

11

ANALISI DEI CIRCUITI REAZIONATI

- 11.1 *L'invenzione della reazione negativa*
- 11.2 *Proprietà generali dei circuiti reazionati*
- 11.3 *Reazione negativa e reazione positiva*
- 11.4 *Circuiti reali reazionati negativamente*
 - 11.4.1 *Circuiti retroazionati ad operazionali*
 - 11.4.2 *Circuiti retroazionati a transistori*
- 11.5 *Valutazione del guadagno di anello*
- 11.6 *La polarizzazione iterativa*
- 11.7 *Calcolo delle impedenze di ingresso e di uscita*
 - 11.7.1 *Esempio di calcolo: diminuzione dell'impedenza*
 - 11.7.2 *Esempio di calcolo: aumento dell'impedenza*
 - 11.7.3 *Regole pratiche di calcolo dell'impedenza*
 - 11.7.4 *Considerazioni generali sul calcolo dell'impedenza*
- 11.8 *Trasferimento ideale e trasferimento reale*
 - 11.8.1 *Unidirezionalità dei blocchi e guadagno diretto*
- 11.9 *Dinamica di ingresso e di uscita*
- 11.10 *Analisi del rumore in un circuito retroazionato*
- 11.11 *L'Emitter follower come esempio di circuito retroazionato*

11.1 L'INVENZIONE DELLA REAZIONE NEGATIVA

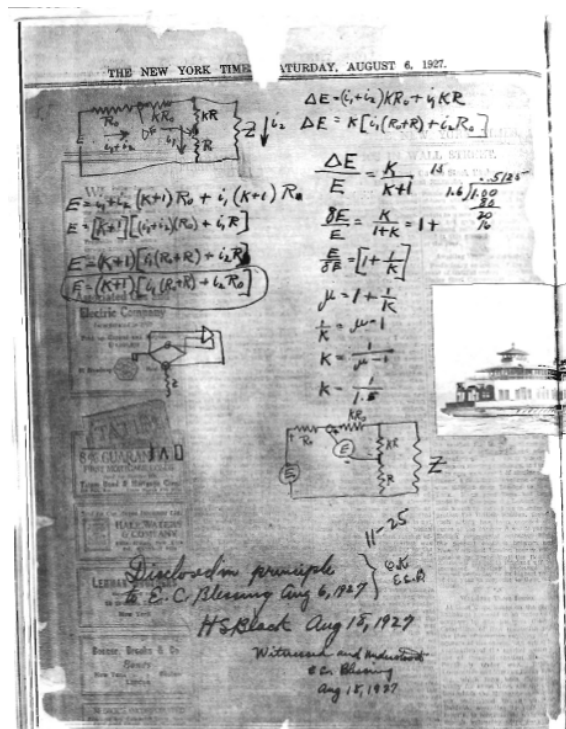
L'idea della reazione negativa venne all'americano Harold S. Black il martedì mattina del 6 agosto 1927, mentre attraversava il fiume Hudson sul battello Lackawanna per recarsi al lavoro a Manhattan. Aveva 29 anni e da sei lavorava come ingegnere nei laboratori della compagnia telefonica americana, i *Bell Telephone Laboratories*. L'oggetto della ricerca erano i sistemi per comunicazione telefonica su grande distanza, con l'obiettivo di arrivare ad apparati che permettessero un collegamento efficiente tra le due coste degli Stati Uniti e tra gli Stati Uniti e l'Europa. Le difficoltà che si dovevano affrontare erano legate non solo alla qualità dei componenti impiegati, ma soprattutto al fatto che non si sapeva come progettare amplificatori sufficientemente stabili e lineari, che non producessero distorsioni eccessive dei segnali. Infatti, le non linearità degli elementi che componevano gli amplificatori, in primo luogo dei tubi elettronici (oggi si penserebbe alla relazione esponenziale nei transistori bipolari o a quella quasi quadratica nei FET), si traducevano nella generazione di armoniche indesiderate nel segnale di uscita; inoltre le variazioni delle caratteristiche degli stessi elementi, per effetto della temperatura o dell'invecchiamento, determinavano un continuo cambiamento delle prestazioni degli amplificatori, in particolare del loro guadagno. L'obiettivo della ricerca di H. S. Black era il miglioramento delle prestazioni degli amplificatori posti come ripetitori lungo le linee telefoniche, in modo da poter trasmettere simultaneamente sulla stessa linea più canali per lunghe tratte. Ben presto egli si rese conto che le caratteristiche richieste ad un amplificatore per garantire queste prestazioni erano così stringenti che non si poteva pensare di ottenerle apportando semplicemente dei perfezionamenti alle topologie circuitali esistenti. Era necessaria un'idea completamente nuova.

L'idea venne la mattina del 6 agosto 1927 ed Harold S. Black schizzò su di una pagina del New York Times il diagramma di un circuito reazionato negativamente (del tutto analogo a quello della Fig.11.1b) e ne ricavò le proprietà fondamentali (eq.11.1-11.4). Firmò i suoi appunti in fondo alla pagina del giornale e, appena arrivato in laboratorio, li mostrò al suo direttore, Earl C. Blessing. Questi, convintosi dell'importanza dell'invenzione, firmò anch'egli a piè di pagina quale testimone. Quegli appunti riassumevano l'idea che sia la controllabilità dell'amplificazione che le distorsioni del segnale amplificato potevano essere estremamente migliorate se il segnale all'uscita del circuito veniva riportato in ingresso e sommato in controfase con il segnale applicato. Quattro giorni più tardi H. S. Black mise in chiaro gli effetti della reazione sulle impedenze di ingresso e di uscita di un circuito, con ciò ottenendo anche un altro importante obiettivo: quello di fissare e stabilizzare le impedenze dell'amplificatore per adattarle perfettamente a quelle dei cavi di trasmissione del segnale. Il 29 dicembre dello stesso anno, egli verificò sperimentalmente per la prima volta le caratteristiche dei sistemi reazionati negativamente, misurando una riduzione della distorsione di un fattore 100.000 su

segnali di ingresso compresi tra 4 e 45 kHz, utilizzando il primo amplificatore reazionato negativamente della storia.

Benché la richiesta di brevetto dell'invenzione fosse stata inoltrata allo U.S. Patent Office fin dall'anno successivo, ci vollero più di 9 anni per arrivare alla sua definitiva approvazione (21 dicembre 1937, No. 2.102.671). Una delle ragioni del ritardo è da attribuirsi al fatto che il concetto era così originale e contrario al modo di pensare corrente che inizialmente l'ufficio brevetti non credette nella bontà dell'invenzione. Inoltre, la documentazione per il brevetto era estremamente lunga e particolareggiata (84 pagine in tutto, comprendenti il testo e 75 figure illustrative). Infatti, giacché l'invenzione apriva un campo di progettazione completamente nuovo, vi erano descritti tutti i principi del funzionamento degli amplificatori reazionati negativamente. La maggior parte del testo del brevetto è stato scritto da H.S. Black in persona.

Come vedremo, la retroazione negativa in generale stabilizza il guadagno di un circuito, ne migliora l'impedenza di ingresso e di uscita, riduce le distorsioni e ottimizza il comportamento in frequenza. In poche parole, essa permette di progettare circuiti lineari accurati, stabili e con caratteristiche predefinite. Oggigiorno, praticamente tutti i circuiti elettronici lineari sono circuiti reazionati.



11.2 PROPRIETÀ GENERALI DEI CIRCUITI REAZIONATI

Consideriamo il sistema della Fig.11.1a, costituito da un amplificatore unidirezionale la cui complessità è racchiusa nella sua funzione di trasferimento $A(s)$. In un circuito di questo tipo le variazioni dei parametri dei suoi componenti (per effetto della temperatura o della sostituzione dei componenti) si riflettono in variazioni delle prestazioni dell'amplificatore, alterandone continuamente punto di polarizzazione, guadagno, posizione dei poli *etc.* Inoltre, le non linearità degli elementi che compongono l'amplificatore si traducono nella generazione di armoniche non desiderate, che sono amplificate e compaiono nel segnale di uscita. Per ovviare a questi inconvenienti la topologia del circuito può essere modificata come indicato nella Fig.11.1b, aggiungendo uno stadio, caratterizzato dalla funzione di trasferimento $F(s)$, che rileva il valore della grandezza di uscita, s_u , e genera un segnale, f , ad essa proporzionale. Tale segnale, detto **segnale di reazione**, è *confrontato* con il valore della grandezza in ingresso, s_{in} , in un **nodo "sommatore"** posto all'ingresso. Solamente il risultato di questo confronto, indicato con ε , e non più tutto s_{in} viene così applicato al blocco $A(s)$. Il sistema così ottenuto è detto **sistema reazionato**. I suoi elementi caratteristici, cioè il **blocco di andata**, $A(s)$, ed il **ramo di reazione**, $F(s)$, individuano un anello, detto **anello di reazione**. Vediamo perché questa modifica migliora le cose.

L'introduzione del ramo di reazione fa variare la funzione di trasferimento s_u/s_{in} del sistema originario. Con riferimento alla Fig.11.1b, semplici bilanci ai nodi conducono alle seguenti relazioni:

$$\varepsilon = s_{in} + s_u \cdot F(s) ,$$

$$s_u = \varepsilon \cdot A(s)$$

da cui si ricava, sostituendo la prima nella seconda, la funzione di trasferimento

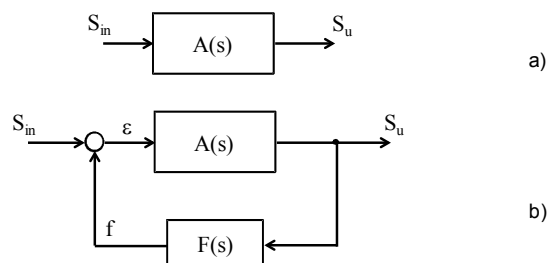


Fig. 11.1 Dal semplice stadio amplificante (a) all'amplificatore reazionato (b).

dell'amplificatore reazionato:

$$G(s) = \frac{s_u}{s_{in}} = \frac{A(s)}{1 - A(s)F(s)} = \frac{A(s)}{1 - G_{loop}(s)} \quad (11.1)$$

dove il prodotto $A(s) \cdot F(s)$, indicato con $G_{loop}(s)$, è adimensionale ed è chiamato **guadagno d'anello, $G_{loop}(s)$** .

Analogamente si ottiene l'espressione del segnale che comanda l'amplificatore di andata (sostituendo la seconda nella prima):

$$\varepsilon = \frac{s_{in}}{1 - A(s)F(s)} = \frac{s_{in}}{1 - G_{loop}(s)}, \quad (11.2)$$

dove si vede che **il segnale ε che effettivamente comanda l'amplificatore di andata tende ad essere tenuto piccolo dalla retroazione** ($\varepsilon \approx 0$ se G_{loop} grande).

Dal sistema si ottiene anche l'espressione del segnale di reazione:

$$f = \varepsilon \cdot A(s) \cdot F(s) = \frac{s_{in} G_{loop}(s)}{1 - G_{loop}(s)}. \quad (11.3)$$

dove si vede che **il segnale effettivamente richiamato dal circuito attraverso il ramo di retroazione tende a coincidere con il segnale applicato all'ingresso** ($f \approx s_{in}$ se G_{loop} grande).

Queste conclusioni sono esaltate nel caso in cui $|G_{loop}| = |A(s) \cdot F(s)| \gg 1$ così da poter trascurare l'unità al denominatore. Nel caso in cui $|G_{loop}| \gg 1$, l'espressione del trasferimento della (11.1) si semplifica in:

$$G_{id}(s) = \frac{s_u}{s_{in}} \approx -\frac{1}{F(s)}. \quad (11.4)$$

Questa relazione mette in evidenza come, nel caso limite di G_{loop} molto grande, **il trasferimento non dipenda più dal blocco di andata $A(s)$ ma solo dalle caratteristiche del blocco di reazione**. Questa è una situazione “quasi ideale” e per questo il guadagno è indicato con il pedice “id”. Si noti anche che se moltiplicassimo e dividessimo per $F(s)$ la (11.1) otterremmo un'altra forma di $G(s)$:

$$G(s) = \frac{s_u}{s_{in}} = \frac{A(s)}{1 - A(s)F(s)} \cdot \frac{F(s)}{F(s)} = \frac{1}{F(s)} \cdot \frac{G_{loop}(s)}{1 - G_{loop}(s)} = G_{id}(s) \frac{-G_{loop}(s)}{1 - G_{loop}(s)}$$

Essa è molto comoda per calcolare il guadagno reale di un circuito partendo dal valore “ideale”. Nei prossimi paragrafi approfondiremo le molte implicazioni pratiche di queste proprietà, tali da permettere di realizzare in maniera relativamente semplice circuiti e sistemi dalle caratteristiche molto interessanti.

11.3 REAZIONE NEGATIVA E REAZIONE POSITIVA

È opportuno approfondire il significato della (11.1) in funzione del segno del guadagno di anello, G_{loop} . Esso ha infatti una importanza fondamentale nel definire le caratteristiche del circuito reazionato.

Si supponga che i due trasferimenti A ed F siano di segno discorde, ad es. $A > 0$ ed $F < 0$. Di conseguenza $G_{loop} < 0$. Se a questo circuito si applica in ingresso un segnale s_{in} a gradino positivo (Fig.11.2a), il blocco di andata eroga in uscita un segnale positivo. La variazione dell'uscita genera un segnale di reazione f che giunge al nodo di ingresso con segno opposto al segnale forzante e va a sottrarsi ad esso ($\epsilon < s_{in}$). Tale tipo di reazione, in cui *il segnale di reazione tende a ridurre la frazione di segnale di ingresso effettivamente applicata allo stadio amplificante di andata*, è chiamata **reazione negativa**. La reazione è negativa tutte le volte che il prodotto $A \cdot F$ è negativo, ovvero quando il guadagno di anello G_{loop} è negativo.

Qualora invece i due blocchi che costituiscono l'anello avessero un guadagno dello stesso segno, per es. $A > 0$ ed $F > 0$ (Fig.11.2b), tali quindi da determinare $G_{loop} > 0$, il segnale riportato al nodo di ingresso avrebbe lo stesso segno del segnale forzante ed andrebbe a sommarsi ad esso ($\epsilon > s_{in}$). Un sistema con queste caratteristiche è detto a **reazione positiva**, e lo si ottiene tutte le volte che il prodotto $A \cdot F$ è positivo, ovvero quando il guadagno di anello è positivo.

Sia i circuiti reazionati negativamente che quelli reazionati positivamente trovano applicazione nei sistemi elettronici. Alla prima categoria appartengono per esempio gli amplificatori ed i filtri; alla seconda gli oscillatori ed i generatori di *clock*. In seguito ci limiteremo a considerare solo circuiti reazionati negativamente.

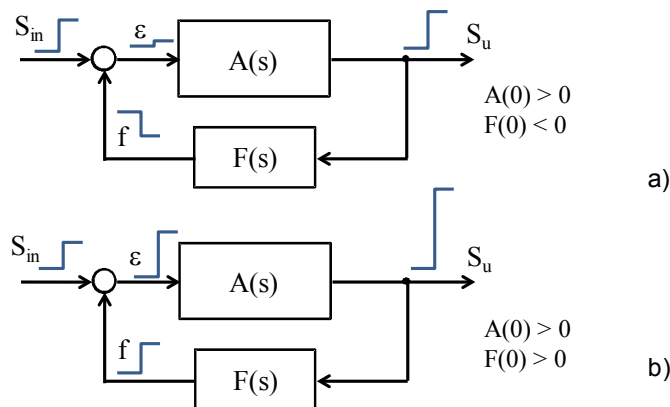


Fig. 11.2 (a) Sistema reazionato negativamente con $A(0) > 0$ e $F(0) < 0$ e
(b) sistema reazionato positivamente con $A(0) > 0$ e $F(0) > 0$.

L'instabilità di un circuito reazionato positivamente potrebbe sembrare non trovare riscontro nella (11.1) e seguenti. Per comprenderla è indispensabile tener presente che, in un qualsiasi sistema reale esiste almeno un elemento reattivo e quindi un polo ad esso associato. Ponendo quindi al posto di $A(s)$ nella (11.1) l'espressione $A(s)=A_0/(1+s\tau)$ e supponendo $F(s)$ costante:

$$G(s) = \frac{\frac{A_0}{1+s\tau}}{1 - \frac{A_0}{1+s\tau} \cdot F} = \frac{A_0}{1+s\tau - A_0 \cdot F} = \frac{A_0}{1 - A_0 \cdot F} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{\tau}{1 - A_0 \cdot F}}$$

Si verifica che se $G_{loop}(0)=A_0 \cdot F > 1$ il polo della rete diviene reale e positivo, per cui la risposta del sistema ad un qualunque stimolo applicato all'ingresso sarebbe esponenziale crescente e quindi divergente. Nei *circuiti reazionati positivamente* un qualunque disturbo fa divergere esponenzialmente il segnale d'uscita fino a che alcuni dei componenti attivi non escono fuori dalla loro zona di funzionamento lineare ed il sistema satura, ovvero la sua variabile di uscita raggiunge un valore massimo o minimo che rimane costante.

Robustezza alle variazioni del guadagno. Introdotta la topologia dei sistemi reazionati e la loro classificazione, è possibile ora apprezzare la riproducibilità della funzione di trasferimento di un amplificatore realizzato secondo lo schema di H. S. Black alle variazioni dei parametri del blocco d'andata. Differenziando la (11.1) rispetto ad A si ottiene:

$$\frac{dG}{G} = \frac{dA}{A} \frac{1}{1 - G_{loop}} \quad (11.5)$$

Esso mostra come, se il guadagno d'anello è negativo, la variazione percentuale del trasferimento d'andata $A(s)$ influenzi sempre meno il trasferimento G dell'intero sistema quanto più $|G_{loop}|$ è grande.

In definitiva, in un sistema reazionato negativamente, la riduzione del guadagno di un fattore pari ad $(1-G_{loop})$ rispetto a quello del blocco d'andata consente di rendere il circuito meno sensibile alle variazioni di A , proprio in ragione dello stesso fattoreⁱ. Per un circuito reazionato positivamente e stabile ($G_{loop} < 1$) si ha invece un trasferimento maggiore del trasferimento d'andata ma più sensibile alle variazioni di A , sempre in ragione del fattore $(1-G_{loop})$. Per un circuito retroazionato positivamente con $G_{loop} > 1$ infine il guadagno ovviamente divergerà.

ⁱ Si noti l'analogia tra questa conclusione e quella ottenuta nel Capitolo 5 a proposito degli stadi a singolo transistor con la resistenza di degenerazione sul Source (Emettitore). Si vedrà nel §11.11 che questa coincidenza non è casuale: quegli stadi sono infatti dei circuiti reazionati in cui il blocco d'andata è costituito dal solo transistor.

NOTA di PROGETTO

Si supponga di dover realizzare un amplificatore elettronico con un guadagno di 100 ed una stabilità del guadagno migliore di $\pm 0.1\%$.

Se si pensasse di realizzare un simile amplificatore ad anello aperto, adottando cioè lo schema della Fig.11.1a, tutte le sue caratteristiche dipenderebbero drasticamente dai parametri dei transistori e degli elementi passivi utilizzati, dalla loro variazione con la temperatura, etc., e quindi si sarebbe costretti ad utilizzare componenti scelti uno ad uno ed a stabilizzarne singolarmente il punto di lavoro.

L'alternativa a questa soluzione è data da un circuito reazionato negativamente secondo lo schema della Fig.11.1b. Ricordando che :

$$G = \frac{A}{1 - G_{\text{loop}}} = 100 \qquad \frac{\partial G}{G} = \frac{\partial A/A}{1 - G_{\text{loop}}} = 0.1\%$$

è molto più facile ed economico realizzare un amplificatore con guadagno di $5 \cdot 10^4 \pm 50\%$ ($A = 5 \cdot 10^4$ e $\delta A/A = 50\%$) reazionarlo negativamente con un $G_{\text{loop}} = 500$ ottenendo un amplificatore con i requisiti desiderati :

$$G = \frac{50000}{501} = 100 \qquad \frac{\partial G}{G} = \frac{50\%}{501} = 0.1\%$$

È importante sottolineare come la reazione negativa renda il trasferimento meno sensibile alle variazioni dei parametri del blocco di andata $A(s)$, ma nessun effetto benefico essa ha rispetto alla variazione della funzione di trasferimento $F(s)$ del blocco di reazione. Infatti, in base alla (11.4) è proprio la funzione di trasferimento $F(s)$ che determina da ultimo la funzione di trasferimento del sistema. Quindi, perché il trasferimento dell'amplificatore reazionato sia riproducibile, occorre preoccuparsi della riproducibilità dei parametri della funzione di trasferimento $F(s)$. Nella pratica questa condizione è soddisfatta realizzando il ramo di reazione con soli componenti passivi, come resistori, con tolleranze spinte. L'amplificazione $A(s)$ del blocco d'andata deve esclusivamente garantire un guadagno d'anello ben maggiore dell'unità alle frequenze di interesse, nonostante la variabilità delle caratteristiche dei componenti impiegati.

11.4 CIRCUITI REALI REAZIONATI NEGATIVAMENTE

Le proprietà elementari dei sistemi reazionati, così come enunciate fino ad ora e ricavate avvalendosi degli schemi a blocchi della Fig.11.2b, si fondano sulla ipotesi che i circuiti, rappresentati con $A(s)$ e $F(s)$, siano **unidirezionali**. Cioè si suppone che il segnale possa propagarsi solo dall'ingresso di ciascun blocco alla relativa uscita, seguendo il verso di percorrenza dell'anello di reazione. Purtroppo, nella maggior parte dei casi, i circuiti elettronici reali mal si adattano a questa schematizzazione perché il blocco di reazione, $F(s)$, è spesso una partizione di resistenze, e quindi di componenti intrinsecamente bidirezionali.

Inoltre è ben difficile individuare singolarmente le funzioni di trasferimento $A(s)$ ed $F(s)$ di un circuito reale. Infatti gli elementi che costituiscono il blocco di reazione, e che sono stati concentrati in $F(s)$, spesso intervengono a determinare anche il valore di $A(s)$ e viceversa. Per questi motivi i circuiti elettronici reazionati reali necessitano di un metodo di analisi più specifico. Vediamo quindi come farci guidare dalle espressioni (11.1), (11.2) ed (11.3) nella realizzazione e nell'analisi di un circuito retroazionato reale.

11.4.1 Circuiti retroazionati ad operazionali

Si consideri di avere a disposizione (Fig.11.3) un amplificatore operazionale avente un guadagno A_0 molto grande. Se si applicasse un gradino positivo al OpAmp della Fig.11.3a, il segnale v_{in} , applicato al morsetto non invertente, farebbe aumentare la tensione di comando v_ε dell'operazionale e porterebbe l'uscita v_u a salire in tensione, come pure il punto intermedio del partitore $R1$ e $R2$.

Guidati dalla relazione (11.2) che ci dice che una buona retroazione negativa deve tendere ad annullare il comando ε dello stadio di andata, nel nostro caso coincidente con v_ε , dobbiamo fare in modo che il morsetto invertente dell'OpAmp

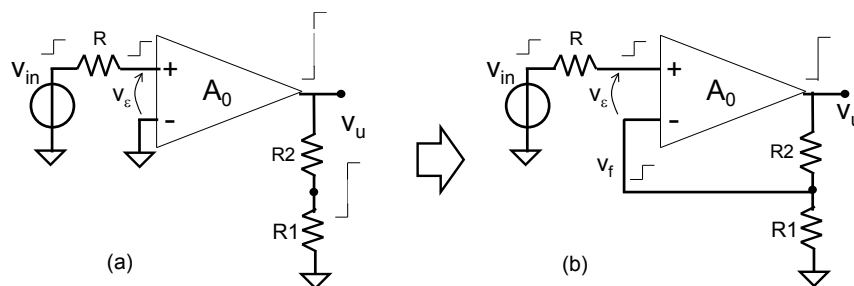


Fig. 11.3 Esempio di costruzione di un circuito reazionato negativamente con amplificatore operazionale. Il collegamento delle due resistenze al morsetto invertente è motivato dalla necessità di ridurre v_ε .

