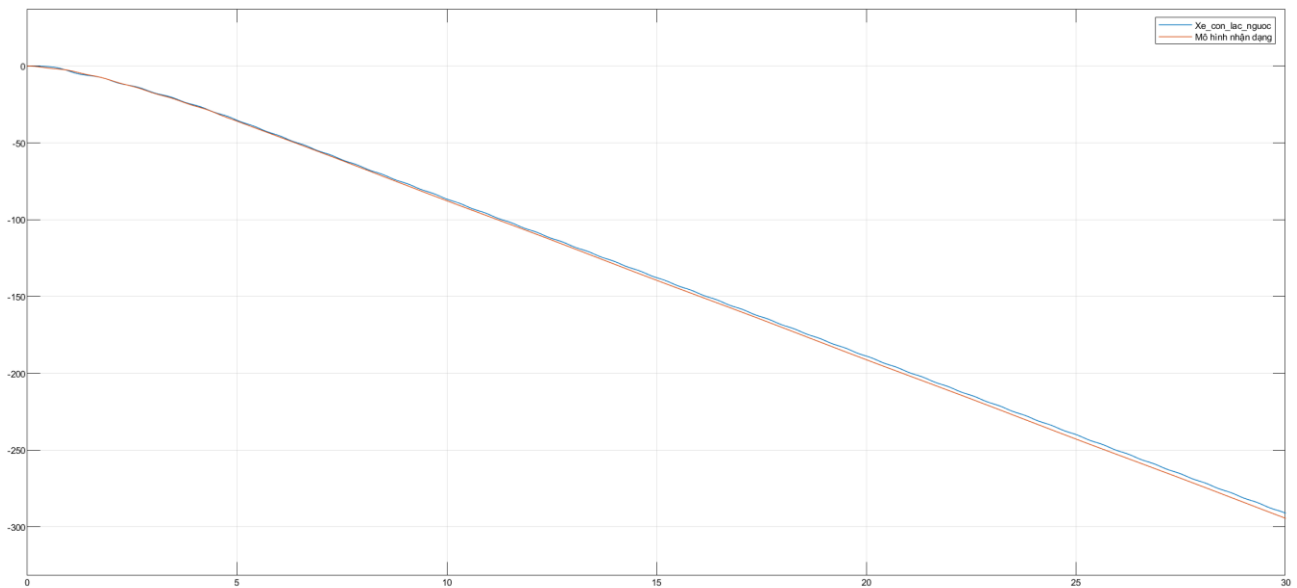
BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

- Tiến hành mô phỏng so sánh giữa mô hình nhận dạng và mô hình gốc:

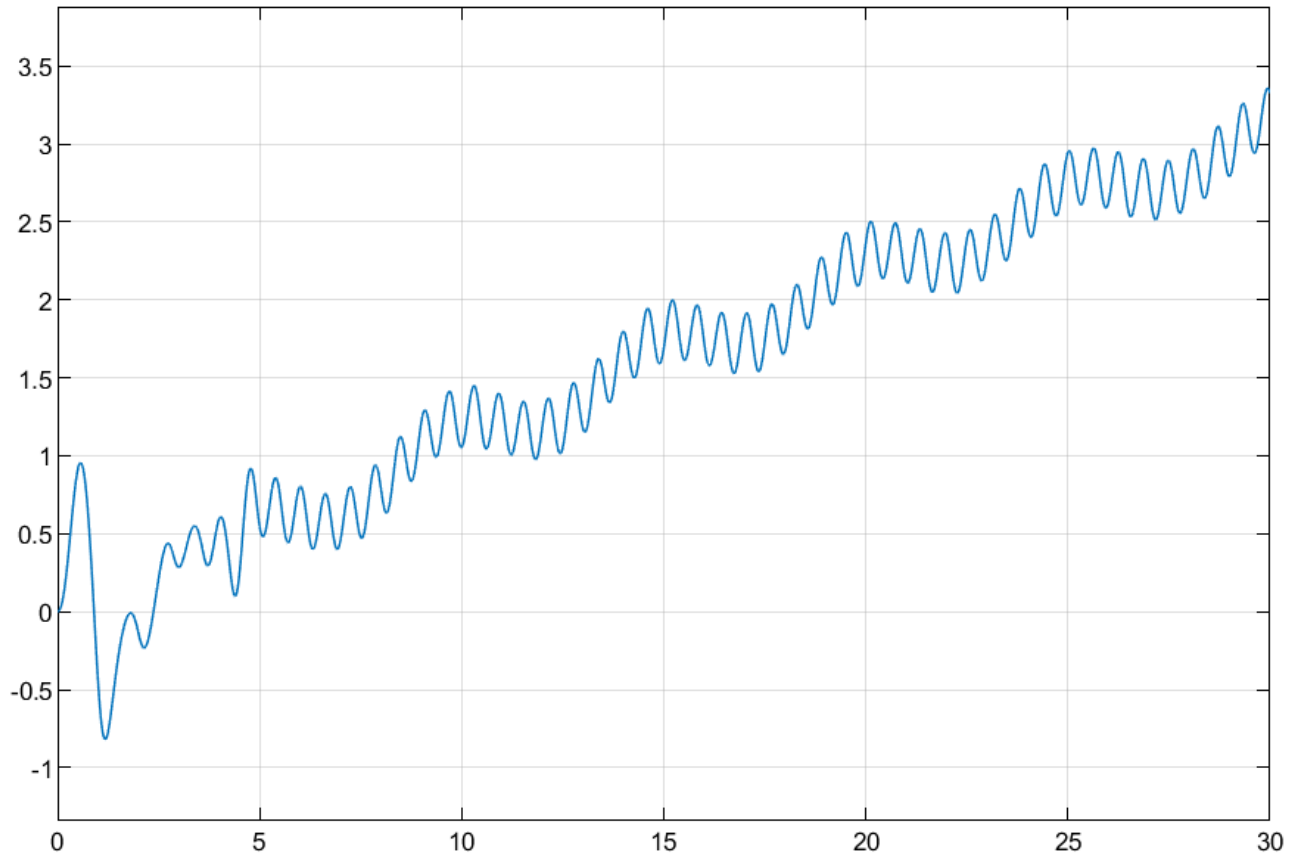


Hình 49. Mô phỏng so sánh

Sau khi chạy mô phỏng, ta thu được kết quả sau:



