

# 同濟大學 控制科学与工程系

## 计算机控制系统设计与应用 课程

### 第三次仿真报告



实验名称	PID控制器设计
开课学期	2019-2020 学年第2 学期
实验学生	黄定梁 1751700
	姚宇璇 1750631
	叶哲惟 1751732
	方哲全 1751648
任课教师	赵霞
实验日期	2020/6/7

## 一、实验目的

1. 了解和掌握连续控制系统的 PID 控制算法的模拟表达式（微分方程）。
2. 了解和掌握采用微分方程直接建立后向差分方程的方法。
3. 观察和分析在标准 PID 控制系统中，P、I、D 参数对输出波形的影响。
4. 了解达林算法控制系统的设计。
5. 了解 Smith 补偿器的设计。

## 二、实验设备

Matlab R2018a/Matlab R2018b

## 三、人员分工

小组成员	工作内容
黄定梁1751700	完成仿真4.2的(1)(2)(3)题、撰写相应文档、材料整合
姚字璇1750631	完成仿真4.2的(7)题、撰写相应文档
叶哲惟1751732	完成仿真4.2的(6)题、回答课堂补充问题、撰写相应文档
方哲全1751648	完成仿真4.2的(4)(5)题、撰写相应文档

## 四、实验内容

PID控制器的传递函数为： $D(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_D s \right)$

其中  $K_p$  为比例增益， $T_i$  为积分时间常数， $T_D$  为微分时间常数。各参数作用如下：

- ①比例环节  $K_p$ ：迅速反映误差，减少误差，但不能消除稳态误差。比例作用太强会引起系统的不稳定。
- ②积分环节  $T_i$ ：累计误差，最终消除稳态误差。积分作用太强会使系统超调量加大，动态响应变迟缓。
- ③微分环节  $T_D$ ：超前控制，加快系统响应速度，减少超调量，提高稳定性。微分作用太强易引起输出失真。

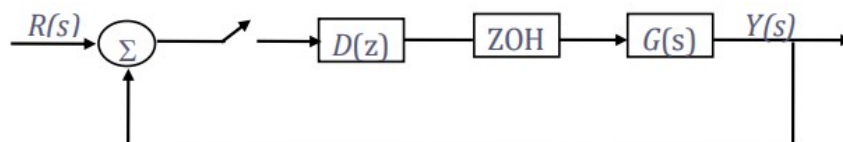


图 1 控制系统框图

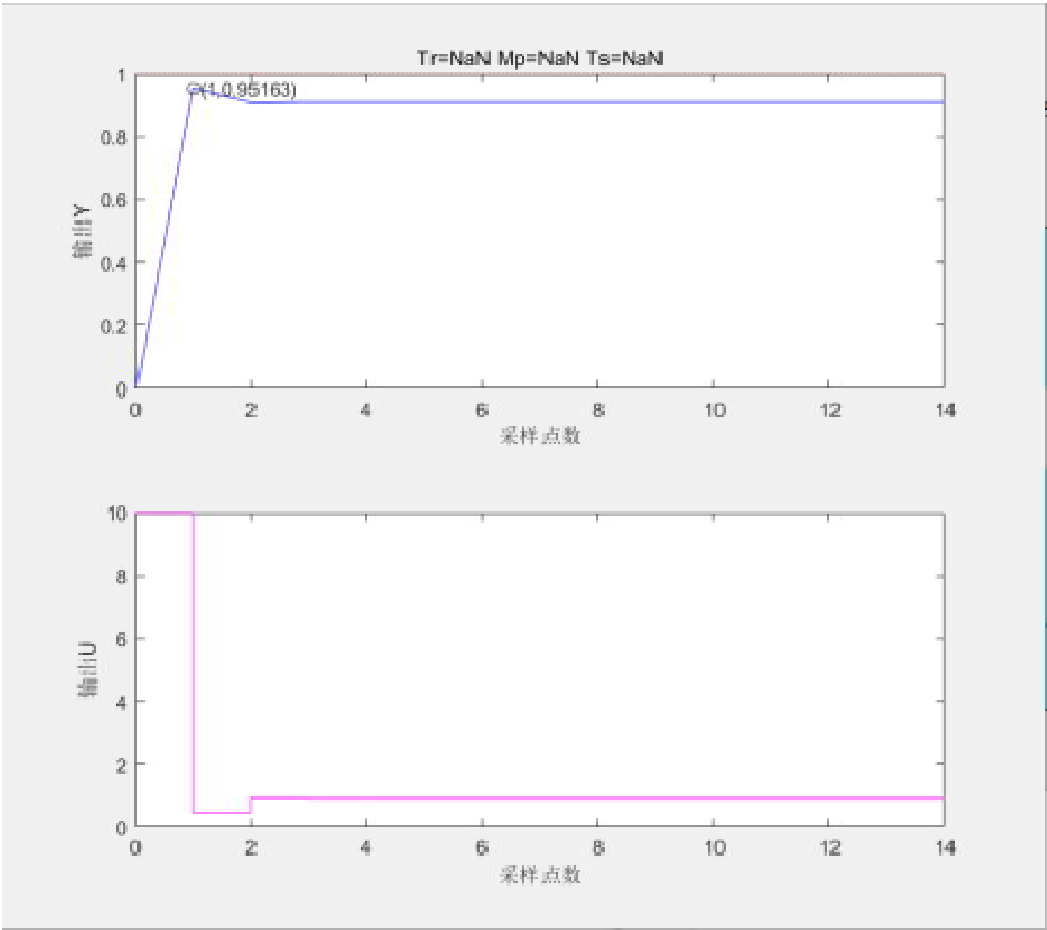
图1中  $G(s) = \frac{1}{s+1}$ ， $T = 0.1s$ ，用一阶后向离散化控制器： $D(z) = D(s)|_{s \leftarrow \frac{z-1}{Tz}}$

