

Wärmeübertrager und Dampferzeuger

Vorlesungsskript

„Wärmeübertrager und Dampferzeuger“ (Vorlesungsskript)

Ausgabe vom 23. März 2017

RWTH Aachen University
Lehrstuhl für Wärme- und Stoffübertragung
Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Kneer
Augustinerbach 6
52056 Aachen
Telefax 0241/80-95400
Telefon 0241/80-92143
www.wsa.rwth-aachen.de
info@wsa.rwth-aachen.de

Vorwort

Wärmeübertrager begegnen dem Ingenieur nicht nur in industriellen Anwendungsbereichen sondern vielfach auch im Alltag. Ohne Wärmeübertrager wäre das Leben in seiner derzeitigen Form nicht vorstellbar, da weder Kühlschränke, noch Fahrzeuge basierend auf Verbrennungsmotoren oder Kraftwerke funktionieren würden. Das Spektrum reicht dabei von Mikrowärmeübertragern bis hin zu den Dampferzeugern von Kohlekraftwerken und bietet somit vielfältige Herausforderungen aus allen Bereichen der Technik. Das vorliegende Skript dient zur Begleitung der Vorlesung *Wärmeübertrager und Dampferzeuger*, die das Ziel verfolgt, sowohl einen Überblick über die Thematik zu geben als auch ein tiefgreifendes Verständnis in der Berechnung und Auslegung dieser Apparate zu vermitteln. Die Vorlesung wird jedoch nicht die gesamte Bandbreite abdecken können, so dass weitere Literatur zum Selbststudium zu empfehlen ist. Als Standardwerk dient der *VDI Wärmeatlas* (aktuelle Version: 2013), auf den auch im Skript häufig verwiesen wird. Zudem soll an dieser Stelle auf das Buch *Technische Thermodynamik* (Band 2, 1997) von Bosnjakovic und Knöche, *Wärme- und Stoffübertragung* von Baehr und Stephan sowie die WSA-Skripte *Wärme- und Stoffübertragung I+II* als weiterführende Literatur verwiesen werden.

Wir wünschen Ihnen damit viel Freude beim Studium des Faches *Wärmeübertrager und Dampferzeuger*.

Aachen im April 2017,

Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Kneer

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Wärmeübertrager	3
2.1. Klassifizierung von Wärmeübertragern	3
2.2. Indirekte Wärmeübertrager	7
2.3. Regenerator	11
2.4. Direkte Wärmeübertrager	12
2.5. Stromführungsarten und Bezeichnungen	13
2.6. Gekoppelte Wärmeübertrager	16
3. Wärmeübertrager ohne Phasenwechsel	17
3.1. Wärmetechnische Grundlagen zur Berechnung von Wärmeübertragern	17
3.1.1. Energiebilanzen am Wärmeübertrager	18
3.1.2. Wärmeübertragung	19
3.1.3. Maximal übertragbare Wärmemenge	22
3.1.4. Kenngrößen zur wärmetechnischen Beurteilung von Wärmeübertragern	25
3.1.5. Allgemeine Eigenschaften der Betriebscharakteristik	28
3.2. Berechnung von Wärmeübertragern nach dem Konzept der mittleren Temperaturdifferenz	32
3.2.1. Analytische Berechnungsverfahren	33
3.2.1.1. Betriebscharakteristik für den Gleichstrom	33
3.2.1.2. Betriebscharakteristik für den Gegenstrom	36
3.2.1.3. Betriebscharakteristik für den Kreuzstrom	38
3.2.1.4. Betriebscharakteristik für hintereinandergeschaltete, quer angeströmte Rohrreihen	45
3.2.1.5. Betriebscharakteristik für gekoppelte Apparate	47
3.2.1.6. Vergleich verschiedener Verschaltungsvarianten	57
3.2.2. Grafische Lösungsverfahren	61
3.3. Berechnung eines Wärmeübertragers mit der Zellenmethode	64
3.4. Regenerator	66
3.4.1. Aufbau und Funktionsweise von Regenerator	66
3.4.2. Berechnung von drehenden Regenerator	68

4. Verdampfung und Kondensation	77
4.1. Verdampfung	77
4.1.1. Behältersieden (freie Konvektion)	77
4.1.1.1. Siedecharakteristiken	78
4.1.1.2. Berechnung von Wärmeübergangskoeffizienten beim Sieden in freier Konvektion	82
4.1.1.3. Maximale Wärmestromdichte beim Sieden in freier Konvektion	85
4.1.2. Strömungszustände beim Sieden in senkrechten Rohren bei erzwungener Konvektion	86
4.1.2.1. Die verschiedenen Strömungsformen	87
4.1.2.2. Energiebilanz und Wärmeübertragungskoeffizient am beheizten Verdampferrohr	90
4.1.2.3. Kritische Wärmestromdichte	93
4.2. Kondensation	98
4.2.1. Filmkondensation	98
4.2.2. Tropfenkondensation	100
5. Einsatz von Verdampfern und Kondensatoren	105
5.1. Verdampfer in der Verfahrenstechnik	105
5.1.1. Rohrbündelverdampfer	105
5.1.2. Naturumlaufverdampfer	107
5.1.3. Zwangsumlaufverdampfer	108
5.1.4. Steigrohr- oder Kletterfilmverdampfer	109
5.1.5. Dünnschichtverdampfer	110
5.1.6. Fallfilmverdampfer	111
5.1.7. Berieselungsverdampfer	111
5.2. Dampferzeuger in modernen Großkraftwerken	112
5.2.1. Naturumlauf-Dampferzeuger	115
5.2.2. Zwangsdurchlauf-Dampferzeuger	121
5.2.3. Zwangsumlauf-Dampferzeuger (La Mont-Kessel)	121
6. Vorgänge mit gleichzeitiger Wärme- und stoffübertragung	123
6.1. Verdunstung	123
6.1.1. Wärmeübertragung von einer Oberfläche an ein Fluid	125
6.1.2. Stoffübertragung an einer Flüssigkeitsoberfläche	126
6.1.3. Analogien zwischen Wärme- und Stoffübertragung	127
6.1.4. Stoffbilanz an einer Flüssigkeitsoberfläche	128
6.1.5. Energiebilanz an einer verdunstenden Flüssigkeitsgrenzfläche .	130
6.1.6. Temperatur einer adiabaten Flüssigkeitsgrenzfläche	131
6.2. Feuchte Luft als Zweistoffgemisch	132
6.2.1. Zustandsbeschreibung Feuchter Luft	132

6.2.2. Feuchte Luft im h-x Diagramm von Mollier	134
6.2.3. Zustandsänderungen feuchter Luft	136
7. Einsatz von wärme- und stoffübertragenden Apparaten	155
7.1. Feuchtluftkühler	155
7.2. Trockner	159
7.3. Rückkühlwerke und Kühltürme	162
7.3.1. Geschlossene Kühlsysteme	162
7.3.2. Offene Kühlsysteme	163
8. Praktische Limitierung beim Einsatz von Wärmeübertragern	171
8.1. Druckverluste	171
8.2. Auskondensation korrosiver Stoffe	174
8.2.1. Beimischung von Luft	175
8.2.2. Gefahren der Kondensation	176
8.3. Auswirkungen nicht-kondensierbarer Gase	177
8.4. Fouling und Ausfällungen	180
Literaturverzeichnis	I
A. Anhang	V
A.1. Herleitungen Rohrwenden	V
A.1.1. Herleitung für die Gleichsinnwende	V
A.1.2. Herleitung der Gegensinnwende	VIII
A.2. Wärmedurchgangskoeffizienten typischer Wärmeübertragerbauarten .	XI
A.3. Wärmeübergangskoeffizienten beim Sieden	XII
A.4. Ausgewählte Arbeitsdiagramme aus dem VDI-Wärmeatlas	XIV
A.5. Mollier-Diagramm aus dem VDI-Wärmeatlas	XXIII

Abbildungsverzeichnis

2.1.	Doppelrohr Wärmeübertrager im Gleichstrom	7
2.2.	Rohrbündel im Kreuzstrom	7
2.3.	Rohrschlangen mit oder ohne Rippen oder Lamellen im Kreuzstrom	7
2.4.	Kompakt-Wärmeübertrager im Kreuz-Gleichstrom	7
2.5.	Rohrbündelwärmeübertrager	8
2.6.	Wickelwärmeübertrager	8
2.7.	Plattenwärmeübertrager	8
2.8.	Verdampferrohr	9
2.9.	Dünnenschichtverdampfer	9
2.10.	Kondensatoren	9
2.11.	Gasgemischkühler: Auskondensation einer Komponente (Bsp.: Feuchtluftkühler)	9
2.12.	Verdunstungskuehler bzw. Verdunstungskondensator	10
2.13.	Diskontinuierlich betriebene Regeneratoren mit keramischer oder metallischer Speichermasse: Cowper, Fränlregeneratoren	11
2.14.	Kontinuierlich betriebene Regeneratoren mit bewegter Speichermasse: Pebble-Heater (pebble = Kieselstein)	11
2.15.	Ljungström-Regenerator	11
2.16.	Sprühdüsenapparat/Gaswäscher	12
2.17.	Verdunstungskühlurm (Ventilatorbetrieb oder Naturzug; Gegenstrom oder Kreuzstrom)	12
2.18.	Schemata der Stromführungen	13
2.19.	Reiner Kreuzstrom: Keine oder nur geringe Durchmischung der Fluide (ungerührt) in den Strömungskanälen	13
2.20.	Einseitig gerührter Kreuzstrom	14
2.21.	Beidseitig gerührter Kreuzstrom	14
2.22.	Kreuzgleichstrom/Kreuzgegenstrom	15
2.23.	Mehrgängige Stromführung (o. l.: Gleichsinnwende, o. r.: Gegensinnwende, u.: Haarnadelwärmeübertrager 2- und 4-gängig)	15
2.24.	Gekoppelte Wärmeübertrager: Parallelschaltung (l.), Reihenschaltung im Gleichsinn (m.), Reihenschaltung im Gegensinn (r.)	16
3.1.	Bilanzsystem um einen Wärmeübertrager	18
3.2.	Temperaturverlauf über die Rohrwand	19
3.3.	Temperaturverlauf im Gleichstromwärmeübertrager	23

3.4. Temperaturverlauf im Gegenstromwärmeübertrager ($\dot{m}_1 c_{p,1} < \dot{m}_2 c_{p,2}$)	24
3.5. Temperaturverlauf im Gegenstromwärmeübertrager ($\dot{m}_1 c_{p,1} > \dot{m}_2 c_{p,2}$)	25
3.6. Temperaturverlauf für den Gegenstromapparat mit $\dot{m}_1 c_{p,1} < \dot{m}_2 c_{p,2}$	26
3.7. Temperaturverlauf für den Gegenstromapparat mit $\dot{m}_1 c_{p,1} > \dot{m}_2 c_{p,2}$	27
3.8. Temperaturverlauf für den Gleichstrom mit $\dot{m}_1 c_{p,1} \ll \dot{m}_2 c_{p,2}$	29
3.9. Betriebscharakteristiken-Diagramm	32
3.10. Temperaturverlauf für den Gleichstrom	33
3.11. Betriebscharakteristiken-Diagramm für den Gleichstrom	35
3.12. Temperaturverlauf für den Gegenstrom	36
3.13. Betriebscharakteristiken-Diagramm für den Gegenstrom	38
3.14. Kontrollvolumen im ungerührten Kreuzstrom	38
3.15. Betriebscharakteristiken-Diagramm für den ungerührten Kreuzstrom	41
3.16. Kontrollvolumen am einseitig gerührten Kreuzstrom	41
3.17. Kontrollvolumen am einseitig gerührten Kreuzstrom	42
3.18. Gleichsinnwende	45
3.19. Gegensinnwende	46
3.20. Verschaltung von Apparaten, Fall 1: Hintereinanderschaltung Fluid A, Parallelschaltung Fluid B mit $\dot{W}_A < \dot{W}_{Bi}$	48
3.21. Reihenschaltung von Fluid 1 und Fluid 2 im Gleichsinn	55
3.22. Reihenschaltung von Fluid 1 und Fluid 2 im Gegensinn	55
3.23. P ₁ -P ₂ -Diagramm für den Gleichstrom nach VDI-Wärmeatlas	62
3.24. Zellenmethode	65
3.25. Prinzip des schaltenden Regenerators	67
3.26. Drehende Regeneratoren in axialer (l.) und radialer (r.) Ausführung	68
3.27. Ljungström-Regenerator von Alstom	69
3.28. Kontrollvolumen am Drehenden Regenerator	70
3.29. Kontrollvolumen am Regenerator	71
3.30. Betriebscharakteristik für Regeneratoren ($\mu = 0,7$)	74
3.31. Betriebscharakteristik für Regeneratoren ($\mu = 0,8$)	74
3.32. Betriebscharakteristik für Regeneratoren ($\mu = 0,9$)	75
3.33. Betriebscharakteristik für Regeneratoren ($\mu = 1,0$)	75
4.1. Rohrbündelverdampfer	78
4.2. Prinzipieller Verlauf der Siedekennlinie im Nukiyama-Diagramm	79
4.3. Druckabhängigkeit des Faktors $F(p^*)$	84
4.4. Druckabhängigkeit des Exponenten n	85
4.5. Maximale Wärmestromdichte beim Blasensieden für Wasser nach Zuber (1958)	86
4.6. Strömungsformen im senkrechten, unbeheizten Rohr bei Aufwärtströmung	87
4.7. Strömungsform-Diagramm für senkrechte Zweiphasenströmung von Luft/Wassergemischen nach Hewitt und Roberts (1969)	89

