Formulario di Optoelettronica

Lorenzo Rossi - lorenzo
14.rossi@mail.polimi.it ${\rm AA}\ 2020/2021$

Email: lorenzo 14. rossi@mail.polimi.it

 $GitHub: \ https://github.com/lorossi$

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons Attribuzione Non commerciale 4.0 Internazionale 6

Indice

1	Riguardo al formulario	1
2	Richiami di base	1
3	Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda 3.1 Leggi di Snell 3.2 Riflessione e trasmissione 3.3 Tunnelling ottico 3.4 Sfasamento 3.5 Coerenza 3.6 Interferenza 3.7 Riflettore di Bragg 3.8 Strato antiriflesso	2 2 2 2 3 3 3 4 4
4	Cavità di Fabry-Perot	5
5	Guida d'onda	6
6	Fibra ottica 6.1 Fibra step index	7 7
7	Laser 7.1 Laser a gas 7.1.1 Effetto Doppler 7.2 Laser a stato solido	8 8 8
8	Semiconduttori	9
9	LED 9.1 Emettitore lambertiano	
10	Fotodiodi10.1 Fotodiodo a valanga - APD	10 10 10
11	$\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	11 11 11 11 11 11 11 12 12

11.1128/06/2019												 								12
11.1204/02/2019																				12
11.1323/07/2019																				12
11.1405/09/2018																				12
11.1529/06/2018																				13
11.1612/02/2018																				13
11.1727/06/2017																				13
11.1820/07/2017																				13
11.19																				13

1 Riguardo al formulario

Quest'opera è distribuita con Licenza Creative Commons - Attribuzione Non commerciale 4.0 Internazionale $\textcircled{\bullet} \textcircled{\bullet} \textcircled{\bullet}$

Questo formulario verrà espanso (ed, eventualmente, corretto) periodicamente fino a fine corso (o finché non verrà ritenuto completo).

Link repository di GitHub: https://github.com/lorossi/formulario-optoelettronica L'ultima versione può essere scaricata direttamente cliccando su questo link.

In questo formulario ho cercato prima di tutto di mettere le formule importanti per la risoluzione degli esercizi, preferendole a quelle utili alla comprensione della materia.

2 Richiami di base

- Angolo solido:
 - Assume valori nell'intervallo $[0, 4\pi]$
 - Elemento infinitesimo $d\Omega = 2\pi \sin(\theta) d\theta$
 - Integrale $\Omega = \int_0^{2\pi} = 2\pi \left[1 \cos(\theta)\right]$
 - Unità di misura steradiante, (sr)
- Spettro di luce visibile:

Colore	Lunghezza d'onda [nm]	Frequenza Thz
Viola	380 - 450	670 - 790
Blu	450 - 485	620 - 670
Ciano	485 - 500	600 - 620
Verde	500 - 565	530 - 600
Giallo	565 - 590	510 - 530
Arancione	590 - 625	480 - 510
Rosso	625 - 700	400 - 480

3 Onde elettromagnetiche e pacchetti d'onda

• Velocità di gruppo
$$v=\dfrac{\partial\,\omega}{\partial k}=\dfrac{c}{N_q}$$

• Velocità di fase
$$v_f = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n}$$

• Indice di gruppo
$$N_g = n - \lambda_0 \frac{\partial n}{\partial \lambda_0}$$

- Variazione della lunghezza d'onda
$$\Delta \lambda = \frac{c}{\nu^2} |\Delta \nu|$$

3.1 Leggi di Snell

– Fascio incidente
$$\theta_i$$

— Fascio riflesso
$$\theta_r$$

– Fascio trasmesso
$$\theta_t$$

• Prima legge
$$\theta_i = \theta_r$$

• Seconda legge
$$n_1 \sin(\theta_i) = n_2 \sin(\theta_t)$$

• Total internal reflection
$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

3.2 Riflessione e trasmissione

• Coefficiente di riflessione
$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}\right)^2$$

• Coefficiente di trasmissione
$$T = \left(\frac{2n_2}{n_2 + n_1}\right)^2$$

3.3 Tunnelling ottico

• Campo evanescente
$$\vec{E} \propto e^{-\alpha_2 z} e^{i\omega t}$$

• Coefficiente di attenuazione
$$\alpha = \frac{2\pi n}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \sin(\theta_i) - 1}$$

2

• Penetrazione
$$\delta = \frac{1}{\alpha}$$

3.4 Sfasamento

- Dovuto alla riflessione interna $\phi = 0$
- Dovuto alla riflessione esterna $\phi=\pi$
- Dovuto all'attraversamento di un mezzo $\Delta \phi = \frac{2\pi n}{\lambda_0} l$
- Della componente riflessa all'interfaccia:

- Coefficiente perpendicolare
$$r_{\perp} = \frac{\cos(\theta_i) - \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}{\cos(\theta_i) + \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2(\theta_i)}}$$

- Sfasamento perpendicolare
$$\Phi_{\perp} = 2 \arctan \left[\frac{\sqrt{\sin^2(\theta_i) - (n_2/n_1)^2}}{\cos(\theta_i)} \right]$$

– Relazione degli sfasamenti tan
$$\left(\frac{1}{2}\Phi_{\perp}+\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{n^2}\tan\left(\frac{1}{2}\Phi_{\perp}\right)$$

3.5 Coerenza

- Spaziale $l_c = c \cdot \Delta \nu$
- Temporale $t_c = 1/\Delta \nu$

3.6 Interferenza

- Campo totale $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$
- Modulo quadro $|\vec{E}|^2 = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_1 \times \vec{E}_2$
- Intensità $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\delta) \cos \delta = k(r_2 r_1) + \phi_2 \phi_1$

3

- Interferenza costruttiva $\delta=2m\pi,\,I=4I_1=4I_2$ in fase
- Interferenza distruttiva $\delta = 2(m+1)\pi, I = 0$ in quadratura
- Interferometro di Young:
 - Picchi di interferenza costruttiva $y = \frac{L}{S} \lambda m$
 - Intensità dei picchi $I = I_0 \left[1 + \cos \left(k \frac{S}{L} y \right) \right]$
 - Figure di interferenza:

* Massimi
$$k = \frac{S}{L}y = 2m\pi$$

* Minimi
$$k = \frac{S}{L}y = 2(m+1)\pi$$

3.7 Riflettore di Bragg

• Spessore
$$d = \frac{\lambda_0}{n \cdot 2} = \frac{\lambda}{2}$$

• Riflettanza di un riflettore a N strati
$$R=\left(\frac{n_1^{2N}-n_0/n_3}{n_1^{2N}+n_0/n_3}\frac{n_2^{2N}}{n_2^{2N}}\right)^2$$

• Larghezza a metà altezza dello spettro
$$\Delta \lambda_{1/2} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = \frac{4}{\pi} \arcsin\left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)$$

3.8 Strato antiriflesso

• Spessore
$$d = \frac{\lambda_0}{n \cdot 4} = \frac{\lambda}{4}$$

• Indice di rifrazione
$$n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$$

• Riflettività
$$\left(\frac{n_0n_1-n_2}{n_0n_1+n_2}\right)^2$$

4 Cavità di Fabry-Perot

- Frequenze ammesse $\nu=m\frac{c}{2L},\,m$ numero intero positivo, indice del modo
- Lunghezza della cavità $L=m\frac{\lambda}{2}$
- Free spectral range $\Delta \nu_{\rm FSR} = \nu_m \nu_{m-1} = \frac{c}{2L}$
- Campo elettrico totale $\vec{E} = \frac{A_0}{1 R \cdot e^{j2kl}}$
- Intensità totale $I=|E|^2=\frac{A_0^2}{(1-R)^2+4R\sin(kL)^2}$
- Massima ampiezza $I_{max} = \frac{I_0}{(1-R)^2}$
- Finezza spettrale $F = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$
- Larghezza a metà altezza dello spettro della frequenza $\Delta\nu_{^{1/\!_2}}=\frac{\frac{C}{2L}}{\frac{\pi\sqrt{R}}{1-r}}$
- Larghezza a metà altezza dello spettro dell'intensità $\Delta I_{1/2}=\sin(kL)=\frac{1-R}{2\sqrt{R}}$
- Fattore qualità $Q = \frac{\nu_m}{\Delta \nu} = mF$

5 Guida d'onda

- Angolo caratteristico del modo $\theta_m = \sqrt{1 \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$
- Condizione di guida d'onda $\frac{2\pi n_1(2a)}{\lambda}\cos(\theta_m) \Phi_m = m\pi$
- Componenti del modo
 - Componente viaggiante $\beta_m = k_1 \sin(\theta_m)$
 - Componente stazionaria $\kappa_m = k_1 \cos(\theta_m)$
- Numero di modi

– V-number
$$V = \frac{2\pi a n_1}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2}$$

- Numero di modi $m < \frac{2V \Phi_m}{\pi}$
- Numero totale di modi $int\left(\frac{2V}{\pi}\right)+1$
- Propagazione $V < \frac{\pi}{2}$
- Lunghezza di cut-off $\lambda_c=4a\sqrt{n_1^2-n_2^2}$
- Dispersione