1. 设计比例控制器，求其阶跃响应，观察有无静差，记下Mp，Tr，Ts的值。

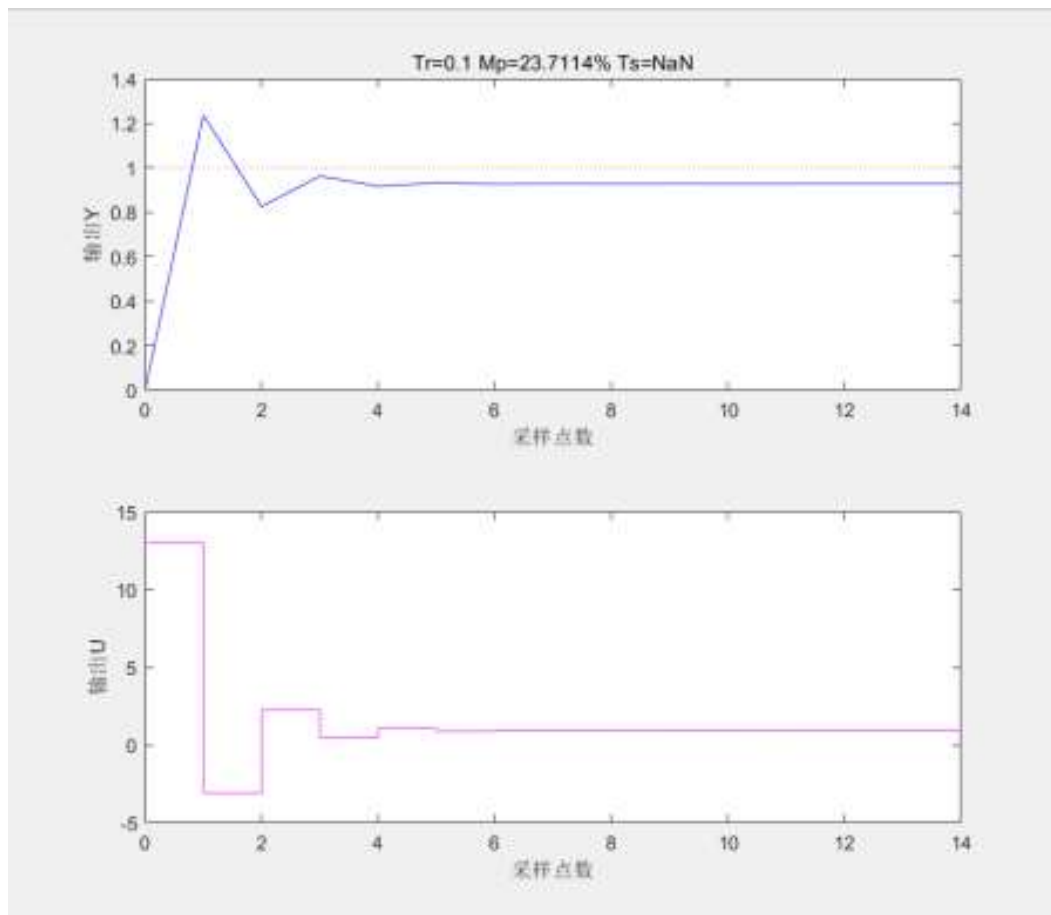
解：

$K_p$	10	11	12	13	14	15
$T_i$	inf	inf	inf	inf	inf	inf
$M_p$	NaN	4.6788%	14.1951%	23.7114%	33.2276%	42.7439%
$T_r$	NaN	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
$T_s$	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN	NaN

$K_p = 10$  时，响应为：



$K_p = 13$  时，响应为：



结果分析：

比例控制器控制的系统输出不能消除稳态误差，存在静差，当比例系数达到一定值时，系统的输出开始出现超调量，但是加快了响应速度。但是由于输出无法实现无静差，因此  $T_s$  值为 NaN。当  $K_p$  值不够大时，系统的输出将无法产生超调量，并且  $Tr$ 、 $Mp$ 、 $T_s$  三个指标值都为 NaN。

当  $K_p = 13$  时

$$Y(z) = \frac{G(z)D(z)}{1 + G(z)D(z)} \frac{z}{z-1} = \frac{\frac{0.1}{z-0.9} K_p}{1 + \frac{0.1}{z-0.9} K_p} \frac{z}{z-1} = \frac{1.3}{z+0.4} \frac{z}{z-1}$$

$$\frac{Y(z)}{z} = \frac{1.3}{z+0.4} \frac{1}{z-1} = \frac{-0.9286}{z+0.4} + \frac{0.9286}{z-1}$$