4.8. Wand- und Fluidtemperaturen, Strömungsformen und zugehörige Wärmeübergangsbereiche in einem beheizten senkrechten Verdampferrohr	90
4.9. Energiebilanz am Verdampferrohr	91
4.10. Unterschied zwischen thermodynamischem und wirklichem Dampfgehalt	92
4.11. Siedekrise im Verdampferrohr durch Filmsieden und durch Austrocknen der Heizfläche (a Filmsieden, b Austrocknen der Heizfläche)	94
4.12. links: Blasensieden im Rohr für verschiedene Werte der Strömungsgeschwindigkeit bei $p = 3,14$ bar; a = Ausgleichskurve, b = Streubreite der Messwerte. rechts: Schematischer Verlauf der Siedekurven für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten w	96
4.13. Innenwandtemperaturen eines beheizten Glattrohres bei einem Druck von 200 bar nach Köhler, Siemens	97
4.14. Innenwandtemperaturen eines Rippenrohres bei verschiedenen Drücken nach Köhler, Siemens	97
4.15. Mechanismus der Filmkondensation nach Nusselt (1916), Zeichnung in Anlehnung an Ma u. a. (2008)	99
4.16. Mechanismus der Tropfenkondensation nach ?	100
4.17. Kräftegleichgewicht im Tropfen nach Ing. W. Kast (1963)	102
4.18. Einfluss der Oberflächenrauheit auf die Tropfenbildung nach Ing. W. Kast (1963)	104
5.1. Naturumlaufverdampfer mit außen anliegendem Heizkörper. Hersteller: Körling Maschinen und Apparatebau AG., C. Canzler, Düren (Rhld.); Wilh. Schmidding, Hannover; Köln-Nieh	107
5.2. Verdampfer mit Zwangsumlauf zum Eindampfen kristallisierender Lösungen	108
5.3. Kletterfilm-Verdampfer	109
5.4. Dünnschicht-Verdampfer mit umlaufendem Rührer	110
5.5. Berieselungsverdampfer (nach Breidenbach (2014))	112
5.6. Schaltschema eines Abhitze-Dampferzeugers (AHDE)	114
5.7. Naturumlaufverdampfer	115
5.8. Zwangsumlaufverdampfer	115
5.9. Temperaturverläufe am Verdampferrohr	117
5.10. Ermittlung des umlaufenden Massenstroms	120
5.11. Schaltschema von Zwangsdurchlauf-Dampferzeugern	122
6.1. Verhältnisse in der Nähe der Verdunstungsfläche nach Bosnjakovic u. Knoche (1997)	124
6.2. Energiebilanz an einer verdunstenden Oberfläche	130
6.3. Grafische Bestimmung der adiabaten Grenzflächentemperatur	131
6.4. h,x -Diagramm für feuchte Luft	135
6.5. Schiefwinkliges h,x -Diagramm für feuchte Luft nach Bosnjakovic (1997)	135

6.6.	Abkühlung mit Entfeuchtung der Luft, Taupunkt (nach Bosnjakovic (1997))	137
6.7.	Mischen von Luftströmen (nach Bosnjakovic (1997))	139
6.8.	Einblasen des Dampfes und Einspritzen des Wassers (nach Bosnjakovic (1997))	141
6.9.	Ermittlung des Luftzustandes L aus den Anzeigen T und T_f eines Psychrometers (nach Bosnjakovic (1997))	143
6.10.	Stoffbilanz auf der Gasseite	144
6.11.	Energiebilanz auf der Gasseite (links), auf der Wasserseite (rechts)	145
6.12.	Richtungsänderung $\frac{dh}{dx}$ des Luftzustandes L entlang einer Verdunstungsfläche mit dem Grenzzustand G (nach Bosnjakovic (1997))	147
6.13.	Diagrammwerte des gesamten Wärmestromes \dot{q}_g , des konvektiven Anteils \dot{q}_α und des durch Stoffausübertragung bedingten Anteils \dot{q}_σ bei $\frac{\sigma c_p}{\alpha} > 1$ (nach Bosnjakovic (1997))	148
6.14.	Der Oberflächengrenzzustand G verursacht unterschiedliche Veränderungen des Wasserzustandes und des Luftzustandes L, je nachdem in welchem Diagrammgebiet a bis i dieser liegt (nach Bosnjakovic (1997)).	149
6.15.	Verdunstung im Gleichstrom (nach Bosnjakovic (1997))	150
6.16.	Adiabate Verdunstung im Gleichstrom, mit Φ_{gl} und einige Querschnittsgraden (nach Bosnjakovic (1997)).	152
6.17.	Temperatur- und Feuchtigkeitsprofil in der Nähe der Wasseroberfläche für verschiedene relative Lagen des Luftzustandes L und Grenzzustandes G	153
7.1.	Feuchtluftkühler aus der Klimatechnik	155
7.2.	Darstellung im h^+,x -Diagramm	157
7.3.	Darstellung des Kreuz-Gleichstrom (links) und des Kreuz-Gegenstromkühlers (rechts) im h^+,x -Diagramm	158
7.4.	Schema eines thermischen Trockners	160
7.5.	Darstellung des Trockners im h^x,x -Diagramm.	161
7.6.	Trockner im Umluftbetrieb.	162
7.7.	Trockner mit Wärmerückgewinnung.	162
7.8.	Schaltschema eines geschlossenen Kühlsystems.	163
7.9.	Schaltschema eines offenen Kühlsystems.	164
7.10.	Prinzip des Naturzug-Verdunstungs-Kühlsystems.	165
7.11.	Stoff- und Energiebilanz am Rieselfilm.	166
7.12.	Energiebilanz an der Oberfläche.	166
7.13.	Diagramm zur Ermittlung des Korrekturfaktors γ der Gl. (6.22) nach Carey und Williamson.	168
8.1.	Taupunkttemperatur des Abgases aus Verbrennung von Erdgas H, bei verschiedenen relativen Luftfeuchten ϕ und Luftbeimischungen $\dot{V}_{Beiluft}/\dot{V}_{Abgas}$	176

8.2. Kondensation von Wasserdampf bei Vorhandensein nicht kondensierbarer Gase nach Ma et al. ? und Minkowycz und Sparrow ?	178
A.1. Reiner Gegenstrom (VDI, 2013)	XIV
A.2. Reiner Gleichstrom (VDI, 2013)	XIV
A.3. Rohrbündelwärmeübertrager, ein äußerer und zwei innere Durchgänge, $\epsilon = 1/2$ (VDI, 2013)	XV
A.4. Rohrbündelwärmeübertrager, ein äußerer und zwei innere Durchgänge, beide im Gegenstrom (VDI, 2013)	XV
A.5. Rohrbündelwärmeübertrager, geteilter Außenstrom mit einem Durchgang, ein innerer Durchgang (VDI, 2013)	XVI
A.6. Rohrbündelwärmeübertrager, geteilter Außenstrom mit einem Durchgang, zwei innere Durchgänge (VDI, 2013)	XVI
A.7. Rohrbündelwärmeübertrager, geteilter Außenstrom mit Längsumlenklech und jeweils zwei Durchgängen, zwei innere Durchgänge (VDI, 2013)	XVII
A.8. Rohrbündelwärmeübertrager, zwei äußere und vier innere Durchgänge (VDI, 2013)	XVII
A.9. Reiner Kreuzstrom (VDI, 2013)	XVIII
A.10. Kreuzstrom mit einer Rohrreihe, einseitig quervermischter Kreuzstrom (VDI, 2013)	XVIII
A.11. Beidseitig quervermischter Kreuzstrom (VDI, 2013)	XIX
A.12. Kreuzstrom mit zwei Rohrreihen und einem Durchgang (VDI, 2013) .	XIX
A.13. Kreuzgegenstrom mit zwei Rohrreihen und zwei Durchgängen, gegensinnig (VDI, 2013)	XX
A.14. Kreuzgegenstrom mit vier Rohrreihen und zwei Durchgängen, gegensinnig (VDI, 2013)	XX
A.15. Kreuzgegenstrom mit zwei Durchgängen, gegensinnig, Strom 2 unvermischt, Strom 1 nur zwischen den Durchgängen vermischt (VDI, 2013)	XXI
A.16. Plattenwärmeübertrager, ein Durchgang für Strom 1, zwei Durchgänge für Strom 2 (VDI, 2013)	XXI
A.17. Plattenwärmeübertrager, ein Durchgang für Strom 1, vier Durchgänge für Strom 2 (VDI, 2013)	XXII
A.18. Mollier-Diagramm für 1bar (VDI, 2013)	XXIII

Tabellenverzeichnis

4.1. Einflussparameter auf die kritische Wärmestromdichte	95
5.1. Dampfgehalt am Verdampferaustritt und Wasserumlaufzahlen für einen maximalen Dampfvolumenanteil am Austritt von 75 %	121
8.1. Stoffmengenanteile von Erdgas (H) in Vol-%	174
8.2. Kondensationstemperatur von Erdgas H in Abhängigkeit von λ und relativer Feuchtigkeit der Verbrennungsluft ϕ , keine Beimischung externer Beiluft	175
A.1. Anhaltswerte der Wärmedurchgangskoeffizienten von typischen Wärmeübertragerbauarten	XI
A.2. Wärmeübergangskoeffizient an Kupferheizflächen für verschiedene Stoffe	XII

Kapitel 1.

Einleitung

In der Vorlesung *Wärme- und Stoffübertragung I* wurden die Grundlagen der Übertragungsvorgänge Wärmeleitung, Konvektion, Wärmestrahlung sowie der Stoffübertragung behandelt, die für sehr einfache Geometrien und für klar definierte thermische und hydrodynamische Randbedingungen galten. Die Medien waren reine Stoffe, z.B. Festkörper, oder gasförmige oder flüssige Fluide. Die Vorgänge beim Phasenwechsel, also bei der Kondensation oder Verdampfung, wurden hier nur knapp angesprochen und werden in der Vorlesung *Wärme- und Stoffübertragung II* näher betrachtet. Nicht behandelt wurden die Grundlagen der Wärmeübertragung in Systemen und Apparaten, denen sich nun diese Vorlesung widmet. Hierzu werden zunächst die Grundtypen von Wärmeübertragern sowie die allgemeinen Berechnungsgrundlagen zur Auslegung dieser Apparate vorgestellt. Darauf aufbauend folgt die Behandlung der Vorgänge in Verdampfern und Dampferzeugern, bevor umfassend die Vorgänge in gleichzeitig wärme- und stoffübertragenden Apparaten vorgestellt werden, die primär auf der Betrachtung feuchter Luft basieren. Abgerundet wird der Inhalt von sowohl technisch als auch wirtschaftlich bedeutenden Aspekten, die bei der Auslegung, dem Betrieb oder der Analyse von Wärmeübertragern zu beachten sind. Die Vorlesung dient dazu, ein Grundverständnis über das vielfältige Gebiet der Wärmeübertrager zu entwickeln und die Vorgehensweise zur Auslegung dieser Apparate zu verstehen.

Kapitel 2.

Wärmeübertrager

Wärmeübertrager dienen dem Transfer thermischer Energie (Enthalpie) zwischen mehreren Fluiden, Festkörperoberflächen und Fluiden sowie Festkörperpartikeln und Fluiden unterschiedlichen Temperaturniveaus. Im Normalfall verläuft die Wärmeübertragung ohne Zufuhr von externer Energie (Wärme, Arbeit). Typische Anwendungsfelder für den Einsatz von Wärmeübertrager sind das Erwärmen/Abkühlen von Fluiden, wobei Verdampfungs- und Kondensationsprozesse von besonderer Bedeutung sind. Wärmeübertrager mit Trennung der Fluidströme können in Rekuperatoren und Regeneratoren unterteilt werden. Rekuperatoren zeichnen sich durch direkte Wärmeübertragung mittels einer Übertragungsfläche (Wand) aus, hierbei findet keine Vermischung der Fluidströme statt. Dagegen basieren Regeneratoren auf der temporären Speicherung von thermischer Energie im Übertragermaterial. Aufgrund der Bauweise kommt es hierbei zwangsläufig zur geringfügigen Mischung der Fluide. Ein Wärmeübertrager kann darüber hinaus Wärmequellen (z.B. Dampferzeugerfeuerung) oder mechanische Bauteile (z.B. Rührkessel) beinhalten.

2.1. Klassifizierung von Wärmeübertragern

Wärmeübertrager sind in vielfältigen Bauformen und für diverse Anwendungsbereiche verfügbar. Eine einzige Klassifizierung ist aufgrund dieser Diversität schwierig, sodass eine Einteilung entlang von Oberkategorien erfolgen soll. Detaillierte Beschreibungen würden den Rahmen an dieser Stelle sprengen, können jedoch mit einer Vielzahl von Beispielanwendungen in Shah (1981) oder Shah (1988) nachgele-

sen werden. Allgemein lassen sich Wärmeübertrager in Ihrer Funktion unterscheiden, die insbesondere den Zweck der Anwendung wiedergeben, d.h. wofür Sie eingesetzt werden sollen:

- Erhitzer
- Kühler
- Verdampfer
- Kondensatoren
- Rückkühler

Wärmeübertrager dienen der Übertragung von Wärmeenergie zwischen zwei oder mehr Medien, vornehmlich zwischen Fluiden, jedoch ist auch die Wärmeübertragung von einem Festkörper auf ein Fluid (Festwärmespeicher auf Wärmeträger) denkbar. Der Übertragungsmechanismus ist individuell für jeden Fluidstrom und ist ein wichtiges Kriterium zur Bauform:

- Einphasige Konvektion
- Zweiphasige Konvektion
- Strahlung und Konvektion
- Chemische Reaktionen

Abhängig von dem Einsatzzweck und den zur Verfügung stehenden Wärmequellen und -senken können Wärmeübertrager in indirekte und direkte Wärmeübertrager unterteilt werden, entsprechend, ob die Fluide den Wärmeübertrager getrennt voneinander durchströmen oder vermischt werden:

- Indirekt
 - Direkte Übertragung (ein-/mehrphasig)
 - Speicher
 - Fließ- und Wirbelbett
- Direkt
 - Nicht-mischbare Fluide
 - Gas - Flüssigkeit

- Dampf - Flüssigkeit

Schließlich stellt sich die Frage, wie ein Wärmeübertrager konstruiert werden soll. Hier haben sich im Laufe der Jahrzehnte zahlreiche Varianten etabliert, die ihre individuellen Vorteile bei den unterschiedlichen Anwendungsfällen besitzen:

Rekuperativ

- Rohre
 - Rippenrohre
 - Mantelrohr
 - Rohrbündel
 - Spiralrohr
 - Rohrschlange
- Platten
 - Berippte Platten
 - Plane Platten
 - Spiral
 - Leiterplatte

Regenerativ

- Rotierende Speichermasse (kontinuierlich)
- Unbewegte Speichermasse (diskontinuierlich)
- Bewegte Speichermasse (kontinuierlich)

Wie in späteren Kapiteln noch detailliert dargestellt wird, hat die Art der Stromführung, d.h. wie die Fluide zueinander strömen, einen erheblichen Einfluss auf die Effizienz des Wärmeübertragers, jedoch auch individuelle Vorteile bei den unterschiedlichen Anwendungsfällen. Der Strömungsfluss kann einfach ausgeführt oder aber aufgeteilt werden:

- Einfachdurchgang
 - Gegenstrom

- Gleichstrom
- Kreuzstrom
- Geteilter Strom
- Mehrfachdurchgang
 - Kreuz-Gegenstrom
 - Kreuz-Gleichstrom
 - Geteilter Strom

Das letzte Kriterium zur Klassifizierung soll in dieser Übersicht die Größe darstellen, die sich in der Regel in den Kosten niederschlägt (zur Verfügung stehender Bauraum, Gewicht, Fundamente, Fluidvolumen, etc.). Eine Unterteilung findet daher in kompakte und nicht-kompakte Wärmeübertrager statt. Die Definition dieser Klassifizierung bezieht sich auf das Verhältnis aus Übertragungsfläche zum Innenvolumen:

- Kompakt
 - Gas - flüssig ($\geq 700m^2/m^3$)
 - Flüssig - flüssig/ Phasenwechsel ($\geq 400m^2/m^3$)
- Nicht-Kompakt
 - Gas - flüssig ($\leq 700m^2/m^3$)
 - Flüssig - flüssig/ Phasenwechsel ($\leq 400m^2/m^3$)

2.2. Indirekte Wärmeübertrager

In indirekten Wärmeübertragern sind die wärmeübertragenden Medien durch Wände voneinander getrennt. Die Wärme wird durch Konvektion und/oder Strahlung übertragen.