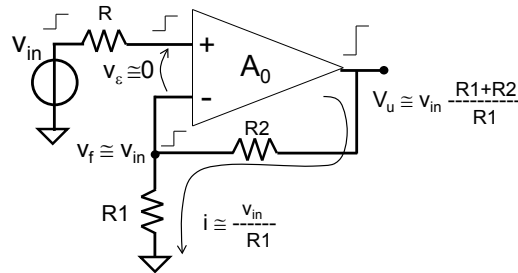


Fig. 11.4 Comportamento dell'amplificatore reazionato della Fig.11.3 nel caso in cui G_{loop} sia elevatissimo, equivalente ad un guadagno differenziale A_0 dell'operazionale elevatissimo.

possa salire anch'esso in tensione. Questo può essere fatto collegandolo semplicemente al partitore come nella Fig.11.3b. Il segnale di tensione positivo v_f *contrast*a infatti l'aumento di v_ϵ inizialmente impresso dal segnale di ingresso. Il circuito è quindi *reazionato negativamente* poiché la reazione tende a ridurre il segnale di comando. La maglia di ingresso realizza concretamente il nodo sommatore della Fig.11.1b.

La situazione limite viene raggiunta quando il segnale di comando v_ϵ dell'operazionale viene ridotto ad un infinitesimo, cioè quando il segnale v_f riportato dalla rete di reazione al nodo invertente dell'OpAmp eguaglia il segnale v_{in} applicato all'ingresso. In base alle (11.2) e (11.3) questa condizione si verifica quando il guadagno di anello del circuito G_{loop} tende ad essere elevatissimo. In questa condizione $v_\epsilon \approx 0$. Ciò ha come conseguenza (Fig.11.4) che il segnale di ingresso è riportato, praticamente invariato, sul nodo invertente dell'operazionale, ovvero $v_f \approx v_{in}$.

A questo punto il segnale di corrente in R_1 , $v_f/R_1 \approx v_{in}/R_1$, fluisce anche in R_2 e determina la tensione di segnale in uscita, v_u , riferita a massa, come:

$$v_u \approx v_{in} \frac{R_2 + R_1}{R_1} \quad (11.6)$$

Il circuito della Fig.11.3 è quindi un amplificatore di tensione il cui valore di guadagno, in accordo con la (11.4), non dipende dai parametri dell'amplificatore di andata (il guadagno A_0 dell'operazionale) ma solo dagli elementi resistivi esterni R_2 ed R_1 che costituiscono la rete di retroazione !

E' interessante notare come semplici modifiche topologiche al circuito della Fig.11.3 possano portare ad un circuito con caratteristiche del tutto diverse. Si prenda ad esempio il circuito della Fig.11.5a che differisce dal precedente per il fatto che il segnale di ingresso è applicato al morsetto invertente tramite la resistenza R_1 invece che al morsetto non invertente tramite R (che di conseguenza viene posta a massa). Applicato un segnale di tensione positivo v_{in} , esso verrà a presentarsi all'ingresso invertente dell'operazionale. Essendo il potenziale dell'altro morsetto di ingresso dell'operazionale fisso al potenziale di massa perchè in R non può scorrere corrente, la frazione coincide con il segnale v_e applicato tra i due ingressi dell'operazionale. Per come è applicato, questo segnale viene amplificato e determina una diminuzione del potenziale del nodo d'uscita. Di nuovo guidati dalla relazione (11.2) che ci dice che una buona retroazione negativa deve tendere ad annullare il comando v_e dello stadio di andata, dobbiamo fare in modo che il morsetto invertente dell'OpAmp, inizialmente portato positivo dal nostro segnale, venga riportato indietro al valore iniziale. Questo può essere fatto collegandolo al partitore come nella Fig.11.5b. Il segnale di tensione negativo v_f contrasta infatti la variazione positiva di v_e inizialmente impresso dal segnale di ingresso. Il circuito è quindi reazionato negativamente poichè la reazione tende a riazzere la tensione v_e di comando dello stadio amplificante rispetto alla variazione iniziale impressa prima che la reazione intervenga. Al limite, per guadagno di anello tendente all'infinito, la variazione della tensione del morsetto invertente tende ad essere proprio nulla (Fig.11.6) e quindi $v_e \cong 0$. L'applicazione del segnale v_{in} determina allora una prefissata iniezione di corrente attraverso R_1 pari a

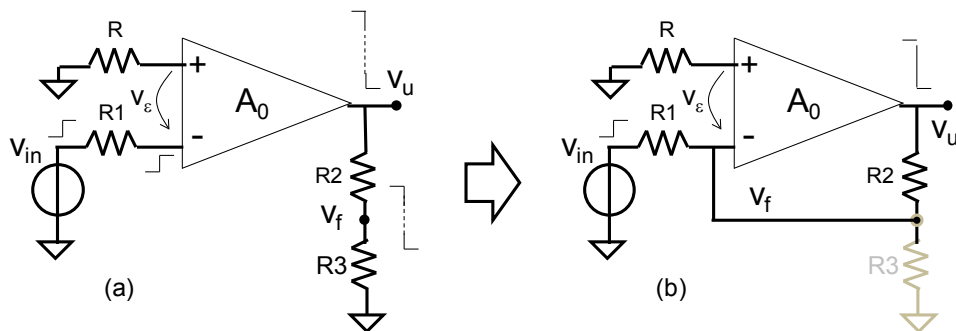


Fig. 11.5 Esempio di costruzione di un circuito reazionato negativamente quando il segnale di ingresso è applicato al morsetto invertente di un amplificatore operazionale. Il collegamento al morsetto invertente è motivato dalla necessità di ridurre v_e . R_3 viene tolta perchè tra due punti che non si muovono in tensione.

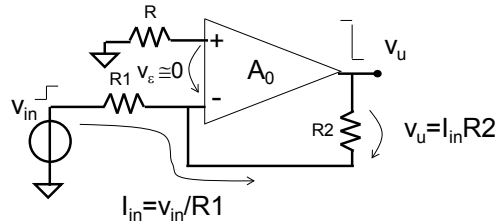


Fig. 11.6 Comportamento dell'amplificatore reazionato della Fig.11.5 nel caso in cui G_{loop} sia infinito.

$$i_{in} \cong \frac{v_{in}}{R_1}$$

la quale verrà richiamata dalla diminuzione del potenziale dell'uscita a scorrere attraverso R_2 . La caduta di potenziale ai capi di R_2 corrisponde alla variazione v_u cercata del potenziale di uscita, essendo il morsetto invertente fisso in tensione. Pertanto:

$$v_u \cong -i_{in} R_2$$

ed il guadagno di tensione del circuito risulta essere, nell'ipotesi fatta di $G_{loop} \rightarrow \infty$,

$$G \cong -\frac{R_2}{R_1} \quad (11.7)$$

Anche in questo caso, la funzione di trasferimento del circuito reazionato non dipende dalle caratteristiche dello stadio di andata ma solo dagli elementi della rete di reazione.

Per sottolineare che il potenziale del nodo (1) non varia, esso è detto *nodo di terra virtuale*. Il nome vuole indicare che il nodo (1) non varia il suo potenziale qualunque sia la corrente iniettata, comportandosi come una massa ma, a differenza di una vera massa, esso non assorbe la corrente, ma la rende disponibile lungo un cammino parallelo, che costituisce il ramo di reazione.

11.4.2 Circuiti retroazionati a transistori

Queste prime semplici considerazioni introducono al metodo di analisi dei circuiti reazionati e mostrano come sia possibile comprendere velocemente le caratteristiche fondamentali di un circuito. Per dissipare subito il dubbio che tale metodo si presti efficacemente all'analisi solo di circuiti semplici, applichiamo ad un circuito all'apparenza più complicato come quello della Fig.11.7 di cui si voglia studiare qualitativamente la risposta ad un segnale di tensione positivo applicato al

morsetto di ingresso. La frazione del segnale di ingresso che fa aumentare la tensione Base-Emettore del transistor determina un aumento della corrente nel transistor e quindi una diminuzione del potenziale del Collettore. Attraverso lo stadio invertente di guadagno ($-A$) si ottiene una variazione positiva del potenziale del nodo d'uscita che si riflette, attraverso la resistenza R_f , ai capi di R_1 , determinando un segnale di tensione v_f , anch'esso positivo.

Il circuito è quindi reazionato perchè una frazione del segnale d'uscita è riportata a sommarsi algebricamente con il segnale v_{in} erogato dal generatore forzante. Tale somma algebrica avviene ai capi della giunzione Base-Emettore (comando) del transistor. In particolare, il segnale di reazione v_f *contrasta* l'aumento di v_{be} inizialmente impresso dal segnale di ingresso e per questo attua una retroazione negativa. In questo tipo di analisi è importante percorrere l'anello nel verso "giusto" cioè in quello in cui effettivamente può scorrere un segnale reale, attraversando prima gli stadi amplificatori del blocco di andata e poi la rete di reazione; nel caso di circuiti a transistori ad esempio il verso è indicato da tanti indizi, non ultimo il fatto che un transistor non può essere comandato agendo dal suo Collettore (Drain). Per cui nel circuito della Fig.11.7 si può girare l'anello in senso orario e non in senso antiorario.

La maglia di ingresso realizza concretamente il nodo sommatore della Fig.11.1b. La situazione limite viene raggiunta quando il segnale di comando v_{be} del transistor viene ridotto ad un infinitesimo, cioè quando il segnale v_f riportato dalla rete di reazione al nodo di ingresso eguaglia il segnale v_{in} applicato all'ingresso. In base alle (11.2) e (11.3) questa condizione si verifica quando $G_{loop} \rightarrow \infty$.

La condizione $v_{be} = v_{\varepsilon} \cong 0$ ha varie conseguenze (Fig.11.8). Innanzitutto che il segnale di ingresso è riportato, praticamente invariato, sul nodo (2), ovvero $v_f = v_{in}$.

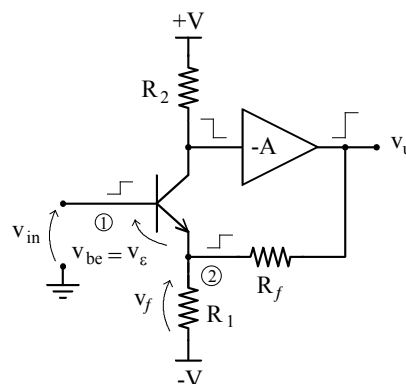


Fig. 11.7 Esempio di amplificatore di tensione reazionato.

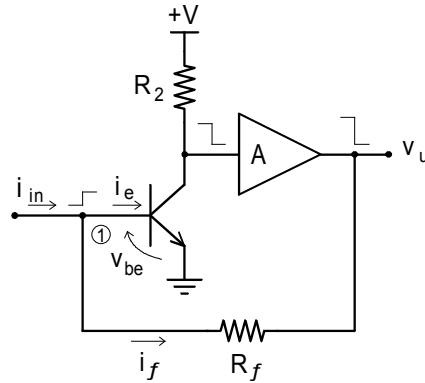


Fig. 11.9 Esempio di circuito reazionato con ingresso in terra virtuale.

In secondo luogo, il segnale di corrente in R_1 , $v_f/R_1 = v_{in}/R_1$, fluisce praticamente tutto attraverso R_f perché la variazione di tensione tra B ed E è infinitesima come pure la sua corrente. La tensione di segnale in uscita, v_u , riferita a massa, è quindi data da:

$$v_u \cong v_{in} \frac{R_f + R_1}{R_1} \quad (11.8)$$

Si noti come, in accordo con la (11.4), l'amplificazione ottenuta non dipenda dai parametri dell'amplificatore di andata (g_m e β del transistor, A dell'amplificatore) ma solo dagli elementi resistivi R_f ed R_1 che costituiscono la rete di retroazione.

Poiché la corrente di segnale nella Base del transistor di ingresso è ridotta a valori piccolissimi dalla reazione, l'impedenza di ingresso dell'amplificatore reazionato (data dal rapporto tra la tensione applicata, v_{in} , e la corrente corrispondentemente assorbita dallo stesso nodo) tende ad essere molto più elevata di quella che avrebbe lo stesso circuito senza reazione. Nella situazione limite in cui $G_{loop} \rightarrow \infty$, la corrente di Base diventa nulla e si ottiene un'impedenza di ingresso infinita. Un circuito con queste caratteristiche è utile quando si vuole realizzare un amplificatore di tensione che non carichi lo stadio che lo pilota. Nel §11.7 si illustreranno i metodi per arrivare ad una espressione precisa dell'impedenza anche quando si ha a che fare con circuiti reali aventi G_{loop} finito.

Semplici modifiche all'architettura appena vista portano ad un circuito con caratteristiche del tutto differenti. Il circuito della Fig.11.9 differisce dal precedente per il fatto che il segnale di uscita è riportato direttamente alla Base del transistor tramite R_f invece che al morsetto di Emettore tramite la partizione R_f e R_1 , e che l'amplificatore aggiunto è non invertente di guadagno A .

Il segnale di comando sia ora un gradino di corrente i_{in} iniettato nel nodo di ingresso. La frazione di i_{in} che fluisce nella Base del transistor determina un aumento della tensione v_{be} . Essendo il potenziale del morsetto di Elettore fisso al potenziale di massa, l'aumento di v_{be} determina un aumento del potenziale del morsetto di Base. Di conseguenza si ha un abbassamento del potenziale del Collettore e, a valle del blocco non invertente A, una diminuzione del potenziale del nodo d'uscita. Questa variazione richiama attraverso la resistenza R_f una frazione della corrente forzante i_{in} e determina un abbassamento del potenziale del morsetto (1) che *si oppone* all'iniziale tendenza all'aumento del potenziale di questo punto. Quindi, anche in questo circuito, la reazione tende a diminuire la tensione v_{be} di comando dello stadio amplificante rispetto al valore iniziale che si ha prima che la reazione intervenga: la reazione è negativa. Il nodo sommatore di correnti è ora realizzato dal nodo (1). In esso convergono sia il segnale di corrente forzante che la corrente di reazione, dando luogo alla corrente di comando della Base del transistor.

Si noti come gran parte del segnale di corrente di ingresso scorra attraverso il ramo di reazione, richiamato dalla diminuzione di potenziale del nodo di uscita. Al limite, per guadagno di anello tendente all'infinito, la corrente di Base tende ad annullarsi e tutta la corrente i_{in} di segnale viene richiamata nel ramo di reazione, $i_f = i_{in}$ (Fig.11.10). Contemporaneamente, anche la variazione della tensione v_{be} tende ad essere nulla.

A differenza di quanto accade nel circuito della Fig.11.7, poiché ora l'Elettore è vincolato al potenziale di massa, quando v_{be} tende ad essere infinitesimo anche il potenziale del morsetto di Base tende a rimanere costante e diventare un **nodo di terra virtuale**. Nella situazione limite di guadagno d'anello infinito, la variazione della tensione di uscita rispetto a massa è quindi:

$$v_u = - i_{in} R_f. \quad (11.9)$$

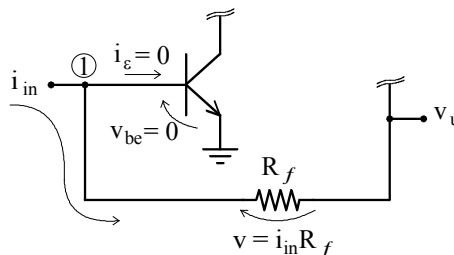
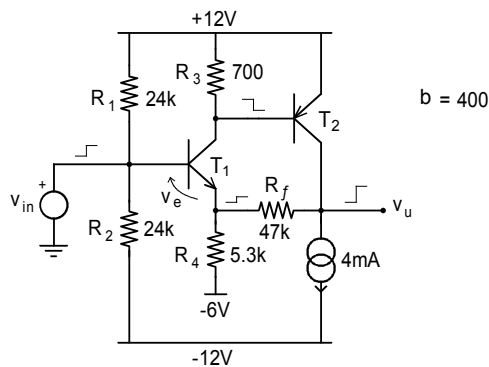


Fig. 11.10 Schema del comportamento del circuito della Fig.11.9 nel caso di $G_{loop} \rightarrow \infty$.

Anche in questo caso, la funzione di trasferimento del circuito reazionato non dipende dalle caratteristiche dello stadio di andata ma solo dagli elementi della rete di reazione. L'impedenza di ingresso del circuito, data dal rapporto tra la variazione di potenziale del nodo d'ingresso (1) e la corrente iniettata i_{in} , tende a diminuire all'aumentare del guadagno d'anello e, al limite, ad annullarsi.

Per la sua bassa impedenza di ingresso, questo circuito è tipicamente impiegato come stadio di ingresso di un amplificatore di corrente o di un amplificatore a transresistenza.

- E 11.1** Si consideri il circuito reazionato della figura seguente:
- ricavarne le correnti di polarizzazione;
 - descriverne qualitativamente il funzionamento, quando in ingresso viene applicato un segnale positivo a gradino di tensione, e calcolare il valore del guadagno tra ingresso ed uscita nell'ipotesi semplificativa che G_{loop} sia infinito;
 - valutare, nella stessa ipotesi, la resistenza di ingresso.



(a) - Dato l'alto valore del β dei transistori, si può pensare di trascurare in prima approssimazione le correnti di Base. La tensione di 0.7V ai capi di R_3 determina una corrente $I_3 \cong 1\text{mA}$. Analogamente, ai capi di R_4 si ha una caduta di tensione di 5.3V e quindi anche $I_4 = 1\text{mA}$. In R_f non scorrerebbe corrente e quindi $V_u = -0.7\text{V}$. Se si tenesse conto del β finito dei transistori si troverebbe che la corrente in R_f è di $12.5\mu\text{A}$ e quindi il potenziale del nodo d'uscita è $V_u = -1.29\text{V}$. La corrente di T_2 rimarrebbe a circa 4mA .

(b) - Si verifica innanzitutto che il circuito è reazionato negativamente. Per determinare il segno della reazione ed individuarne l'anello, si può procedere in modo analogo a quanto visto per il circuito della Fig.7.7. Si pensi di forzare un segnale di tensione positivo all'ingresso del circuito mediante il generatore v_{in} . L'aumento di v_{be} comporta un aumento della corrente di Collettore. Il potenziale

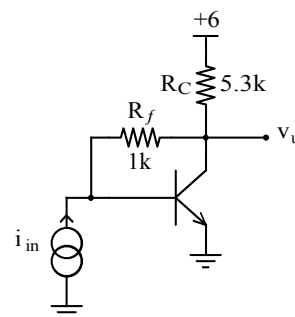
del Collettore di T_1 diminuisce e, conseguentemente, il potenziale del Collettore di T_2 aumenta. Questa variazione positiva di potenziale è riportata attraverso R_f ai morsetti di R_4 , e si oppone all'iniziale aumento della tensione di comando, v_{be} , del primo transistor. Il sistema è effettivamente reazionato negativamente perché la reazione tende a ridurre la frazione del segnale v_{in} che pilota il circuito amplificante. È facile constatare che se si fosse scelto per errore il verso opposto di percorrenza dell'anello, sarebbe stato impossibile percorrere ciclicamente tutto il circuito a causa della presenza di uno stadio amplificatore di andata (T_1 e T_2) effettivamente unidirezionale, almeno a media frequenza e nell'ipotesi di trascurare r_o .

Se il circuito avesse guadagno d'anello infinito, in base alla (11.2), si avrebbe $v_{be}=0$ ed il segnale che si sviluppa ai capi di R_4 sarebbe pari al segnale v_{in} applicato. Inoltre la variazione della corrente nell'Elettore di T_1 sarebbe infinitesima. La corrente v_{in}/R_4 fluirebbe tutta in R_f e quindi la tensione ai capi di R_f sarebbe pari a $v_{in}R_f/R_4$. La variazione totale del potenziale del nodo di uscita rispetto a massa sarebbe pari a $v_{out}=v_{in}(1+R_f/R_4)$. Il circuito è quindi un amplificatore di tensione con un guadagno che tende, per valori elevati di G_{loop} , a $G=1+R_f/R_4=+9.9$.

(c) - Per quanto riguarda l'impedenza di ingresso, a seguito della reazione che riduce il valore di v_{be} , la corrente assorbita dalla Base di T_1 tende ad essere infinitesima nonostante l'applicazione del segnale finito di tensione v_{in} . La reazione tende quindi ad aumentare l'impedenza di ingresso del circuito. Al limite, nel caso ideale, la sua impedenza di ingresso è infinita. Si noti che la reazione interviene solo a ridurre la corrente assorbita dalla Base di T_1 . La reazione non interviene ad alterare la corrente che fluisce nel partitore di polarizzazione ($R_1//R_2=12k\Omega$). La reazione non ha alcun effetto sull'impedenza di questo partitore, che perciò limita la massima resistenza di ingresso ottenibile complessivamente dallo stadio.

E 11.2 Si consideri il circuito accanto ($\beta=100$), e si supponga di applicare al suo ingresso un segnale sinusoidale di corrente a 10kHz di ampiezza 0.1mA:

- calcolarne la polarizzazione;
- descrivere il comportamento e fornire l'andamento del segnale di uscita nell'ipotesi di reazione ideale ($G_{loop} \rightarrow \infty$);
- discutere qualitativamente l'andamento della impedenza di ingresso al variare di G_{loop}



(a) - Se si trascura in prima approssimazione la corrente di Base del transistor, si ricavano immediatamente i valori delle correnti e delle tensioni di polarizzazione del circuito, pari a $V_u=0.7V$ e $I_C=1mA$. È semplice verificare che l'eventuale corrente di Base di $10\mu A$ varierebbe di solo $10mV$ il valore di V_u . Per confronto si possono scrivere le equazioni di Kirchhoff risolvendo la rete, verificando che gli scostamenti tra la soluzione approssimata e la soluzione analitica ottenuta senza trascurare I_B non sono importanti. Un metodo iterativo per la valutazione della polarizzazione dei circuiti reazionati è presentato nel § 11.6.

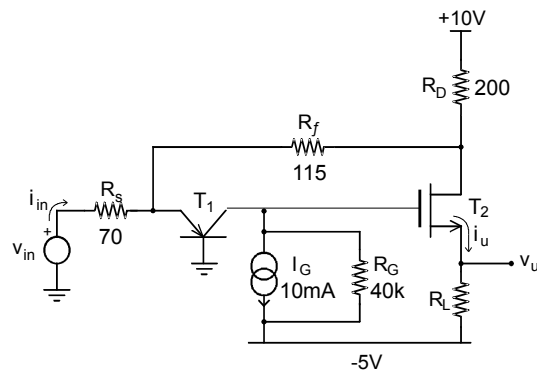
(b) - Si verifica facilmente che il circuito è reazionato negativamente. Infatti si immagini di applicare al circuito un gradino positivo di corrente. Il segnale si divide inizialmente tra i due rami afferenti al nodo di ingresso in ragione delle rispettive impedenze: β/g_m per il ramo costituito dalla Base del transistor e R_f+R_C per l'altro. Il segnale nella Base provoca una variazione positiva di v_{be} e quindi una diminuzione del potenziale del Collettore. Questo segnale negativo viene riportato in ingresso tramite la rete di reazione, attenuato dalla partizione tra R_f e β/g_m , senza essere cambiato di segno. Il circuito tende perciò a contrastare l'iniziale aumento del potenziale del morsetto di ingresso con un segnale di segno opposto proveniente dal ramo di reazione riducendo l'entità del comando v_{be} all'amplificatore di andata. La reazione è quindi negativa. Il nodo d'ingresso è un nodo di terra virtuale il cui potenziale varia di poco: pur a fronte dell'iniezione di una corrente i_{in} .

È utile analizzare il comportamento del circuito anche con riferimento alle correnti circolanti. Da questo punto di vista, si può considerare che l'applicazione del segnale di corrente nella Base comporta sul Collettore un segnale di corrente β volte più grande. Questa maggiore corrente viene prelevata in parte dal ramo di R_C ed in parte dal ramo di reazione, in ragione delle relative impedenze. In questo modo una parte del segnale di corrente forzato in ingresso fluisce attraverso R_f e si riduce la corrente iniettata direttamente nella Base. Quanto più alti sono i valori del β del transistor e di R_C rispetto a $(R_f+\beta/g_m)$, tanto più sarà la corrente richiamata attraverso il ramo di reazione. Si vedrà più avanti che il guadagno d'anello del circuito è proporzionale proprio al prodotto $\beta \cdot R_C$.

