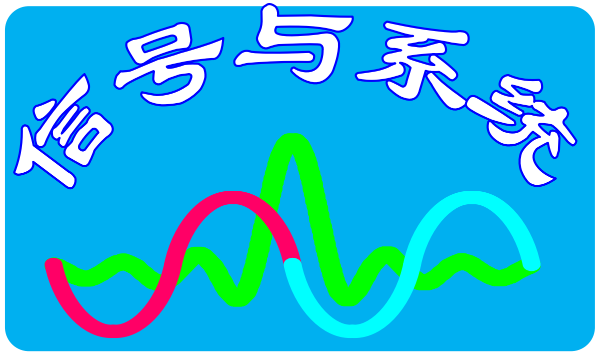


一、系统稳定性

二、信号流图

三、系统结构

课程目标

- 掌握信号稳定性的S域判定方法
- 了解信号流图与信号框图及方程的转换
- 了解Mason公式对系统结构的表达

一、系统稳定性

1.定义

一个系统，若对任意的有界输入，其零状态响应也是有界的，则称该系统是有界输入有界输出(Bound Input Bound Output------BIBO)稳定的系统，简称为稳定系统。

即，若系统对所有的激励 $|f(.)|\le M_{\mathrm{f}}$ ，其零状态响应 $|y_{zs}(.)|\le M_{\mathrm{y}}$(M为有限常数），则称该系统稳定。

连续系统稳定的充分必要条件

时域：

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\, dt \le M$$

S 域：

若H(s)的收敛域包含虚轴，则该系统必是稳定系统。

对于因果系统：

若H(s)的极点均在左半开平面，则该系统必是稳定系统。

举例

例1: $y''(t)+1.5y'(t)-y(t)=f'(t)$

(1) 若为因果系统，求$h(t)$，并判断是否稳定。

(2) 若为稳定系统，求$h(t)$.

解

$$H(s)=\frac{s}{s^2+1.5s-1}=\frac{s}{(s-0.5)(s+2)}=\frac{0.2}{s-0.5}+\frac{-0.8}{s+2}$$

(1) 为因果系统，故收敛域为Re[s]>0.5，所以

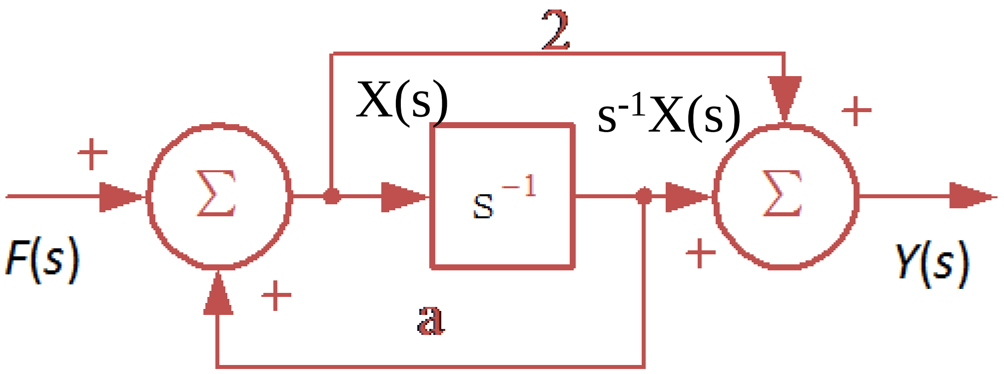
$h(t)=0.2e^{1/2t}\varepsilon(t)-0.8e^{-2t}\varepsilon(t)$，不稳定。

(2) 若为稳定系统，故收敛域为-2<Re[s]<0.5，所以

$h(t)= -0.2e^{1/2t}\varepsilon(-t)-0.8e^{-2t}\varepsilon(t)$

例2：如图连续因果系统框图，为使系统稳定，求常量a的取值范围

解：设加法器输出信号X(s)



