

9

ANALISI IN FREQUENZA DEI CIRCUITI A TRANSISTORI

- 9.1 *Capacità parassite dei transistori*
 - 9.1.1 *Transistori MOSFET*
 - 9.1.2 *Transistori bipolari*
- 9.2 *La frequenza di transizione, f_T*
- 9.3 *Le funzioni di trasferimento degli stadi elementari*
- 9.4 *Stadio Source (Emettitore) comune*
 - 9.4.1 *Sola capacità C_{gs} (C_π), pilotata a bassa impedenza.*
 - 9.4.2 *Sola capacità C_{gs} (C_π), pilotata in corrente.*
 - 9.4.3 *Sola capacità C_{gd} (C_μ), pilotata da generatore di tensione ideale.*
 - 9.4.4 *Sola capacità C_{gd} (C_μ), pilotata da generatore reale.*
 - 9.4.5 *Amplificatore Source (Emettitore) comune con entrambe le capacità C_{gs} e C_{gd} (C_π C_μ).*
 - 9.4.6 *Amplificatore Source (Emettitore) comune con carichi capacitivi.*
- 9.5 *Comportamento in frequenza di amplificatori degenerati*
 - 9.5.1 *Calcolo dei poli dell'amplificatore a MOSFET.*
 - 9.5.2 *Calcolo degli zeri dell'amplificatore.*
 - 9.5.3 *Calcolo dei poli dell'amplificatore a BJT.*
- 9.6 *Circuiti a banda larga: la configurazione Cascode*
- 9.7 *Stadi disaccoppiatori di tensione*
 - 9.7.1 *Il Source follower.*
 - 9.7.2 *Considerazioni pratiche.*
 - 9.7.3 *L'Emitter follower*

9.1 CAPACITA' PARASSITE DEI TRANSISTORI

Nell'analisi delle configurazioni circuitali finora trattate si è implicitamente supposto che i transistori rispondano istantaneamente ad un segnale di tensione applicato ai loro morsetti, generando una corrente senza alcun ritardo. I transistori in realtà sono dei componenti elettronici complessi sia per quanto riguarda i meccanismi fisici che li governano che per i dettagli tecnologici con cui sono effettivamente costruiti, come visto nel Cap.3. Questo paragrafo è dedicato a precisare i limiti di una descrizione del transistor "a risposta immediata" ed a illustrare sinteticamente le ragioni che impediscono di essere infinitamente veloci nella risposta ad un segnale forzante. Si vedrà infatti che una variazione di tensione tra due loro morsetti comporta inevitabilmente anche una variazione della carica su di essi accumulata, evidenziando un comportamento capacitivo che rende "lenta" la loro risposta. La presenza di queste capacità "nascoste" all'interno del transistor avrà effetti nella velocità di risposta dei circuiti elettronici che li usano e quindi nel loro comportamento in frequenza.

9.1.1 Transistori MOSFET

Si consideri il caso del MOSFET a canale n riportato nella Fig.9.1. Si supponga di applicare un segnale positivo al Gate, cioè di porre della carica positiva sull'elettrodo di Gate fornita dal circuito di polarizzazione e dal generatore di segnale. Consideriamo dapprima il lato verso il Source. A regime la carica positiva sul Gate determina un richiamo di altrettanta carica negativa (elettroni) dal Source che neutralizzi tutte le linee di forza del campo elettrico. La carica in gioco non partecipa ad una conduzione continua ma è richiesta solo in transitorio all'atto dell'applicazione del segnale di tensione al Gate. Il fenomeno può quindi essere sinteticamente rappresentato dall'introduzione di una capacità tra Gate e Source, C_{gs} , i cui piatti sono il metallo di Gate da una parte ed il canale del MOSFET dall'altra, ed il cui dielettrico è lo strato di isolante (ossido di Silicio, SiO_2)

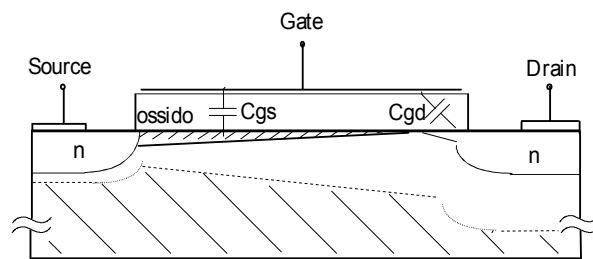


Fig. 9.1 Sezione di un MOSFET prototipo in cui sono state messe in evidenza le due principali capacità parassite inevitabilmente presenti e necessarie al suo funzionamento.

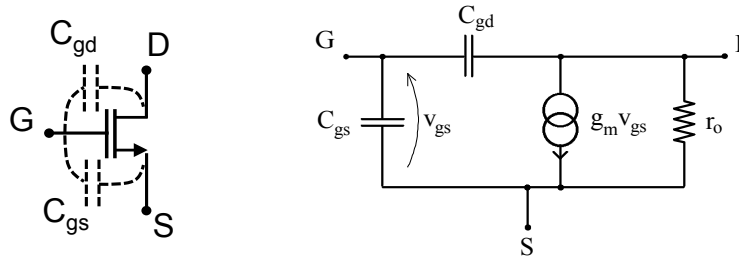


Fig. 9.2 Visualizzazione delle capacità interne del MOSFET sul suo simbolo circuitale e nel circuito equivalente.

compreso tra i due.

Analogamente, quando si varia la tensione tra Gate e Drain, l'induzione elettrostatica forza una variazione di carica ai capi del dielettrico che li separa. Si manifesta così un comportamento capacitivo anche tra questi due elettrodi, indicata con C_{gd} .

La struttura del MOSFET è geometricamente molto ben definita ed il valore delle capacità dipende essenzialmente dai fattori costruttivi quali l'area del Gate e lo spessore x_{ox} dell'ossido secondo la relazione $C = Area \cdot \epsilon_{ox} / x_{ox}$. Normalmente ragioni geometriche e costruttive fanno sì che C_{gd} sia più piccola di C_{gs} (convenzionalmente si assume C_{gs} circa 2 volte C_{gd}). I valori sono forniti dal costruttore.

Ai fini dell'analisi circuitale è utile visualizzare sullo schema circuitale del transistor, come fatto nella Fig.9.2, le due capacità, C_{gs} e C_{gd} , ed eventualmente introdurle nel circuito equivalente del transistor proposto nel Cap.4, pervenendo così al nuovo circuito equivalente per piccoli segnali della Fig.9.2.

9.1.2 Transistori bipolari

Di diversa natura sono le capacità associate al funzionamento del BJT. Quando si applica un segnale tra Base ed Elettore, la variazione della tensione della giunzione Base-Elettore è accompagnata da una variazione della carica di minoritari accumulata nelle due zone neutre adiacenti alla giunzione. Per esempio, un aumento della polarizzazione diretta V_{be} in un transistor *nnp* determina, a regime, l'aumento sia della carica di elettroni accumulata nella Base sia delle lacune accumulate nella zona neutra dell'Elettore (Fig.9.3a). Esiste quindi un transitorio durante il quale alcune cariche non percorrono tutta la maglia tra Elettore e Base ma vengono immagazzinate nelle regioni neutre. Solo quando l'accumulazione di nuovi portatori minoritari avrà permesso di raggiungere i nuovi profili di concentrazione compatibili con la nuova condizione di funzionamento

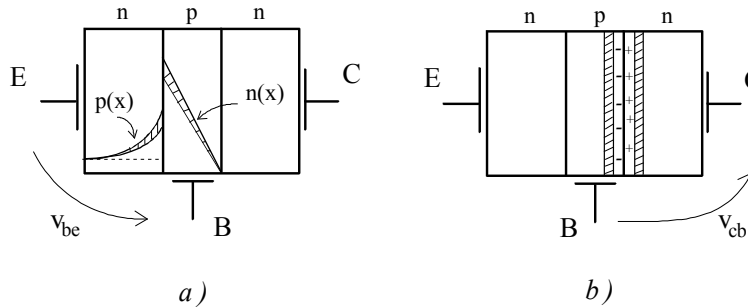


Fig. 9.3 BJT npn: a) variazione della carica di minoritari accumulata nelle regioni neutre della Base e dell'Elettore; b) variazione della zona di carica spaziale nella giunzione Base-Collettore.

stazionaria, la corrente di Collettore avrà raggiunto il suo valore finale. Questo fenomeno può essere sinteticamente rappresentato con l'introduzione di una capacità tra Base ed Elettore, detta *capacità di diffusione*, indicata con C_π nel circuito equivalente per piccoli segnali del BJT della Fig.9.4.

Il valore di C_π non è fisso: poiché per avere una fissata variazione della pendenza della distribuzione di carica di minoritari bisogna fornire in transitorio una quantità di carica tanto maggiore quanto maggiore è la carica già presente, il valore della capacità di diffusione è direttamente proporzionale alla corrente di polarizzazione del transistor:

$$C_\pi \cong \frac{1}{2\pi f_T \cdot \frac{1}{g_m}} = \frac{1}{2\pi f_T} \frac{I_C}{V_{th}}$$

dove f_T è la frequenza di transizione del transistor (si veda il prossimo paragrafo) ed è fornita dal costruttore.

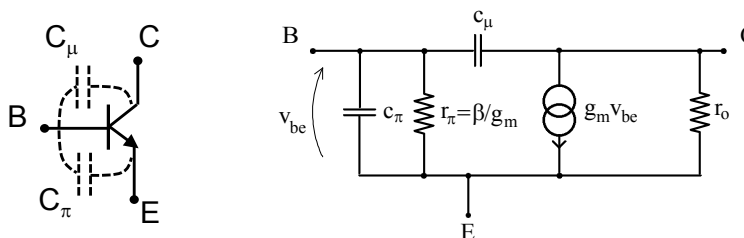


Fig. 9.4 Visualizzazione delle capacità interne del BJT sul suo simbolo circuitale e nel circuito equivalente.

Anche alla giunzione Base-Collettore, polarizzata inversamente, è associata una capacità, legata alla variazione della carica spaziale conseguente ad una variazione di V_{bc} (Fig.9.3b). Essa è indicata con C_{μ} nel simbolo circuitale della Fig.9.4 ed il suo valore è funzione, oltre che della geometria, anche della tensione di polarizzazione inversa Base-Collettore.

Le due capacità delle Fig.9.2 e Fig.9.4 sono universalmente adottate per la loro sinteticità e permettono una analisi accurata del comportamento in frequenza della maggior parte dei circuiti reali. Esistono tuttavia modelli equivalenti più elaborati di quelli proposti, utilizzati principalmente nei programmi di simulazione circuitale quando è richiesta un'analisi dettagliata della risposta ad alta frequenza di un circuito, che tengono conto di altri accoppiamenti capacitivi parassiti tra i morsetti, più complessi di quelli sinteticamente riassunti in questo paragrafo (si pensi ad esempio all'accoppiamento verso il substrato) e legati alla specifica struttura del dispositivo, alla tecnologia con cui è realizzato ed al contenitore entro cui è inserito.

9.2 LA FREQUENZA DI TRANSIZIONE, f_T

Una caratteristica dei transistori MOSFET è di avere al Drain la stessa corrente che si è iniettata nel Source. La stessa caratteristica si applica anche al BJT a meno della piccola corrente di Base che è inversamente proporzionale al β del dispositivo. Valutiamo ora fino a quale frequenza questa proprietà dei transistori continua a valere.

Si consideri la disposizione sperimentale della Fig.9.5a, in cui al morsetto di Source (Emettitore) di un pMOSFET è applicato un generatore ideale di corrente che fornisce la corrente I di polarizzazione e quella di segnale i_{in} variabile in frequenza. Si pensi di misurare il segnale di corrente trasmesso al Drain (Collettore) utilizzando un misuratore di corrente ideale, ovvero con impedenza di ingresso nulla. Evidenziando sul circuito le capacità interne al dispositivo o sostituendo al transistor il suo circuito equivalente, è facile verificare che la funzione di trasferimento $i_u(s)/i_{in}(s)$ è data dall'espressione

$$\frac{i_u(s)}{i_{in}(s)} = \frac{1}{1 + sC_{gs} / g_m}$$

Infatti il segnale iniettato nel Source vede un'impedenza pari al parallelo tra C_{gs} ed $1/g_m$. La tensione che si sviluppa tra Source e Gate genera una corrente di Drain proporzionale alla g_m del transistor stesso. Il trasferimento della corrente è quindi costante ed unitario fino alla frequenza corrispondente al polo $p = -g_m/C_{gs}$ ($p = -g_m/C_{\pi}$

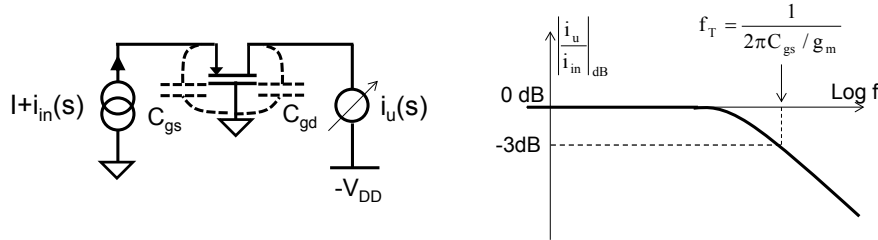


Fig. 9.5 (a) Schema circuitale per una misura di principio della f_T di un transistor e (b) andamento con la frequenza del trasferimento di corrente tra Source e Drain.

nel caso del BJT), e poi decresce con pendenza di -20dB/decade (Fig.9.5b). La frequenza caratteristica del polo è

$$f_T|_{\text{MOSFET}} = \frac{1}{2\pi C_{gs} / g_m} \quad f_T|_{\text{BJT}} = \frac{1}{2\pi C_{\pi} / g_m} \quad (9.1)$$

ed è detta **frequenza di transizione** (o di taglio) del dispositivo. Fino alla frequenza f_T il transistor ha un trasferimento di corrente unitario; oltre tale frequenza la corrente di induzione nella capacità aumenta a spese della corrente di transito nel dispositivo, che diminuisce. Per questo motivo è comodo scegliere il valore di f_T come indice della frequenza massima a cui poter far funzionare un transistor.

Si noti come nella funzione di trasferimento appena trovata non compaia la capacità C_{gd} : la costante di tempo associata a C_{gd} è nulla perché l'impedenza vista ai suoi morsetti è nulla per via del misuratore di corrente ideale. Quindi il polo determinato da C_{gd} ha una pulsazione caratteristica di valore infinito.

Lo schema proposto nella Fig.9.5 per la misura della massima frequenza utile di un transistor ha uno svantaggio che lo rende poco applicabile in una misura di laboratorio: il generatore di corrente di segnale deve poter funzionare fino ad una frequenza ben maggiore (almeno di una decade) della f_T da misurare per poterne individuare il valore con precisione. Questa condizione rende ovviamente impossibile l'adozione della disposizione sperimentale della Fig.9.5 quando si voglia misurare le prestazioni dei dispositivi di nuova generazione con f_T maggiore di quella dei transistori impiegati negli strumenti di misura. Per ovviare a questo inconveniente, si potrebbe adottare lo schema circuitale riportato nella Fig.9.6a. Il generatore di segnale di corrente, con in parallelo una resistenza R , è applicato al Gate del transistor nella configurazione con il Source comune. La funzione di trasferimento $i_u(s)/i_{in}(s)$ è data da:

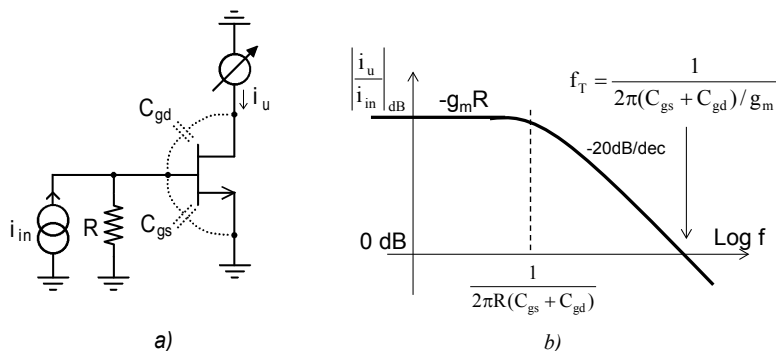


Fig. 9.6 (a) Schema circuitale per la misura della f_T dei transistori e (b) corrispondente diagramma di Bode del modulo della funzione di trasferimento $i_u(s)/i_{in}(s)$.

$$\frac{i_u(s)}{i_{in}(s)} = g_m R \cdot \frac{1 - s C_{gd} / g_m}{1 + s R (C_{gs} + C_{gd})} \quad (9.2)$$

il cui diagramma di Bode è riportato nella Fig.9.6b. Il trasferimento di corrente è costante solo fino alla frequenza $1/2\pi R(C_{gs} + C_{gd})$, che dipende non solo dai parametri del transistor ma anche dal valore di R . L'intercetta della retta con pendenza a -20dB/decade con l'asse orizzontale (corrispondente ad un trasferimento di corrente unitario), individua una frequenza del tutto simile alla f_T prima definita:

$$f = \frac{1}{2\pi(C_{gs} + C_{gd}) \cdot \frac{1}{g_m}} \cong f_T$$

con la differenza che ora compare nell'espressione anche la capacità C_{gd} (C_μ). Il vantaggio della disposizione sperimentale della Fig.9.6a è che, scegliendo R opportunamente grande, il polo della funzione di trasferimento può essere spostato a frequenze sufficientemente basse da poter essere misurato con la strumentazione disponibile in laboratorio. Il valore della frequenza f_T è ottenuto *indirettamente* estrapolando, fino al raggiungimento dell'asse a 0dB , il tratto con pendenza di -20dB/decade .

Se si usasse un BJT, la resistenza sarebbe il parallelo tra la resistenza R del generatore di corrente forzante e la resistenza di Base, β/g_m , del transistor. Se $R \gg \beta/g_m$ il polo della (9.2) interverrebbe ad una frequenza β volte inferiore ad f_T .

Concludendo, la **frequenza di transizione** (o di taglio) dei transistori, misurata e specificata dai costruttori, è quindi legata ai parametri del dispositivo dalle seguenti espressioni :

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{gs} + C_{gd})} \text{ per i FET} \quad \text{e} \quad f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_\pi + C_\mu)} \text{ per i BJT.} \quad (9.3)$$

ed a queste ci riferiremo nel seguito.

Nel caso dei FET, il valore di f_T dipende dalla polarizzazione del transistor soprattutto attraverso il termine g_m , potendo considerare le capacità C_{gs} e C_{gd} sostanzialmente costanti. L'andamento di f_T con $\sqrt{I_D}$ tipico di questi dispositivi è mostrato a destra nella Fig.9.7.

Nel caso dei transistori bipolari il valore di f_T è pressoché costante in un ampio intervallo di polarizzazioni del dispositivo, perché la variazione lineare della transconduttanza con la polarizzazione è in gran parte compensata dalla corrispondente variazione della capacità di diffusione (C_π). Solo per valori bassi di I_C il termine dovuto a C_μ diventa prevalente e la f_T diminuisce con la corrente (Fig.9.7). Il valore di C_{gd} (C_μ) è fornito dal costruttore, indipendente da f_T , molto spesso in un grafico che ne mostra l'andamento in funzione della tensione V_{gd} (V_{bc}).

In pratica, quando si analizza il comportamento in frequenza di un circuito, la polarizzazione è fissata e quindi è nota la transconduttanza g_m come pure è nota e fissata C_{gd} (C_μ). Il valore della capacità C_{gs} (C_π) si ricava dalla (9.3) in base al valore di f_T indicato dal costruttore. Viceversa, i simulatori circuitali inglobano i dettagli di queste capacità con grande precisione.

I transistori in commercio hanno f_T da qualche centinaia di MHz fino a

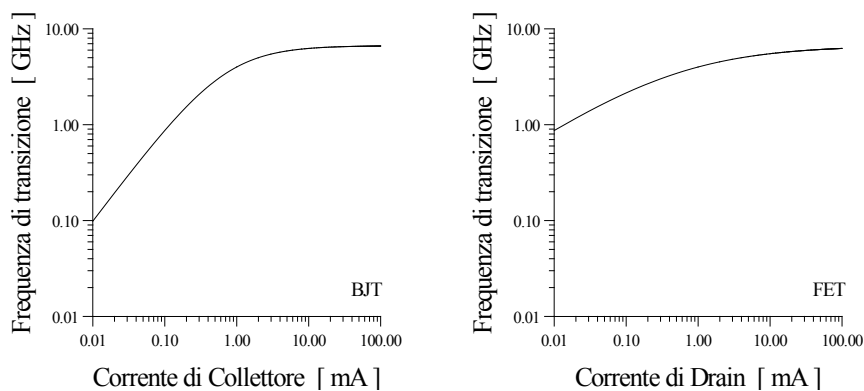


Fig. 9.7 Andamento della f_T con la corrente di polarizzazione del dispositivo.

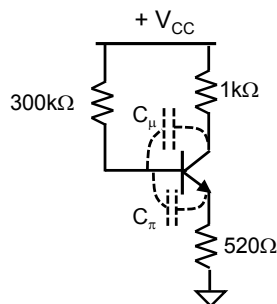
diverse centinaia di GHz. Poiché la f_T è con buona approssimazione determinata dall'inverso del tempo di transito dei portatori tra Source e Drain (Emettitore e Collettore), i transistori più veloci sono quelli con lunghezza di canale (o di Base) più piccola. La tecnologia attuale permette di arrivare a dimensioni di qualche decina di nanometro per i canali dei FET (limite imposto dalle tecniche di litografia del chip) ed a valori molto inferiori per la lunghezza di base (limite legato al controllo che si riesce ad avere nella diffusione verticale dei droganti di Emettitore e di Base). Pertanto a tutt'oggi i migliori transistori bipolari sono più *veloci* (cioè hanno f_T maggiore) dei migliori MOSFET al silicio. Peraltro, dato che il tempo di transito dipende anche dalla velocità dei portatori, i transistori più veloci in assoluto sono i FET realizzati con Arseniuro di Gallio (GaAs) che sfruttano la più elevata mobilità ($\mu \approx 8000$) dei suoi elettroni di conduzione rispetto a quella nel Silicio ($\mu \approx 1200$).

L'adozione dei circuiti equivalenti delle Fig.9.2 e Fig.9.4 cessa di essere valida per frequenze vicine o superiori alla f_T dei transistori oltre cui la fisica del funzionamento del dispositivo si discosta da quanto descritto nel Cap.3 e quindi la modellizzazione delle Fig.9.2 e Fig.9.4 viene a mancare.

E 9.1

Si consideri il circuito riportato nella figura seguente. Si supponga di avere un transistor bipolare con $\beta = 250$, $f_T = 500\text{MHz}$ e $C_\mu = 5\text{pF}$.

- Calcolare il valore della sua capacità di diffusione.
- Quanto varrebbe la capacità C_{gs} di un FET ($k = 100\text{mA/V}^2$, $f_T = 500\text{MHz}$ e $C_{gd} = 5\text{pF}$) che avesse la stessa corrente stazionaria del BJT?



$$[C_\pi = 27\text{pF}, C_{gs} = 5\text{pF}]$$

9.3 LE FUNZIONI DI TRASFERIMENTO DEGLI STADI ELEMENTARI

Per analizzare l'effetto delle capacità di un circuito sulla sua risposta nel tempo ad un segnale di ingresso o sul guadagno alle varie frequenze, si è soliti ricorrere al calcolo della funzione di trasferimento. Questo modo di procedere è giusto e fornisce risultati precisi. Tuttavia se applicato acriticamente non necessariamente aiuta a capire cosa stia effettivamente succedendo nel circuito. Se ad esempio pensassimo ad un circuito a singolo transistor come quello della Fig.9.8 e volessimo trarre le funzioni di trasferimento generali (cioè per carichi in ingresso ed in uscita qualsivoglia) ci troveremmo le seguenti equazioni :

- Guadagno di tensione tra il segnale v_{in} di ingresso e l'uscita v_1 sul Collettore (Drain) del transistor, tipica degli stadi a guadagno di tensione, ottenuta facendo gli opportuni bilanci ai nodi ed alle maglie :

$$\frac{v_1}{v_{in}} = \frac{-Y_i [g_m(Y_S - Y_\mu) - Y_\mu(Y_S + Y_\pi)]}{Y_S [Y_L(Y_\pi + Y_i + Y_\mu) + Y_\mu(Y_\pi + g_m + Y_i)] + Y_L [(Y_\pi + g_m)(Y_\mu + Y_i)] + Y_\mu Y_i(Y_\pi + g_m)} \quad (9.4)$$

- Guadagno di tensione tra il segnale v_{in} di ingresso e l'uscita sull'Emettitore

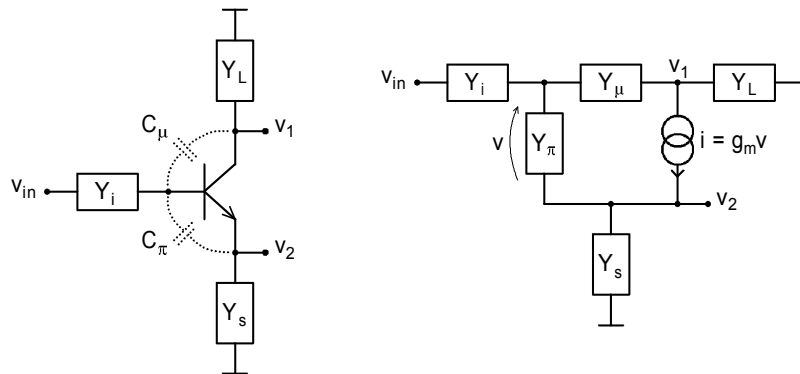


Fig. 9.8 Configurazione generale di uno stadio a transistor e suo circuito equivalente per piccoli segnali. Nel circuito equivalente per piccoli segnali disegnato a destra nella figura, si è indicato con Y_π , nel caso del BJT, il parallelo tra β/g_m e C_π e, nel caso del MOSFET, la sola capacità C_{gs} . Y_μ invece comprende, rispettivamente, la sola capacità C_μ o la sola capacità C_{gd} .

(Source) del transistor, tipico degli stadi follower :

$$\frac{v_2}{v_{in}} = \frac{Y_i(Y_L + Y_\mu)(g_m + Y_\pi)}{Y_S[Y_L(Y_\pi + Y_i + Y_\mu) + Y_\mu(Y_\pi + g_m + Y_i)] + Y_L[(Y_\pi + g_m)(Y_\mu + Y_i)] + Y_\mu Y_i(Y_\pi + g_m)} \quad (9.5)$$

dove con Y indichiamo le ammettenze dei rispettivi carichi. I casi in cui le ammettenze Y siano reali, cioè rappresentino dei resistori, e le capacità del transistor siano nulle, corrispondono alle configurazioni circuitali già analizzate nei Capitoli precedenti.

Il denominatore delle due espressioni è identico poiché i circuiti analizzati sono identici e quindi con gli stessi poli. Solo gli zeri differiscono perché i trasferimenti sono presi tra due punti diversi.

Se avete provato anche voi a calcolare le (9.4) e (9.5) avrete notato che è un calcolo complicato, forse anche noioso ed in cui in definitiva non viene messa immediatamente in evidenza la funzione di ogni componente circuitale ed il suo peso nel determinare i poli e gli zeri della funzione di trasferimento né tanto meno come la singola capacità condizioni la risposta nel tempo del circuito. Le due espressioni (9.4) e (9.5) sono quindi precise e complete ma forse sterili.

I prossimi paragrafi sono organizzati in livelli via via crescenti di complessità studiando dapprima una configurazione semplificata dei vari stadi circuitali in cui compare solo una o l'altra delle 2 principali capacità interne del transistor, per poi arrivare a comprendere gli effetti della loro contemporanea presenza e di eventuali capacità esterne di carico. Il fine è quello di arrivare a capire il comportamento di ogni stadio in maniera intuitiva ancorché approfondita, e di cercare di "costruire" la funzione di trasferimento sulla base di considerazioni circuitali "intuitive" e non attraverso un mero calcolo di rete come quello appena fatto. Solo per controllo del risultato ottenuto si farà riferimento alle espressioni (9.4) e (9.5). Ci abitueremo anche a passare agilmente dalla risposta nel tempo a quella in frequenza perché entrambe in modo diverso ci mostrano gli stessi meccanismi aiutandoci a capire meglio ciò che sta succedendo.

9.4 STADIO SOURCE (EMETTITORE) COMUNE

Analizziamo innanzitutto il comportamento in frequenza del più semplice circuito amplificatore a singolo transistor, lo stadio Source (Emettitore) comune.

9.4.1 Sola capacità C_{gs} (C_{π}), pilotata a bassa impedenza.

Supponiamo inizialmente di poter trascurare la capacità C_{gd} (C_{μ}) in modo da concentrarci sull'influenza che la sola capacità C_{gs} (C_{π}) del transistor avrebbe sul trasferimento di un segnale. Se il transistor fosse pilotato da un **generatore ideale di tensione**, come nella Fig.9.9, la capacità C_{gs} (C_{π}) addirittura non interverrebbe nel trasferimento del segnale tra ingresso ed uscita ! Infatti, il generatore, posto esattamente in parallelo alla capacità, fornirebbe *istantaneamente* tutta la carica di cui questa ha bisogno per variare istantaneamente la tensione ai suoi capi (infatti il generatore, poiché ideale, può erogare una potenza infinita). Il transistor quindi risponderebbe erogando una corrente di Drain (Collettore) pari a $i = g_m v_{in}$ come se la capacità non ci fosse. La funzione di trasferimento (il guadagno di tensione) sarebbe pertanto indipendente dalla frequenza ed avrebbe il valore ben noto

$$G = \frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L$$

Nella realtà il limite alla velocità di risposta sarebbe posto dal tempo di transito dei portatori attraverso il canale (Base) del transistor che fisserebbe la banda del circuito al valore della sua f_T .