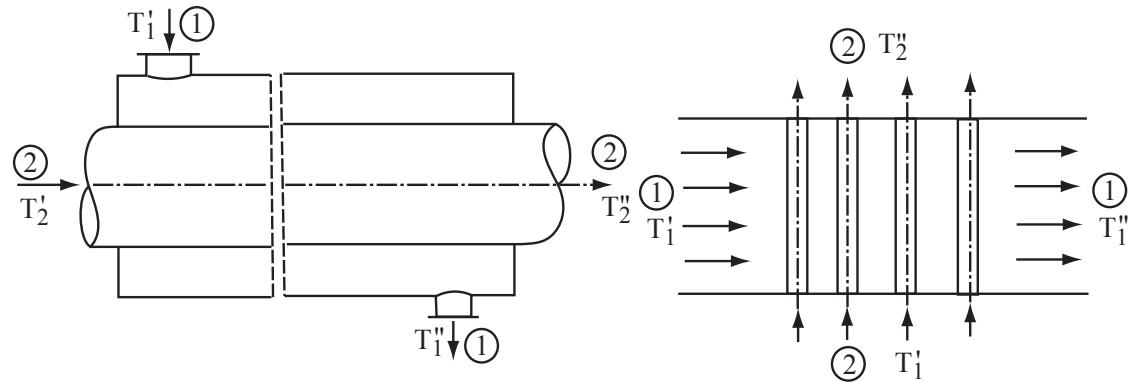


Abbildung 2.1.: Doppelrohr
Wärmeübertrager
im
Gleichstrom

Abbildung 2.2.: Rohrbündel im
Kreuzstrom

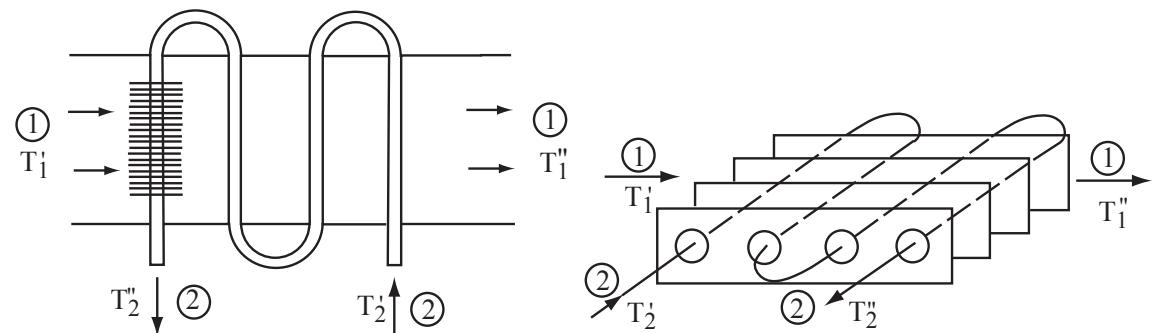


Abbildung 2.3.: Rohrschlangen mit
oder ohne Rippen
oder Lamellen im
Kreuzstrom

Abbildung 2.4.: Kompakt-
Wärmeübertrager im
Kreuz-Gleichstrom

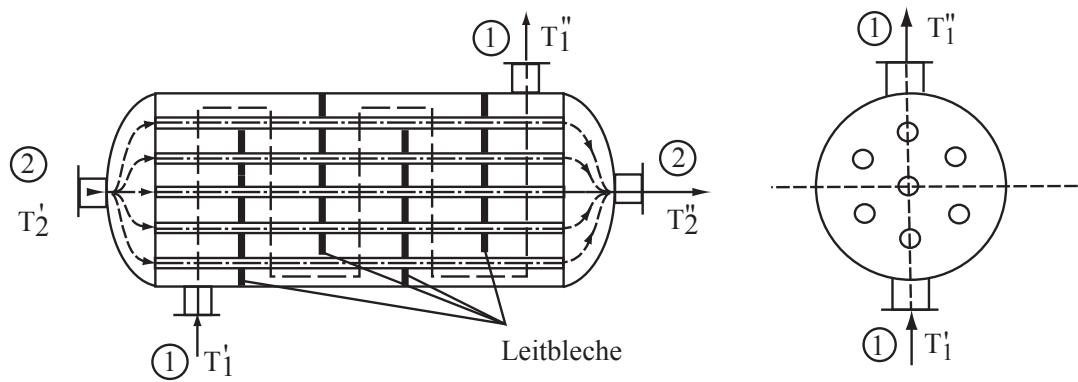


Abbildung 2.5.: Rohrbündelwärmeübertrager

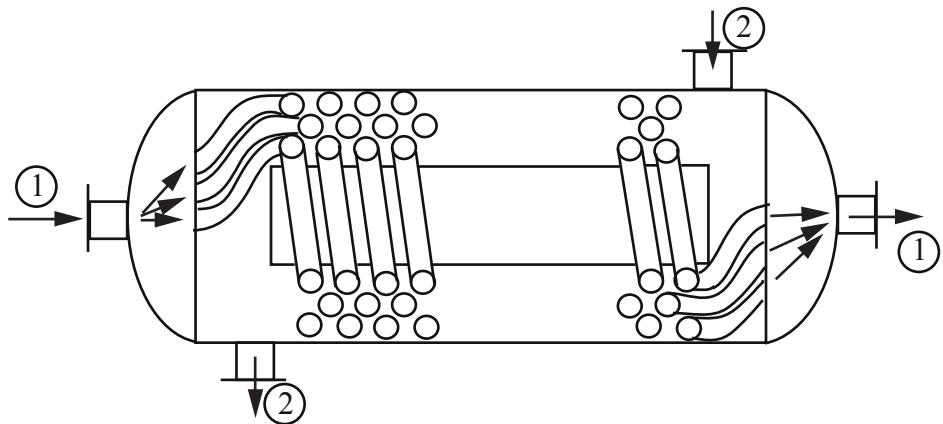


Abbildung 2.6.: Wickelwärmeübertrager

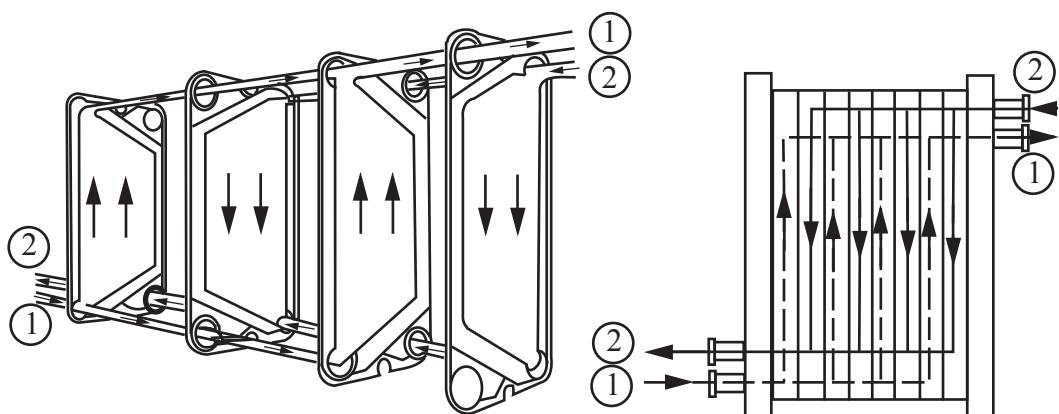


Abbildung 2.7.: Plattenwärmeübertrager

Mit Phasenwechsel

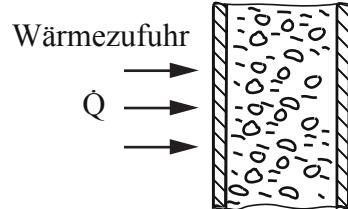


Abbildung 2.8.: Verdampferrohr

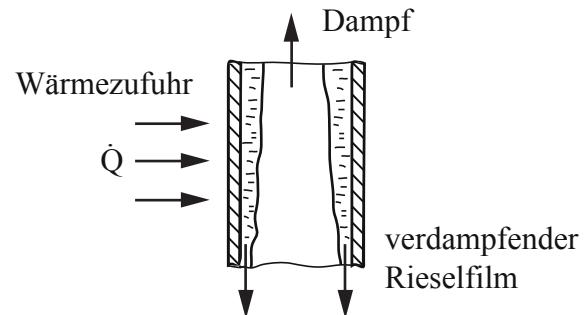


Abbildung 2.9.: Dünnschichtverdampfer

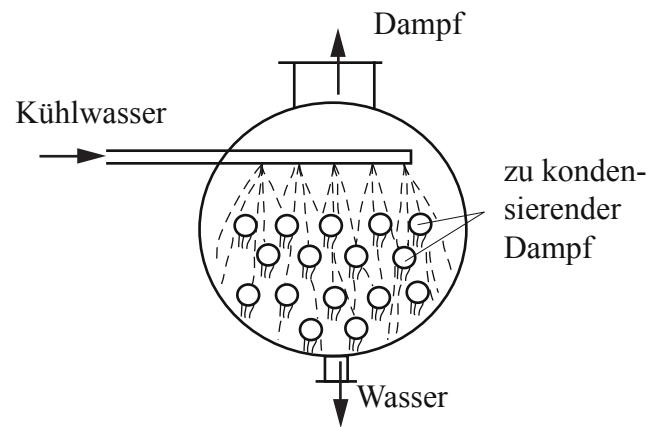
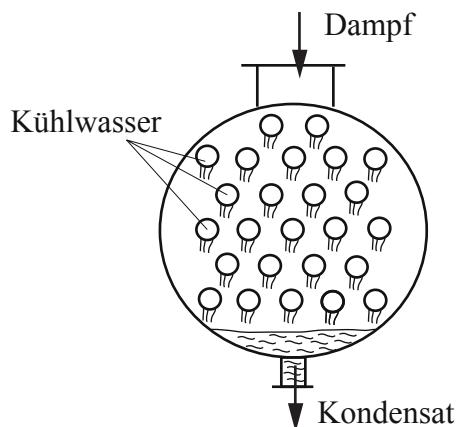


Abbildung 2.10.: Kondensatoren

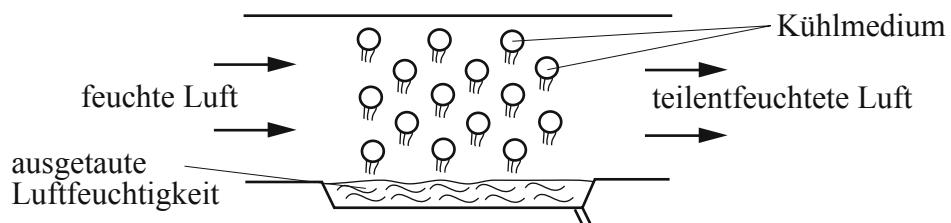


Abbildung 2.11.: Gasgemischkühler: Auskondensation einer Komponente (Bsp.: Feuchtluftkühler)

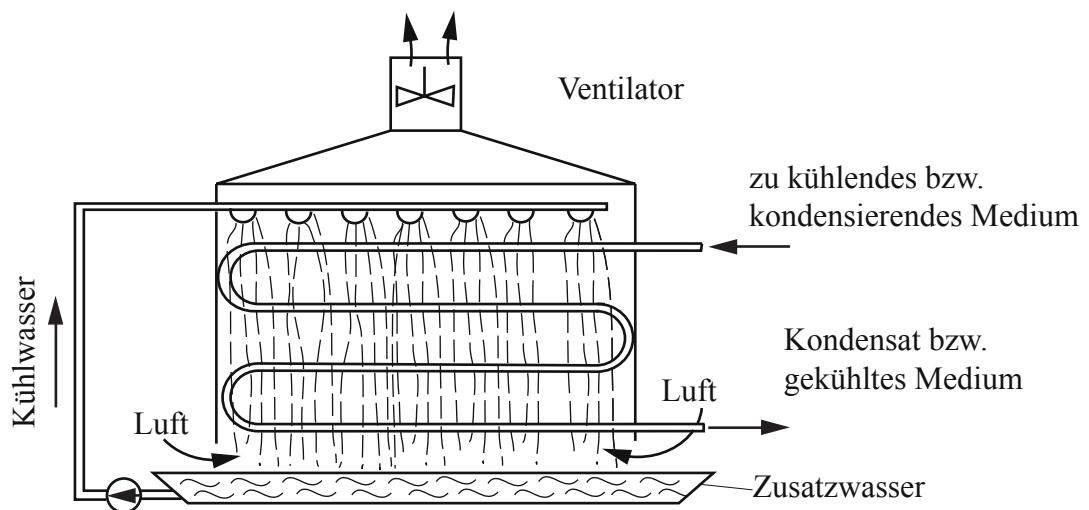


Abbildung 2.12.: Verdunstungskuehler bzw. Verdunstungskondensator

2.3. Regeneratoren

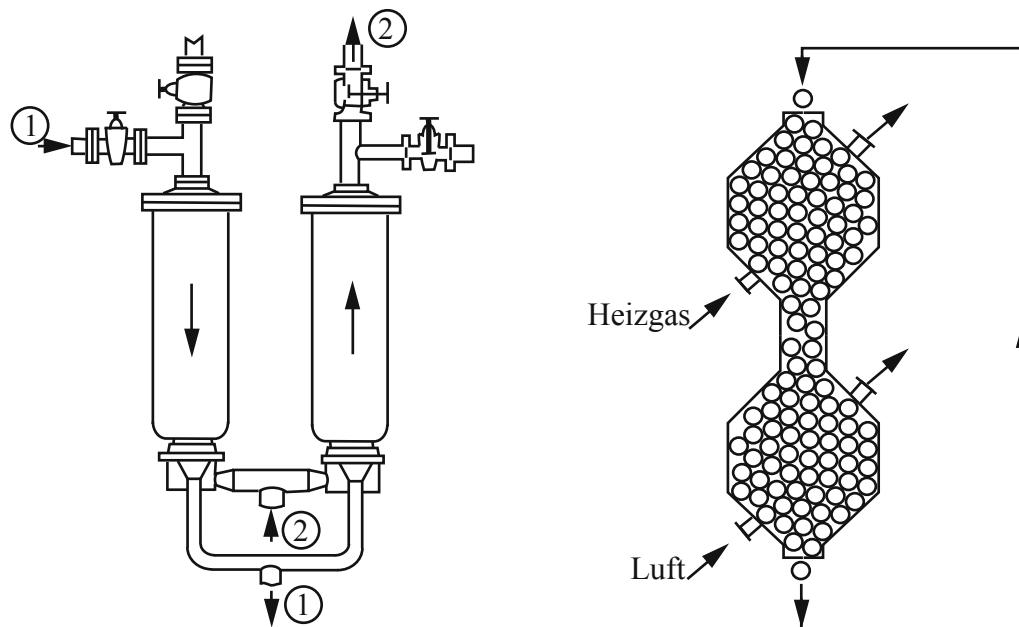


Abbildung 2.13.: Diskontinuierlich betriebene Regenerator mit keramischer oder metallischer Speichermasse: Cowper, Fränlregenerator