Hình 50. Kết quả đầu ra giữa mô hình gốc và mô hình nhận dạng



Hình 51. Sai số giữa mô hình gốc và mô hình nhận dạng

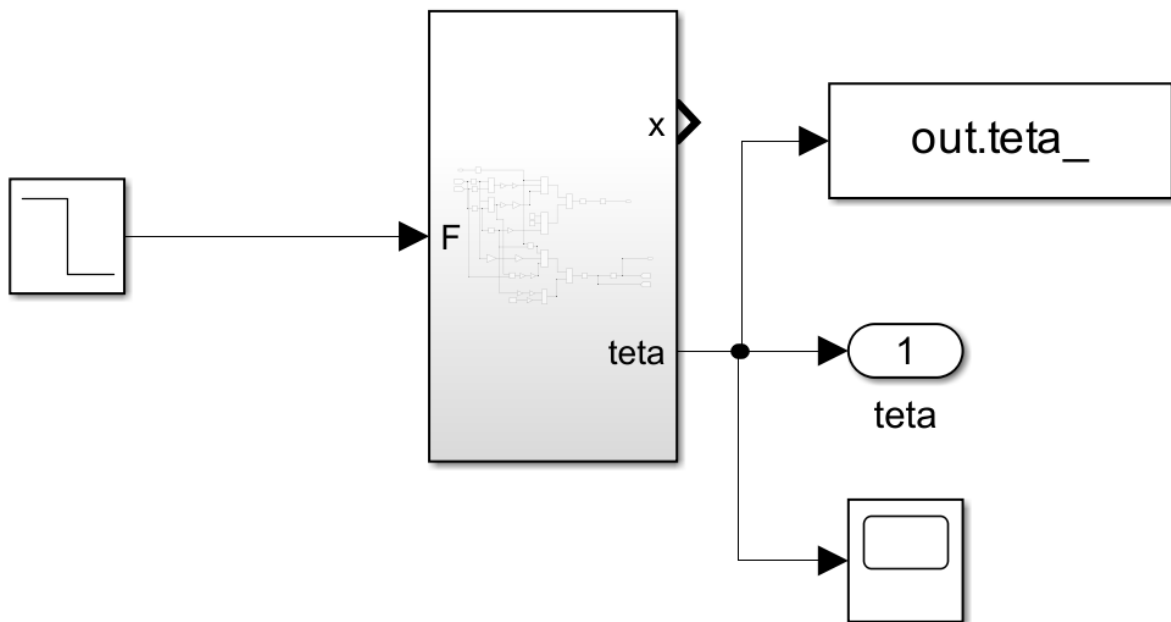
Nhận xét: Mô hình gốc và mô hình nhận dạng tuy có hơi lệch nhau nhưng nhìn chung sai số ở mức có thể chấp nhận được ($\sim 1\%$).

2.4. Sử dụng Parameter Estimation của Matlab để nhận dạng thông số cho hệ thống

```
M1=3;  
m1=1;  
l1=0.7;
```

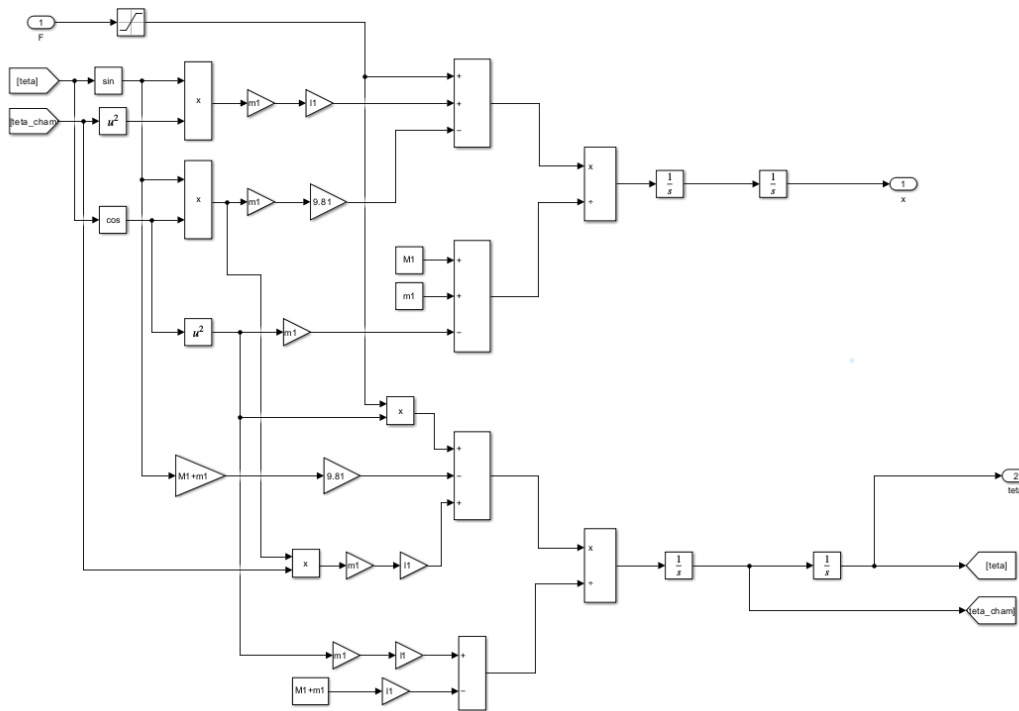
Hình 52. Thông số tự cho để ước lượng

- Mô phỏng ước lượng giống với mô phỏng để lấy số liệu, chỉ thay các thông số động cơ bằng các thông số tự cho để ước lượng.