$$y(k) = 0.9286 * 1(k) - 0.9286 * (-0.4)^k$$

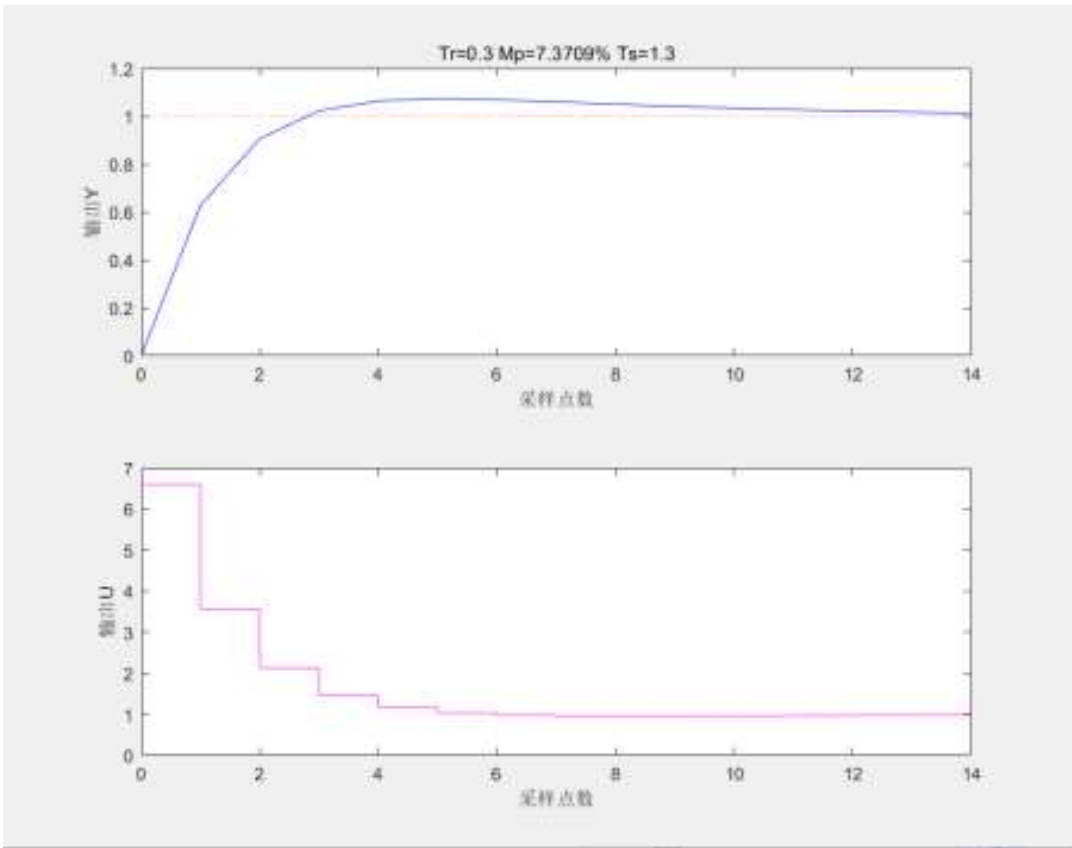
当  $k = 1$  时， $y(k) = 1.30004$ ，出现超调量。

2. 设计比例积分控制器，求其阶跃响应，观察有无静差，记下 $M_p$ ， $T_r$ ， $T_s$ 的值。和A中响应比较，并分析原因。

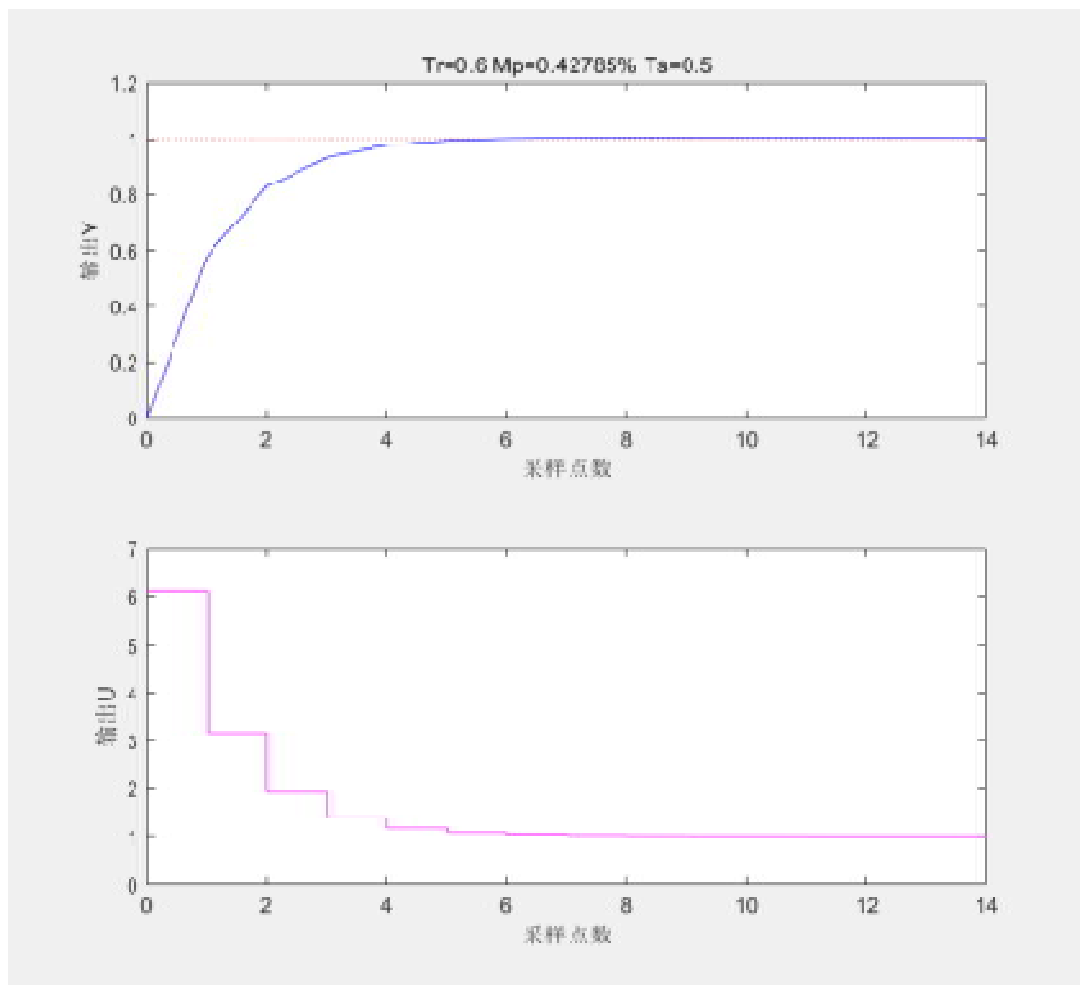
解：

$K_p$	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5
$T_i$	0.5	0.6	0.7	0.8	0.85	0.9
$M_p$	7.3709%	4.8631%	3.0196%	1.568%	0.95666%	0.42785%
$T_r$	0.3	0.4	0.4	0.5	0.5	0.6
$T_s$	1.3	1.3	1.1	0.4	0.4	0.5

当 $K_p = 5.5$ ， $T_i = 0.5$ 时，响应为：



当 $K_p = 5.5$ ， $T_i = 0.9$ 时，响应为：



结果分析：

与A中的响应相比，PI控制器实现了系统无静差输出，因此Ts的值不再为NaN，随着Ti值的增大，积分环节所起的积分作用减弱，使超调量Mp减小，Tr值增大，而Ts值减小。因为积分环节对误差进行积分，能够消除系统的稳态误差，使输出实现无静差状态，而积分环节的作用越强，则超调量越大，且使动态响应变迟缓，因此Tr值增大。

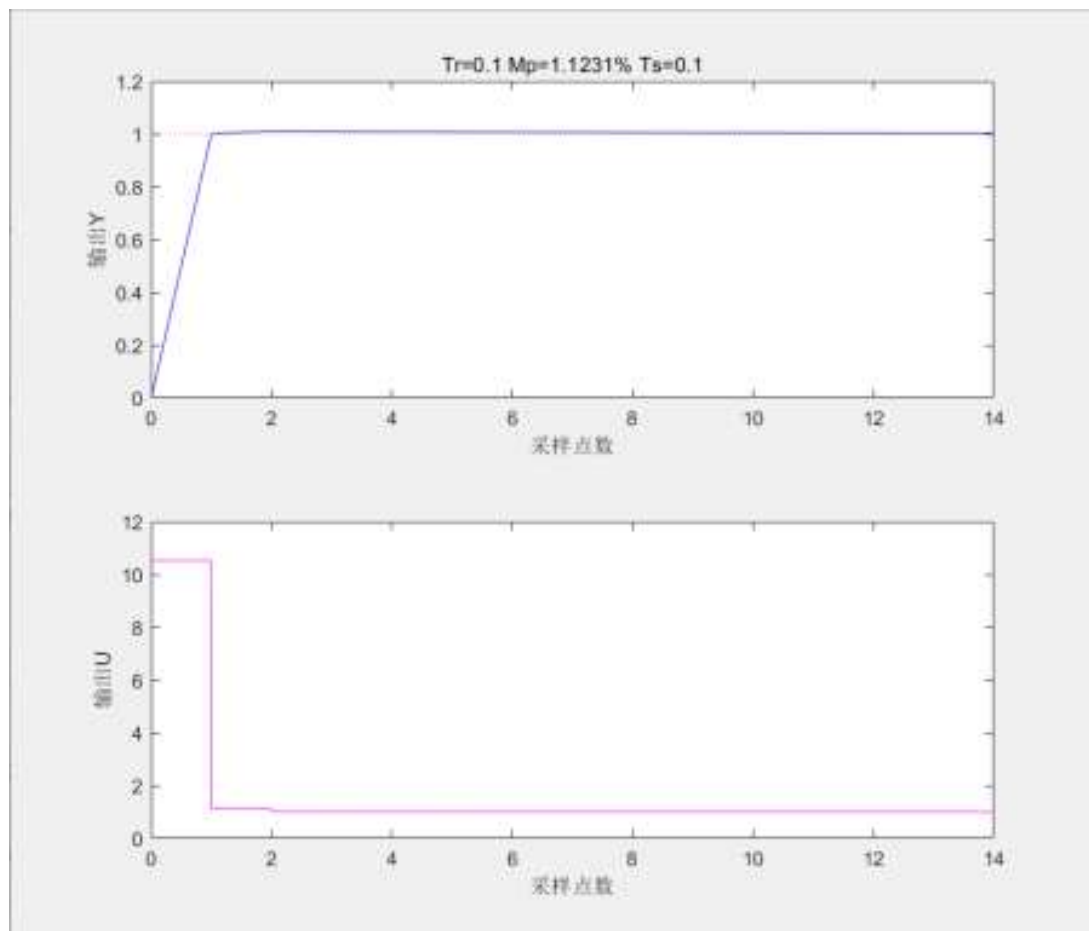
3. 调节比例积分控制器的比例参数，得到较满意的一组参数。

解：

以  $M_p < 3\%$ 、 $T_r \leq 0.1s$ 、 $T_s \leq 0.2s$  作为控制器性能的衡量标准得到以下整定参数：

$K_p$	$T_i$	$M_p$	$T_r$	$T_s$
9.4	0.84	1.1231%	0.1s	0.1s

响应特性：



系统模型显示：

系统模型显示 (多项式)

— □ ×

被控对象G(z)的分子

[0 0.095163]

被控对象G(z)的分母

[1 -0.90484]

闭环传递函数W(z)的分子

[0 1.001 -0.89453]

闭环传递函数W(z)的分母

[1 -0.96382 0.010309]

系统延迟时间 T0

0

系统采样时间T

0.1

确定

被控对象：
$$G(z) = \frac{0.095163}{z - 0.90484}$$

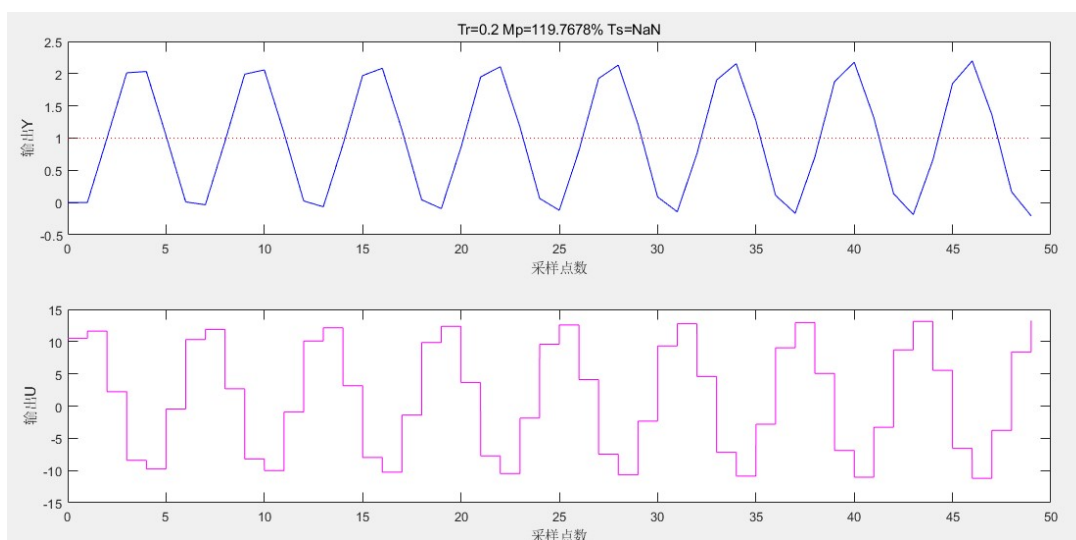
闭环传递函数：
$$W(z) = \frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{1.001z - 0.89453}{z^2 - 0.90382z + 0.010309}$$