Abbildung 2.14.: Kontinuierlich betriebene Regenerator mit bewegter Speichermasse: Pebble-Heater (pebble = Kieselstein)

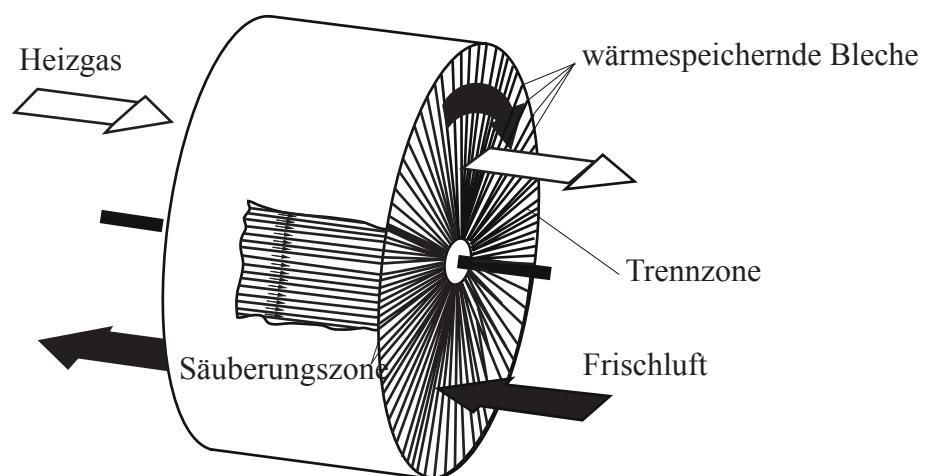


Abbildung 2.15.: Ljungström-Regenerator

2.4. Direkte Wärmeübertrager

Wärme- und Stoffübertragungsphänomene treten gemeinsam auf.

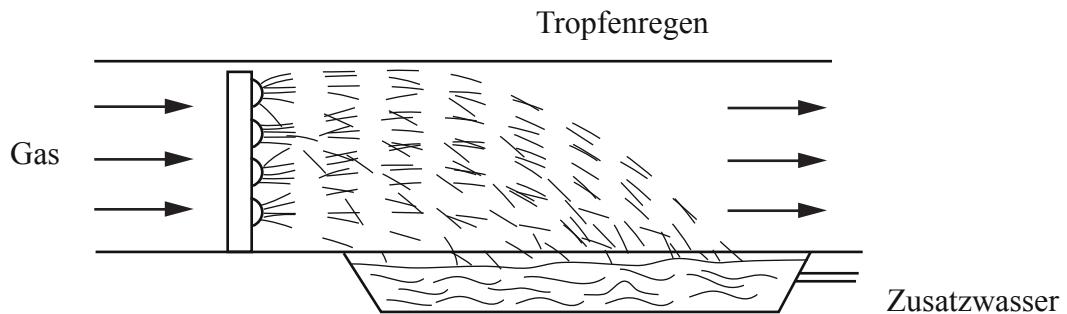


Abbildung 2.16.: Sprühdüsenapparat/Gaswäscher

Je nach Temperatur der Sprühflüssigkeit ist der Einsatz als Kühl-, Heiz- oder adiabater Wäscher möglich.

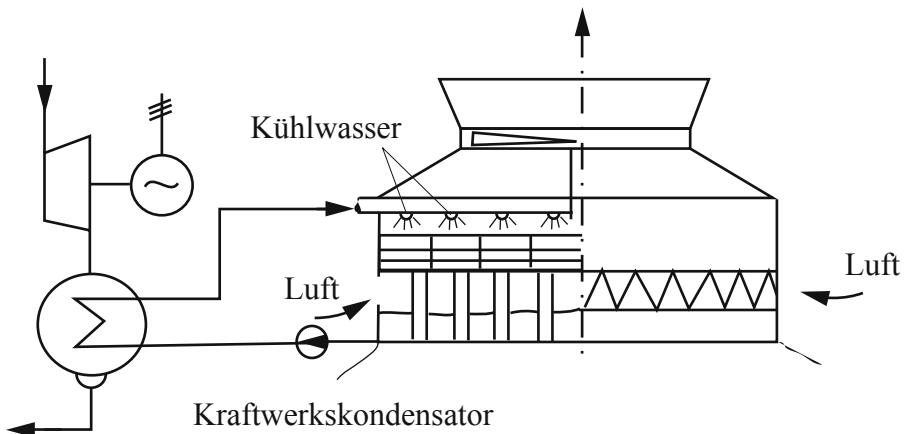


Abbildung 2.17.: Verdunstungskühliturm (Ventilatorbetrieb oder Naturzug; Gegenstrom oder Kreuzstrom)

2.5. Stromführungsarten und Bezeichnungen

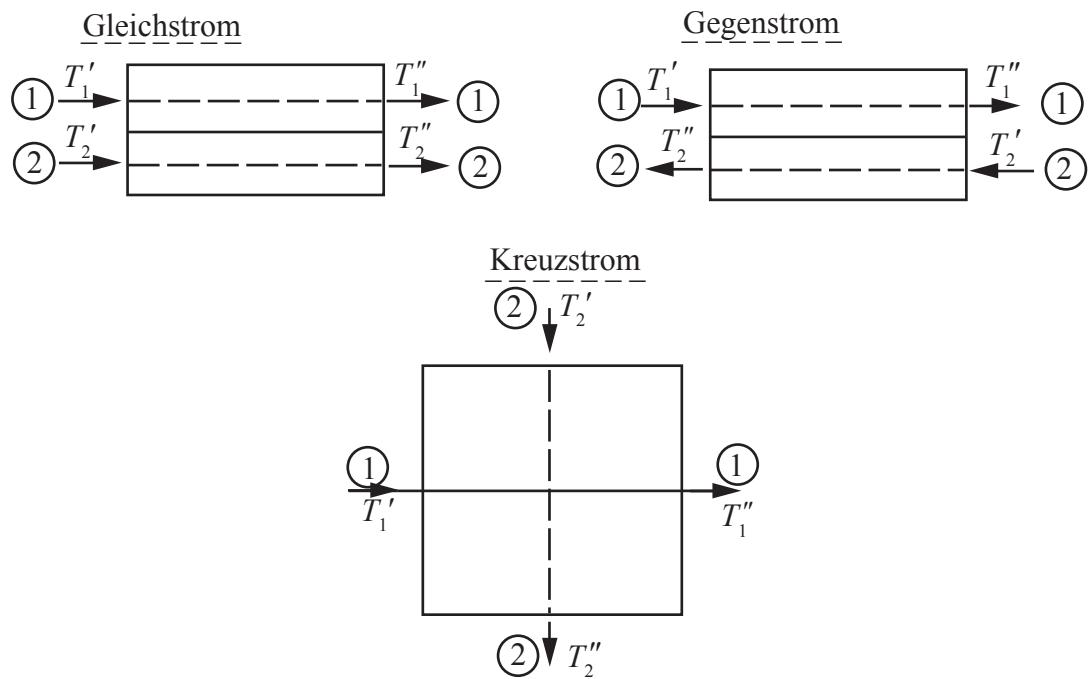


Abbildung 2.18.: Schemata der Stromführungen

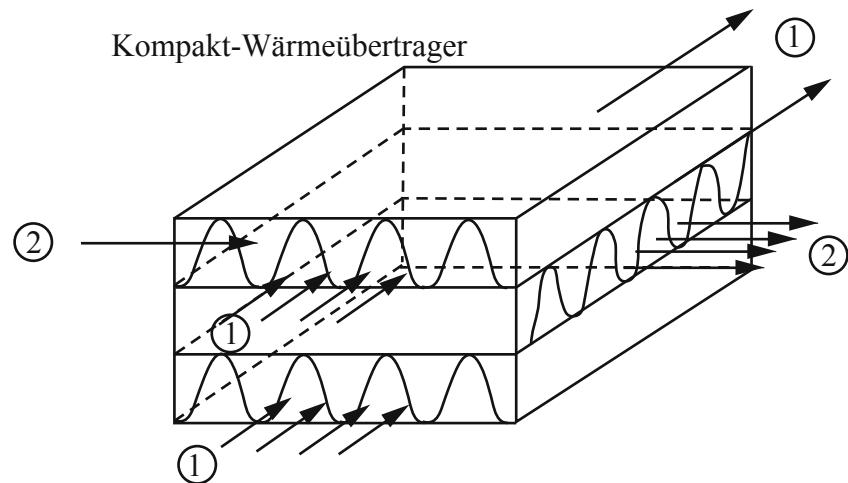


Abbildung 2.19.: Reiner Kreuzstrom: Keine oder nur geringe Durchmischung der Fluide (ungerührt) in den Strömungskanälen