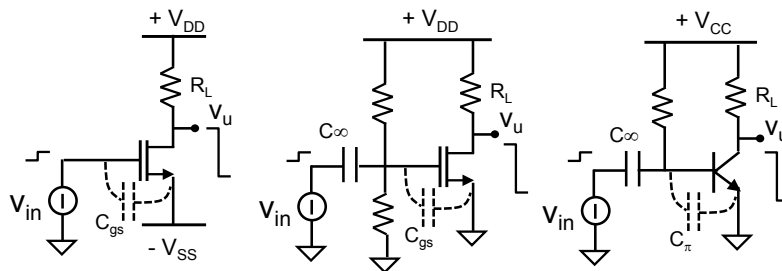
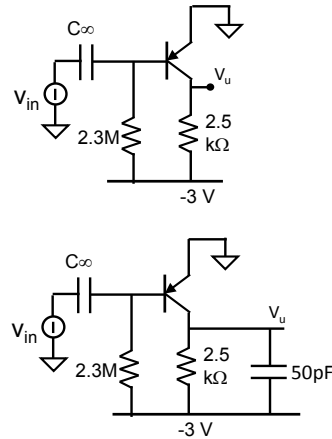


Fig. 9.9 Amplificatori a Source (Emettitore) comune pilotati da un generatore ideale di tensione V_{in} (in evidenza la sola capacità $C_{gs}(C_{\pi})$ del transistor). In tutti gli esempi la capacità NON limita in alcun modo la risposta del circuito, perché direttamente ed istantaneamente caricata dal generatore stesso, consentendo all'uscita di variare con la massima velocità possibile la tensione pur essendoci una capacità nel circuito.

E 9.2

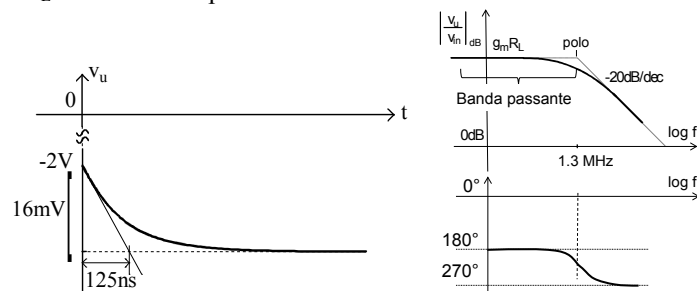
a) Disegnare l'andamento nel tempo della risposta ad un gradino di tensione all'ingresso ampio $400\mu V$ del circuito accanto che utilizza un BJT con $\beta=400$ ed $f_T=250\text{MHz}$. Per semplicità si pensi di poter trascurare la capacità C_μ . Scriverne la funzione di trasferimento e disegnarne i diagrammi di Bode.

b) Ripetere l'analisi quando una capacità di 50pF è posta all'uscita verso massa.



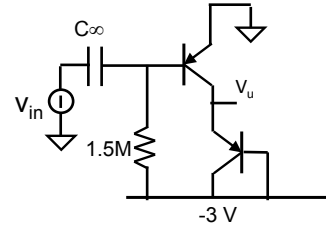
a) Il generatore di segnale, applicato direttamente alla giunzione Base-Elettore, produce un gradino di corrente di $6.4\mu A$ in uscita. La velocità di risposta di tutto il circuito sarebbe determinata dal tempo di transito dei portatori all'interno del BJT nel loro tragitto dall'Elettore al Collettore, in genere dell'ordine di $\tau_{tr}=1/(2\pi f_T)\approx 0.6\text{ps}$.

b) In questo caso la limitazione alla velocità di risposta della tensione $v_u(t)$ è solo data dalla rete di carico, che impone un andamento esponenziale con costante di tempo $\tau=R_L C=125\text{ns}$ del tipo:



La corrispondente banda dell'amplificatore si estende quindi fino a $f_{-3\text{dB}}\approx 1.3\text{MHz}$. La funzione di trasferimento del circuito è valida fino a quando il BJT riesce a comportarsi bene come transistor, quindi fino a f_T .

E 9.3 Calcolare la banda passante del circuito accanto, in cui si siano scelti BJT di uguali dimensioni con $\beta=200$, $C_\mu=0$, $f_T=35\text{GHz}$ e $r_o=60\text{k}\Omega$



Il transistore all'ingresso non pone limiti al comportamento in frequenza. Il carico, nella configurazione a transdiodo, ha invece la sua capacità C_π tra il morsetto di uscita e l'alimentazione. Questa capacità, in parallelo alle resistenze r_o del BJT ed $1/g_m$ del carico, determina il polo della funzione di trasferimento v_u/v_{in} a

$$f_p = \frac{1}{2\pi C_\pi (r_o \parallel r_o \parallel 1/g_m)} \cong 35\text{GHz}.$$

La risposta nel tempo ad un gradino di tensione in ingresso sarebbe analoga a quella dell'esercizio precedente, con una costante di tempo di 4.5ps. La soluzione sarebbe accettabile perché pone il limite alla banda passante del circuito proprio alla f_T del transistore.

Normalmente il segnale v_{in} è l'uscita di uno stadio a monte oppure il segnale da un generico trasduttore, ed è rappresentabile da un **generatore reale di tensione** avente una resistenza serie equivalente R_i . Nella figura 9.10 è riportato il caso di un amplificatore a **MOSFET** in cui la polarizzazione del FET non necessita di ulteriori resistenze. La rete di ingresso del circuito è quindi una semplice rete con R_i e $1/sC_{gs}$ di cui la tensione v_{gs} di comando del transistore ne è una partizione:

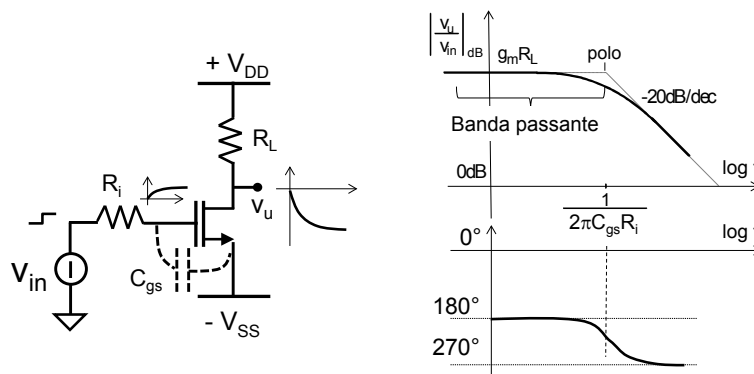


Fig. 9.10 Stadio Source comune pilotato da un generatore reale di tensione di segnale e suo comportamento in frequenza. Si è supposto di poter trascurare C_{gd} .

$$v_{gs} = \frac{v_{in}}{R_1 + \frac{1}{sC_{gs}}} \cdot \frac{1}{sC_{gs}} = v_{in} \frac{1}{1 + sC_{gs}R_i}$$

Il trasferimento ha un solo polo la cui costante di tempo è il prodotto tra la capacità C_{gs} e la resistenza vista ai suoi capi, pari a R_i . Il circuito non presenta alcuno zero al finito perché V_g starebbe ferma solo per $s=\infty$, quando si annulla l'impedenza di C_{gs} .

Nel **dominio del tempo**, a fronte di un gradino positivo all'ingresso, il Gate sale lentamente con costante di tempo $\tau=C_{gs}R_i$ comandando il MOSFET, la cui tensione di uscita ha la stessa evoluzione temporale ma amplificata ed invertita.

Dall'espressione precedente si ricava quindi la **funzione di trasferimento** dell'intero circuito:

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \frac{1}{1 + sC_{gs}R_i} \quad (9.6)$$

Per $s=0$, cioè alle frequenze bassissime in cui la capacità non pone alcuna limitazione al trasferimento perché ha tutto il tempo per caricarsi al valore richiesto istante per istante, si ritrova il guadagno a bassa frequenza $G(0)=-g_m R_L$. A frequenze elevate invece la partizione tra v_{in} e v_{gs} è sempre più sfavorita e quindi si pilota il MOSFET con sempre meno tensione.

L'intervallo di frequenze in cui il trasferimento è circa costante ed in cui si presume di utilizzare il circuito è detto **banda passante** del circuito. Essa è tanto più grande quanto minore è la resistenza R_i del generatore di segnale. La frequenza corrispondente al polo è detta anche *frequenza a -3dB*, e l'intercetta della funzione di trasferimento con l'asse a 0dB individua la frequenza in corrispondenza al guadagno unitario. All'interno della banda passante il circuito mantiene uno sfasamento tra ingresso ed uscita praticamente costante a 180° perché invertente.

Confrontando lo schema circuitale della Fig.9.10 con quello della Fig.9.8, si può verificare la correttezza del risultato dato dalla (9.6) ponendo $Y_i=1/R_i$, $Y_s=\infty$, $Y_\mu=0$, $Y_L=1/R_L$, $Y_\pi=sC_{gs}$.

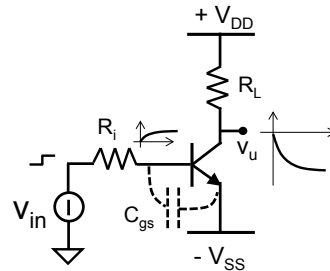
Già da questo primo caso è evidente il vantaggio che si ha, in termini di banda passante di un circuito, a pilotare l'amplificatore con una resistenza R_i bassa. Poiché i circuiti sono normalmente la cascata di stadi semplici in cui l'impedenza di uscita dell'uno costituisce l'impedenza di ingresso dell'altro, questo evidenzia quanto sia importante avere una resistenza bassa di uscita dello stadio di comando

Quando il circuito della Fig.9.10 è realizzato con un **BJT** invece che con un MOSFET, la funzione di trasferimento deve tenere conto anche della resistenza finita β/g_m tra la Base del transistor e massa. Questa resistenza ha due effetti:

- i) ripartisce il segnale V_{in} facendone giungere di meno a comandare il transistor;
- ii) si pone in parallelo a R_i nel definire la costante di tempo del polo $\tau = C_{\pi}(R_i \parallel \beta/g_m)$. Pertanto

l'espressione della funzione di trasferimento nel caso di un BJT è naturale che sia:

$$\frac{v_u}{v_{in}} = - \frac{\beta / g_m}{R_i + \beta / g_m} g_m R_L \frac{1}{1 + s C_{\pi} (R_i \parallel \beta / g_m)} \quad (9.7)$$

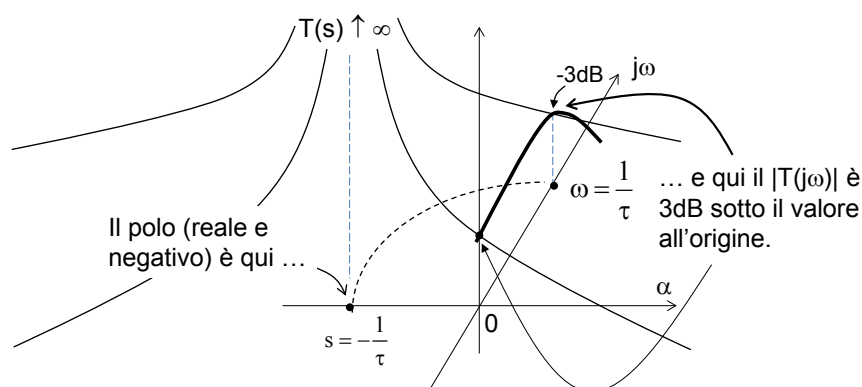


Polo in s e "polo" in $j\omega$

Ovvero 1: Perché, se il polo è negativo, viene messo sull'asse positivo di ω nei diagrammi di Bode ?

Ovvero 2: Perché, se il polo fa andare all'infinito la funzione di trasferimento, disegna quest'ultima addirittura più in basso di 3 dB nei diagrammi di Bode ?

La funzione di trasferimento (9.6) fornisce il polo del circuito a $S = \alpha = -1/C_{gs}R_i = -1/\tau$, da porsi nel piano di Gauss sull'asse reale negativo. In corrispondenza del valore del polo, la funzione di trasferimento $T(s)$ va all'infinito.



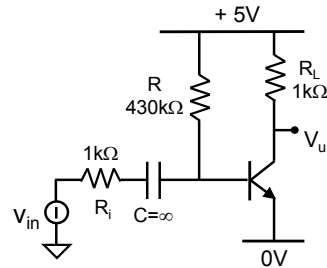
Quando traccio un diagramma di Bode, disegna la funzione di trasferimento $T(\alpha \pm j\omega)$ per i soli valori lungo l'asse $j\omega$. "Accidentalmente" in corrispondenza di $\omega_p = 1/C_{gs}R_i = 1/\tau$ il valore di $|T(j\omega_p)|$ è $\sqrt{2}$ volte più piccolo del valore che la stessa $|T(j\omega)|$ assume all'origine degli assi.

E 9.4 Con riferimento al circuito accanto (BJT con $\beta=300$, $C_\mu=0$ e $f_T=500\text{MHz}$):

a) costruire tramite ragionamento l'espressione della funzione di trasferimento v_u/v_{in} ;

b) disegnare in due grafici quotati l'andamento del modulo e della fase della funzione di trasferimento;

c) disegnare l'andamento nel tempo del segnale sul morsetto di uscita quando al circuito è applicato un gradino di tensione di ampiezza 5mV .

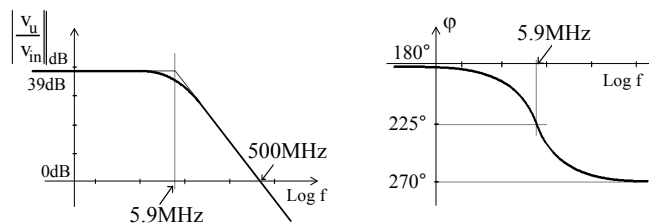


(a) - Dalla polarizzazione $I_C=3\text{mA}$, $V_u=2\text{V}$, $g_m=120\text{mA/V}$, $C_\pi=38\text{pF}$, $\beta/g_m=2.5\text{k}\Omega$. Il guadagno a media frequenza, $G(0)=-86$, e la costante di tempo della risposta, pari a $\tau=27\text{ns}$, quantificano la funzione di trasferimento

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \cdot \frac{\beta/g_m \parallel R}{R_i + \beta/g_m \parallel R} \cdot \frac{1}{1 + sC_\pi(R_i \parallel \beta/g_m \parallel R)} = G(0) \cdot \frac{1}{1 + s\tau}$$

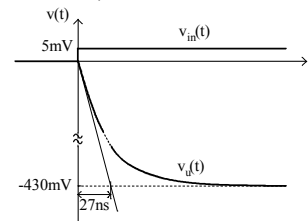
La resistenza R_i non solo partecipa alla definizione del valore del polo ma opera anche una partizione del segnale di ingresso, riducendone il guadagno. Ridurre R_i comporterebbe, pertanto, un miglioramento di entrambe le grandezze.

(b) - Il modulo e la fase della funzione di trasferimento evidenziano il comportamento del circuito come un filtro *passa-basso*.

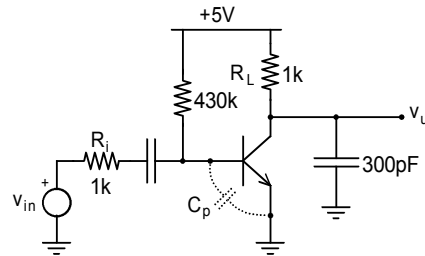


Tutti i segnali sinusoidali a frequenza inferiore a $f_p=1/2\pi\tau=5.9\text{MHz}$, sono trasmessi con circa la stessa amplificazione. Alle frequenze superiori, il tempo di carica della capacità di diffusione del transistor è invece maggiore del periodo del segnale, che quindi non riesce ad essere per intero trasferito alla Base. Il circuito è invertente alle basse frequenze (fase $+180^\circ$) mentre, alle alte frequenze, lo sfasamento tra ingresso ed uscita aumenta ulteriormente fino a 270° .

(c) - La risposta al gradino evidenzia la costante di tempo con cui il transistor reagisce alla istantanea sollecitazione del segnale all'ingresso:



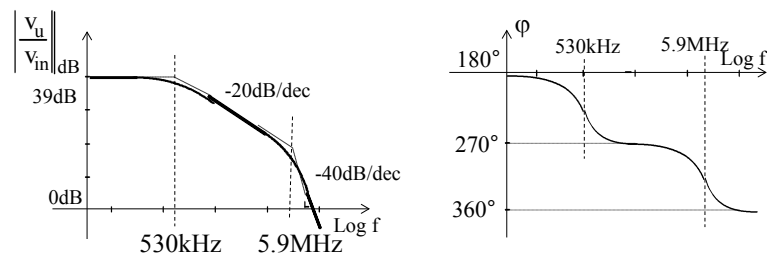
E 9.5 Si supponga di pilotare, con lo stesso circuito dell'esercizio precedente, un carico capacitivo di 300pF. Commentare come varia la funzione di trasferimento e disegnare il nuovo andamento nel tempo del segnale di uscita.



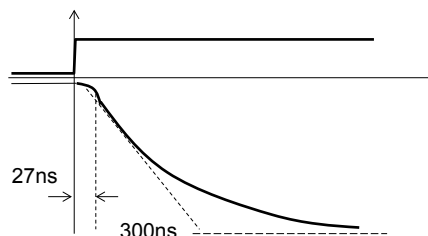
Le due capacità sono disaccoppiate e pertanto danno luogo a due costanti di tempo separate, una identica alla precedente ($\tau=27\text{ns}$) e l'altra pari a $\tau=R_L C_L=300\text{ns}$. L'espressione della funzione di trasferimento è data dal prodotto delle singole funzioni di trasferimento e vale

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \cdot \frac{\beta/g_m}{R_i + \beta/g_m} \cdot \frac{1}{1 + sC_\pi (R_i \parallel \beta/g_m)} \cdot \frac{1}{1 + sC_L R_L}$$

Il nuovo polo, introdotto dalla rete di uscita, interviene quindi a frequenza più bassa (530kHz) ed è lui a restringere la banda passante del circuito ed a rallentare la risposta temporale. Ad elevata frequenza l'uscita tende a riportarsi in fase con l'ingresso, benché enormemente attenuata. I relativi diagrammi di Bode sono i seguenti:

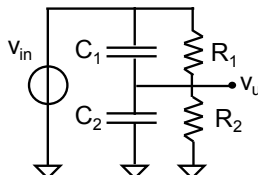


La risposta nel tempo ad un gradino all'ingresso parte più lentamente (con derivata nulla), si aggiusta in 27ns e poi tende al valore asintotico con costante di tempo di 300ns.



Partizione di tensione tra capacità

ERRORI da non fare quando si è in presenza di una partizione tra due capacità :

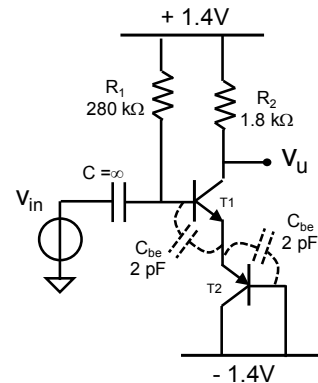


- *NON è detto che ci siano due poli, e quindi due costanti di tempo : verificare sempre che le due capacità siano indipendenti; nell'esempio sopra le due capacità NON sono indipendenti : si ha un solo polo con $\tau = (C_1 + C_2)(R_1 || R_2)$.*
- *NON dire che ad alta frequenza le due capacità sono dei corti circuiti. Ad alta frequenza le due capacità mostrano una impedenza $Z = 1/\omega C$ e continuano a formare una partizione di tensione !*
- *NON dire che ad alta frequenza le due capacità sono dei corti circuiti e quindi $v_u = v_{in}$. Per la ragione discussa sopra.*
- *NON dire che ad alta frequenza le due capacità sono dei corti circuiti e quindi $v_u = 0V$. Per la ragione discussa sopra.*

E 9.6

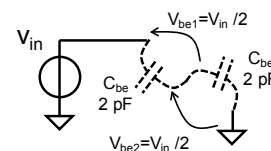
Si consideri l'amplificatore a BJT ($\beta=100$, $V_A=\infty$, $C_{be}=2\text{pF}$) della figura. (Consider the BJT circuit in the figure)

- Calcolare la tensione stazionaria dell'uscita, V_u . (Find the DC voltage at the output)
- Calcolare il guadagno di tensione per piccoli segnali a bassa frequenza, $G=v_u/v_{in}$. (Find the low frequency gain of the circuit)
- Disegnare la risposta nel tempo dell'uscita ad un gradino di tensione all'ingresso di $+20\text{mV}$. (Draw the time response of the circuit to a step voltage of $+20\text{mV}$ given to the input)
- Calcolare la distorsione HD2 dello stadio quando in ingresso viene applicato un segnale sinusoidale $V_{in}(t)=A\sin(\omega t)$ di ampiezza $A=20\text{mV}$ a bassa frequenza. (Find the distortion HD2 when a sinusoidal signal $V_{in}(t)=A\sin(\omega t)$ of amplitude $A=20\text{mV}$ at low frequency is applied to the input)
- Come varierebbe la distorsione HD2 operando ad alta frequenza. (How would change the distortion HD2 at high frequency?)
- Calcolare la corrente fornita dal generatore quando $v_{in}=20\text{mV}$ a $f=1\text{Hz}$ ed a $f=100\text{MHz}$. (Find the current delivered by the voltage source when $v_{in}=20\text{mV}$ at $f=1\text{Hz}$ and $f=100\text{MHz}$)



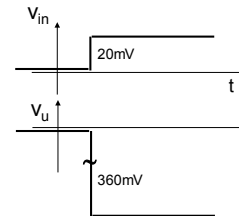
- $V_u=+0.5\text{V}$, $1/g_m=20\text{mA/V}$.
- $G=-18$
- La capacità di bypass $C=\infty$ mostrerà sempre una impedenza infinitesima a tutte le frequenze, eccetto che per la DC. Quindi nel tempo di sviluppo del gradino (pensiamo a qualche secondo, ad esempio) sarà sempre considerabile come un cortocircuito (avrebbe bisogno di infinita carica per cambiare la tensione ai suoi capi, cosa che non riesce ad ottenere dal lato di destra. Quindi non cambia la tensione ai suoi capi : se sposto un capo in tensione di v_{in} , anche l'altro si sposta della stessa quantità).

Sul fronte del gradino (alle componenti in frequenza molto alte) l'impedenza dei condensatori è molto più piccola della resistenza offerta in parallelo dai BJT. Quindi il generatore di tensione (ideale) vede davanti a sé un partitore di capacità. Essendo uguali, la tensione di comando sarà $v_{be}=v_{in}/2$ su entrambi i transistori.



Sul piatto del gradino, cioè per le componenti di segnale a bassa frequenza, di nuovo i due transistori mostrano una partizione di resistenze ($\beta/g_m + \beta/g_m$) che fornisce di nuovo $v_{be}=v_{in}/2$ su entrambi i transistori.

In conclusione, la risposta nel tempo ad un gradino di tensione v_{in} è un gradino di tensione v_u ! L'unica costante di tempo lunghissima sarebbe quella data da $C=\infty$ con la resistenza $R1||2\beta/g_m$.



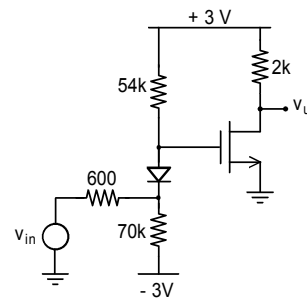
Allo stesso risultato sareste potuti arrivare considerando che i due BJT sono in serie uno all'altro. Quindi dovranno sempre portare la stessa corrente. Pertanto ogni variazione imposta su uno di essi deve necessariamente essere presente uguale sull'altro, sempre. Pertanto sempre v_{in} si dividerà in maniera uguale su entrambi i comandi dei transistori.

Allo stesso risultato sareste arrivati anche svolgendo l'esercizio in maniera formale : calcolo il polo del trasferimento ($\tau_p=C_{be}.1/g_m$) e calcolo lo zero del trasferimento ($\tau_z=C_{be}.1/g_m$) e scopro che coincidono. Ho cioè un trasferimento indipendente dalla frequenza !

- d) Essendo sempre $v_{be}=v_{in}/2$, la distorsione è fissata a $HD2=10\%$. Non c'è il fattore di aiuto dovuto alla degenerazione proprio perché l'altro transistor non può adattare la tensione ai suoi capi, ma deve anch'esso tenerlo fisso a $v_{in}/2$.
- e) $HD2=10\%$
- f) La corrente fornita dal generatore di segnale è la sola cosa che cambia tra bassa ed alta frequenza, perché deve caricare anche le capacità: $i_{in}|_{1Hz}=2\mu A$; $i_{in}|_{100MHz}=15\mu A$.

E 9.6

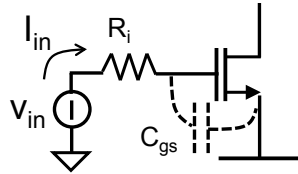
Calcolare il valore della banda passante del seguente amplificatore a MOSFET, avente $V_T=0.4V$, $k=5.5mA/V^2$, $f_T=600MHz$ ed in cui si sia supposto, per semplicità, di poter trascurare C_{gd} .



[0÷153MHz, tenendo conto della resistenza dinamica del diodo]

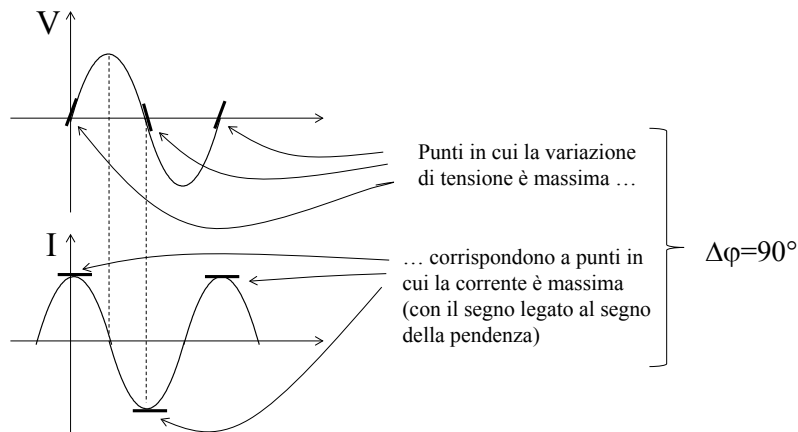
PERCHE' LA FASE RITARDA di 90° DOPO UN POLO ?

Prendiamo ad esempio la partizione in ingresso al MOSFET della Fig.9.10:



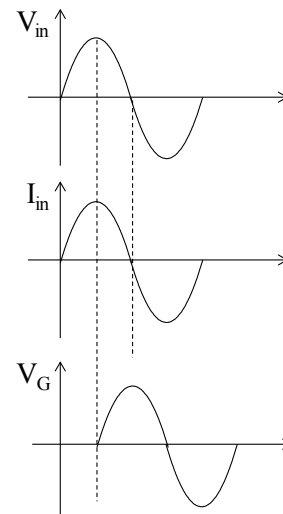
Si rifletta sul fatto che tra tensione e corrente in un condensatore esiste la relazione:

$$I = C \frac{\partial V}{\partial t}$$



Per cui ad alta frequenza quando l'impedenza del condensatore è piccola,

- i) la partizione di v_{in} che ritrovo in v_g è piccola (visualizzata sul grafico di Bode del modulo dalla discesa del guadagno, vedi Fig.9.10) e quindi la corrente in R_i ha la stessa fase di v_{in}
- ii) la fase è aumentata di 90° perché la tensione prodotta ai capi di C_{gs} gli è sfasata proprio di 90°, in ritardo temporale.



9.4.2 Sola capacità C_{gs} (C_{π}), pilotata in corrente.

Quando il circuito che pilota l'amplificatore è meglio rappresentato da un **generatore reale di corrente** con resistenza equivalente R_i , il polo della funzione di trasferimento v_u / i_{in} è ancora facilmente calcolabile e legato alla costante di tempo della maglia di ingresso. Se ad esempio si considera il circuito a **BJT** della Fig.9.11, il polo ha una costante di tempo pari a $\tau = C_{\pi}(\beta/g_m \parallel R_i)$, ottenuta dal prodotto tra la capacità e la resistenza vista ai suoi capi, pari a $\beta/g_m \parallel R_i$. La funzione di trasferimento complessiva è quindi

$$\frac{v_u}{i_{in}} = -(R_i \parallel \beta/g_m) \cdot g_m R_L \cdot \frac{1}{1 + sC_{\pi}(R_i \parallel \beta/g_m)} \quad (9.8)$$

Si noti che se il generatore di corrente fosse ideale ($R_i = \infty$), la funzione di trasferimento dell'amplificatore avrebbe un polo ad una frequenza β volte minore della f_T del transistor scelto.

A fronte di un gradino di corrente, la tensione del Gate salirebbe inizialmente linearmente (perché la corrente verrebbe integrata tutta sulla capacità) e poi sempre meno (perché una parte sempre maggiore della corrente fluirebbe nella resistenza β/g_m) a formare una risposta complessivamente esponenziale, con costante di tempo $C_{\pi}(\beta/g_m \parallel R_i)$.

Nel caso di un circuito come quello della Fig.9.11 ma utilizzando un **MOSFET**, la funzione di trasferimento sarebbe

$$\frac{v_u}{i_{in}} = -R_i g_m R_L \cdot \frac{1}{1 + sR_i C_{gs}}$$

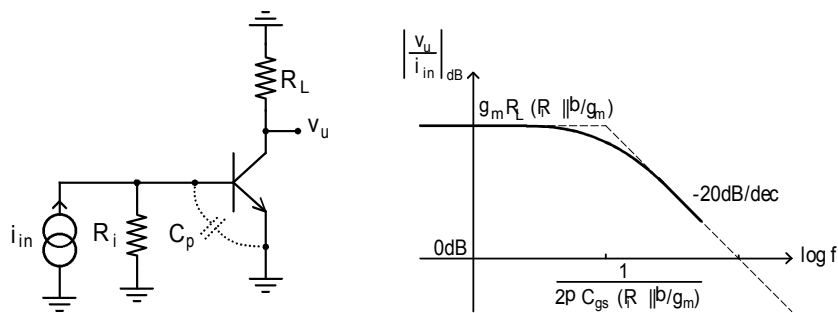
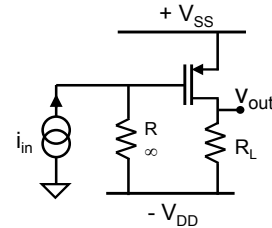


Fig. 9.11 Circuito per il segnale di uno stadio a BJT pilotato da un generatore reale di corrente con resistenza equivalente R_i e diagramma di Bode del modulo del suo trasferimento tra ingresso ed uscita.