**PI控制器调参思路：**为满足系统响应的快速性 $T_r$ ，应在比例控制器中选择未使系统产生不稳定状态时的较大 $K_p$ 值，之后再根据积分环节对系统 $M_p$ 、 $T_r$ 、 $T_s$ 的作用规律做出相应的调节，使控制器满足超调量小于目标值，且 $T_s$ 也小于目标值，此时便能够使PI控制器的系统具有理想的性能指标。

**4. 被控对象加入一步滞后环节， $\tau = 0.1s$ ，用C中控制器控制，观察结果。**

**解：**

根据3中的参数，加入对象延时后，结果如下



**实验结果分析：**

加入了 $\tau=0.1s$ 的延迟之后，对原先整定好的系统产生较大影响。基于原先设计好的参数产生的图形会产生较大的振荡。

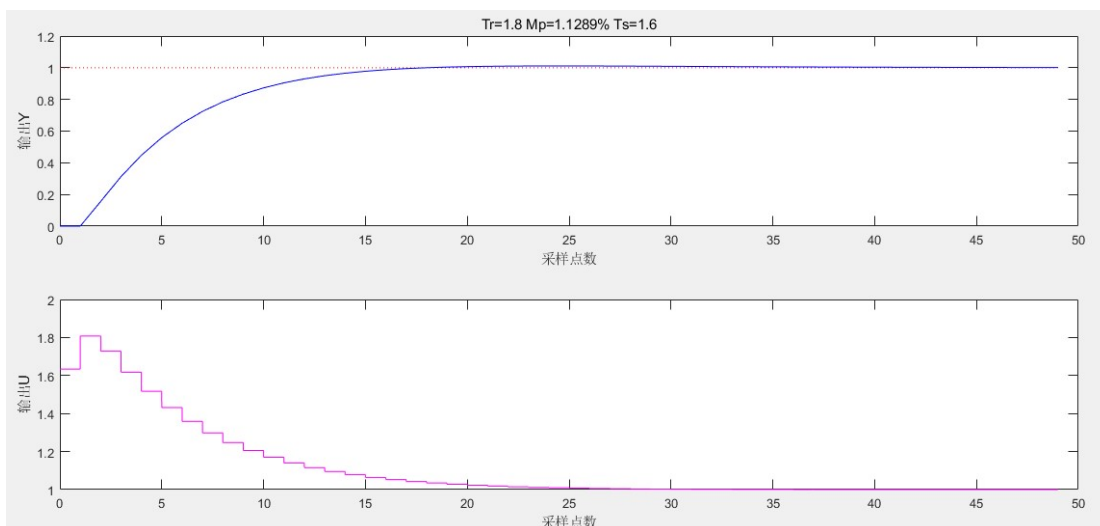
**5. 调节C中原有参数，如降低 $K_p$ 值，使C中超调量值基本不变（但 $T_s$ 要大很多）。**

**解：**

对原参数进行新的设计：

$K_p=1.46$ ;  $T_i=0.84$ ;  $T_d=0$





调整过程部分参数:

Kp	5	3	2	1
Ti	0.84	0.84	0.84	0.84
Mp	33.1216%	5.3251%	1.7228%	0.5249%
Tr	0.3	0.6	1.2	3
Ts	1.4	1.2	1	2.5

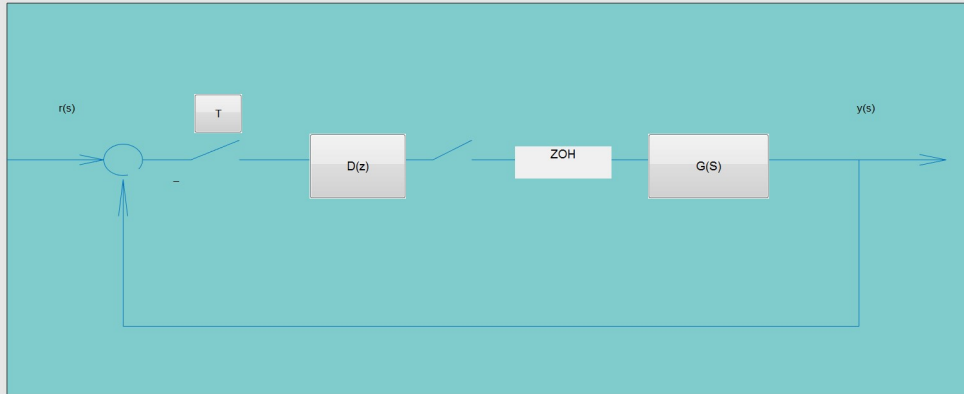
实验结果分析:

通过修改Kp值,我们将Kp值减小为1.46,可以使超调量变为1.1289%,与3中的1.1231%比较接近,但是此时Tr与Ts都有所增大。

## 6. 用达林算法设计控制器, $T_\tau = 0.1s$ 。

**解:** 针对工业生产中含纯滞后的控制对象的控制算法。该算法的设计目标是设计一个合适的数字控制器,使整个系统的闭环传递函数为带有原纯滞后时间的一阶惯性环节。

典型反馈系统模型



$$Y(s) = D^*(s)G_{ZOH}(s)G(s)$$

$$Y^*(s) = D^*(s)(G_{ZOH}(s)G(s))^*$$

假设系统过程的传递函数为：  $G'(s) = \frac{1}{s+1}e^{-\tau s}$

$$G'(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{1}{1 + s} e^{-\tau s} \right]$$

$$= z^{-N-1} \frac{1 - e^{-T}}{1 - e^{-T}z^{-1}}$$

根据题设，期望的闭环传递函数为：  $\Phi(s) = \frac{1}{T_\tau s + 1} e^{-\tau s}$  其中  $T_\tau = 0.1s$

$$\Phi(z) = Z \left[ \frac{1 - e^{-Ts}}{s} \frac{1}{1 + 0.1s} e^{-\tau s} \right]$$

$$= \frac{\left(1 - e^{-\frac{T}{T_\tau}}\right) z^{-N-1}}{1 - e^{-\frac{T}{T_\tau}} z^{-1}}$$

大林算法是通过期望闭环传递函数与已知过程传递函数来求取控制器传递函数的。由

$\Phi(z) = \frac{D(z)G'(z)}{1 + D(z)G'(z)}$  可以计算出期望的  $D(z)$

$$D(z) = \frac{1}{G'(z)} \frac{\Phi(z)}{1 - \Phi(z)}$$

$$D(z) = \frac{\left(1 - e^{-\frac{T}{T_\tau}}\right) (1 - e^{-T}z^{-1})}{K(1 - e^{-T}) \left[1 - e^{-\frac{T}{T_\tau}} z^{-1} - \left(1 - e^{-\frac{T}{T_\tau}}\right) z^{-N-1}\right]}$$

接下来开始实验，以纯延迟  $0.1s$  为例，  $G(s) = \frac{1}{s+1}e^{-0.1s}$ ：

系统模型输入

受控对象模型G(s)为

分子

[1]