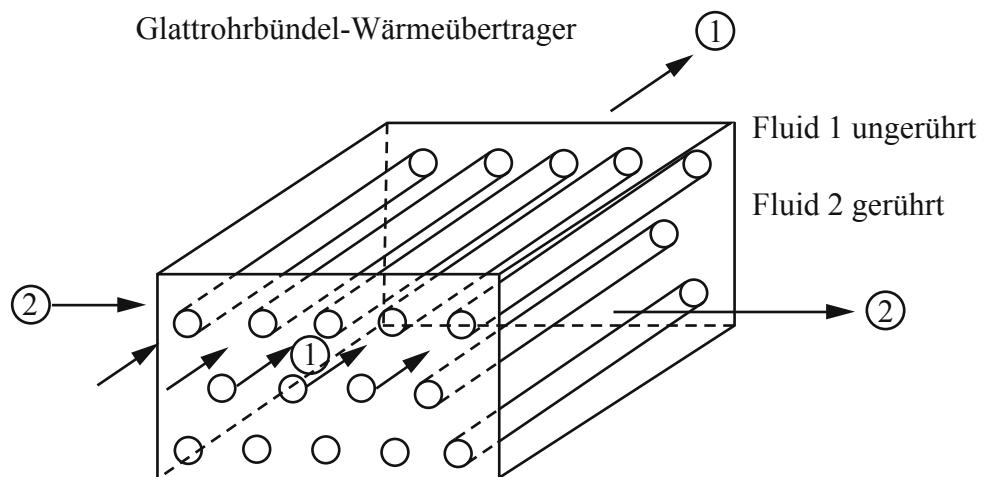


Abbildung 2.20.: Einseitig gerührter Kreuzstrom

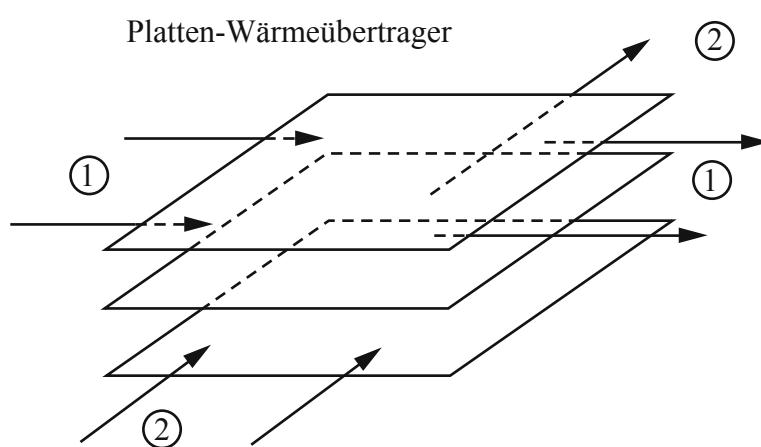


Abbildung 2.21.: Beidseitig gerührter Kreuzstrom

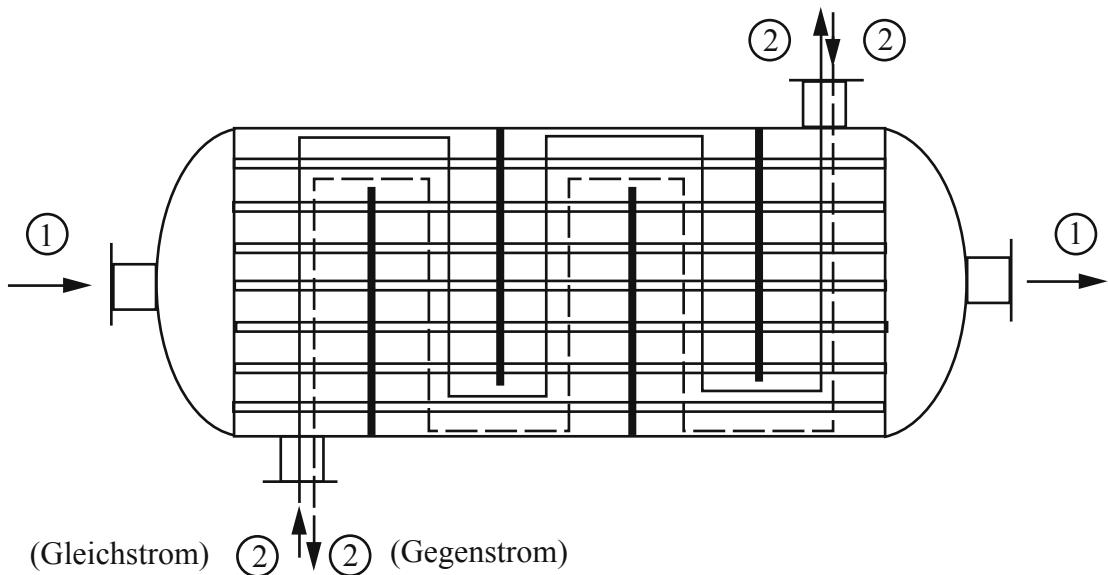


Abbildung 2.22.: Kreuzgleichstrom/Kreuzgegenstrom

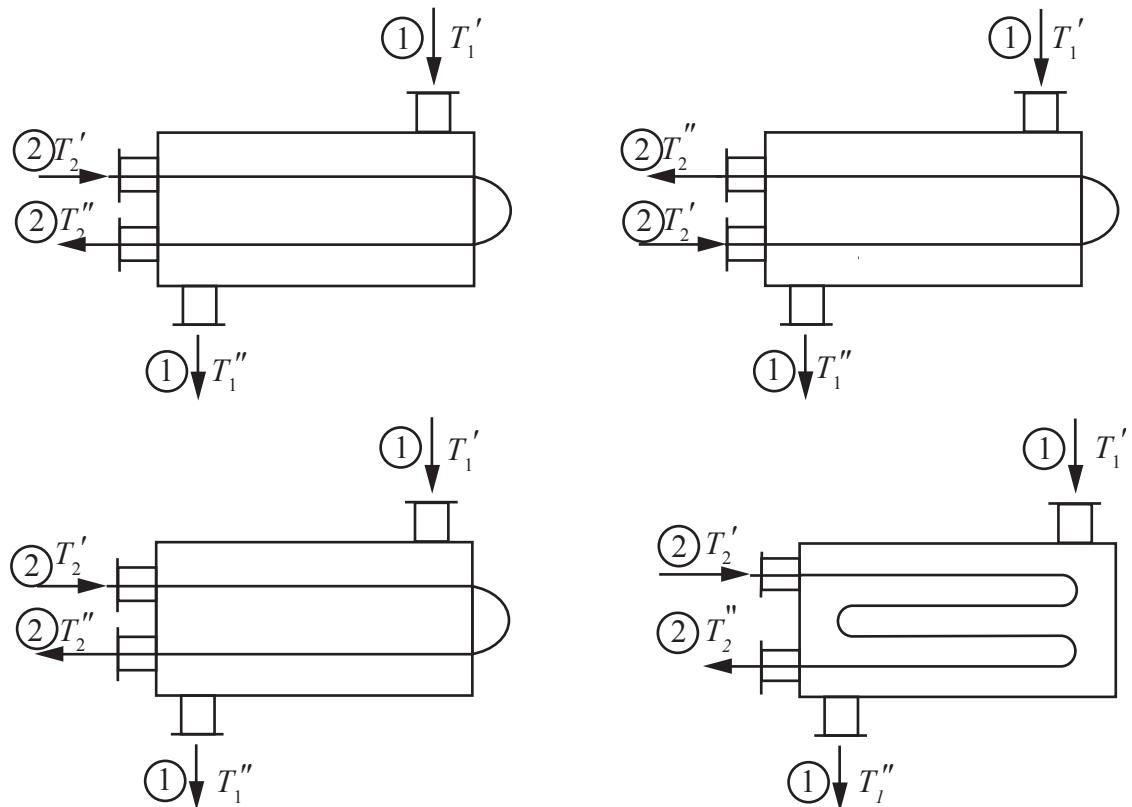


Abbildung 2.23.: Mehrgängige Stromführung (o. l.: Gleichsinnwende, o. r.: Gegen-sinnwende, u.: Haarnadelwärmeübertrager 2- und 4-gängig)

2.6. Gekoppelte Wärmeübertrager

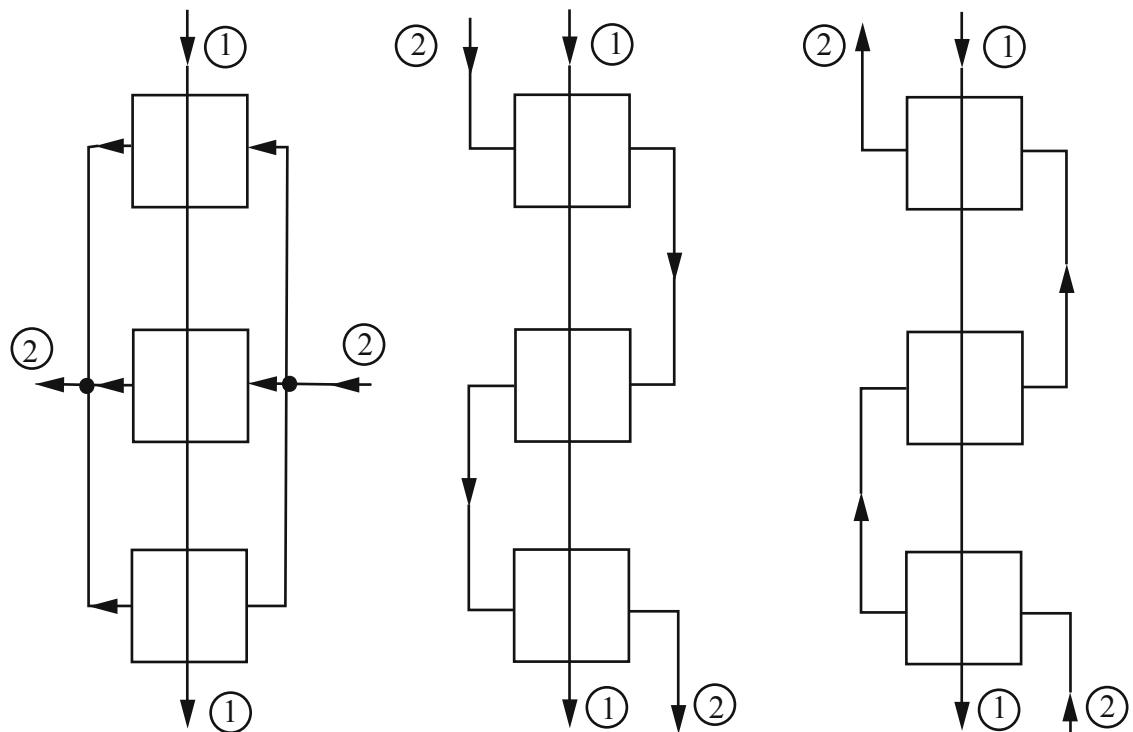


Abbildung 2.24.: Gekoppelte Wärmeübertrager: Parallelschaltung (l.), Reihenschaltung im Gleichtsinn (m.), Reihenschaltung im Gegensinn (r.)

Die Abbildungen sind dabei auf folgende Literatur zurückzuführen: Verein Deutscher Ingenieure (1983) Petermann u. a. (1993) Seider u. a. (2004) Shah (1999) Stephan (1988) Stein (2004) Wagner (2004)

Kapitel 3.

Wärmeübertrager ohne Phasenwechsel

Wärmeübertrager ohne Phasenwechsel dienen dazu, Wärme von einem Medium auf ein anderes zu übertragen, ohne dass es zur Phasenumwandlung (Verdampfung oder Kondensation) der Medien kommt. Als Medien kommen sowohl flüssige als auch gasförmige Fluide in Frage, wobei sich der Aufbau der Wärmeübertrager aufgrund der Strömungs- und allgemeinen Wärmeübertragungseigenschaften unterscheidet. Dieses Kapitel dient nun dazu, ein Grundverständnis über die Arbeitsweise von Wärmeübertragern zu erlangen und die rechnerischen Grundlagen zu verstehen.

3.1. Wärmotechnische Grundlagen zur Berechnung von Wärmeübertragern

Die Aufgabe eines Wärmeübertragers besteht im Wesentlichen darin, die Wärmeenergie eines Fluidstromes im Sinne der thermodynamischen Grundgesetze von einem hohen Temperaturniveau auf einen Fluidstrom eines niedrigen Temperaturniveaus zu transferieren, womit häufig auch die Änderung der Fluidtemperaturen verbunden ist. Als Ausgangspunkt dienen die Temperaturen und Massen- bzw. Volumenströme der Stoffströme sowie die Stoffeigenschaften der jeweiligen Fluide und des Materials des Wärmeübertragers. Ein weiterer wesentlicher Aspekt ist die Stromführung der Wärmeübertrager, die angibt, wie die Fluide zueinander strömen (vgl. 2.5). Die Zielgröße eines neu-auszulegenden Wärmeübertragers mit definierten thermischen

Randbedingungen bildet in der Regel die Übertragungsfläche, durch die die Stoffströme voneinander getrennt sind. Im Folgenden werden nur Wärmeübertrager mit zwei getrennten Fluidströmen betrachtet.

3.1.1. Energiebilanzen am Wärmeübertrager

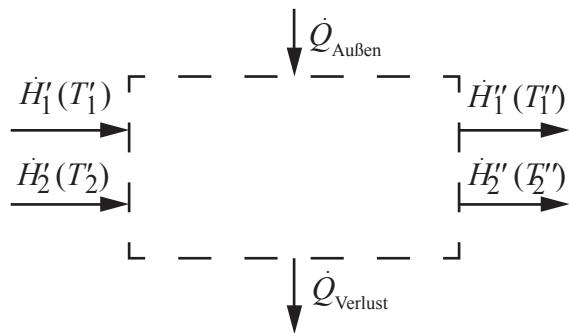


Abbildung 3.1.: Bilanzsystem um einen Wärmeübertrager

Aus dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik ergibt sich für das Gesamtsystem eines einfachen Wärmeübertragers

$$\dot{Q} + P_t = \dot{H}'' - \dot{H}' + \dot{E}_a - \dot{E}_a \quad (3.1)$$

oder unter Vernachlässigung von externen Wärmeströmen (z.B. Wärmeverluste an die Umgebung) sowie den kinetischen und potenziellen Energien

$$\dot{H}' - \dot{H}'' = 0 \quad (3.2)$$

Damit ergibt sich folgende Gleichung:

$$\dot{m}_1 (h'_1 - h''_1) = \dot{m}_2 (h''_2 - h'_2) \quad (3.3)$$

wobei sich die Indizes auf den jeweiligen Fluidstrom beziehen. Für Wärmeübergangsprozesse ohne Phasenwechsel und ohne chemische Reaktionen gilt $dh = c_p dT$ und unter der Voraussetzung, dass die Temperatur- und Druckabhängigkeit der spezifischen Wärmekapazität vernachlässigt werden kann,

$$\dot{m}_1 c_{p,1} (T'_1 - T''_1) = \dot{m}_2 c_{p,2} (T''_2 - T'_2) \quad (3.4)$$

Für die Fluidtemperaturen sind dabei energetisch gemittelte Werte einzusetzen. Das Produkt $\dot{m} c_p$ wird in der Literatur oft als **Wärmekapazitätsstrom** oder Wasserwert \dot{W} (W/K) bezeichnet.

Die Energiebilanz für Fluid 2 führt so auf die an Fluid 1 übertragene Wärmemenge, die im stationären, adiabaten Prozess der gesamten Wärmeleistung entspricht:

$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_2 c_{p,2} (T''_2 - T'_2) = \dot{Q}_1 = \dot{Q} \quad (3.5)$$

3.1.2. Wärmeübertragung

In Wärmeübertragern indirekter Bauart wird die Wärme zwischen den Fluidströmen durch eine Wand übertragen, sodass sich die real von Fluid 1 auf Fluid 2 übertragbare Wärmeleistung \dot{Q} aus der Integration der örtlichen Wärmestromdicht $d\dot{Q}$ durch die Wandung(en) über der Übertragerfläche ergibt:

$$\dot{Q} = \int_A d\dot{Q} \quad (3.6)$$

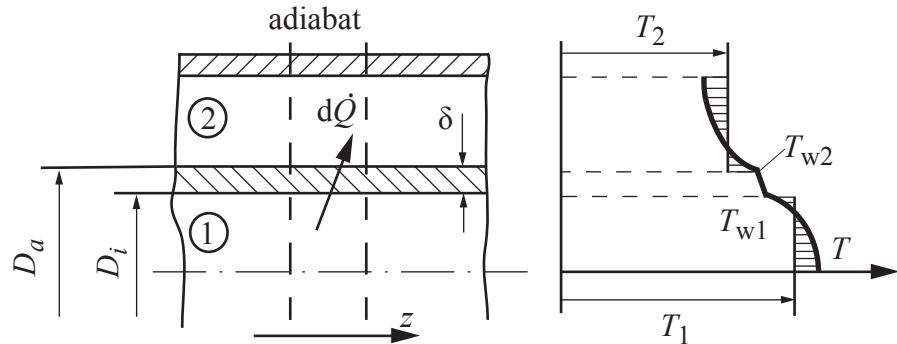


Abbildung 3.2.: Temperaturverlauf über die Rohrwand

Für ein ebenes System ergibt sich der örtliche Wärmeübergang zu

$$d\dot{Q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} (T_1 - T_2) dA \quad (3.7)$$

$$= k (T_1 - T_2) dA \quad (3.8)$$

für ein (dickwandiges) Rohr (vlg. Abb. 3.2) entsprechend zu

$$d\dot{Q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} \frac{D_a}{D_i} + \frac{D_a}{2\lambda} \ln\left(\frac{D_a}{D_i}\right) + \frac{1}{\alpha_a}} (T_1 - T_2) dA_a \quad (3.9)$$

$$= k (T_1 - T_2) dA_a \quad (3.10)$$

In der Vorlesung *Wärme- und Stoffübertragung I* wurden diese Beziehungen abgeleitet. Dort wurde auch gezeigt, wie der Wärmeübergangskoeffizienten α aus Kennzahlfunktionen, zum Beispiel von der Form

$$\text{Nu} = C \text{Re}^m \text{Pr}^n \quad (3.11)$$

bestimmt werden kann. Der Wärmeübergangskoeffizient ist somit eine Funktion der Stoffeigenschaften, Strömungsbedingungen sowie der Geometrie des Strömungskanals und kann in der Realität bei sich ändernden Temperaturen bzw. Volumenströmen zeitlich und örtlich variieren. Zur Vereinfachung werden in der Regel jedoch gemittelte Wärmeübergangskoeffizienten über den gesamten Wärmeübertrager verwendet. Eine Zusammenstellung von Anhaltswerten für die Wärmedurchgangskoeffizienten einiger typischer Wärmeübertragerkonstruktionen ist im Anhang (A.2) gegeben.