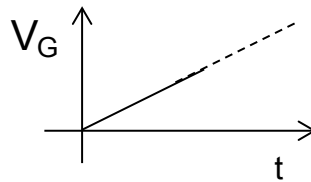
E 9.7 Se $R_i = \infty$ in un circuito a MOSFET, in cui quindi il Gate è pilotato da un generatore di corrente ideale, che cosa si otterrebbe in uscita in risposta ad un gradino di corrente i_{in} in ingresso?



Se $R_i = \infty$, si otterrebbe

$$\frac{v_u}{i_{in}} = -g_m R_L \cdot \frac{1}{sC_{gs}} \quad (9.9)$$

Il polo interverrebbe in continua (a frequenza zero) ed il circuito sarebbe un integratore ideale, dove cioè la corrente di segnale andrebbe tutta direttamente a caricare la capacità C_{gs} , muovendo di conseguenza il potenziale del Gate linearmente nel tempo.



9.4.3 Sola capacità C_{gd} (C_{μ}), pilotata da generatore di tensione ideale

Analizziamo ora l'influenza che la sola capacità C_{gd} (C_{μ}) ha sul comportamento in frequenza degli amplificatori con il Source (Emettitore) comune. Con riferimento alla configurazione circuitale della Fig.9.12, il segnale erogato da un **generatore ideale di tensione** con resistenza interna nulla annulla l'influenza della capacità C_{gs} (C_{π}) come visto nel paragrafo precedente (la costante di tempo associata a C_{gs} è nulla perché essa vede una resistenza nulla ai suoi capi) e lascia agire solo la capacità C_{gd} (C_{μ}).

Analizzando il comportamento dell'amplificatore nel **dominio del tempo**, si nota che

- sul fronte positivo del gradino di ingresso l'uscita necessariamente deve salire della stessa quantità poiché la carica in C_{gd} non può cambiare istantaneamente, e quindi neppure può cambiare istantaneamente la tensione ai suoi capi, con la conseguenza che se un capo è mosso di v_{in} anche l'altro capo si deve muovere di v_{in} .
- Passato l'istante iniziale la corrente di Drain del MOSFET estrae carica positiva

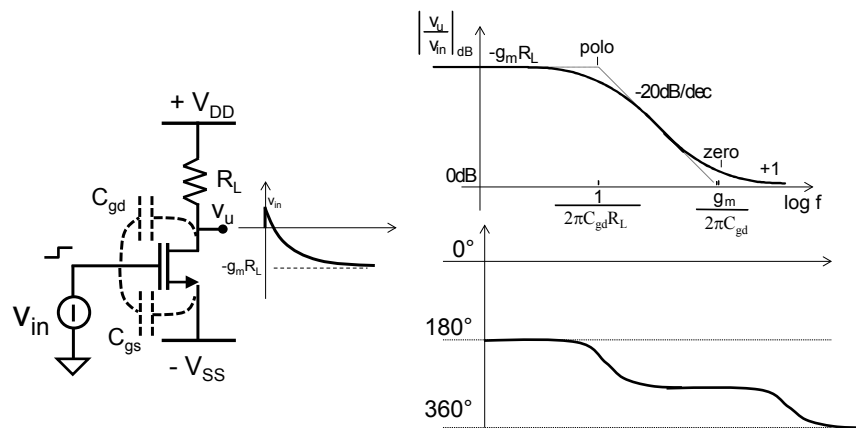


Fig. 9.12 *Stadio Source comune nel cui trasferimento conta solo la C_{gd} . L'uso del generatore ideale di tensione annulla infatti l'influenza di C_{gs} . Sulla destra i corrispondenti diagrammi di Bode del guadagno tra ingresso ed uscita. Si noti che il guadagno del circuito passa da un valore negativo a bassa frequenza ad un valore positivo ad alta frequenza. Ciò si riflette nella fase che necessariamente deve cambiare di 180° . Affinché ciò sia possibile pur avendo solo una capacità dovrà esserci uno zero positivo (nel semipiano destro).*

dall'armatura di destra del condensatore e porta V_u verso il basso con una evoluzione temporale dettata dalla costante di tempo del circuito. Prima di scrivere la funzione di trasferimento facciamo le seguenti considerazioni.

Guadagno a bassa frequenza $G(0)$.

Notiamo innanzitutto che a bassa frequenza, quando le capacità del transistor sono dei circuiti aperti, il comando del transistor è pari a v_{in} e la corrente corrispondentemente richiamata in uscita è $i_u = g_m v_{in}$. Quindi il trasferimento in continua ($s=0$) risulta pari a $G(0) = -g_m R_L$. Notare che otterremmo lo stesso risultato anche se ci fosse un BJT al posto del MOSFET.

Determinazione del polo. La costante di tempo del polo è data dal prodotto della capacità C_{gd} (C_μ) per la resistenza vista ai suoi capi. Poiché, disattivato il generatore forzante, il Gate del transistor è a massa su segnale, la resistenza vista dalla capacità C_{gd} (C_μ) è solo R_L (o eventualmente $R_L || r_o$ se la resistenza di uscita del transistor non fosse trascurabile) :

$$\tau_p = C_{gd} R_L \quad \text{nel caso del MOSFET} \quad \text{o} \quad \tau_p = C_\mu R_L \quad \text{nel caso del BJT.}$$

Determinazione dello zero. Lo zero, se esiste, corrisponde alla frequenza complessa "s" che rende nullo il trasferimento di segnale all'uscita ($v_u(s)=0$). Affinché questo si verifichi bisogna che non passi corrente in R_L e che quindi (Fig.9.13) la corrente di segnale iniettata dal Gate verso l'uscita attraverso la capacità ($i = v_{in}/(1/sC_{gd})$) sia esattamente pari a quella prelevata dal Drain del MOSFET per effetto dello stesso segnale v_{in} , ovvero

$$v_g s C_{gd} = g_m v_g$$

Questa eguaglianza è verificata per la frequenza complessa $s = g_m / C_{gd}$ che individua quindi lo zero **zero reale positivo** della funzione di trasferimento, posto nel semipiano destro del piano di Gauss. Esso ha quindi la particolarità di sfasare il segnale di ingresso di ulteriori 90° , producendo lo stesso effetto sullo sfasamento del segnale di quello prodotto da un polo, giustificando così il cambio di segno del segnale nel tempo all'uscita.

La funzione di trasferimento del circuito della Fig.9.12 può quindi essere scritta come

$$\boxed{\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \cdot \frac{1 - s C_{gd} / g_m}{1 + s C_{gd} R_L}} \quad (9.10)$$

equivalente a porre nella (9.4): $Y_i = \infty$, $Y_s = \infty$, $Y_\mu = sC_{gd}$, $Y_L = 1/R_L$, $Y_\pi = sC_{gs}$.

Considerazioni intuitive. Nella Fig. 9.12 notiamo che la funzione di trasferimento dovrà avere uno zero perché il trasferimento $v_u(s)/v_{in}(s)$ ha due valori asintotici finiti di guadagno: a bassa frequenza è $G(0) = -g_m R_L$; ad alta frequenza l'impedenza di C_{gd} tende ad essere infinitesima e pertanto il segnale di tensione tende ad essere trasferito invariato direttamente all'uscita, per cui $G(\infty) = 1$.

Tentando di disegnare il diagramma di Bode del modulo del guadagno, è facile concludere che il raccordo tra i due valori asintotici del trasferimento impone che ci sia anche uno zero.

Per quanto riguarda la fase, si noti che a bassa frequenza il guadagno è negativo mentre ad alta frequenza il guadagno è positivo. La fase deve pertanto variare di 180° , operazione possibile solo se lo zero introduce uno sfasamento equiverso a quello del polo, cioè se lo zero è positivo.

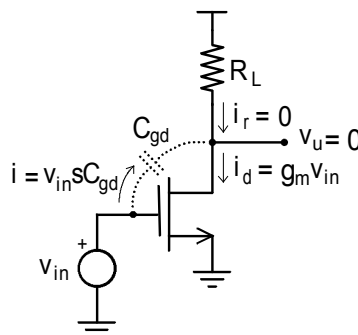


Fig. 9.13 Considerazioni circuitali per il calcolo dello zero della funzione di trasferimento del circuito della Fig. 9.12.

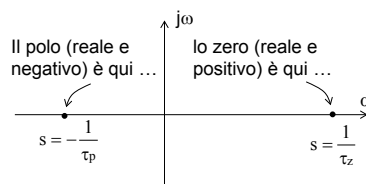
ZERO POSITIVO (a destra nel piano di Gauss)

Una funzione di trasferimento con zero positivo ha ad esempio la forma :

$$T(s) = \frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \cdot \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{1 + sC_{gd}R_L}$$

Lo zero è positivo perchè per azzerare la funzione di trasferimento bisogna che sia $s = g_m/C_{gd}$, appunto positivo !

Nel piano di Gauss, il polo e lo zero sarebbero posti sull'asse delle ascisse come nella figura seguente:



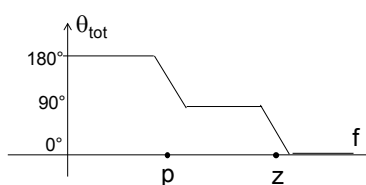
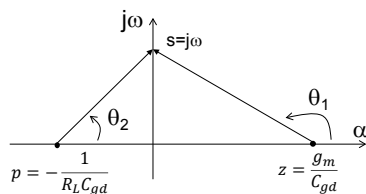
Lo zero positivo ha effetto nel definire lo sfasamento tra la sinusoide applicata all'ingresso e quella prodotta all'uscita del circuito. Riscrivendo la $T(s)$ nella forma :

$$T(s) = \frac{V_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \frac{1 - s\tau_z}{1 + s\tau_p} = -g_m R_L \frac{\tau_z}{\tau_p} \cdot \frac{(-)(s - \frac{1}{\tau_z})}{(s - (-\frac{1}{\tau_p}))}$$

allo spostarsi del punto $s=j\omega$ lungo l'asse "jω" del piano complesso, vale a dire al variare della frequenza $\omega=2\pi f$, l'argomento della $T(s)$, vale a dire lo sfasamento cercato, è rappresentato dagli angoli che i vettori formano con l'asse orizzontale orientato:

$$\arg(T(j\omega)) = \arg(g_m R_L \tau_z / \tau_p) + \arg\left(j\omega - \frac{1}{\tau_z}\right) - \arg\left(j\omega - \left(-\frac{1}{\tau_p}\right)\right)$$

come illustrato nella figura seguente



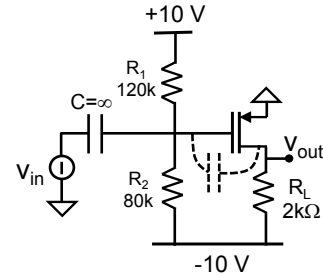
Lo sfasamento totale è dato da

$$\arg(T(j\omega)) = 0 + \theta_1 - \theta_2$$

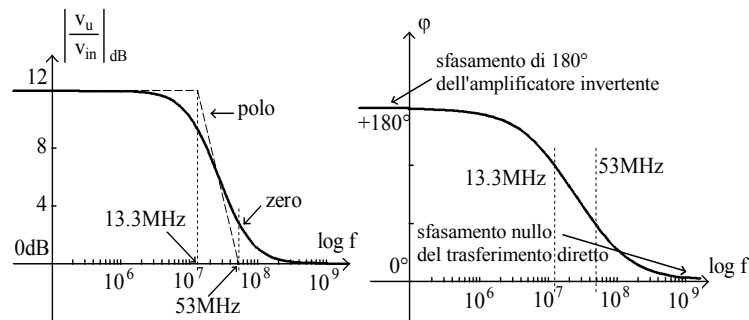
dove θ_1 è maggiore di $\pi/2$ per zeri reali positivi come in questo caso.

Notare che la lunghezza del vettore non cambierebbe per zeri positivi o negativi, e quindi il modulo del diagramma di Bode non cambia !

E 9.8 Calcolare la funzione di trasferimento v_{out}/v_{in} del circuito accanto e disegnarne i diagrammi di Bode del modulo e della fase del trasferimento. Il MOSFET abbia $|V_T|=1V$, $k=1mA/V^2$, $C_{gd}=6pF$, $f_T=100MHz$



La polarizzazione è: $V_{SG}=2V$, $I_D=1mA$ e $g_m=2mA/V$. Il guadagno a bassa frequenza è $G=-g_m(R_L||r_o)=-4$ (12dB), il polo è posto a $f_p=13.3MHz$ e lo zero a $f_z=53MHz$. L'andamento con la frequenza del guadagno e dello sfasamento tra ingresso ed uscita evidenziano una banda passante di circa 10MHz.



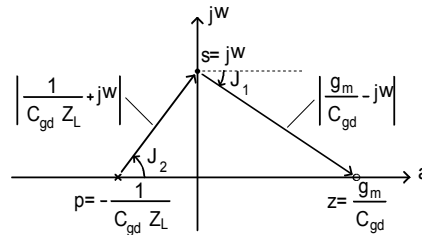
Si noti come lo zero positivo non alteri la costruzione del modulo della funzione di trasferimento rispetto a quando lo zero è negativo, ma cambia lo sfasamento.

E 9.9 Visualizzare l'andamento della funzione di trasferimento dell'esercizio precedente nel piano di Gauss invece che con i diagrammi di Bode.

Per quanto riguarda il modulo, si riscriva la (9.10) nella forma

$$\left| \frac{v_u}{v_{in}} \right| = | -g_m R_L | \cdot \frac{| C_{gd} / g_m |}{| C_{gd} R_L |} \cdot \frac{\left| \frac{g_m}{C_{gd}} - j\omega \right|}{\left| \frac{1}{C_{gd} R_L} + j\omega \right|} = \frac{\left| \frac{g_m}{C_{gd}} - j\omega \right|}{\left| \frac{1}{C_{gd} R_L} + j\omega \right|},$$

dove il numeratore ed il denominatore corrispondono, rispettivamente, alla lunghezza del vettore congiungente il punto $s=j\omega$ con lo zero ed a quella del vettore congiungente il polo con il punto $s=j\omega$, come illustrato nella figura:



Allo spostarsi del punto $s=j\omega$ verticalmente lungo l'asse delle ordinate, vale a dire al variare della frequenza, il rapporto tra le lunghezze dei due vettori fornisce il modulo del guadagno alla pulsazione ω . Ad esempio, quando si opera in continua ($\omega=0$), la lunghezza dei due vettori è $|z|=53\text{MHz}$ e $|p|=13.3\text{MHz}$, ed il loro rapporto è proprio il valore 4 trovato precedentemente. Ad $\omega=\infty$ invece i due segmenti tendono a diventare uguali per cui il loro rapporto è unitario (0dB). L'argomento della (9.10) è rappresentato dagli angoli che i vettori formano con l'asse orizzontale orientato. Lo sfasamento totale è dato da

$$\arg (v_u/v_{in}) = \pi + \theta_1 - \theta_2 ,$$

dove θ_1 è negativo per zeri reali positivi come in questo caso.

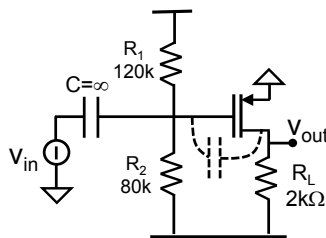
NOTE AVANZATE di PROGETTO (1)

Come deve essere un circuito per guadagnare sempre 1 a tutte le frequenze ma cambiare di segno da una certa frequenza in poi ?

O meglio, con linguaggio più tecnico :

*Come si progetta un **circuito sfasatore puro** ?*

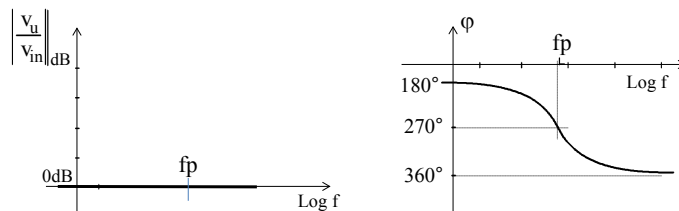
Per fare ciò bisogna fare coincidere lo zero destro con il polo.
Prendiamo ad esempio il circuito già visto nell'Es. 9.8.



Per spostare lo zero verso il polo si può diminuire la transconduttanza del FET cambiandone la polarizzazione o spostare il polo verso lo zero diminuendo il valore della resistenza di carico.

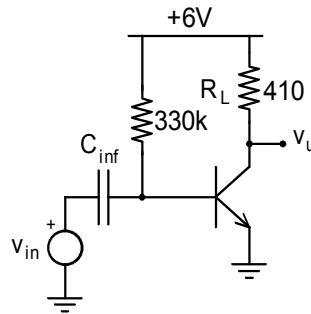
Quando il polo e lo zero coincidono il guadagno è sempre pari ad 1 !

Per quanto riguarda l'andamento della fase, in corrispondenza della frequenza delle due singolarità coincidenti, lo sfasamento φ è pari a 90° .



Circuiti di questo tipo, in cui il guadagno in modulo è sempre 1 mentre al variare della frequenza cambia solo la fase tra i segnali di ingresso e di uscita, sono chiamati **circuiti sfasatori puri**.

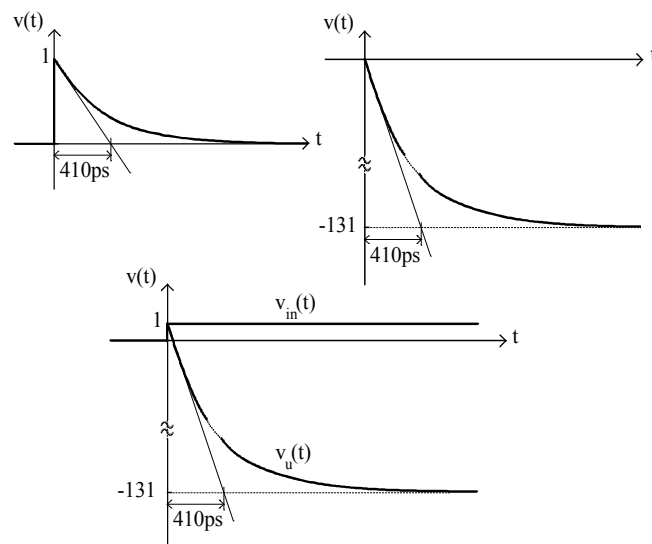
E 9.10 Disegnare l'andamento temporale del segnale di tensione al morsetto di uscita del seguente circuito, quando all'ingresso è applicato un gradino di tensione d'ampiezza $A=1\text{mV}$. Il BJT abbia $\beta=500$ e $C_\mu=1\text{pF}$.



La polarizzazione fornisce $I_C=8\text{mA}$ e $g_m=320\text{mA/V}$. Quindi $\tau_z=3\text{ps}$, $\tau_p=0.4\text{ns}$. Il segnale di uscita è ottenibile dalla (9.10) ponendo $v_{in}(s)=A/s$. L'espressione può essere riscritta nella seguente forma

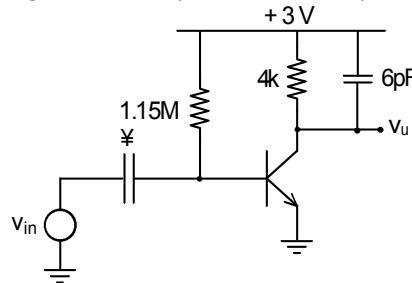
$$v_u = \frac{A \cdot C_\mu R_L}{1 + s C_\mu R_L} - \frac{A}{s} \cdot \frac{g_m}{C_\mu} \cdot \frac{C_\mu R_L}{1 + s C_\mu R_L} = a(t) - b(t)$$

i cui singoli addendi e la risposta complessiva sono rappresentati graficamente nella figura seguente.



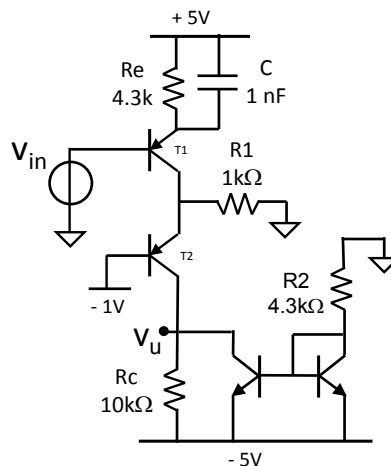
Come ci si aspetta, sul fronte il trasferimento è unitario, mentre quando l'ingresso si è stabilizzato al livello stazionario, l'uscita è invertita e lo stadio guadagna $G=-g_m R_L$.

E 9.11 Si consideri il seguente circuito a BJT ($\beta=100$, $r_o=80k\Omega$, $C_\mu=0.3pF$, $f_T=700MHz$), il cui carico mostra non solo una componente resistiva ma anche una componente capacitiva rappresentata da $C_L=6pF$. Determinare i poli e gli zeri della funzione di trasferimento.



La polarizzazione del dispositivo determina $1/g_m=125\Omega$ e $V_u\cong+2.1V$. Benché vi siano 3 capacità di valore finito, nella schematizzazione analizzata si ha un solo polo. Infatti, la capacità $C_\pi=1.5pF$ è cortocircuitata, sul segnale, dal generatore di tensione; C_μ e C_L sono componenti in serie lungo una maglia e pertanto non sono tra loro indipendenti (fissata la tensione ai capi dell'una è fissata la tensione anche ai capi dell'altra). Spento il generatore di segnale, la carica accumulata sui due condensatori può scaricarsi attraverso R_L ed r_o , con una costante di tempo $\tau=(R_L\parallel r_o)(C_\mu+C_L)=24ns$ a cui corrisponde una frequenza $f_p=6.6MHz$. Lo zero invece interviene alla frequenza $f_z=4.2GHz$. La capacità C_L non ha effetto sullo zero. Infatti, ritornando a considerare la Fig.9.13, ci si può facilmente rendere conto che una capacità in parallelo al morsetto di uscita non interviene nel bilancio tra la corrente erogata sul segnale dal transistor e la corrente che attraversa C_μ per avere $v_u=0$.

- E 9.12** Il circuito della figura sotto utilizza BJT con (The circuit below uses BJT having) $\beta=500$ e curve caratteristiche ideali ($V_a=\infty$)
- Calcolare la tensione d'uscita in assenza di segnale all'ingresso. (Find V_u when no signal is present at the input)
 - Disegnare in un grafico quotato l'andamento in frequenza (modulo e fase) dell'impedenza di ingresso del circuito (Draw the input impedance of the circuit as a function of frequency).
 - Calcolare la distorsione di seconda armonica all'uscita V_u quando all'ingresso è applicata una sinusoide a 100MHz ed ampiezza 2mV. (Find the harmonic distortion HD2 at the output when a sinusoidal signal at 100MHz and amplitude 2mV is applied to the input)
 - Tracciare il diagramma di Bode (modulo e fase) del guadagno $G=V_u(s)/V_{in}(s)$ quando, in aggiunta alla $C=1nF$ di bypass, ci sia anche la capacità $C_{bc}=C_{\mu}=0.1pF$ del solo transistor T2. (Consider, in addition to $C=1nF$, also the capacitance $C_{bc}=0.1pF$ of only transistor T2. Draw the Bode diagram of the gain $G=V_u(s)/V_{in}(s)$).
 - Calcolare la massima ampiezza di una sinusoide V_{in} alla frequenza di 1kHz e quella alla frequenza di 50MHz applicabile al circuito. (Find the maximum amplitude of a sinusoid at 1kHz and at 50MHz that can be applied to the input).



9.4.4 Sola capacità C_{gd} (C_{μ}), pilotata da un generatore reale

Quando l'amplificatore Source (Emettitore) a massa è pilotato da una sorgente con resistenza di uscita, R_i , finita (Fig.9.14), il calcolo della funzione di trasferimento nel caso in cui il transistor abbia solo la capacità C_{gd} (C_{μ}) è un po' più complicato perché entrambi gli estremi della capacità si muovono in tensione a cavallo di un elemento amplificante.

Guardando il circuito a MOSFET della Fig.9.14 si vede che:

- i) il **guadagno** in DC è pari a $G(0) = -g_m R_L$;
- ii) il **valore dello zero** è identico a quello calcolato nel paragrafo precedente, sempre positivo e pari a $s = g_m / C_{gd}$;
- iii) la **risposta nel tempo** ad un gradino positivo di ingresso è qualitativamente simile a quella trovata per il circuito della Fig.9.12. Cambia l'ampiezza della piccola salita iniziale, ora pari a

$$v_u(0+) = v_{in} \frac{1/g_m \parallel R_L}{R_i + 1/g_m \parallel R_L}$$

perché sul fronte del gradino la capacità si comporta da cortocircuito ed il transistor mostra una impedenza pari a $1/g_m$ in parallelo ad R_L .

- iv) Cambia la costante di tempo di scarica perché cambia la **resistenza vista ai capi della capacità C_{gd}** . Per calcolarla possiamo sostituire alla capacità un

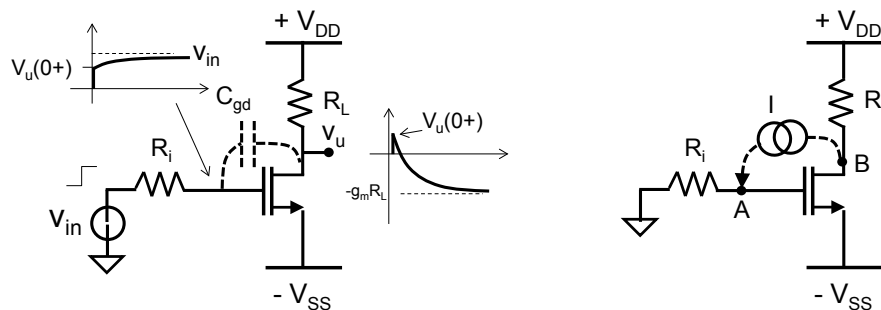


Fig. 9.14 *Stadio Source comune alimentato con un generatore di tensione reale, in cui sia presente solo la capacità C_{gd} . Sono disegnate la risposta nel tempo del Gate del MOSFET e dell'uscita nel caso di un gradino di tensione all'ingresso. A destra lo schema per calcolare la resistenza vista ai capi della capacità.*

generatore di sonda di corrente e calcolare la corrispondente variazione di tensione tra i due punti A e B, come evidenziato nella figura 9.14. La resistenza cercata non sarà altro che $Z=(V_A-V_B)/I$. Poiché entrambi i punti A e B si spostano in tensione, è necessario impostare il sistema di bilancio ai due nodi A e B:

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ \frac{-V_B}{R_L} = I + g_m \cdot V_A \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_L + I \cdot g_m \cdot R_L \cdot R_i$$

ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R = \frac{V_A - V_B}{I} = R_i (1 + g_m \cdot R_L) + R_L \quad (9.11)$$

La costante di tempo del **polo** introdotto dalla capacità C_{gd} sarà quindi

$$\tau = C_{gd} \cdot [R_i (1 + g_m \cdot R_L) + R_L] \quad (9.12)$$

Essa è quindi ben diversa dal semplice prodotto tra C_{gd} e le resistenze fisiche R_i ed R_L del circuito, per via del termine moltiplicativo della sola R_i dato da $(1+g_m R_L)$ in cui riconosciamo il guadagno di tensione $G=-g_m R_L$ tra A e B. Il valore della costante di tempo del circuito sarà quindi tendenzialmente elevato e proporzionalmente più grande quanto più il circuito guadagna. Questo è spiacevole: se cercassi di guadagnare dieci volte di più (ad esempio con g_m dieci volte più grande) mi ritroverei con un amplificatore con una banda passante dieci volte più piccola! Si dice che in questi casi il **prodotto guadagno x banda (GBWP: Gain Bandwidth Product)** del circuito è **costante**.

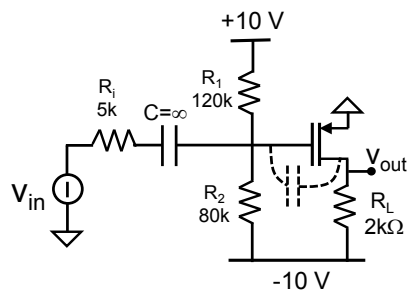
La funzione di trasferimento dell'amplificatore della Fig.9.14 è quindi

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \cdot \frac{1 - s C_{gd} / g_m}{1 + s C_{gd} [R_i (1 + g_m \cdot R_L) + R_L]} \quad (9.13)$$

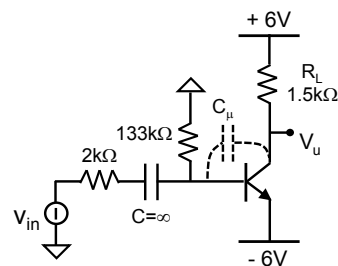
Quando si analizza l'analogo **amplificatore a BJT**, il calcolo è identico e le considerazioni sono le stesse, avendo cura di considerare la presenza della resistenza β/g_m tra Base e massa, ottenendo quindi

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -\frac{\beta/g_m}{R_i + \beta/g_m} g_m R_L \cdot \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{1 + sC_{gd}[R_i \parallel \beta/g_m (1 + g_m \cdot R_L) + R_L]} \quad (9.14)$$

E 9.14 Ricalcolare la funzione di trasferimento v_u/v_{in} del circuito di E 9.8 (MOSFET con $|V_T|=1V$, $k=1mA/V^2$, $C_{gd}=6pF$, $f_T=100MHz$) in cui ora il generatore di segnale abbia resistenza di uscita di $5k\Omega$. Confrontare la banda dei due circuiti.



