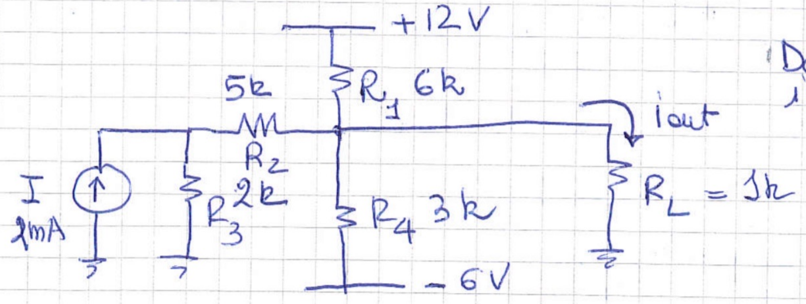
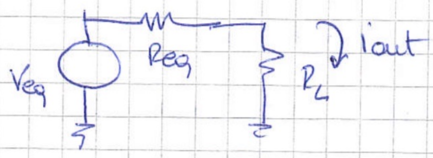
esercizio iniziale dagli appunti:

ESERCIZIO



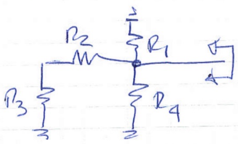
Determinare la corrente i_{out} che fluisce in R_L

- Circuito lineare ⇒ eq. Thevenin e sovrapposizione degli effetti



$$i_{out} = \frac{V_{eq}}{R_{eq} + R_L}$$

- R_{eq}: spengo tutti i gen. forzanti

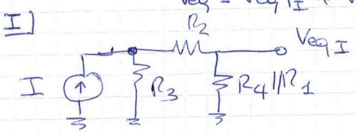


$$R_{eq} = R_1 \| R_4 \| (R_2 + R_3) = 6k \| 3k \| 7k = \frac{6 \cdot 3k}{6+3} \| 7k = 2k \| 7k = \frac{7 \cdot 2}{7+2} = \frac{14}{9}k = 1.55k$$

- V_{eq}: sovrapposizione degli effetti, calcolo la tensione a vuoto

$$V_{eq} = V_{eq}|_I + V_{eq}|_{+12V} + V_{eq}|_{-6V}$$

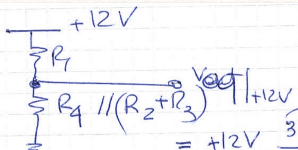
I)



$$V_{eq\,I} = I \underbrace{\frac{R_3}{R_3 + [R_2 + R_4 \| R_1]}}_{\text{partitore di corrente}} \cdot R_3 = 2mA \frac{2k}{2k + [5k + \underbrace{3k \| 6k}_{2k}]} \cdot 2k = 2mA \cdot \frac{2}{9} \cdot 2k = \frac{8}{9} V$$

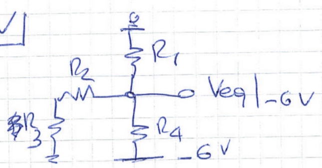
$$R_4 \| R_1 = (3k \| 6k) = 2k$$

+12V)



$$V_{eq}|_{+12V} = 12V \frac{R_4 \| (R_2 + R_3)}{R_1 + R_4 \| (R_2 + R_3)} = +12V \frac{\overbrace{3k \| 7k}^{21/10 = 2.1k}}{6k + 3k \| 7k} = +12V \frac{2.1k}{8.1k} = +3.11V$$

-6V)

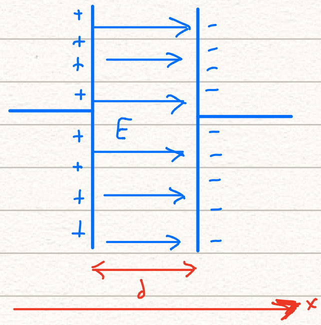


$$V_{eq}|_{-6V} = \frac{R_1 \| (R_2 + R_3)}{R_4 + R_1 \| (R_2 + R_3)} (-6V) = (-6V) \frac{\overbrace{6k \| 7k}^{42/13 k}}{3k + 6k \| 7k} = (-6V) \frac{42/13}{3 + 42/13} = -6V \frac{42}{42+39} = (-6V)\frac{42}{81} = -\frac{84}{27} V = -3.11V$$

$$\Downarrow \quad V_{eq} = \frac{8}{9} V + \cancel{3.11V} - \cancel{3.11V} = \frac{8}{9} V = 0.88V$$

$$i_{out} = \frac{8/9 \, V}{\frac{14}{9}k + 1k} = \frac{8V}{(14+9)k} = \frac{8}{23} mA = 0.348 mA$$

INTRODUZIONE AI CONDENSATORI:

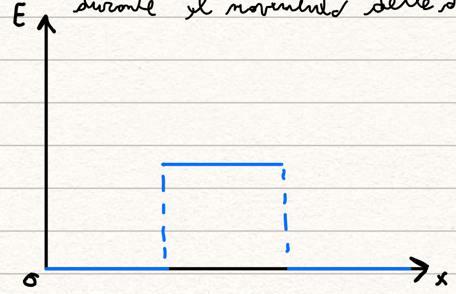


applichiamo il teorema di Gauss

$$\underbrace{\int_{\Sigma_1} \vec{E}\cdot\vec{n}\, ds = \int_{\Omega} \frac{\rho}{\varepsilon}\, dV}_{E = \frac{q}{\varepsilon A} = \frac{\sigma}{\varepsilon}}$$

σ: densità di carica sulla superficie $[C/m^2]$

durante il movimento delle armature



$$\Delta V = \varepsilon \cdot d = \frac{Q \cdot d}{\varepsilon A} = \frac{Q}{C} \qquad \boxed{C = \frac{\varepsilon A}{d}} \quad [\text{farad}]$$

Se la carica Q varia nel tempo:

$$dQ = i(t)\, dt \longrightarrow dv(t) = \frac{dQ}{C} = i(t) \cdot \frac{dt}{C}$$

$$\boxed{i(t) = C\, \frac{dv(t)}{dt}}$$

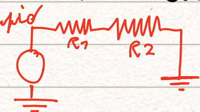
In continua in un condensatore passa 0 corrente

valori tipici: molto piccoli e con tolleranze di circa 20%

CIRCUITI RC NEL DOMINIO DEL TEMPO:

"rete lineare a parametri concentrati" = Il comportamento resistivo è concentrato nelle resistenze, e le connessioni tra i componenti sono ideali (impedenza/resistenza nulla)

esempio

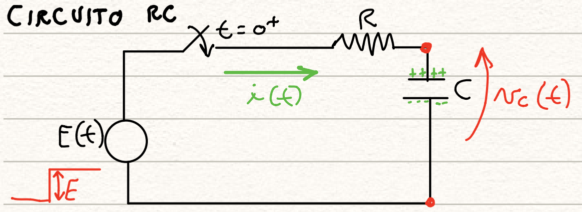


- Nella realtà si hanno invece reti a parametri distribuiti.

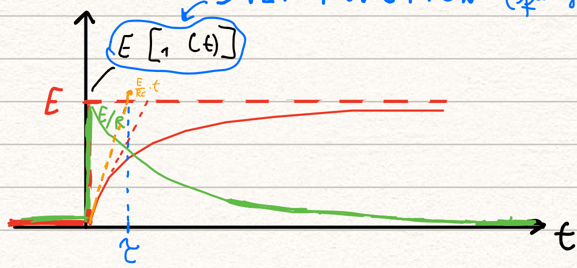
- L'evoluzione nel tempo di una rete lineare a parametri concentrati è governata da un sistema di equazioni differenziali ordinarie lineari a coefficienti costanti di ordine uguale al numero di componenti reattivi indipendenti (non in serie/parallelo tra loro) presenti nella rete.

Noi cominciamo dai circuiti del 1° ordine:

CIRCUITO RC



STEP FUNCTION (funzione a gradino)



$C \cdot \frac{dV}{dt} = \overset{\nearrow I}{\frac{E}{R}} \longrightarrow \frac{dV}{dt} = \overset{\nearrow \text{costante}}{\frac{E}{RC}}$ integrando entrambe le parti ottengo a destra una rampa (integro una costante)

Per tempi piccoli l'andamento del condensatore è lineare per tempi molto piccoli, ma quanto?

equazione differenziale:

$v_C(t) = E - Ri(t) = E - RC\frac{dv_C(t)}{dt} \longrightarrow v_C(t) = E\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)\right] \simeq E \cdot \frac{t}{\tau}$ costante di tempo $\tau = RC$

L'andamento è lineare per $t \ll \tau$

- Il condensatore va a regime dopo circa $4\text{-}5\,\tau$

"rise-time" = tempo richiesto per passare dal 10 % al 90 % del valore di tensione.

