

数字图像中处理的是离散的值，对于一维函数的一阶微分的基本定义是差值：

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

类似的，可将二阶微分定义为：

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

将如上一维函数扩展到二维，可得：

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

二阶微分的定义保证了以下几点：

1. 在恒定灰度区域的微分值等于0
2. 在灰度台阶或斜坡的起点处微分值不为0

所以，二阶微分可以检测出图像的边缘、增强细节

Laplace是最简单的各向同性微分算子，其滤波器的响应与滤波器作用的图像的突变方向无关。

一个二维图像函数 $f(x, y)$ 定义为：

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

实现上式的滤波器模板为：

```
0 1 0
1 -4 0
0 1 0
```