E 9.15 Calcolare la funzione di trasferimento del circuito accanto che utilizza un BJT con $\beta=100$ e $C_\mu=4pF$ e disegnare l'andamento nel tempo del segnale di uscita ad un gradino di ingresso ampio $10mV$.



EFFETTO di AMPLIFICAZIONE DELLA CAPACITA' DI PONTE

Per intuire il motivo per cui la τ abbia la forma (9.12), si pensi alla variazione della carica accumulata sulle armature di C_{gd} quando lo stadio è forzato da un segnale a gradino di tensione v_{in} . Con riferimento alla Fig.9.15, esaurito il transitorio di carica della capacità, il potenziale del morsetto di Drain sarà diminuito della quantità $g_m R_L v_{in}$ generando una variazione effettiva della tensione ai capi di C_{gd} pari a $\Delta V_C = v_{in} + g_m R_L v_{in}$. Pertanto sulle armature di C_{gd} la variazione di carica è stata di $Q = (1 + g_m R_L) v_{in} C_{gd}$, carica che deve essere fornita dal generatore di tensione v_{in} . Questa è la stessa carica che v_{in} erogherebbe ad una capacità ben più grande di C_{gd} e pari a $C_{eq} = (1 + G) C_{gd} = (1 + g_m R_L) C_{gd}$ posta tra Gate e massa (Fig.9.15 a destra). Ci si attende, quindi, che la capacità C_{gd} contribuisca alla costante di tempo associata alla rete di ingresso con un termine del tipo $(1 + g_m R_L) C_{gd} R_i$, come effettivamente ci viene detto dalla (9.12).

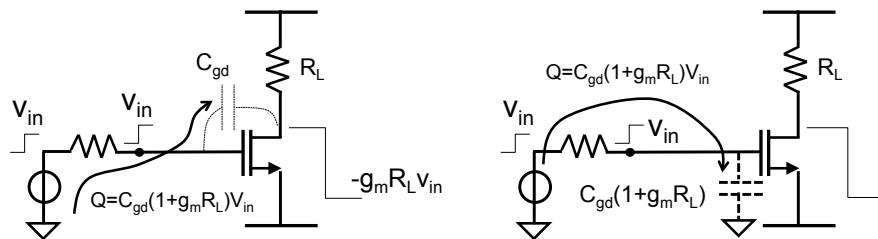


Fig. 9.15 Visualizzazione (a sinistra) della quantità di carica che deve essere messa sui piatti della capacità C_{gd} per assicurare il previsto guadagno di tensione tra ingresso ed uscita. A destra è riportato l'equivalente circuito in cui la stessa carica è fornita da V_{in} ma su una capacità verso massa.

Per rendere più veloce un amplificatore così fatto bisogna i) progettare bene lo stadio precedente in modo che R_i sia la più piccola possibile e ii) non esagerare con il suo guadagno di tensione ! iii) Oppure anche ... (vedi §9.6).

9.4.5 Amplificatore Source (Emettitore) comune con entrambe le capacità C_{gs} e C_{gd} (C_{π} e C_{μ})

Facendo tesoro delle idee viste nei paragrafi precedenti, sarà ora facile analizzare il comportamento dell'amplificatore con il Source (Emettitore) comune nella sua configurazione reale, cioè quando sono compresenti ed attive entrambe le capacità C_{gs} e C_{gd} come evidenziato nella Fig.9.16. Per comodità possiamo tenere come riferimento con cui confrontarci la funzione di trasferimento esatta del circuito ottenuta impostando il sistema di equazioni di bilancio ai nodi del circuito:

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{s^2 R_L R_i C_{gd} C_{gs} + s[R_i C_{gs} + R_L C_{gd} + R_i C_{gd}(1 + g_m R_L)] + 1} \quad (9.15)$$

Vediamo quali considerazioni possono essere fatte immediatamente sulla base di quanto visto fino ad ora non solo per interpretare la (9.15) ma anche per giungervi facilmente senza passare per i calcoli :

- Nel caso si usi un MOSFET, il guadagno a media frequenza, quando le capacità del transistor non intervengono, è pari a $G(0) = -g_m R_L$. Esso è il termine moltiplicativo di (9.15).
Nel caso si usi un BJT, la partizione di R_i con la resistenza di ingresso β/g_m determinerebbe un guadagno pari a $G(0) = -\beta R_L / (R_i + \beta/g_m)$.
- lo zero è identico a quello trovato nel §9.4.3 sia per il MOSFET che per il BJT, cioè pari a $(1 - sC_{gd}/g_m)$ per il MOSFET e $(1 - sC_{bc}/g_m)$ per il BJT.
- la funzione di trasferimento avrà due poli essendo le due capacità

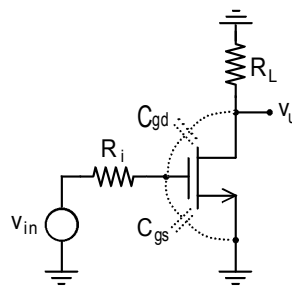


Fig. 9.16 *Stadio Source comune alimentato con un generatore di tensione reale. Entrambe le capacità C_{gs} e C_{gd} del transistor concorrono a determinare la risposta in frequenza del circuito.*

indipendenti. La frequenza a cui essi intervengono non è immediatamente ottenibile perché le due capacità *interagiscono* tra di loro: l'interazione si esprime in un denominatore di secondo grado nella forma as^2+bs+1 .

Sulla base di queste considerazioni, la funzione di trasferimento per il circuito a MOSFET sarebbe scrivibile come:

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{s^2 a + sb + 1} \quad (9.16)$$

Per calcolare le costanti di tempo associate ai due poli al denominatore, in mancanza della conoscenza precisa dei termini “a” e “b”, si può ricorrere alle considerazioni viste in “Appendice C” per un circuito con più di una costante di tempo.

Il **coefficiente b del termine di primo grado** è sempre esattamente pari alla somma delle costanti di tempo associate a ciascun condensatore quando gli altri sono stati rimossi

$$b = \sum_{j=1}^n C_j R_j . \quad (9.17)$$

Nel nostro caso gli addendi sono due, essendo due le capacità.

Per valutare la **resistenza vista in parallelo da C_{gs}** quando $C_{gd}=0$ si deve pensare di applicare nella posizione del condensatore un segnale sonda di corrente (Fig.9.17a) e di valutare la tensione che si sviluppa ai suoi capi. Nel caso specifico, si ottiene semplicemente R_i e quindi l'addendo associato alla capacità C_{gs} è

$$\tau_{gs} = R_i C_{gs} \quad (9.18)$$

Per valutare la **resistenza vista in parallelo da C_{gd}** quando $C_{gs}=0$, con riferimento

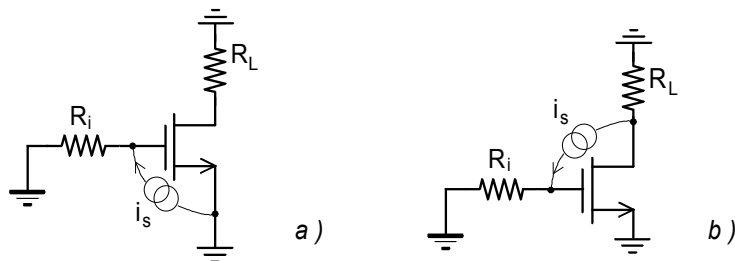


Fig. 9.17 Schemi circuitali per calcolare le resistenze viste ai capi delle due capacità, C_{gs} (a) e C_{gd} (b).

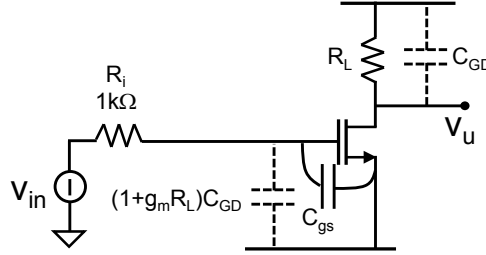


Fig. 9.18 Schema del circuito della Fig. 9.15 in cui la capacità C_{gd} è stata scomposta “alla Miller” in due capacità (una tra Gate e massa e l’altra tra Drain e massa) in modo da memorizzare la (9.19).

alla Fig.9.17(b), si svolgono gli stessi calcoli del paragrafo precedente ottenendo la resistenza $[R_i(1+g_m R_L)+R_L]$. Il secondo addendo del termine “b” associato a C_{gd} è quindi:

$$\tau_{gd} = C_{gd}[R_i(1 + g_m R_L) + R_L] \quad (9.19)$$

Il coefficiente del termine di 1° grado al denominatore della (9.16) è pertanto la loro somma

$$b = R_i C_{gs} + R_i C_{gd}(1 + g_m R_L) + R_L C_{gd} \quad (9.20)$$

Utilizzando la (9.20), si può aggiornare la funzione di trasferimento del circuito :

$$\frac{v_u}{v_{in}} = -g_m R_L \frac{1 - s C_{gd}/g_m}{s^2 a + s[R_i C_{gs} + R_i C_{gd}(1 + g_m R_L) + R_L C_{gd}] + 1} \quad (9.21)$$

Il **polo prevalente del circuito** (cioè la radice a più bassa frequenza dell’equazione di secondo grado al denominatore della (9.21)), ipotizzando che i due poli abbiano frequenze caratteristiche sufficientemente distanti (circa una decade) tra loro come visto in “Appendice C”, è ben stimato dal solo termine b che abbiamo appena confezionato, nella forma:

$$p_L \cong -\frac{1}{b} = -\frac{1}{[R_i C_{gs} + R_i C_{gd}(1 + g_m R_L) + R_L C_{gd}]} \quad (9.22)$$

Ne deduciamo che stimare il polo prevalente di un circuito anche complesso in cui varie capacità interagiscono tra di loro è relativamente facile! Per quanto visto fino ad ora ognuno dei 3 termini della (9.20) ha un preciso significato fisico-circuitale che qui di seguito riassumiamo con l’aiuto della Fig.9.18:

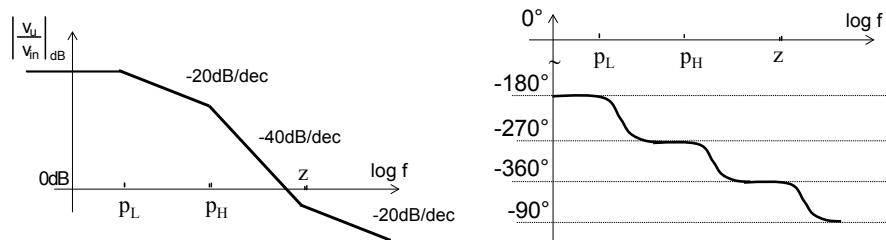


Fig. 9.19 Diagramma di Bode del modulo e della fase del guadagno del circuito della Fig. 9.16.

- $\tau_1 = R_i C_{gs}$ è la costante di tempo dovuta alla scarica della capacità C_{gs} sulla resistenza vista all'ingresso;
- $\tau_2 = R_i C_{gd}(1 + g_m R_L)$ è la costante di tempo associata alla scarica della capacità di ponte C_{gd} attraverso la rete di ingresso. Questa costante è spesso detta *costante di tempo di Miller* e l'alterazione del valore della capacità di ponte ai fini della valutazione della costante di tempo della maglia di ingresso è indicata come *effetto Miller*. Il nome è legato ad un teorema di teoria delle reti, il teorema di Miller, che consente di scomporre una generica ammettenza Y_{12} posta tra due nodi di una rete (proprio come la capacità C_{gd}) in due ammettenze equivalenti posti tra i nodi e massa.
- $\tau_3 = R_L C_{gd}$ può essere vista come la costante di tempo legata alla scarica dell'altro piatto della capacità di ponte C_{gd} sulla resistenza vista al Drain;

Il **secondo polo del circuito** starà ad una frequenza più elevata di p_L appena trovato. Se si conoscesse il termine "a" della (9.21), il calcolo sarebbe immediato e preciso. In mancanza di questo, una via per stimarlo è quella di confrontare i valori di (9.18) e di (9.19), cioè dei 2 addendi che costituiscono il termine b. Il termine maggiore definisce la capacità (tra le due presenti) che interviene a frequenza più bassa. Volendo esplorare le frequenze più alte, questa capacità sarà già intervenuta. Pertanto non ci resta che farla effettivamente intervenire, cortocircuitandola nel circuito della Fig. 9.16. Il "nuovo circuito" che ne consegue avrà solo l'altra capacità che ora vede un insieme di resistenze ai suoi capi che in generale è diverso da quello calcolato prima. Pertanto la nuova costante di tempo che ad alte frequenza interverrà sarà data dal prodotto della rimanente capacità con la resistenza vista in questa nuova situazione. Essa definirà il secondo polo, a frequenza maggiore del primo. I successivi esercizi aiuteranno a prendere dimestichezza con questo tipo di calcolo.

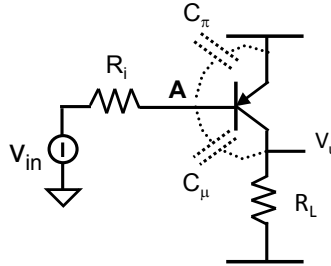


Fig. 9.20 Amplificatore utilizzando un BJT pnp con evidenziate le capacità tra i morsetti che concorrono alla sua risposta in frequenza.

Operando in questo modo si raggiungono risultati molto vicino ai valori veri dei due poli, ottenibili eventualmente in un secondo tempo con precisione utilizzando un simulatore circuitale. Come visto in Appendice C, se anche i due valori di (9.18) e di (9.19) fossero uguali (caso più sfortunato), eliminare l'uno e tenere l'altro darebbe un errore nei valori finali dei poli solamente di un fattore 2. A meno di esigenze particolari, non è quindi in generale necessario calcolare l'equazione (9.15) di secondo grado al denominatore né tanto meno risolverla!

La Fig.9.19 visualizza un possibile andamento della funzione di trasferimento del circuito al variare della frequenza del segnale di ingresso, nell'ipotesi che $f_p < f_z$. La presenza di un guadagno invertente, di due poli e di uno zero positivo comporta uno sfasamento tra ingresso ed uscita che asintoticamente tende a 90° .

L'analisi di uno stadio **Emettitore comune** (Fig.9.20) porta ad identiche conclusioni. Il polo prevalente (termine b) per un amplificatore a BJT è quindi:

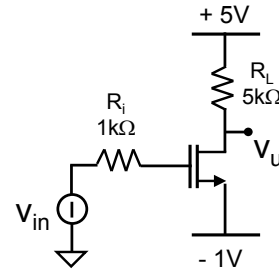
$$p_L \cong -\frac{1}{b} = -\frac{1}{\left[C_\pi(R_i \parallel \beta/g_m) + (R_i \parallel \beta/g_m)C_\mu(1 + g_m R_L) + R_L C_\mu \right]} \quad (9.23)$$

I risultati ottenuti in questo paragrafo mettono in luce un fatto molto importante: poiché normalmente il termine $R_i C_{gd}(1 + g_m R_L)$ nella (9.22) o il termine $(R_i \parallel \beta/g_m)C_\mu(1 + g_m R_L)$ nella (9.23) è il termine dominante in un amplificatore ad alto guadagno, ne risulta che il guadagno di uno stadio e la sua banda passante non sono due grandezze indipendenti. Infatti, a causa della capacità di ponte C_{gd} (C_μ), un aumento dell'amplificazione comporta un aumento della costante di tempo associata al primo polo. A questo punto, una maggiore amplificazione è pagata con una corrispondente diminuzione della banda dello stadio. *In generale sono gli stadi che amplificano a limitare la banda di un circuito.*

E 9.16

Si analizzi il comportamento in frequenza del seguente amplificatore di tensione impiegante un MOSFET con $k=2\text{mA/V}^2$, $V_T=0.5\text{V}$, $r_o=\infty$, $C_{gs}=C_{gd}=1\text{pF}$. In particolare:

- Calcolare il guadagno a bassa frequenza del circuito
- Calcolarne il polo prevalente che determina la banda passante
- Stimare il polo ad alta frequenza
- Confrontare i valori stimati dei poli con quelli esatti ottenibili dal calcolo dell'equazione di bilancio ai nodi, e commentare.
- Calcolare lo zero
- Disegnare in un diagramma di Bode quotato l'andamento con la frequenza del modulo e della fase del guadagno.



- La polarizzazione porta l'uscita a $V_u=+2.5\text{V}$ e fa lavorare il MOSFET con $g_m=2\text{mA/V}$ ($1/g_m=500\Omega$). Pertanto $G(0)=-10$.

- Il coefficiente b del termine di primo grado al denominatore della funzione di trasferimento è:

$$b=C_{gs}R_i+C_{gd}(R_L+R_i(1+g_mR_L))=1\text{ns}+16\text{ns}=17\text{ns}$$

Il polo prevalente è quindi alla frequenza $f_L=9.3\text{MHz}$.

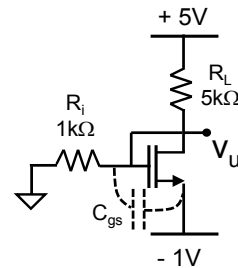
- Poiché nell'espressione di b l'addendo legato a C_{gd} ha il valore maggiore, a frequenze superiori a f_L la capacità C_{gd} sarà già intervenuta.

Cortocircuitandola si abbassa il problema di un grado e si può calcolare la resistenza che in questa situazione la restante capacità C_{gs} vede ai suoi capi, e quindi la corrispondente costante di tempo, pari a

$$\tau=C_{gs}(R_i||R_L||1/g_m)\approx 312\text{ps}$$

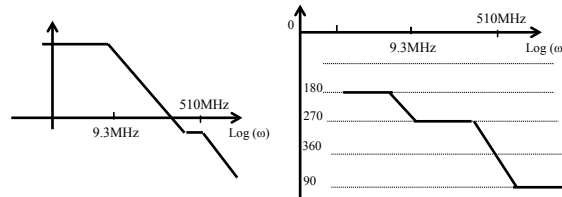
da cui consegue un valore del polo ad alta frequenza di circa $f_H\approx 510\text{MHz}$.

- Calcolando l'espressione precisa del trasferimento si sarebbero ottenuti i seguenti due valori: $f_L=9.5\text{MHz}$ e $f_H=531\text{MHz}$, confermando l'utilità e la ragionevole precisione del metodo sintetico utilizzato.



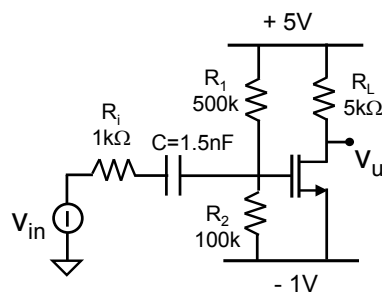
- Lo zero è alla frequenza $f_z=318\text{MHz}$, ricordando che nel piano complesso si posiziona a destra dell'origine degli assi.

- I diagrammi di Bode del modulo e della fase risultano quindi i seguenti:



La banda passante del circuito può quindi essere presa pari a circa 9MHz.

E 9.17 Commentare l'effetto dell'accoppiamento in AC del seguente circuito, identico per il resto al precedente.

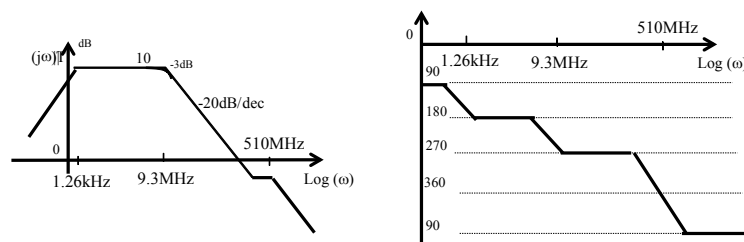


La presenza del condensatore di disaccoppiamento non consente la trasmissione delle componenti in continua della tensione di segnale, e pertanto introduce uno zero nell'origine della funzione di trasferimento. Inoltre, scaricandosi su una resistenza pari a $84k\Omega$, determina un polo a 1260Hz. A queste frequenze gli elementi reattivi del transistor sono ben lontani dall'intervenire e quindi la loro esistenza può essere trascurata. Per frequenze maggiori di qualche kHz, l'impedenza del condensatore di disaccoppiamento diventa trascurabile (il condensatore si comporta come un cortocircuito) e l'amplificazione dello stadio raggiunge il valore di -10.

In alternativa a queste considerazioni, si sarebbe potuto analizzare il circuito nel suo complesso calcolando il valore di b :

$$b = C(R_1 \parallel R_2 + R_i) + C_{gs}R_1 \parallel R_2 + C_{gd}(R_L + R_1 \parallel R_2(1 + g_m R_L)) = 126\mu s + 1ns + 16ns = 126\mu s$$

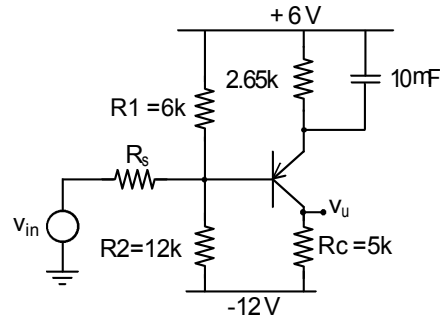
Da cui si vede che il polo prevalente $f_L = 1/2\pi b$ è determinato dalla capacità C , intervenuta la quale (e quindi cortocircuitata) l'analisi diventa in tutto uguale a quella fatta nell'esercizio precedente, perché $R_i < R_1 \parallel R_2$.



E 9.18 Si consideri il seguente circuito a BJT ($\beta=100$, $f_T=1\text{GHz}$, $C_\mu=0.2\text{pF}$).

a) Calcolare l'ampiezza del segnale in uscita al variare della frequenza del segnale forzante, supponendo che $R_s=1\text{k}\Omega$.

b) Studiare come varia la banda passante quando si usa un generatore di segnale con $R_s=50\Omega$



(a) - $I_C=2\text{mA}$ e $C_\pi=12.5\text{pF}$. La capacità di *by-pass* tra l'Emettitore e massa determina uno zero a 6Hz ed un polo a 780Hz. Il guadagno a bassissime frequenze ($<6\text{Hz}$) è $G\cong-1.5$ e si stabilizza a $G\cong-195$ in centro banda. Per il calcolo dei poli a più alte frequenze, si valutano le costanti di tempo

$$\tau_\pi=(R_s\|R_1\|R_2\|\beta/g_m)C_\pi=6.1\text{ns}$$

$$\tau_\mu=(R_s\|R_1\|R_2\|\beta/g_m)C_\mu(1+g_mR_c)+R_cC_\mu=40.1\text{ns}$$

Il polo che limita la banda del circuito è quindi a $f_L=3.45\text{MHz}$, mentre quello a più alta frequenza sarebbe a $f_H=1.2\text{GHz}$. Poiché anche lo zero interviene sostanzialmente alla stessa frequenza ($\sim f_T$), ai fini del modulo del trasferimento le due singolarità si elidono. Il diagramma di Bode del guadagno è quindi:



(b) - L'uso di un generatore di segnale con una resistenza serie più piccola permette un maggiore guadagno ($G\cong 400$) ed allarga la banda. Quest'ultima infatti si manterrebbe piatta fino alla frequenza di 25MHz.

E 9.19 Si calcoli la banda passante del circuito proposto nell'esercizio E 9.5, quando si rimuove l'ipotesi semplificativa fatta sulla capacità C_μ assunta ora pari a 4pF.

[$C_\pi=34\text{pF}$, Banda passante 0÷428kHz]

9.4.6 Amplificatore Source (Emettitore) comune con carichi capacitivi

Si consideri ora il caso in cui lo stadio Source comune alimenti un carico con una componente capacitiva, come mostrato nella Fig.9.21. Essa può essere vista come la capacità mostrata dallo stadio successivo di un circuito complesso oppure la capacità mostrata dal trasduttore finale di un sistema elettronico.

Data la particolare disposizione dei tre condensatori, in serie tra di loro sulla maglia del generatore di polarizzazione e quindi non indipendenti tra loro (dopo aver scelto la carica su due condensatori, e quindi anche la tensione ai loro capi, la carica e la tensione sul terzo non è più libera ma fissata), la funzione di trasferimento avrà ancora solo due poli. Sulla base delle considerazioni già fatte nei paragrafi precedenti, essa avrà anche uno zero, calcolato come visto in precedenza.

Per il calcolo del **polo prevalente** (coefficiente b del termine di primo grado al denominatore della funzione di trasferimento), è facile verificare che l'introduzione del carico capacitivo determina solamente la comparsa di un addendo addizionale: $R_L C_L$ (o eventualmente $(R_L || r_o) C_L$ nel caso di resistenza di Drain finita del transistor). Se C_L fosse molto maggiore delle capacità interne del MOSFET, il carico facilmente determinerebbe la banda effettiva dell'intero amplificatore. Il polo prevalente del circuito ha perciò l'espressione

$$p_L \cong -\frac{1}{b} = \frac{1}{[R_i C_{gs} + R_L (C_{gd} + C_L) + R_i C_{gd} (1 + g_m R_L)]}$$

Per ottenere la **stima del secondo polo**, basta individuare all'interno dell'espressione di b il termine prevalente e cortocircuitarne la corrispondente capacità. Di questo "nuovo" circuito si valuta il nuovo termine b che fornirà il valore del secondo polo.

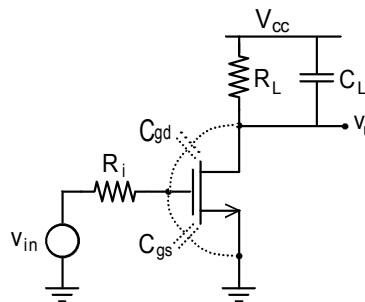


Fig. 9.21 Stadio Source comune con carico capacitivo, alimentato da un generatore di tensione reale.

Provate a confrontare i risultati ottenuti con l'analisi intuitiva appena fatta con le radici del denominatore della funzione di trasferimento esatta della rete, che è :

$$\frac{v_u}{v_{in}} = \frac{-g_m R_L (1 - s C_{gd} / g_m)}{s^2 [C_{gs} R_L R_i (C_{gd} + C_L) + R_L C_L R_i C_{gd}] + s [R_i C_{gs} + R_L (C_{gd} + C_L) + R_i C_{gd} (1 + g_m R_L)] + 1} \quad (9.24)$$

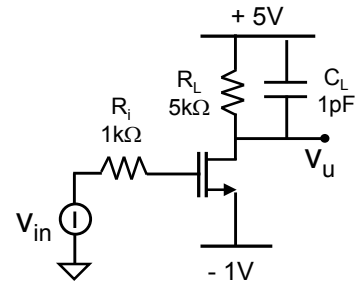
Conviene sottolineare ancora una volta che, mentre è importantissimo ricavare con buona precisione il suo polo dominante fin dalla prima fase di analisi sintetica di un circuito, in modo da avere immediatamente una impressione corretta della sua banda passante (e per nostra fortuna, come visto, questo può essere fatto in modo facile e fisicamente intuitivo), non altrettanto essenziale è avere fin dall'inizio il valore preciso dei successivi poli più veloci.

Questi infatti, definendo alcune caratteristiche "del secondo ordine" del circuito, diventano importanti solo in una fase più avanzata di un progetto elettronico. A quel punto si è comunque portati ad affrontarne il calcolo sistematicamente con un simulatore circuitale tipo SPICE, in cui tenere conto anche di eventuali altre capacità parassite, sempre presenti in un circuito ma ad una prima indagine trascurate, così da avere una rappresentazione precisa del proprio prodotto elettronico prima di mandarlo in produzione.

È facile verificare che una funzione di trasferimento analoga alla (9.24) caratterizza lo stadio **Emettitore comune** di un circuito a BJT con carico capacitivo. Le uniche differenze sono che invece di R_i , nelle espressioni delle costanti di tempo si deve inserire la resistenza $R_i || \beta / g_m$ e che il guadagno in continua risente della partizione tra R_i e β / g_m .

E 9.20

Si ri-analizzi il comportamento in frequenza dell'amplificatore di tensione visto nel E 9.16 (impiegante un MOSFET con $k=2\text{mA/V}^2$, $V_T=0.5\text{V}$, $r_o=\infty$, $C_{gs}=C_{gd}=1\text{pF}$) nel caso in cui ora piloti un carico comprendente anche una capacità $C_L=1\text{pF}$. In particolare:



- Calcolare il polo prevalente che determina la banda passante
- Stimare il polo ad alta frequenza
- Calcolare lo zero
- Disegnare in un diagramma di Bode quotato l'andamento con la frequenza del modulo e della fase del guadagno
- Confrontare i valori stimati dei poli con quelli esatti ottenibili dal calcolo dell'equazione di bilancio ai nodi, e commentare.

- a) Il coefficiente b del termine di primo grado al denominatore della funzione di trasferimento è ora:

$$b = C_{gs}R_i + C_{gd}(R_L + R_i(1 + g_m R_L)) + C_L R_L = 1\text{ns} + 16\text{ns} + 5\text{ns} = 22\text{ns}$$

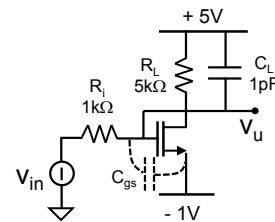
Il polo prevalente si è quindi abbassato, come è ragionevole aspettarsi, e si posiziona alla frequenza $f_L = 7.2\text{MHz}$.

- b) Poiché anche in questo caso nell'espressione di b l'addendo legato a C_{gd} ha il valore maggiore, a frequenze superiori a f_L la capacità C_{gd} sarà già intervenuta.