– Intermodale
$$\frac{\Delta \tau}{L} \approx \frac{n_1 - n_2}{c}$$

– Di materiale
$$\frac{\Delta \tau}{L} \approx D_m \Delta \lambda$$
, con $D_m = \left| -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n}{\partial \lambda^2} \right|$

– Intramodale
$$\Delta \omega = \frac{2\pi}{\Delta \tau}$$

6 Fibra ottica

- Perdita per accoppiamento led-fibra $\alpha_{\rm LF}={\rm NA}^2$

6.1 Fibra step index

- Differenza di indice relativa $\Delta = \frac{n_1 n_2}{n_1}$
- Numero di modi $M \approx \frac{V^2}{2}$
- Dispersione

- Intermodale
$$\frac{\Delta \tau}{L} \approx \frac{n_1 - n_2}{c} = \frac{n_1 \Delta}{c}$$

- Di materiale $\frac{\Delta \tau}{L} \approx |D_m| \Delta \lambda$, con $D_m = -\frac{\lambda}{c} \frac{\partial^2 n}{\partial \lambda^2}$
- Cromatica $\frac{\Delta \tau}{L} = |D_m + D_w| \Delta \lambda = |D_{Cr}| \Delta \lambda$

• Apertura numerica (NA)

$$- NA = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

– Angolo di accettazione massimo
$$\alpha = \arcsin\left(\frac{NA}{n_0}\right)$$

– V-Number
$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} NA$$

$$-$$
 Per $V < 2.405$ si ha fibra monomodale

6.2 Fibra GRIN

• $n\sin(\theta) = \cos t$ in tutta la sezione di fibra

7 Laser

• Guadagno $g = \frac{c^2}{8\pi\nu^2c^2\tau_{sp}\Delta\nu}(N_2 - N_1)$

• Condizione di soglia $g_{th}=\alpha_t=\alpha_s+\frac{1}{2L}\ln\left(\frac{1}{R_1R_2}\right),\ \alpha_s$ perdite interne

• Guadagno di soglia $g_t h = \frac{1}{2L} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right)$

• Guadagno del laser (sopra soglia) $g = \frac{c^2}{8\pi \nu^2 n^2 \tau_{sp} \Delta \nu} (N_2 - N_1)$

• Potenza di uscita $P_{out} = \frac{N_{ph}}{2} \frac{c}{n} h \nu (1 - R_1) A$, A area della superficie del laser

8

– In funzione del flusso fotonico $P_{out} = \frac{1}{2} \Phi_{ph} A h \nu_0 (1 - R_2)$

• Tempo di spegnimento del laser $\tau_{ph} = \frac{n}{c \cdot \alpha_t}$

7.1 Laser a gas

7.1.1 Effetto Doppler

• Periodo apparente $T' = T\left(1 + \frac{v_x}{c}\right)$

• Frequenza apparente $\nu' \approx \nu \left(1 - \frac{v_x}{c}\right)$

• Allargamento Doppler $\Delta \nu_{\rm FWHM} = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2KT\log(2)}{mc^2}}$

- Numero di modi in cavità $m = \frac{\nu_{\mathrm{FWHM}}}{\nu_{\mathrm{FSR}}}$

7.2 Laser a stato solido

• Equazione del diodo $\frac{I}{qwld} = \frac{n}{\tau_r} + C \cdot n \cdot N_{\text{ph}}$

• Numero di fotoni $N_{\rm ph} = \frac{\tau_{\rm ph}}{qwld}(I - I_{th})$

• Slope efficiency SE = $\frac{hc^2\tau_{\rm ph}}{2n\lambda aL}$

• Potenza in uscita $P_0 = \text{SE} \cdot (I - I_{\text{th}})$

8 Semiconduttori

• Legge dell'azione di massa $n=p=n_i^2=N_cN_v\exp\frac{E_g}{kT}$

• Corrente di deriva $J = qF(n\mu_n + p\mu_p)$

• Corrente di diffusione $J = qD_n \frac{\partial n}{\partial x} - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$

9 LED

• Energia massima dei fotoni $E_{\text{MAX}} = E_G + \frac{KT}{2}$

- Legge di Varshni $E_G(T) = E_G(0) - \frac{AT^2}{B+T}$

- Brillanza $\Phi_V = P_{\mathrm{out}} \cdot 683 \; \frac{lm}{W} \cdot V(\lambda)$