Zur Bestimmung des übertragenen Wärmestroms wird zunächst die Bilanz an einem Kontrollvolumen des Fluids 1 gebildet

$$d\dot{Q}_1 = d\dot{H}_1 \quad (3.12)$$

bzw.

$$\dot{q}_1'' \pi D_i dz = \dot{m}_1 c_{p,1} dT_1 \quad (3.13)$$

Für ein Kontrollvolumen des Fluids 2 gilt

$$d\dot{Q}_2 = d\dot{H}_2 \quad (3.14)$$

oder

$$\dot{q}_2'' \pi D_i dz = \dot{m}_2 c_{p,2} dT_2 \quad (3.15)$$

Im stationären Zustand ist

$$d\dot{Q}_1 = -d\dot{Q}_2 = -d\dot{Q} \quad (3.16)$$

$$d\dot{Q} = \dot{m}_2 c_{p,2} dT_2 \quad (3.17)$$

$$= -\dot{m}_1 c_{p,1} dT_1 \quad (3.18)$$

$$= k (T_1 - T_2) \pi D_a dz \quad (3.19)$$

und damit

$$\frac{dT_1}{dz} = -\frac{k \pi D_a}{\dot{m}_1 c_{p,1}} (T_1 - T_2) \quad (3.20)$$

und

$$\frac{dT_2}{dz} = +\frac{k \pi D_a}{\dot{m}_2 c_{p,2}} (T_1 - T_2) \quad (3.21)$$

Die Subtraktion dieser beiden Beziehungen, Gleichungen 3.20 und 3.21, führt auf

$$\frac{d(T_1 - T_2)}{dz} = -k \pi D_a \left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_{p,1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \right) (T_1 - T_2) \quad (3.22)$$

Wird angenommen, dass der Wärmedurchgangskoeffizient bekannt und unabhängig von der Temperatur ist, kann zum Beispiel für einen Gleichstrom-Wärmeübertrager über die Wärmeübertragerlänge L integriert werden.

$$\ln \frac{T''_1 - T''_2}{T'_1 - T'_2} = -k \pi D_a L \left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_{p,1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \right) \quad (3.23)$$

Hinweis Beachten Sie die Temperaturabhängigkeit insbesondere der Wärmekapazität in der Realität.

Diese Beziehung lässt sich durch Einführung der Gesamtbilanz für die beiden Fluide

$$\dot{Q} = -\dot{m}_1 c_{p,1} (T''_1 - T'_1) = \dot{m}_2 c_{p,2} (T''_2 - T'_2) \quad (3.24)$$

umformen in

$$\ln \frac{T''_1 - T''_2}{T'_1 - T'_2} = -k \pi D_a L \left(\frac{-(T''_1 - T'_1)}{\dot{Q}} + \frac{T''_2 - T'_2}{\dot{Q}} \right) \quad (3.25)$$

und daraus folgt

$$\dot{Q} = k A_a \left(\frac{(T''_1 - T''_2) - (T'_1 - T'_2)}{\ln \frac{T''_1 - T''_2}{T'_1 - T'_2}} \right) \quad (3.26)$$

Wird diese Gleichung mit dem für eine konstante Temperaturdifferenz zwischen den Fluiden gültigen Ansatz

$$\dot{Q} = k A_a \Delta T \quad \text{mit } \Delta T = T_1 - T_2 \quad (3.27)$$

verglichen, so kann allgemein geschrieben werden

$$\dot{Q} = k A_a \Delta T_m \quad (3.28)$$

Dabei ist die mittlere treibende Temperaturdifferenz ΔT_m im Sonderfall nahezu konstanter Fluidtemperaturen

$$\Delta T_m = T_1 - T_2 \quad (\text{für } T_1 \text{ und } T_2 = \text{const.}) \quad (3.29)$$

bzw. wie oben abgeleitet im Fall eines Gleichstromwärmeübertragers

$$\Delta T_m = \Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_{\text{Ende}} - \Delta T_{\text{Anfang}}}{\ln \frac{\Delta T_{\text{Ende}}}{\Delta T_{\text{Anfang}}}} \quad (3.30)$$

Dieselbe Beziehung kann unter den eingangs gemachten Voraussetzungen auch für einen Gegenstromwärmeübertrager abgeleitet werden, wenn beim Gegenstromwärmeübertrager für $\Delta T_{\text{Anfang}} = T'_1 - T''_2$ und für $\Delta T_{\text{Ende}} = T''_1 - T'_2$ gesetzt wird.

3.1.3. Maximal übertragbare Wärmemenge

Die primäre Aufgabe von Wärmeübertragern ist die Übertragung einer bestimmten Wärmeleistung auf begrenztem Bauraum. Um die Wirkweise von Wärmeübertragern im weiteren Verlauf dieses Kapitels zu verstehen, kann zunächst unabhängig von der Bauteilgröße in allgemeiner Form die maximal übertragbare Wärmemenge ermittelt werden, die von den Temperaturverläufen der Fluidströme und damit von der Stromführung abhängt:

Gleichstromführung

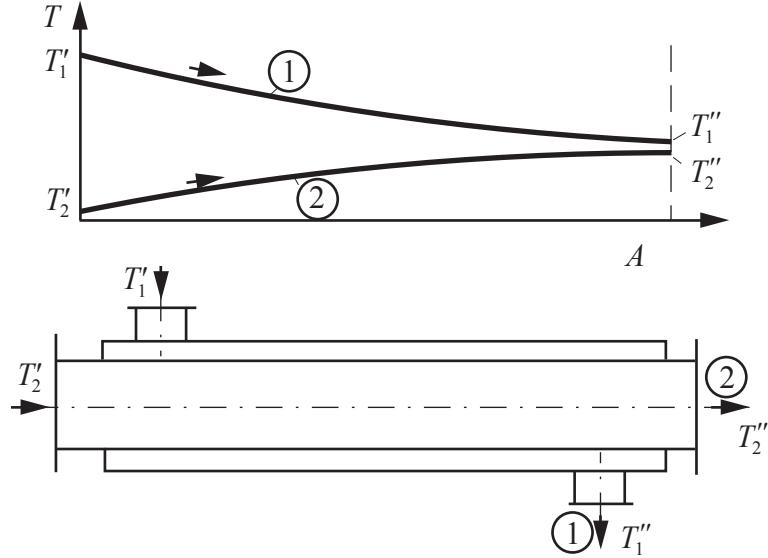


Abbildung 3.3.: Temperaturverlauf im Gleichstromwärmeübertrager

Für die Temperaturdifferenz am Austritt eines Gleichstrom-Wärmeübertragers gilt

$$\Delta T_{\min} = T_1'' - T_2'' \geq 0 \quad (3.31)$$

Aus der Energiebilanz folgt dann

$$\dot{m}_1 c_{p,1} (T_1' - T_2'') \geq \dot{m}_2 c_{p,2} (T_2'' - T_2') \quad (3.32)$$

oder

$$T_2'' \leq \frac{\dot{m}_1 c_{p,1} T_1' + \dot{m}_2 c_{p,2} T_2'}{\dot{m}_1 c_{p,1} + \dot{m}_2 c_{p,2}} \quad (3.33)$$

$$T_2'' \leq \frac{\frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}} T_1' + T_2'}{\frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}} + 1} = \frac{\frac{\dot{W}_1}{\dot{W}_2} T_1' + T_2'}{\frac{\dot{W}_1}{\dot{W}_2} + 1} \quad (3.34)$$

Speziell für $\dot{W}_1 = \dot{W}_2$

$$T_2'' \leq \frac{T_1' + T_2'}{2} \quad (3.35)$$

Gegenstromführung

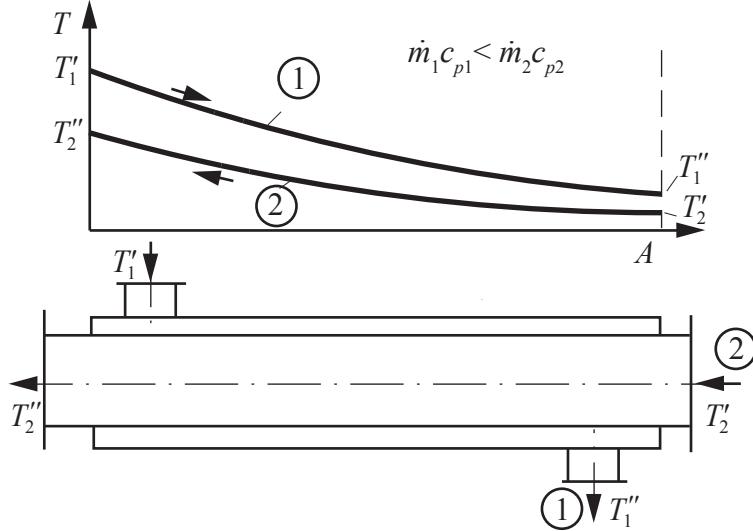


Abbildung 3.4.: Temperaturverlauf im Gegenstromwärmeübertrager ($\dot{m}_1 c_{p,1} < \dot{m}_2 c_{p,2}$)

Bei der Gegenstromführung hängt die entsprechende Grenzbedingung für die Fluidaustrittstemperatur vom Verhältnis der Wärmekapazitätsströme ab. Für den in Abbildung 3.4 skizzierten Fall, für den $\dot{m}_1 c_{p,1} < \dot{m}_2 c_{p,2}$ ist, gilt

$$\Delta T_{\min} = T''_1 - T'_2 \geq 0 \quad (\dot{m}_1 c_{p,1} < \dot{m}_2 c_{p,2}) \quad (3.36)$$

Ist wie in Abbildung 3.5 skizzierten Fall $\dot{m}_2 c_{p,2} < \dot{m}_1 c_{p,1}$ so folgt hierfür

$$\Delta T_{\min} = T'_1 - T''_2 \geq 0 \quad (\dot{m}_2 c_{p,2} < \dot{m}_1 c_{p,1}) \quad (3.37)$$

Ein Vergleich der maximal übertragbaren Wärmemengen für Gleich- und Gegenstromführung

$$\dot{Q}_{\text{GI}} \leq \dot{m}_1 c_{p,1} (T'_1 - T''_2) \quad (3.38)$$

$$\dot{Q}_{\text{Ge}} \leq \begin{cases} \dot{m}_1 c_{p,1} (T'_1 - T'_2), & \dot{m}_1 c_{p,1} \leq \dot{m}_2 c_{p,2} \\ \dot{m}_2 c_{p,2} (T'_1 - T'_2), & \dot{m}_2 c_{p,2} \leq \dot{m}_1 c_{p,1} \end{cases} \quad (3.39)$$

macht deutlich, dass ein Wärmeübertrager mit Gegenstromführung der Fluide mehr Wärme übertragen kann, als der mit Gleichstromführung.

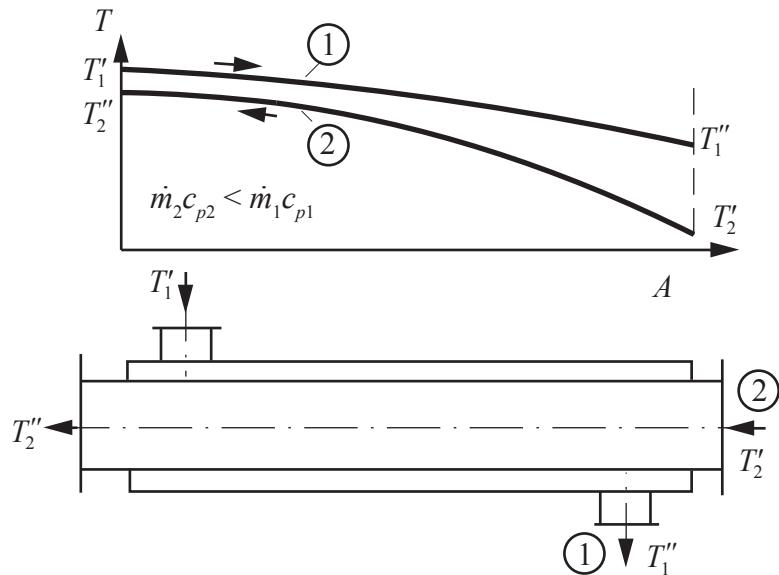


Abbildung 3.5.: Temperaturverlauf im Gegenstromwärmeübertrager ($\dot{m}_1 c_{p,1} > \dot{m}_2 c_{p,2}$)

3.1.4. Kenngrößen zur wärmetechnischen Beurteilung von Wärmeübertragern

Betriebscharakteristik Φ

Wird die in einem vorliegenden Apparat übertragene Wärmemenge auf die unter den gegebenen Eintrittsbedingungen der Fluide maximal übertragbare Wärmemenge bezogen, ergibt sich eine wärmetechnische Beurteilungsgröße, die *Betriebscharakteristik* oder auch *Übertragerwirkungs- oder Erwärmungs- oder Abkühlgrad*.

$$\Phi = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}} \quad (3.40)$$

Wie oben schon gezeigt, wird die maximale Wärmemenge von einem unendlich großen Gegenstromwärmeübertrager übertragen. Bei der Ermittlung der maximal übertragbaren Wärmemenge müssen zwei Fälle unterschieden werden. Ist der Wärmekapazitätsstrom des Fluids 2 größer als der des Fluids 1, wobei Fluid 1 den wär-

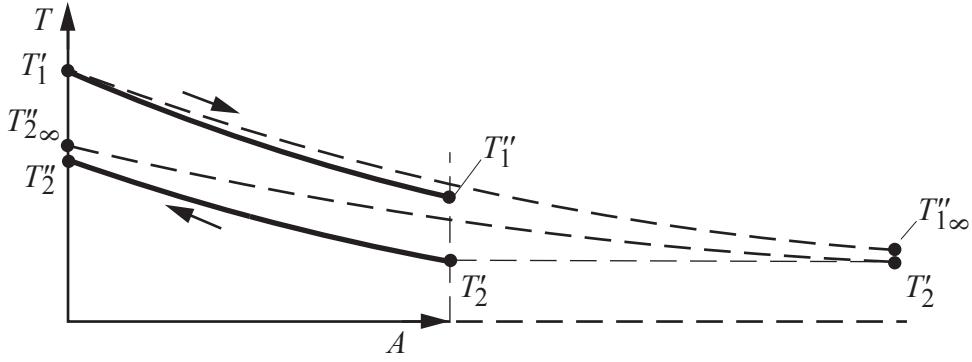


Abbildung 3.6.: Temperaturverlauf für den Gegenstromapparat mit $\dot{m}_1 c_{p,1} < \dot{m}_2 c_{p,2}$

meren Fluidstrom stellt, so wird Fluid 1 eine höhere Temperaturdifferenz aufweisen als Fluid 2. Für das Verhältnis der Steigungen gilt:

$$\frac{\frac{dT_1}{dz}}{\frac{dT_2}{dz}} = \frac{\dot{m}_2 c_{p,2}}{\dot{m}_1 c_{p,1}} = \text{const.} \quad (3.41)$$

Weiterhin muss die größte Temperaturdifferenz am Eintritt von T'_1 herrschen, da Fluid 1 stärker durch Fluid 2 abgekühlt wird, als sich Fluid 2 aufwärmst. Durch diese Überlegungen lassen sich die charakteristischen Temperaturverläufe der beiden Gegenstromvarianten erklären.