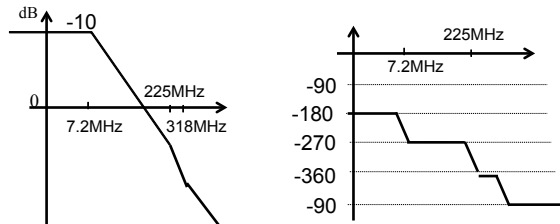
Cortocircuitandola si abbassa il problema di grado. Si vede come le due capacità rimaste siano in parallelo tra loro, in accordo con il fatto che originariamente le tre capacità non erano indipendenti. Si può calcolare la resistenza che in questa situazione la capacità $(C_{gs} + C_L)$ vede ai suoi capi, e quindi la corrispondente costante di tempo, pari a

$$\tau = (C_{gs} + C_L)(R_i || R_L || 1/g_m) = 624\text{ps}$$

da cui consegue un valore del polo ad alta frequenza di circa $f_H \approx 255\text{MHz}$.



- Lo zero si posiziona sempre alla frequenza $f_z = 318\text{MHz}$, a destra nel piano complesso.
- I diagrammi di Bode del modulo e della fase risultano quindi i seguenti:



La banda passante del circuito può quindi essere presa pari a circa 7.2MHz.

- e) Calcolando l'espressione precisa del trasferimento (come da 9.24) si sarebbero ottenuti i seguenti due valori: $f_L=7.3\text{MHz}$ e $f_H=575\text{MHz}$, confermando l'utilità e la ragionevole precisione del metodo sintetico utilizzato.

E 9.21 Come cambierebbe la risposta del circuito precedente se $C_L=100\text{pF}$? Calcolare i nuovi poli e tracciare i nuovi diagrammi di Bode..

($f_L \approx 308\text{kHz}$; $f_H \approx 80\text{MHz}$).

E 9.22 Si analizzi il comportamento del circuito dell'esercizio E 9.3 nel caso in cui, più realisticamente, il generatore di tensione di segnale abbia una resistenza serie $R_i=1\text{k}\Omega$ ed il transistor BJT abbia capacità $C_\mu=2\text{pF}$.

I calcoli portano ad un valore di $1/g_m=81\Omega$ e $C_\pi=56\text{fF}$ ed alle seguenti costanti di tempo:

$\tau_1=56\text{ps}$ (C_π), $\tau_2=4.2\text{ns}$ (C_μ), $\tau_3=4.5\text{ps}$ (C_π). La banda passante del circuito è pertanto limitata a 38MHz, ben inferiore a quella stimata nell'esercizio E 9.3 trascurando C_μ ! Il secondo polo è invece posto alla frequenza di 18GHz.

E 9.23 Si valuti come varia la banda passante del circuito dell'esercizio E 9.18 quando il carico presenta anche una componente capacitiva di 10pF.

[780Hz÷311kHz]

9.5 COMPORTAMENTO IN FREQUENZA DI AMPLIFICATORI CON RESISTENZA AL SOURCE

Nel caso in cui l'amplificatore presenti una resistenza di degenerazione sul Source (Emettitore), il calcolo delle singolarità della funzione di trasferimento è solo di poco più complicato per tener conto del fatto che anche la capacità C_{gs} (C_{be}) viene ora a trovarsi tra due punti del circuito che si muovono entrambi in tensione. Per quanto riguarda il metodo, nulla cambia rispetto a quanto visto nei paragrafi precedenti.

9.5.1 Calcolo dei poli dell'amplificatore a MOSFET

Lo schema circuitale per l'analisi in frequenza di un amplificatore a MOSFET con resistenza R_S di degenerazione sul Source è riportato nella Fig.9.22. La resistenza R_i sintetizza tutte le resistenze viste effettivamente al Gate del transistor (resistenza di uscita dello stadio precedente e resistenze di polarizzazione). La funzione di trasferimento avrà due poli perché i due condensatori sono indipendenti. Poiché i due condensatori interagiscono tra loro, il denominatore della funzione di trasferimento avrà una forma (as^2+bs+1) la cui soluzione darà i due poli cercati. Come già visto, il coefficiente b è la somma delle costanti di tempo ottenute moltiplicando ogni singola capacità per la resistenza vista ai suoi capi quando le altre capacità sono aperte.

Utilizzando l'analisi nodale è possibile calcolare la funzione di trasferimento dello stadio. Il calcolo porta alla seguente espressione

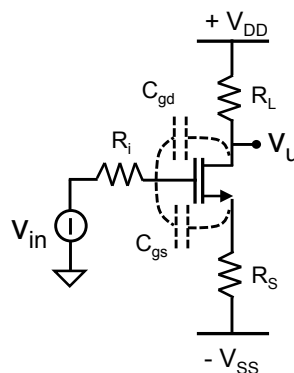


Fig. 9.22 Schema circuitale per l'analisi in frequenza di un amplificatore con resistenza di degenerazione sul Source in cui sono evidenziate le due capacità C_{gs} e C_{gd}

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -\frac{g_m R_L}{1 + g_m R_s} \cdot \frac{-s^2 C_{gd} C_{gs} R_s / g_m - s C_{gd} (R_s + 1/g_m) + 1}{s^2 a + s \left[C_{gd} \left[R_i \left(1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_s} \right) + R_L \right] + C_{gs} \left[R_s \parallel 1/g_m + R_i \left(1 - \frac{R_s}{1/g_m + R_s} \right) \right] \right] + 1} \quad (9.25)$$

dove $a = C_{gs} C_{gd} (R_i R_L + R_i R_s + R_s R_L)$.

Essa coincide con l'espressione che si otterrebbe dalla (9.4), ponendo $Y_s = 1/R_s$, $Y_\mu = sC_{gd}$, $Y_i = 1/R_i$, $Y_\pi = sC_{gs}$, $Y_L = 1/R_L$.

Vediamo nel seguito come arrivare a questo risultato senza passare attraverso l'analisi nodale e come acquisire sensibilità sui componenti circuitali più limitanti. Innanzitutto calcoliamo gli addendi del termine di primo grado al denominatore:

Termine relativo a C_{gd} . Con riferimento alla Fig.9.23(a), la resistenza vista da C_{gd} sarà ottenuta come $R = (V_A - V_B)/I$ dopo avere sostituito alla capacità un generatore di sonda di corrente e calcolato la corrispondente variazione di tensione tra i due punti A e B. Poiché entrambi i punti A e B si spostano in tensione, è necessario impostare il sistema di bilancio ai nodi A e B:

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ -\frac{V_B}{R_L} = I + V_A \frac{1}{1/g_m + R_s} \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_L + I \cdot R_i \cdot \frac{R_L}{1/g_m + R_s}$$

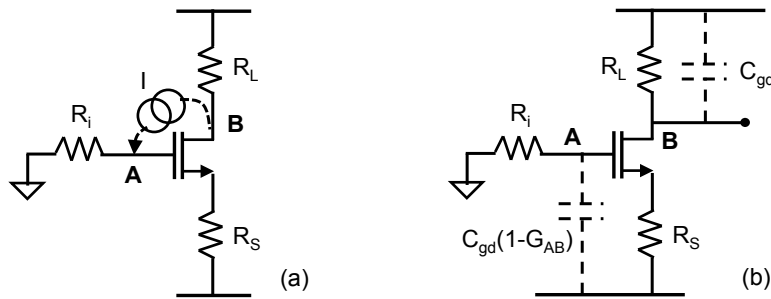


Fig. 9.23 Schema circuitale per il calcolo della resistenza vista dalla capacità C_{gd} e rappresentazione sintetica dello sdoppiamento della capacità alla Miller.

ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R_{gd} = \frac{V_A - V_B}{I} = R_i \left(1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_S} \right) + R_L \quad (9.26)$$

dove all'interno della parentesi tonda si nota nel secondo addendo il guadagno di tensione tra Gate e Drain G_{AB} : $(1-G_{AB})$. La costante di tempo sarà data da :

$$\tau_{gd} = C_{gd} \left[R_i \left(1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_S} \right) + R_L \right] \quad (9.27)$$

Per giustificare il risultato, si pensi alla variazione della carica accumulata sulle armature di C_{gd} quando lo stadio è forzato dal segnale di tensione v_{in} . Come già visto nel caso dell'amplificatore senza resistenza di degenerazione (Fig.9.15) anche ora, esaurito il transitorio di carica della capacità, il potenziale del morsetto di Drain è diminuito del guadagno $G_{AB} = -R_L/(1/g_m + R_S)$ tra V_A e V_B , generando una variazione effettiva della tensione ai capi di C_{gd} pari a $(1 + R_L/(1/g_m + R_S))v_{in}$. Pertanto sulle armature di C_{gd} la variazione di carica è stata di $Q = (1-G_{AB})v_{in}C_{gd}$. Il generatore di tensione v_{in} ha dovuto fornire la stessa carica che avrebbe erogato ad una capacità $C_{eq} = (1 + R_L/(1/g_m + R_S))C_{gd}$ posta tra Gate e massa (Fig.9.23(b)). Ci si attende, quindi, che la capacità C_{gd} contribuisca alla costante di tempo associata alla rete di ingresso con un termine del tipo $(1 + R_L/(1/g_m + R_S))C_{gd}R_i$. L'altro capo della capacità sarebbe invece caricato con la resistenza vista nel nodo B pari a R_L , come indicato dalla (9.27).

Termine relativo a C_{gs} . Con riferimento alla Fig.9.24(a), la situazione è concettualmente simile alla precedente. Il bilancio ai due nodi A e B diventa:

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ I + \frac{V_B}{R_S} = (V_A - V_B) \cdot g_m \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_S \cdot \frac{(1 - g_m R_i)}{(1 + g_m R_S)}$$

ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R_{gs} = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{R_i + R_S}{1 + g_m R_S} = \frac{R_S}{1 + g_m R_S} + R_i \left(1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right) \quad (9.28)$$

La costante di tempo dell'addendo introdotto dalla capacità C_{gs} sarà :

$$\tau_{gs} = C_{gs} \left[R_s \parallel 1/g_m + R_i \left(1 - \frac{g_m R_s}{1 + g_m R_s} \right) \right] \quad (9.29)$$

Essa sarà in generale piccola perché il termine (9.28) è piccolo, essendo le resistenze fisiche divise per il termine $(1+g_m R_s)$. Questo risultato è aspettato. Infatti si pensi alla variazione della carica accumulata sulle armature di C_{gs} quando lo stadio è forzato dal segnale di tensione v_{in} a gradino. Esaurito il transitorio di carica della capacità, il potenziale del morsetto di Source è anch'esso aumentato del guadagno in tensione tra V_A e V_B , $G_{AB}=R_s/(1/g_m+R_s)$, generando una variazione effettivamente piccola della tensione ai capi di C_{gs} pari a $(1-G_{AB})v_{in}$. Quindi per quanto riguarda il generatore di tensione v_{in} , esso deve fornire la stessa carica $Q=(1-R_s/(1/g_m+R_s))v_{in}C_{gs}$ che erogherebbe ad una capacità piccola e pari a $C_{eq}=(1-G_{AB})C_{gd}$ posta tra Gate e massa (Fig.9.24(b)). L'altro capo della capacità sarebbe invece caricato con la resistenza vista nel nodo B pari al parallelo tra $1/g_m$ ed R_s , come indicato dalla (9.29). Ai fini pratici (e per facilmente ricostruire il termine (9.29)), è come se si fosse rimossa la capacità C_{gs} e la si fosse sostituita con due capacità poste rispettivamente tra il Gate e massa e tra il Source e massa come indicato nella Fig.9.24(b).

In conclusione il **termine b** dell'equazione di secondo grado al denominatore della funzione di trasferimento ha la seguente forma:

$$b = C_{gd} \left[R_i \left(1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_s} \right) + R_L \right] + C_{gs} \left[R_s \parallel 1/g_m + R_i \left(1 - \frac{R_s}{1/g_m + R_s} \right) \right] \quad (9.30)$$

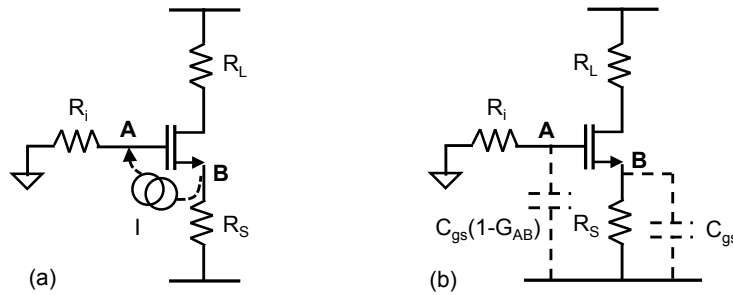


Fig. 9.24 Schema circuitale per il calcolo della resistenza vista dalla capacità C_{gs} e rappresentazione sintetica dello sdoppiamento della capacità alla Miller.

come effettivamente calcolato nella (9.25).

Ci si attende, quindi, che la costante di tempo associata al polo prevalente sia

$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot b}$$

Per calcolare il **polo a frequenza maggiore**, possiamo guardare i due addendi della (9.30) ed individuare il termine con valore maggiore. La capacità corrispondente potrà quindi essere pensata già intervenuta quando andiamo ad esplorare frequenze oltre f_L . Cortocircuitando quella capacità otteniamo perciò un "nuovo" circuito avente una sola capacità, di cui si dovrà calcolare la costante di tempo. Essa sarà il costituente del polo a frequenza elevata, f_H , del circuito completo.

9.5.2 Calcolo degli zeri dell'amplificatore

L'individuazione degli zeri di una funzione di trasferimento quando le capacità interagiscono è molto complessa. Tuttavia si può arrivare ad una buona stima degli zeri immaginando che le capacità agiscano una alla volta senza che le altre siano presenti.

Nel **caso della sola C_{gd}** (Fig.9.25), la frequenza complessa "s" che rende nullo il trasferimento di segnale all'uscita, $v_u(s)=0$, si trova imponendo che non passi corrente in R_L e che quindi la corrente di segnale iniettata dal Gate verso l'uscita attraverso la capacità C_{gd} , pari a $i=V_g/(1/sC_{gd})$, sia esattamente pari a quella prelevata dal Drain del FET per effetto dello stesso segnale v_{in} applicato, ovvero

$$v_g s C_{gd} = v_g \frac{1}{1/g_m + R_S}$$

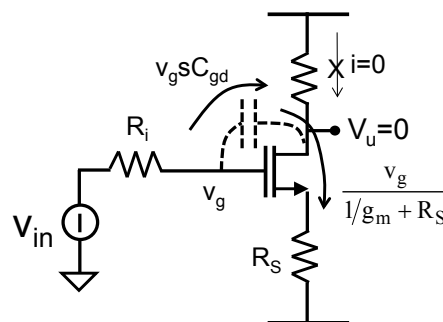


Fig. 9.25 Schema circuitale per la stima dello zero introdotto dalla capacità C_{gd} .

Questa eguaglianza è verificata per la frequenza complessa $s=1/[C_{gd}(1/g_m+R_S)]$. Ci aspettiamo quindi che che

$$f_Z \cong \frac{1}{2\pi C_{gd}(R_S + 1/g_m)} \quad (9.31)$$

sia una buona stima dello zero della funzione di trasferimento. In effetti questo è il valore che si otterrebbe dalla (9.25) nell'ipotesi che l'altro zero disti più di una decade. Infatti il coefficiente b di quel numeratore è proprio pari a (9.31). Si noti che si tratta di uno **zero reale positivo**, posto quindi nel semipiano destro del piano di Gauss. Esso ha quindi la particolarità di sfasare il segnale di ingresso di ulteriori 90° , producendo lo stesso effetto sullo sfasamento di un segnale di quello prodotto da un polo.

Trovato il primo zero ci possiamo chiedere se ne esista un secondo. A tal fine può essere utile analizzare il guadagno a frequenza molto elevata. Con riferimento alla Fig.9.26, quando siamo ad altissima frequenza le due capacità possono essere equiparate ad un cortocircuito per il segnale. Pertanto il guadagno asintotico sarà pari a :

$$G(\infty) = \frac{v_{out}(\infty)}{v_{in}(\infty)} = + \frac{R_L \parallel R_E}{R_i + R_L \parallel R_E}$$

Guardando il modulo della funzione di trasferimento, dovendo partire da un valore finito e giungere ad un valore finito, se ci sono 2 poli dovranno esserci necessariamente due zeri. Guardando la fase, dovendo partire da una fase di -180° (perché il guadagno è invertente a bassa frequenza) ed arrivare ad una fase di 0° (perché il guadagno è positivo), il secondo zero dovrà essere negativo.

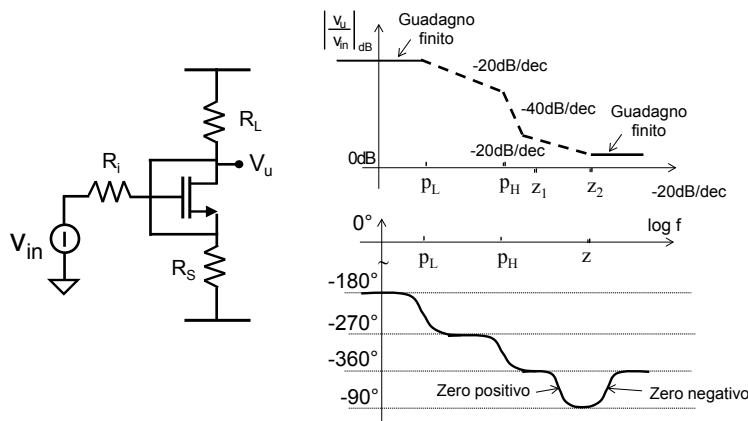
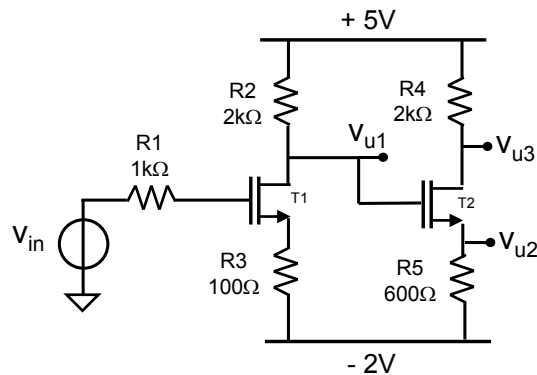


Fig. 9.26 Considerazioni di principio sul funzionamento dell'amplificatore a frequenze elevatissime.

- E 9.24** Si consideri il circuito seguente, i cui MOSFET hanno $V_T=0.8V$, $k=2mA/V^2$ e $V_a=\infty$.
- Calcolare la tensione nei tre punti indicati come possibili uscite, in assenza di segnale.
 - Calcolare il guadagno $G_3=V_{u3}/V_{in}$ del circuito a bassa frequenza.
 - Calcolare il massimo segnale positivo ed il massimo segnale negativo applicabile all'ingresso del circuito
 - Quale tra le due resistenze, $R3$ ed $R5$, produce la maggiore densità spettrale di potenza di rumo-re all'uscita V_{u3} ? Calcolarne il valore.
 - Calcolare la distorsione di seconda armonica presente all'uscita V_{u1} del circuito quando in in-gresso viene applicato un segnale sinusoidale di ampiezza $50mV$ a bassa frequenza.
 - Supporre ora che entrambi i MOSFETs abbiano una $C_{gd}=3pF$. Calcolare la funzione di trasferimento verso l'uscita "1", $G(s)=V_{u1}(s)/V_{in}$ e disegnarne il diagramma di Bode quotato per il modulo e per la fase.



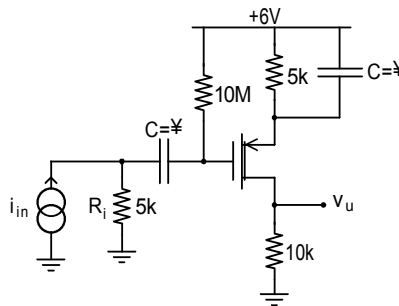
- $V_{u1}=+1V$; $V_{u2}=-0.8V$; $V_{u3}=+1V$. $g_{m1}=g_{m2}=4mA/V$ ($1/g_m=250\Omega$)
- $G=13.4$
- $V_{in|+}=270mV$, limitato da T1. $V_{in|-}=42mV$, limitato da T2.
- $R3$ che produce $S(f)=(17nV/\sqrt{Hz})^2$
- $HD_2=0.64\%$. Si noti che il fatto che T2 entri in zona ohmica non peggiora la distorsione in V_{u1} .
- Le due capacità interagiscono. Una stima del polo prevalente, quello a frequenza più bassa, lo otteniamo ricavando il termine:
 $b=C_{gd1}[R1(1+R2/(R3+1/g_m))+R2] + C_{gd2}[R2(1+R4/(R5+1/g_m))+R4] = 26ns + 26ns$
 che fornisce $f_p \approx 3MHz$.
 Per il calcolo del secondo polo, a frequenza più elevata, bisogna cortocircuitare la capacità che mostra la costante di tempo maggiore. Essendo per entrambe uguale, la scelta è indifferente. Ad esempio, cortocircuitando T2, si ha:

$\tau = C_{gd1}[R1(1+R_a/(R3+1/g_m)+R_a)]$ dove $R_a=R2||R4||(1/g_m+R5)=460\Omega$ ottenendo il secondo polo a $f_{ph}\approx 18\text{MHz}$.

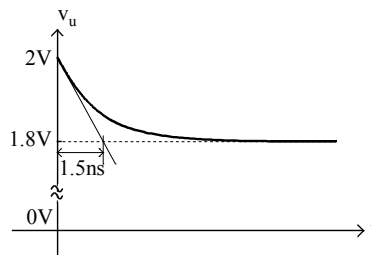
Quanto agli zeri, poiché andando ad altissima frequenza il guadagno di tensione si stabilizza ad un valore finito, sappiamo essercene due. Quello relativo a T1 è ragionevole aspettarselo alla $\tau=C_{gd1}(1/g_{m1}+R3)$ pari alla frequenza nel semipiano destro $f_{z1}\approx 152\text{MHz}$. Quello relativo a T2 ci si aspetta di ottenerlo chiedendosi come sia possibile che V_{u1} non si sposti nonostante il segnale applicato all'ingresso. Ciò è possibile se l'impedenza da V_{u1} verso massa, pari in questo caso a $(1/sC_{gd2}+R4)$, è uguale a zero. Si ottiene quindi $f_{z2}\approx 26\text{MHz}$.

Provate a fare i conti precisi della funzione di trasferimento ed a verificare di quanto i reali poli e zeri differiscano da quelli appena trovati per via sintetica !

E 9.25 Disegnare l'andamento temporale del segnale di uscita $v_u(t)$ del seguente circuito quando in ingresso viene applicato un gradino di corrente di $10\mu\text{A}$. Si utilizzi un MOSFET a svuotamento con $V_T=2\text{V}$, $K=-0.2\text{mA}$, $C_{gd}=0\text{pF}$ ed $f_T=200\text{MHz}$.

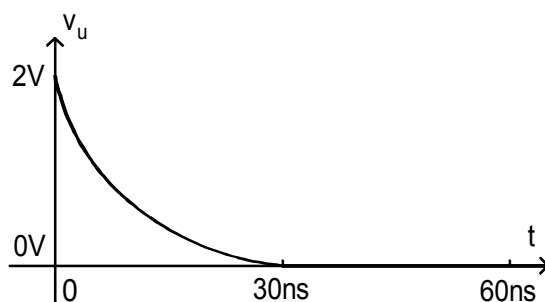


La polarizzazione è caratterizzata dai seguenti valori: $I_D=200\mu\text{A}$, $g_m=0.4\text{mA/V}$ e $C_{gs}=0.3\text{pF}$, quest'ultima ottenuta in base alla (9.3). Sul segnale le capacità di valore infinito sono comunque dei cortocircuiti. Trascurando la resistenza di polarizzazione da $10\text{M}\Omega$ in parallelo a $5\text{k}\Omega$, si ottiene una costante di tempo di ingresso pari a $\tau=1.5\text{ns}$ ($f=106\text{MHz}$, da confrontarsi con la f_T). Il valore asintotico del segnale di tensione al gate del FET vale $v_g=i_{in}R_i=50\text{mV}$ che comporta una variazione del segnale all'uscita pari a $v_u=-200\text{mV}$. L'andamento del segnale nel tempo è riportato nella figura seguente



E 9.26 Cosa accade nel circuito dell'esercizio precedente all'aumentare del valore della resistenza R_i ? Analizzare il caso limite $R_i = \infty$. Quale precauzione bisogna prendere nella scelta del MOSFET?

Il cambiamento sostanziale è nella costante di tempo di ingresso, che per $R_i \rightarrow \infty$ vale $\tau = 3\mu s$, e nel valore asintotico del potenziale del Gate a transitorio esaurito. Inizialmente il circuito di ingresso si comporta da integratore puro, con la tensione del Gate che sale linearmente nel tempo. Infatti alla capacità C_{gs} giunge un flusso di cariche costante pari a $10\mu A$. Dopo appena $30ns$, il potenziale del Gate è passato dal valore stazionario di $+6V$ al valore di $+7V$. Oltre questo valore il transistor raggiunge la completa interdizione. Quindi, nei primi $30ns$, la corrispondente corrente di Drain varia secondo la relazione quadratica del FET (non si può più considerare il segnale un piccolo segnale!) fino ad annullarsi completamente. Raggiunta l'interdizione del transistor, benché il potenziale del nodo d'uscita non vari più, il potenziale del Gate continua a salire fino al valore di $106V$ con la costante di tempo di $3\mu s$. Questo valore asintotico viene raggiunto solo se l'ossido di Gate riesce a tenere questa differenza di potenziale senza forarsi. Nei moderni circuiti integrati la rottura del dielettrico avviene tra i 30 ed i $100V$.

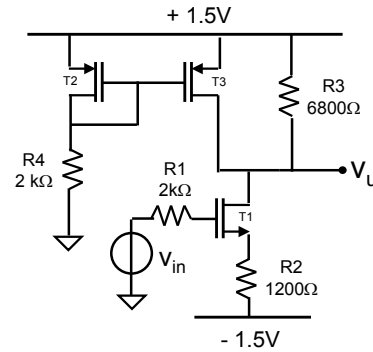


E 9.27 Considerare il circuito della figura accanto, in cui i MOSFET abbiano tutti $V_T=0.4V$, $k=2mA/V^2$ e $V_A=\infty$. Esso è lo stesso già visto in E.5.22.

a) Calcolare la tensione stazionaria dell'uscita in assenza di segnale.

b) Calcolare il guadagno a bassa frequenza del circuito.

c) Disegnare i diagrammi di Bode del modulo e della fase del guadagno quando è presente la capacità $C_{gd}=1pF$ di tutti i transistori..



(a) $V_u=0.43V$. $1/g_{m1}=500\Omega$, $1/g_{m2}=600\Omega$, $1/g_{m3}=600\Omega$.

(b) $G=-4$

(c) C_{gd2} è cortocircuitata e quindi non è vista dal circuito. C_{gd3} e C_{gd1} sono indipendenti ed interagenti, e daranno due poli. Noto che per frequenze elevatissime $G(\infty)$ ha un valore finito pari a :

$$G(\infty) = \frac{(1/g_{m1} + R_2) \parallel R_3 \parallel 1/g_{m3} \parallel 1/g_{m2} \parallel R_4}{R_1 + (1/g_{m1} + R_2) \parallel R_3 \parallel 1/g_{m3} \parallel 1/g_{m2} \parallel R_4} \cong 0.1$$

Pertanto il circuito dovrà avere anche due zeri. Poiché la fase finale è zero, uno dei due zeri dovrà essere positivo.

Iniziamo a cercare il polo prevalente : $b=\tau_{T1}+\tau_{T3}$. Noto che entrambe le capacità sono a ponte tra due punti che si muovono in tensione con il transistor che ne definisce il guadagno:

$$\tau_{T1} = C_{gd1} [R_1(1 + G_1) + R_3] = 1pF [2k(1 + 4) + 6.8k] \cong 16.8ns$$

$$\tau_{T3} = C_{gd3} [R_4 \parallel 1/g_{m2}(1 + G_3) + R_3] = 1pF [460(1 + 11) + 6.8k] \cong 12.3ns$$

A cui corrisponde $f_{LF}=5.4MHz$.

Cortocircuitando C_{gd1} , cerchiamo il polo a frequenza maggiore:

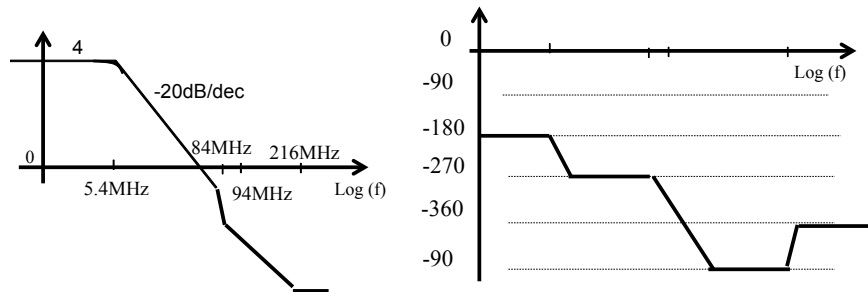
$$\tau_{HF} = C_{gd3} [R_4 \parallel 1/g_{m2}(1 + g_{m3}R_3 \parallel R_1 \parallel (1/g_{m1} + R_2)) + R_3 \parallel R_1 \parallel (1/g_{m1} + R_2)] = 1pF [460(1 + 1.35) + 810] \cong 1.9ns$$

A cui corrisponde $f_{HF}=84MHz$.

Lo zero introdotto dalla sola C_{gd1} sarebbe a $f_{z1} = \frac{1}{2\pi C_{gd1}(1/g_{m1} + R_2)} = 93\text{MHz}$ e

a destra.

Mettendo in grafico queste informazioni :



Si trova per via grafica il secondo zero a circa 216MHz.