9.1 Emettitore lambertiano

• Intensità $I(\theta) = I_0 \cos(\theta)$

• Potenza emessa $P_0 = \int\limits_0^{2\pi} I_0 \cos(\theta) d\Omega = \int\limits_0^{\pi/2} 2\pi \sin(\theta) d\theta$

9.2 Efficienza

• Quantica interna $\eta_{\text{iqe}} = \frac{\text{tasso ricombinazione radiativa}}{\text{tasso ricombinazione}} = \frac{1/\tau_r}{1/\tau_r + 1/\tau_{nr}} = \frac{\Phi_{ph}}{I/q} = \frac{P_{\text{in}}/h\nu}{I/q}$

9

• Quantica esterna $\eta_{\rm eqe} = \frac{P_{\rm out}/h\nu}{I/q}$

• Di estrazione $\eta_{\rm ee} = \eta_{\rm eqe}/\eta_{\rm iqe} \le 1$

• Di conversione di potenza $\eta_{\rm pce}=\frac{P_{\rm out}}{VI}=\eta_{\rm eqe}\cdot\frac{h\nu}{qV}$

• Luminosa $\eta_{\text{le}} = \frac{\Phi_v}{VI}$

• Larghezza spettro di emissione $\Delta \nu_{1/2} = \frac{mkT}{h}, m \approx 3$

• Larghezza spettro di emissione $\Delta \lambda_{1/2} = \frac{mkT\lambda_0^2}{hc}, m \approx 3$

10 Fotodiodi

• Efficienza quantica $\eta = \frac{I_{\rm ph}/q}{P_0/h\nu}$

• Responsività $R=\frac{I_{\rm ph}}{P_0}=\eta \frac{q}{h \nu}=\eta \frac{q \lambda}{h c}$

• Capacità di svuotamento $C = \epsilon_{Si} \frac{A}{wd}$

• Tensione di built-in $\Phi_{\rm bi} = \frac{KT}{q} \ln \left(\frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$

• Lunghezza zona di svuotamento $w=\sqrt{\frac{2\,\epsilon_{\rm si}}{q}(V_R+\Phi_{\rm bi})\left(\frac{1}{N_A}+\frac{1}{N_D}\right)}$

10.1 Fotodiodo a valanga - APD

• Coefficienti di assorbimento:

– degli elettroni $\alpha_e = A_e \cdot \exp\left(\frac{B_e}{F}\right)$

- delle lacune $\alpha_h = A_h \cdot \exp\left(\frac{B_h}{F}\right)$

– rapporto $k = \frac{\alpha_e}{\alpha_h}$

– Fattore di guadagno $M = \frac{1-k}{e^{-(1-k)\alpha_e w} - k}$

10.2 Diodo fotovoltaico

• Corrente $I = -I_{\rm ph} + I_D \left[\exp \left(\frac{qV}{kT} \right) - 1 \right]$

• Fill factor FF = $\frac{V_m I_m}{V_{oc} I_{cc}}$

11 Domande di teoria dei temi di esame

$11.1 \quad 01/02/2021$

- 1. Si illustri il bilancio tra assorbimento, emissione spontanea ed emissione stimolata. Sulla base di questo bilancio, si ricavino le condizioni di funzionamento di un laser.
- 2. Si ricavi il teorema di Shockley-Ramo nei fotodiodi.

$11.2 \quad 19/02/2021$

- 1. Si discutano gli effetti di dispersione in una fibra ottica, distinguendo i vari contributi alla dispersione.
- 2. Si illustrino i meccanismi di generazione e ricombinazione nei semiconduttori, discutendo le rispettive applicazioni in optoelettronica e i requisiti in termini di band gap.

$11.3 \quad 04/09/2020$

- 1. Illustrare il principio di funzionamento di un laser ad eterogiunzione.
- 2. Illustrare le caratteristiche I/V di un fotodiodo in assenza e presenza di illuminazione (hv ¿ EG). Nel secondo caso descrivere il comportamento del fotodiodo per tensione negativa, tensione nulla e corrente nulla.

11.4 20/07/2020

- 1. Si definisca il V-number per una guida d'onda e per una fibra ottica, illustrando come da esso si possa risalire al numero di modi di propagazione.
- 2. Si illustri il principio di funzionamento di un laser per il caso a 3 livelli e quello a 4 livelli, fornendo esempi pratici per entrambi.

$11.5 \quad 22/06/2020$

- 1. Illustrare i materiali semiconduttori impiegati nei LED, in particolare le considerazioni che portano alla scelta del materiale in relazione all'efficienza e al colore.
- 2. Illustrare il principio di funzionamento di un fotodiodo e la metrica usata per valutare la sua efficienza.