- **Fall 1:** Gegenstromapparat mit $\dot{m}_1 c_{p,1} < \dot{m}_2 c_{p,2}$

Mit $T''_1 \rightarrow T'_2$ wird

$$\dot{Q}_{\max} = \dot{m}_1 c_{p,1} (T'_1 - T'_2) \quad (3.42)$$

- **Fall 2:** Gegenstromapparat mit $\dot{m}_1 c_{p,1} > \dot{m}_2 c_{p,2}$

Mit $T''_2 \rightarrow T'_1$ wird

$$\dot{Q}_{\max} = \dot{m}_2 c_{p,2} (T'_1 - T'_2) \quad (3.43)$$

oder allgemein

$$\dot{Q}_{\max} = (\dot{m} c_p)_{\min} (T'_1 - T'_2) \quad (3.44)$$

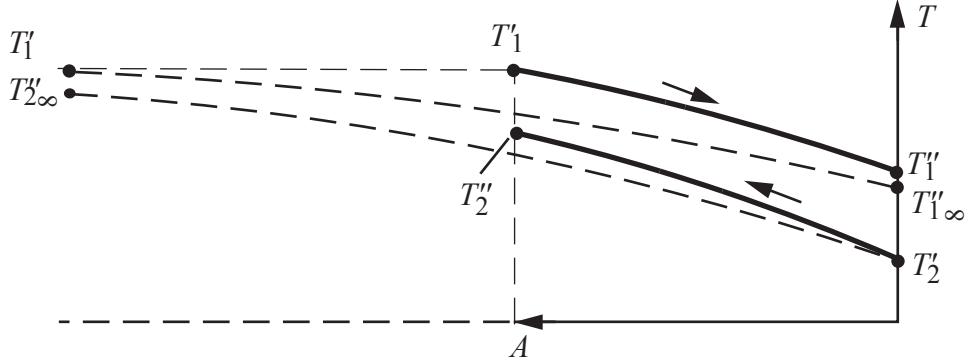


Abbildung 3.7.: Temperaturverlauf für den Gegenstromapparat mit $\dot{m}_1 c_{p,1} > \dot{m}_2 c_{p,2}$

Für die Betriebscharakteristik ergibt sich damit

$$\Phi = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{\max}} = \frac{\dot{m}_1 c_{p,1} (T'_1 - T''_1)}{(\dot{m} c_p)_{\min} (T'_1 - T'_2)} \quad (3.45)$$

$$= \frac{\dot{m}_2 c_{p,2} (T''_2 - T'_2)}{(\dot{m} c_p)_{\min} (T'_1 - T'_2)} \quad (3.46)$$

Wird nun vereinbart, dass **mit Fluid 1 das Fluid mit dem kleineren Wärmekapazitätsstrom bezeichnet** wird, das heißt, dass das Verhältnis der Wärmekapazitätsströme im Bereich

$$0 < \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \leq 1 \quad (3.47)$$

liegt, wird

$$\Phi = \frac{T'_1 - T''_1}{T'_1 - T'_2} \quad (3.48)$$

Diese Kenngröße ist von der Bauart, d.h. den Wärmeübertragungsverhältnissen, der Stromführung und den Wärmekapazitätsströmen abhängig. Die Einflussgrößen können in zwei Kenngrößen zusammengefasst werden.

Wärmeübertragungskenngröße κ

Ein Vergleich von

$$\dot{Q} = \Phi \dot{m}_1 c_{p,1} (T'_1 - T'_2) \quad (3.49)$$

mit

$$\dot{Q} = k A \Delta T_m \quad (3.50)$$

ergibt

$$\frac{\Delta T_m}{T'_1 - T'_2} = \frac{\Phi}{\frac{k A}{\dot{m}_1 c_{p,1}}} \quad (3.51)$$

Der Ausdruck im Nenner der rechten Seite wird als Wärmeübertragungskenngröße κ definiert.

$$\kappa = \frac{k A}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad (3.52)$$

Im angelsächsischen Schrifttum wird diese Größe mit NTU (Number of Transfer Units) bezeichnet.

Verhältnis der Wärmekapazitätsströme μ

Aufgrund des starken Einflusses der Wärmekapazitätsströme auf die Wärmeübertragung wird deren Verhältnis wie folgt definiert:

$$\mu = \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \quad 0 \leq \mu \leq 1 \quad (3.53)$$

3.1.5. Allgemeine Eigenschaften der Betriebscharakteristik

Kleine Wärmeübertragerflächen $\kappa \rightarrow 0$

Bei kleinen Wärmeübertragerflächen ändern sich die Fluidtemperaturen so wenig, dass gesetzt werden kann

$$\dot{Q} = k A \Delta T_m \approx k A \Delta T_{\text{Eintritt}} = k A (T'_1 - T'_2) \quad (3.54)$$

Der Vergleich mit

$$\dot{Q} = \Phi \cdot \dot{m}_1 c_{p,1} (T'_1 - T'_2) \quad (3.55)$$

ergibt

$$\Phi = \frac{k A}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \cdot \frac{(T'_1 - T'_2)}{(T'_1 - T'_2)} \quad (3.56)$$

oder

$$\Phi = \kappa \quad \text{für } \kappa \rightarrow 0 \text{ und alle Stromführungen} \quad (3.57)$$

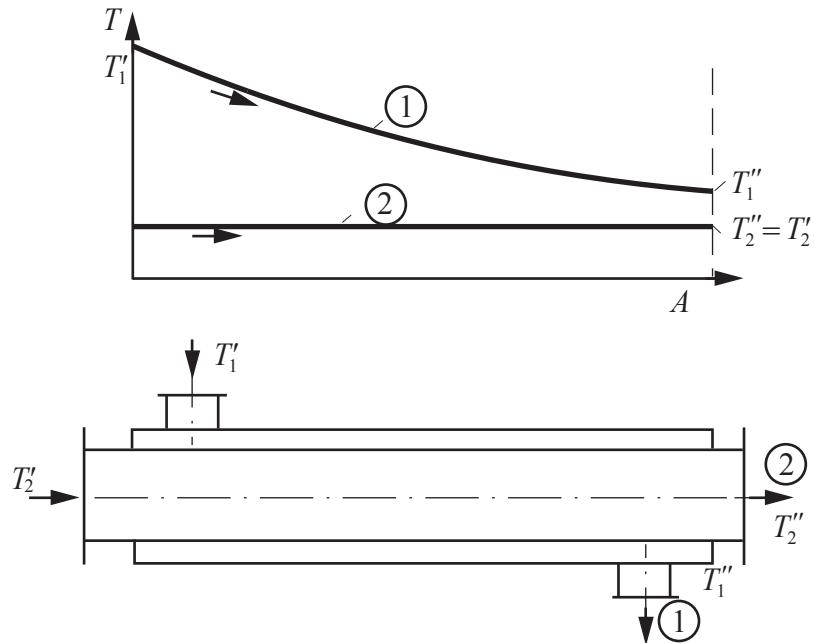


Abbildung 3.8.: Temperaturverlauf für den Gleichstrom mit $\dot{m}_1 c_{p,1} \ll \dot{m}_2 c_{p,2}$

Werden die Werte der Betriebscharakteristik Φ über der Wärmeübertragungskenngröße κ im sogenannten **Betriebscharakteristiken-Diagramm**, siehe Abbildung 3.9, aufgetragen, so folgt für kleine Apparate unabhängig von der Stromführung

$$\left(\frac{d\Phi}{d\kappa} \right)_{\kappa \rightarrow 0} = \frac{\Delta T_m}{T_1 - T_2} = 1 \quad (3.58)$$

Sehr große Differenz der Wärmekapazitätsströme $\mu \rightarrow 0$

Ist ein Wärmekapazitätsstrom wesentlich größer als der andere oder findet die Wärmeübertragung an ein Fluid isotherm (z.B. bei der Verdampfung oder Kondensation) statt, so strebt das Verhältnis der Wärmekapazitätsströme gegen 0.

$$\dot{m}_1 c_{p,1} \ll \dot{m}_2 c_{p,2} \Leftrightarrow \mu \rightarrow 0 \quad (3.59)$$

Mit

$$d\dot{Q} = -\dot{m}_1 c_{p,1} dT_1 \quad (3.60)$$

und

$$d\dot{Q} = k (T_1 - T_2) dA \quad (3.61)$$

ergibt sich

$$\frac{dT_1}{T_1 - T_2} = -\frac{k dA}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad (3.62)$$

Wenn der Wärmedurchgangskoeffizient konstant und

$$T'_2 \approx T''_2 \approx T_2 \quad (3.63)$$

ist, wird

$$\ln \frac{T''_1 - T_2}{T'_1 - T_2} = -\kappa \quad (3.64)$$

oder

$$\frac{T''_1 - T_2}{T'_1 - T_2} = e^{-\kappa} \quad (3.65)$$

Einführung der oben abgeleitete Beziehung für die Betriebscharakteristik $\Phi = \frac{T'_1 - T''_1}{T'_1 - T''_2}$ ergibt schließlich

$$\Phi = 1 - e^{-\kappa} \quad (3.66)$$

mit dem Grenzwert für sehr große Wärmeübertrager

$$\Phi = 1 \quad \text{für } \kappa \rightarrow \infty \quad (3.67)$$

für $\mu = 0$ und alle Stromführungen.

Einseitiger Wärmewiderstand $k \rightarrow \alpha_i$

In Fällen, bei denen außerdem der Wärmedurchgangskoeffizient nur von einem Übergangswiderstand bestimmt wird, wie es häufig bei Kondensator- und Verdampferrohren oder auch bei Gas/Flüssigkeits-Wärmeübertragern der Fall ist, kann weiter vereinfacht werden

$$\kappa = \frac{k A}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \approx \frac{\alpha_i \pi d L}{(\rho w c_p)_1 \frac{\pi d^2}{4}} = \frac{4 \alpha_i}{(\rho w c_p)_1} \frac{L}{d} \quad (3.68)$$

oder durch Einführung der Nusselt-Zahl $\text{Nu} = \frac{\alpha_i d}{\lambda}$, der Reynolds-Zahl $\text{Re} = \frac{\rho w d}{\eta}$ und der Prandtl-Zahl $\text{Pr} = \frac{\eta c_p}{\lambda}$

$$\kappa = 4 \frac{L}{d} \frac{\text{Nu}}{\text{Re} \text{Pr}} \quad (3.69)$$

In der angelsächsischen Literatur wird der Kennzahlenquotient der rechten Seite als Stanton-Zahl für den Wärmeübergang

$$\text{St} = \frac{\text{Nu}}{\text{Re} \text{Pr}} = \frac{\alpha_i}{(\rho w c_p)_1} \quad (3.70)$$

bezeichnet.

Für diesen Sonderfall ergibt sich für die Betriebscharakteristik

$$\Phi = 1 - e^{-\left[4 \frac{L}{d} \frac{\alpha_i}{(\rho w c_p)_1}\right]} = 1 - e^{-4 \frac{L}{d} \text{St}} \quad \text{für } \mu \rightarrow 0 \text{ und } k \approx \alpha_i \quad (3.71)$$

Allgemeines Betriebscharakteristik-Diagramm

Für eine gegebene Stromführung werden die experimentell oder numerisch gefundenen Werte der Betriebscharakteristik in sogenannten **Betriebscharakteristiken-Diagrammen** ($\Phi = \Phi(\kappa, \mu)$, vgl. Abb. 3.9) dargestellt. Die beiden für alle Stromführungen gültigen Sonderfälle für $\kappa \rightarrow 0$ und $\mu = 0$ sind in der Abbildung eingezeichnet.

Der Verlauf der Linien konstanter Werte für das Verhältnis der Wärmekapazitätsströme $0 < \mu \leq 1$ ist abhängig von der Stromführung.