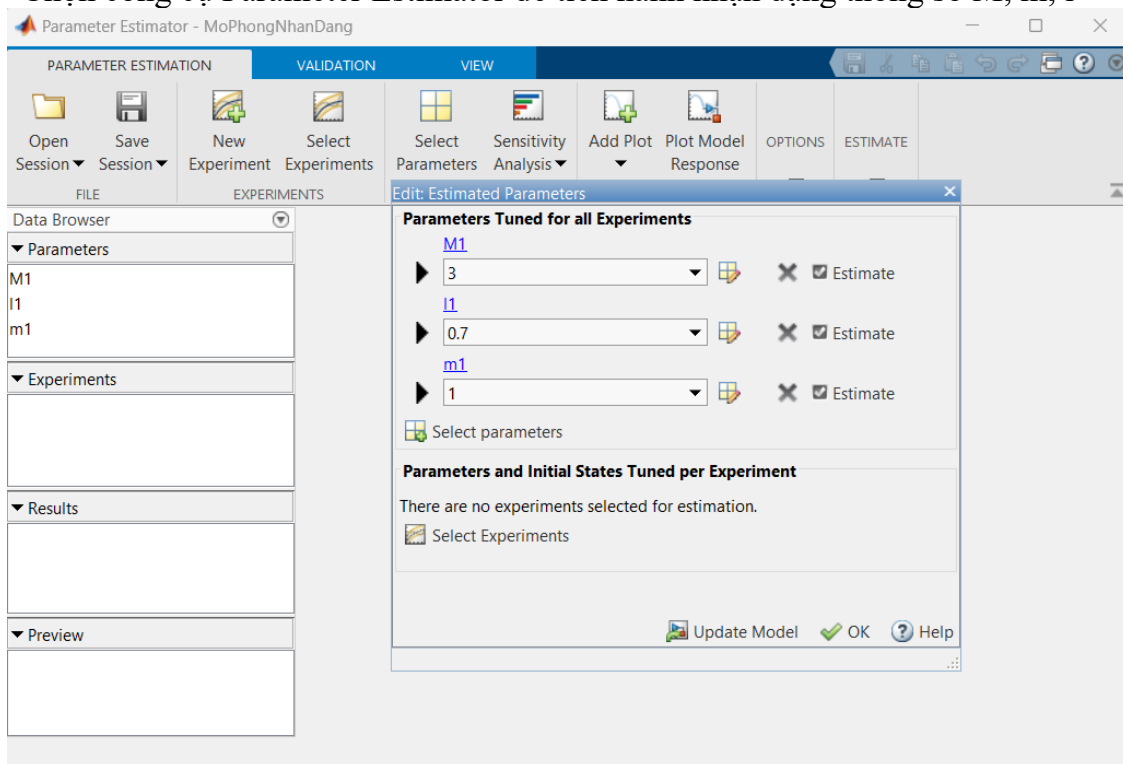
Hình 53. Mô phỏng nhận dạng thông số

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION



Hình 54. Khối Subsystem

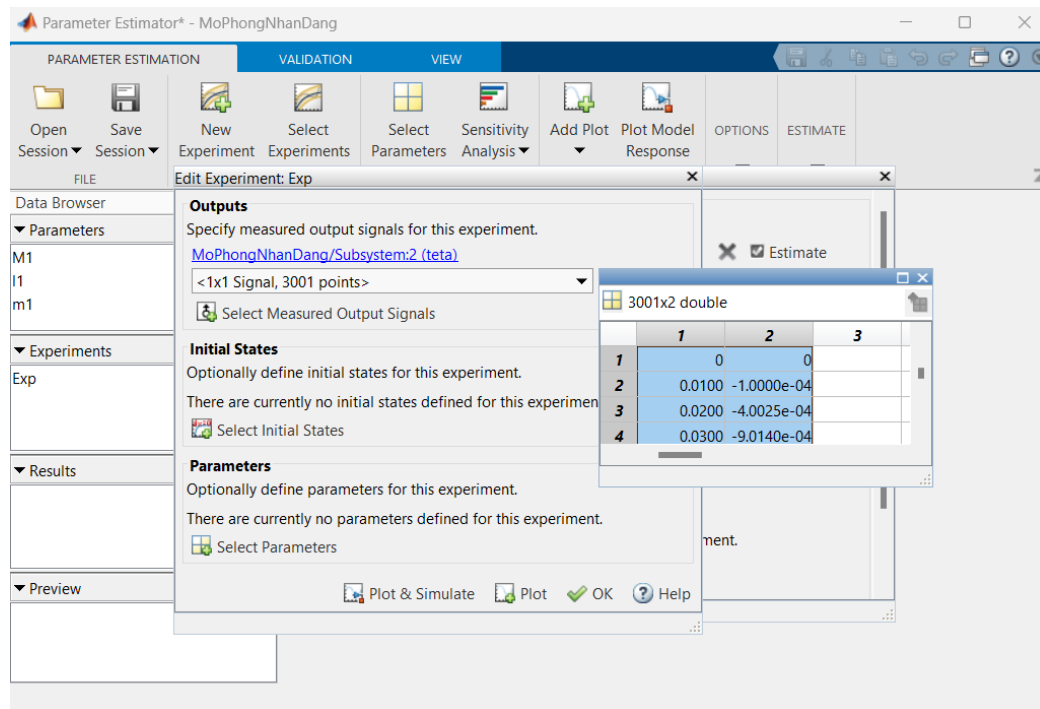
- Chọn công cụ Parameter Estimator để tiến hành nhận dạng thông số M , m , l



Hình 55. Select Parameters

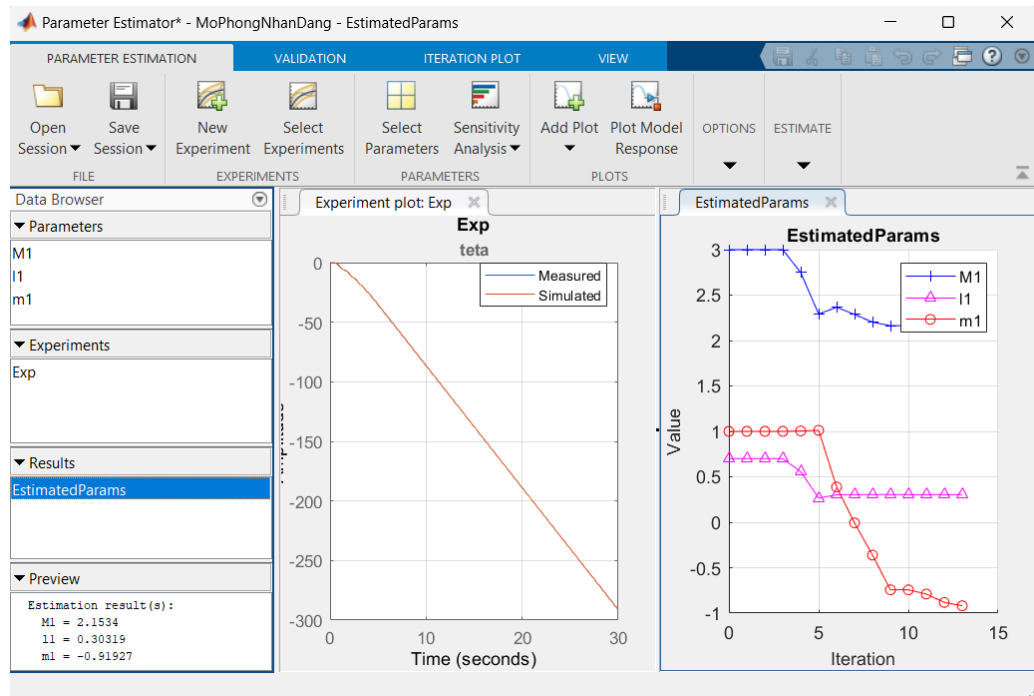
BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

Copy dữ liệu thu thập được bỏ vào đây:



Hình 56. Select Experiments

- Vẽ biểu đồ sau đó bắt đầu nhận dạng, kết quả sau khi chạy xong như sau:



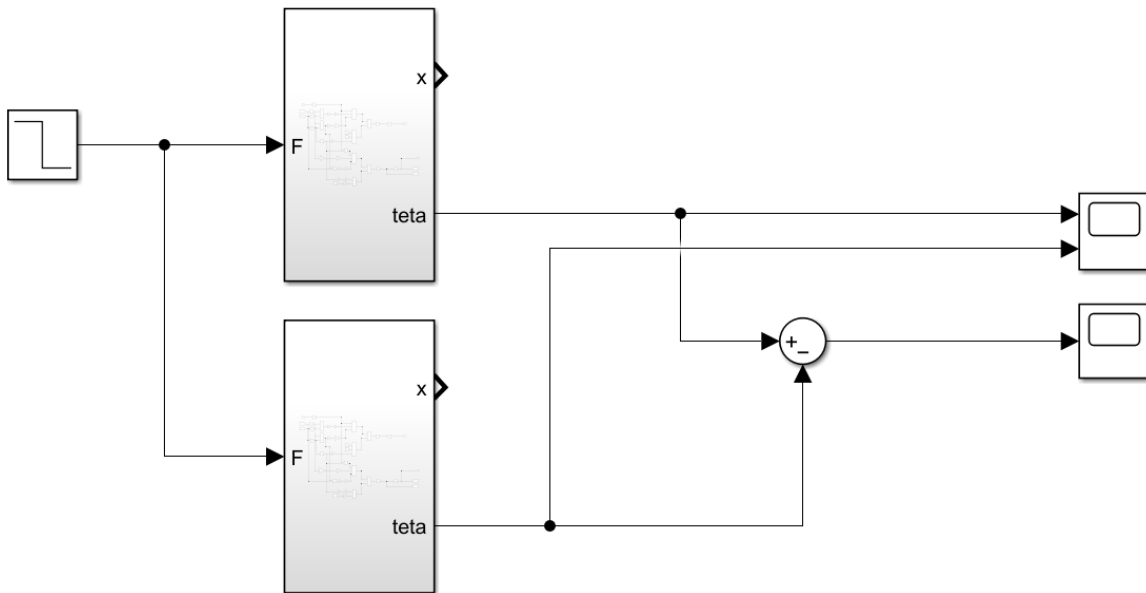
Hình 57. Kết quả nhận dạng

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

Các thông số nhận dạng được như sau:

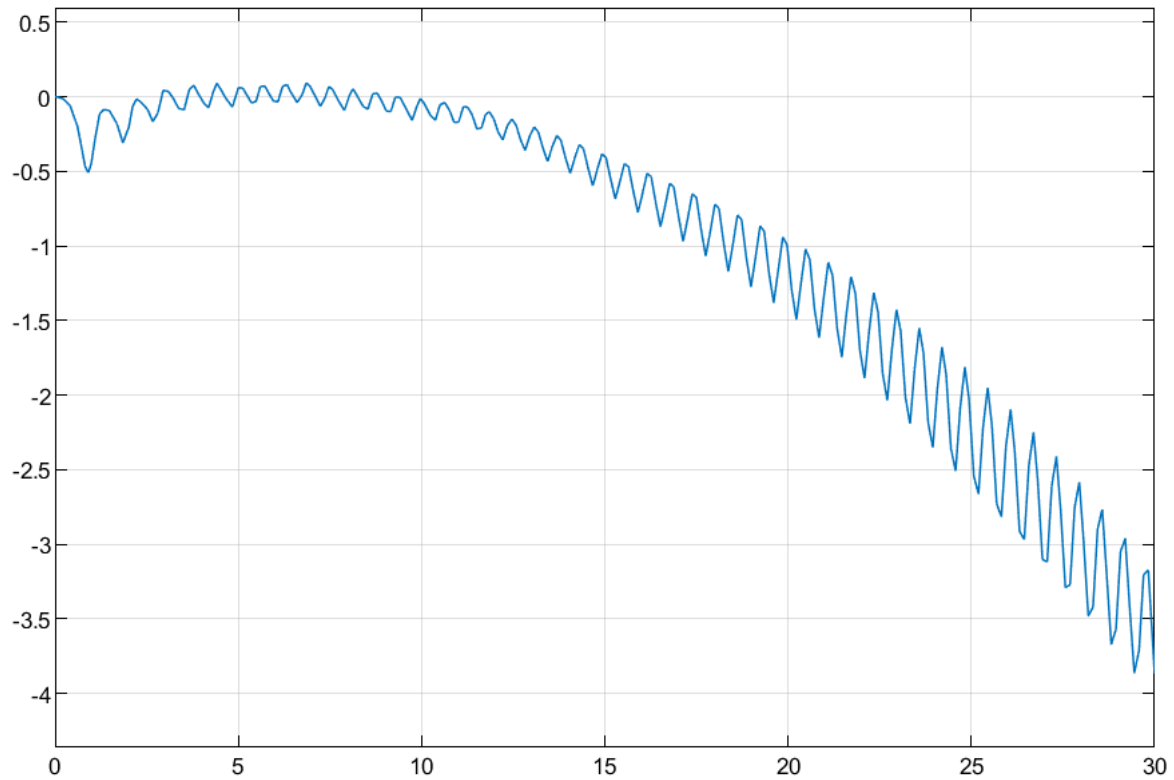
- $M = 2.1534$
- $l = 0.30319$
- $m = -0.91927$

Thực hiện so sánh giữa mô hình gốc và mô hình nhận dạng:

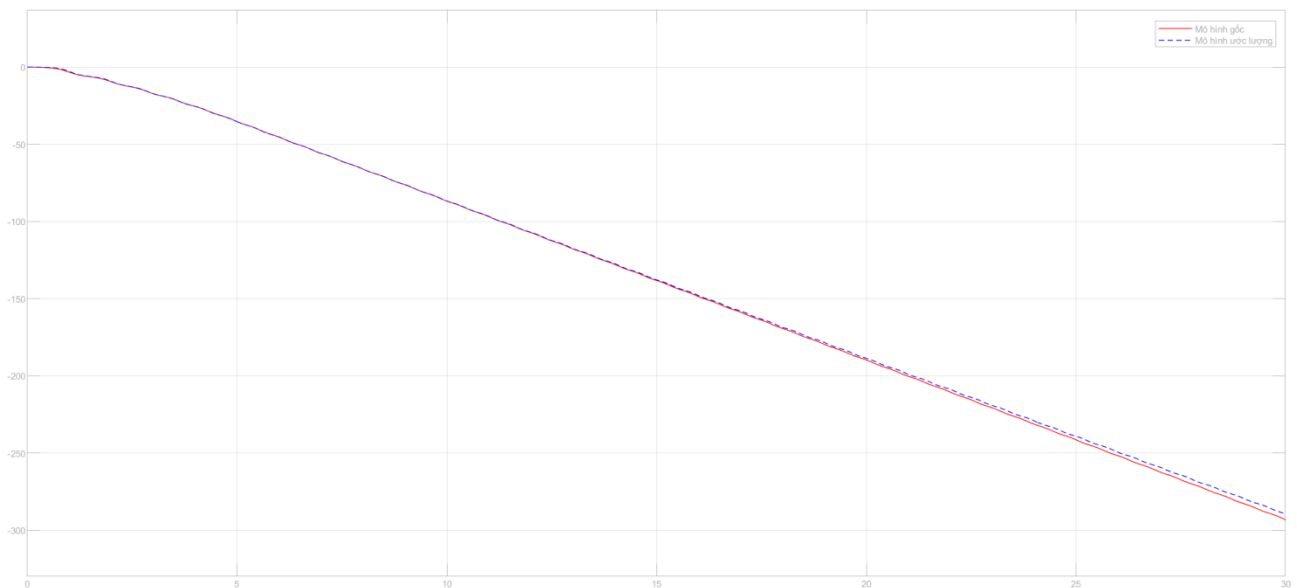


Hình 58. Mô phỏng nhận dạng

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION



Hình 59. Sai số giữa mô hình gốc và mô hình nhận dạng



Hình 60. Đồ thị đầu ra giữa thông số mô hình và thông số ước lượng

Nhận xét: Tuy thông số nhận dạng được khá lệch so với thông số để lấy số liệu, nhưng tổng quan sai số giữa 2 mô hình là chấp nhận được, rơi vào khoảng ± 4 rad.

