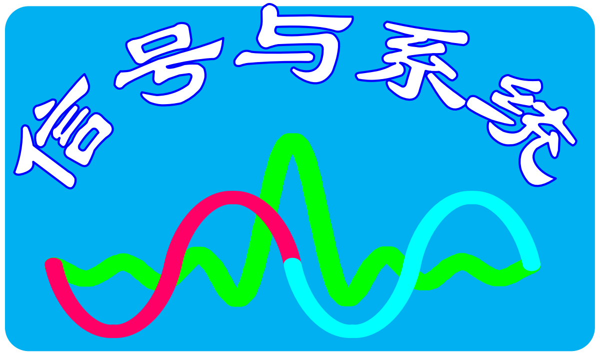
天津中德应用技术大学
Tianjin Sino-German University of Applied Sciences



一、无失真传输系统

二、理想低通滤波器

三、物理可实现低通滤波器

课程目标

- **掌握无失真系统的条件及判断（考点）**
- 了解理想低通滤波和物理可实现低通滤波的基本条件。

无失真传输与滤波

系统对于信号的作用大体可分为两类：

- 信号的传输
- 滤波

传输要求信号尽量不失真，而滤波则滤去或削弱不需要有的成分，必然伴随着失真。

一.无失真传输

1.定义:

信号**无失真传输**是指系统的输出信号与输入信号相比，只有**幅度的大小**和**出现时间的先后不同**，而没有波形上的变化。即输入信号为$f(t)$，经过无失真传输后，输出信号应为

$$y(t) = K\,f(t-t_d)$$

其频谱关系为 $Y(j\omega)=Ke^{-j\omega t_d}F(j\omega)$

系统

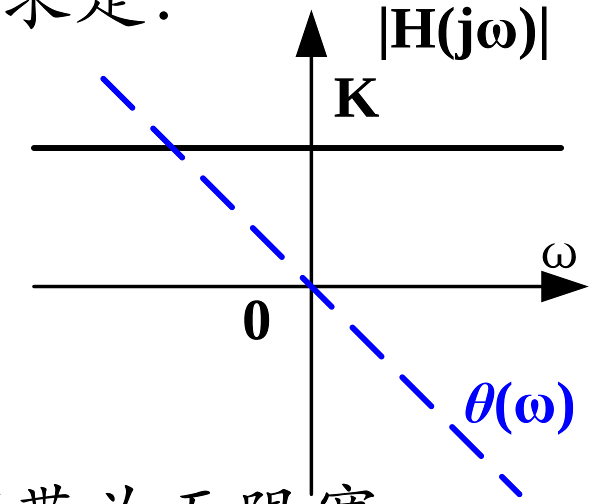
2.无失真传输条件：

系统要实现无失真传输，对系统$h(t)$，$H(j\omega)$的要求是：

(a)对$h(t)$的要求：　$h(t)=K\delta(t-t_d)$

(b)对$H(j\omega)$的要求：$H(j\omega)=Y(j\omega)/F(j\omega)=Ke^{-j\omega td}$

即：　　$|H(j\omega)|=K$　$,\theta(\omega)=-\omega t_d$



- 要求幅度为与频率无关的常数K，系统的通频带为无限宽。
- 相位特性与$|\omega|$成正比，是一条过原点的负斜率直线。
- 不失真的线性系统其冲激响应也是冲激函数。