9.5.3 Calcolo dei poli dell'amplificatore a BJT

Facciamo riferimento alla Fig.9.27 per l'analisi dell'amplificatore degenerato utilizzando un BJT. La funzione di trasferimento avrà due poli perché i due condensatori sono indipendenti. Poiché i due condensatori interagiscono tra loro, il denominatore della funzione di trasferimento avrà una forma (as^2+bs+1) la cui soluzione darà i due poli cercati. Come già visto, il coefficiente b è la somma delle costanti di tempo ottenute moltiplicando ogni singola capacità per la resistenza vista ai suoi capi quando le altre capacità sono aperte:

Termine relativo a C_μ . In analogia a quanto fatto per il circuito a MOSFET (§9.5.1), possiamo sostituire alla capacità un generatore di sonda di corrente e calcolare la corrispondente variazione di tensione tra i due punti A e B. Il sistema di bilancio ai due nodi A e B nella Fig.9.28 è

$$\begin{cases} V_A = I \cdot (R_i \parallel (\beta/g_m + \beta R_E)) \\ \frac{-V_B}{R_L} = I + V_A \frac{1}{1/g_m + R_E} \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i \parallel (\beta/g_m + \beta R_E) + I \cdot R_L + I \cdot R_i \parallel (\beta/g_m + \beta R_E) \cdot \frac{R_L}{1/g_m + R_E}$$

ed ottenere l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

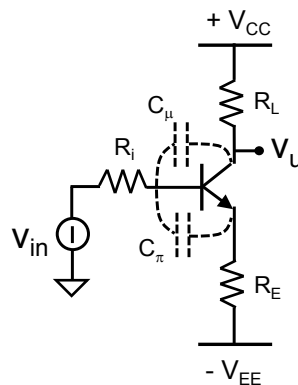


Fig. 9.27 Schema circuitale per l'analisi in frequenza di un amplificatore con resistenza di degenerazione sull'Emettitore in cui sono evidenziate le due capacità C_μ e C_π

$$R_{\mu} = \frac{V_A - V_B}{I} = R_i \parallel (\beta/g_m + \beta R_E) \left(1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_E} \right) + R_L \quad (9.32)$$

dove all'interno della parentesi tonda si nota il guadagno di tensione tra Base e Collettore che rende conto dell'aumento della carica da depositare sui piatti di C_{μ} rispetto al caso in cui C_{μ} fosse collegato a massa.

La costante di tempo corrispondente è quindi

$$\tau_{\mu} = C_{\mu} \left[R_i \parallel (\beta/g_m + \beta R_E) \left(1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_E} \right) + R_L \right] \quad (9.33)$$

Termine relativo a C_{π} . Con riferimento alla Fig.9.29(a), il sistema di bilancio ai due nodi A e B diventa:

$$\begin{cases} \frac{V_A}{R_i} + \frac{V_A - V_B}{\beta/g_m} = I \\ I + \frac{V_B}{R_E} = (V_A - V_B) \cdot g_m \end{cases}$$

da cui si ottiene l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R_{\pi} = \frac{V_A - V_B}{I} = R_i \parallel \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left(1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) + \frac{R_E \beta/g_m}{R_i + \beta R_E + \beta/g_m} \quad (9.34)$$

La costante di tempo dell'addendo introdotto da C_{π} è spesso approssimata da:

$$\tau_{\pi} \cong C_{\pi} \left[R_i \parallel \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left(1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) + R_E \parallel \left(\frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right] \quad (9.35)$$

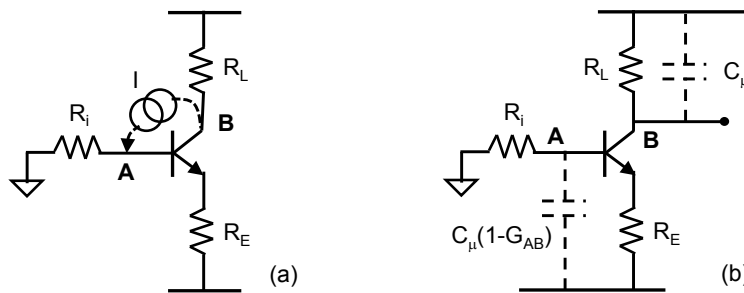


Fig. 9.28 Schema circuitale per il calcolo della resistenza vista dalla capacità C_{μ} e rappresentazione sintetica dello sdoppiamento della capacità alla Miller.

dove è facile riconoscere

- $C_\pi R_i \left\| \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left(1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) \right\|$ è la costante di tempo associata alla scarica, sulla rete resistiva di ingresso, della capacità di ponte C_π , che si è pensato di riportare tra Base e massa tenendo conto della riduzione della carica assorbita determinata dalla variazione di potenziale del nodo di Emittitore (effetto Miller).
- $C_\pi R_E \left\| \left(\frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right\|$ è la costante di tempo di scarica della capacità di ponte C_π sulla resistenza vista all'uscita;

Ai fini pratici è come se si fosse rimossa la capacità di ponte C_π e la si fosse sostituita con due capacità poste rispettivamente tra la Base e massa e tra l'Emittitore e massa, come indicato nella Fig.9.29b.

Il **termine b** dell'equazione di secondo grado al denominatore della funzione di trasferimento ha quindi la forma:

$$b = C_\mu \left[R_i \left\| \left(\beta/g_m + \beta R_E \right) \left(1 + \frac{R_L}{1/g_m + R_E} \right) + R_L \right\| + \tau_\pi \cong C_\pi \left[R_i \left\| \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left(1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) \right\| + R_E \left\| \left(\frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right\| \right] \quad (9.36)$$

e la corrispondente frequenza del polo sia

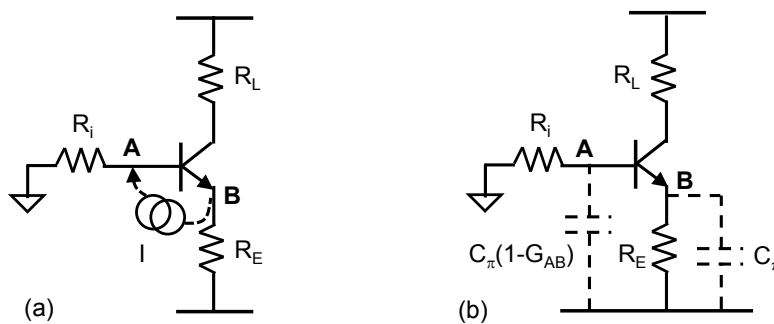


Fig. 9.29 Schema circuitale per il calcolo della resistenza vista dalla capacità C_μ e rappresentazione sintetica dello sdoppiamento della capacità alla Miller.

$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot b}$$

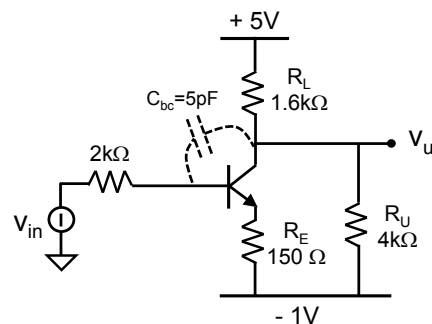
Per calcolare il **polo a frequenza maggiore**, possiamo guardare i due addendi della (9.36) ed individuare il termine con valore maggiore. La capacità corrispondente potrà quindi essere pensata già intervenuta quando andiamo ad esplorare frequenze oltre f_L . Cortocircuitando quella capacità otteniamo perciò un "nuovo" circuito avente una sola capacità, di cui si dovrà calcolare la costante di tempo. Essa sarà il costituente del polo a frequenza elevata, f_H , del circuito completo.

Per gli zeri si procede come fatto nel §9.5.2.

E 9.28

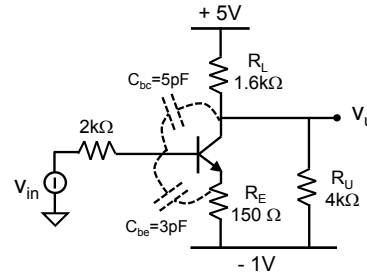
Si consideri il seguente circuito, in cui il BJT ha (Consider the following circuit whose BJT has) $\beta=200$ e $V_a=\infty$.

- Calcolare l'uscita V_u in assenza di segnale. (Find V_u when no signal is applied)
- Calcolare il guadagno del circuito a bassa frequenza. (Find the gain at low frequency)
- Tracciare il diagramma di Bode quotato del modulo e della fase del guadagno $G(s)=V_u(s)/V_{in}(s)$. (Plot the Bode diagrams of the transfer function $G=V_u(s)/V_{in}(s)$)
- Calcolare la distorsione di seconda armonica a bassa frequenza all'uscita quando in ingresso viene applicata una sinusoide ampiezza 100mV. (Find the value of HD2 at the output at low frequency when a sinusoid of amplitude 100mV is applied to the input)
- Calcolare la massima ampiezza A_{max} di una sinusoide $V_{in}(t)=A\sin(\omega t)$ di bassa frequenza applicabile al circuito (Find the maximum amplitude of a low frequency sinusoid applied to the input)
- Considerare anche $C_{be}=3pF$. Calcolare i nuovi poli del circuito e tracciare il nuovo diagramma di Bode (Consider also $C_{be}=3pF$ of the BJT. Find the new poles of the circuit and draw the new Bode plots).



- Trascurando la corrente di base, si otterrebbe $V_u = +1V$. Tenendone conto si otterrebbe $V_u \cong +1.16V$.
- $G_{LF} \cong -6.6$

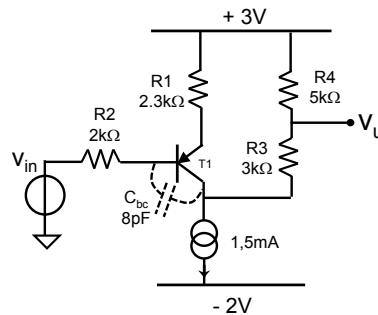
- c) $f_p \approx 1.86\text{MHz}$, $f_z \approx 196\text{MHz}$ (destro). Verificare che il guadagno ad alta frequenza (con C_{bc} cortocircuitata) vale $G_{HF} = 0.066$.
- d) $HD2_{LF} = 0.55\%$
- e) $A_{max} = 197\text{mV}$
- f) Nel caso in cui ci siano entrambe le capacità il circuito è quello accanto.
- Il termine b dell'equazione di secondo grado mostra che la costante di tempo dominante è quella data da C_{bc} e quindi $f_{p1} \approx 1.86\text{MHz}$. Una volta intervenuto C_{bc} , il secondo polo del circuito è dato da C_{be} e risulta essere pari a $f_{p2} \approx 4\text{GHz}$.



E 9.29

Considerare il circuito della figura accanto, in cui il BJT abbia (Please consider the circuit shown on the right whose BJT has) $\beta = 200$ e $V_a = \infty$.

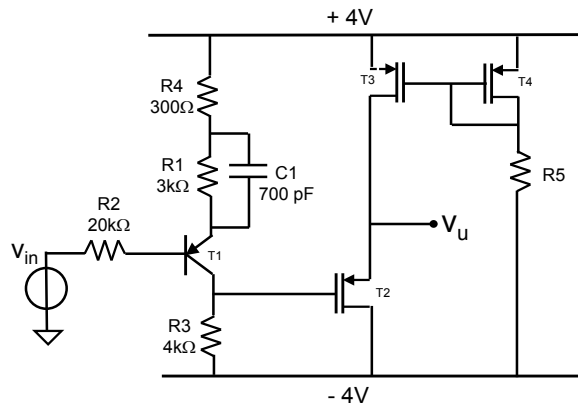
- a) Calcolare il valore di polarizzazione della tensione di uscita V_u . (Find the bias voltage at V_u)
- b) Calcolare il guadagno $G = V_u/V_{in}$ a bassa frequenza del circuito. (Find the low frequency gain of the circuit)



- c) Tracciare il diagramma di Bode (modulo e fase) del trasferimento $G(f) = V_u(f)/V_{in}(f)$, dopo avere calcolato poli e zeri. (Draw the Bode plots in modulus and phase of the circuit transfer function)
- d) Calcolare la dinamica di ingresso, positiva e negativa, del circuito a bassa frequenza (Find the input dynamic range, positive and negative, at low frequency)
- e) Calcolare la distorsione di 2° armonica del segnale di uscita V_u per un ingresso sinusoidale ampio 250mV alla frequenza di 1 kHz. (Find the $HD2$ of the output voltage V_u when a sinusoid of amplitude 250mV at 1kHz is given to the input).

- a) Trascurando la corrente di base ($5\mu\text{A}$), si otterrebbe $V_u = +0.5\text{V}$. Tenendone conto si otterrebbe $V_u \approx +0.47\text{V}$.
- b) $G_{LF} \approx -2.14$
- c) $f_p \approx 1.18\text{MHz}$, $f_z \approx 8.6\text{MHz}$ (destro).
- d) $V_{in+} \approx 292\text{mV}$, $V_{in-} \approx 339\text{mV}$
- e) $HD2_{LF} = 0.029\%$

E 9.30 Considerare il circuito della figura accanto, in cui il BJT abbia $\beta=50$, $V_a=\infty$, $f_T=3\text{GHz}$ e $C_\mu=0$ ed i MOSFET $k=500\mu\text{A}/\text{V}^2$, $|V_T|=0.8\text{V}$ e $V_a=-10\text{V}$.



- Calcolare il valore della resistenza R_5 dello specchio affinché in R_5 scorra la corrente di $500\mu\text{A}$.
- Calcolare il valore di polarizzazione della tensione di uscita V_u . Si ricorda che la polarizzazione del solo stadio a BJT era stata calcolata in E6.5.
- Calcolare il guadagno $G=V_u/V_{in}$ a bassa frequenza del circuito.
- Calcolare poli e zeri del circuito, comprendendo quindi sia la C_π del BJT, sia C_1 sia $C_{gd}=10\text{pF}$ e $C_{gs}=90\text{pF}$ del MOSFET del follower (trascurando quindi solo le capacità dei due MOSFET dello specchio)

- $R_5=12.5\text{k}\Omega$ ($V_{SG}=1.72\text{V}$).
- $V_u\approx+1.2\text{V}$ (r_0 di tutti i MOSFET dell'ordine di $23.5\text{k}\Omega$)
- Il guadagno del solo stadio a BJT è di $G_{LF}=-1.07$ ($G_{HF}=-5.5$). Il follower, pur avendo le r_0 dei MOSFET, ha un guadagno prossimo a 1 (il suo $1/g_m=750\Omega$).
- La C_π del BJT interagisce con C_1 a dare $f_{p1}=388\text{kHz}$, $f_{p2}=88\text{MHz}$ ed uno zero a $f_z=75.8\text{kHz}$. La C_{gs} e C_{gd} del follower a MOSFET interagiscono tra di loro a dare $f_{p3}=1.2\text{MHz}$, $f_{p4}=5.3\text{MHz}$ e $f_z=2.3\text{MHz}$.

9.6 CIRCUITI A BANDA LARGA : LA CONFIGURAZIONE CASCODE

Da quanto visto fino ad ora è chiaro che per avere i poli di un circuito a frequenza elevata è necessario che:

1) **le capacità presenti nel circuito siano le più piccole possibili.** Nella pratica di progetto questo si traduce nella scelta di transistori con le dimensioni più piccole possibili, compatibilmente con la necessità di portare una data corrente di polarizzazione e di avere una sufficiente transconduttanza. Inoltre si traduce nell'attenzione a limitare il più possibile le capacità parassite introdotte in un circuito dai collegamenti, che si sommerebbero alle capacità già viste o aggiungerebbero ulteriori poli a quelli già individuati.

2) **le resistenze presenti nel circuito siano le più piccole possibili.** Nella pratica la resistenza collegata al Gate (Base) è spesso la resistenza di uscita del segnale dello stadio precedente e si presume che sia già ottimizzata o che comunque non sia possibile ridurla ulteriormente. Inoltre anche il guadagno del circuito dipende dalle stesse resistenze (si pensi ad R_L), per cui una loro diminuzione aumenterebbe la banda ma ne diminuirebbe il guadagno, lasciando spesso inalterato il prodotto guadagno-banda e quindi non apportando alcun reale miglioramento al circuito.

Oltre a questi due aspetti, una attenta analisi dei risultati visti analizzando i singoli stadi, ad esempio della (9.13) o (9.14), della (9.21) o della (9.30), ci permette di evidenziarne un terzo aspetto molto importante:

3) **il guadagno di tensione tra i due capi delle capacità a ponte sia il più piccolo possibile.** Con riferimento al circuito della Fig.9.14, riproposto per comodità a sinistra della Fig.9.30, ed alla relativa funzione di trasferimento (9.14), anch'essa riproposta qui di seguito per comodità:

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = -g_m R_L \cdot \frac{1 - sC_{gd}/g_m}{1 + sC_{gd}[R_i(1 + g_m \cdot R_L) + R_L]} \quad (9.37)$$

abbiamo visto che il polo della capacità C_{gd} ha una costante di tempo elevata perché la tensione ai capi della capacità stessa varia moltissimo, essendo proprio collegata tra ingresso ed uscita, cioè tra i due punti del circuito che hanno la massima variazione relativa di tensione su segnale. Il termine moltiplicativo $(1 + g_m R_L)$ rende conto proprio di questo fatto.

Da qui nasce l'idea migliorativa proposta nel circuito a destra della Fig.9.30, consistente nell'aggiunta di un transistor in serie al precedente, il cui

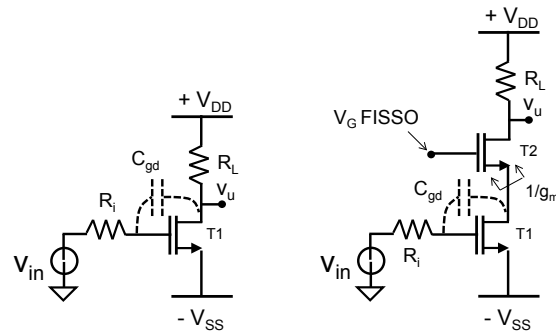


Fig. 9.30 Amplificatore tradizionale (sinistra) e amplificatore migliorato nella banda passante (destra) grazie all'introduzione di uno stadio Cascode.

Gate (Base) sia vincolato ad una tensione fissa (transistore nella configurazione a Gate comune). Se l'impedenza mostrata dal Source del nuovo transistore ($1/g_m$) è più bassa di R_L , il guadagno ai capi di C_{gd} risulta ridotto rispetto a prima, $(1+g_m \cdot 1/g_m)$, e conseguentemente risulta più piccola anche la costante di tempo complessiva. Vediamo vantaggi e svantaggi di questa soluzione della Fig.9.30:

- Innanzitutto si osservi che *il circuito mantiene inalterata la precedente polarizzazione*. Infatti, la corrente è fissata da T1, invariato, ed il potenziale di uscita (ai capi di R_L) è invariato.
- Bisogna solo avere l'accortezza che il potenziale del Source di T2 mantenga T1 in zona attiva. Questo lo si ottiene, scegliendo opportunamente il potenziale fisso del Gate di T2.
- L'amplificazione in centro banda del nuovo circuito rimane praticamente invariata*, perché la corrente di segnale prodotta da T1 comunque scorre inalterata attraverso T2 e raggiunge R_L come prima.
- Rispetto al caso senza T2, l'aggiunta del secondo transistore ha lo svantaggio che *riduce la dinamica di segnale* ai capi di R_L perché T2 occupa una parte di tensione tra Drain di T1 e V_{DD} .
- Il vantaggio maggiore è che *riduce il guadagno di tensione a cavallo della capacità C_{gd}* . In questo modo la carica richiesta da C_{gd} è minore, minore il tempo per andare a regime e quindi complessivamente minore la costante di tempo di carica/scarica e quindi a frequenza maggiore il polo.

La nuova costante di tempo del polo introdotto da C_{gd} è quindi :

$$\tau = C_{gd} \cdot \left[R_i \left(1 + g_{m1} \frac{1}{g_{m2}} \right) + \frac{1}{g_{m2}} \right]$$

molto più piccola di prima.

Il sistema costituito da uno stadio Source (Emettitore) comune seguito da uno stadio Gate (Base) comune, è chiamato **configurazione Cascode**. Per quanto visto *scopo del Cascode è di aumentare la frequenza del polo prevalente dello stadio amplificante annullando l'effetto Miller sulla sua capacità di ponte C_{gd} (C_μ).* L'allargamento della banda è tanto più consistente quanto più è elevata la resistenza R_i del generatore di segnale forzante e quanto più è alto il guadagno di tensione dello stadio ($g_m R_L$).

Fino ad ora abbiamo trascurato le capacità C_{gs} e C_{gd} del transistor T2. Dovendo considerarle, facciamo riferimento alla Fig.9.31.

La capacità C_{gs} di T2 concorre al termine “b” del denominatore della funzione di trasferimento, con un termine C_{gs}/g_m molto piccolo, corrispondente alla f_T del transistor T2. Esso non limita in alcun modo e può essere nella pratica trascurato.

La capacità C_{gd} di T2 non interagisce con le altre e quindi concorre a definire un nuovo polo esattamente alla frequenza

$$f_{p2} = \frac{1}{2\pi \cdot C_{gd2} R_L} \quad (9.38)$$

Questo polo può anche essere il polo dominante del circuito, e quindi definirne la banda, ma sarà comunque a frequenza superiore del polo del circuito senza cascode, giustificando quindi la modifica al circuito originario.

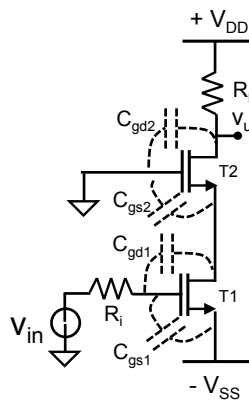
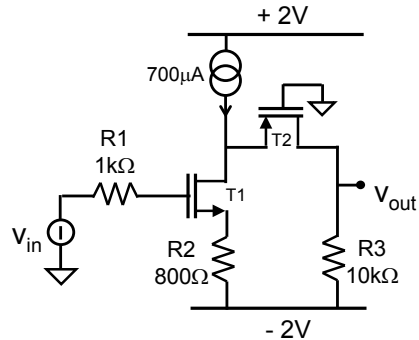


Fig. 9.31 Amplificatore nella configurazione Cascode con tutte le capacità messe in evidenza.

E 9.31

Considerare il circuito della figura accanto, in cui i MOSFET abbiano tutti $V_T=0.6V$, $k=500\mu A/V^2$ e $V_A=\infty$

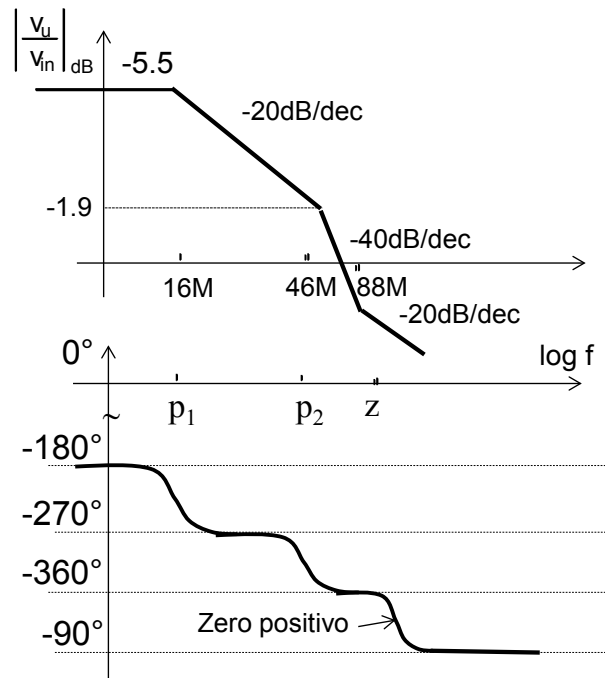
- Calcolare la tensione stazionaria dell'uscita in assenza di segnale.
- Calcolare il guadagno a bassa frequenza del circuito.
- Calcolare la massima variazione positiva che il segnale V_{in} può assumere.
- Calcolare la massima variazione negativa che il segnale V_{in} può assumere.
- Calcolare la distorsione del circuito quando in ingresso viene applicato un segnale sinusoidale ampio $50mV$.
- Calcolare l'espressione del guadagno del circuito e disegnarne i diagrammi di Bode quotati del modulo e della fase quando è presente la capacità $C_{gd}=1pF$ di tutti i transistori.



- $I_{T1}=500\mu A$, $1/g_{m1}=1k\Omega$, $V_{D1}=1.23V$, $I_{T2}=200\mu A$, $1/g_{m1}=1.590k\Omega$, $V_{out}=0V$.
- $G\approx -5.5$
- All'aumentare di v_{in} , T1 porterà più corrente e T2 meno corrente, in quanto la loro somma è fissata in $700\mu A$. Devo quindi fare attenzione all'uscita dalla saturazione di T1 (quando v_{in} sale si ha che v_{d1} scende e questo potrebbe portare in Ohmico T1) e/o all'interdizione di T2 (quando v_{in} sale la corrente in T2 potrebbe arrivare ad azzerarsi). Verificare che questa seconda condizione viene raggiunta per prima, quando in ingresso si applica $v_{in}=+340mV$.
- Al diminuire di v_{in} , T1 porterà meno corrente e T2 più corrente. Devo quindi stare attento all'eventuale spegnimento di T1 e/o alla salita eccessiva di V_{out} tale da portare T2 fuori dalla saturazione. Verificare che questa seconda condizione viene raggiunta per prima, quando in ingresso si applica $v_{in}=-108mV$.
- $HD_2=0.375\%$
- Le 2 capacità vengono interessate dal segnale ma non interagiscono tra loro, per cui daranno due poli indipendenti. C_{gd1} darà anche uno zero destro e C_{gd2} non potrà dare alcuno zero aggiuntivo. Per cui la funzione di trasferimento sarà della forma :

$$G(s) = G(0) \frac{(1 - s\tau_z)}{(1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)}$$

in cui $G(0) = -5.5$, $f_{p1} = 15.9\text{MHz}$, $f_{p2} = 46\text{MHz}$ ed $f_z = 88\text{MHz}$. Grazie al cascode T2, la f_{p2} è spostata a frequenza ben maggiore di f_{p1} (senza il cascode la banda del circuito sarebbe stata molto più limitata, ben minore dell'attuale 15.9MHz).



E 9.32

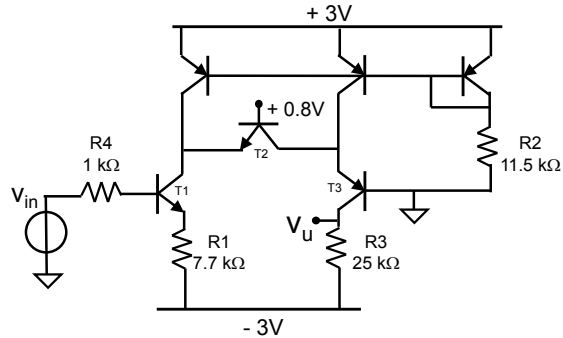
Si consideri il circuito accanto, i cui BJT hanno (Consider the circuit shown below whose BJTs have)

$\beta=300$ e $V_a=\infty$.
a) Calcolare la tensione V_u in assenza di segnale. (Find the value of V_u when no signal is applied)

b) Calcolarne il guadagno $G=V_u/V_{in}$ a bassa frequenza. (Find the low frequency gain $G=V_u/V_{in}$ of the circuit)

c) Supporre che i BJT T1, T2 e T3 abbiano $f_T=2\text{GHz}$ e $C_\mu=.1\text{pF}$. Discutere quanti poli dovrà necessariamente avere il circuito e trovare il valore di ognuno di essi. (Suppose BJTs T1, T2 and T3 have $f_T=2\text{GHz}$ and $C_\mu=.1\text{pF}$. Find the value of all of them).

d) Confrontare il risultato con il polo dominante che si sarebbe ottenuto in un circuito analogo ma senza T2 e T3, in modo da commentare il possibile vantaggio del doppio cascode anche in un caso come questo in cui il transistor di ingresso sia degenerato con R1.

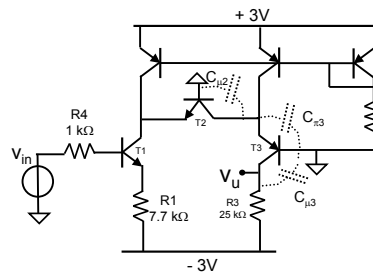


g) $V_u \approx -0.5\text{V}$. $1/g_{m1}=83\Omega$, $1/g_{m2}=250\Omega$, $1/g_{m3}=250\Omega$.

h) $G \approx -3.2$

i) Ricordando la relazione del singolo transistor

$$f_T = \frac{1}{2\pi(C_\pi + C_\mu)1/g_m}, \text{ si ricavano } C_{\pi1}=860\text{fF}, C_{\pi2}=218\text{fF}, C_{\pi3}=218\text{fF}.$$



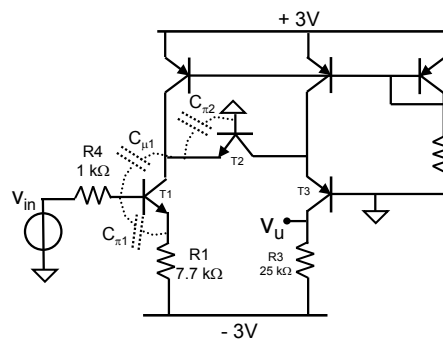
La capacità $C_{\mu3}$ non interagisce con le altre grazie al collegamento di massa alla base di T3. Essa fornisce quindi un polo semplicemente a

$$f_{p5} = \frac{1}{2\pi C_{\mu3} \cdot R_3} = 64 \text{ MHz}.$$

Le capacità $C_{\mu 2}$ e $C_{\pi 3}$ sono tra loro in parallelo. Esse non interagiscono con le altre grazie ai collegamenti di massa alla base di T2 e T3. Il corrispondente polo è quindi semplicemente pari a

$$f_{p4} = \frac{1}{2\pi(C_{\mu 2} + C_{\pi 3}) \cdot 1/g_{m3}} = 2 \text{ GHz.}$$

Le capacità $C_{\pi 1}$, $C_{\mu 1}$ e $C_{\pi 2}$ invece interagiscono tra loro.



