

频率响应例1

例1: 某系统的微分方程为

$$y'(t) + 2y(t) = f(t)$$

求 $f(t) = e^{-t}\varepsilon(t)$ 时的响应y(t)。

解: 微分方程两边取傅里叶变换

$$\mathbf{j}\omega Y(\mathbf{j}\omega) + 2Y(\mathbf{j}\omega) = F(\mathbf{j}\omega) \quad H(\mathbf{j}\omega) = \frac{Y(\mathbf{j}\omega)}{F(\mathbf{j}\omega)} = \frac{1}{\mathbf{j}\omega + 2}$$
$$f(\mathbf{t}) = \mathbf{e}^{-\mathbf{t}}\varepsilon(\mathbf{t}) \longleftrightarrow \quad F(\mathbf{j}\omega) = \frac{1}{\mathbf{j}\omega + 1}$$

$$Y(\mathbf{j}\omega) = H(\mathbf{j}\omega)F(\mathbf{j}\omega) = \frac{1}{(j\omega+1)(j\omega+2)} = \frac{1}{j\omega+1} - \frac{1}{j\omega+2}$$

$$y(t) = (e^{-t} - e^{-2t})\varepsilon(t)$$