例

上述是信号无失真传输的**理想**条件。当传输有限带宽的信号是，只要在信号占有频带范围内，系统的幅频、相频特性满足以上条件即可。

相位特性为什么与频率成正比关系？

只有相位与频率成正比，方能保证各谐波有相同的延迟时间，在延迟后各次谐波叠加方能不失真。

延迟时间t_d是相位特性的斜率：

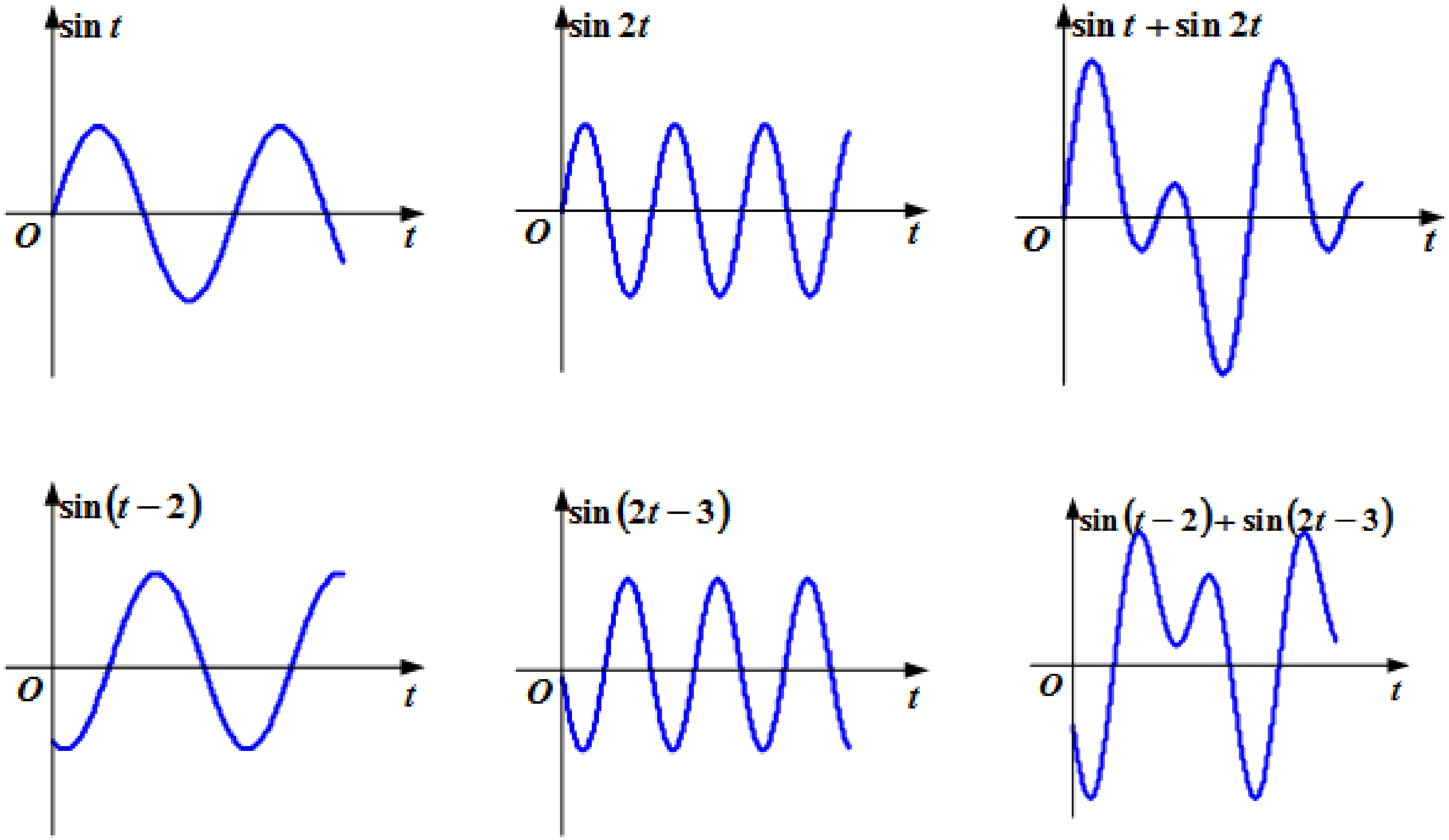
$$\frac{\mathrm{d}\theta(\omega)}{\mathrm{d}\omega}=-t_{\mathrm{d}}$$