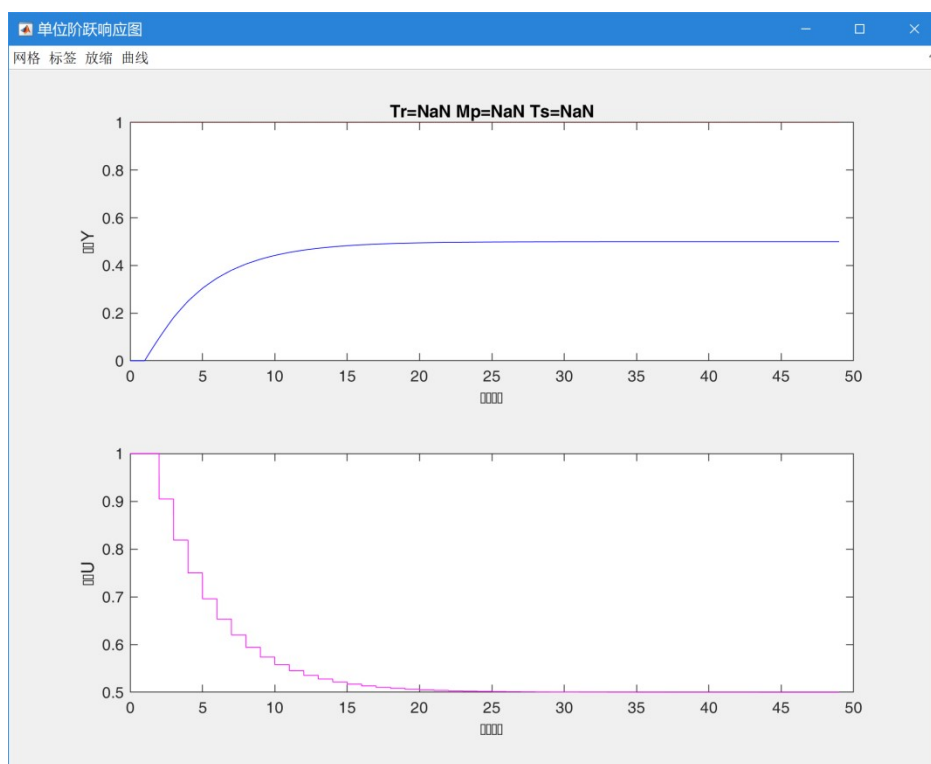
分母

[1 1]

延迟时间

0.1

确定 取消

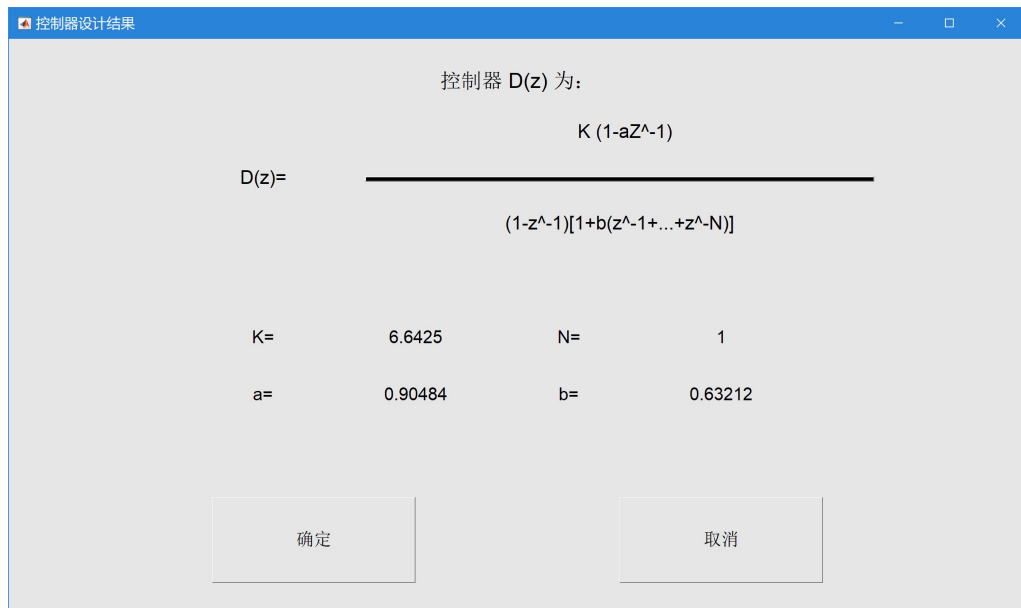


先不使用算法，可以发现系统性能不佳。

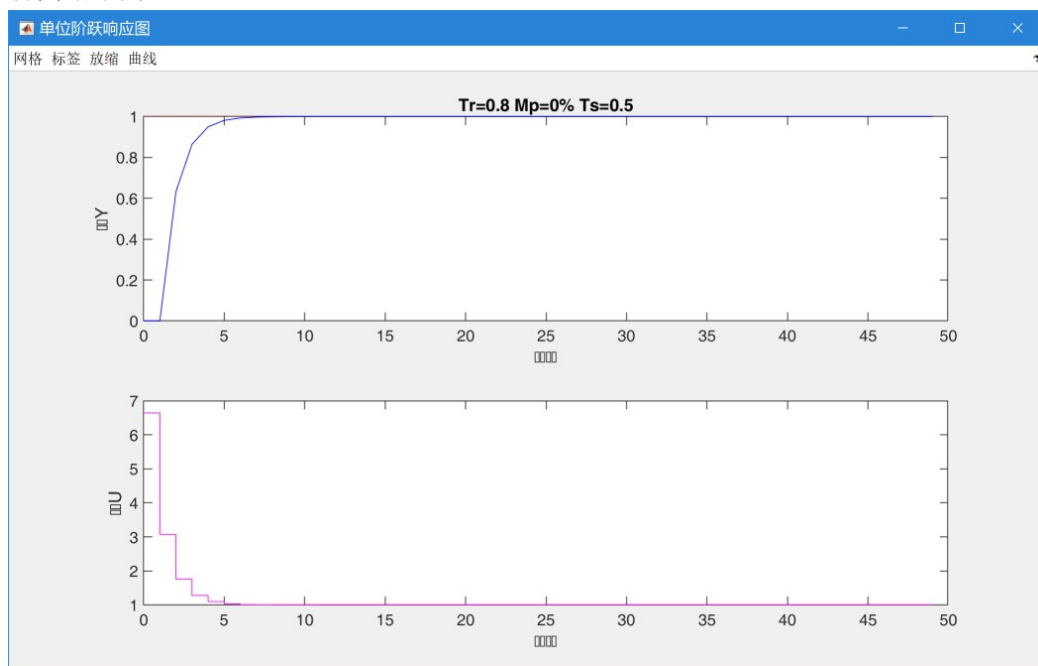
所以设计控制器为：

$$D(z) = \frac{\left(1 - e^{-\frac{T}{T_r}}\right)(1 - e^{-T}z^{-1})}{K(1 - e^{-T}) \left[1 - e^{-\frac{T}{T_r}}z^{-1} - \left(1 - e^{-\frac{T}{T_r}}\right)z^{-N-1}\right]}$$

$$= \frac{\frac{(1 - e^{-1})}{1 - e^{-0.1}}(1 - e^{-0.1}z^{-1})}{(1 - z^{-1})[1 + (1 - e^{-1})z^{-1}]}$$



仿真结果为:



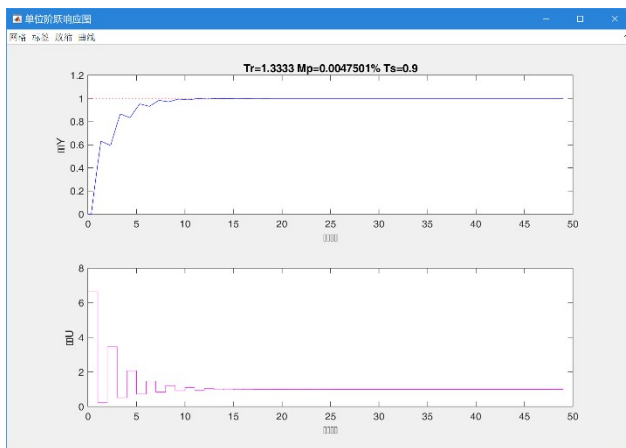
实验结果:  $Tr=0.8s$ ;  $Mp=0\%$ ;  $Ts=0.5s$ 。

根据不同的延迟, 系统的参数与性能:

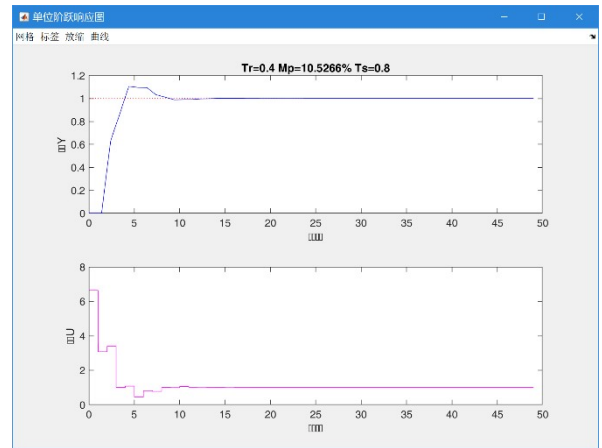
$\tau$	0.05	0.1	1.5	0.2	0.3
$T_t$	1.333	0.8	0.4	0.9	1
$M_p$	0.005%	0%	10.53%	0%	0%
$T_s$	0.9	0.5	0.8	0.6	0.7

其中, 如果纯延迟时间是采样周期的整数倍, 大林算法能有效地优化系统: 减去纯延迟的时间后  $T_t$  和  $T_s$  保持一致,

当延迟为 $1/2T$ 时，系统出现振荡



当延迟为 $3/2T$ 时，系统出现振荡

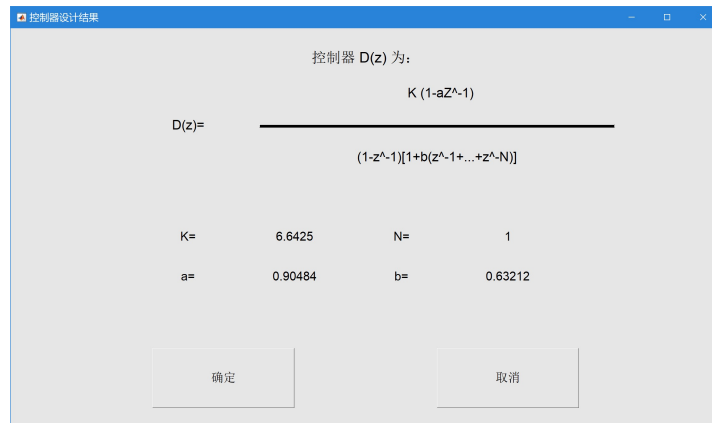


分析：

计算输出到 $G(z)$ 前的 $U(z)$ ：

$$K_{u(z)} = \frac{\Phi(z)}{G(z)}$$

其中因为延迟不是采样周期的整数倍，不能进行准确的离散化；在设计的时候，系统选取的参数必须是整数：如下图：



系统参数 $N$ 无法与 $G(s)$ 延迟匹配，导致最终的模型中，反馈信号不能同预期一致，导致控制信号不合理，闭环传递函数的效果不等于预期的 $\Phi(z)$ ，产生了振荡。

为了验证，进行了编程仿真分析：

1. 先绘制 $\tau = 1T$ 时的零极点分布图：

```
Dz1=tf([(1-exp(-1))/(1-exp(-0.1)),-(1-exp(-1))/(1-exp(-0.1))*exp(-0.1),
0] ...
,[1,-exp(-1),-(1-exp(-1))],0.1);
Gz=tf([1-exp(-0.1)],[1,-exp(-0.1),0],0.1);
Phi1=(Dz1*Gz)/(1+Dz1*Gz);
Phi1=minreal(Phi1) %延迟为 1T 的系统
```

Phi1 =

$$\frac{0.6321}{z^2 - 0.3679 z}$$

Sample time: 0.1 seconds

Discrete-time transfer function.

```
[num,den] = tfdata(Phi,'v')%强制给出 vector 返回
```

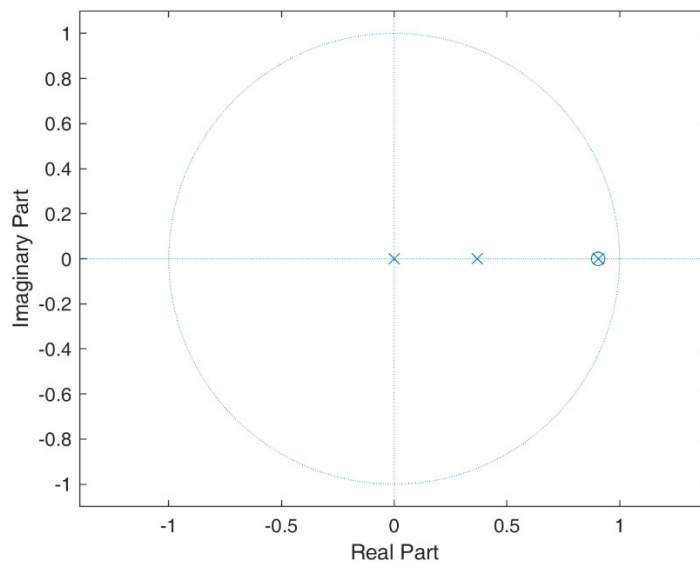
num = 1×4

0 0 0.6321 -0.5720

den = 1×4

1.0000 -1.2727 0.3329 0.0000

```
zplane(num,den)%画出零极点图
```



## 2. 接下来绘制 $\tau = 0.7T$ 时的零极点分布图

```
syszoh=tf([1,-1],[1,0],0.1);  
sysg1=tf([1],[1,1,0],'ioDelay',0.07);  
Gz1=minreal(syszoh*c2d(sysg1,0.1))
```

Gz1 =

$$z^{-1} * \frac{0.0004455 z^2 + 0.006801 z + 0.002269}{z^2 - 0.9048 z}$$

Sample time: 0.1 seconds

Discrete-time transfer function.

```
Phi07=(Dz1*Gz1)/(1+Dz1*Gz1);
```

```
Phi07=minreal(Phi07)
```

Phi07 =

$$\frac{0.002959 z^5 + 0.03982 z^4 - 0.06426 z^3 + 0.009707 z^2 + 0.01234 z}{z^5 - 2.175 z^4 + 0.8922 z^3 + 0.7785 z^2 - 0.5078 z + 0.01234}$$

$z^{(-1)}$  \* -----

$$\frac{z^5 - 2.175 z^4 + 0.8922 z^3 + 0.7785 z^2 - 0.5078 z + 0.01234}{z^5 - 2.175 z^4 + 0.8922 z^3 + 0.7785 z^2 - 0.5078 z + 0.01234}$$

Sample time: 0.1 seconds

Discrete-time transfer function.

```
[num1,den1] = tfdata(Phi07,'v')%强制给出 vector 返回
```