$X(s)=F(s)+s^{-1}aX(s)$

$Y(s)=(2+s^{-1})X(s)= (2+s^{-1})/(1-as^{-1})F(s)$

$H(s)= (2+s^{-1})/(1-as^{-1})=(2s+1)/(s-a)$

为使系统稳定，H(s)的极点必须在虚轴左边，
故$a<0$

2、连续因果系统稳定性判断准则—罗斯-霍尔维兹准则

对因果系统，只要判断$H(s)$的极点，是否都在左半平面上，即可判定系统是否稳定，不必知道极点的确切值。

所有的根均在左半平面的多项式称为霍尔维兹多项式。

(1)必要条件—简单方法

一实系数多项式$A(s)=a_n s^n+\ldots+a_0=0$的所有根位于左半开平面的必要条件是：（1）所有系数都必须非0，即不缺项；（2）系数的符号相同。

例1 $A(s)=s^3+4s^2-3s+2$ 符号相异，不稳定

例2 $A(s)=3s^3+s^2+2$， $a_1=0$，不稳定

例3 $A(s)=3s^3+s^2+2s+8$ 需进一步判断，非充分条件。

(2)罗斯列表

将多项式A(s)的系数排列为如下阵列——罗斯阵列

第1行 a_n a_{n-2} a_{n-4} …

第2行 a_{n-1} a_{n-3} a_{n-5} …

第3行 c_{n-1} c_{n-3} c_{n-5} …

它由第1，2行，按下列规则计算得到：

$$c_{n-1} = -\frac{1}{a_{n-1}}\begin{vmatrix} a_n & a_{n-2} \\ a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} \qquad c_{n-3} = -\frac{1}{a_{n-1}}\begin{vmatrix} a_n & a_{n-4} \\ a_{n-1} & a_{n-5} \end{vmatrix} \qquad \cdots$$

第4行由2，3行同样方法得到。一直排到第n+1行。

罗斯准则指出：若第一列元素具有相同的符号，则$A(s)=0$所有的根均在左半开平面。若第一列元素出现符号改变，则符号改变的总次数就是右半平面根的个数。

举例

例1 :$A(s)=2s^4+s^3+12s^2+8s+2$

罗斯阵列：

2	12	2
1	8	0
$-\dfrac{\begin{vmatrix}2 & 12\\1 & 8\end{vmatrix}}{1}=-4$	2	
8.5	0	
2		

注意：在排罗斯阵列时，可能遇到一些特殊情况，如第一列的某个元素为0或某一行元素全为0，这时可断言：该多项式不是霍尔维兹多项式。

第1列元素符号改变2次，因此，有2个根位于右半平面。

例2 **已知某因果系统函数** $H(s)=\dfrac{1}{s^3+3s^2+3s+1+k}$

为使系统稳定，k应满足什么条件?

解　列罗斯阵列

1	3
3	1+k
(8-k)/3	
1+k	

所以，$-1<k<8$，系统稳定。

特例：对于二阶系统 $A(s)=a_2s^2+a_1s+a_0$，若 $a_2>0$，不难得出，$A(s)$为霍尔维兹多项式的条件为：$a_1>0$，$a_0>0$

二、信号流图

用方框图描述系统的功能比较直观。**信号流图**是用有向的线图描述方程变量之间因果关系的一种图，用它描述系统比方框图更加简便。信号流图首先由Mason于1953年提出的，应用非常广泛。

信号流图就是用一些点和有向线段来描述系统，与框图本质是一样的，但简便多了。

1、定义:

信号流图是由结点和有向线段组成的几何图形。它可以简化系统的表示，并便于计算系统函数。

2、信号流图中常用术语

(1) 结点： 信号流图中的每个结点表示一个变量或信号。

(2) 支路和支路增益：

连接两个结点之间的有向线段称为支路。

每条支路上的权值（支路增益）就是该两结点间的系统函数（转移函数）。

$$F(s) \xrightarrow{H(s)} Y(s)$$

即用一条有向线段表示一个子系统。

(3) 源点与汇点，混合结点

仅有出支路的结点称为源点（或输入结点）。
仅有入支路的结点称为汇点（或输出结点）。
有入有出的结点为混合结点

(4)通路、开通路、闭通路（回路、环）、不接触回路、自回路:

沿箭头指向从一个结点到其他结点的路径称为通路。
如果通路与任一结点相遇不多于一次，则称为开通路。
闭合的路径称为闭通路（回路、环）。
相互没有公共结点的回路，称为不接触回路。
只有一个结点和一条支路的回路称为自回路。

(5)前向通路：从源点到汇点的开通路称为前向通路。

(6)前向通路增益，回路增益：通路中各支路增益的乘积

3、信号流图的基本性质

（1）信号只能沿支路箭头方向传输。

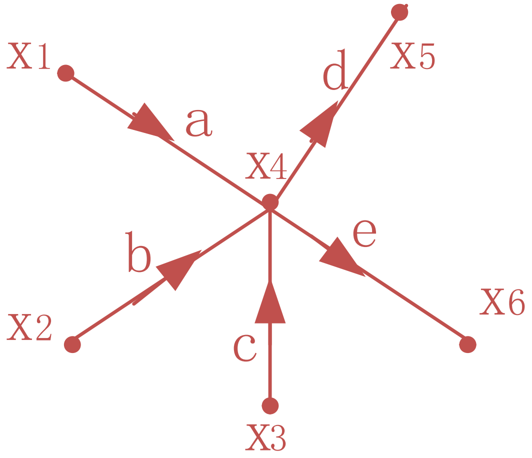
支路的输出=该支路的输入与支路增益的乘积。

（2）当结点有多个输入时，该结点将所有输入支路的信号相加，并将和信号传输给所有与该结点相连的输出支路。