La variazione del potenziale del nodo di uscita è valutata considerando che, ai capi di R_f , si sviluppa una tensione pari a circa $i_{in} R_f$ e che il nodo di terra virtuale non varia il suo potenziale. Ne risulta $v_u \cong -i_{in} R_f$. Questo circuito è un semplice amplificatore a transresistenza perché converte il segnale di corrente di ingresso in un segnale di tensione in uscita proporzionale ad R_f . Nel caso del segnale di ingresso sinusoidale di ampiezza $0.1mA$, si ha in uscita un segnale sinusoidale di tensione della stessa frequenza, ma in controfase e di ampiezza $0.1V$.

(c) - Poiché il potenziale del nodo d'ingresso tende a restare costante, qualunque sia il valore della corrente iniettata, l'impedenza vista tra il nodo e la massa tende ad essere piccola, tanto più piccola quanto maggiore è G_{loop} . Questo circuito è in ingresso un ottimo lettore della corrente di segnale eventualmente erogata dallo stadio che lo precede.

- E 11.3** Con riferimento al circuito reazionato della figura, utilizzando un BJT con $\beta=300$ ed un MOSFET con $V_T=0.5V$ e $k=60mA/V^2$:
- calcolare il valore della resistenza R_L in modo che il potenziale stazionario del nodo di uscita sia $V_u=-2V$;
 - descrivere il funzionamento su segnale e calcolare le funzioni di trasferimento v_u/v_{in} e i_u/i_{in} nell'ipotesi di $G_{loop} \rightarrow \infty$,
 - stimarne, in questa ipotesi, la resistenza di ingresso.



(a) - La resistenza R_G è la resistenza interna del generatore di corrente $I_G=10mA$. In assenza di segnale, il BJT è polarizzato in zona attiva, il potenziale dell'Emettitore è $+0.7V$ ed il generatore di corrente I_G impone una corrente di Collettore di almeno $10mA$. Nella resistenza R_s fluiscono $0.7V/70\Omega=10mA$ verso massa. La somma di queste due correnti proviene dal ramo di reazione. Il potenziale del Drain del MOSFET è quindi a $0.7V+20mA \cdot R_f=3V$. Dall'alimentazione, attraverso R_D , provengono $35mA$, $15mA$ dei quali fluiscono nel MOSFET. Per condurre $15mA$ la tensione di comando del MOSFET deve essere $V_{GS}=1V$ e, per avere $V_u=-2V$, si dovrà scegliere $R_L=200\Omega$. Il potenziale del Gate è pari a $V_G=-1V$ e quindi la corrente in R_G è di $0.1mA$. Questo valore andrebbe a sommarsi alla corrente di Collettore di $10mA$ prima stimata e ci imporrebbe di rifare tutti i conti con $10.1mA$, ma porterebbe ad una variazione di meno dell'1% della polarizzazione già determinata e quindi ci si ferma qui.

(b) - Per capire il funzionamento del circuito si supponga di dare all'ingresso un segnale di tensione v_{in} positivo. Il potenziale dell'Elettore avrà una variazione anch'essa positiva, anche se inferiore a v_{in} a causa della partizione resistiva tra R_S e la resistenza verso massa ($1/g_m \parallel (R_f + R_D)$). La variazione di v_{be} determina un aumento della corrente nel BJT che non potrà che scorrere in R_G provocando un aumento del potenziale di Gate. La corrente nel MOSFET aumenta ed il potenziale di Drain diminuisce. Questa diminuzione di potenziale si riflette sull'elettore del BJT attraverso la rete di reazione, attenuata della partizione tra R_f e $(R_S \parallel 1/g_m)$. Il circuito tende perciò a contrastare l'iniziale aumento della tensione dell'elettore (il comando del circuito) con un segnale di segno opposto proveniente dal ramo di reazione. La reazione è negativa. Se il guadagno di anello fosse infinito, il segnale di reazione compenserebbe completamente l'iniziale aumento del potenziale dell'elettore e v_{be} sarebbe infinitesimo. Poiché $v_e \approx 0$ (punto di terra virtuale), ad un segnale v_{in} corrisponde una corrente $i_{in} = v_{in}/R_S$ che non potendo fluire nel BJT, perché $v_{be} \approx 0$, è richiamata interamente nel ramo di reazione. La caduta di potenziale ai capi di R_f è pari a $i_{in} \cdot R_f$ e corrisponde ad una variazione del potenziale del Drain del FET di:

$$v_d = -i_{in} \cdot R_f = -\frac{v_{in}}{R_S} R_f .$$

Il bilancio di correnti al Drain impone che il FET debba richiamare una corrente pari a:

$$i_u = i_{in} - \frac{v_d}{R_D} = \frac{v_{in}}{R_S} \left(1 + \frac{R_f}{R_D}\right) ,$$

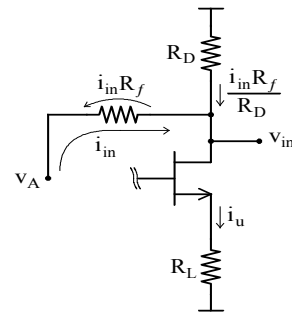
che è la corrente fornita al carico R_L , indicata con i_u nella figura.

Nell'ipotesi di $G_{loop} \rightarrow \infty$ (a tal fine basta far divergere la resistenza R_G !) il segnale infinitesimo di corrente iniettato nell'Elettore del BJT è sufficiente a determinare la variazione finita richiesta del potenziale del Gate.

In definitiva, nell'ipotesi di $G_{loop} \rightarrow \infty$, la funzione di trasferimento tra la corrente i_{in} iniettata e la corrente i_u è:

$$\frac{i_u}{i_{in}} = 1 + \frac{R_f}{R_D} = 1.58 .$$

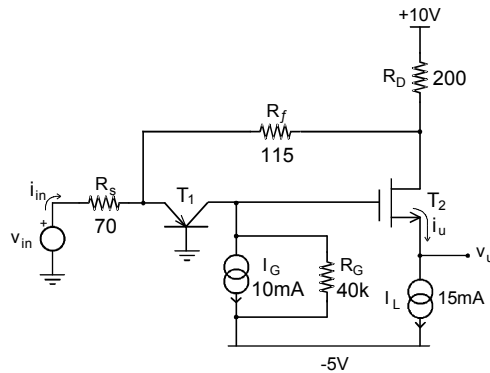
Se invece si considerano i segnali di tensioni $v_{in} = i_{in} \cdot R_S$ e $v_u = i_u \cdot R_L$, si ottiene:



$$\frac{v_u}{v_{in}} = \frac{R_L}{R_s} \left(1 + \frac{R_f}{R_D} \right) = 7.5 .$$

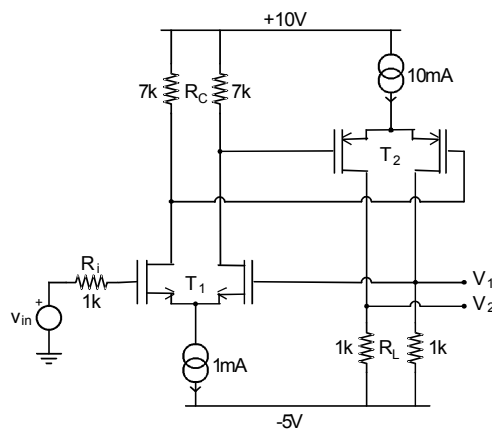
(c) - Poiché il potenziale dell'emettitore tende a restare costante, la resistenza di ingresso del circuito vista dal generatore di tensione di segnale tende ad essere data dalla sola $R_s=70\Omega$ (vedi E11.14).

E 11.4 Per aumentare il guadagno di tensione v_u/v_{in} del circuito dell'esercizio E11.3, si potrebbe pensare di aumentare il valore di R_L o addirittura di sostituirla con un generatore ideale di corrente da 15mA (pari cioè al suo valore di polarizzazione). Commentare questa scelta, studiando il comportamento del circuito così modificato.



La soluzione è infelice perché il circuito smette di essere reazionato. Infatti il generatore I_L fissa la corrente nel MOSFET. Di conseguenza il segnale di tensione giunto al Gate non modifica la V_{GS} (e quindi la I_D) perché il potenziale del Source segue la variazione del potenziale del Gate. Poiché non si ha una variazione di corrente del FET, il potenziale del Drain non diminuisce per richiamare maggiore corrente attraverso R_f . Quindi l'ingresso non riceve alcuna informazione riguardo al segnale sul nodo d'uscita. Se si cercasse di calcolare il guadagno di anello (cfr. esercizio E11.8) si troverebbe $G_{loop}=0$. Trascurando (R_D+R_f) rispetto ad $1/g_m$, la corrente di segnale che fluirebbe attraverso il BJT sarebbe pari a $v_{in}/(R_s+1/g_m)$ e quindi la variazione di potenziale v_u sarebbe pari a $v_{in} \cdot R_G/(R_s+1/g_m)$.

- E 11.5** Si consideri l'amplificatore reazionato della figura seguente, in cui i MOSFET abbiano $|k|=1.25\text{mA/V}^2$ e $|V_T|=1\text{V}$:
- studiare la polarizzazione;
 - mettere in luce i motivi che impongono il collegamento della reazione tra il Gate di destra di T_1 e V_1 e non con V_2 ;
 - stimare il guadagno tra v_{in} e v_1 nell'ipotesi che il guadagno di anello del circuito sia infinito;



(a) - Supponendo la coppia differenziale T_1 bilanciata, ogni transistore è percorso da 0.5mA , i relativi Drain sono a $+6.5\text{V}$ ed i Source a circa -1.6V . Quindi anche la coppia T_2 è bilanciata e percorsa da 5mA in ogni ramo. Il potenziale V_1 è a 0V , come il potenziale dell'ingresso in assenza di segnale, confermando così il bilanciamento della coppia T_1 . Si noti che, non essendoci lungo l'anello condensatori che disaccoppino parti contigue di circuito, esso è reazionato anche in continua. Pertanto, se anche si fosse supposto inizialmente uno sbilanciamento della coppia T_1 , ci si sarebbe accorti che il circuito tende a ribilanciarla. Infatti, si immagini che il potenziale del Gate del transistore di sinistra di T_1 (0V) sia maggiore di quello del Gate del transistore di destra. La corrente che fluirebbe nel transistore di sinistra di T_1 sarebbe quindi maggiore di quella nel transistore di destra, ed il potenziale del Drain di sinistra sarebbe più basso del potenziale del Drain di destra. In questo caso, la coppia differenziale T_2 sarebbe polarizzata in modo da far fluire più corrente nel suo ramo di destra. Il potenziale V_1 tenderebbe ad essere maggiore di 0 ed a contrastare l'iniziale sbilanciamento della coppia T_1 .

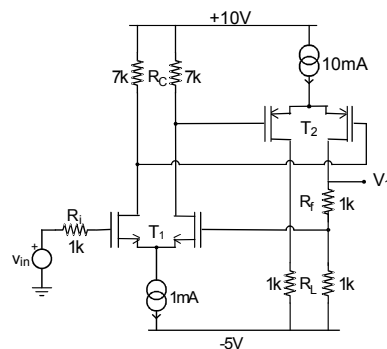
(b) - Il comportamento su segnale del circuito è del tutto analogo a quello appena descritto per la polarizzazione. Supponendo infatti di applicare un segnale di tensione positivo all'ingresso, questo determina in un primo tempo un aumento

della tensione differenziale tra i due Gate di T_1 . In particolare la V_{gs} del transistor di sinistra di T_1 aumenta (e quindi aumenta la sua corrente) e contemporaneamente diminuisce la V_{gs} del transistor di destra (e quindi la sua corrente). Dato che le resistenze di carico sui due Drain sono identiche, si ottiene un segnale puramente differenziale che agisce sulla coppia T_2 , tale da aumentare la corrente nel transistor di destra e da diminuirla in quello di sinistra. L'uscita V_1 subisce una variazione positiva, che è trasmessa al Gate del transistor di destra della coppia di ingresso, contrastando l'iniziale segnale differenziale ai morsetti della coppia T_1 . Al limite, la variazione di V_1 sarà esattamente pari al segnale differenziale iniziale in modo da annullarlo. La reazione è quindi negativa.

Se, per chiudere l'anello, si fosse collegata l'uscita V_2 al Gate della coppia di ingresso, si sarebbe realizzato un circuito con reazione positiva. Infatti il segnale riportato all'ingresso dopo aver percorso l'anello, avrebbe determinato un aumento dello sbilanciamento inizialmente impresso alla coppia stessa.

(c) - Se il guadagno d'anello del circuito è molto grande, il guadagno di tensione tende ad essere unitario. Infatti, qualunque variazione del potenziale del Gate del transistor di sinistra di T_1 (che corrisponde all'ingresso del circuito), si riflette in egual misura sul Gate del transistor di destra (che corrisponde all'uscita del circuito) affinché il segnale differenziale ai morsetti della coppia T_1 sia infinitesimo. Quindi $v_1 = v_{in}$ ed il guadagno del circuito risulta unitario.

E 11.6 Analizzare il comportamento del seguente circuito reazionato, che differisce da quello dell'esercizio precedente per l'aggiunta della resistenza $R_f = 1k\Omega$.



La polarizzazione è identica a quella del circuito studiato in precedenza, salvo che per il valore stazionario del potenziale del nodo d'uscita, che è $V_1 = +5V$. Anche il principio di funzionamento è lo stesso, solo che ora il Gate del transistor di destra di T_1 non corrisponde più direttamente all'uscita, ma è il punto intermedio del partitore resistivo formato da R_L e R_f . Quindi, se il guadagno d'anello del circuito è molto alto, il segnale differenziale ai morsetti della coppia T_1 è infinitesimo, la

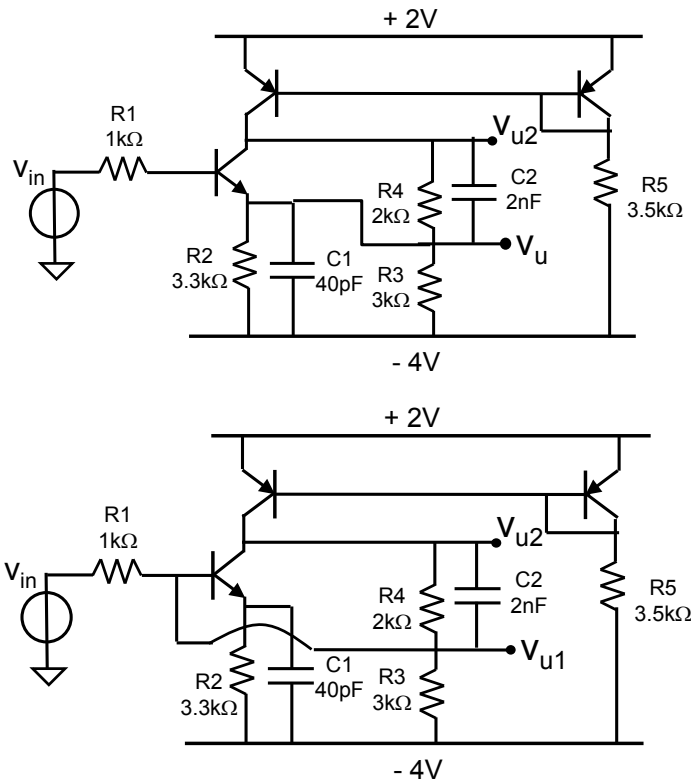
corrente assorbita è infinitesima e la variazione di potenziale ai capi di R_L è pari al segnale v_{in} . Questo segnale determina in R_L una corrente v_{in}/R_L che, non potendo fluire nel Gate del transistor di destra di T_1 , fluisce completamente in R_f . La variazione del potenziale d'uscita è quindi:

$$v_1 = v_{in} \cdot \frac{R_L + R_f}{R_L}.$$

Il guadagno di tensione è pertanto pari a 2.

Test di comprensione (senza troppi conti)

Analizzare la retroazione nei due circuiti proposti qui sotto. Di quello che realizza una retroazione negativa calcolare il valore dei guadagni **ideali** tra ingresso e le due possibili uscite, disegnandone l'andamento con la frequenza.



11.5 VALUTAZIONE DEL GUADAGNO DI ANELLO

Il guadagno di anello, G_{loop} , è la grandezza caratteristica di un sistema reazionato e la sua valutazione è uno dei passi più importanti dell'analisi di un circuito. In base alla definizione introdotta nel §11.2, il guadagno di anello è il prodotto delle funzioni di trasferimento degli stadi che il segnale incontra nel percorrere interamente l'anello di reazione. Quindi, per valutarlo sullo schema circuitale o per misurarlo direttamente sul circuito, si deve pensare di applicare un segnale di sonda in un punto dell'anello e di determinare l'ampiezza ed il segno con cui esso ritorna nello stesso punto dopo aver percorso l'anello.

In pratica, per valutare il guadagno di anello di un circuito si devono compiere le seguenti operazioni, schematicamente indicate nella Fig.11.11:

(a) - *disattivare il generatore di segnale di ingresso (v_{in} o i_{in})*, cortocircuitando il generatore di tensione o aprendo il generatore di corrente. Infatti, per determinare correttamente G_{loop} , il segnale che ritorna dopo aver percorso l'anello deve essere dovuto solamente alla sollecitazione di sonda da noi impressa e non anche alla sovrapposizione del contributo determinato dal generatore di segnale di ingresso;

(b) - *determinare il verso di percorrenza dell'anello*. L'anello va percorso nel verso in cui effettivamente il segnale scorre, percorrendo gli stadi

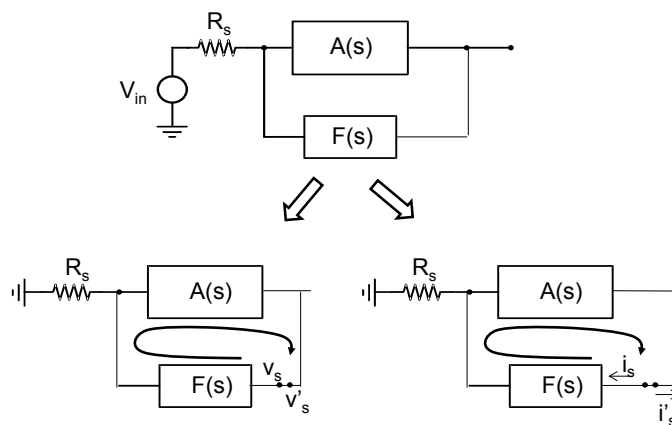


Fig. 11.11 Esempio schematico dell'operazione di valutazione del guadagno di anello in cui è equivalente applicare un piccolo segnale v_s e percorrere l'anello fino a ritornare nel punto di partenza con v'_s oppure un piccolo segnale i_s e percorrere l'anello fino a ritornare con i'_s .

amplificanti dal loro ingresso alla loro uscita e ritornando attraverso il ramo di retroazione. Nei circuiti ad OpAmp è scontato percorrere l'OpAmp dai suoi ingressi alla sua uscita, ma anche nei circuiti a singoli transistori il verso è suggerito dal transistor stesso, che deve essere percorso dal suo comando (Gate-Source o Base-Emettitore) alla sua uscita (corrente di Drain/Collettore) e non viceversa.

(c) – *scegliere un punto dell'anello da cui partire.* In linea di principio si può iniziare a percorrere l'anello da un qualunque suo punto e percorrerlo tutto fino a ritornare allo stesso punto. A volte, vedremo fra poco, ci sono punti più o meno *comodi* da cui partire;

(d) – *scegliere il tipo di segnale (tensione, v_s , o corrente, i_s) con cui immaginare di sollecitare il circuito nel punto di partenza.* Anche in questo caso in linea di principio si può pensare di iniziare il giro dell'anello scegliendo liberamente tra tensione v_s o corrente i_s . Tuttavia vedremo che considerazioni di comodità di calcolo ci suggeriranno di preferire un segnale piuttosto che un altro;

(e) – *percorrere l'anello calcolando il guadagno passo-passo.* Il calcolo è fatto utilizzando le regole di guadagno tra stadi successivi visti nei capitoli precedenti;

(f) – *alla fine del giro ritrovarsi con la stessa grandezza elettrica (tensione, v'_s , o corrente, i'_s) con cui si era partiti.* Qualora non la si avesse già a disposizione, il segnale che si propaga lungo l'anello, giunto al punto da cui si era partiti, trova una impedenza davanti a sé da usarsi per ricondursi alla stessa grandezza elettrica di partenza. Il rapporto tra i due valori di tensione (di inizio e fine giro) o tra i due valori di corrente (di inizio e fine giro) è il guadagno di anello cercato. *Il guadagno d'anello è adimensionale.*

(g) - *Il segnale sonda va inteso come un piccolo segnale e pertanto i dispositivi su cui va ad applicarsi sono linearizzati per piccoli segnali,* con i valori dei parametri degli elementi circuitali (g_m , C_π , C_{gs}) valutati in base alla polarizzazione del circuito. Qualora si debba misurare direttamente il guadagno di anello di un circuito sul banco del laboratorio, bisogna avere cura che l'indagine non alteri le correnti stazionarie che fluiscono nel circuito, per non cambiare i punti di lavoro dei componenti.

Allo scopo di illustrare come il punto da cui si inizia il calcolo e la scelta del tipo di segnale di sonda siano arbitrari, e come le varie scelte conducano tutte allo stesso valore di G_{loop} , prenderemo come esempio il circuito dell'esercizio E 11.2. In esso,

dopo avere studiato la polarizzazione del circuito, disattivato il generatore di corrente di segnale ed individuato il senso antiorario di percorrenza dell'anello, si presentano i quattro casi rappresentati graficamente nella figura seguente.

(I) – Partenza nel calcolo dalla Base del transistor.

(I.a) -Immaginando in S un segnale di tensione di sonda v_s , si dovrà procedere per ottenere alla fine del giro nello stesso punto S un segnale di tensione v_s' (Fig. a):

$$v_s g_m \cdot \frac{R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m} \cdot \beta / g_m = -v_s' ,$$

$$G_{loop} = \frac{v_s'}{v_s} = - \frac{\beta R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m} = -60 .$$

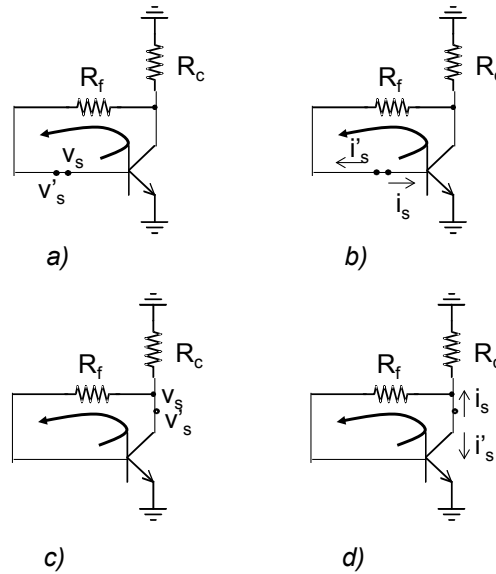
Nel calcolo del valore di G_{loop} si mantiene la polarizzazione degli elementi non lineari presenti nel circuito, per cui il valore della transconduttanza g_m è pari a quello già ricavato nello studio della polarizzazione dello stadio (esercizio E11.2).

(I.b) -Immaginando in S un segnale di corrente di sonda i_s che inizia il giro, si dovrà procedere per ottenere alla fine del giro, nello stesso punto, la corrente i_s' (Fig. b):

$$i_s \cdot \beta \cdot \frac{R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m} = -i_s' ,$$

$$G_{loop} = \frac{i_s'}{i_s} = - \frac{\beta R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m} = -60 .$$

Come si vede il risultato è lo stesso di prima nonostante che il percorso per arrivarci sia diverso.



(2) - Partenza nel calcolo dal Collettore del transistor.