$t_{rise_{10-90\%}} = 2.2\,\tau$

METODO DI ANALISI DEI CIRCUITI A SINGOLA COSTANTE DI TEMPO:

1) CALCOLARE LA COSTANTE DI TEMPO τ:

- Spegnere i generatori forzanti
- Trovare la resistenza equivalente ai morsetti del condensatore $\boxed{\tau = C \cdot R_{eq}}$

2) CALCOLARE IL VALORE DELLA VARIABILE DI USCITA CON $t = \infty$:

- considero il condensatore un circuito aperto

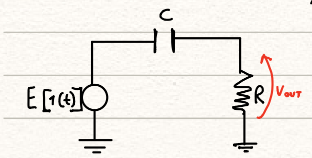
3) CALCOLARE IL VALORE DELLA VARIABILE DI USCITA CON $t = 0^+$:

- Considero $\Delta V^{0^+} = \Delta V^{0^-}$
- Considero quindi ancora il condensatore come un circuito aperto

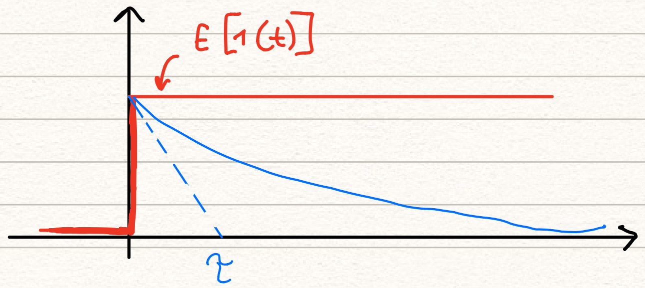
4) CONNETTO IL VALORE FINALE COL VALORE INIZIALE TRAMITE UN ESPONENZIALE

- L'uscita del circuito RC RALLENTA IL FRONTE, ovvero FILTRA I SEGNALI AD ALTA FREQUENZA

CIRCUITO CR:



$\tau = RC$



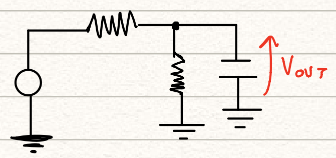
$t = 0^+$:

$\Delta V_C(0^-) = 0 = \Delta V_C(0^+)$ la differenza di tensione ai capi del condensatore a $t=0^+$ è 0, quindi:

$$V_{OUT}(t=0^+) = E$$

$t = +\infty$: il condensatore si comporta da circuito aperto $\rightarrow V=0,\ V_{OUT}=0$

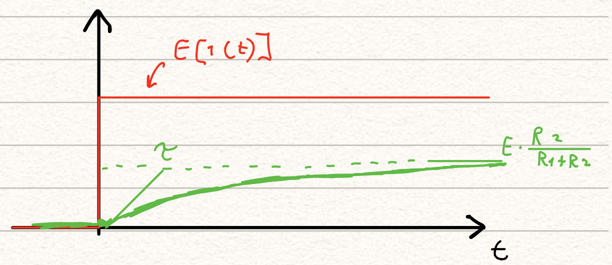
esercizio:



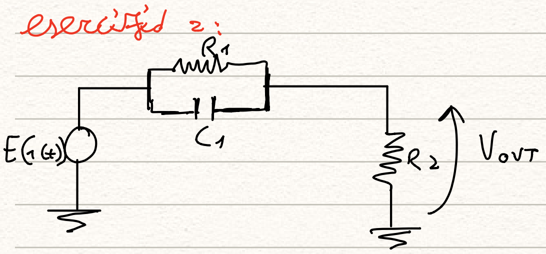
$t = 0^+$: $\Delta V_C(0^-) = \Delta V_C(0^+) \longrightarrow V_{OUT}(0^+) = 0$

$t \rightarrow +\infty$ C_2 circuito aperto $V_{OUT} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot E$

$$\tau = C_2 \cdot R_{eq} = C_2 (R_1 // R_2)$$



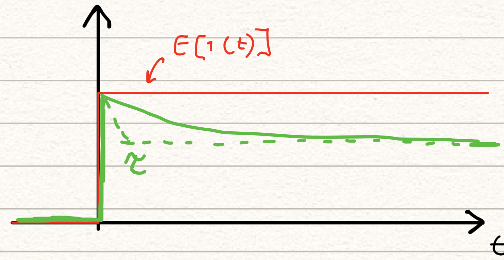
esercizio 2:



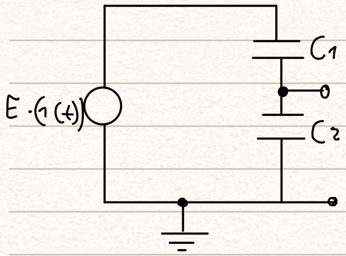
$t = 0^+$ $\Delta V_C(0^+) = \Delta V_C(0^-) = 0 \rightarrow V_{OUT} = E$

$t = +\infty$ C_1 = circuito aperto $V_{OUT} = \frac{R_2}{R_1+R_2} \cdot E$

$R_{eq} = R_1 // R_2$ $\tau = C \cdot (R_1 // R_2)$



CAPACITIVE DIVIDER:



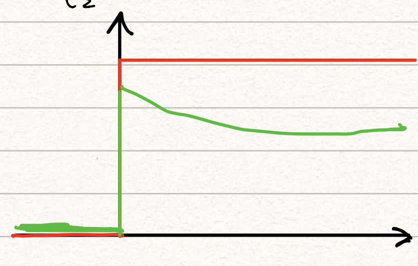
C_1 e C_2 sono in serie: $I_1 = I_2 \longrightarrow C_1 \frac{dV_1}{dt} = C_2 \frac{dV_2}{dt}$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{dV_2}{dV_1} \longrightarrow dV_2 = \frac{C_1}{C_2} dV_2$$

integrando:

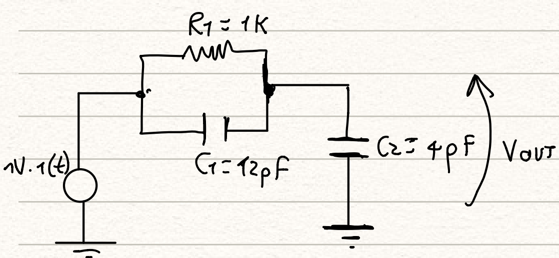
$$v_2 = \frac{C_1}{C_2} v_1 = \frac{C_1}{C_2}(E - v_2) = E\frac{C_1}{C_2} - \frac{C_1}{C_2} v_2$$

$$v_{OUT} = v_2 = E \cdot \frac{C_1/C_2}{1+C_1/C_2} = E\frac{C_1/C_2}{1+C_1/C_2} = \boxed{E \cdot \frac{C_1}{C_1+C_2}}$$

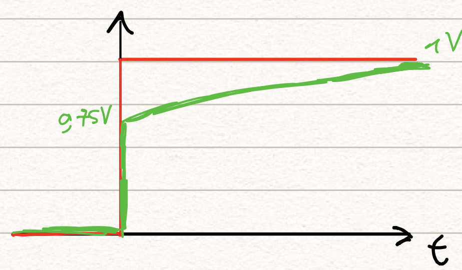


(?)

esercizio:



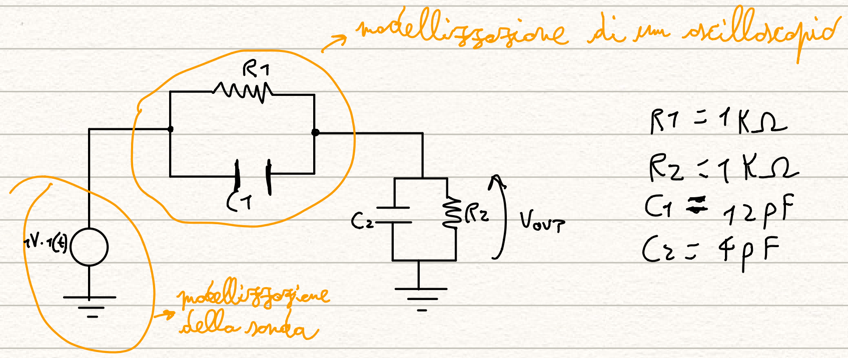
- $\tau = R(C_1 + C_2) = 16\ ns$



- a $t = +\infty$ i due condensatori sono circuiti aperti quindi $V_{OUT} = 1V$

- a $t = 0^+$ $\quad V_{OUT}(0^+) = \frac{\overset{\text{capacità su cui non vado}}{C_1}}{C_1 + C_2} \cdot 1V = \frac{\cancel{12}^{3}\,pF}{\cancel{16}_{4}\,pF} \cdot 1V = 0{,}75\ V$

PARTITORE CAPACITIVO COMPENSATO: (è il circuito più usato in elettronica)



$R_1 = 1\,K\Omega$

$R_2 = 1\,K\Omega$

$C_1 = 12\,pF$

$C_2 = 4\,pF$

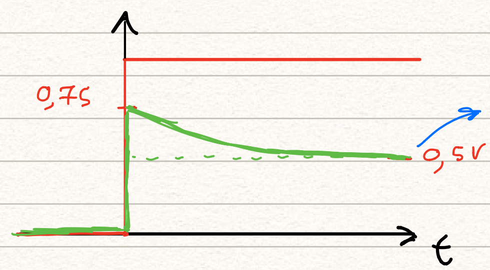
- τ: I due condensatori sono tra loro in parallelo e così anche le resistenze

$$\tau = (R_1 // R_2)\cdot(C_1+C_2) = (1K//1K)\cdot(12pF+4pF) = 8\,ns$$

- $t \to \infty$: $\quad V_{OUT}(t\to\infty) = \frac{R_2}{R_1+R_2}\cdot E = 0{,}5\,V$
- $t = 0^+$: $\quad V_{OUT} = \frac{C_1}{C_1+C_2}\cdot E = 0{,}75\,V$

a $t=0^+$ domina il condensatore

per avere un partitore perfettamente compensato devo avere: $\boxed{C_1 R_1 = C_2 R_2}$



Il partitore è SOVRACOMPENSATO (overcompensated)