如： $x_4 = ax_1 + bx_2 + cx_3$

$x_5 = dx4$

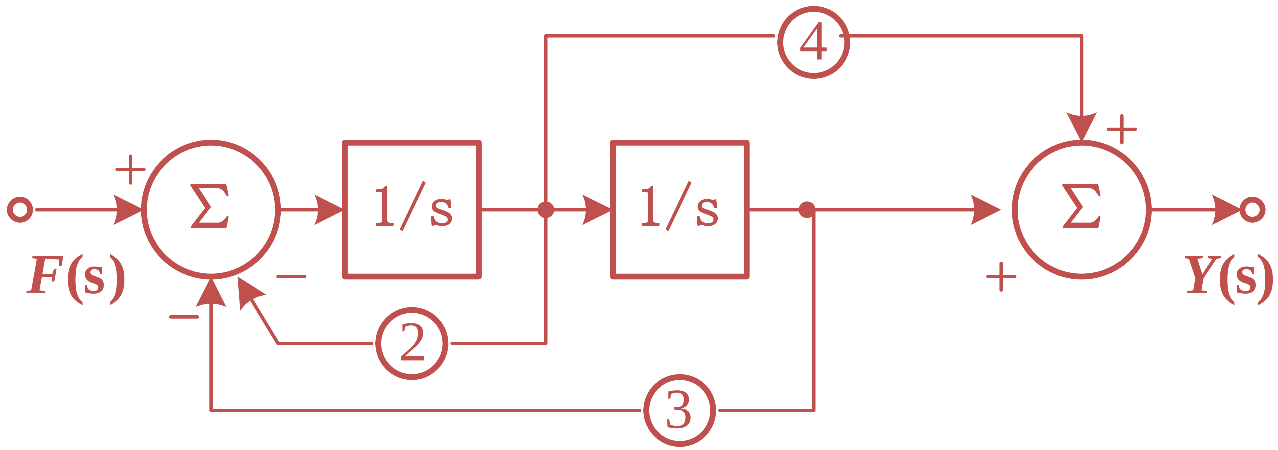
$x_6 = ex_4$

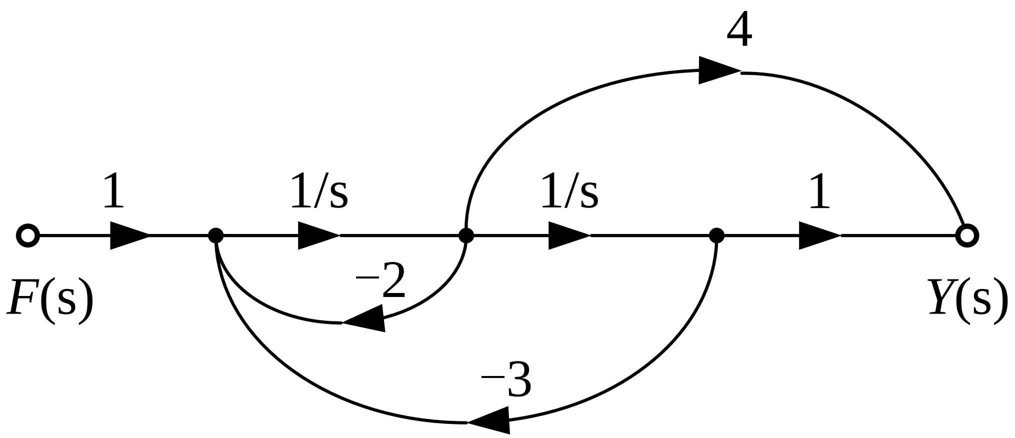


（3）汇点可通过增加一个增益为1的出支路而变为混合结点。

4、方框图←→流图

例

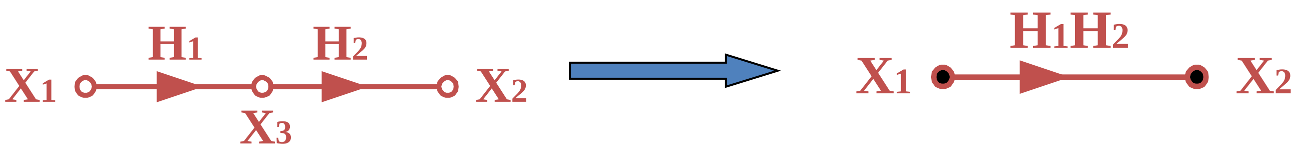




注意：加法器前引入增益为1的支路

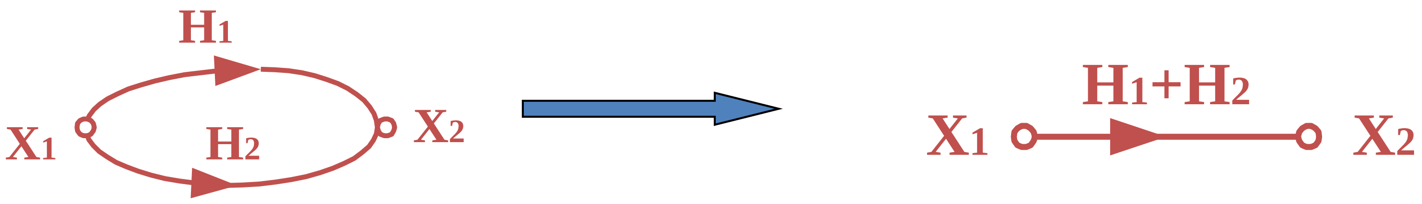
5、流图简化的基本规则：

（1）支路串联：支路增益相乘。



