

## LM06 - Equivalência Lógica

### R E S U M O

---

Equivalência lógica: uma proposição  $P(p, q, r, \dots)$  é equivalente a uma proposição  $Q(p, q, r, \dots)$  se as tabelas verdade dessas duas proposições são *idênticas*.

#### Propriedades:

- a) Reflexiva:  $P \Leftrightarrow P$
- b) Simétrica: Se  $P \Leftrightarrow Q$ , então  $Q \Leftrightarrow P$
- c) Transitiva: Se  $P \Leftrightarrow Q$ , e  $Q \Leftrightarrow R$  então  $P \Leftrightarrow R$

#### Proposição associada à condicional:

- a) Proposição recíproca de  $p \rightarrow q$ :  $q \rightarrow p$
- b) Proposição contrária de  $p \rightarrow q$ :  $\neg p \rightarrow \neg q$
- c) Proposição contrapositiva de  $p \rightarrow q$ :  $\neg q \rightarrow \neg p$

#### Observação:

- $\leftrightarrow$  indica uma operação lógica entre as proposições, com resultados **V** ou **F**.
- $\Leftrightarrow$  indica uma relação.

#### Exercícios:

1. (2,0) Verifique se as proposições a seguir são equivalências tautológicas.

- (a)  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((p \vee r) \rightarrow q)$
- (b) ♣  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow ((p \vee q) \leftrightarrow q)$
- (c)  $((p \rightarrow q) \rightarrow r) \leftrightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow r)$
- (d) ♣  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \rightarrow (p \wedge q))$

2. (2,0) ♣ Prove, usando a tabela-verdade, que a bicondicional  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (p \vee q \leftrightarrow q)$  é uma equivalência tautológica.

3. (2,0) Prove as equivalências lógicas a partir da tabela-verdade.

- (a)  $(p \vee q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge \neg r \Leftrightarrow p$
- (b) ♣  $(p \vee s \rightarrow r) \wedge (\neg r \vee t) \wedge \neg t \Leftrightarrow \neg(p \vee s)$
- (c)  $(p \rightarrow q) \wedge (p \vee s) \wedge \neg s \wedge (q \rightarrow \neg t) \Leftrightarrow \neg t$
- (d)  $(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow t) \wedge \neg t \Leftrightarrow \neg p$
- (e) ♣  $(\neg p \wedge q) \wedge (q \rightarrow p \vee s) \Leftrightarrow s$
- (f)  $(p \rightarrow q \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s \vee t) \wedge p \Leftrightarrow q \rightarrow r$
- (g)  $((\neg r \rightarrow s) \vee q) \wedge \neg r \wedge (q \rightarrow r) \Leftrightarrow s$
- (h)  $(a \rightarrow b) \wedge (c \rightarrow d) \wedge (a \vee c) \wedge \neg d \Leftrightarrow a$
- (i)  $\neg r \wedge (p \vee s \wedge t) \wedge (s \wedge t \rightarrow r) \Leftrightarrow p$
- (j)  $\neg q \wedge (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg r$

4. (2,0) Use tabelas-verdade para concluir se as equivalências a seguir são tautológicas.

- (a)  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
- (b) ♣  $p \leftrightarrow (p \vee (p \wedge q))$
- (c)  $(p \rightarrow (q \rightarrow p)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow r))$
- (d) ♣  $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg p \vee q)$

5. ♣ (2,0) Determine as proposições associadas à condicional.

- (a) A recíproca de  $\neg p \rightarrow r$
- (b) A contrária de  $\neg q \rightarrow \neg t$
- (c) A contrapositiva de  $\neg t \rightarrow r$
- (d) A recíproca da contrapositiva de  $p \rightarrow \neg s$
- (e) A contrapositiva da recíproca de  $t \rightarrow \neg q$

Para contabilizar nota e frequência, responda as questões assinaladas com ♣ e poste em formato pdf.

## Referências

- [1] SOUZA, João Nunes de. *Lógica para Ciência da Computação: uma introdução concisa*, Campus, 2008.