INSTITUTO FEDERAL
Goiano
Campus Morrinhos

Curso:	*Sistemas para Internet*
Disciplina:	*LM - Lógica Matemática*
Professor:	*Antônio Neco de Oliveira, Dr.*
Data:	*22/04/2022*

LM05 - Implicação Lógica

R E S U M O

Adição:

$$p \Rightarrow p \vee q \quad \text{e} \quad q \Rightarrow p \vee q$$

Simplificação:

$$p \wedge q \Rightarrow p \quad \text{e} \quad p \wedge q \Rightarrow q$$

Silogismo Disjuntivo:

$$(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q \qquad (p \vee q) \wedge \neg q \Rightarrow p$$

$$\frac{(p \vee q), \neg p}{q} \qquad \frac{(p \vee q), \neg q}{p}$$

Modus Ponens: $(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$

$$\frac{(p \rightarrow q), p}{q}$$

Modus Tollens: $(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$

$$\frac{(p \rightarrow q), \neg q}{\neg p}$$

Silogismo Hipotético:

$$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \Rightarrow p \rightarrow r$$

$$\frac{p \rightarrow q, q \rightarrow r}{p \rightarrow r}$$

Tautologia e Implicação Lógica:

$$P(p, q, r, ...) \Rightarrow Q(p, q, r, ...) \quad \text{se e somente se} \quad P(p, q, r, ...) \rightarrow Q(p, q, r, ...)$$

Se uma proposição bicondicional for tautológica, será denominada ***equivalência tautológica****.*

1. (6,0) Verifique se as proposições a seguir são implicações tautológicas.

   (a) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee r) \rightarrow (q \vee r))$
   (b) ♣ $(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$
   (c) ♣ $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \rightarrow r))$
   (d) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow (q \vee r))$
   (e) $((p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg r \vee q) \wedge r) \rightarrow \neg p$
   (f) ♣ $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
   (g) ♣ $(p \vee q) \rightarrow (\neg(p \wedge r))$
   (h) $(\neg q \vee p) \rightarrow (q \rightarrow p)$
   (i) $((\neg q \vee p) \rightarrow q) \rightarrow p$
   (j) $p \rightarrow (p \wedge q)$
   (k) ♣ $(p \vee q) \rightarrow p$
   (l) $((p \rightarrow q) \wedge \neg p) \rightarrow \neg q$
   (m) ♣ $q \rightarrow (p \rightarrow q)$

2. (4,0) Prove as implicações lógicas aplicando as **regras de inferências**, a partir da tabela-verdade.

   (a) $(p \vee q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge \neg r \Rightarrow p$
   (b) ♣ $(p \vee s \rightarrow r) \wedge (\neg r \vee t) \wedge \neg t \Rightarrow \neg(p \vee s)$
   (c) ♣ $(p \rightarrow q) \wedge (p \vee s) \wedge \neg s \wedge (q \rightarrow \neg t) \Rightarrow \neg t$
   (d) $(p \rightarrow \neg q) \wedge (\neg q \rightarrow t) \wedge \neg t \Rightarrow \neg p$
   (e) ♣ $(\neg p \wedge q) \wedge (q \rightarrow p \vee s) \Rightarrow s$
   (f) ♣ $(p \rightarrow q \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s \vee t) \wedge p \Rightarrow q \rightarrow r$

(g) $((\neg r \to s) \vee q) \wedge \neg r \wedge (q \to r) \Rightarrow s$

(h) $(a \to b) \wedge (c \to d) \wedge (a \vee c) \wedge \neg d \Rightarrow a$

(i) $\neg r \wedge (p \vee s \wedge t) \wedge (s \wedge t \to r) \Rightarrow p$

(j) $\neg q \wedge (p \to q) \wedge (r \to s) \Rightarrow \neg p \wedge \neg r$

E X E M P L O

p	q	$p \to q$	$(p \to q) \wedge q$	$(p \to q) \wedge p \to q$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

Demonstração: $(p \to q) \wedge p \Rightarrow q$

1) $(p \to q)$
2) p
3) q Modus Ponens 1 e 2

a) $(p \vee q) \wedge (q \to r) \wedge \neg r \Rightarrow p$

1) $(q \to r)$
2) $\neg r$
3) $\neg q$ Modus Tollens 1 e 2
4) $(p \vee q)$
5) $\neg q$
6) p Silogismo Disjuntivo 4 e 5
7) $p \Rightarrow p$
8) V

d) $(p \to \neg q) \wedge (\neg q \to t) \wedge \neg t \Rightarrow \neg p$

1) $(\neg q \to t)$
2) $\neg t$
3) $\neg(\neg q)$ Modus Tollens 1 e 2
4) $(p \to \neg q)$
5) $\neg(\neg q)$
6) $\neg p$ Modus Tollens 4 e 5
7) $\neg p \Rightarrow \neg p$
8) V

Para contabilizar nota e frequência, responda as questões assinaladas com ♣ e poste em formato pdf.

Referências

[1] SOUZA, João Nunes de. *Lógica para Ciência da Computação: uma introdução concisa,* Campus, 2008.