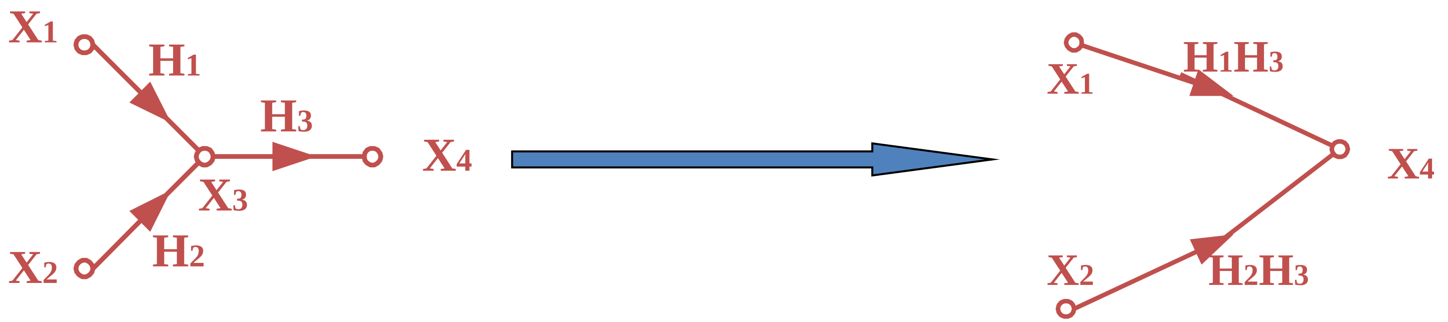
$$X_2=H_2X_3=H_2H_1X_1$$

（2）支路并联：支路增益相加。

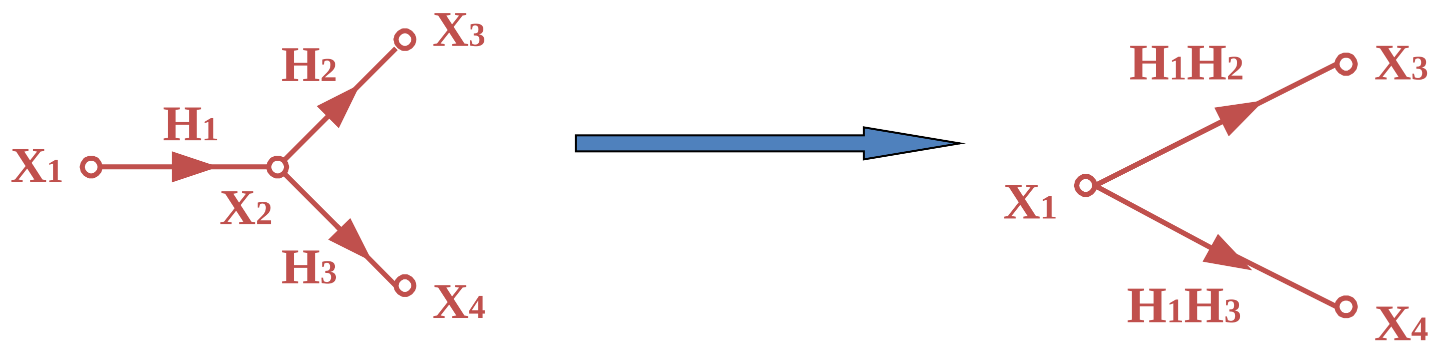


$$X_2=H_1X_1+H_2X_1=(H_1+H_2)\ X_1$$

（3）混联：

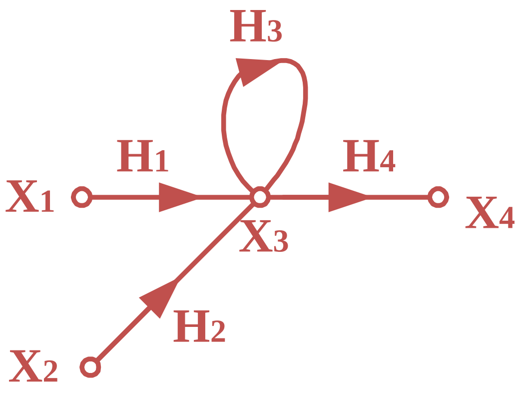


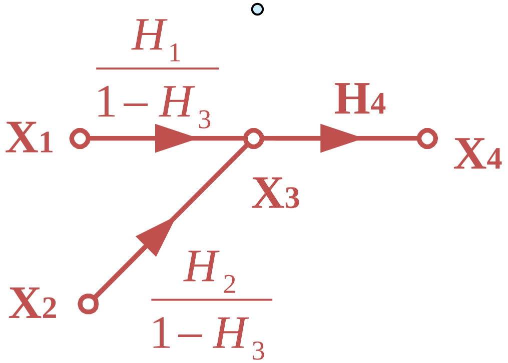
$$X_4=H_3X_3=H_3(H_1X_1+H_2X_2)=H_1H_3X_1+H_2H_3X_2$$