2.5. Thiết kế bộ điều khiển trượt cho hệ xe con lắc

Bảng 3. Giá trị cụ thể của các đại lượng liên quan đến hệ xe con lắc ngược

Ký hiệu	Giá trị	Đơn vị	Ý nghĩa
θ		rad	Góc nghiêng của con lắc
x		m	Vị trí của xe trên trục x
g	9.81	m/s ²	Gia tốc trọng trường
F		N	Lực tác dụng lên xe
M	1	kg	Khối lượng của xe
m	0.1	kg	Khối lượng của thanh con lắc
l	0.5	m	Chiều dài con lắc
I		kg/m ²	Moment quán tính của con lắc

Từ những giá trị của bảng 3, ta tiến hành đặt các biến trạng thái như sau (bỏ qua vị trí của xe, chỉ xét góc nghiêng của con lắc):

$$\begin{cases} x_1 = \theta \\ x_2 = \dot{x}_1 = \dot{\theta} \end{cases} \quad (2.16)$$

Tiến hành hạ bậc hệ thống ta được phương trình trạng thái hệ thống như sau:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \ddot{\theta} = \frac{F \cos(\theta) - (M + m)g \sin(\theta) + ml \cos(\theta) \sin(\theta) \dot{\theta}^2}{ml \cos^2(\theta) - (M + m)l} \end{cases} \quad (2.17)$$

Đặt:

$$f(\theta, \dot{\theta}) = \frac{-(M + m)g \sin(\theta) + ml \cos(\theta) \sin(\theta) \dot{\theta}^2}{ml \cos^2(\theta) - (M + m)l}$$

$$g(\theta, \dot{\theta}) = \frac{\cos(\theta)}{ml \cos^2(\theta) - (M + m)l}$$

Các bước thiết kế bộ điều khiển trượt

Bước 1: Chọn mặt trượt

$$\sigma = \lambda e + \dot{e}$$

Trong đó: $e = \theta - \theta_d$ là sai số giữa θ và θ_d

$\dot{e} = \dot{\theta} - \dot{\theta}_d$ là sai số giữa $\dot{\theta}$ và $\dot{\theta}_d$

θ_d và $\dot{\theta}_d$ là tín hiệu đặt

λ là hằng số dương

Chọn giá trị $\lambda = 20$

Bước 2: Tính đạo hàm của mặt trượt:

$$\dot{\sigma} = \lambda \dot{e} + \ddot{e} = \lambda \dot{e} + f(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta, \dot{\theta})u + d(t) - \ddot{\theta}_d$$

Bước 3: Biểu thức bộ điều khiển trượt gồm 2 thành phần:

$$u = u_{eq} + u_r$$

Trong đó: u_{eq} được tính khi cho $\dot{\sigma} = -K\sigma$, $d(t) = 0$

$$u_{eq} = -\frac{1}{g(\theta, \dot{\theta})} (\lambda \dot{e} + f(\theta, \dot{\theta}) + K\sigma - \ddot{\theta}_d)$$

Và:

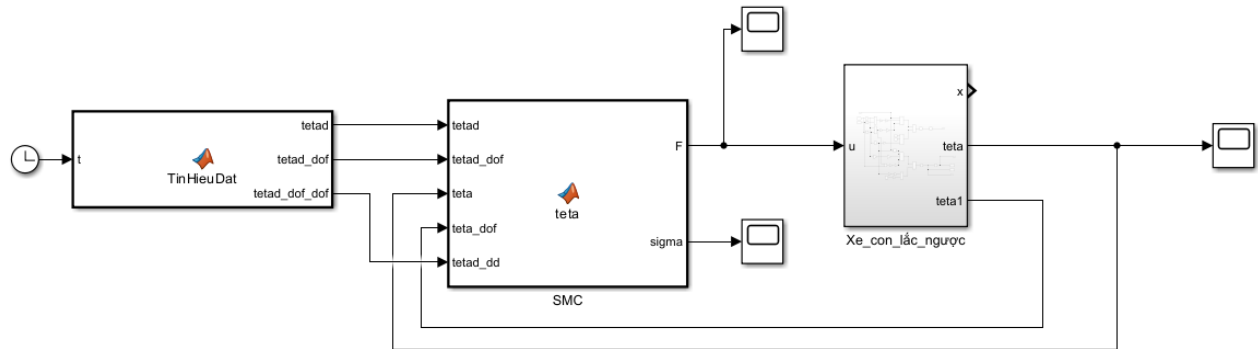
$$u_r = -\frac{1}{g(\theta, \dot{\theta})} \eta \text{sign}(\sigma)$$

Chọn η sao cho $\eta \geq \|d(t)\|_\infty$

Chọn $\eta = 5$

Chọn $K = 5$

Tiến hành mô phỏng bộ điều khiển



Hình 61. Mô phỏng có bộ điều khiển

Trong đó tín hiệu đặt sẽ là $\theta = 0$

$$\dot{\theta} = 0$$

$$\ddot{\theta} = 0$$

```
function [F, sigma] = teta(tetad, tetad_dof, teta, teta_dof, tetad_dd)

m = 0.1;
l = 0.5;
M = 1;
g = 9.81;
lamda = 20;
K = 5;
eta = 5;
e = teta - tetad;
e_d = teta_dof - tetad_dof;
sigma = lamda*e + e_d;

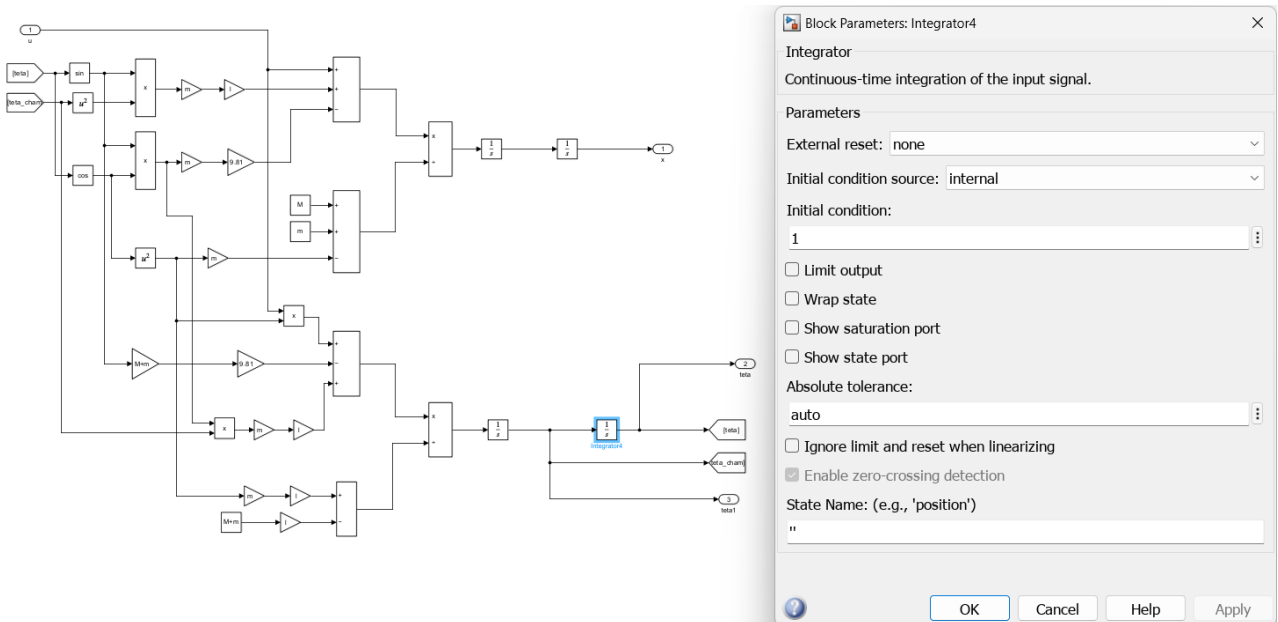
f_k = (-(M+m)*g*sin(teta)+m*l*cos(teta)*sin(teta)*teta_dof^2)/(m*l*cos(teta)^2-(M+m)*l);
g_k = (cos(teta))/(m*l*cos(teta)^2-(M+m)*l);

F = -(1/g_k)*(f_k+K*sigma+lamda*e_d+eta*sign(sigma)-tetad_dd);
```