Per tale motivo conviene procedere a calcolare :

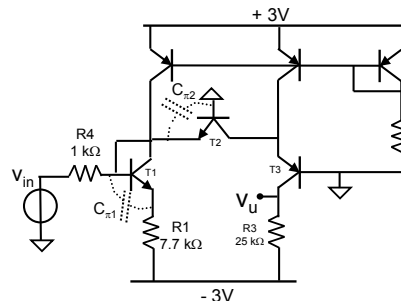
$$b = C_{\pi 1} \left[R4 \parallel \beta/g_{m1} \cdot \left(1 - \frac{R_1}{1/g_{m1} + R_1} \right) + R_1 \parallel 1/g_{m1} \right] +$$

$$C_{\mu 1} \left[R4 \parallel (\beta/g_{m1} + \beta R_1) \cdot \left(1 + \frac{1/g_{m2}}{1/g_{m1} + R_1} \right) + 1/g_{m2} \right] + C_{\pi 2} 1/g_{m2}$$

Con i valori del circuito in esame si ottiene:

$b = 78\text{ps} + 128\text{ps} + 54\text{ps} = 260\text{ps}$, che fornisce un polo a $f_{p3} = 612 \text{ MHz}$

Facendo intervenire $C_{\mu 1}$, esploriamo il polo a frequenza più elevata:



Per questa nuova situazione il termine b è:

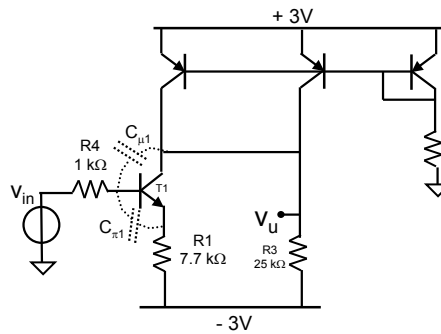
$$b = C_{\pi 1} \left[R_1 + (R4 \parallel 1/g_{m2}) \right] 1/g_{m1} + C_{\pi 2} \left[R4 \parallel (1/g_{m1} + R_1) \parallel 1/g_{m2} \right]$$

= 72ps + 44ps, che fornisce un polo a

$$f_{p2} = 1.4 \text{ GHz}$$

L'ultimo polo, conseguente alla chiusura di $C_{\pi 1}$, fornisce circa 2 GHz.

j) Il circuito senza il doppio cascode avrebbe l'aspetto seguente :



Il termine b sarebbe:

$$b = C_{\pi 1} \left[R4 \parallel \beta / g_{m1} \cdot \left(1 - \frac{R_1}{1/g_{m1} + R_1} \right) + R_1 \parallel 1/g_{m1} \right] +$$

$$C_{\mu 1} \left[R4 \parallel (\beta / g_{m1} + \beta R_1) \cdot \left(1 + \frac{R_3}{1/g_{m1} + R_1} \right) + R_3 \right]$$

$b = 78\text{ps} + 3\text{ns} = 3.1\text{ns}$ da cui si ottiene $f_p = 51\text{MHz}$. Esso è solo di poco migliore rispetto al caso precedente. In effetti la presenza di R_1 rende piccolo il guadagno di tensione tra Base e Collettore di T_1 , riducendo i vantaggi introducibili dal cascode.

E 9.33 Con riferimento al circuito seguente, in cui il BJT ha (Referring to the circuit shown below that uses BJT having) $\beta=100$ e $V_a=\infty$ ed il MOSFET ha $k=1.5\text{mA/V}^2$ e $V_T=1\text{V}$:

a) Calcolare la tensione a cui si porta l'uscita in assenza di segnale all'ingresso. (Find V_u when no signal is present at the input)

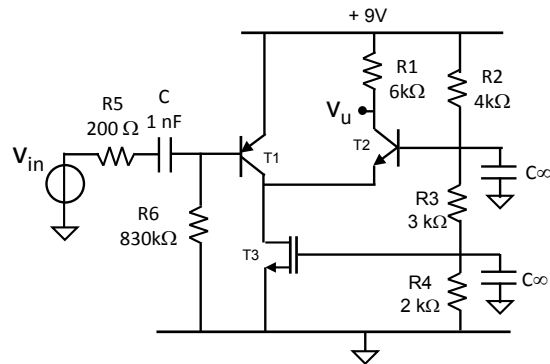
b) Disegnare in un grafico quotato l'andamento in frequenza (modulo e fase) del guadagno

$G(f)=V_u(f)/V_{in}(f)$ in regime di piccolo segnale, indicando il valore del polo e dello zero intro-dotti da C . (Draw the quantitative gain of the circuit as a function of frequency after having calculated the pole and the zero introduced by C).

c) Determinare il valore massimo e minimo che può assumere la tensione di uscita V_u ed i corri-spondenti segnali V_{in} , minimo e massimo, all'ingresso del circuito alla freq. di 1MHz. (Find the maximum and minimum voltage V_u and the corresponding values V_{in} at the input for signals of 1MHz)

d) Calcolare la distorsione di seconda armonica all'uscita V_u quando all'ingresso V_{in} è applicata una sinusoide di frequenza 1MHz ed ampiezza 50mV. (Find the harmonic distortion at the output of the circuit when a sinusoidal signal of frequency 1MHz and amplitude 50mV is applied to the input)

e) Considerare, oltre a $C=1\text{nF}$ di ingresso, anche la capacità $C_{bc}=1\text{pF}$ dei due BJT. Calcolare il polo e lo zero introdotto dal transistore $T1$ ed il polo e lo zero introdotto da $T2$ e tracciare il diagramma di Bode (modulo e fase) del guadagno del circuito. (Consider now, in addition to $C=1\text{nF}$, also the capacitance $C_{bc}=1\text{pF}$ of the two BJTs. Find the transfer function and draw its Bode diagram (modulus and phase)). .

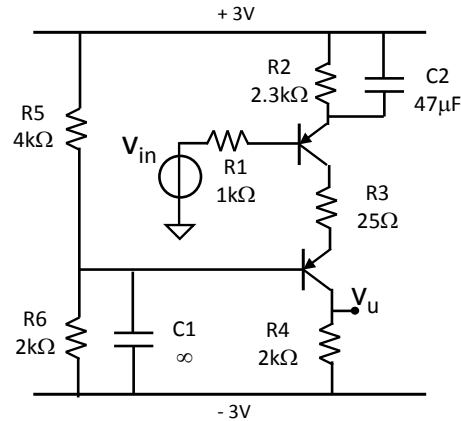


E 9.34 Con riferimento al seguente circuito, in cui i BJT hanno (Consider the circuit shown below whose BJT have): $\beta=250$, $f_T=10\text{GHz}$, $C_\mu=100\text{fF}$ e $V_A=\infty$:

a) Calcolare il valore dell'uscita V_u in assenza di segnale. (Find V_u when no signal is applied)

b) Trascurando le capacità interne al BJT, tracciare il diagramma di Bode quotato del modulo e della fase della funzione di trasferimento $G=V_u(s)/V_{in}(s)$. (Plot the Bode diagrams of the transfer function when the capacitances of the BJT can be neglected)

c) Aggiungere $C_{bc1}=C_{bc2}=10\text{pF}$. Calcolare i nuovi poli da queste introdotti e disegnare quotati i diagrammi di Bode del circuito completo. (Consider now $C_{bc1}=C_{bc2}=10\text{pF}$. Find the new poles and draw the new Bode plots of the complete circuit.).



a) $V_u \cong -1\text{V}$, $C_\pi=537\text{fF}$. Effetto della corrente di base trascurabile.

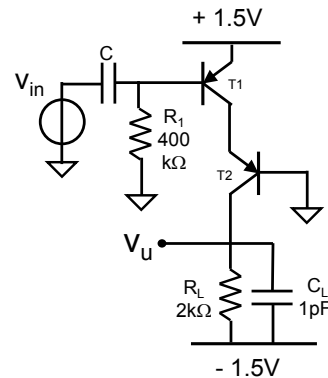
b) $f_z=1.5\text{Hz}$, $f_p=118\text{Hz}$, $\text{GLF}=-0.86$, $\text{GHF}=-69$

c) $f_{p2}=6\text{MHz}$, $f_{p3}=7.9\text{MHz}$, $f_{z2}=637\text{MHz}$ (destro).

Dinamica a bassa frequenza: $\Delta V_{in}=3\text{V}$, $\Delta V_{in}=-582\text{mV}$ limitato da T2. Come è ad alta frequenza ?

E 9.35 Consideriamo il circuito amplificante a BJT della figura accanto, i cui BJT abbiano $\beta=250$ e $V_a=\infty$

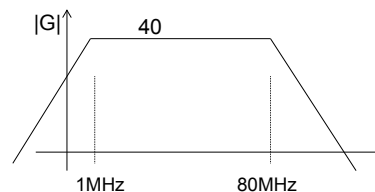
- Calcolare il valore della tensione V_u in assenza di segnale (Find the DC output voltage V_u).
- Calcolare il valore di C affinché il guadagno del circuito abbia una banda passante da 1MHz a 80MHz. Calcolare anche il valore del guadagno in tale banda.
- Calcolare come si modificherebbe la banda passante del punto b) qualora si tenessero in conto le sole $C_{\pi}=C_{BE}=0.2\text{pF}$ di entrambi i transistori.
- Calcolare come si modificherebbe la banda passante del punto b) qualora si tenessero ora in conto le sole $C_{\mu}=C_{BC}=0.2\text{pF}$ di entrambi i transistori
- Commentare brevemente come mai, in entrambi i casi c) e d), la presenza delle capacità nei transistori $T1$ e $T2$ non abbia significativamente cambiato le cose !



- $V_u \approx -0.5\text{V}$, $g_m=20\text{mA/V}$, $1/g_m=50\Omega$, $\beta/g_m=12.5\text{k}\Omega$.
- Il polo a 80 MHz è dato da R_L e C_L . La capacità C dà uno zero nell'origine ed un polo a

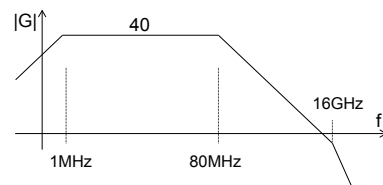
$$f = \frac{1}{2\pi \cdot C \cdot R1 \parallel \beta/g_m} \quad (C \text{ infatti non}$$

interagisce con C_L e vede ai suoi capi $R1$ in parallelo al β/g_m del transistor). Per avere il polo a $f=1\text{MHz}$ bisognerà scegliere una $C=13\text{pF}$. $G=40$.



- $C_{\pi1}=0.2\text{pF}$ non altera lo zero, che rimane sempre nell'origine, ma va a porsi in parallelo a $C=13\text{pF}$ per quanto riguarda il calcolo del polo. Dati i valori in gioco, il primo polo rimane sostanzialmente invariato a 1MHz. Il secondo polo a 80MHz non cambia.

$C_{\pi2}=0.2\text{pF}$ introduce un nuovo polo alla frequenza di 16GHz.



- $C_{\mu1}=0.2\text{pF}$ sappiamo che introdurrà un polo ed uno zero destro. Esso interagisce con C per cui il polo prevalente di quella parte di circuito sarà :

NOTE AVANZATE di PROGETTO

Lo stadio Cascode è usatissimo. Riuscire ad allargare la banda di un circuito semplicemente aggiungendo un transistor è effettivamente geniale. Ma oltre a questo lo stadio Cascode consente di aumentare anche la resistenza di uscita del circuito, con benefici in termini di guadagno.

Infatti la presenza di due transistori impilati porta ad un aumento della resistenza vista dall'uscita verso massa attraverso i due transistori, pari a (si veda il Cap.4, §4.2.7) :

$$r_u = r_{02} \cdot (1 + g_m r_{01}) + r_{01}$$

Esso va in parallelo ad R_L nel definire l'effettiva impedenza d'uscita del circuito.

Un tale valore di r_u rischia tuttavia di essere molto più grande della resistenza di carico R_L e quindi di non dare tutto il vantaggio aspettato.

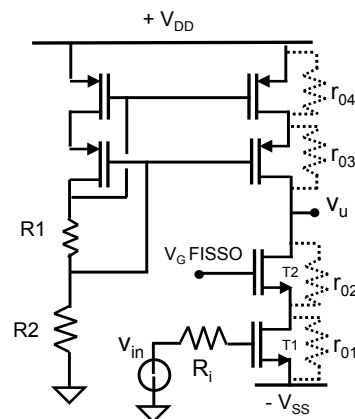
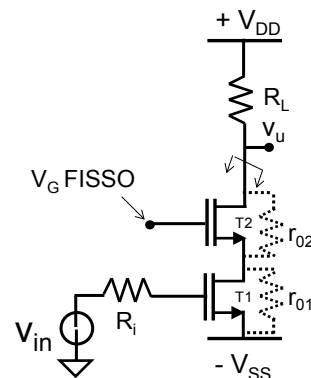
Se quindi l'obiettivo è quello di progettare uno stadio con il massimo guadagno possibile, come ad esempio può convenire fare quando si progetta l'interno di un Amplificatore Operazionale, bisogna cercare di aumentare anche il carico R_L , portandolo fino ad un valore paragonabile a r_u .

Un modo per fare ciò è mostrato nella figura accanto.

Per avere l'impedenza verso lo specchio paragonabile a quella vista verso il cascode, lo specchio è stato realizzato con due transistori in cascata.

Inoltre, per non limitare eccessivamente l'escursione in tensione dell'uscita, lo specchio è stato agganciato in modo annidato (Cap.4, pg.26) ed è stata introdotta la resistenza R_1 per auto-polarizzare il secondo transistor.

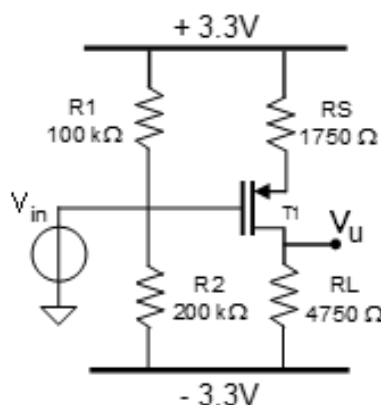
Sarà compito della retroazione tenere V_u ad un definito valore di polarizzazione.



"SNOWBALL"

Di seguito vi propongo un esercizio con una serie incalzante di domande, come quelle che forse vi fareste se doveste analizzare un progetto aziendale di un vostro collega prima di mandarlo in produzione.

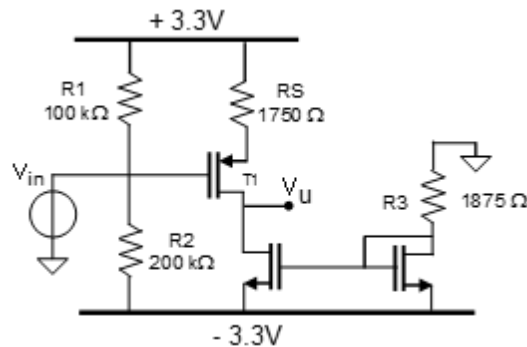
Si voglia usare il circuito della figura accanto per amplificare un segnale $v_{in}(t)$ di tensione. Il MOSFET usato abbia $V_T=0.9V$, $k=800\mu A/V^2$ e $V_A=\infty$



- Calcolare la tensione stazionaria dell'uscita in assenza di segnale.
- Che funzione hanno le due resistenze R1 ed R2?
- Quale è la percentuale di variazione massima consentita per il K di questo transistor nell'eventualità di una produzione su larghissima scala, oltre cui il transistor (e quindi il circuito) non funzionerebbe più bene ?
- Calcolare il guadagno per piccolo segnale a bassa frequenza del circuito.
- Calcolare la dinamica di ingresso del circuito per segnali sinusoidali.
- Calcolare la distorsione del circuito quando in ingresso viene applicato un segnale sinusoidale ampio 80mV.
- Indicare se le seguenti affermazioni sono vere o false :
 - Il circuito beneficia del fatto che il MOSFET sia considerato ideale. Se avesse una r_0 finita la distorsione sarebbe maggiore. V o F ?
 - La distorsione è piccola unicamente perché c'è una partizione di v_{in} tra il MOSFET ed R_S che semplicemente riduce il segnale effettivo di comando tra Gate e Source. V o F ?
 - La distorsione è piccola perché sia al Gate che al Source si presentano solo segnali di prima armonica e conseguentemente il MOSFET produce la minima quantità di seconda armonica possibile. V o F ?
 - Per ridurre ulteriormente la distorsione potrei pensare di mettere una capacità in parallelo ad R_S , che non mi altererebbe la polarizzazione. V o F ?

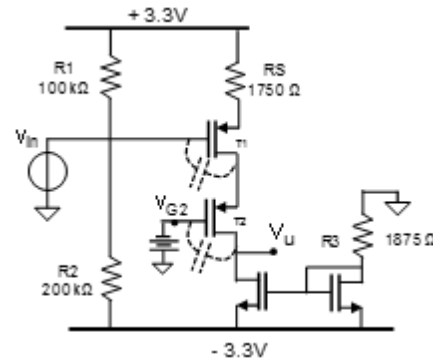
- h) Supporre ora che il MOSFET abbia $C_{gd}=0.8\text{pF}$ ($C_{gs}=0$). Calcolare l'espressione della funzione di trasferimento del circuito e disegnarne i diagrammi di Bode quotati del modulo e della fase.
- i) Confrontare la densità spettrale di rumore prodotta in uscita dalla resistenza R_S e dal MOSFET, calcolandone i valori. Calcolare successivamente il valore RMS complessivo del rumore in uscita dovuto a queste due sorgenti quando sia presente $C_{gd}=0.8\text{pF}$.
- j) Calcolare il valore della densità spettrale di rumore in uscita dovuto alle due resistenze di polarizzazione di Gate, R_1 e R_2
- k) Calcolare il valore dell'ampiezza del segnale in ingresso $v_{in}(t)$ che permetta di avere in uscita un $S/N=1$.

- l) Se si volesse guadagnare tra ingresso ed uscita di più di quanto calcolato fino ad ora, si potrebbe pensare di sostituire R_L con un carico attivo, come a lato. Supponiamo di utilizzare degli nMOSFET con $V_T=0.9\text{V}$, $k=800\mu\text{A/V}^2$ e $V_A=7.7\text{V}$ (il pMOSFET rimane ideale). Calcolare la corrente circolante nel ramo di destra dello specchio.



- m) Calcolare il valore in DC di V_u .
- n) Calcolare il guadagno a bassa frequenza tra ingresso ed uscita del circuito e disegnare la nuova funzione di trasferimento in modulo e fase in diagrammi quotati.
- o) Se volessi guadagnare ancora di più cosa potrei fare tra le cose qui sotto proposte?
- Sceglierei degli nMOSFET con V_A maggiore? V o F
 - Polarizzerei il circuito con più corrente? V o F
 - Progetterei i transistori con L più grande? V o F

- p) Se si volesse estendere la banda del circuito si potrebbe pensare di aggiungere un altro transistor a formare un circuito Cascode. Supponiamo che questo nuovo transistor sia ideale ($V_A = \infty$) e che abbia $C_{gd} = 0.8 \text{ pF}$. A quale tensione fissereste il potenziale V_{G2} del Gate e perché?



- q) Calcolare di quanto si sia estesa la banda passante rispetto a prima. Ricordarsi di considerare la $C_{gd} = 0.8 \text{ pF}$ ($C_{gs} = 0$) del transistor T2 aggiunto del Cascode oltre alla C_{gd} di T1.
- r) Calcolare quanto rumore introduce il transistor del Cascode in aggiunta ai rumori precedentemente già calcolati.

9.7 GLI STADI DISACCOPIATORI DI TENSIONE

Nel Capitolo 7 sono stati introdotti i circuiti disaccoppiatori, sia di tensione che di corrente, e si è visto che la loro funzione non è quella di amplificare il segnale ma quella di adattare le impedenze con cui si eroga il segnale all'utilizzatore. Essi sono circuiti importantissimi ed effettivamente molto usati nei sistemi elettronici. Questo paragrafo è dedicato a studiare in dettaglio la loro risposta in frequenza.

9.7.1 Il Source follower

Un esempio di disaccoppiatore Source follower è riportato nella Fig.9.32, inserito tra l'uscita di uno stadio amplificante ed un carico esterno R_L . In generale, il disaccoppiatore di tensione è utilizzato tutte le volte che la resistenza R_u d'uscita dell'amplificatore (nel caso della figura pari a R_D) è dello stesso ordine di grandezza, se non addirittura maggiore, della resistenza di carico esterna R_L e serve per evitare la sfavorevole partizione che altrimenti ci sarebbe tra R_u ed R_L . Nella Fig.9.32(b) è riportato lo schema circuitale sintetico che useremo per l'analisi in frequenza del solo stadio Source Follower. La resistenza R_i rappresenta le resistenze viste all'ingresso del transistor (resistenza di uscita R_D dell'amplificatore nel nostro caso). La resistenza R_s rappresenta nel nostro caso il parallelo tra R_F e la resistenza esterna R_L .

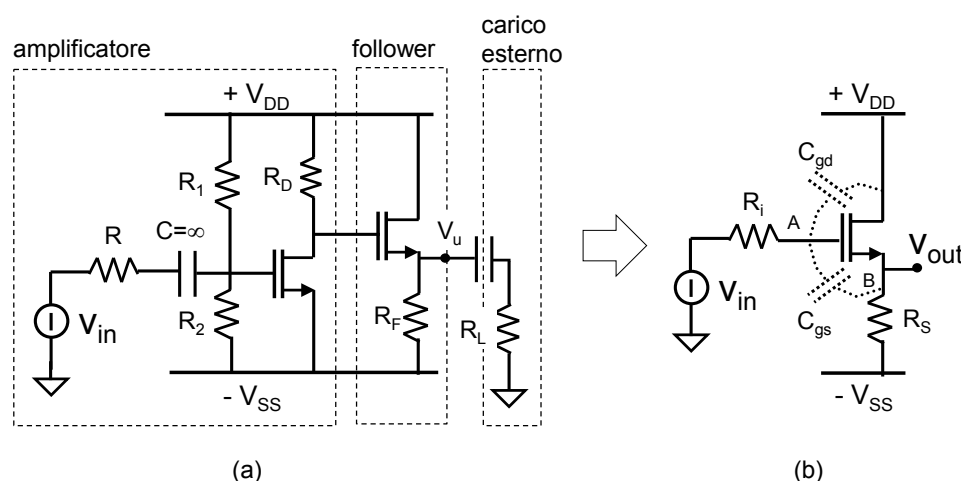


Fig. 9.32 Schema circuitale per l'analisi in frequenza di un Source follower in cui sono evidenziate le due capacità C_{gs} e C_{gd} .

Analisi sintetica : Prima di procedere al calcolo esatto della funzione di trasferimento, è possibile fare le seguenti considerazioni sul circuito della Fig.9.32(b):

- Il guadagno a bassa frequenza (quando le capacità non intervengono) è

$$G(0) = \frac{R_s}{R_s + 1/g_m}$$

- La capacità C_{gd} forma con R_i un partitore RC, il cui zero è all'infinito.
- La funzione di trasferimento ha almeno uno zero al finito. Infatti, la ricerca della frequenza complessa s per cui $v_u(s)=0$ (Fig.9.33) impone che non scorra corrente in R_s , $i_R(s)=0$, e quindi che tutta la corrente del transistor si chiuda sul condensatore. Imponendo l'uguaglianza tra le due correnti, $g_m v_g = -v_g s C_{gs}$, si ottiene il valore dello zero alla frequenza

$$f_z = \frac{1}{2\pi \cdot C_{gs} 1/g_m}$$

La frequenza di questo zero è circa pari alla f_T del transistor ed è reale e negativo.

- La funzione di trasferimento ha due poli perché i due condensatori sono indipendenti. Poiché essi interagiscono, il denominatore avrà un'espressione del tipo (as^2+bs+1) . La funzione di trasferimento avrà quindi la seguente forma :

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = \frac{R_s}{R_s + 1/g_m} \cdot \frac{1 + sC_{gs}/g_m}{s^2 a + sb + 1}$$

Per il calcolo del coefficiente "b" del termine di primo grado, si procede come già visto più volte nei paragrafi precedenti, sommando i prodotti tra le singole capacità e la resistenza vista ai loro capi.

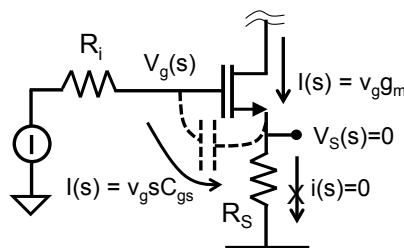


Fig. 9.33 Schema di calcolo dello zero della funzione di trasferimento di un Source (Emitter) follower.

Il **termine relativo a C_{gd}** è di immediato calcolo essendo il Drain del circuito della Fig.9.32b collegato direttamente all'alimentazione:

$$\tau_{gd} = C_{gd} R_i \quad (9.39)$$

Esso è infatti immediatamente interpretabile circuitalmente come la costante di tempo associata alla scarica della capacità C_{gd} sulla rete resistiva di ingresso.

Nel **termine relativo a C_{gs}** , la situazione è simile a quella vista con riferimento alla Fig.9.24. Il sistema di bilancio ai due nodi A e B è infatti ancora:

$$\begin{cases} V_A = I \cdot R_i \\ I + \frac{V_B}{R_S} = (V_A - V_B) \cdot g_m \end{cases}$$

da cui

$$V_A - V_B = I \cdot R_i + I \cdot R_S \cdot \frac{(1 - g_m R_i)}{(1 + g_m R_S)}$$

che fornisce l'espressione della desiderata impedenza vista dalla capacità:

$$R_{gs} = \frac{V_A - V_B}{I} = \frac{R_i + R_S}{1 + g_m R_S} = \frac{R_S}{1 + g_m R_S} + R_i \left(1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right)$$

così da ottenere

$$\tau_{gs} = C_{gs} \left[R_S \parallel \frac{1}{g_m} + R_i \left(1 - \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} \right) \right] \quad (9.40)$$

Per ricordare i due termini tra parentesi quadra, ai fini pratici è come se si fosse rimossa la capacità di ponte C_{gs} e la si fosse sostituita con due capacità poste rispettivamente tra il Gate e massa e tra il Source e massa, come indicato nella Fig.9.34:

- $\tau_1 = C_{gs} (R_S \parallel 1/g_m)$ è la costante di tempo di scarica della capacità di ponte C_{gs} sulla resistenza vista all'uscita;
- $\tau_2 = C_{gs} R_i (1-G)$ è la costante di tempo associata alla scarica, sulla rete resistiva di ingresso, della capacità di ponte C_{gs} , tra le cui estremità c'è il guadagno G . Formalmente è come se si riportasse C_{gs} tra Gate e massa tenendo conto della riduzione della carica assorbita determinata dalla variazione di potenziale del nodo di Source (effetto Miller) in analogia a quanto visto in riferimento alla Fig.9.24.

Sommando le due costanti di tempo si ottiene il termine b:

$$b = C_{gd} \cdot R_i + C_{gs} \left[R_s \parallel 1/g_m + R_i \left(1 - \frac{g_m R_s}{1 + g_m R_s} \right) \right] \quad (9.41)$$

Il polo prevalente del Source follower sarà pertanto dell'ordine di

$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot b} \quad (9.42)$$

Esso è a frequenza tanto maggiore quanto più i singoli addendi saranno piccoli. Quanto al primo addendo di b si vede come sia buona norma non collegare alcuna resistenza tra Drain e l'alimentazione in modo da minimizzare la resistenza vista ai capi di C_{gd} . Il secondo addendo di b è effettivamente piccolo essendo il termine tra parentesi tonda molto vicino a zero in un buon follower.

In un buon follower quindi è facile che a limitare la banda sia la scarica della capacità C_{gd} attraverso la resistenza di uscita dello stadio precedente (R_i).

Per calcolare il polo a frequenza maggiore, possiamo guardare gli addendi della Eq.(9.41) ed individuare il termine con costante di tempo maggiore. Esso sarà il maggior responsabile del valore di f_L . La capacità corrispondente potrà quindi essere pensata già intervenuta quando ora andiamo ad esplorare frequenze oltre f_L . Cortocircuitando nello schema della Fig.9.32(b) quella capacità, otteniamo un "nuovo" circuito avente una sola capacità, di cui si dovrà calcolare la costante di tempo. Essa sarà il costituente del polo in questa situazione, cioè del polo a frequenza elevata, f_H , del circuito completo. Quest'ultima operazione sarà molto semplice perché ora c'è un solo condensatore !

Calcolo analitico : Se volessimo comunque avere l'espressione precisa della funzione di trasferimento del Source follower, da usarsi per confronto con l'analisi intuitiva appena fatta, potremmo utilizzare il bilancio ai nodi del circuito della

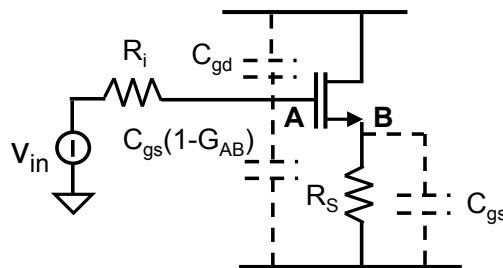


Fig. 9.34 Schema per memorizzare gli addendi che determinano il polo prevalente di un Source follower, dopo avere scomposto C_{gs} "alla Miller".

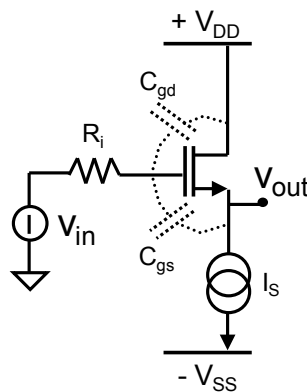
Fig.9.32(b) ottenendo:

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = \frac{R_s}{R_s + 1/g_m} \cdot \frac{1 + sC_{gs}/g_m}{s^2 \frac{R_i R_s}{1 + g_m R_s} C_{gs} C_{gd} + s \left(C_{gd} R_i + C_{gs} \frac{R_s/g_m}{1/g_m + R_s} + C_{gs} \frac{R_i}{1 + g_m R_s} \right) + 1} \quad (9.43)$$

che coincide con l'espressione che si otterrebbe dalla (9.5), ponendo $Y_s = 1/R_s$, $Y_\mu = sC_{gd}$, $Y_i = 1/R_i$, $Y_\pi = sC_{gs}$, $Y_L = \infty$. Scopriremmo che sia lo zero che il coefficiente "b" sono uguali a quelli stimati prima !