群时延
或称群延时

$$\tau=-\frac{\mathrm{d}\theta(\omega)}{\mathrm{d}\omega}$$

在满足信号传输不产生相位失真的情况下，系统的群时延特性应为常数。

例：



此系统不满足 $\dfrac{\mathrm{d}\theta(\omega)}{\mathrm{d}\omega} = -t_{\mathrm{d}}$

信号传输后失真

3.失真的有关概念

线性系统引起的信号失真由两方面的因素造成:

- **幅度失真:** 各频率分量幅度产生不同程度的衰减;
- **相位失真:** 各频率分量产生的相移不与频率成正比,使响应的各频率分量在时间轴上的相对位置产生变化。

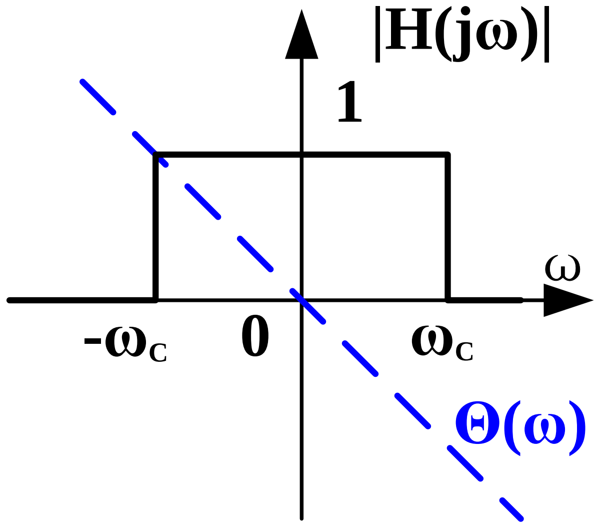
- **线性系统的失真**——幅度,相位变化,不产生新的频率成分;
- **非线性系统产生非线性失真**——产生新的频率成分。

对系统的不同用途有不同的要求:

●无失真传输; ●利用失真——波形变换。

二、理想低通滤波器

具有如图所示幅频、相频特性的系统称为理想低通滤波器。ω_c称为**截止角频率**。

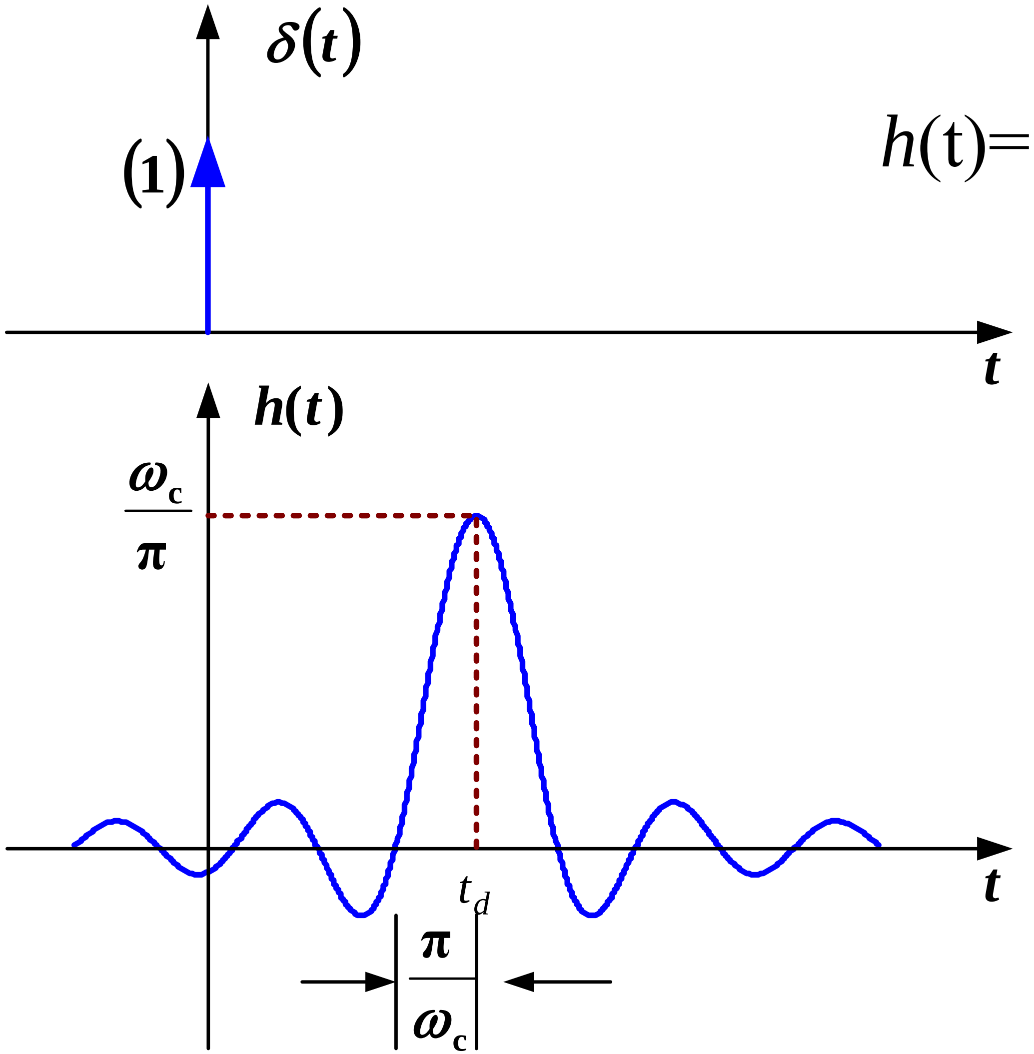


理想低通滤波器的频率响应可写为:

$$H(j\omega)=\begin{cases} e^{-j\omega t_d}, & |\omega|<\omega_C \\ 0, & |\omega|>\omega_C \end{cases} = g_{2\omega_C}(\omega)e^{-j\omega\, t_d}$$

- ω在$0\sim\omega$ 的低频段内，传输信号无失真。

1.理想低通的冲激响应



$$h(t) = \mathscr{F}^{-1}[g_{2\omega_c}(\omega)e^{-j\omega t_d}] = \frac{\omega_c}{\pi}\mathrm{Sa}[\omega_c(t-t_d)]$$

可见，它实际上是不可实现的非因果系统。

几点认识

1．比较输入输出，可见严重失真；

$\delta(t) \leftrightarrow 1$信号频带无限宽，而理想低通的通频带(系统频带)有限的$(0 \sim \omega_c)$

当$\delta(t)$经过理想低通时，ω_c以上的频率成分都衰减为0，所以失真。

当$\omega_c \to \infty$时，$h(t) \leftrightarrow \delta(t)$

系统为全通网络，可以无失真传输。

2．理想低通滤波器是个物理不可实现的非因果系统

原因：从$h(t)$看，$t<0$时已有值。

2.理想低通的阶跃响应

$$g(t)=h(t)*\varepsilon(t)=\int_{-\infty}^{t} h(\tau)\,\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}\frac{\omega_c}{\pi}\frac{\sin[\omega_c(\tau-t_d)]}{\omega_c(\tau-t_d)}\mathrm{d}\tau$$