(2.a) -Immaginando in S un segnale di tensione di sonda v_s , si dovrà procedere per ottenere alla fine del giro nello stesso punto S un segnale di tensione v'_s (Fig. c):

$$v_s \cdot \frac{1}{R_f + \beta / g_m} \cdot \beta \cdot \frac{R_C \cdot (R_f + \beta / g_m)}{R_C + R_f + \beta / g_m} = -v'_s ,$$

$$G_{\text{loop}} = \frac{v'_s}{v_s} = - \frac{\beta R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m} = -60 .$$

(2.b) -Immaginando in S un segnale di corrente di sonda i_s che inizia il giro si dovrà procedere per ottenere alla fine del giro, nello stesso punto, la corrente i'_s (Fig. d):

$$i_s \cdot \frac{R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m} \cdot \beta = -i'_s ,$$

$$G_{\text{loop}} = \frac{i'_s}{i_s} = - \frac{\beta R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m} = -60 .$$

Tutte le scelte portano allo stesso risultato finale. Il valore negativo di G_{loop} conferma che il circuito è reazionato negativamente. Se per errore si pensasse di

percorrere l'anello nel senso opposto, si troverebbe $G_{loop}=0$ perché un tentativo di variare la corrente sul Collettore non indurrebbe alcuna variazione di v_{be} !

Nel caso (2.b) si vede come alla fine del giro non ci sia necessità di utilizzare l'impedenza a valle del punto di arrivo per recuperare l'informazione in corrente, essendo già disponibile in tale forma grazie al fatto che si è partiti da un punto a valle di un generatore di corrente ideale (il Collettore del transistor bipolare con $r_0=\infty$) e si è utilizzato un segnale sonda di corrente. Solo se il BJT avesse una resistenza di Early finita nell'espressione del guadagno d'anello comparirebbe la partizione tra R ed r_0 .

La regola pratica ispirata dalla soluzione dell'esempio precedente può essere così sintetizzata:

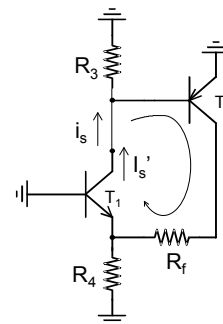
- se lungo l'anello di reazione esiste un generatore di corrente comandato (tipicamente il Drain/Collettore di un transistor), è opportuno partire a valle di esso per percorrere l'anello scegliendo come segnale di partenza un segnale di corrente, così da avere già disponibile alla fine dell'anello la corrente di confronto qualunque sia l'impedenza lungo l'anello in quel punto.

È facile verificare che anche la situazione duale permette di ottimizzare il calcolo:

- se lungo l'anello di reazione esiste un generatore di tensione comandato, è opportuno partire da lì scegliendo come segnale di partenza un segnale di tensione così da avere già disponibile alla fine dell'anello la tensione di confronto qualunque sia l'impedenza lungo l'anello in quel punto. Questa scelta è tipica dei circuiti con amplificatori operazionali. Questi componenti infatti hanno un circuito equivalente Thevenin di uscita costituito da un generatore di tensione pressoché ideale e quindi è comodo partire a valle del loro morsetto d'uscita.

E 11.7 Calcolare il guadagno di anello del circuito dell'esercizio E 11.1.

Dopo avere polarizzato il circuito, si disattiva il generatore di tensione di segnale. Esso pone a massa la Base del transistor di ingresso ed esclude dalla rete le due resistenze di polarizzazione R_1 e R_2 . Per il calcolo di G_{loop} conviene partire dal Collettore di un transistor, per es. quello di



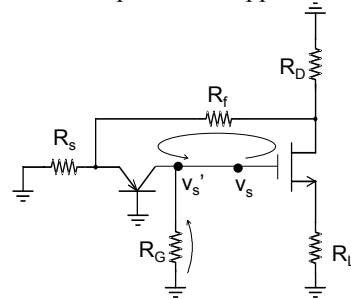
ingresso, e forzare un segnale sonda di corrente con il verso di percorrenza dell'anello orario:

$$G_{\text{loop}} = \frac{i'_s}{i_s} = -\frac{R_3}{R_3 + \beta_2 / g_{m2}} \cdot \beta_2 \cdot \frac{R_4}{R_4 + 1 / g_{m1}} = -87 .$$

Un valore così elevato del guadagno d'anello rende il comportamento reale di questo circuito molto simile al comportamento ideale descritto nell'esercizio E11.1. Trascurare infatti 1 rispetto a 87 nelle (11.1)÷(11.3) comporta degli errori solo di poco superiori all' 1%.

E 11.8 Calcolare il guadagno di anello del circuito dell'esercizio E 11.3.

Tra i tanti punti in cui iniziare il percorso lungo l'anello (da percorrersi in senso antiorario), uno interessante è il Gate del MOSFET a cui pensare di applicare un segnale sonda di tensione v_s . Infatti in questo caso alla fine del giro si ottiene direttamente il segnale di tensione ai capi di R_G , da confrontarsi con v_s . Il verso antiorario di percorrenza dell'anello assicura il passaggio del segnale attraverso i transistori, procedendo ordinatamente dai loro ingressi (v_{be} o v_{gs}) alle loro uscite (i_c o i_d).



Si ottiene così:

$$G_{\text{loop}} = -\frac{R_G}{R_L + \frac{1}{g_{m2}}} \cdot \frac{R_D}{R_D + R_f + R_S \parallel \frac{1}{g_{m1}}} \cdot \frac{R_S}{R_S + \frac{1}{g_{m1}}} = -66 .$$

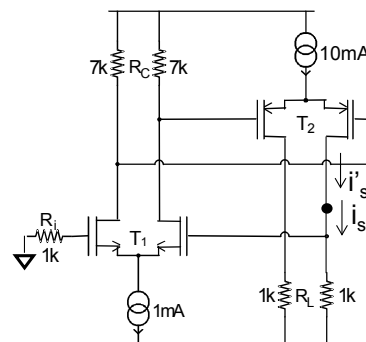
Il valore di G_{loop} , grande rispetto all'unità, assicura che le considerazioni fatte nell'esercizio E11.3 siano effettivamente valide e che i risultati trovati differiscano dal vero per meno del 2%.

Notare che quando alla resistenza R_L si sostituisce un generatore di corrente ($R_L \equiv \infty$), come proposto nell'esercizio E11.4, il $G_{\text{loop}} \rightarrow 0$ ed il circuito cessa di essere reazionato !

E 11.9 Calcolare il guadagno di anello del circuito dell'esercizio E 11.5.

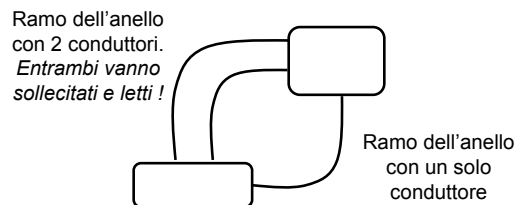
Si può partire dal Drain del transistore collegato all'uscita immaginando un segnale di corrente di sonda, i_s , come indicato nella figura seguente.

Si ottiene così:



$$G_{loop} = \frac{i'_s}{i_s} = -R_L \cdot \frac{g_{m1}}{2} \cdot R_C \cdot g_{m2} = -19.8 .$$

Si noti come l'anello di reazione, nel tratto compreso tra i due stadi differenziali, sia costituito da due conduttori e non più da uno solo. Sono i due conduttori che collegano i Gate della coppia T_2 alle resistenze di Drain di T_1 , che assicurano il prelievo del segnale differenziale dal primo stadio e l'amplificazione differenziale del secondo.



Se si volesse fare il calcolo di G_{loop} partendo da lì bisognerebbe sollecitare entrambi i collegamenti applicando tra i due Gate di T_2 un segnale differenziale e valutare il segnale differenziale alla fine del giro. Verificare che, anche in questo caso, si ottenga l'espressione di G_{loop} già trovata precedentemente.

11.6 LA POLARIZZAZIONE ITERATIVA

Come un qualsiasi circuito a transistori, anche un circuito retroazionato deve essere correttamente polarizzato. Benché possa succedere che alcune correnti o tensioni possano fin dall'inizio essere fissate e note, in generale è necessario impostare alcune equazioni ai nodi ed alle maglie.

La struttura retroazionata del circuito, in cui cioè la corrente in un punto dipende anche da tutti gli altri punti, impone al calcolo della polarizzazione molta attenzione ma permette in maniera naturale di applicare un comodo metodo di analisi iterativo. Illustriamo questo procedimento considerando, ad esempio, il circuito della Fig.11.12.

Per operare iterativamente si deve prima di tutto scegliere una variabile a cui dare inizialmente un valore arbitrario. La variabile deve essere tale che, ipotizzato un suo valore, il resto della polarizzazione possa essere ottenuto senza trovare altre indeterminazioni. Nel caso del circuito della Fig.11.12 si può scegliere ad esempio la corrente I_B , e porre inizialmente $I_B=0$. La tensione V_{BE} si assumerà come al solito pari a 0.7V da cui $I_{in}=0$. Con queste assunzioni si trova:

$$I_B = 0 \rightarrow I_f = 0 \quad V_U = 0 \text{ V} \quad I_L = 1 \text{ mA} \quad I_C = 1 \text{ mA} \rightarrow I_B = 20 \mu\text{A} .$$

Ottenuta di nuovo la grandezza iniziale, se ne confrontano i due valori e, se diversi come in questo caso, si ripete il procedimento partendo dal nuovo valore:

$$I_B = 20 \mu\text{A} \rightarrow I_f = 20 \mu\text{A} \quad V_U = -1 \text{ V} \quad I_L = 0.8 \text{ mA} \quad I_C = 0.78 \text{ mA} \rightarrow I_B = 16 \mu\text{A}$$

$$I_B = 16 \mu\text{A} \rightarrow I_f = 16 \mu\text{A} \quad V_U = -0.8 \text{ V} \quad I_L = 0.84 \text{ mA} \quad I_C = 0.82 \text{ mA} \rightarrow I_B = 16.4 \mu\text{A} .$$

Quando l'ultimo risultato ottenuto non differisce significativamente dal valore

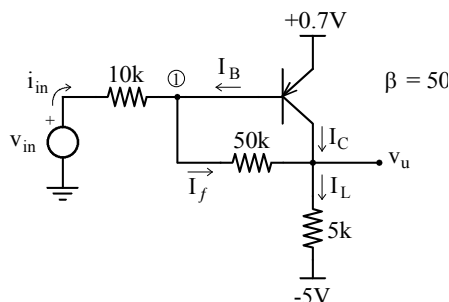


Fig. 11.12 Circuito reazionato con indicate le grandezze elettriche da calcolarsi in polarizzazione.

raggiunto nella precedente iterazione, la procedura può ritenersi conclusa. In generale, si procede fino a che la differenza tra il valore di una variabile ad un'iterazione e quello all'iterazione precedente diventa inferiore a qualche percento.

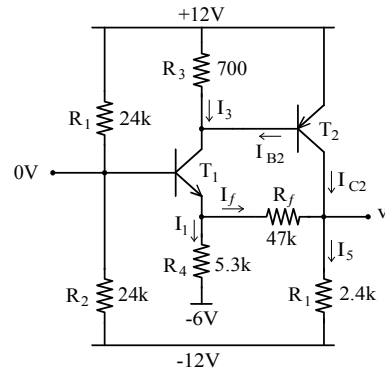
È importante sottolineare alcuni aspetti del metodo iterativo.

Innanzitutto il metodo funziona fino a che *il sistema si mantiene lineare*. Ad ogni passo si deve, quindi, verificare che i componenti non lineari non siano usciti dalle zone di funzionamento lineare. Se ciò accade bisogna ricominciare il procedimento iterativo partendo con una diversa stima della variabile iniziale.

Si noti, inoltre, che nel procedimento iterativo illustrato si è partiti dalla stima di I_B e si è proceduto a valutare le altre variabili elettriche del circuito, *muovendosi in senso opposto al normale senso di percorrenza dell'anello di reazione*. Infatti si è ricavato prima il segnale di reazione, I_f , poi il potenziale del nodo d'uscita e quindi la corrente di Collettore del transistor, per ritornare ad avere una stima del valore di I_B . Questo modo di procedere non è casuale. Infatti se si procedesse propagando la stima nel senso di percorrenza dell'anello di reazione, piccoli errori sulla stima iniziale verrebbero amplificati e porterebbero ad ampie variazioni del segnale di reazione, I_f , e quindi del valore di I_B ottenuto alla fine dell'iterazione. La convergenza sarebbe dunque impossibile se la prima stima non fosse già molto prossima al valore vero della variabile. Procedendo invece nel senso di percorrenza inverso dell'anello di reazione, le variazioni delle grandezze elettriche si ripercuotono deamplificate sulla variabile iniziale e quindi la convergenza è più regolare.

In generale, nello studio dei circuiti con transistori, è consigliabile assumere come variabile di iterazione la corrente di Base di un transistor bipolare, ponendola inizialmente nulla, oppure la tensione Gate-Source di un MOSFET, ponendola ad un valore ad esempio doppio della tensione V_T di *soglia*. Una cattiva scelta iniziale può portare alcuni componenti del circuito fuori dal loro corretto funzionamento. In generale è quindi conveniente giungere alla scelta del valore di primo tentativo della variabile, oggetto dell'iterazione, basandosi su una valutazione preliminare dell'intervallo di valori che garantisca la permanenza di tutti i componenti non lineari nella loro zona di funzionamento attivo.

E 11.10 Calcolare la polarizzazione del seguente circuito reazionato utilizzando il metodo iterativo ($\beta=100$).



Per i transistori bipolari è ragionevole considerare comunque $|V_{BE}|=0.7V$. Ciò permette di fissare subito le correnti $I_1=1mA$ ed $I_3=1mA$. Si supponga ora inizialmente $I_{B2}=0mA$, ottenendo:

$$I_{B2} = 0 \rightarrow I_f = I_{B2} = 0 \text{ mA} \quad V_u = -0.7 \text{ V}$$

$$I_5 = 4.7 \text{ mA} \quad I_{C2} = 4.7 \text{ mA} ,$$

da cui risulta $I_{B2}=47\mu A$. Questo valore, differente da quello scelto inizialmente, è preso come nuovo tentativo iniziale:

$$I_{B2} = 47 \mu A \rightarrow I_f = 47 \mu A \quad V_u = -2.9 \text{ V}$$

$$I_5 = 3.8 \text{ mA} \quad I_{C2} = 3.75 \text{ mA} ,$$

da cui risulta $I_{B2}=37\mu A$. Questo ultimo risultato differisce dal valore ottenuto nella precedente iterazione di circa il 25%. Procedendo ancora nell'iterazione si ottiene:

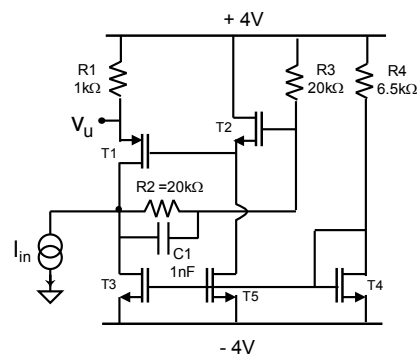
$$I_{B2} = 37 \mu A \rightarrow I_f = 37 \mu A \quad V_u = -2.4 \text{ V}$$

$$I_5 = 4 \text{ mA} \quad I_{C2} = 3.94 \text{ mA} ,$$

da cui risulta $I_{B2}=39\mu A$, che differisce dal valore ottenuto nella precedente iterazione solo del 5%. Se può essere ritenuto soddisfacente ci si ferma, altrimenti si prosegue nella iterazione successiva. Considerando che le tolleranze nei valori dei componenti passivi sono del 1÷5%, e, tenendo presente quelle ben più ampie del β dei transistori, non conviene quasi mai spingere il calcolo troppo avanti.

L'analisi iterativa ci ha fatto scoprire un aspetto critico di questo circuito : poiché $I_f = I_{B2}$ il potenziale del nodo d'uscita è molto sensibile al valore del β di T_2 . Un valore più alto del β , e quindi un valore più elevato del guadagno di anello, garantirebbe una maggiore stabilità della polarizzazione. Qui invece G_{loop} è pari appena a -2. Si confronti questo circuito con quello dell'esercizio E11.1, il cui guadagno di anello è stato calcolato nell'esercizio E11.7.

E 11.11 Nel circuito della figura accanto i MOSFET hanno $V_T = 1V$, $k = \frac{1}{2} \mu C_{ox} W/L = 4mA/V^2$ e $V_a = \infty$.
a) Calcolare il valore della tensione dell'uscita V_u in assenza di segnale.
b) Calcolare la transimpedenza ideale $T = V_u/I_{in}$ del circuito.
c) Calcolare il guadagno d'anello ed aggiornare il valore reale della transimpedenza.



a) Per prima cosa conviene calcolare la corrente imposta allo specchio dal ramo di riferimento T_4 : 1mA. A questo punto rimane da ricavare come si ripartisce la corrente di T_3 tra T_1 ed il ramo (R_2 - R_3). Qui possiamo applicare il metodo iterativo ipotizzando che inizialmente tutta scorra in T_1 , $I_{T1} = 1mA$, ottenere $V_{GT2} = 3V$, $I_{R3} = 50\mu A$ e quindi riformulare l'ipotesi di partenza $I_{T1} = 950\mu A$. Se si facesse un altro giro iterativo (sempre percorrendo l'anello in senso orario) si troverebbe $I_{R3} = 45\mu A$ e $I_{T1} = 955\mu A$. Si conclude quindi che $V_u \cong 3.05V$.

b) $T_{id} = -R1 = -1k\Omega$.

c) $G_{loop} = -16$ e quindi $T_{real} = -941\Omega$.

11.7 CALCOLO DELLE IMPEDENZE DI INGRESSO E DI USCITA

Nell'introduzione ed in alcuni degli esempi fin qui proposti si è già notato come la reazione modifichi le impedenze di ingresso e di uscita del circuito rispetto ai valori dei soli componenti circuitali lì presenti, aumentandoli o diminuendoli a seconda dell'architettura del circuito. Vediamo di capire meglio questo aspetto e di quantificarne l'entità.

Per valutare la resistenza mostrata da un punto di un circuito retroazionato verso massa (tipicamente si calcola quella di ingresso o di uscita) si opera come con un comune circuito: si applica tra il nodo e massa un segnale di sonda di tensione (v_s) e se ne misura l'assorbimento di corrente (i_s) oppure si applica un segnale sonda di corrente (i_s) e si misura la corrispondente variazione di tensione v_s . Il rapporto v_s/i_s fornisce l'impedenza cercata.

11.7.1 Esempio di calcolo : diminuzione dell'impedenza

Si cerchi ad esempio di calcolare la resistenza di ingresso del circuito dell'esercizio E11.2 riproposto nella Fig.11.13. Per generalità lasciamo indicati i termini i_s ed v_s senza necessariamente precisare quale sia la forzante e quale il prodotto del calcolo.

All'istante $t=0^+$ dopo l'applicazione del gradino di sonda (momento in cui ancora NON si manifesta il ritorno di segnale per effetto della retroazione, cioè il ritorno di corrente prodotta dal BJT attraverso R_f fino al punto di ingresso) le correnti assorbite all'ingresso del circuito sarebbero come in Fig.11.13a:

$$i_1 = \frac{v_s}{\beta/g_m} \qquad i_2 = \frac{v_s}{R_f + R_C}$$

L'impedenza vista in questa situazione, che indicheremo con R_{in}^0 e che chiameremo "resistenza di ingresso del circuito prima che si manifesti la retroazione", varrà :

$$R_{in}^0 = \frac{v_s}{i_s} = \frac{v_s}{i_1 + i_2} = \beta/g_m \parallel (R_C + R_f) = \frac{(R_C + R_f) \cdot \beta/g_m}{R_C + R_f + \beta/g_m}$$

Essa è semplicemente pari al parallelo dei componenti fisici afferenti al nodo di ingresso.

Agli istanti di tempo successivi, la componente i_1 attiva il BJT che a sua volta produce una corrente che percorre l'anello fino a modificare i valori di corrente al nodo di ingresso. Con riferimento alla Fig.11.13b notiamo innanzitutto che la nuova corrente i'_2 prelevata ora dal nodo di ingresso è maggiore della corrente i_2 calcolata prima, a pari tensione v_s presente. **Questo ci porta a prevedere che l'impedenza di ingresso di questo circuito venga diminuita dalla retroazione.** Per calcolarne precisamente il valore, R_{in} , dobbiamo calcolare il contributo i'_2 in funzione di v_s ad esempio facendo il bilancio al nodo A:

$$\begin{cases} \frac{v_s - v_A}{R_f} - \frac{v_A}{R_C} = g_m v_s \\ i'_2 = \frac{v_s - v_A}{R_f} \end{cases}$$

ottenendo il valore:

$$i'_2 = v_s \frac{1 + g_m R_C}{R_C + R_f}$$

Nel caso quindi di circuito retroazionato, il legame tra la corrente di sonda i_s e la corrispondente tensione al nodo di ingresso v_s è:

$$i_s = i_1 + i'_2 = \frac{v_s}{\beta/g_m} + v_s \frac{1 + g_m R_C}{R_C + R_f} = v_s \cdot \frac{R_C + R_f + \beta/g_m + \beta R_C}{\beta/g_m (R_C + R_f)}$$

da cui ricavare la resistenza di ingresso:

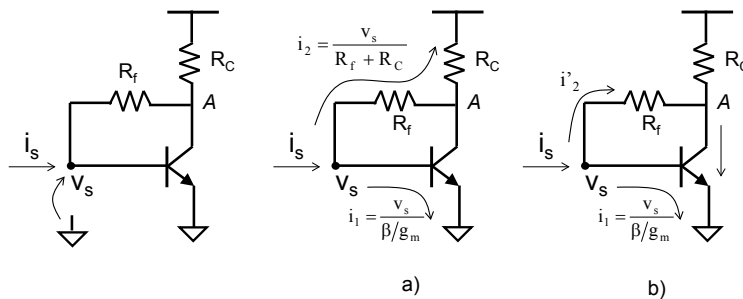


Fig. 11.13 Schema per il calcolo dell'impedenza di ingresso del circuito dell'esercizio E11.2, nel caso di reazione disattivata (a) e di reazione attiva (b)..

$$R_{in} = \frac{v_s}{i_s} = \frac{(R_C + R_f) \cdot \beta / g_m}{R_C + R_f + \beta / g_m} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\beta \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m}} = 30 \Omega .$$

L'espressione è stata elaborata nella suddetta forma in modo da riconoscere facilmente i vari termini che la compongono: il primo fattore è R_{in}^0 ed il denominatore del secondo fattore è l'espressione esplicita di $(1-G_{loop})$, dove

$$G_{loop} = -\frac{R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m} \cdot \beta .$$

è il guadagno d'anello del circuito della Fig.11.13, cioè del circuito nelle condizioni in cui si trova per il calcolo dell'impedenza in esame. Pertanto scopriamo che:

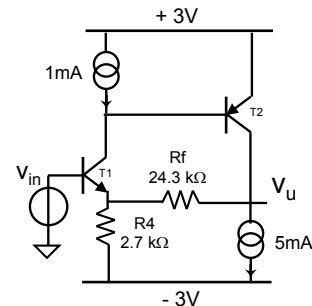
$$R_{in} = R_{in}^0 \cdot \frac{1}{1 - G_{loop}} \quad (11.10)$$

La resistenza di ingresso di questo circuito reazionato, che già avevamo capito dovesse diminuire rispetto all'assenza di retroazione, è precisamente pari alla resistenza d'ingresso R_{in}^0 in assenza della reazione divisa per il fattore $(1-G_{loop})$. L'impedenza è così ridotta ed al limite, per $G_{loop} \rightarrow \infty$, diventa nulla. Questo risultato è generale in tutti quewsi casi in cui la retroazione agisce per diminuire il valore di impedenza. Nella pratica, dopo avere capito l'effetto della retroazione, si fa direttamente uso della (11.10) senza fare i calcoli di bilancio ai nodi.

