

# 作业三

## 1 对 LOG 数学形式的推导

数字图像中处理的是离散的值，对于一维函数的一阶微分的基本定义是差值：

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

类似的，可将二阶微分定义为：

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

将如上一维函数扩展到二维，可得：

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

二阶微分的定义保证了以下几点：

1. 在恒定灰度区域的微分值等于 0
2. 在灰度台阶或斜坡的起点处微分值不为 0

所以，二阶微分可以检测出图像的边缘、增强细节

Laplace 是最简单的各向同性微分算子，其滤波器的响应与滤波器作用的图像的突变方向无关。

一个二维图像函数  $f(x, y)$  定义为：

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = f(x+1, y) + f(x-1, y) + f(x, y+1) + f(x, y-1) - 4f(x, y)$$

实现上式的滤波器模板为：

0 1 0

1 -4 0

## 2 使用三种方法拟合直线

首先生成测试数据，包括 200 个正态分布（高斯分布）点和 100 个噪点。

```
mu=[0 0];
S=[1 2.5;2.5 8];
data1=mvnrnd(mu,S,200);
mu=[2 2];
S=[8 0;0 8];
data2=mvnrnd(mu,S,100);
data=[data1',data2'];
```

对于最小二乘法，使用 matlab 自带的函数 *polyfit()* 可以直接获取拟合直线的斜率和截距。

```
ap=polyfit(data(1,:),data(2,:),1);
AR= data(2,:)*ap(1)+ap(2);
```

对于 RANSAC 算法，每次随机选取 2 个测试点形成直线，并计算与该直线的距离小于阈值的点的个数。记录符合要求的点最多的直线。

```
sigma=1;
pretotal=0;
iter=100;
for i=1:iter
    idx = randperm(number,2);
    sample = data(:,idx);
    line = zeros(1,3);
    x = sample(:, 1);
    y = sample(:, 2);
    k=(y(1)-y(2))/(x(1)-x(2));
    b = y(1) - k*x(1);
    line = [k -1 b]

    mask=abs(line*[data; ones(1,size(data,2))]);
    total=sum(mask<sigma);
    if total>pretotal
        pretotal=total;
        bestline=line;
    end
end
end
```

对于霍夫变换，先构建霍夫空间。记录投票数大于设定阈值的直线。

```
[m,n]=size(data);
n_max = 300;
```

```

h = zeros(315,2*n_max);
theta_i = 1;

sigma=70;
i=0;
for theta=0:0.01:3.14
    p=[-sin(theta),cos(theta)];
    d=p*data;
    for i=1:n
        h(theta_i,round(d(i)/10+n_max))=h(theta_i,round(d(i)/10+n_max))+1;
    end;
    theta_i=theta_i+1;
end;
[theta_x,p]=find(h>sigma);
l_number=size(theta_x);
r=(p-n_max)*10;
theta_x=0.01*theta_x;

```

测试结果如下：

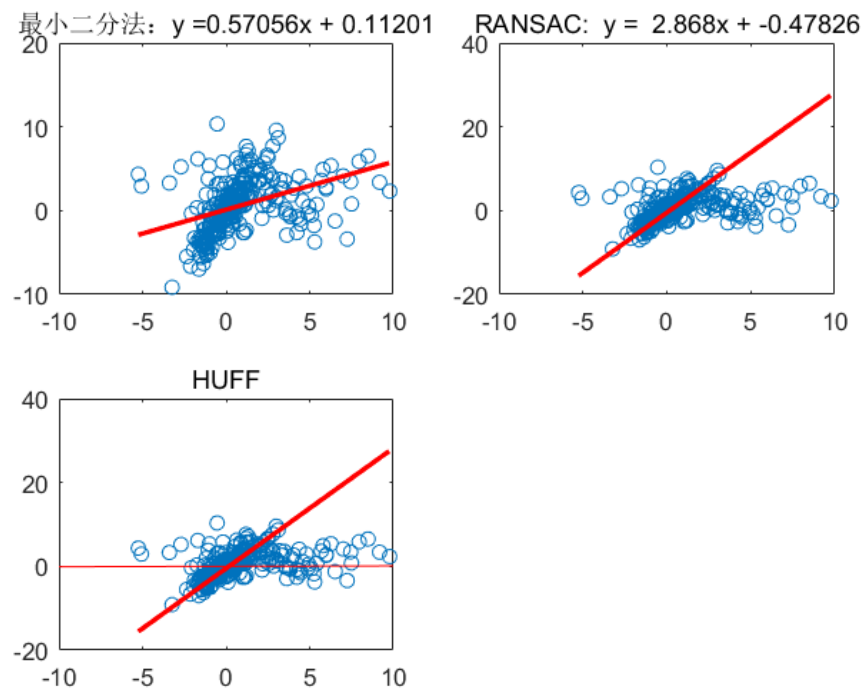


图 1: 拟合结果

### 3 图像中的直线检测

使用 2 中的 3 种方式对图像中的直线进行检测并标出，效果如下：使用最小二乘法 and RANSAC

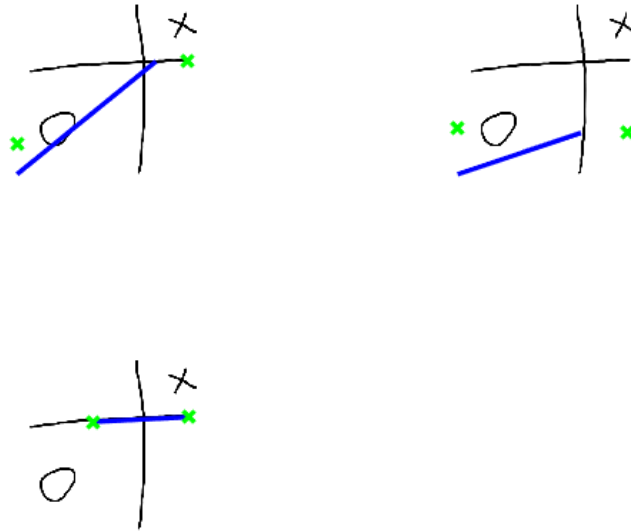


图 2: 拟合结果

明显出现了一些问题，有待改正。