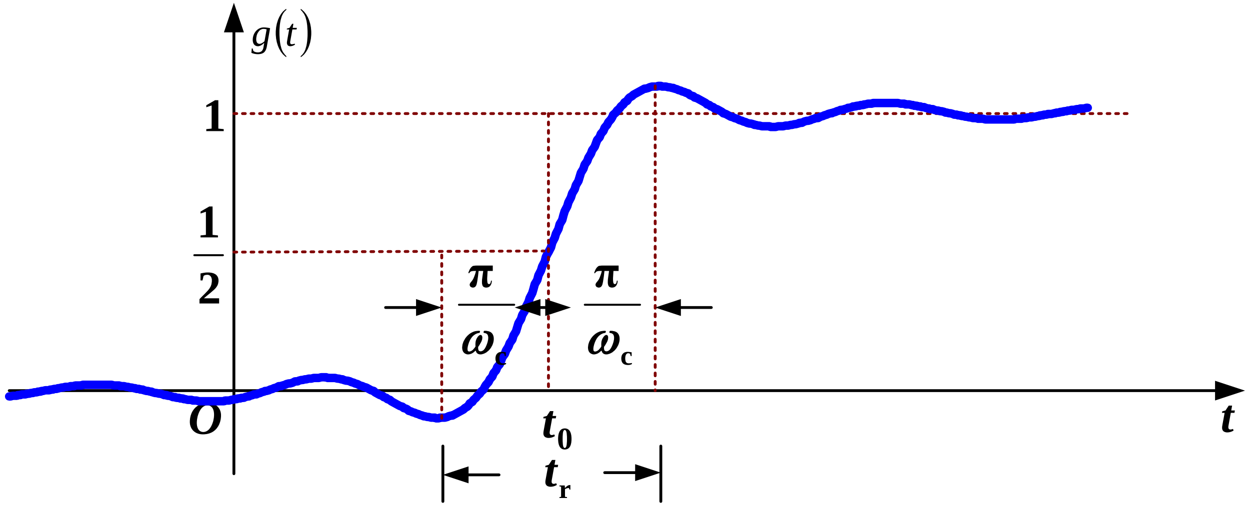
经推导，可得

$$g(t)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\int_0^{\omega_c(t-t_d)}\frac{\sin x}{x}dx$$

$\mathrm{Si}(y)=\int_0^{y}\frac{\sin x}{x}\mathrm{d}x$ 称为正弦积分

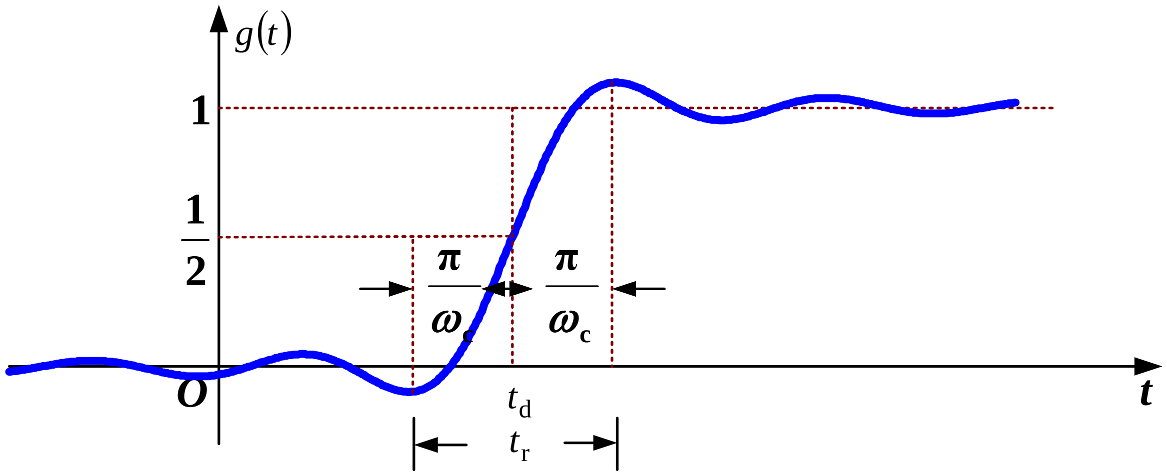
$$g(t)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\mathrm{Si}[\omega_C(t-t_d)]$$

阶跃响应波形



$$g(t)=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\mathrm{Si}[\omega(t-t_d)]$$