Hình 62. Bộ điều khiển SMC

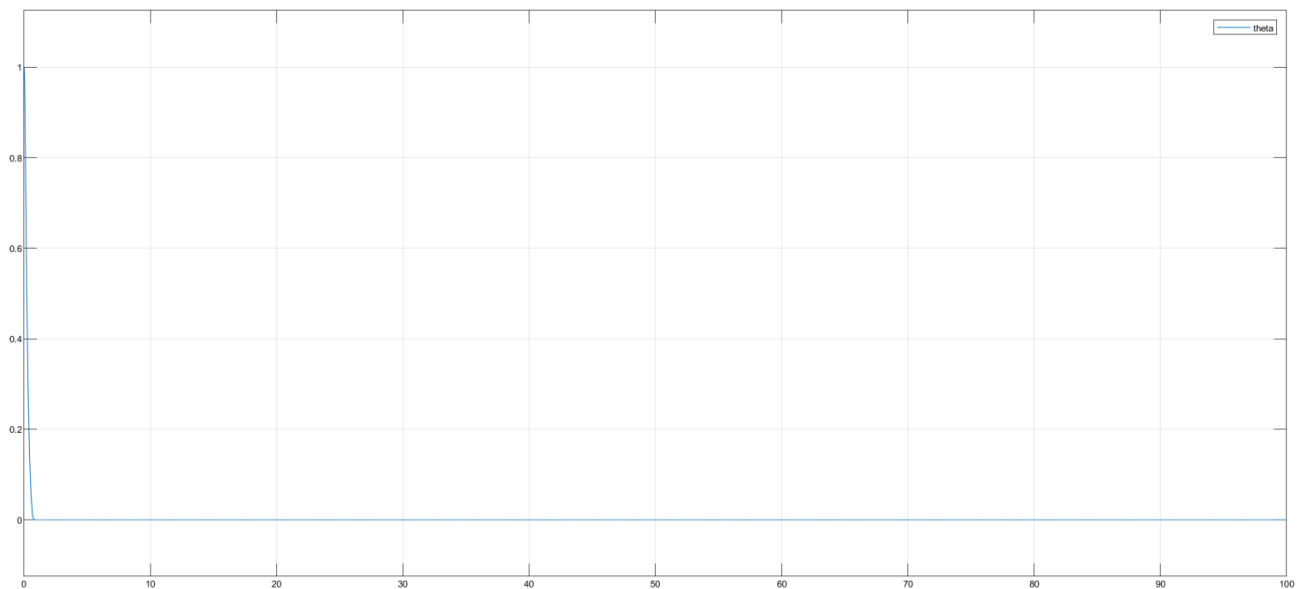
BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

Đặt góc theta bằng 0 tại $t=0$:



Hình 63. Đặt $\theta(0) = 1$

Kết quả khi chạy mô phỏng là:



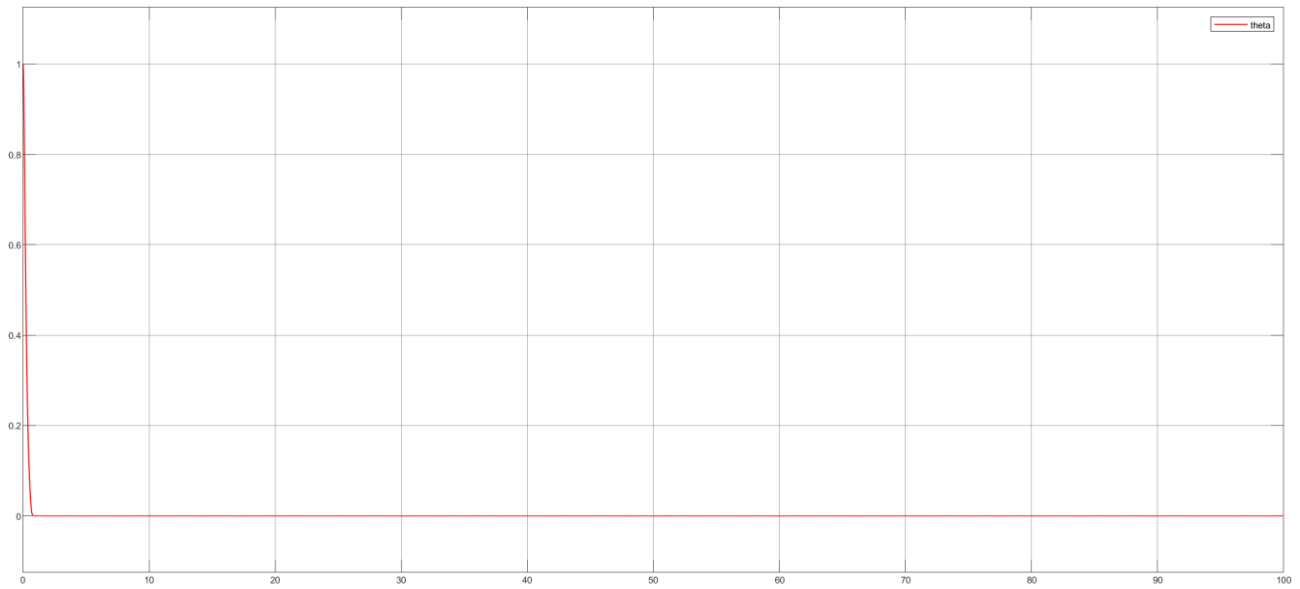
Hình 64. Kết quả mô phỏng

Nhận xét: Hệ thống hoạt động ổn định, thời gian xác lập nhanh, không có sai số xác lập. Tuy nhiên, hệ thống xuất hiện dao động lúc xác lập nhưng không đáng kể.