BUFFER IDEALE

Come si comporterebbe in frequenza un buffer ideale, tale cioè da avere un generatore di corrente collegato al Source ?

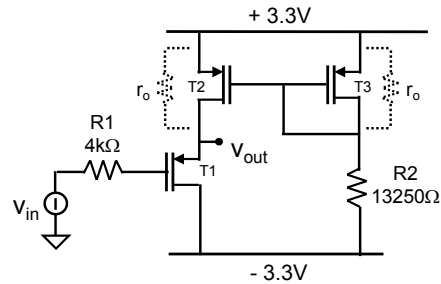


Noto che :

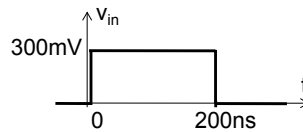
- Il guadagno di tensione ai capi di C_{gs} è rigorosamente pari a 1;
- Non variando la tensione ai capi di C_{gs} la carica sui suoi piatti non cambia;
- Quindi è come se C_{gs} non ci fosse;
- Questo mi permette di toglierla;
- A questo punto mi rimane solo il polo a $f_p = \frac{1}{2\pi R_i C_{gd}}$.

Provate a fare i conti precisi partendo dalla (9.43) con $R_s = \infty$ e trovereste esattamente questo risultato : il polo e lo zero di C_{gs} , ora identici, vengono ad elidersi.

E 9.37 Considerare il seguente accanto, ripreso dal E7.6, in cui i MOSFET T2 e T3 abbiano $V_T=0.8V$, $k=\frac{1}{2}\mu C_{ox}W/L=1.6mA/V^2$ e curve caratteristiche reali con $V_a=10V$ mentre il solo T1 sia ideale con $V_a=\infty$.



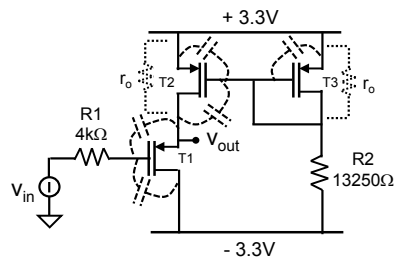
a) Disegnare in un grafico quotato l'andamento nel tempo della tensione di uscita, $v_{out}(t)$, quando in ingresso viene applicato un gradino di tensione al circuito in cui sia presente solo $C_{gd}=70fF$



b) Calcolare la frequenza del polo dominante del circuito nel caso in cui tutte le capacità siano prese in considerazione ed abbiano valore $C_{gs}=160fF$ e $C_{gd}=70fF$.

b) Ricordarsi che $g_{m3} = 2 \cdot \sqrt{k \cdot I \cdot \left(1 + \frac{V_{sd}}{V_a}\right)}$ da cui $1/g_{m3}=660\Omega$; $1/g_{m2}=625\Omega$; $1/g_{m1}=606\Omega$. Inoltre $r_{02}=r_{03}=28k\Omega$.

Le capacità sono tutte interagenti. Le capacità C_{gs2} e C_{gs3} sono in parallelo tra loro. Le capacità indipendenti sono solo 3 per cui si avranno 3 poli. Il polo prevalente sarà ben stimabile dal coefficiente b del termine di primo grado del denominatore, i cui 4 addendi sono:



$$\tau_1 = C_{gd1} \cdot R_1$$

$$\tau_2 = C_{gs1} \cdot \left[R_1 \left(1 - \frac{r_{02}}{1/g_{m1} + r_{02}} \right) + r_{02} \parallel 1/g_{m1} \right]$$

$$\tau_3 = C_{gd2} \cdot \left[\left(1/g_{m3} \parallel r_{03} \parallel R_2 \right) \cdot \left(1 - g_{m2} \cdot r_{03} \parallel 1/g_{m1} \right) + r_{02} \parallel 1/g_{m1} \right]$$

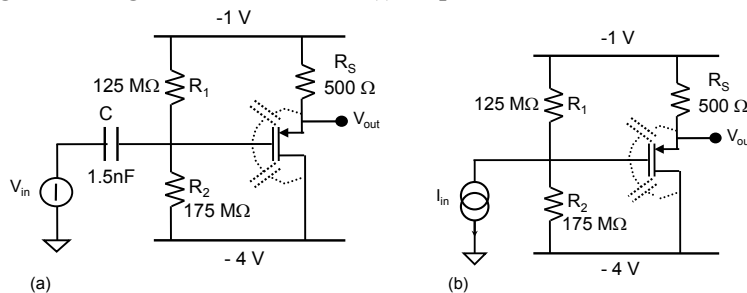
$$\tau_4 = (C_{gs2} + C_{gs3}) \cdot \left(1/g_{m3} \parallel r_{03} \parallel R_2 \right)$$

$$b = 280ps + 111ps + 128ps + 197ps = 716ps \text{ da cui } f_p = 222MHz.$$

E 9.38 Con riferimento al circuito (a), in cui il MOSFET ha $|V_T|=0.5V$, $|k|=2 \text{ mA/V}^2$ e $f_T=1\text{GHz}$ con $C_{gd}=1\text{pF}$:

a- Tracciare il diagramma di Bode del modulo e della fase del guadagno di tensione $v_{out}(s)/v_{in}(s)$

c- Disegnare l'andamento nel tempo del segnale $v_{out}(t)$ a fronte di un gradino negativo di tensione $v_{in}(t)$ ampio 500mV .



Con riferimento ora al circuito (b), uguale al circuito precedente eccetto che per il tipo di segnale di ingresso:

d- Tracciare i diagrammi del guadagno di tensione $v_{out}(s)/I_{in}(s)$

e- Dal confronto dei diagrammi di Bode trovati ai punti a) e d), evidenziare sinteticamente le differenze tra i due circuiti e motivarle.

E 9.39 Con riferimento al seguente circuito, il cui MOSFET ha: $|k|=8\text{mA/V}^2$, $|V_T|=0.5V$ e $V_A=\infty$:

a) Calcolare la tensione di polarizzazione nel morsetto di uscita.

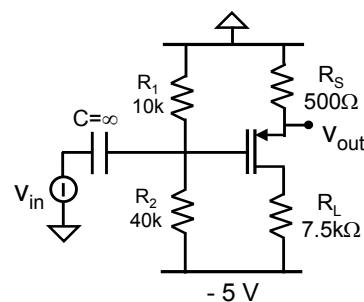
b) Calcolare il guadagno per piccoli segnali $G=v_{out}/v_{in}$.

c) Calcolare il massimo segnale sinusoidale applicabile all'ingresso del circuito prima che il MOSFET esca dalla zona di funzionamento corretta.

e) Considerare la sola la capacità $C_{gd}=5\text{pF}$ del MOSFET e ricavare il polo e l'eventuale zero del circuito e disegnare il diagramma quotato del modulo e della fase della funzione di trasferimento $G(s)=v_{out}(s)/v_{in}(s)$.

f) Considerare ora la sola la capacità $C_{gs}=4\text{pF}$ del MOSFET e ricavare il polo e l'eventuale zero del circuito e disegnare il diagramma quotato del modulo e della fase della funzione di trasferimento $G(s)=v_{out}(s)/v_{in}(s)$.

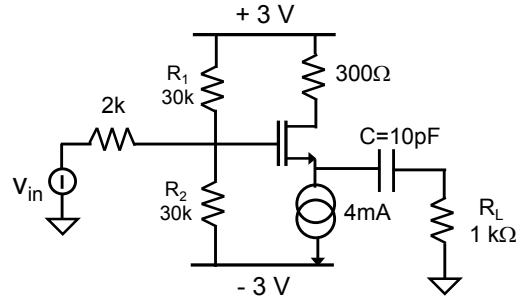
g) Come si comporterebbe il circuito con entrambe le capacità presenti?



E 9.40 Si consideri il circuito accanto, il cui MOSFET ha: $|k|=4\text{mA/V}^2$, $|V_T|=0.6\text{V}$, $f_T=10\text{GHz}$, $C_{gd}=27\text{fF}$ e $V_A=\infty$:

a) Calcolare la polarizzazione del circuito.

b) Calcolare la funzione di trasferimento tenendo conto delle due capacità interne del MOSFET e della capacità di accoppiamento con il carico R_L .



a) $V_S=-1.6\text{V}$, $g_m=8\text{mA/V}$ ($1/g_m=125\Omega$), $C_{gs}+C_{gd}=127\text{fF}$ da cui $C_{gs}=100\text{fF}$.

b) **Polo prevalente:**

$$b = C_{gd} \cdot [30k \parallel 30k \parallel 2k(1+0) + 300\Omega] + C_{gs} \cdot [30k \parallel 30k \parallel 2k(1-1) + 1/g_m] + C \cdot [R_L + 1/g_m]$$

Equivalente a $b=55\text{ps}+12.5\text{ps}+1\text{ns}$ da cui $f_{LF}=14\text{MHz}$.

Polo intermedio (C cortocircuitata):

$$b' = C_{gd} \cdot [30k \parallel 30k \parallel 2k(1 + 300/1125) + 300\Omega] + C_{gs} \cdot [30k \parallel 30k \parallel 2k(1 - R_L/(R_L + 1/g_m)) + R_L \parallel 1/g_m]$$

Equivalente a $b'=60\text{ps}+30\text{ps}$ da cui $f_{HF}=1.7\text{GHz}$.

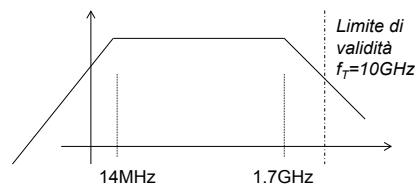
Polo ad altissima frequenza (anche C_{gd} cortocircuitato):

$$b'' = C_{gs} \cdot [(30k \parallel 30k \parallel 2k \parallel 300\Omega + R_L) \parallel 1/g_m]$$

Equivalente a $b''=11.3\text{ps}$ da cui $f_{HHF}=14\text{GHz} > f_T$.

Zeri: uno nell'origine dovuto a $C=10\text{pF}$ di bypass. Uno dovuto a C_{gs} a

$$s = -\frac{1}{C_{gs} \cdot 1/g_m} \text{ e posizionato } > f_T.$$



9.7.3 L'Emitter follower

Il comportamento in frequenza dello stadio Emitter follower (Fig.9.35) è simile a quello del Source follower perché il numero e la natura delle singolarità è il medesimo. In uno stadio ben progettato, in cui la resistenza di Emettore è molto piccola rispetto al carico ($1/g_m \ll R_E$) per cui il guadagno di tensione tra Base ed Emettore è praticamente unitario, la capacità tra Base ed Emettore avrà, come visto con un MOSFET, un effetto del tutto marginale nel definire il comportamento in frequenza del circuito. Infatti, la tensione ai capi di questa capacità non varia ed il circuito non deve fornire carica ai suoi piatti. Il polo dominante sarebbe quindi determinato principalmente dalla capacità C_μ e dalla resistenza che questa vede ai suoi capi, per cui

$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot C_\mu \left[R_i \left\| \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \right] \right]} \quad (9.44)$$

Si noti come sia buona norma non collegare alcuna resistenza tra Drain e l'alimentazione in modo da minimizzare la resistenza vista ai capi di $C_{bc}=C_\mu$

Se l'ipotesi che $R_E \gg 1/g_m$ non fosse verificata o se comunque fosse necessario ricostruire esattamente il denominatore della funzione di trasferimento dello stadio, basterà aggiungere al termine appena visto per C_μ anche il termine relativo a C_π in modo da confezionare il coefficiente b della funzione di trasferimento. Quest'ultimo è già stato calcolato nel §9.5.3 sia nella formula approssimata che in quella precisa. Nella pratica, in questo caso di emitter follower il coefficiente b del termine di 1° grado del denominatore della funzione di trasferimento è ottimamente approssimato da :

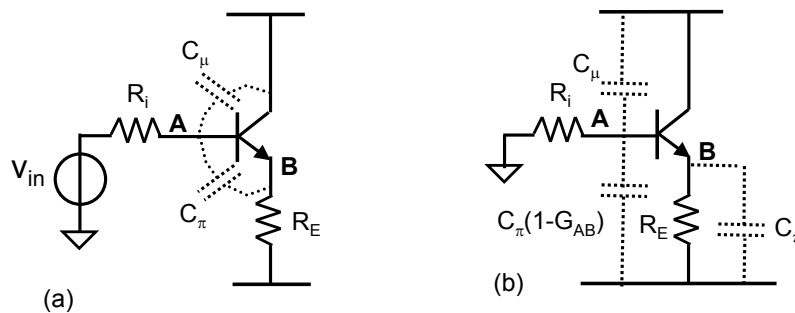


Fig. 9.35 Schema circuitale per l'analisi in frequenza di un Emitter follower.

$$b \cong C_{\mu} \left[R_i \left\| \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \right\| \right] + C_{\pi} \left[R_i \left\| \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left(1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) + R_E \left\| \left(\frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right\| \right] \quad (9.45)$$

Nella parentesi quadra di destra, ai fini pratici è come se si fosse rimossa la capacità di ponte C_{π} e la si fosse sostituita con due capacità poste rispettivamente tra la Base e massa e tra l'Emettitore e massa, come indicato nella Fig.9.35b in cui:

- $C_{\pi} R_i \left\| \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left(1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) \right\|$ è la costante di tempo associata alla scarica, sulla rete resistiva di ingresso, della capacità di ponte C_{π} , che si è pensato di riportare tra Base e massa tenendo conto della riduzione della carica assorbita determinata dalla variazione di potenziale del nodo di Emettitore (effetto Miller) in analogia a quanto visto in riferimento alla Fig.9.22. Questo termine è spesso piccolo essendo il termine tra parentesi tonda molto vicino a zero in un buon follower (in cui addirittura al posto della resistenza R_E si pone un generatore di corrente con resistenza equivalente elevatissima).
- $C_{\pi} R_E \left\| \left(\frac{1}{g_m} + \frac{R_i}{\beta} \right) \right\|$ è la costante di tempo di scarica della capacità di ponte C_{π} sulla resistenza vista all'uscita;

Il polo prevalente dell'Emitter follower sarà pertanto dell'ordine di

$$f_L \cong \frac{1}{2\pi \cdot b} \quad (9.46)$$

Esso è a frequenza tanto maggiore quanto più i singoli addendi di b saranno piccoli.

Per calcolare il polo a frequenza maggiore, possiamo guardare gli addendi della Eq.(9.45) ed individuare il termine con costante di tempo maggiore. Esso sarà il maggior responsabile del valore di f_L . La capacità corrispondente potrà quindi essere pensata già intervenuta quando ora andiamo ad esplorare frequenze oltre f_L . Cortocircuitando nello schema della Fig.9.35 quella capacità, otteniamo un "nuovo" circuito avente una sola capacità, di cui si dovrà calcolare la costante di tempo. Essa sarà il costituente del polo in questa situazione, cioè del polo a frequenza elevata, f_H , del circuito completo.

Se volessimo comunque avere l'espressione precisa della funzione di trasferimento dell'Emitter follower, da usarsi per confronto con l'analisi appena fatta, potremmo utilizzare il bilancio ai nodi del circuito della Fig.9.27 ottenendo:

$$\frac{v_u(s)}{v_{in}(s)} = \frac{R_E(\beta+1)}{[R_E(\beta+1) + r_\pi + R_{in}]} \cdot \frac{1 + sC_\pi r_\pi / (\beta+1)}{s^2 a + s b + 1} \quad (9.47)$$

dove

$$a = \frac{C_\pi C_\mu R_E R_i \beta / g_m}{[R_E(\beta+1) + r_\pi + R_i]}$$

$$b = C_\mu \left[R_i \left\| \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \right\| \right] + C_\pi \left[R_i \left\| \left(\frac{\beta}{g_m} + \beta R_E \right) \cdot \left(1 - \frac{R_E}{1/g_m + R_E} \right) + \frac{R_E \beta / g_m}{R_i + \beta R_E + \beta / g_m} \right\| \right]$$

Solo l'ultimo addendo di b differisce, peraltro di pochissimo, dall'analogo termine trovato intuitivamente nella (9.45). Questo non deve sorprendere perché non esiste alcun teorema generale che consenta di dividere una capacità di ponte in due semplici capacità equivalenti tra i due morsetti e massa. La differenza è così piccola che nella quasi totalità dei casi pratici di circuiti Emitter follower non conta niente. Pertanto si farà sempre riferimento alla (9.45).

9.7.4 Pilotaggio di un carico capacitivo

In presenza di un carico capacitivo C_L in parallelo ad R_E , come mostrato nella Fig.9.36, la funzione di trasferimento continuerebbe ad avere due poli, perché le tre capacità non sarebbero tra loro indipendenti in quanto messe sulla stessa maglia tra due alimentazioni. Tuttavia cambierebbe sia il coefficiente del termine

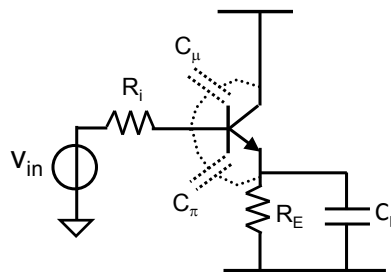


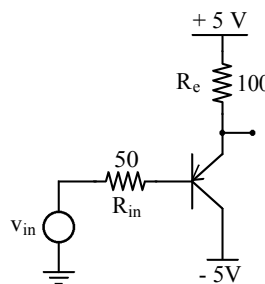
Fig. 9.36 *Stadio Emitter follower che pilota un carico capacitivo esterno C_L .*

di secondo grado al denominatore della (9.43) che quello del termine di primo grado che determina il polo prevalente. Anche in questo caso l'espressione del polo prevalente può essere ricavata utilizzando il metodo sintetico da noi adottato nei paragrafi precedenti.

In genere tuttavia non è necessario svolgere con precisione questi calcoli. Infatti, se lo stadio è ben progettato ($1/g_m \ll R_S$), si può trascurare la capacità di accoppiamento (C_{gs} o C_{π}) e prevedere che il circuito risponda con due costanti di tempo indipendenti e non interagenti, una data dalla costante di tempo di ingresso (pari a quella trovata prima in assenza di carico capacitivo), l'altra dalla costante di tempo di uscita $C_L R_S \left\| \left(\frac{1}{g_m} \right) \right.$. L'importanza di quest'ultimo termine dipende dall'entità del

carico capacitivo e dalla resistenza $1/g_m$ di uscita del follower, che generalmente dovrebbe essere ben più piccola di R_E .

E 9.41 Calcolare il valore dei poli e dello zero della funzione di trasferimento del seguente circuito utilizzando un BJT di potenza ($\beta=100$, $C_{\mu}=50\text{pF}$ e $f_T=300\text{MHz}$). Studiare come essa si modifica aggiungendo una componente capacitiva di 30pF al carico.



Con riferimento alla (9.22), le singole costanti di tempo che compaiono nei coefficienti del denominatore della funzione di trasferimento sono:

$$\tau_1 = (r_{in} \parallel \beta(1/g_m + R_e)) C_{\mu} = 2.5\text{ns}$$

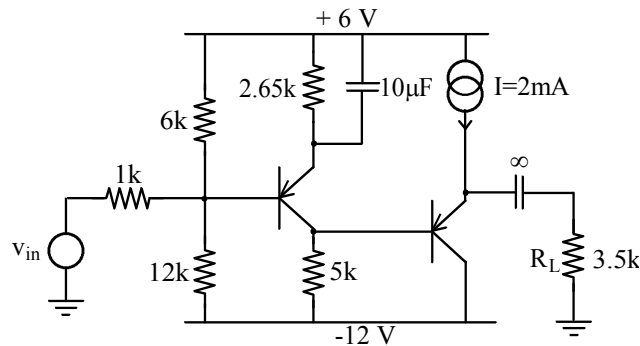
$$\tau_b = R_e r_{\pi} / (R_{in} + R_{in}(\beta+1) + r_{\pi}) C_{\pi} = 0.5\text{ns}$$

$$\tau_3 = (r_{in} \parallel \beta(1/g_m + R_e)) C_{\pi} / (1 + g_m R_e) = 0.25\text{ns}.$$

Esse sono state calcolate tenendo presente che la resistenza tra il nodo di Base e massa è $R_{in} \parallel (\beta/g_m + \beta R_e)$. Una prima stima del polo prevalente porterebbe a fissarlo alla frequenza $f_L=49\text{MHz}$. Il calcolo di $\tau_a=1.1\text{ns}$ e la risoluzione precisa del denominatore della (9.22) apporta una correzione alla prima stima e colloca i due poli a 57MHz e 365MHz . Si noti come il polo prevalente sia determinato

dalla rete di ingresso attraverso la τ_1 a causa del grande valore di C_{μ} . Lo zero è invece posto alla frequenza $f_z=1/(2\pi C_{\pi}/g_m)=317\text{MHz}$, praticamente coincidente con la f_T .

E 9.42 Si supponga di voler pilotare, con il circuito dell'esercizio E 9.18, un carico R_L da $3.5\text{k}\Omega$. Per evitare la perdita di guadagno dovuta alla partizione in uscita, si decide di utilizzare un disaccoppiatore a BJT, come indicato nella figura seguente, utilizzando un transistor identico all'altro. Si studi quanto il nuovo stadio alteri la risposta in frequenza del circuito prima calcolata.



L'introduzione dell'Emitter follower, oltre ad evitare che il guadagno di tensione crolli dal valore $G \approx -195$ a $G \approx -80$, ha due effetti sul comportamento in frequenza dell'intero circuito:

(1) - influenza il comportamento in frequenza dello stadio che lo pilota. La sua capacità $C_{\mu 2}$ è infatti in parallelo a $5\text{k}\Omega$, e quindi modifica la costante di tempo τ_2 , che ora vale

$$\tau_2 = (R_{in} \parallel \beta(1/g_m + R_L))(C_{\mu 1} + C_{\mu 2}) = 2 \text{ ns},$$

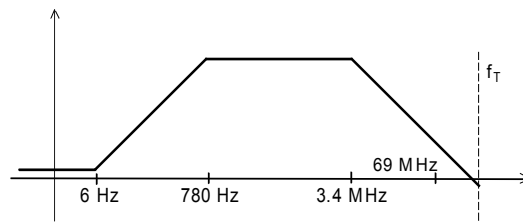
La capacità $C_{\pi 2}$ (12.5pF), invece, non viene quasi vista dal primo stadio, perché entrambi i suoi capi si spostano praticamente dello stesso valore in tensione ($1 + g_m R_L = 281$). Complessivamente, l'influenza del follower è modestissima, dato anche il piccolo valore di $C_{\mu 2}$, e riduce la banda del primo stadio a $f_L = 3.4\text{MHz}$.

(2) - aggiunge i poli e gli zeri suoi propri. Immaginando di pilotare il follower con un generatore di corrente avente una resistenza equivalente $R_{in} = 5\text{k}\Omega$ ed una capacità equivalente pari a $C_{\mu 1} = 0.2\text{pF}$, si ottiene:

$$\tau_b = C_{\pi} R_L r_{\pi} / (R_{in} + (\beta + 1)R_L + r_{\pi}) = 0.1 \text{ ns},$$

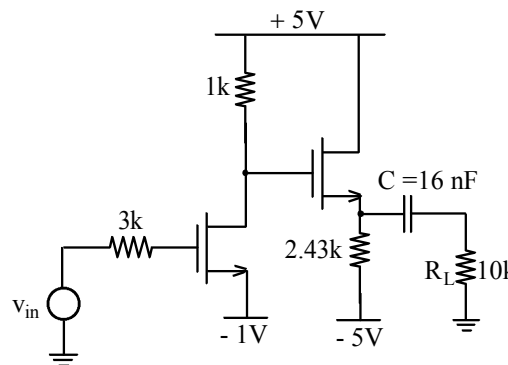
$$\tau_3 = (R_{in} \parallel \beta(1/g_m + R_L))C_{\pi} / (1 + g_m R_L) = 0.2 \text{ ns}.$$

Il polo a frequenza più bassa, introdotto dal follower, è quindi alla frequenza $f_L \cong 1/(2\pi(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)) \cong 69\text{MHz}$. Risolvendo precisamente il denominatore della funzione di trasferimento, si troverebbe $f_L = 70\text{MHz}$ e $f_H = 2.4\text{GHz}$. Si noti come il follower non limiti affatto la banda passante del circuito, stabilita invece dal primo stadio.



E 9.43 Si consideri il seguente circuito, in cui i MOSFET abbiano $V_T = 0.5\text{V}$, $k = 6\text{mA/V}^2$, $r_o = 30\text{k}\Omega$, $C_{gd} = 1\text{pF}$ e $f_T = 300\text{MHz}$.

- Polarizzarlo.
- Studiarne il comportamento in frequenza
- Valutarne la dinamica.



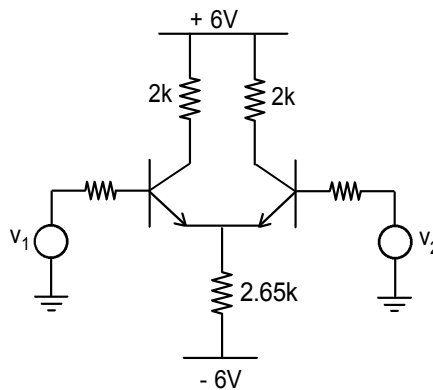
(a) - $I_{D1} = 1.5\text{mA}$, $1/g_{m1} = 167\Omega$, $C_{gs1} = 2.2\text{pF}$, $V_{D1} = 3.5\text{V}$; $I_{D2} = 3\text{mA}$, $1/g_{m2} = 119\Omega$, $V_{S2} = 2.3\text{V}$, $C_{gs2} = 3.5\text{pF}$.

(b) - Il guadagno di tensione a centro banda è $G = -5.65$. Il condensatore di disaccoppiamento all'uscita determina uno zero nell'origine ed un polo a 984Hz . Le costanti di tempo che intervengono nella funzione di trasferimento del primo stadio sono:

$$\tau_1 = 6.6\text{ns} \quad \tau_2 = 2.2\text{ns} \quad \tau_3 = 21\text{ns} \quad \tau_4 = 1.9\text{ns}$$

che determinano $f_L=5.3\text{MHz}$ e $f_H=262\text{MHz}$. La costante di tempo sul carico del Source follower è $\tau_2=0.4\text{ns}$ che determinerebbe un polo acirca 400MHz . Entrambi gli zeri stanno ad una frequenza superiore alla f_T . La banda passante del circuito si estende pertanto da circa 1kHz fino a circa 5MHz .

E 9.44 Analizzare il comportamento in frequenza del circuito differenziale a BJT mostrato nella seguente figura ($f_T=200\text{MHz}$, $C_\mu=4\text{pF}$, $\beta=100$), sia sul segnale differenziale che su un segnale di modo comune.



Dallo studio della polarizzazione si ottiene $I_{C1}=I_{C2}=1\text{mA}$, $g_{m1}=g_{m2}=40\text{mA/V}$ e $C_{\pi 1}=C_{\pi 2}=28\text{pF}$. Quando all'ingresso viene applicato un *segnale differenziale*, $v_d=v_1-v_2$, i due transistori si comportano come se fossero due stadi Emettitore comune. La funzione di trasferimento ha perciò la stessa espressione della (9.14) ed il calcolo dei poli si riduce alla valutazione delle seguenti costanti di tempo:

$$\tau_1=C_\pi(R_g\parallel\beta/g_m)=20\text{ns}$$

$$\tau_2=C_\mu R_L=8\text{ns}$$

$$\tau_3=C_\mu(1+g_m R_L)(R_g\parallel\beta/g_m)=231\text{ns}$$

dove si è indicato con R_g la resistenza serie sulle Basi pari ad $1\text{k}\Omega$ e con R_L le resistenze sui due Collettori. La banda passante del circuito si estende perciò da 0Hz a $f_L=615\text{kHz}$ e la funzione di trasferimento presenta un ulteriore polo nell'intorno della frequenza di taglio dei transistori (piuttosto che a $f_H=258\text{MHz}$ dato dal calcolo della rete, a quella frequenza ormai inaffidabile).

Quando in ingresso viene applicato un *segnale di modo comune*, il guadagno è costante ($G=-0.38$) fino alla frequenza del primo polo. Per il calcolo della funzione di trasferimento di modo comune, si può applicare il metodo delle costanti di tempo ad ognuna delle due metà del circuito (cfr. Cap 5). Indicando con R_S il doppio della resistenza di polarizzazione di $2.65\text{k}\Omega$, i coefficienti del denominatore della funzione di trasferimento sono dati da

$$a = \frac{C_{\pi} C_{\mu} r_{\pi} (R_L R_S + R_g R_S + R_g R_L)}{R_g + (\beta + 1) R_S + r_{\pi}} = (3\text{ns})^2$$

$$b = C_{\pi} \frac{r_{\pi} (R_S + R_g)}{R_g + (\beta + 1) R_S + r_{\pi}} + C_{\mu} \frac{R_g [r_{\pi} + (\beta + 1) R_S]}{R_g + (\beta + 1) R_S + r_{\pi}} +$$

$$C_{\mu} R_L \frac{r_{\pi} + (\beta + 1) R_S + (\beta + 1) R_g}{R_g + (\beta + 1) R_S + r_{\pi}} = 14.3\text{ns}$$

Risolvendo l'equazione di secondo grado si ottiene $f_L=11.7\text{MHz}$ ed $f_H=233\text{MHz}$. Ad una buona stima del polo prevalente si sarebbe potuti giungere notando che il contributo della capacità C_{π} può essere trascurato perché essa è posta tra due punti che variano il loro potenziale circa della stessa quantità. A questo punto il metodo delle costanti di tempo è applicato solo alla rimanente capacità C_{μ} .