$11.6 \quad 13/02/2020$

- 1. Descrivere la struttura ed il principio di funzionamento del laser He-Ne, illustrando le principali caratteristiche della radiazione emessa.
- 2. Illustrare il principio di funzionamento di un fotodiodo pn mediante la dimostrazione del teorema di Ramo. Nota: teorema Shockley-Ramo.

$11.7 \quad 31/01/2020$

- 1. Discutere il problema dell'attenuazione nelle fibre ottiche, mostrando come esso limiti la massima lunghezza di una fibra in un sistema di comunicazione.
- 2. Illustrare i fenomeni di allargamento della riga di guadagno in una sorgente laser.

11.8 29/07/2020

- 1. Discutere il principio di funzionamento dei laser a 3 livelli e 4 livelli.
- 2. Descrivere la struttura ed il principio di funzionamento di un fotodiodo a valanga, mettendo in luce i vantaggi rispetto ad un fotodiodo pin.

11.9 20/02/2019

- 1. Si illustrino la struttura e il funzionamento dei LED bianchi.
- 2. Illustrare il principio di funzionamento di un fotodiodo pn mediante la dimostrazione del teorema di Ramo. Nota: teorema Shockley-Ramo.

11.10 12/09/2019

- 1. Descrivere il principio di funzionamento di una guida d'onda planare, illustrando la condizione di propagazione guidata e discutendo il numero di modi di propagazione.
- Definire l'efficienza luminosa di un LED, discutendo la differenza rispetto ad una sorgente ad incandescenza.

11.11 28/06/2019

- 1. Illustrare il fenomeno della dispersione in una fibra ottica, mostrandone l'impatto sul bit rate di un sistema di comunicazione.
- 2. Illustrare il principio di funzionamento di un diodo laser ad omogiunzione, mettendo in luce i principali svantaggi rispetto a strutture a doppia eterogiunzione.

11.12 04/02/2019

- 1. Illustrare i meccanismi di allargamento della riga di guadagno ottico nelle sorgenti laser, riferendosi in particolare ai laser He-Ne e Nd3+:YAG.
- 2. Illustrare i meccanismi di generazione di luce nei semiconduttori a gap diretto e indiretto, mostrando quale delle due categorie si presta meglio come sorgente luminosa.

11.13 23/07/2019

- 1. Illustrare il principio di funzionamento di una sorgente laser, descrivendo le principali caratteristiche della radiazione emessa.
- 2. Discutere la scelta dei materiali nelle sorgenti LED, in particolare per quanto riguarda il colore della luce emessa.

11.14 05/09/2018

- 1. Discutere il problema dell'attenuazione in una fibra ottica, descrivendone l'impatto sulla scelta della lunghezza d'onda di lavoro in un sistema di comunicazione in fibra.
- 2. Illustrare il meccanismo fisico di ionizzazione per impatto, mostrando come possa essere sfruttato nella rivelazione di fotoni.

11.15 29/06/2018

- 1. Discutere il trade-off tra dispersione ed accoppiamento di potenza in una fibra ottica stepindex.
- 2. Descrivere la struttura e il principio di funzionamento di un diodo laser VCSEL, mettendo in luce i vantaggi rispetto ad una struttura ad emissione laterale.

$11.16 \quad 12/02/2018$

- 1. Illustrare i vantaggi di una struttura a quantum well nella generazione di luce coerente e non coerente.
- 2. Illustrare il principio di funzionamento di una cella fotovoltaica e discutere l'effetto delle resistenze parassite sulla curva caratteristica I-V.

$11.17 \quad 27/06/2017$

- 1. Illustrare i fattori che limitano l'efficienza di conversione nelle celle solari.
- 2. Illustrare i meccanismi di generazione di luce nei semiconduttori a gap diretto e indiretto, mostrando quale delle due categorie si presta meglio come sorgente luminosa.

$11.18 \quad 20/07/2017$

- 1. Illustrare i fattori che limitano la massima lunghezza di una fibra ottica in un sistema di comunicazione, evidenziando l'origine fisica dei vari contributi e le possibili soluzioni.
- 2. Descrivere le caratteristiche che distinguono un diodo LED da un diodo LASER in termini di principio di funzionamento, materiali e struttura del dispositivo.

11.19

- 1. Descrivere il funzionamento del laser He-Ne: livelli energetici, pompaggio, meccanismo di emissione laser, e spettro d'uscita.
- 2. Illustrare il principio di funzionamento di un fotorivelatore a giunzione pn, evidenziando i principali limiti e spiegando come essi vengono risolti dal fotodiodo pin.