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

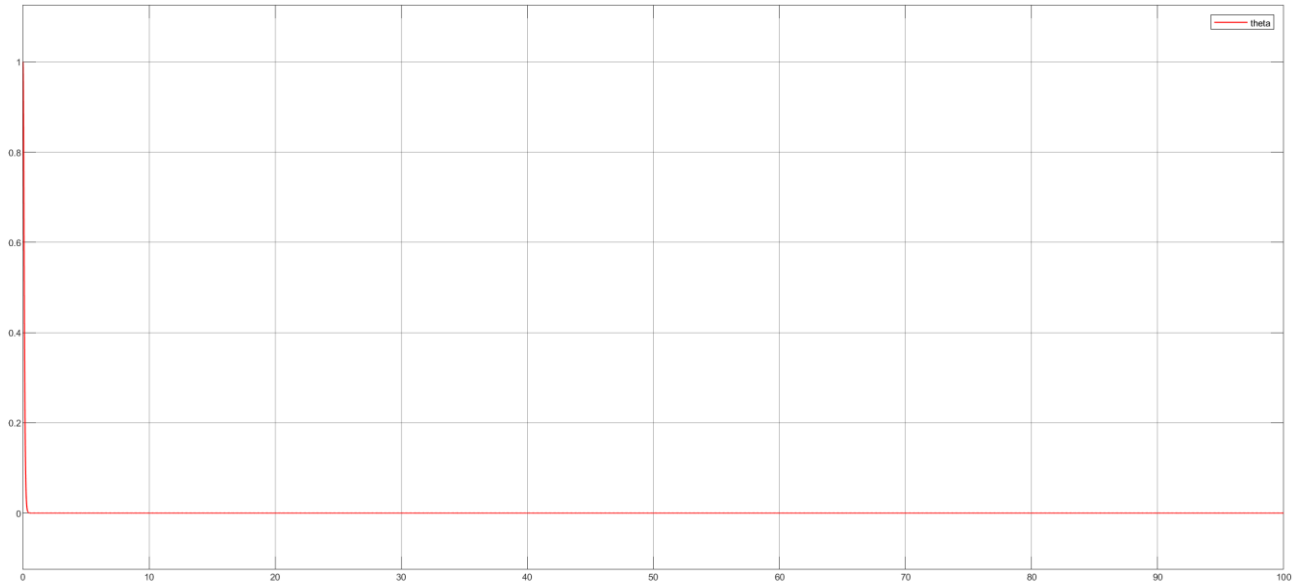
Khảo sát sự thay đổi của K:

Với $K = 5$ và $\lambda = 20$



Hình 65. Kết quả mô phỏng $K = 5$

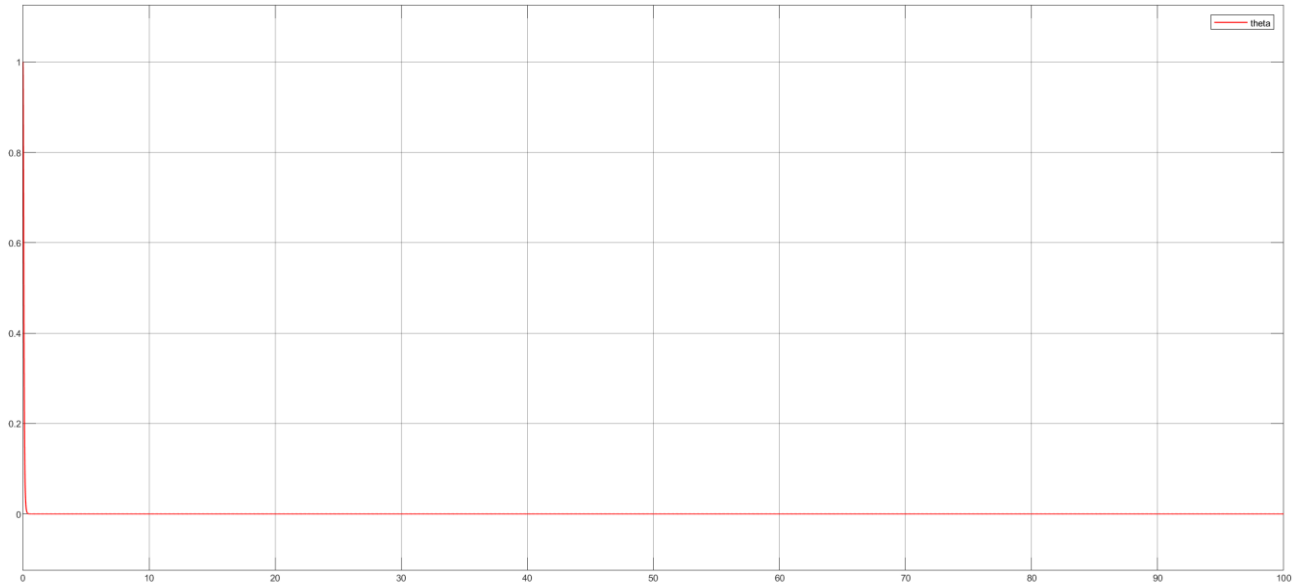
Với $K = 20$ và $\lambda = 20$



Hình 66. Kết quả mô phỏng $K = 20$

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

Với $K = 20$ và $\lambda = 20$



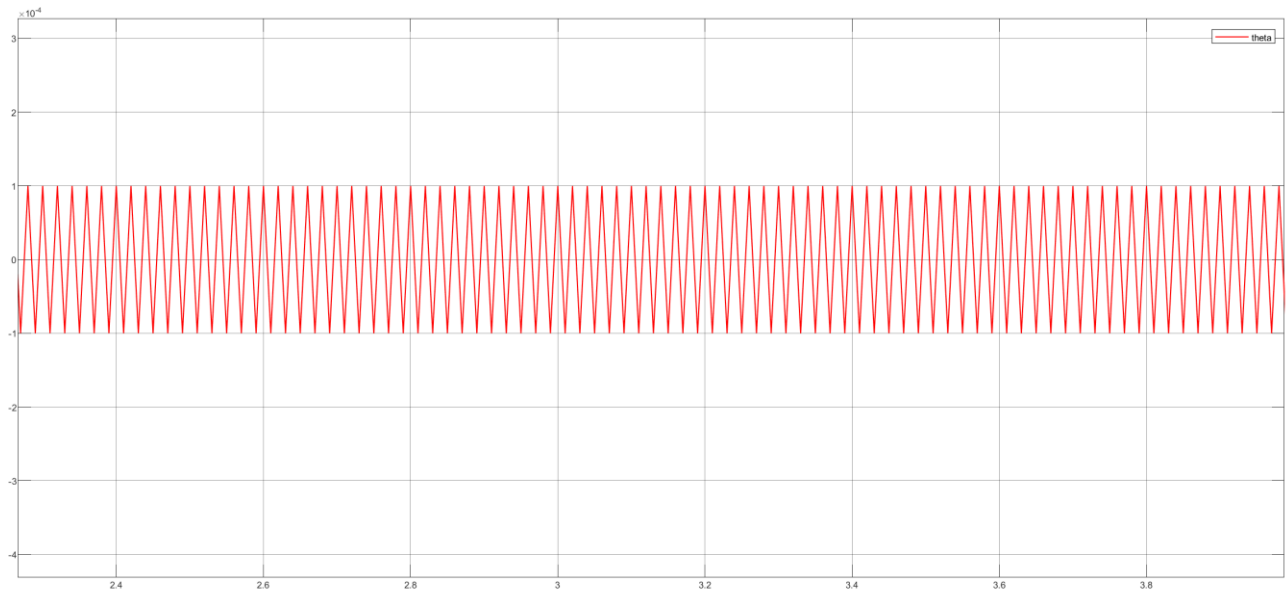
Hình 67. Kết quả mô phỏng $K = 50$

Nhận xét: Qua khảo sát thấy được sự thay đổi của K ảnh hưởng đối với hệ thống. Khi tăng giá trị của K ta nhận thấy thời gian để đạt được xác lập nhanh hơn, trong quá trình xác lập tuy có duy động nhưng không ảnh hưởng tới hệ thống.