11.7.2 Esempio di calcolo : aumento dell'impedenza

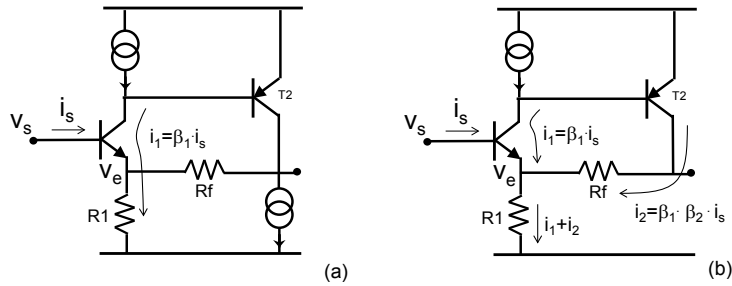
Come secondo esempio calcoliamo la resistenza di ingresso del seguente circuito ($\beta=200$), simile a quello proposto nell'esercizio E 11.1.

Come abbiamo già visto, la reazione si oppone alla variazione della tensione di comando v_{be} di T_1 spostando in su anche v_e . La riduzione della variazione della tensione v_{be} di T_1 implica che si abbia una riduzione della variazione della sua corrente di Base e quindi **ci aspettiamo che la retroazione faccia aumentare la resistenza d'ingresso del circuito rispetto a quella dovuta ai soli componenti circuitali in quel punto.** Vediamo in dettaglio di quanto.



Facciamo riferimento alla figura seguente e scriviamo la seguente equazione:

$$\frac{v_s - v_e}{\beta_1 / g_{m1}} = i_s .$$



Quando la reazione non è attiva (Fig. a), cioè nel primissimo istante dopo l'applicazione del segnale quando la corrente di T_1 non ha ancora percorso tutto l'anello di reazione, la corrente che fluisce in R_1 è:

$$i_1 = i_s \cdot \beta_1 .$$

Da cui

$$v_e = i_1 \cdot R_1 = i_s \cdot \beta \cdot R_1$$

E quindi

$$\frac{v_s - i_s \cdot \beta \cdot R_1}{\beta / g_{m1}} = i_s$$

Ottenendo

$$R_{in}^0 = \frac{v_s}{i_s} = \frac{\beta}{g_m} + \beta \cdot R_1$$

R_{in}^0 è quindi la resistenza mostrata dai componenti fisici collegati direttamente all'ingresso senza che si manifesti l'effetto della reazione. Nell'espressione non compare la resistenza R_f perché essa è collegata al Collettore di T_2 , la cui resistenza sul segnale, r_0 , è supposta infinita.

Dagli istanti successivi (Fig.b) quando la corrente di reazione:

$$i_2 = i_s \cdot \beta_1 \cdot \beta_2$$

finisce il giro e si fa rivedere all'ingresso, la variazione complessiva del potenziale di Emittitore è pari a:

$$v_e = (i_1 + i_2) \cdot R_1 = i_s \cdot \beta_1 \cdot R_1 + i_s \cdot \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot R_1 .$$

Inserita quest'espressione nell'equazione di partenza $\frac{v_s - v_e}{\beta_1/g_{m1}} = i_s$

si trova $\frac{v_s - i_s \cdot \beta_1 R_1 (1 + \beta_2)}{\beta_1/g_{m1}} = i_s$. Essa fornisce la resistenza di ingresso del circuito in presenza della reazione:

$$R_{in} = \frac{v_s}{i_s} = \frac{\beta_1}{g_{m1}} + \beta_1 \cdot R_1 + \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot R_1 = \left(\frac{\beta_1}{g_{m1}} + \beta_1 \cdot R_1 \right) \cdot \left(1 + \beta_2 \frac{R_1}{R_1 + 1/g_{m1}} \right)$$

L'espressione è stata elaborata in questa forma in modo da riconoscere i termini che la compongono: il primo fattore è R_{in}^0 ed il secondo fattore è l'espressione esplicita di $(1 - G_{loop})$, dove

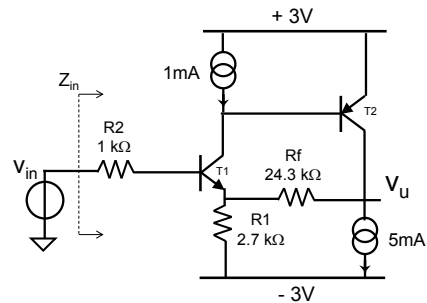
$$G_{loop} = -\beta_2 \cdot \frac{R_1}{R_1 + 1/g_{m1}}$$

è il guadagno d'anello del circuito nelle condizioni in cui si trova per il calcolo dell'impedenza in esame. Pertanto in questo circuito, a differenza di quanto visto per il circuito della Fig.11.13, la resistenza di ingresso è:

$$\boxed{R_{in} = R_{in}^0 \cdot (1 - G_{loop})} \quad (11.11)$$

Questo risultato è in accordo con l'analisi qualitativa iniziale in cui si è visto che la reazione tende ad opporsi alla variazione della tensione v_{be} d'ingresso spostando in su v_e cosicchè la corrente i_s sia ridotta al minimo e quindi l'impedenza di ingresso aumenti, al limite per $G_{loop} \rightarrow \infty$ fino a valori grandissimi. Nella pratica, dopo avere capito l'effetto della retroazione, si fa direttamente uso della (11.11) senza fare i calcoli di bilancio ai nodi.

E 11.11 Calcolare la resistenza di ingresso del circuito seguente ($\beta=200$), in cui rispetto al circuito del testo è cambiata la rete resistiva di ingresso ma è rimasto invariato l'anello di reazione.

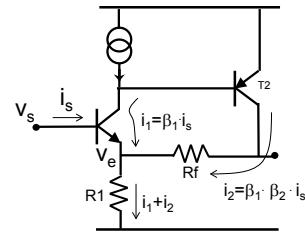


R_2 non potrà che essere vista dal generatore v_{in} in serie con il resto del circuito. Non c'è alcun motivo per cui R_2 venga in qualche modo modificata dalla retroazione! Pertanto

$$Z_{in} = R_2 + R_{in}$$

dove con R_{in} indichiamo la resistenza di ingresso del circuito retroazionato come mostrato dalla Base di T_1 . Per calcolare quest'ultima mi metto effettivamente sulla Base di T_1 ed applico il segnale sonda:

Questo è esattamente il calcolo fatto nell'esercizio precedente ! Notare che il guadagno di anello del circuito nelle condizioni in cui si trova per il calcolo della resistenza R_{in} è in questo esempio un po' diverso dal guadagno di anello che userei per l'analisi del guadagno del circuito, in quanto ora non vi compare R_2 .

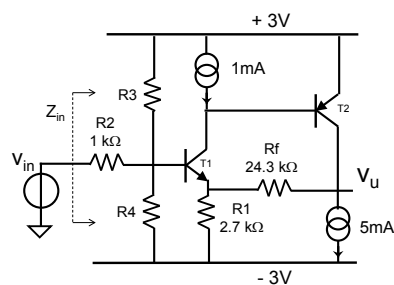


Concludendo, la resistenza complessiva di ingresso del circuito, Z_{in} , aumenta ed è ottenuta ponendo R_2 in serie a R_{in} .

Riflettete sul circuito accanto. La resistenza di ingresso del circuito sarà data da R_2 in serie con il parallelo tra R_3 ed R_4 e la resistenza vista dalla Base di T_1 verso massa perchè solo il transistor T_1 fa parte dell'anello. Si isola quindi il partitore dal resto del circuito e si valuta la resistenza vista in Base a T_1 considerando l'effetto della reazione.

$$Z_{in} = R_2 + R_3 || R_4 || R_{in}$$

Dato che in generale R_{in} è molto più grande delle due resistenze di polarizzazione R_3 ed R_4 , sono queste a determinare il valore finale della resistenza d'ingresso del circuito. In circuiti di questo tipo, per sfruttare appieno la resistenza di ingresso elevata del circuito reazionato, bisogna scegliere valori elevati di R_3 ed R_4 , compatibilmente con le esigenze di polarizzazione.



11.7.3 Regole pratiche di calcolo dell'impedenza

Riflettiamo su quale tipo di segnale (v_s o i_s) debba effettivamente venire applicato come sonda quando si fa la misura di impedenza. Per come abbiamo ragionato, **bisogna scegliere come segnale di sonda quello che non preclude alla retroazione di esplicitarsi.**

Nell'esempio del testo relativo al circuito della Fig.11.13 l'adozione di un generatore sonda v_s di tensione bloccherebbe la reazione perché impedirebbe a quel punto di riaggiustarsi come vorrebbe la retroazione. L'ostacolo incontrato dalla reazione si manifesterebbe al momento del calcolo di G_{loop} , (quando spengo v_s metto a massa quel punto !) fornendo $G_{loop}=0$. In quel caso quindi bisogna usare un generatore sonda di corrente, i_s , e leggere la tensione v_s che liberamente si manifesta nello stesso punto.

Nell'esempio del §11.7.2 invece, affinché la reazione sia libera di agire, è necessario usare un generatore di sonda di tensione, v_s , e misurare i_s . Un generatore di corrente, infatti, imporrebbe una corrente fissa nel Collettore del BJT (e quindi in un ramo dell'anello) forzando il guadagno di anello ad essere zero.

Le considerazioni fin qui svolte possono essere così sintetizzate:

(a) - In un circuito reazionato, l'effetto della reazione è quello di aumentare o diminuire, in ragione del fattore $(1-G_{loop})$, la resistenza che si vedrebbe tra il punto in esame e massa rispetto alla resistenza fisica lì mostrata dal circuito. Il guadagno d'anello G_{loop} che interviene nell'espressione è il guadagno d'anello proprio del circuito impiegato per il calcolo dell'impedenza in esame, in cui si sia disattivato il generatore di sonda.

(b) - Per poter scrivere l'impedenza nella forma notevole illustrata al punto (a), il segnale forzante di sonda non deve impedire alla reazione di agire. Pertanto non si potrà scegliere indifferentemente un generatore sonda di tensione o di corrente ma si dovrà utilizzare quel generatore che non blocca l'anello di reazione quando disattivato e che quindi permette un guadagno d'anello non nullo.

È bene tener presente che non sempre è possibile procedere in questo modo. Un caso è ad esempio quando in un circuito ci sono più anelli di reazione. In questi casi o si riesce a procedere a ragionevoli approssimazioni in base all'esperienza di analisi o bisogna adottare dei metodi più generali di analisi della rete elettrica.

Nella pratica, per il calcolo dell'impedenza di un nodo verso massa si opererà nel modo seguente:

- (1) - capire, attraverso l'analisi qualitativa del funzionamento del circuito, se la reazione tende ad aumentare o a diminuire l'impedenza di interesse;
- (2) - applicare al circuito il generatore sonda che non blocca l'effetto della reazione;
- (3) - valutare l'impedenza R^0 che si otterrebbe se la reazione non fosse attiva;
- (4) - valutare il guadagno d'anello del circuito modificato come al punto (2);
- (5) - moltiplicare o dividere l'impedenza in assenza della reazione per $(1-G_{loop})$, a seconda del risultato dell'analisi di cui al punto (1).

E 11.12 Calcolare la resistenza di uscita del circuito della Fig.11.14

Come abbiamo già visto, la reazione si oppone alla variazione della tensione di comando v_{be} di T_1 spostando in su anche v_e . La riduzione della variazione della tensione v_{be} di T_1 Come ulteriore esempio, valutiamo ora la **resistenza d'uscita** del circuito in esame (Fig.11.14). Lasciando indicati i termini i_s ed v_s senza necessariamente precisare ancora quale sia la forzante e quale il prodotto del calcolo, si può vedere che se NON si considerasse il ritorno di segnale per effetto della retroazione (cioè il ritorno di corrente prodotta dal BJT al Collettore) le correnti assorbite nel punto di analisi sarebbero come in Fig.11.14a:

$$i_1 = \frac{v_s}{R_C} \qquad i_2 = \frac{v_s}{R_f + \beta/g_m}$$

L'impedenza vista in questa situazione, che indicheremo con R_{out}^0 e che chiameremo “resistenza di uscita del circuito prima che si manifesti la retroazione”, varrà quindi

$$R_{out}^0 = \frac{V_s}{i_s} = \frac{V_s}{i_1 + i_2} = R_C \parallel (R_f + \beta/g_m) = \frac{(R_f + \beta/g_m) \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta/g_m}$$

Ora, come effettivamente avviene nella realtà, consideriamo che la componente i_2 attivi il BJT che a sua volta produce una corrente i_3 al nodo di ingresso. Con riferimento alla Fig.11.14b notiamo innanzitutto che la nuova corrente i_3 prelevata ora dal nodo di uscita si somma alle altre, a pari tensione v_s presente. Questo ci porta a concludere che l'impedenza di uscita di questo circuito venga diminuita dalla retroazione. Per calcolare precisamente il valore effettivo di questa impedenza, R_{out} , dobbiamo calcolare precisamente il contributo i_3 , in questo caso molto semplice:

$$i_3 = i_2 \cdot \beta$$

ottenendo il valore di R_{out}^0 :

$$R_u^0 = \frac{V_s}{i_1 + i_2} = R_C \parallel (R_f + \frac{\beta}{g_m})$$

Nel caso quindi di circuito retroazionato, il legame tra la corrente di sonda i_s e la corrispondente tensione al nodo di uscita v_s è:

$$i_s = \frac{v_s}{R_C} + v_s \frac{1}{\beta/g_m + R_f} + v_s \frac{\beta}{\beta/g_m + R_f} = v_s \cdot \frac{R_C + R_f + \beta/g_m + \beta R_C}{R_C \cdot (\beta/g_m + R_f)}$$

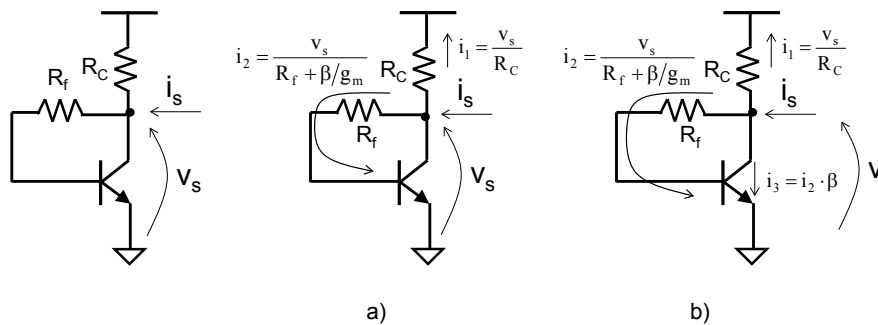


Fig. 11.14 Schema per il calcolo della resistenza di uscita del circuito, nel caso di retroazione disattivata (a) e di retroazione attiva (b).

da cui ricavare la resistenza di uscita:

$$R_u = \frac{v_s}{i_s} = \frac{(R_f + \beta / g_m) \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\beta \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta / g_m}} = 35 \Omega .$$

Anche qui possiamo interpretare i diversi termini. È facile riconoscere nel denominatore l'espressione esplicita di $(1-G_{loop})$, dove G_{loop} è il guadagno d'anello del circuito nelle condizioni in cui si trova per il calcolo dell'impedenza in esame. Il primo fattore è invece la resistenza R_{out}^0 . Pertanto anche in questo caso

$$R_{out} = R_{out}^0 \cdot \frac{1}{1 - G_{loop}}$$

La resistenza di uscita del circuito reazionato è quindi pari alla resistenza d'uscita R_{out}^0 in assenza della reazione divisa per il fattore $(1-G_{loop})$. Questo risultato è in accordo con l'analisi qualitativa del funzionamento del circuito, in cui, come si è detto, la reazione tende ad opporsi alla variazione del potenziale del nodo di uscita richiamando attraverso il BJT la maggior parte del segnale i_s . La impedenza di ingresso è così ridotta ed al limite, per $G_{loop} \rightarrow \infty$, diventa nulla.

Questa analisi consente di determinare anche il tipo di generatore forzante che non blocca l'effetto della reazione. Giacché la reazione si oppone alla variazione del potenziale del nodo di uscita, non bisogna bloccarlo con un generatore di tensione ma lasciarlo libero di evolvere usando un generatore di sonda di corrente.

11.7.4 Considerazioni generali sul calcolo dell'impedenza

Si noti come, nell'esempio della Fig.11.14, la reazione sia intervenuta a stabilizzare sia il potenziale del nodo di ingresso che il potenziale del nodo di uscita. Questa constatazione può essere così generalizzata: *in un circuito reazionato negativamente, la reazione agisce sempre per contenere le variazioni di potenziale di tutti i nodi dell'anello di reazione*. Quindi se un generatore di corrente esterno inietta un segnale di corrente in un nodo, la variazione di potenziale che esso determina è minore, in ragione del fattore $(1-G_{loop})$, della variazione di potenziale che lo stesso segnale produrrebbe in assenza della reazione.

Le conseguenze pratiche di questa conclusione sono che, per avere una bassa impedenza di ingresso/uscita, l'ingresso/uscita del circuito deve essere su un nodo dell'anello (esempio di Fig.11.13 o Fig.11.14).

Oltre ai potenziali dei nodi dell'anello, la *reazione negativa stabilizza anche le correnti che fluiscono nei lati della maglia costituente l'anello di reazione*. Quindi, se un generatore di tensione esterno cerca di variare la corrente in un lato dell'anello, il circuito reagisce riducendo la variazione prodotta in ragione del fattore $(1-G_{loop})$. Per esempio, è possibile leggere in quest'ottica l'effetto della reazione sulla resistenza di ingresso del circuito della Fig.11.7. Il generatore di tensione applicato al morsetto di Base tenta di far variare la corrente di Emittitore; il circuito reagisce facendo aumentare il potenziale dell'Emittitore e, quindi, opponendosi alla variazione della sua corrente e della corrente di Base. Poiché a fronte di un segnale di tensione, la presenza della reazione fa diminuire la corrente erogata dal generatore, la resistenza d'ingresso dello stadio aumenta ed è data dalla resistenza vista in assenza della reazione, moltiplicata per il solito fattore $(1-G_{loop})$.

Resta ora da generalizzare cosa accade se l'ingresso o l'uscita del circuito non accedono direttamente ad un nodo dell'anello. Si supponga per esempio di avere in serie al punto (B) dell'anello un'eventuale resistenza R (Fig.11.15). È evidente che la reazione non ha alcun effetto su di essa. Infatti, nel caso limite di $G_{loop} \rightarrow \infty$, è la resistenza vista tra il nodo (B) e massa ad essere nulla. La resistenza R è semplicemente in serie alla resistenza tra il nodo (B) e massa.

In questi casi, per procedere correttamente alla valutazione delle impedenze, bisogna preventivamente individuare l'anello di reazione ed isolare questa parte del circuito dagli altri elementi che sono in serie o in parallelo ad esso (Fig.11.16a). A questo punto, si valuta l'impedenza d'ingresso della parte reazionata del circuito (Fig.11.16b) secondo la procedura illustrata precedentemente. Il guadagno d'anello che interviene ad aumentare o diminuire l'impedenza della parte reazionata è quello del circuito, nella condizione in cui si trova per il calcolo dell'impedenza (Fig.11.16b), ovvero privato degli eventuali

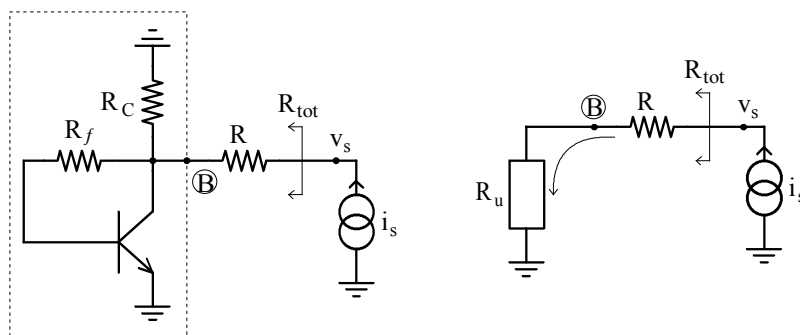


Fig. 11.15 Esempio di resistenza posta in serie all'anello di reazione. La resistenza complessiva vista dal generatore di sonda è la somma di R e della resistenza R_u del circuito reazionato: $R_{tot}=R+R_u$

elementi circuitali esterni. Esso può differire da quello già calcolato per valutare la funzione di trasferimento del circuito completo.

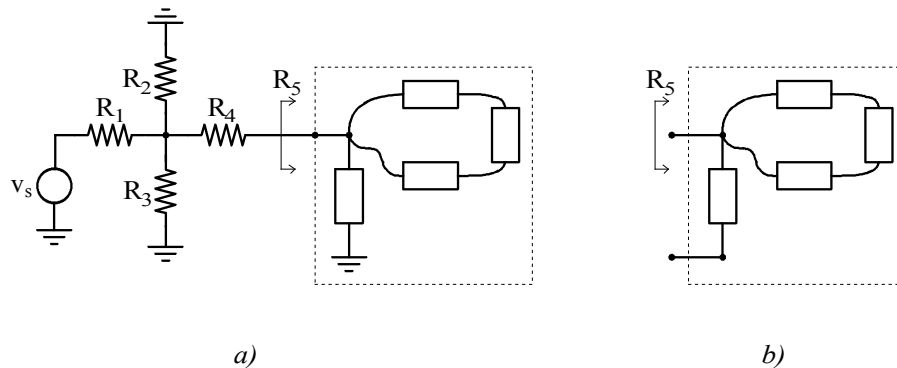
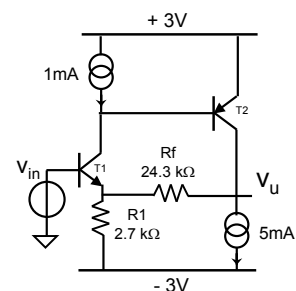
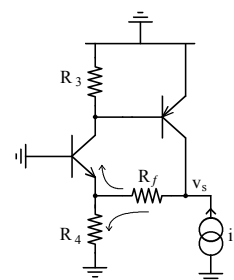


Fig. 11.16 a) Circuito in cui la parte reazionata è quella inclusa nel riquadro tratteggiato. La resistenza totale vista dal generatore forzante è $R_1 + [R_2 // R_3 // (R_4 + R_5)]$; b) l'impedenza del blocco reazionato, R_5 , è valutata dopo aver isolato l'anello di reazione dagli altri elementi posti in parallelo od in serie.

E 11.13 Calcolare la resistenza di uscita del circuito dell'esercizio E 11.1.



Il morsetto d'uscita del circuito è connesso direttamente ad un nodo dell'anello di reazione. Ci si attende perciò che la reazione determini una riduzione della resistenza d'uscita rispetto al valore che questa avrebbe in assenza della reazione. Per il suo calcolo è opportuno scegliere un generatore di corrente di sonda, in quanto esso non si oppone all'effetto di stabilizzazione del potenziale del nodo d'uscita. Con riferimento alla figura accanto, è immediato rendersi conto che la resistenza d'uscita in assenza della



reazione (ovvero in assenza del segnale di corrente che è richiamato dal Collettore di T_2 dopo avere percorso l'anello) è pari a:

$$R_u^0 = R_f + (R_1 \parallel \frac{1}{g_{m1}}) \cong XXk\Omega .$$

Giacché la reazione tende a ridurre la resistenza d'uscita, la resistenza d'uscita totale sarà:

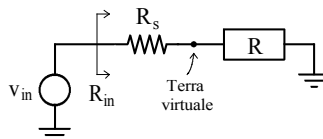
$$R_u = \frac{R_u^0}{(1 - G_{loop})} = \frac{R_f + R_1 \parallel \frac{1}{g_{m1}}}{(1 + \beta_2 \frac{R_1}{R_1 + 1/g_{m1}})} = XX$$

Per ridurre ulteriormente la resistenza d'uscita, bisognerebbe aumentare il guadagno di anello del circuito, ad esempio interponendo tra T_1 e T_2 un ulteriore stadio amplificante.

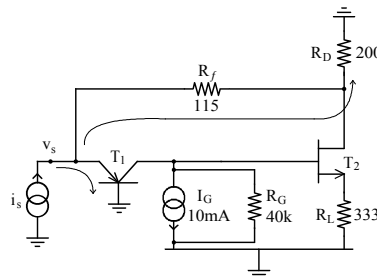
E 11.14 Calcolare la resistenza di ingresso e di uscita del circuito dell'esercizio E 11.3.