说明



最大值位置： $t_d + \dfrac{\pi}{\omega_C}$

最小值位置： $t_d - \dfrac{\pi}{\omega_C}$

t_d为系统延迟时间

（1）上升时间：输出由最小值到最大值所经历的时间，记作t_r

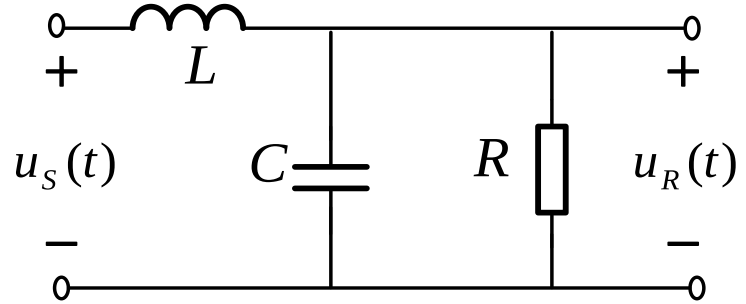
$$t_r = 2 \cdot \frac{\pi}{\omega_c}$$

（2）有明显失真，只要$\omega_c<\infty$，则必有振荡，其过冲比稳态值高约9%。这一由频率截断效应引起的振荡现象称为吉布斯现象。

$$g_{max}=0.5+Si(\pi)/\pi=1.0895$$

三、物理可实现低通滤波器

理想低通滤波器在物理上是不可实现的，近似理想低通滤波器的实例



$R=\sqrt{\dfrac{L}{C}}$时，且令$\omega_c=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

网络传递函数

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{V_R(\mathrm{j}\omega)}{V_S(\mathrm{j}\omega)}=\frac{\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C}}{\mathrm{j}\omega L+\dfrac{1}{\dfrac{1}{R}+\mathrm{j}\omega C}}=\frac{1}{1-\omega^2 LC+\mathrm{j}\omega\dfrac{L}{R}}$$

三、物理可实现低通滤波器

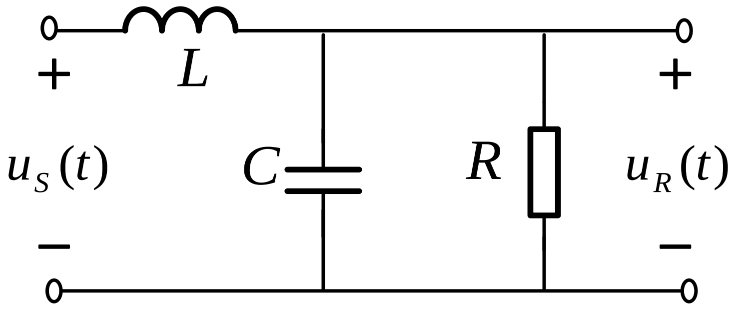
注意到$R=\sqrt{\dfrac{L}{C}}$，并引入符号$\omega_c=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$,则

$$H(\mathrm{j}\omega)=\frac{1}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2+\mathrm{j}\dfrac{\omega}{\omega_c}}=\frac{2\omega_c}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\dfrac{\sqrt{3}}{2}\omega_c}{\left(\dfrac{\omega_c}{2}+\mathrm{j}\omega\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\omega_c\right)^2}=|H(\mathrm{j}\omega)|\mathrm{e}^{\mathrm{j}\phi(\omega)}$$

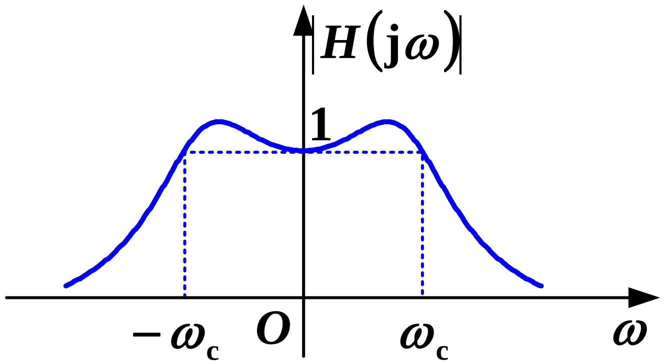
$$|H(\mathrm{j}\omega)|=\frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right]^2+\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}\qquad \phi(\omega)=-\arctan\left[\frac{\dfrac{\omega}{\omega_c}}{1-\left(\dfrac{\omega}{\omega_c}\right)^2}\right]$$

$$h(t)=F^{-1}\left[H(\mathrm{j}\omega)\right]=\frac{2\omega_c}{\sqrt{3}}\mathrm{e}^{-\frac{\omega_c t}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_c t\right)$$