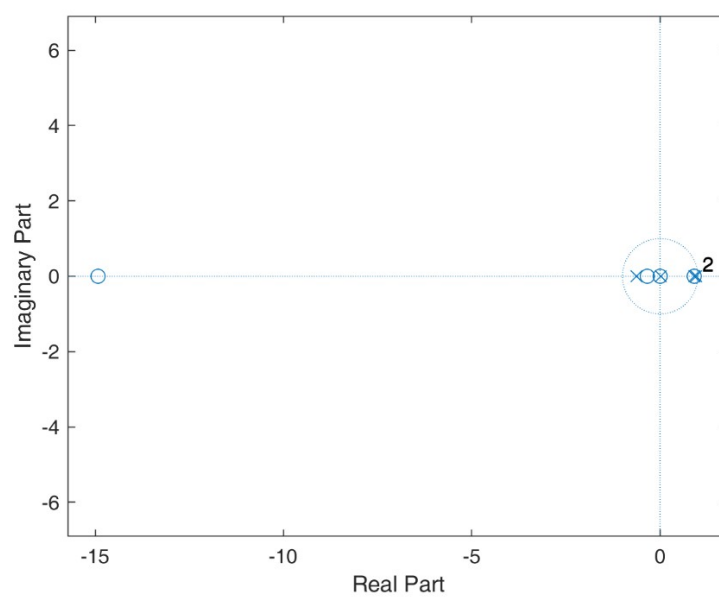
num1 = 1×6

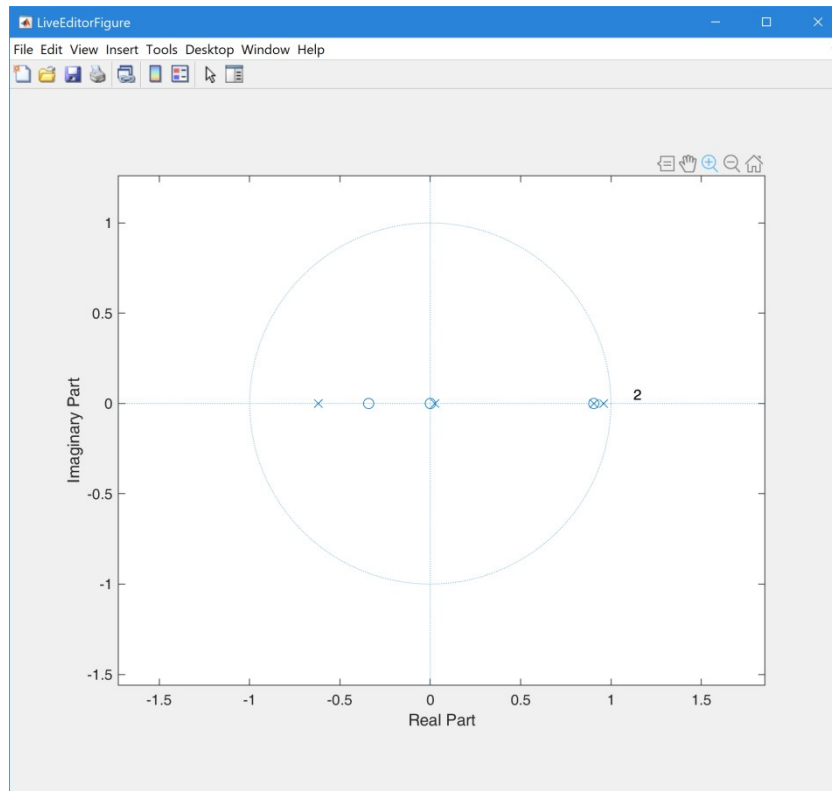
0.0030 0.0398 -0.0643 0.0097 0.0123 0

den1 = 1×6

1.0000 -2.1746 0.8922 0.7785 -0.5078 0.0123

```
zplane(num1,den1)
```





可以发现，增加了更多零极点。

其中，单位圆外零点因为太远，不是主要零点，影响不大；

单位圆内，靠近原点的零极点很近，可近似认为对消，快速性能减弱；

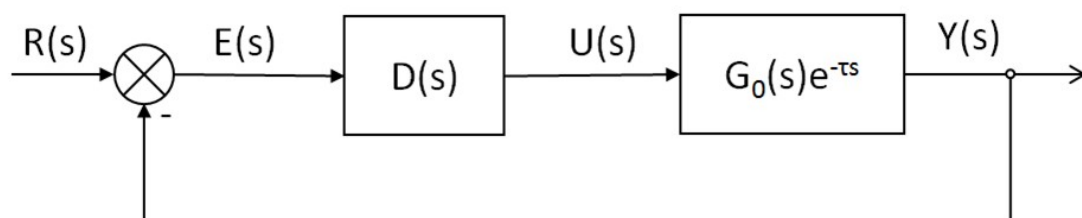
增加了一个靠近单位圆的极点，系统不稳定性加剧，收敛速度下降；

增加了一个左实轴单位圆内极点，阻尼系数较小，加剧振荡；

增加了一个左实轴单位圆内零点，使调节时间变长，所以阶跃响应图像上，调节时间要长的多。

## 7. 用Smith预估器设计控制器。

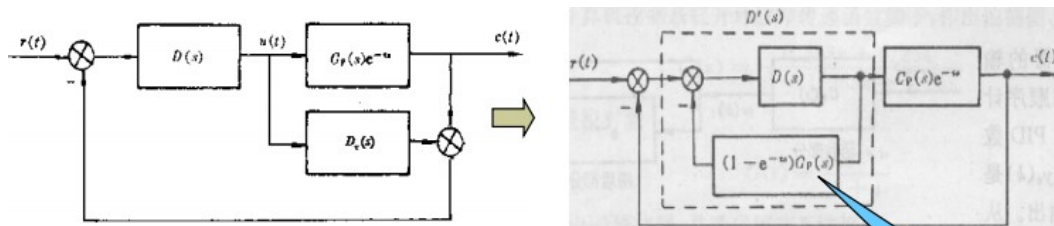
**解：**史密斯（Smith）预估控制，是一种针对纯滞后系统设计的控制策略。史密斯预估控制，或称史密斯预测补偿控制，是一种纯滞后补偿控制手段。其通过引入一个和被控对象并联的补偿器对纯滞后进行削弱和消除。史密斯预估器的引入如下图所示



特征方程为：

$$1 + D(s)G_p(s)e^{-\tau s} = 0$$





Block diagram of a Smith-predictor

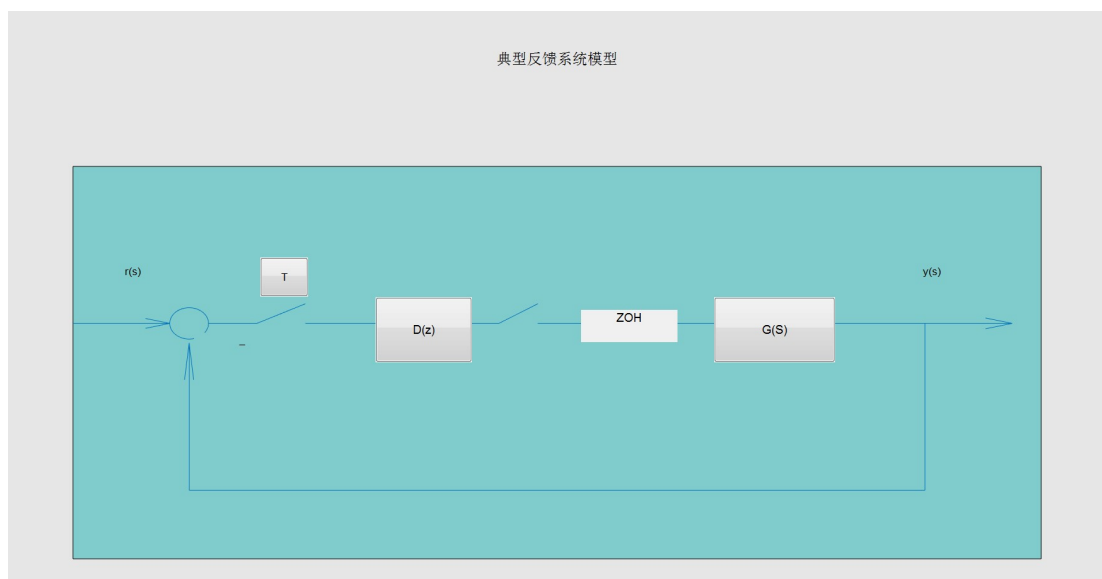
$$G_p(s)e^{-\tau s} + D_\tau(s) = G_p(s)$$

$$D_\tau(s) = G_p(s) - G_p(s)e^{-\tau s} = G_p(s)(1 - e^{-\tau s})$$

$$D'(s) = \frac{D(s)}{1 + D(s)G_p(s)(1 - e^{-\tau s})}$$

特征方程为:

$$1 + D(s)G_p(s) = 0$$



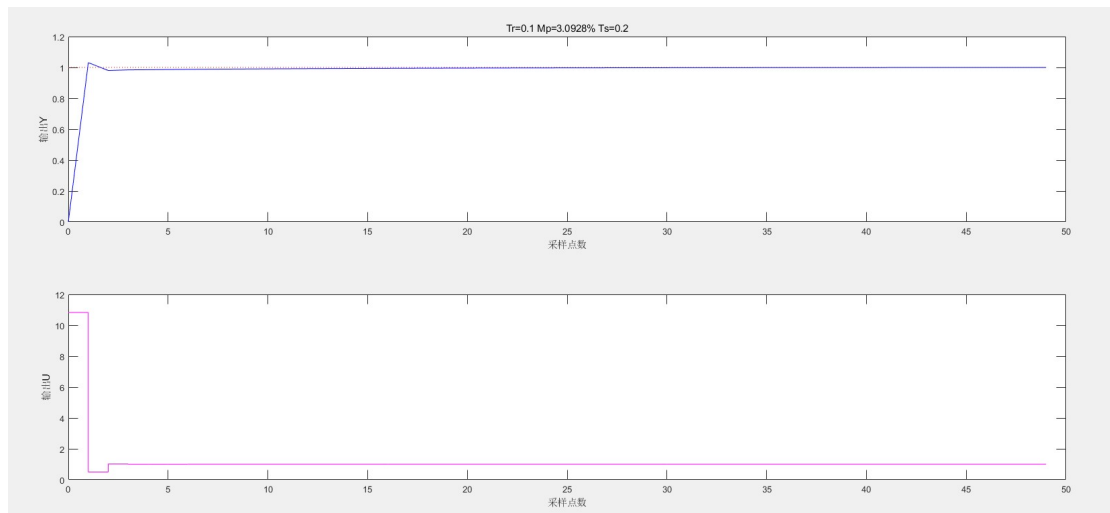
选择PI控制，利用实验凑试法，按照先比例再积分的顺序调节参数，为了保证响应速度较快而超调量较小，整定参数为：

PI控制器：Kp=10，Ti=1.2

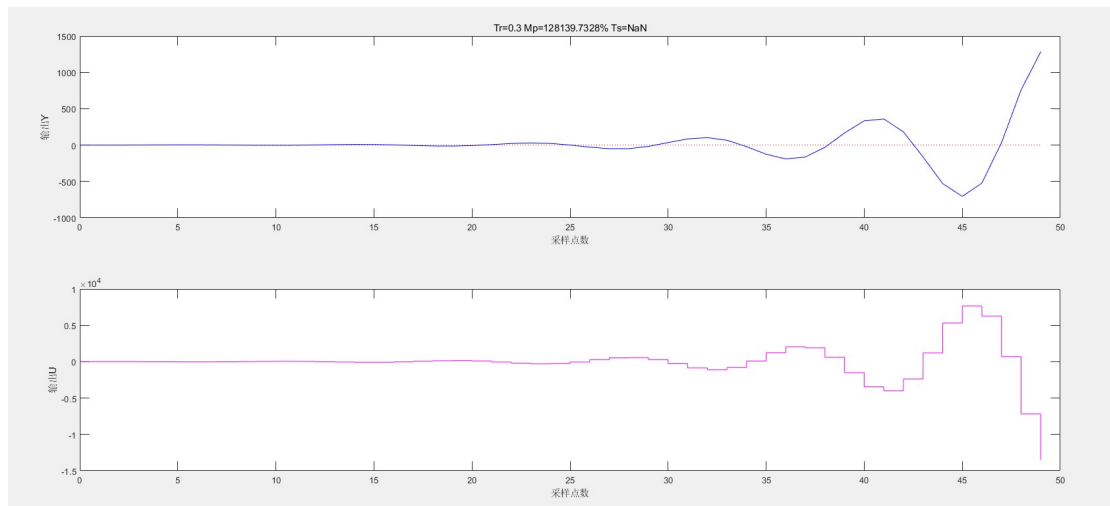
延迟时间：0.2s

采样周期：0.1s

没有时间延迟：Tr=0.1s； Mp=3.0928%<5%； Ts=0.2s



当加入0.2s延迟后:



当加入0.2s延迟后，选择smith算法:

史密斯补偿器 $P(z)$ 为:

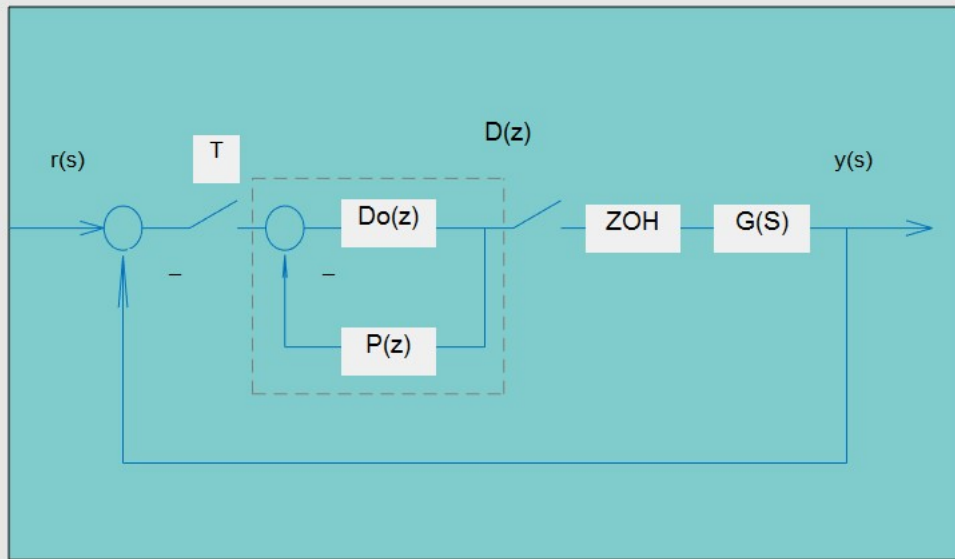
$$P(z) = \frac{b(z)(1-z^{-N})}{a(z)}$$

$b(z) =$

$a(z) =$

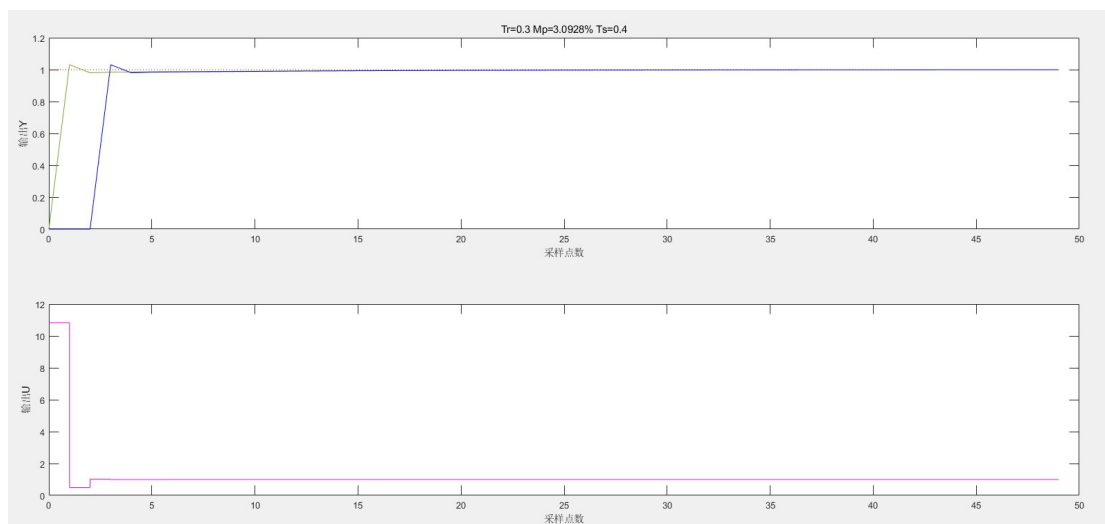
$N =$

史密斯补偿控制系统图



最终获得的控制器为: $D(z) = \frac{D_o(z)}{1 + D_o(z)P(z)}$

继续



## 五、心得体会

通过此次仿真实验，我们小组对于PID控制器有了更为全面的认识，对于达林算法、smith预估器等有更深入的理解。初步掌握了各类对象所需PID控制器的参数整定方法。小组仿真实验对于我们的动手实践能力和小组分工合作的能力也是一次锻炼的机会。

## 六、附件清单

类别	数量	说明
仿真实验报告	2	本次小组仿真的实验报告.docx和.pdf各一份
人员分工表	1	成员分工情况
汇报实时脚本	1	(1) (2) (3)题.mlx文件
汇报实时脚本pdf版	1	(1) (2) (3)题.pdf文件
CCSS模型	1	PI控制器调参模型.mat文件