Resistenza di ingresso

La resistenza di ingresso sarà data dalla somma di R_S con la resistenza tra il nodo di terra virtuale e massa:



Calcoliamo quindi quest'ultima, indipendentemente da R_S , applicando un generatore di sonda di corrente i_s alla terra virtuale per non bloccare l'effetto della reazione, come mostrato nella figura seguente, e leggendone la variazione di tensione v_s :



In assenza di reazione, la resistenza tra il nodo di ingresso e massa sarebbe:

$$R_{in}^0 = \frac{1}{g_{m1}} \parallel (R_f + R_D) = 2.5\Omega .$$

Questa resistenza, come visto dall'analisi fatta nel E11.3 viene ulteriormente diminuita dalla reazione. Il guadagno dell'anello del circuito sotto esame (simile a quello già calcolato nell'esercizio E11.8 ponendo $R_S = \infty$) vale:

$$G_{loop} = -\frac{R_G}{R_L + 1/g_{m2}} \cdot \frac{R_D}{R_D + R_f + 1/g_{m1}} = -69 .$$

La resistenza di ingresso vista dalla terra virtuale è quindi:

$$R_{in} = \frac{R_{in}^0}{1 - G_{loop}} = 36m\Omega .$$

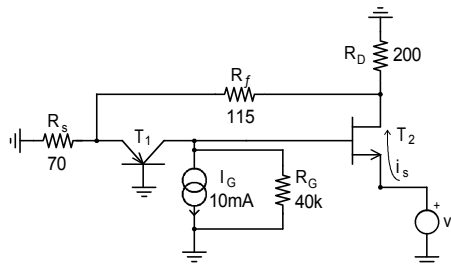
La resistenza di ingresso vista dal generatore di segnale v_{in} è pari a:

$$R_{in}^T = R_s + R_{in} \cong 70\Omega .$$

Il risultato può essere verificato con considerazioni analoghe a quelle illustrate nell'esercizio precedente e con un calcolo nodale. Per il confronto dei risultati con quest'ultimo metodo si tenga presente che, nel trattare il BJT, si è trascurato 1 rispetto a β .

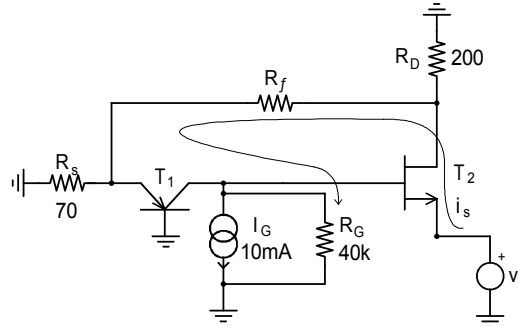
Resistenza di uscita

La resistenza di uscita del circuito è data dal parallelo tra R_L , esterna all'anello di reazione, e la resistenza di uscita dello stadio reazionato. Quest'ultima va calcolata applicando un generatore di tensione al morsetto di uscita, come mostrato nella figura seguente, in modo da non fissare la corrente in un ramo dell'anello:



Si supponga di applicare un segnale v_s positivo. Esso determinerebbe inizialmente l'iniezione di una corrente $g_{m2}v_s$ nel FET, con il verso indicato nella

figura. Questa corrente fluisce nell'anello di reazione. La frazione che giunge all'Emettitore del bipolare è trasferita in Collettore e determina l'aumento del potenziale di Gate del FET.



In definitiva, la reazione si oppone alla iniziale diminuzione della tensione Gate-Source del MOSFET e quindi all'iniezione di corrente nell'anello: la reazione negativa fa sì che il generatore di segnale eroghi meno corrente di quella che fornirebbe in assenza della reazione. L'impedenza d'uscita è quindi aumentata ed è tanto più elevata quanto più è alto il guadagno d'anello.

È interessante notare come rispetto allo stadio analizzato nell'esercizio E11.13, in questo caso non è il potenziale del nodo d'uscita ad essere stabilizzato, ma la corrente che fluisce nella resistenza di carico R_L pari alla corrente che fluisce in un lato dell'anello di reazione.

A questo punto è chiaro che, per mettere in evidenza l'effetto della reazione, non è possibile utilizzare un generatore sonda di corrente. Questo forzerebbe una corrente nel Drain del MOSFET e quindi in un ramo dell'anello, non consentendo alla reazione di opporvisi.

La resistenza vista tra il morsetto d'uscita e massa, in assenza della reazione, è semplicemente la resistenza vista guardando nel Source del JFET:

$$R_u^0 = 1/g_{m2} = 33\Omega .$$

Il guadagno di anello del circuito sotto indagine può essere ricavato dall'espressione calcolata nell'esercizio E11.8 ponendo $R_L=0$. Si ottiene:

$$G_{loop} = -g_{m2} \cdot R_G \cdot \frac{R_D}{R_D + R_f + R_S \parallel 1/g_{m1}} \cdot \frac{R_S}{R_S + 1/g_{m1}} = -727 .$$

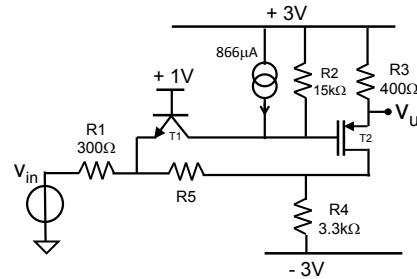
La resistenza dello stadio reazionato vale quindi:

$$R_u = R_u^0 \cdot (1 - G_{loop}) \cong 24k\Omega$$

e la resistenza di uscita complessiva del circuito è:

$$R_u^T = R_L \parallel R_u = 330\Omega .$$

- E 11.15** Consider the circuit shown below whose MOSFET has $V_T=0.6V$, $k=\frac{1}{2}\mu C_{ox}W/L=1mA/V^2$ and $V_a=\infty$, and the BJT has $\beta=200$ and $V_a=\infty$
- Given that in the resistance R_5 there is practically no current, find the value of V_u when no signal is applied
 - Choose the value of R_5 that makes the ideal gain of the circuit to be $G_{id}=+4$
 - Find the value of the output impedance of the circuit. .

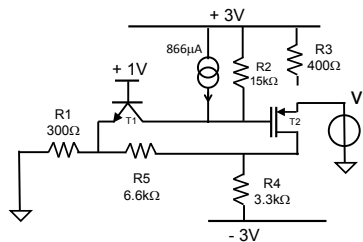


- $V_u=+2.6V$
- La retroazione tende a contrastare i movimenti dell'Emettitore di T1. Pertanto un segnale positivo V_{in} mette in gioco una corrente V_{in}/R_1 che sbilancia il Drain di T2 di $V_{in}/R_1 \times R_5$ negativo. In R_4 quindi scorre una corrente equiversa a V_{in}/R_1 pari a $V_{in}/R_1 \times R_5/R_4$. Il transistor T2 viene comandato dal circuito di andata in modo da fornire la somma di queste due correnti, producendo un guadagno ideale del circuito pari a

$$G_{id} = \frac{R_3}{R_1} \left(1 + \frac{R_5}{R_4} \right)$$

Affinché sia uguale a 4 dovremo scegliere $R_5=6.6k\Omega$.

- Guardando dal morsetto di uscita, vediamo che R_3 è in parallelo al circuito che comprende l'anello di retroazione. Indagando l'impedenza di quest'ultimo, si applica un segnale di tensione come nella figura seguente:



Si verifica che la reazione tende ad aumentare l'impedenza vista dal Source, inizialmente pari a $1/g_m=500\Omega$, del valore del $G_{loop} \approx -9$. L'impedenza di uscita del circuito è quindi pari a

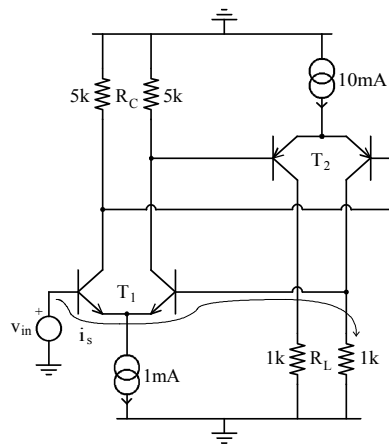
$$Z_u = 400\Omega \parallel (500\Omega \cdot 10) = 370\Omega$$

In sostanza la retroazione influisce solo sulla resistenza di uscita $1/g_m$ del MOSFET (aumentandola) ma nulla fa sulla resistenza in parallelo da 400Ω .

E 11.16 Calcolare le resistenze di ingresso e di uscita del circuito dell'esercizio E11.5 e confrontarle con quelle che si avrebbero in un circuito analogo in cui i MOSFET siano sostituiti da dei BJT ($\beta=100$).

Resistenza di ingresso

Benchè sia facile verificare che la reazione tende ad aumentare l'impedenza di ingresso del circuito, tuttavia non se ne hanno effetti pratici perchè essa è già elevatissima anche in assenza della reazione, grazie alla presenza del Gate del MOSFET. Più articolato è il discorso se si sostituiscono i MOSFET con dei BJT. In questo caso la resistenza di ingresso è data dalla somma di R_i con la resistenza vista tra il morsetto di Base di T_1 e massa.



Quest'ultima, in assenza della reazione, è ottenuta seguendo il percorso del segnale di corrente erogato dal generatore di sonda di tensione verso i punti a potenziale fisso. Questo percorso è indicato nella figura. Si trova:

$$R_{in}^0 = 2\beta/g_{m1} + R_L = 11k\Omega .$$

L'attivazione della reazione fa aumentare la resistenza di ingresso. Infatti la corrente i_s , inizialmente iniettata da un segnale di sonda positivo, percorre tutto l'anello e si ripresenta sul morsetto di ingresso con il segno opposto. Questo indica che la reazione riduce la corrente che il generatore di tensione deve fornire, e che quindi la resistenza di ingresso è aumentata rispetto al valore che essa avrebbe in assenza della reazione.

Il guadagno dell'anello del circuito privato di R_i è pari a:

$$G_{loop} = -\frac{R_L}{R_L + 2\beta_1/g_{m1}} \cdot \beta_1 \cdot \frac{R_C}{R_C + \beta_2/g_{m2}} \cdot \beta_2 = -826 .$$

Quindi la resistenza vista tra la Base di T_1 e massa è data da:

$$R_{in} = R_{in}^0 \cdot (1 - G_{loop}) = 9.1M\Omega .$$

La resistenza di ingresso complessiva del circuito è quindi:

$$R_{in}^T = R_i + R_{in} \cong 9.1M\Omega .$$

Resistenza di uscita

Per il calcolo della resistenza di uscita si deve sondare il morsetto di uscita, che è un nodo dell'anello. La reazione determinerà quindi una riduzione della resistenza d'uscita. Il generatore di sonda da utilizzare è un generatore di corrente. Nel caso di circuito a MOSFET, la resistenza vista verso massa in assenza di reazione è:

$$R_u^0 = R_L = 1k\Omega .$$

Il guadagno d'anello è identico a quello già calcolato nell'esercizio E11.9 e vale $G_{loop} = -20$. La resistenza dello stadio reazionato, che coincide con la resistenza di uscita del circuito, è:

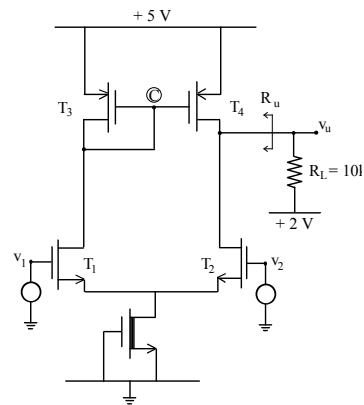
$$R_u = \frac{R_u^0}{1 - G_{loop}} = \frac{1000}{1 + 20} \cong 50\Omega .$$

Nel caso di circuito a BJT, seguendo un procedimento analogo si trova $R_u \cong 1\Omega$.

E 11.17 Si consideri lo stadio differenziale accanto.

a) Studiare come viene modificata la polarizzazione del circuito se si suppone che tutti i transistori abbiano una tensione di Early pari a $V_A = 25V$.

b) Valutarne la resistenza d'uscita R_u considerando che la presenza dello specchio determina una reazione negativa.



(b) - La presenza dello specchio determina una reazione che fa diminuire la resistenza di uscita R_u . Infatti, si supponga di iniettare una corrente di sonda nel morsetto a monte di R_L . La corrente iniettata inizialmente si ripartisce tra r_{O4} e

la frazione i_2 che attraversa T_1 e T_2 . Quest'ultima componente giunge a T_3 ed è specchiata da T_4 e tende a far diminuire il potenziale del nodo d'uscita.

Per evitare che la reazione sia impedita, il generatore di sonda da adottare è quello di corrente.

La resistenza vista guardando dal morsetto d'uscita in assenza di reazione è pari al parallelo tra r_{o4} e la resistenza vista guardando verso T_2 . Quest'ultima è circa pari a $2r_{o2}$. Infatti T_2 è essenzialmente un transistore di cui si vuol valutare la resistenza di Collettore quando in serie al suo Source è collegata una resistenza pari a circa $1/g_m$ dovuta in questo caso a T_1 . Quindi:

$$R_u^0 = r_{o4} \parallel 2r_{o2} .$$

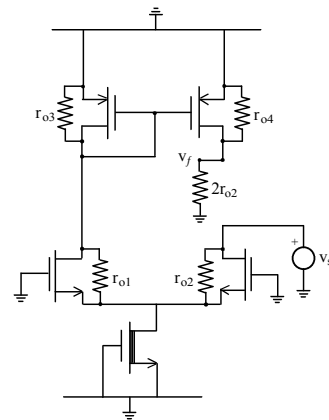
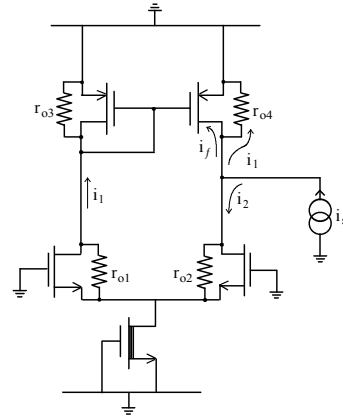
Per valutare il guadagno d'anello, si può operare come illustrato nella figura seguente, tagliando l'anello a monte di T_2 e ricostruendo la resistenza a monte del taglio.

Applicato un segnale di tensione nel punto in cui si è operato il taglio, la corrente che fluisce in T_1 e T_2 è pari a circa $v_s/2r_{o2}$. Questa corrente è specchiata da T_3 , T_4 ed il segnale di tensione che si sviluppa a monte del taglio è pari a:

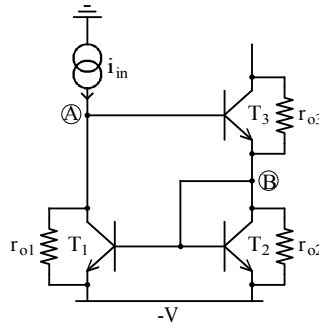
$$v_f = -v_s \cdot \frac{r_{o4}}{2r_{o2} + r_{o4}} .$$

Quindi la resistenza di uscita, in presenza della reazione è pari a:

$$R_u = \frac{R_u^0}{1 + r_{o4}/(2r_{o2} + r_{o4})} = r_{o2} \parallel r_{o4} .$$



E 11.18 Ricavare, utilizzando le proprietà dei sistemi reazionati, le espressioni delle resistenze di ingresso e di uscita dello specchio di Wilson, già ottenute nell'esercizio E 5.16.



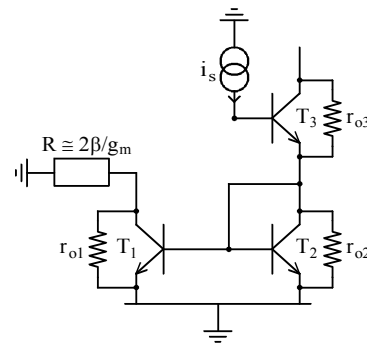
Resistenza di ingresso

Il circuito è reazionato negativamente ed è facile verificare che il nodo (A) di ingresso, sulla Base di T_3 , è un nodo di terra virtuale. Per valutare il guadagno d'anello si può pensare di rompere l'anello sul collettore di T_1 e di utilizzare un segnale sonda di corrente. Se le resistenze di Collettore, r_o , dei transistori sono finite, si deve ricostruire la resistenza a monte del taglio ottenendo la situazione riportata nella figura accanto:

La presenza delle resistenze finite, r_{o2} ed r_{o3} è certamente trascurabile nella valutazione del guadagno d'anello, perché il segnale di corrente erogato dall'Emettitore di T_3 fluisce quasi completamente nel transdiodo T_2 che ha resistenza differenziale

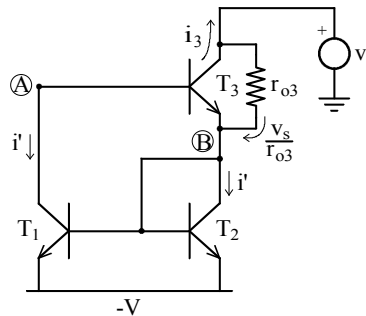
di appena $1/g_m \ll r_{o2} \cdot r_{o3}$. Inoltre se $r_{o1} \gg 2\beta/g_m$, anche la perdita di segnale nella partizione tra r_{o1} e $2\beta/g_m$ è trascurabile e quindi il guadagno d'anello è pari a circa $-\beta$.

Per quanto riguarda la resistenza di ingresso in assenza della reazione, la resistenza vista verso massa guardando nel nodo (A) è circa pari a $R_{in}^0 \cong 2\beta/g_m$. Quindi la resistenza di ingresso in presenza della reazione, ridotta per il fattore $(1+\beta)$, è pari a circa $R_{in} \cong 2/g_m$.



Resistenza di uscita

Per quanto riguarda la resistenza vista guardando nel Collettore di T_3 , si deve considerare che l'eventuale generatore di sonda, per esempio di tensione, deve erogare sia la corrente che fluisce attraverso la resistenza r_{o3} che la corrente richiesta da T_3 .



Il nodo (B), sul Collettore di T_2 è un nodo dell'anello di reazione e quindi le sue variazioni di potenziale sono molto contenute. Inoltre, anche in assenza della reazione la resistenza vista tra il nodo (B) e massa è bassa, circa $1/g_m$. Quindi le variazioni di potenziale del nodo (B) possono essere, in prima approssimazione, trascurate e la corrente che fluisce attraverso r_{03} è pari a circa $i_r = v_s / r_{03}$. Questa corrente, giunta al nodo (B) si ripartisce. Detta i' la frazione che fluisce nel transistor T_2 , essa è anche la corrente richiamata da T_1 e $(\beta+1)i'$ è la corrente richiamata dall'Emettitore di T_3 . Poiché per rispettare il bilancio di correnti al nodo (B) deve essere $i' = i_r / (\beta+2)$, la corrente di segnale erogata dal Collettore di T_3 è pari a $\beta i_r / (\beta+2)$. In definitiva, la corrente di segnale erogata dal generatore di sonda è pari a $2i_r / (\beta+2)$ e quindi la resistenza d'uscita dello specchio è pari a circa $\beta r_{03} / 2$.

Si noti come questo circuito propone una topologia che non rientra nei casi già analizzati perché dal nodo d'uscita si afferisce all'anello attraverso due percorsi, il collettore di T_3 ed r_{03} , ed il generatore sonda sente l'influenza combinata dei due segnali. Quindi non è strano che la resistenza di uscita non sia più pari alla resistenza vista dal Collettore di T_3 in assenza di reazione, circa r_{03} , moltiplicata per il guadagno d'anello, β .

11.8 TRASFERIMENTO IDEALE E TRASFERIMENTO REALE

Fino ad ora la funzione di trasferimento tra ingresso ed uscita di un circuito reazionato è stata calcolata nell'ipotesi semplificativa che il circuito avesse un guadagno di anello infinito, salvo poi constatare attraverso il calcolo preciso di G_{loop} che esso aveva un valore finito, qualche volta addirittura solo di poco maggiore di 1. Benché questo modo di procedere permetta di scoprire tutte le caratteristiche importanti del circuito e per questo risulti essenziale, tuttavia lascia irrisolta la domanda di quale sia il reale valore del trasferimento del circuito in esame.

Il trasferimento reale del sistema, $G(s)$, si basa sulla riscrittura della relazione (11.1). Dividendo infatti il numeratore ed il denominatore della (11.1) per il guadagno d'anello $G_{loop}=A \cdot F$ come fatto nel §11.2, si ottiene:

$$G(s) = G_{id}(s) \frac{-G_{loop}(s)}{1 - G_{loop}(s)} \quad (11.10)$$

Questa espressione mette in evidenza come sia possibile *valutare il trasferimento reale una volta che si conosca solo il guadagno d'anello G_{loop} del circuito reale ed il trasferimento ideale G_{id} , facilmente ottenibile ipotizzando che il sistema reazionato abbia un guadagno d'anello infinito.*

Per apprezzare l'importanza della (11.10) si noti che il trasferimento reale potrebbe anche essere ottenuto direttamente dalla (11.1) se si conoscesse la funzione di trasferimento del blocco d'andata $A(s)$ ed il guadagno d'anello $G_{loop}(s)=A(s) \cdot F(s)$. Purtroppo non sempre è semplice in un circuito reale isolare il blocco d'andata e determinarne il trasferimento $A(s)$ a causa del carico in ingresso ed in uscita costituito dall'elemento di reazione. Si pensi per esempio al circuito dell'esercizio E11.2, riportato per comodità nella Fig.11.17. Benché sia naturale individuare nella

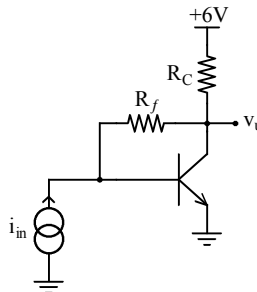


Fig. 11.17 Valutazione del trasferimento reale del circuito reazionato della figura 11.13a.

resistenza R_f un elemento della reazione e nel transistor un elemento del blocco di andata, tuttavia rimane il dubbio che se sia corretto valutare $A(s)$ semplicemente togliendo R_f dal circuito. In generale è molto difficile se non impossibile calcolare il corretto valore del trasferimento $A(s)$ dell'amplificatore in assenza della reazione.

11.8.1 Unidirezionalità dei blocchi e guadagno diretto

Rimaniamo sul circuito della Fig.11.17 per scoprire un altro aspetto dei circuiti retroazionati. Come sappiamo il trasferimento ideale è $v_u/i_{in} = -R_f$, ed il guadagno d'anello, già ricavato nel §11.5, è:

$$G_{loop} = -\frac{\beta \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta/g_m}.$$

In base alla (11.10) il trasferimento reale dell'amplificatore reazionato dovrebbe essere:

$$G = \frac{v_u}{i_{in}} = \frac{-R_f}{1 + \frac{R_C + R_f + \beta/g_m}{\beta \cdot R_C}}. \quad (11.11)$$

Poiché il circuito della Fig.11.18 è particolarmente semplice, è possibile verificare il risultato ottenuto impostando e risolvendo le equazioni di bilancio, senza fare alcuna semplificazione od assunzione. In questo modo si ottiene:

$$G = \frac{v_u}{i_{in}} = \frac{-R_f}{1 + \frac{R_C + R_f + \beta/g_m}{\beta \cdot R_C}} + \frac{\frac{\beta \cdot R_C}{g_m(R_C + R_f + \beta/g_m)}}{1 + \frac{\beta \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta/g_m}} \quad (11.12)$$

Il risultato differisce dall'espressione attesa !!. In particolare il trasferimento valutato in base alla relazione (11.11) è solo il primo di due addendi della (11.12).

Il motivo di questa discrepanza è da ricercarsi ***nell'ipotesi di unidirezionalità dei trasferimenti $A(s)$ ed $F(s)$*** alla base della (11.1) e quindi della (11.10). In tutte le considerazioni fondate sulla schematizzazione del circuito reazionato secondo lo schema a blocchi della Fig.11.1, infatti, si è ipotizzato che il segnale si propaghi dall'ingresso all'uscita solo attraverso $A(s)$ e ritorni al nodo d'ingresso solo attraverso $F(s)$. Non si è ritenuto possibile che il segnale arrivi all'uscita anche direttamente attraverso $F(s)$. Tuttavia si è visto come, in pratica, il ramo di reazione sia spesso costituito da resistenze, e quindi da elementi intrinsecamente bidirezionali.