（4）自环的消除：

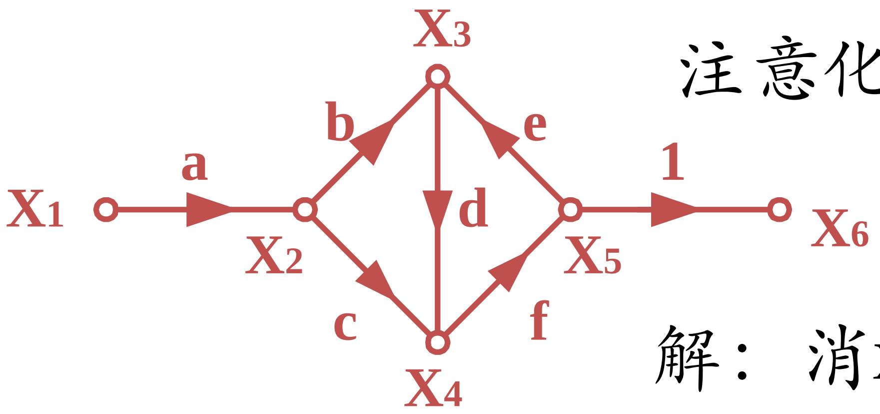
所有来向支路除$1-H_3$





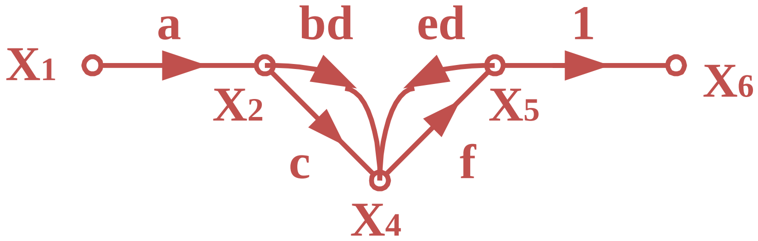
$$X_3=H_1X_1+H_2X_2+H_3X_3 \longrightarrow X_3=\frac{H_1}{1-H_3}X_1+\frac{H_2}{1-H_3}X_2$$

例：化简下列流图。

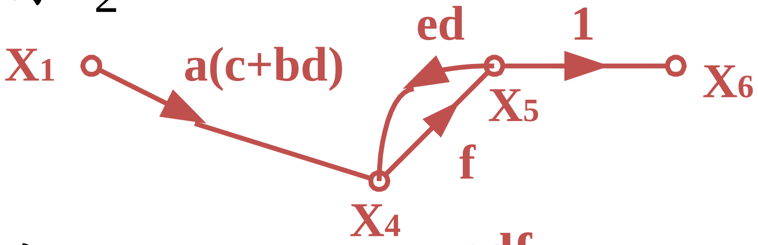


注意化简具体过程可能不同，但最终结果一定相同。

解：消x_3

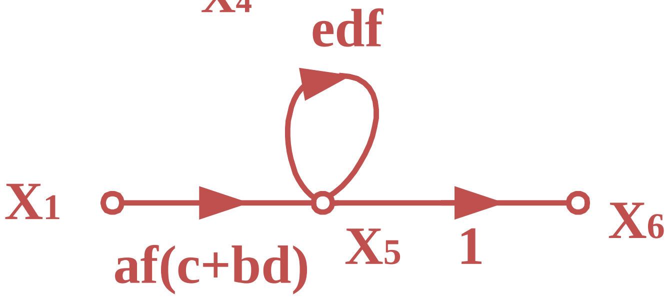


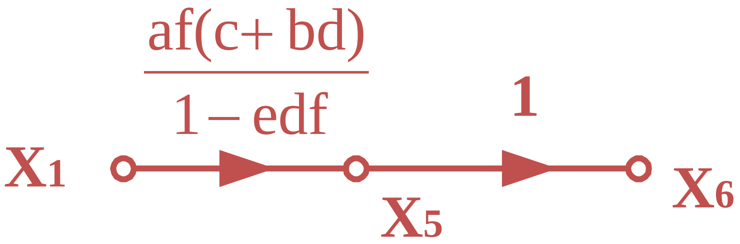
消x_2



消自环

消x_4





6、梅森公式

天津中德应用技术大学 Tianjin Sino-German University of Applied Sciences

上述化简求H复杂。利用Mason公式方便。

系统函数H(.)记为H。梅森公式为：$H=\dfrac{1}{\Delta}\sum_i p_i\Delta_i$

$\Delta=1-\sum_j L_j+\sum_{m,n} L_m L_n-\sum_{p,q,r} L_p L_q L_r+\cdots$ 称为信号流图的特征行列式