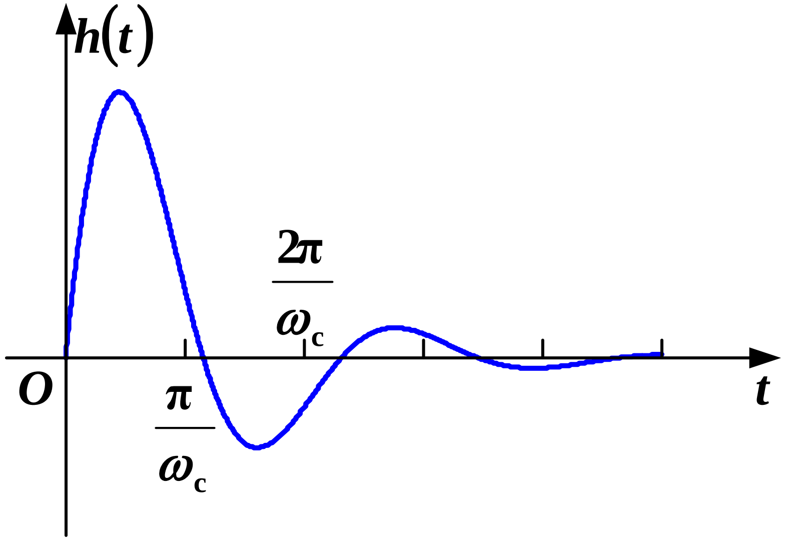
三、物理可实现低通滤波器

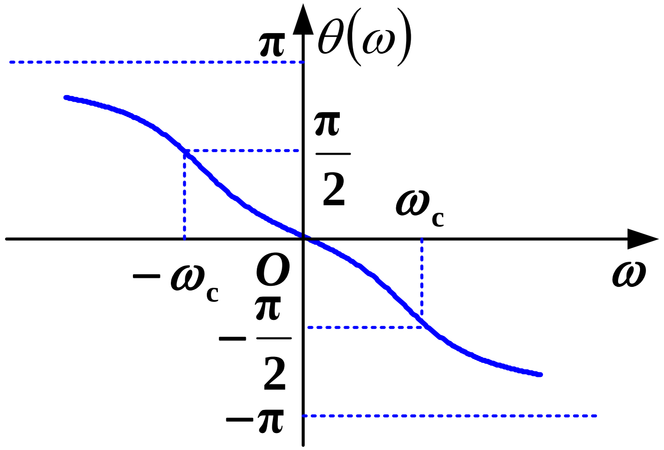


$$H(j\omega)=\frac{1}{1-\omega^2 LC+j\omega\frac{L}{R}}$$



$$h(t)=\frac{2\omega_C}{\sqrt{3}}\mathrm{e}^{-\frac{\omega_C t}{2}}\sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_C t\right)$$





响应是从t=0开始，

是一个可实现的网络。

物理可实现系统的条件

物理可实现的网络 时域特性 $h(t)=h(t)u(t)$ 其冲激响应在$t<0$时必须为0，即 $h(t)=0$,$t<0$。即**响应不应在激励作用之前出现**。

因果条件

频率特性 $\int_{-\infty}^{\infty}\left|H(\mathrm{j}\omega)\right|^2 \mathrm{d}\omega<\infty$

$\left|H(\mathrm{j}\omega)\right|$满足平方可积条件

佩利-维纳准则

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|\ln\left|H(\mathrm{j}\omega)\right|\right|}{1+\omega^2}\mathrm{d}\omega<\infty$$

从该准则可看出，对于物理可实现系统，其幅频特性可在某些孤立频率点上为0，但不能在某个有限频带内为0。

总结

本节课我们主要讨论了

（1）无失真系统的条件及判断方法，了解了简单的失真种类。

（2）理想与物理可实现的低通滤波的基本条件。

课后习题：4.8、4.14

预习

下节课我们将要讨论调制与解调

（1）请思考，抽样定理的物理意义是什么？

（2）请思考，调制与解调的物理意义是什么？