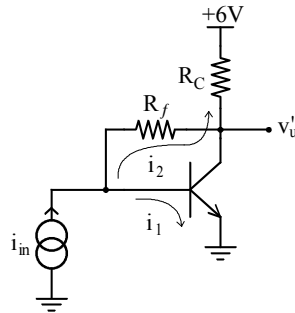


Fig. 11.18 Trasferimento diretto del circuito della Fig. 11.17.

Nel caso del circuito della Fig.11.18 ad esempio, il segnale i_{in} può direttamente determinare una variazione del potenziale d'uscita passando direttamente attraverso il ramo di retroazione dall'ingresso all'uscita. Si pensi infatti di non *fare intervenire* la reazione e di fare la partizione di i_{in} nelle due componenti, i_1 ed i_2 , ottenendo la variazione del nodo d'uscita :

$$v'_u = i_s \cdot \frac{R_C \cdot \beta / g_m}{R_C + R_f + \beta / g_m} .$$

Chiameremo questo trasferimento *trasferimento diretto* del circuito retroazionato. Il numeratore del secondo addendo della (11.12) è proprio l'espressione di questo trasferimento diretto; il denominatore è il solito fattore $(1-G_{loop})$.

In base a queste considerazioni, la (11.12) può essere interpretata dicendo che *il trasferimento reale* del circuito della Fig.11.18 è la *somma del trasferimento atteso se il sistema fosse perfettamente unidirezionale e del trasferimento diretto che si avrebbe attraverso il solo ramo di reazione diviso per il fattore $(1-G_{loop})$* :

$$G(s) = G_{id}(s) \frac{-G_{loop}(s)}{1 - G_{loop}(s)} + \frac{G_{diretto}(s)}{1 - G_{loop}(s)} . \quad (11.13)$$

Questa conclusione è generalizzabile all'analisi dei circuiti reazionati di qualunque complessitàⁱⁱ, ed offre un modo semplice e circuitalmente intuitivo per correggere il risultato ottenibile in base all'applicazione della (11.10).

ⁱⁱ La relazione (11.13) ha come unica ipotesi che l'anello possa essere percorso in un solo verso e non anche in verso opposto. Questa ipotesi è effettivamente soddisfatta nella quasi totalità dei circuiti elettronici a componenti attivi dove lo stadio di andata è effettivamente unidirezionale.

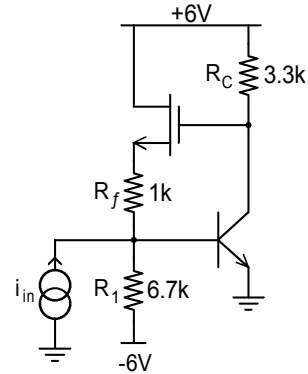
In definitiva, per valutare il trasferimento reale di un circuito reazionato si opera in questo modo:

- (a) Supponendo il G_{loop} infinito si ricava il trasferimento ideale del circuito;
- (b) Si calcola il G_{loop} del circuito
- (c) In base alla (11.12) si valuta il primo addendo del trasferimento reale
- (d) Si valuta il trasferimento diretto disattivando la reazione e lo si divide per il fattore $(1-G_{loop})$;
- (e) Si sommano algebricamente i contributi ricavati ai punti (c) e (d) in modo da ottenere la (11.12).

Si tenga presente che nella maggior parte dei circuiti il trasferimento diretto è molto piccolo ed il guadagno di anello è sufficientemente grande da far sì che il trasferimento reale non necessiti della correzione aggiuntiva dovuta al trasferimento diretto.

E 11.19 Considerare il circuito riportato nella figura accanto. Il BJT abbia $\beta=100$, il MOSFET una tensione di soglia $V_T=1V$, $k=1mA/V^2$.

- Valutarne il trasferimento ideale
- Calcolarne il trasferimento reale, verificando che l'introduzione del MOSFET modifichi il circuito della Fig.11.18, eliminando la possibilità del trasferimento diretto.
- Verificare che allo stesso risultato si sarebbe giunti applicando le equazioni di bilancio.



E 11.20 Confermare il valore del guadagno reale del circuito dell'esercizio E11.11 trovato per via analitica, applicando ora l'analisi sintetica proposta in questo capitolo.

$G_{id}=-3$; $G_{loop}=-1.2$; il trasferimento diretto è pari a:

$$\frac{v_u'}{v_{in}} = \frac{R_L}{R_1 + R_f + R_L} = 0.2 .$$

Il trasferimento reale è quindi

$$-3 \frac{1.2}{1+1.2} + \frac{0.2}{1+1.2} = -1.54$$

Il basso valore del guadagno d'anello determina una significativa differenza tra il trasferimento reale e quello ideale.

E 11.21 Si valuti il trasferimento reale del circuito dell'esercizio E 11.3 mettendo in evidenza il contributo dovuto alla bidirezionalità del ramo di reazione.

L'amplificazione ideale, valutata nell'esercizio E11.3, è pari a $G_{id}=7.5$. Il guadagno d'anello, valutato nell'esercizio E11.8, è pari a $G_{loop}=-66$. Quindi se non ci fosse trasferimento diretto, il guadagno reale sarebbe

$$G = \frac{7.5}{1 + \frac{1}{66}} = 7.39$$

L'addendo correttivo del trasferimento diretto è ottenuto *disattivando* il cammino di andata del circuito. È immediato verificare che poiché l'uscita del circuito è sul Source del JFET e la resistenza r_0 del transistor è infinita, un segnale d'ingresso non può propagarsi direttamente in uscita attraverso il cammino di reazione. Infatti il segnale d'ingresso, pur determinando direttamente un'aumento del potenziale del Drain di T_2 pari a:

$$v'_u = v_{in} \cdot \frac{R_D}{R_s + (R_f + R_D) \parallel 1/g_{m1}} \cdot \frac{1/g_{m1}}{(R_D + R_f + 1/g_{m1})} ,$$

se la resistenza di Drain del JFET è infinita, non produce alcuna variazione di corrente in T_2 e quindi nel potenziale del nodo d'uscita. Per altro, se anche si considerasse un valore finito per r_0 di T_2 , a causa del valore basso di $1/g_{m1}=2.5\Omega$, del guadagno d'anello alto e delle partizione di tensione tra r_0 e R_L , il contributo aggiuntivo alla (11.10) dovuto al trasferimento diretto sarebbe molto piccolo.

E 11.22 Valutare il trasferimento reale del circuito dell'esercizio E 11.1.

Il trasferimento ideale è pari a $G_{id}=(1+R_f/R_4)=9.9$. Il guadagno d'anello è $G_{loop}=-87$ (esercizio E 11.7). Il trasferimento diretto è pari a:

$$G_{dir} = \frac{v'_u}{v_{in}} = \frac{(\beta + 1) \cdot R_4}{\beta/g_m + (\beta + 1) \cdot R_4} = 0.99 .$$

Si ottiene pertanto:

$$G(s) = \frac{9.9}{1 + \frac{1}{87}} + \frac{0.99}{1 + 87} = 9.8$$

In questo caso il contributo del trasferimento diretto è pari ad appena 0.01 ed è quindi trascurabile.

E 11.23 Valutare il trasferimento reale del circuito dell'esercizio E 11.5.

$G_{id}=1$; $G_{loop}=-19.8$ ed il trasferimento diretto è nullo, per cui:

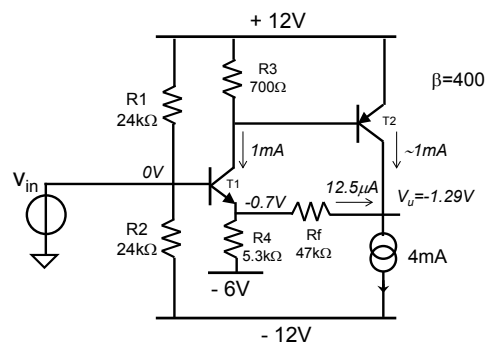
$$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{19.8}} = 0.95 .$$

11.9 DINAMICA DI INGRESSO E DI USCITA

L'applicazione di un segnale all'ingresso di un circuito reazionato determina escursioni nei potenziali e nelle correnti nei nodi e nei rami del circuito. La massima escursione del segnale prima che un nodo del circuito vada oltre le tensioni di alimentazione o prima che un elemento amplificante esca dalla zona di funzionamento attiva definisce la dinamica del circuito.

Per calcolare la dinamica nel caso specifico dei circuiti reazionati, è ragionevole supporre che la retroazione rimanga attiva entro tutta la dinamica e che quindi il circuito si comporti su grandi segnali nella stessa maniera in cui si comporta per piccoli segnali. Ad esempio un circuito reazionato che presenti una terra virtuale va pensato continuare a tenere la terra virtuale ed a fornire un guadagno ingresso-uscita pari a quello per piccolo segnale anche quando si applicano grandi segnali. Poiché questo avverrà fintanto che $|G_{loop}| > 1$, compito dell'analisi della dinamica è indagare per quale segnale di ingresso qualche componente lungo l'anello venga a smettere di funzionare correttamente (per un BJT l'ingresso in saturazione – giunzione C e B in diretta più di 0.5V - o in interdizione – $I_C=0$ -, per i MOSFET l'uscita dalla saturazione – tensione tra Drain e Source pari all'overdrive – o l'ingresso in interdizione – $I_D=0$). In pratica si fa una analisi "quasi statica" del circuito, partendo dai valori di polarizzazione in tutti i rami e nodi del circuito ed aumentando o diminuendo il segnale di ingresso a passi successivi, indagando come i punti si spostano e quale transistor esce per primo dalla zona di funzionamento attivo.

E 11.24 *Determinare la dinamica di ingresso e di uscita del circuito accanto (già visto in E 11.1), supponendo che la minima tensione accettabile ai morsetti del generatore di corrente di polarizzazione sia di 0.2V.*



Il circuito riporta i valori di polarizzazione di ogni punto, come desunti da E11.1.

Dinamica positiva. Per ogni mV di aumento del potenziale v_{in} , il potenziale dell'Emettitore di T_1 aumenta praticamente della stessa quantità, ed il potenziale

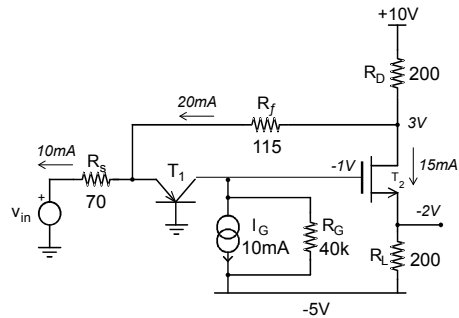
del nodo d'uscita aumenta 9.8 volte tanto. Il potenziale del Collettore di T_1 praticamente non varia, essendo vincolato a circa +11.3V dalla giunzione Base-Elettore di T_2 . Il limite alla dinamica positiva sarà pertanto dato o dalla saturazione di T_1 (perché sale la sua Base) o dalla saturazione di T_2 (perché sale il suo Collettore). Quando $v_{in}=0V$, il potenziale del nodo d'uscita è $V_u=-1.29V$, e potrebbe salire fino al valore massimo di +11.8V. In approssimazione lineare, questa escursione di 13.1V corrisponde ad un segnale v_{in} pari a $13.1V/9.8=+1.34V$. In questa situazione T_1 opera ancora in zona attiva.

Quindi la dinamica d'ingresso del circuito è limitata superiormente dalla saturazione di T_2 e vale $v_{in|max}=+1.34V$. In questa situazione limite in R_f fluirebbe una corrente pari a circa 0.24mA verso l'Elettore di T_1 , la corrente di T_1 sarebbe ancora pari all'incirca a 1mA e la corrente erogata da T_2 sarebbe di 4.24mA.

Dinamica negativa. Si supponga ora di diminuire il potenziale d'ingresso; corrispondentemente diminuisce sia il potenziale dell'Elettore di T_1 che quello del nodo d'uscita. È immediato notare che i limiti in cui si potrebbe incorrere non sono dovuti alla saturazione dei transistori ma eventualmente alla loro interdizione. Per garantire il corretto funzionamento del generatore di corrente di polarizzazione, il potenziale del nodo d'uscita non potrà scendere al di sotto di -11.8V. L'escursione di -11.7V corrisponde ad una diminuzione di v_{in} pari a $10.5V/9.8=-1.1V$. Corrispondentemente, il potenziale dell'Elettore di T_1 è -1.8V; attraverso R_f fluiscono $(11.8V-1.8V)/47k\Omega=0.2mA$ e quindi T_2 eroga $4mA-0.2mA=3.8mA$ mentre la corrente di T_1 è pari ancora a circa 1mA. Pertanto $v_{in|max}=-1.1V$.

Concludendo, la dinamica di uscita è di $-11.8V < V_u < +11.8V$ corrispondente ad una dinamica praticamente simmetrica di ingresso di $-1.1V < v_{in} < +1.2V$. In questo circuito quindi il limite di dinamica è imposto dalle alimentazioni. Si noti come si sia ipotizzato che fino ai limiti estremi di dinamica il circuito abbia un G_{loop} tale da considerare la retroazione ben efficace.

E 11.25 Trascurando le non linearità degli elementi attivi, si determini la dinamica di ingresso del circuito dell'esercizio E 11.3.



Dinamica positiva. Aumentando il potenziale v_{in} , il potenziale dell'Emettitore di T_1 non varia significativamente (sia perché vede una giunzione EB sia perché la retroazione reagisce ad ogni suo cambiamento) e la maggior parte della corrente iniettata è richiamata attraverso R_f . Il potenziale del Drain di T_2 diminuisce quindi di circa $R_f/R_s = 1.6\text{mV}$ per ogni mV di aumento di v_{in} , e corrispondentemente il potenziale del Source aumenta di 7.5mV . Anche il potenziale del Collettore di T_1 , che è connesso al Gate di T_2 aumenta pressoché della stessa quantità. Bisogna valutare quindi quale dei due transistori esce per primo dalla zona attiva di funzionamento e per quale valore di v_{in} (o di v_u).

Su un segnale di ingresso positivo, T_1 entra in forte saturazione quando il Collettore sale sopra gli 0.5V . Ricordando che in polarizzazione (E11.3), per $v_{in}=0\text{V}$, si ha $V_C=-1\text{V}$, l'escursione permessa per V_C è di 1.5V equivalente ad un aumento di v_{in} pari a $1.5\text{V}/7.5=200\text{mV}$.

Vediamo nel frattempo come si è comportato T_2 . Esso entra in funzionamento ohmico quando $V_{DG} < |V_P| = 2\text{V}$. La diminuzione di V_{DG} è di $(7.5\text{mV} + 1.6\text{mV}) = 9.1\text{mV}$ per ogni mV di aumento di v_{in} . Poiché in polarizzazione $V_{DG}=4\text{V}$, l'escursione di 2V ammessa per V_{DG} consentirebbe un aumento di v_{in} pari a $2\text{V}/9.1=219\text{mV}$. Si conclude, quindi, che il limite è dato dall'ingresso in saturazione di T_1 e che la massima escursione positiva è $v_{in|_{\max+}} = 200\text{mV}$.

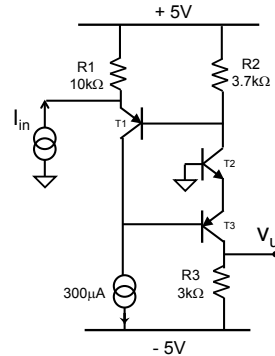
Dinamica negativa. Se il segnale d'ingresso è negativo, la corrente richiamata dal nodo d'ingresso fa aumentare la corrente che fluisce attraverso R_f . Il potenziale del Drain aumenta e quello del Source diminuisce, come pure quello del Gate. Il transistor T_2 va verso l'interdizione, raggiunta quando $V_u = -5\text{V}$.

In questa situazione la tensione V_{GS} di T_2 sarebbe pari al valore di soglia (0.5V). Ne consegue che l'uscita può diminuire tutt'al più dal valore -2V di polarizzazione a circa -5V . Corrispondentemente, il valore minimo di v_{in} sarebbe $-3\text{V}/7.5 = -400\text{mV}$: $v_{in|_{\max-}} = -400\text{mV}$.

E 11.27

Considerare il circuito accanto in cui i BJT abbiano $\beta=300$ e $V_a=\infty$ (Consider the circuit on the right whose BJTs have $\beta=300$ and $V_a=\infty$).

- Calcolare la tensione dell'uscita V_u in DC. (Find the value of V_u when no signal is applied)
- Calcolare il trasferimento ideale del circuito, $T=V_u/I_{in}$. (Find the ideal gain of the circuit, $T=V_u/I_{in}$).
- Calcolare il guadagno di anello del circuito. (Find the value of G_{loop})
- Calcolare l'impedenza di ingresso del circuito, come vista dal generatore di corrente di segnale. (Find the value of the input impedance of the circuit as seen by the current signal source)
- Calcolare la dinamica di ingresso positiva e negativa. (Find the input dynamic range)



a) $V_u = -2V$ se si trascurano le correnti di Base, altrimenti di qualche mV più in basso..

b) $T = -R_1 R_3 / R_2 = -8108\Omega$.

c) $G_{loop}(0) = -110$

d) $Z_{in} = R_1 || [(1/g_m + R_2/\beta)(1 - G'_{loop})] = 10k\Omega || 1.1M\Omega$

con $G'_{loop} = -\beta \cdot \beta \cdot R_2 / (R_2 + \beta/g_m) = -11603$

e) Consideriamo un segnale I_{in} positivo, cioè nel verso della freccia.

La corrente fluisce tutta in R_1 , andando a diminuire la quantità che lì vi scorre dagli iniziali $300\mu A$ e alzando la tensione di V_E dall'iniziale valore di $+2V$. Quando I_{in} arriva a $300\mu A$, la corrente circolante in R_1 viene azzerata (T_1 continua sempre a portare $300\mu A$!) e $V_E = +5V$. Il corrispondente aumento di V_B di $3V$ fa diminuire la corrente in R_3 ma senza porre limitazioni. Pertanto $I_{in|_{max+}} = 300\mu A$. In questa discussione abbiamo presupposto che il generatore di corrente sia realizzato con la stessa alimentazione ($+5V$ e $-5V$) con cui è alimentato il nostro circuito, per cui effettivamente $V_E = +5V$ è la massima tensione che il generatore di corrente potrà raggiungere. Se invece il generatore di corrente di segnale stesse in un altro circuito alimentato diversamente, ed in particolare a tensioni maggiori, V_E potrebbe salire anche più in alto di $+5V$: a questo punto troveremmo il limite $I_{in|_{max+}} = 370\mu A$.

Consideriamo ora un segnale I_{in} negativo. La corrente proviene tutta da R_1 abbassando V_E e quindi V_B . Questo ha due conseguenze che devo valutare per capire quale è la più limitante: la tensione di collettore di T_2 (inizialmente a $+1.3V$) scende sotto la sua Base di più di $0.5V$ portando T_2 in saturazione; la tensione ai capi di R_2 aumenta e quindi scorre più corrente in R_3 che fa saturare T_3 . La prima ha come limite $\Delta V_B = 1.8V$ che implica $I_{in} = -180\mu A$. La seconda ha come limite $\Delta V_u = 1.1V$ che implica $I_{in} = -136\mu A$. Pertanto $I_{in|_{max-}} = -136\mu A$.

11.10 ANALISI DEL RUMORE IN UN CIRCUITO RETROAZIONATO

In questo paragrafo vediamo come stimare la densità spettrale di rumore in un punto di un circuito retroazionato, tipicamente l'uscita, prodotto da una o più sorgenti poste in un punto qualunque del circuito stesso. Nel prossimo capitolo vedremo come integrare questa informazione con quella di Banda del circuito per ottenere il valore RMS del rumore in quel punto.

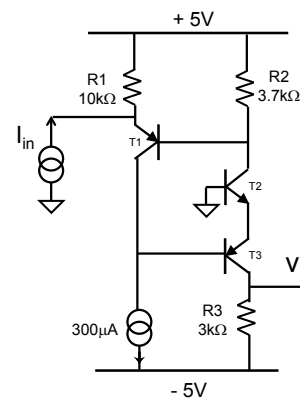
E' buona pratica visualizzare sul circuito il generatore di rumore (di corrente o di tensione, a piacimento e secondo comodità) come già visto nel CAP.9. Il "guizzo" di rumore nel tempo va a questo punto seguito attraverso il circuito come siamo stati abituati a fare in questo capitolo per un segnale qualsiasi. Per semplicità, e perché l'informazione che se ne ottiene è comunque sufficiente, si considera la risposta del circuito come se fosse idealmente retroazionato. Operando in questo modo, nulla di nuovo deve essere saputo rispetto all'analisi di risposta ideale vista fino ad ora.

Dopo avere calcolato il **trasferimento ideale tra la sorgente di "segnale di rumore" ed il punto di interesse** (normalmente come detto l'uscita del circuito) si calcola il valore quadratico medio delle singole componenti spettrali lì presenti, sostituendo poi l'espressione della densità spettrale di potenza di rumore della sorgente di rumore che risulta così moltiplicata per il quadrato della trovata funzione di trasferimento di quel segnale di rumore.

I seguenti esempi permetteranno di prendere confidenza con il metodo.

E 11.28 Considerare il circuito dell'esercizio precedente E11.15, in cui i BJT abbiano $\beta=300$ e $V_a=\infty$.

- Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita V_u dovuta al solo contributo di $R1$.
- Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita V_u dovuta al solo contributo di $R2$.
- Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita V_u dovuta al solo contributo di $T2$.
- Calcolare la densità spettrale di rumore totale all'uscita V_u dovuta a tutti i seguenti contributi: $R1$, $R2$, $T2$, $T3$, $R3$.



- Metto in evidenza la sorgente di rumore, ad esempio considerandone il suo equivalente in corrente I_n , e faccio il trasferimento del guizzo di corrente di rumore verso l'uscita V_u . Considero che il circuito si stia comportando come un

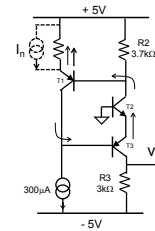
circuito retroazionato ideale, cosa che tra l'altro nel nostro caso è ottimamente verificata grazie al $G_{loop} = -110$ elevato. E' immediato notare che il nostro rumore segue esattamente lo stesso percorso del segnale I_{in} . (Tutta la corrente di rumore si chiude su R_1). Pertanto:

$$V_u = -I_n \cdot R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2}$$

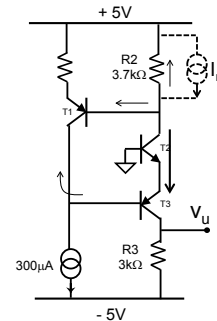
Facendone il quadrato e mediandone nel tempo il valore frequenza per frequenza, otteniamo:

$$\overline{(V_u)^2} = \overline{(-I_n)^2} \cdot \left(R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2} \right)^2 \quad \text{equivalente a} \quad S_{R1}(f) = \frac{4kT}{R_1} \cdot \left(R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2} \right)^2$$

Sostituendo i valori si ottiene $S_{R1} = 105 \cdot 10^{-18} (V^2/Hz)$ oppure $S_{R1}(f) = (10.2 nV/\sqrt{Hz})^2$.



b) Procedendo analogamente per R_2 , mettiamo in evidenza la sorgente di rumore, ad esempio considerandone il suo equivalente in corrente I_n , e facciamo il trasferimento del guizzo di corrente di rumore verso l'uscita V_u . Esso inizialmente (cioè prima che la retroazione si faccia sentire) si dividerà nei 2 rami indicati in figura in base alle rispettive impedenze. La componente che prende il percorso dell'anello, $I_b(T1)$ in questo caso, attiva una corrente in su dal collettore di T1, una corrente uscente dalla base di T2 e quindi una corrente in giù da T2. Essendo questa potenzialmente grandissima in un circuito con G_{loop} infinito, essa richiama verso il basso in T2 "tutta" la corrente di rumore iniettata inizialmente. Essa scorre anche in T3 e nel carico R_3 , producendo uno spostamento della tensione di uscita pari a :



$$V_u = I_n \cdot R_3$$

Facendone il quadrato e mediandone nel tempo il valore frequenza per frequenza, otteniamo:

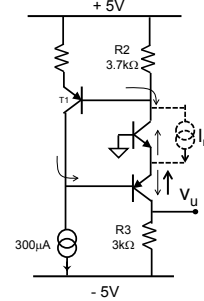
$$\overline{(V_u)^2} = \overline{(-I_n)^2} \cdot (R_3)^2 \quad \text{equivalente a} \quad S_{R2}(f) = \frac{4kT}{R_2} \cdot (R_3)^2$$

Sostituendo i valori si ottiene $S_{R2} = 39 \cdot 10^{-18} (V^2/Hz)$ oppure $S_{R2}(f) = (6.2 nV/\sqrt{Hz})^2$.

c) Consideriamo il contributo del rumore shot della corrente del transistor T2. Mettendo in evidenza la sorgente di rumore I_n sul circuito, facciamo il trasferimento del guizzo di corrente di rumore verso l'uscita V_u .