$\sum_j L_j$ 为所有不同回路的增益之和；

$\sum_{m,n} L_m L_n$ 为所有两两不接触回路的增益乘积之和；

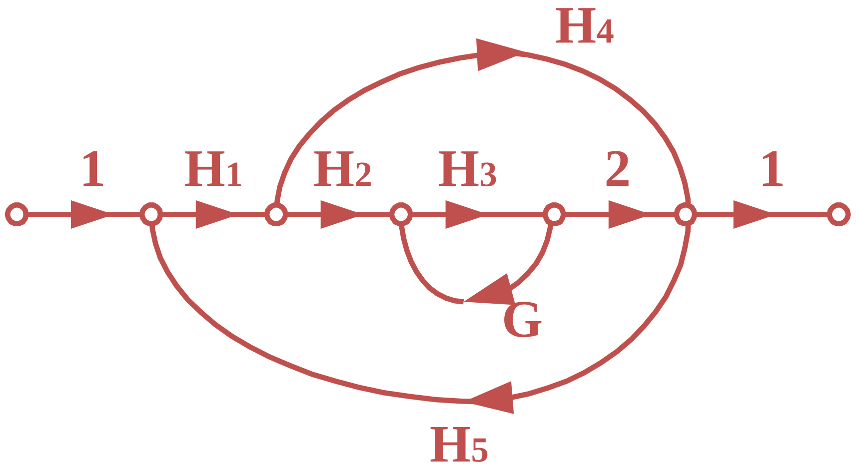
$\sum_{p,q,r} L_p L_q L_r$ 为所有三三不接触回路的增益乘积之和；…

i 表示由源点到汇点的第i条前向通路的标号

P_i 是由源点到汇点的第i条前向通路增益；

$\triangle_i$ 称为第i条前向通路特征行列式的余因子。消去接触回路

例 求下列信号流图的系统函数



解 (1)首先找出所有回路:

$L_1=H_3G$

$L_2=2H_1H_2H_3H_5$

$L_3=H_1H_4H_5$

(2)求特征行列式

$\triangle=1-(H_3G+2H_1H_2H_3H_5+H_1H_4H_5)+H_3G\,H_1H_4H_5$

(3)然后找出所有的前向通路:

$p_1=2H_1H_2H_3$

$p_2=H_1H_4$

$$\boxed{H=\frac{1}{\Delta}(p_1\Delta_1+p_2\Delta_2)}$$

(4)求各前向通路的余因子: $\triangle_1=1$ ， $\triangle_2=1-GH_3$

Mason公式是由流图 → H(s)

下面讨论，由H(s) → 流图或方框图

1.直接实现---利用Mason公式来实现

例 $$H(s)=\frac{5s+5}{s^3+7s^2+10s}=\frac{5s^{-2}+5s^{-3}}{1+7s^{-1}+10s^{-2}}=\frac{5s^{-2}+5s^{-3}}{1-[-7s^{-1}-10s^{-2}]}$$

分子中每项看成是一条前向通路。分母中，除1之外，其余每项看成一个回路。画流图时，所有前向通路与全部回路相接触。所有回路均相接触。

2、级联实现

将H分解为若干简单（一阶或二阶子系统）的系统函数的乘积，即 $H=H_1H_2\ldots H_n$

3、并联实现

将H展开成部分分式，将每个分式分别进行模拟，然后将它们并联起来。

$$H(s)=\frac{5(s+1)}{s(s+2)(s+5)}=\frac{1/2}{s}+\frac{5/6}{s+2}-\frac{4/3}{s+5}$$

$$H(s)=\frac{2s+4}{s^3+3s^2+5s+3}=\frac{2(s+2)}{(s+1)(s^2+2s+3)}=\frac{2}{s+1}\frac{s+2}{s^2+2s+3}=\frac{1}{s+1}+\frac{-s+1}{s^2+2s+3}$$

总结

本节课我们主要讨论了

（1）系统稳定性S域的判断方法。

（2）信号流图。

（3）Mason公式下的系统结构表达。

课后习题：6.15， 6.18