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

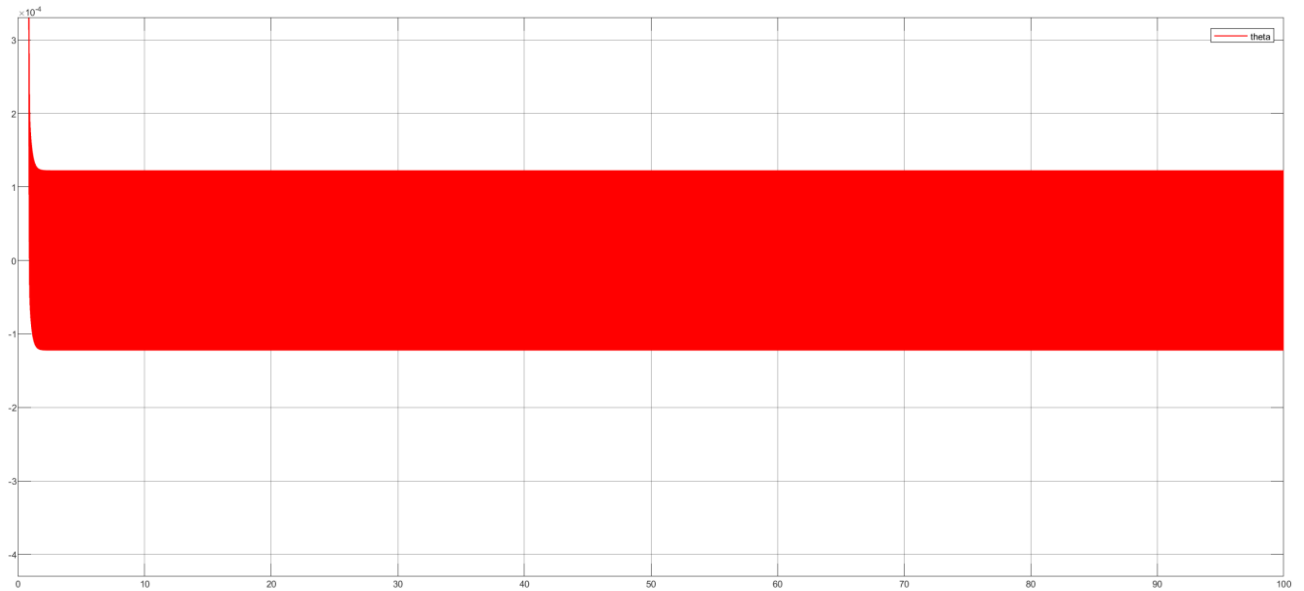
Khảo sát sự thay đổi của λ :

Với $K = 5$ và $\lambda = 20$



Hình 68. Kết quả mô phỏng $\lambda = 20$

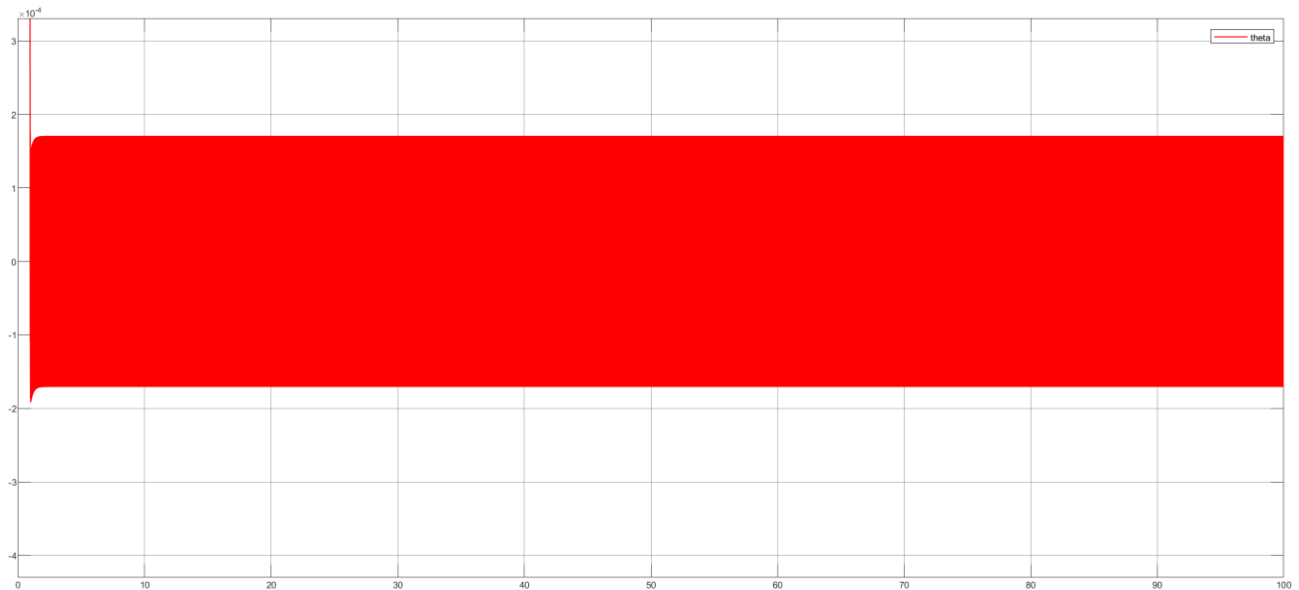
Với $K = 5$ và $\lambda = 50$



Hình 69. Kết quả mô phỏng $\lambda = 50$

BÀI TOÁN 2: IDENTIFICATION

Với $K = 5$ và $\lambda = 100$



Hình 70. Kết quả mô phỏng $\lambda = 100$

Nhận xét: Qua khảo sát thấy được sự thay đổi của λ ảnh hưởng đối với hệ thống. Khi tăng giá trị của λ lên thì không ảnh hưởng đến thời gian xác lập nhiều nhưng lại tạo ra dao động với biên độ lớn dần sau mỗi lần tăng. Tuy nhiên biên độ dao động rất nhỏ không ảnh hưởng đến hệ thống.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. RIC LAB, *HỌC TĂNG CƯỜNG: Điều khiển trượt hệ SISO - Sliding Mode Control SISO - SMC SISO*, <https://www.youtube.com/watch?v=binrBw93XV4>, 21/6/2024.
2. Nguyen Van Dong Hai, *điều khiển LQR xe hai bánh tự cân bằng*, <https://www.youtube.com/watch?v=81GAAs486a8>, 21/6/2024.
3. Nguyen Van Dong Hai, *Hướng dẫn điều khiển LQR cho hệ xe hai bánh tự cân bằng_ĐHSPKT TPHCM*, <https://www.youtube.com/watch?v=eeaqPCHMAXg>, 21/6/2024.