Esso inizialmente (prima che la retroazione si faccia sentire) si dividerà come in figura in base alle rispettive impedenze, in pratica metà ricircola in T2 e metà scorre in giu. La componente che prende il percorso dell'anello, $I_b(T1)$ in questo caso, attiva una corrente in giu dal collettore di T1 che entra nella base di T2 e produce una corrente in su in T2.

Essendo questa potenzialmente grandissima in un circuito con G_{loop} infinito, essa contrasta completamente quella lì circolante inizialmente verso il basso, annullandola. Pertanto “tutta” la corrente di rumore generata dal transistor è costretta a ricircolare nel transistor stesso. Questo provocherebbe una variazione di V_{be} di T2 che però in questo caso non ha alcuna conseguenza sulla corrente in T3 perché la base di T3 è collegata in un punto ad alta impedenza. In conclusione nulla scorre in R3 e quindi $S_{T2}(f) = 0$.



Se ora consideriamo l'altra sorgente di rumore di T2, la sua corrente di base $S(f)=2qI_B$, è lasciato allo studente verificare che essa produce un rumore in uscita pari a $S_{I_{B,T2}}(f) = 2qI_B \cdot (R_3)^2 = 9.6 \cdot 10^{-18} = (3.1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}})^2$

d) I rumori, grandezze casuali e tutte tra loro scorrelate in questo esercizio, si sommano in potenza, per cui la densità spettrale di potenza complessiva all'uscita è pari a:

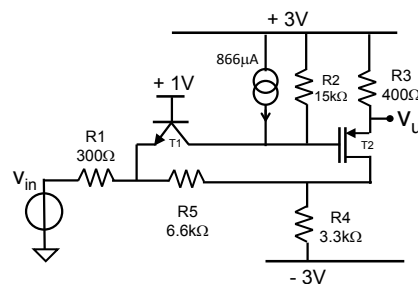
$$S_U(f) = S_{R1}(f) + S_{R2}(f) + S_{R3}(f) + S_{I_{C,T2}}(f) + S_{I_{B,T2}}(f) + S_{I_{C,T3}}(f) + S_{I_{B,T3}}(f) =$$

$$105 \cdot 10^{-18} + 39 \cdot 10^{-18} + 48 \cdot 10^{-18} + 0 + 9.6 \cdot 10^{-18} + 0 + 0 = 202 \cdot 10^{-18} = (14.2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}})^2$$

E 11.29

Consider the following circuit:
we already analyzed in E 11.13.

- Find the power spectral density at the output due to the resistance R4
- Find the power spectral density at the output due to the resistance R5

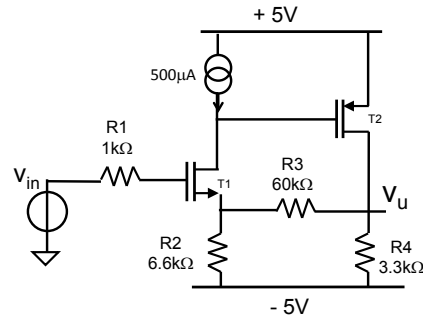


- Modellizzando la fluttuazione di rumore introdotta da R5 con un generatore di corrente I_{R5} in parallelo a R5, la retroazione se fosse ideale tenderebbe ad annullare la corrente iniettata in T1. La corrente di rumore quindi circolerebbe interamente in R5 muovendo il Drain di T2. Questo fa sì che in R4 circoli una corrente pari a $I_{R5} \cdot R5/R4$, e questa deve pervenire da T2.

$$\text{Quindi } S_u(f) = \frac{4kT}{R_5} \left(\frac{R_5 \cdot R_3}{R_4} \right)^2 = 1.5 \cdot 10^{-18} \frac{\text{V}^2}{\text{Hz}} \cong \left(1.25 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2$$

E 11.30 Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita di questo circuito in cui i MOSFET abbiano $|V_T|=0.7V$ e $|k|=500\mu A/V^2$.

Considerare tutte le sorgenti di rumore presenti.



Dalla polarizzazione risulta $V_u=-1.7V$, $1/g_{m1}=1k\Omega$. Si vede anche che $G_{loop}=-\infty$, identificandolo come un circuito praticamente ideale, il cui guadagno tra ingresso ed uscita vale

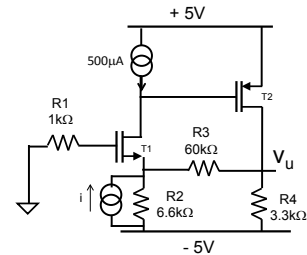
$$G_{id} = \frac{R_2 + R_3}{R_2} = 10 \cong G_{reale}$$

Rumore di R1: poiché il generatore di tensione di rumore si posiziona esattamente come il segnale, è immediato calcolare la densità spettrale in uscita come

$$S_{R1}(f) = 4kTR_1 \left(\frac{R_2 + R_3}{R_2} \right)^2 = \left(40 \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \right)^2$$

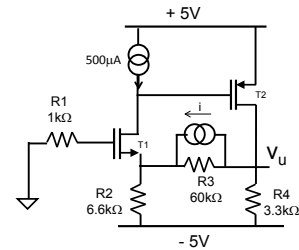
Rumore di R2: evidenziando il generatore di corrente di rumore ed analizzando l'effetto della retroazione, si conclude che il “guizzo” di corrente di rumore scorre tutto in R3 con la retroazione che tiene il Source fisso:

$$S_{R2}(f) = \frac{4kT}{R_2} (R_3)^2 = \left(93 \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \right)^2$$



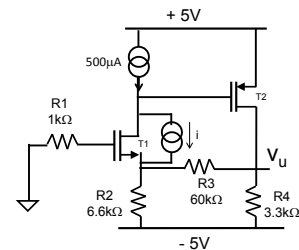
Rumore di R3: la retroazione evita che il “guizzo” di corrente scorra in T1 ed in R2 e lo fa scorrere tutto in R3:

$$S_{R3}(f) = \frac{4kT}{R_3} (R_3)^2 = \left(31 \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \right)^2$$



Rumore di R4: la retroazione assorbe tutta la corrente in T2, rendendo nullo lo spostamento di V_u :

$$S_{R4}(f) = 0$$



Rumore di T1: la retroazione riassorbe tutta la corrente in T1. Il Source si sposta quindi di $V_s = i \cdot 1/g_m$ e muove l'uscita di

$$v_u = i \cdot \frac{1}{g_m} \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_2}. \text{ Pertanto il contributo di rumore vale :}$$

$$S_{T1}(f) = \frac{2}{3} \frac{4kT}{1/g_m} \left(\frac{1}{g_m} \right)^2 \left(\frac{R_2 + R_3}{R_2} \right)^2 = \left(33 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2$$

Rumore di T2: la retroazione riassorbe tutta la corrente in T2. Quindi $S_{T2}(f) = 0$

In totale quindi la densità spettrale di rumore in uscita è pari a

$$S_{Vu}(f) = \left(111 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \right)^2$$

E 11.31

Considerare l'amplificatore della figura accanto, in cui i MOSFET abbiano

$$V_T = 0.5V,$$

$$k = \frac{1}{2} \mu C_{ox} W/L = 200 \mu A/V^2, V_a = \infty.$$

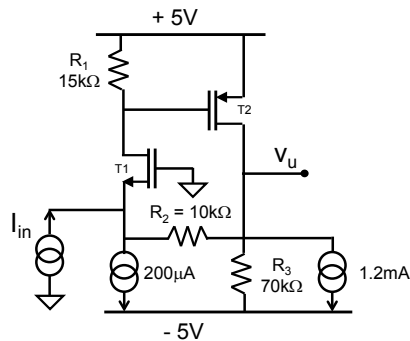
a) Calcolare la polarizzazione dei transistori sapendo che la tensione all'uscita sarà $V_u = -1.5V$

b) Calcolare il trasferimento ideale del circuito

c) Calcolare la densità spettrale di rumore all'uscita dovuta alla resistenza $R1$ ed al transistor $T1$

d) Calcolare il guadagno di anello del circuito ed aggiornare il

valore del trasferimento reale del circuito



a) $g_{m|T1} = 400 \mu A/V$ ($1/g_m = 2500 \Omega$), $g_{m|T2} = 1 \text{ mA/V}$ ($1/g_m = 1000 \Omega$).

b) $T_{id} = \frac{v_u}{i_{in}} = -R_2 = -10 \text{ k}\Omega$

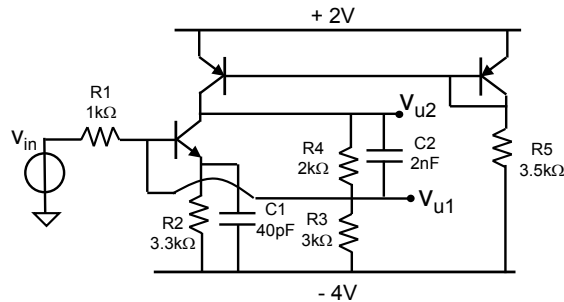
c) $S_u = \frac{4kT}{R1} \cdot \left(\frac{1}{g_{m1}} + R2 \right)^2 + \frac{2}{3} \cdot 4kT \cdot \left(\frac{1}{g_m} \right) = (13.9 \text{ nV/sqr(Hz)})^2.$

d) $G_{loop} = -12.7$. Notare che c'è un piccolo trasferimento diretto in controfase con il trasferimento principale:

$$T_{real} = -10 \text{ k}\Omega \cdot \frac{-G_{loop}}{1 - G_{loop}} + \frac{1/g_{m1}}{1/g_{m1} + (R2 + R3)} \cdot R3 \cdot \frac{1}{1 - G_{loop}} = -9.27 \text{ k}\Omega + 0.155 \text{ k}\Omega.$$

Pertanto $T_{real} = -9.115 \text{ k}\Omega$.

- E 11.32** Considerare l'amplificatore retroazionato riportato sotto, in cui si usino dei BJT che abbiano $\beta=200$ e $V_a=\infty$.
- Calcolare la polarizzazione del circuito
 - Calcolare il valore dei guadagni ideali tra l'ingresso e le due possibili uscite, disegnandone l'andamento con la frequenza.
 - Calcolare lo spettro della densità spettrale di rumore $S_u(f)$ all'uscita dovuta al rumore di R_4
 - Calcolare lo spettro della densità spettrale di rumore $S_u(f)$ all'uscita dovuta al rumore di R_5
 - Calcolare l'andamento con la frequenza del guadagno di anello, $G_{loop}(s)$ e disegnarlo in un diagramma quotato.
 - Calcolare l'impedenza di ingresso del circuito come vista dal generatore di tensione V_{in}

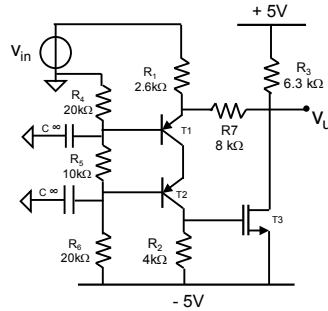


- $V_u \approx -0.5V$, $g_{m|T1} = 33mA/V$ ($1/g_m = 30\Omega$).
- $V_{u1}/V_{in} = 0$; $V_{u2}/V_{in}|_{LF} = -2$; $V_{u2}/V_{in}|_{HF} = 0$.
- La retroazione tende a chiudere tutta la corrente di rumore su R_4 . Poiché in R_3 quindi non scorre corrente, V_{u1} rimane fissa e V_{u2} si sposta proprio della corrente di rumore per R_4 : $S_u(0) = 4kTR_4$; $S_u(\infty) = 0$.
- La retroazione tende a raccogliere nel BJT di ingresso tutta la corrente prodotta da R_5 . A questo punto essa scorre in R_2 , alza V_b all'ingresso e quindi l'uscita V_{u1} : $S_u(0) = (4kT/R_5)(1/g_m + R_2)^2$; $S_u(\infty) = (4kT/R_5)(1/g_m)^2$.
Lo spostamento di V_{u1} abilita anche il corrispondente spostamento di $V_{u2} = V_{u1}/(R_1 || R_2) \times R_4 || C_2$.
- $G_{loop}(0) = -0.2$; $G_{loop}(\infty) = -26$, $f_z = 1.2MHz$, $f_p = 130MHz$.
- $Z_{in}(0) = 1k\Omega + 3k\Omega$; $Z_{in}(\infty) = 1k\Omega + 70\Omega$;

E 11.33

Considerare il circuito accanto, in cui il BJT abbia $\beta=300$ e $V_a=\infty$ ed il MOSFET abbia $V_T=1V$, $k=1mA/V^2$ e $V_a=\infty$:

- Calcolare la tensione dell'uscita V_u in assenza di segnale. (Find V_u when no signal is applied).
- Calcolare il valore del segnale di corrente in T3 quando viene applicato un segnale V_{in} , nel caso di comportamento ideale del circuito. (Find the ideal transfer from V_{in} to the current in T3)
- Calcolare il valore della resistenza di uscita del circuito (Find the output resistance of the circuit).
- Calcolare la densità spettrale in uscita dovuta al rumore della resistenza R2 (Find the noise power spectral density at the output due to the resistance R2).
- Calcolare la densità spettrale in uscita dovuta al rumore della corrente di Collettore di T1 (Find the noise power spectral density at the output due to the Collector current of BJT T1).



- $V_u \cong -1.3V$, $g_m|_{T1}=20mA/V$ ($1/g_m=50\Omega$); $g_m|_{T3}=2mA/V$ ($1/g_m=500\Omega$);
- La retroazione contrasta ogni spostamento in tensione dell'emettitore di T1. Pertanto viene richiesta una corrente $V_{in}/R1$, tutta richiamata dalla retroazione in R7. Questo comporta che la tensione dell'uscita si muova di $V_u=-R7 \cdot V_{in}/R1$. Essa cade anche ai capi di R3 e la corrente corrispondentemente prodotta in R3 si somma alla $V_{in}/R1$ a dare la corrente totale attivata da T3 in condizioni ideali:

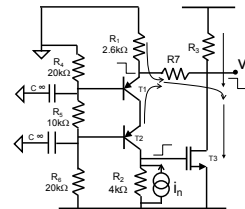
$$i_D = \frac{v_{in}}{R1} + \frac{v_{in} R7}{R1 R3}$$

- $G_{loop} \cong -3.6$. L'impedenza d'uscita vale quindi :

$$Z_u = \frac{R3 \parallel (R7 + R1 \parallel 1/g_m)}{1 - G_{loop}} \cong 750 \Omega$$

- Visualizzo il rumore di R2 con un generatore di corrente i_n di verso definito.

Seguendo il segnale di rumore in senso antiorario lungo il circuito, si vede che la retroazione reagisce contrastando l'iniziale movimento positivo di V_{GT3} ed assorbendo tutta la corrente di rumore verso l'alto in T1 e T2. La corrente i_n richiamata da T1 avrà come prerequisito che la sua V_{be} sia diminuita e quindi che il potenziale dell'emettitore sia sceso di $v_e=i_n \cdot 1/g_{m1}$. Questa tensione richiama una corrente da R1 che si somma alla i_n e sposta l'uscita di :



$$V_u = \left(i_n + i_n \frac{1/gm}{R1} \right) R7$$

La densità spettrale del rumore all'uscita dovuto a R2 è quindi :

$$S_u = \frac{4kT}{R2} * \left[\left(1 + \frac{1/gm}{R1} \right) R7 \right]^2$$

pari a circa $(11 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}})^2$.

e) Anche per il generatore di corrente tra Emettitore e Collettore di T1 che ne simula il rumore di corrente prodotto dalla corrente di collettore si devono fare ragionamenti simili a sopra.

11.11 L'EMITTER FOLLOWER COME ESEMPIO DI CIRCUITO REAZIONATO

Un esempio di circuito reazionato, topologicamente interessante perché estremamente *compatto*, è il circuito Emitter (Source) follower. Il circuito è già stato analizzato in dettaglio nel Cap.6 e si farà riferimento ai risultati già ottenuti per un confronto. In questo paragrafo se ne studia il funzionamento nell'ambito della teoria dei circuiti reazionati.

Si consideri l'Emitter follower riportato nella Fig.11.19 ed il suo circuito equivalente per piccoli segnali. L'applicazione di un gradino positivo di tensione sulla Base del transistor determina un aumento della tensione v_{be} , in ragione della partizione fra le due resistenze β/g_m ed R_E . Questo aumento attiva un segnale di corrente, $i = g_m v_{be}$, una parte del quale scorre in R_E e provoca un aumento della tensione v_u . Il circuito quindi è reazionato negativamente e reagisce all'iniziale aumento di v_{be} con un segnale che tende a ridurne la variazione. Al limite, se il guadagno d'anello divergesse, la variazione di v_{be} sarebbe nulla ed il segnale applicato sulla Base sarebbe identico alla variazione di potenziale dell'Emettitore. Per identificare l'anello del circuito bisogna notare che un suo lato è costituito dal *collegamento* tra v_{be} ed i_c nascosto nel generatore di corrente comandato. Il guadagno di anello del circuito è immediatamente calcolabile *rompendo l'anello* a valle del generatore stesso ed entrando con un segnale sonda di corrente, come mostrato nella Fig.11.20. Si trova così:

$$G_{\text{loop}} = -(\beta/g_m \parallel R_E) \cdot g_m .$$

È interessante ricavare ora il trasferimento reale dello stadio. Il trasferimento ideale è unitario, il trasferimento diretto è invece:

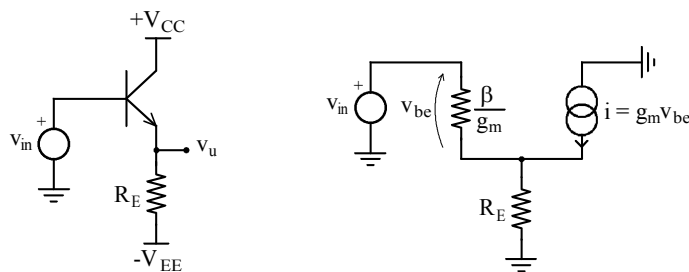


Fig. 11.19 Circuito Emitter follower e suo schema per piccoli segnali.

$$G_{\text{dir}} = \frac{R_E}{R_E + \beta/g_m} .$$

Quindi, in analogia con la (11.9) si ha:

$$\frac{v_u}{v_{\text{in}}} = \frac{1}{1 + \frac{R_E + \beta/g_m}{\beta \cdot R_E}} + \frac{R_E}{(R_E + \beta/g_m) \left(1 + \frac{\beta \cdot R_E}{R_E + \beta/g_m} \right)} = \frac{(1 + \beta) \cdot R_E}{(1 + \beta) \cdot R_E + \beta/g_m} ,$$

che coincide perfettamente con il risultato atteso.

Anche la resistenza di ingresso dell'Emitter follower può essere ottenuta come quella di un qualunque circuito reazionato. In particolare:

$$R_{\text{in}} = R_{\text{in}}^0 \cdot (1 - G_{\text{loop}}) ,$$

dove

$$R_{\text{in}}^0 = \beta/g_m + R_E .$$

Svolgendo i calcoli, si ritrova l'espressione ben nota:

$$R_{\text{in}} = \beta/g_m + (\beta + 1) \cdot R_E .$$

Analogamente, per la resistenza di uscita si ottiene:

$$R_u = \frac{R_u^0}{(1 - G_{\text{loop}})}$$

con

$$R_u^0 = \beta/g_m \parallel R_E$$

che porta alla nota espressione:

$$R_u = \beta/g_m \parallel R_E \parallel 1/g_m \cong R_E \parallel 1/g_m .$$

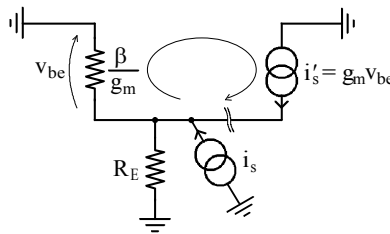


Fig. 11.20 Calcolo del guadagno di anello di un Emitter follower.

Da ultimo, è interessante utilizzare gli stadi con resistenza di degenerazione per chiarire, con un semplice esempio, l'effetto della reazione sulle non linearità e sulle distorsioni. Volendo amplificare per un fattore -5 un segnale di 10mV si potrebbe adottare una delle due configurazioni della Fig.11.21. Tuttavia, se si utilizzasse uno stadio Emettore comune (Fig.11.21a), il segnale di 10mV si rifletterebbe interamente ai capi della giunzione Base-Emettore del transistor, determinando una non linearità del 23%.

Se si adottasse lo stadio con degenerazione di Emettore (Fig.11.21b), la presenza della reazione negativa ridurrebbe la variazione della tensione di comando del transistor ad appena 0.16mV . In questo caso si avrebbe lo stesso guadagno di tensione ma l'errore di linearità sarebbe dello 0.3%. In generale, in un sistema reazionato negativamente, il segnale di comando dello stadio d'andata, $A(s)$, è ridotto in ragione del guadagno d'anello, e quindi c'è da attendersi comunque una riduzione delle non linearità connesse agli elementi attivi che costituiscono $A(s)$. Il prezzo pagato per questo miglioramento è sempre il solito: la riduzione dell'amplificazione potenzialmente ottenibile. Lo stadio non reazionato della Fig. 11.18a potrebbe amplificare per -5 , anche se l'alimentazione fosse ridotta da $+12\text{V}$ a $+1.5\text{V}$; oppure, se si aumentasse il valore della resistenza sul Collettore, esso potrebbe amplificare il segnale anche per un fattore -300 . Nel caso dello stadio reazionato, l'alimentazione minima richiesta è di circa $+9.5\text{V}$, oppure il massimo guadagno di tensione ottenibile è di circa -7 . Tuttavia solo stadi reazionati consentono di ridurre drasticamente le non linearità degli elementi attivi, e quindi le distorsioni armoniche del segnale.

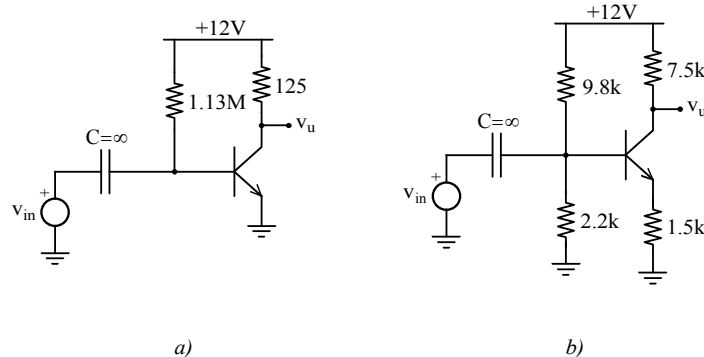


Fig. 11.21 Confronto, a parità di amplificazione, tra uno stadio Emettore comune (a) ed uno stadio con resistenza di degenerazione (b), dal punto di vista delle non linearità.

E 11.31 Studiare il trasferimento di uno stadio Emitter follower, quando il generatore forzante ha una resistenza serie R_g . Ricavarne le espressioni del guadagno di anello e delle impedenze di ingresso ed uscita e confrontarle con le espressioni attese.

E 11.32 Studiare il trasferimento di uno stadio Source follower analizzandolo come circuito reazionato. Ricavarne le espressioni del guadagno di anello e delle impedenze di ingresso ed uscita e confrontarle con le espressioni già ottenute nel Cap. 6.

E 11.33 a) Studiare il comportamento del circuito accanto e confrontarlo con quello di un emitter follower.
b) Per migliorarne le prestazioni quale, tra i due transistori dello specchio, scegliereste di area maggiore?