Für einfache Stromführungen, zum Beispiel Gleich-, Gegen- oder Kreuzstromführung, kann der Betriebscharakteristikenverlauf theoretisch oder analytisch abgeleitet werden. Bei komplizierten Stromführungen ist dieser Verlauf experimentell oder numerisch zu ermitteln. Liegt für einen Wärmeübertrager das Betriebscharakteristiken-Diagramm vor, lässt sich der Arbeitspunkt des Apparats eintragen, der Wert der Betriebscharakteristik bestimmen und damit sehr einfach zum Beispiel die übertragene Wärmemenge ermitteln

$$\dot{Q} = \Phi \cdot \dot{Q}_{\max} = \Phi \cdot \dot{m}_1 c_{p,1} (T'_1 - T'_2) \quad (3.72)$$

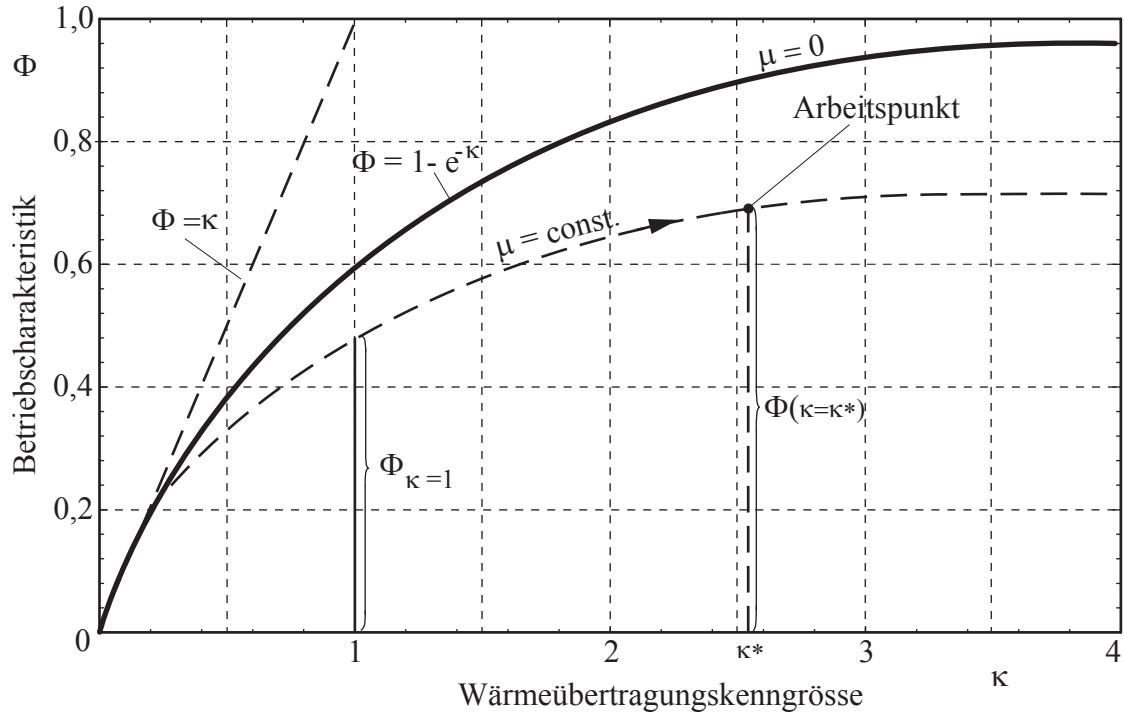


Abbildung 3.9.: Betriebscharakteristiken-Diagramm

oder die mittlere treibende Temperaturdifferenz, siehe Gleichung 3.28, ablesen

$$\Delta T_m = \Phi_{\kappa=1} \cdot (T'_1 - T'_2) \quad (3.73)$$

3.2. Berechnung von Wärmeübertragern nach dem Konzept der mittleren Temperaturdifferenz

Im vorangegangenen Abschnitt wurden bereits die wichtigsten Kennzahlen für Wärmeübertrager vorgestellt, mit Hilfe derer eine Vielzahl von vergleichbar einfachen Stromführungen beschrieben werden können. Die analytisch, numerisch oder experimentell ermittelten Gleichungen erlauben eine einfache und genügend genaue Berechnung und dienen als Grundlage für charakteristische Diagramme zur grafischen Lösung. Ferner unterliegen die Gleichungen vereinfachten Annahmen:

- Betrieb im stationären Zustand

- Vernachlässigung aller externen Wärmeströme, kinetischer und potenzieller Energien
- Die Stoffdaten der Fluide (z.B. die Wärmekapazität) sind temperaturunabhängig (keine Phasenänderung)
- Bei Phasenänderung ist entweder die Temperatur konstant (unendlicher Wärmekapazitätsstrom) oder der Zusammenhang zwischen Enthalpie und Temperatur ist linear (konstanter, endlicher Wärmekapazitätsstrom)
- Wärmeleitung und Vermischung in Strömungsrichtung werden vernachlässigt

Nachfolgend werden die wichtigsten Gleichungen hergeleitet. Weitere Gleichungen finden sich im VDI Wärmeatlas im Kapitel C1 (VDI (2013)).

3.2.1. Analytische Berechnungsverfahren

3.2.1.1. Betriebscharakteristik für den Gleichstrom

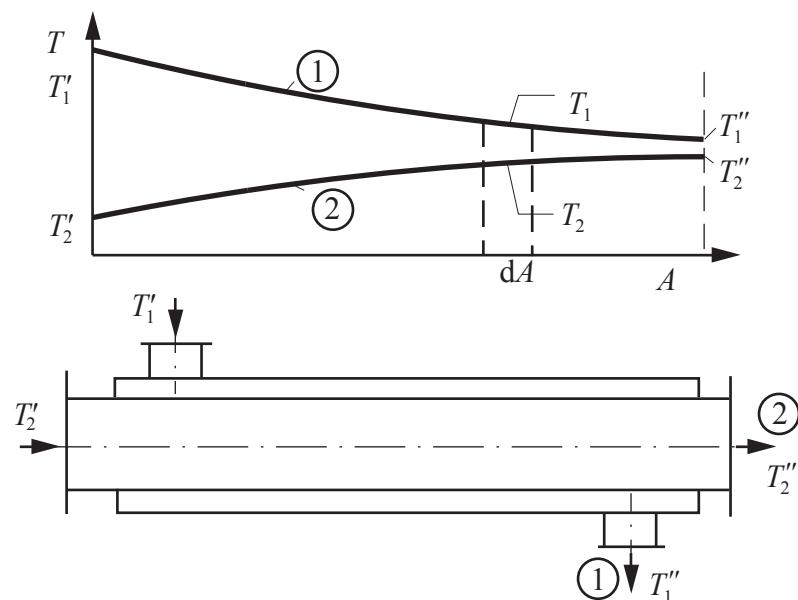


Abbildung 3.10.: Temperaturverlauf für den Gleichstrom

Aus

$$d\dot{Q} = k (T_1 - T_2) dA \quad (3.74)$$

$$= -\dot{m}_1 c_{p,1} dT_1 \quad (3.75)$$

$$= +\dot{m}_2 c_{p,2} dT_2 \quad (3.76)$$

folgt

$$k (T_1 - T_2) dA = -\dot{m}_1 c_{p,1} dT_1 \quad (3.77)$$

und

$$k (T_1 - T_2) dA = \dot{m}_2 c_{p,2} dT_2 \quad (3.78)$$

und daraus

$$\frac{d(T_1 - T_2)}{T_1 - T_2} = -k \left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_{p,1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \right) dA \quad (3.79)$$

Die Integration bis zur Stelle x ergibt bei konstantem Wärmedurchgangskoeffizient k

$$\ln \frac{(T_1 - T_2)_x}{T'_1 - T'_2} = -k A_x \left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_{p,1}} + \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \right) \quad (3.80)$$

oder

$$\frac{(T_1 - T_2)_x}{T'_1 - T'_2} = e^{-\kappa_x(1+\mu)} \quad (3.81)$$

mit

$$\kappa_x = \frac{k A_x}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad (3.82)$$

Wird in diese Beziehung die bis an die Stelle x maßgebende Betriebscharakteristik

$$\Phi_x = \frac{T'_1 - T_{1,x}}{T'_1 - T'_2} \quad (3.83)$$

eingeführt und beachtet, dass bis zu dieser Stelle der übertragene Wärmestrom

$$\dot{Q}_x = +\dot{m}_1 c_{p,1} (T'_1 - T_{1,x}) \quad (3.84)$$

$$= -\dot{m}_2 c_{p,2} (T'_2 - T_{2,x}) \quad (3.85)$$

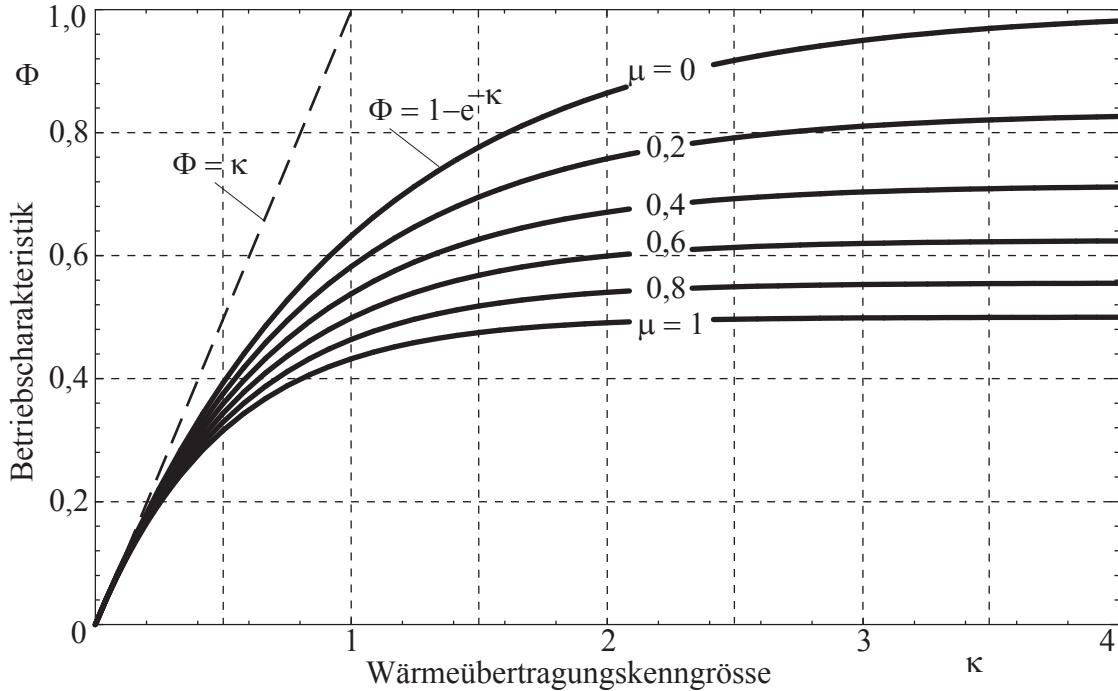


Abbildung 3.11.: Betriebscharakteristiken-Diagramm für den Gleichstrom

ist, so ergibt sich nach einigen Umformungen für diese Betriebscharakteristik des **Teilapparates bei Gleichstromführung**

$$\Phi_x = \frac{1 - e^{-\kappa_x(1+\mu)}}{1 + \mu} \quad (3.86)$$

oder für die Betriebscharakteristik des **Gesamtapparates bei Gleichstromführung**

$$\Phi = \frac{1 - e^{-\kappa(1+\mu)}}{1 + \mu} \quad (3.87)$$

Sonderfälle

$$\mu = 0 : \quad \Phi = 1 - e^{-\kappa} \quad (3.88)$$

$$\mu = 1 : \quad \Phi = \frac{1 - e^{-2\kappa}}{2} \quad (3.89)$$

$$\text{alle } \mu, \kappa \rightarrow \infty : \quad \Phi = \frac{1}{1 + \mu} \quad (3.90)$$

3.2.1.2. Betriebscharakteristik für den Gegenstrom

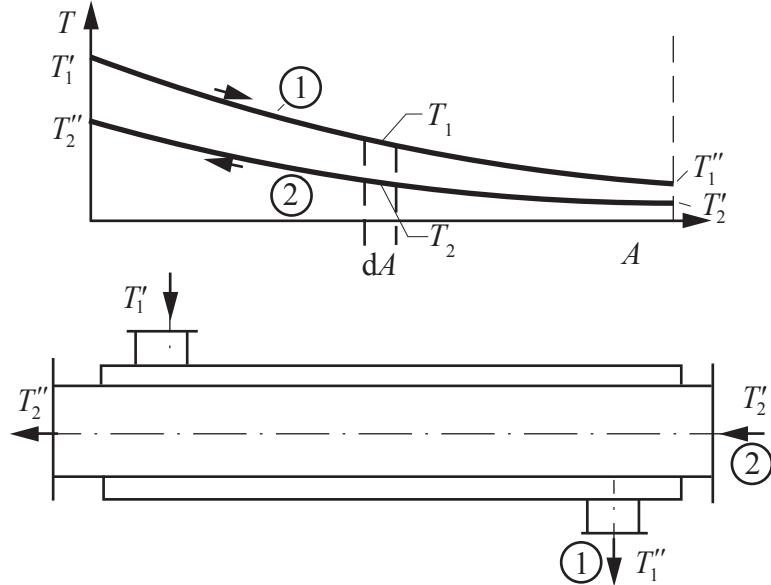


Abbildung 3.12.: Temperaturverlauf für den Gegenstrom

Aus

$$d\dot{Q} = k (T_1 - T_2) dA \quad (3.91)$$

$$= -\dot{m}_1 c_{p,1} dT_1 \quad (3.92)$$

$$= -\dot{m}_2 c_{p,2} dT_2 \quad (3.93)$$

folgt

$$k (T_1 - T_2)_x dA = -\dot{m}_1 c_{p,1} dT_1 \quad (3.94)$$

und

$$k (T_1 - T_2)_x dA = -\dot{m}_2 c_{p,2} dT_2 \quad (3.95)$$

und daraus

$$\frac{d(T_1 - T_2)_x}{T_1 - T_2} = -k \left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_{p,1}} - \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \right) dA \quad (3.96)$$

Die Integration bis zur Stelle x ergibt bei konstantem Wärmedurchgangskoeffizienten für den Teilapparat

$$\ln \frac{(T_1 - T_2)_x}{T'_1 - T''_2} = -k A_x \left(\frac{1}{\dot{m}_1 c_{p,1}} - \frac{1}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \right) \quad (3.97)$$

$$\frac{(T_1 - T_2)_x}{T'_1 - T''_2} = e^{-\kappa_x(1-\mu)} \quad \text{mit } \kappa_x = \frac{k A_x}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad (3.98)$$

beziehungsweise für den Gesamtapparat

$$\frac{T''_1 - T'_2}{T'_1 - T''_2} = e^{-\kappa(1-\mu)} \quad (3.99)$$

Einführen der Betriebscharakteristik des Gesamtapparates

$$\Phi = \frac{T'_1 - T''_1}{T'_1 - T''_2} \quad (3.100)$$

und Berücksichtigung von

$$T''_2 - T'_2 = \mu (T'_1 - T''_1) \quad (3.101)$$

führt schließlich für den **Gesamtapparat bei Gegenstromführung** zu

$$\Phi = \frac{1 - e^{-\kappa(1-\mu)}}{1 - \mu e^{-\kappa(1-\mu)}} \quad (3.102)$$

und für den **Teilapparat bei Gegenstromführung** mit

$$\Phi_x = \frac{T'_1 - T_{1,x}}{T'_1 - T''_2} \quad \text{und} \quad T''_2 - T'_2 = \mu (T'_1 - T''_1) \quad (3.103)$$

zu

$$\Phi_x = \frac{1 - e^{-\kappa_x(1-\mu)}}{1 - \mu e^{-\kappa(1-\mu)}} \quad (3.104)$$

Sonderfälle

$$\mu = 0 : \quad \Phi = 1 - e^{-\kappa} \quad (3.105)$$

$$\mu \rightarrow 1 : \quad \Phi = \frac{\kappa}{\kappa + 1}, \quad \Phi_x = \frac{\kappa_x}{\kappa + 1} \quad (3.106)$$

$$\text{alle } \mu, \kappa \rightarrow \infty : \quad \Phi \rightarrow 1 \quad (3.107)$$

woraus ein linearer Temperaturverlauf über der Wärmeübertragerfläche folgt.

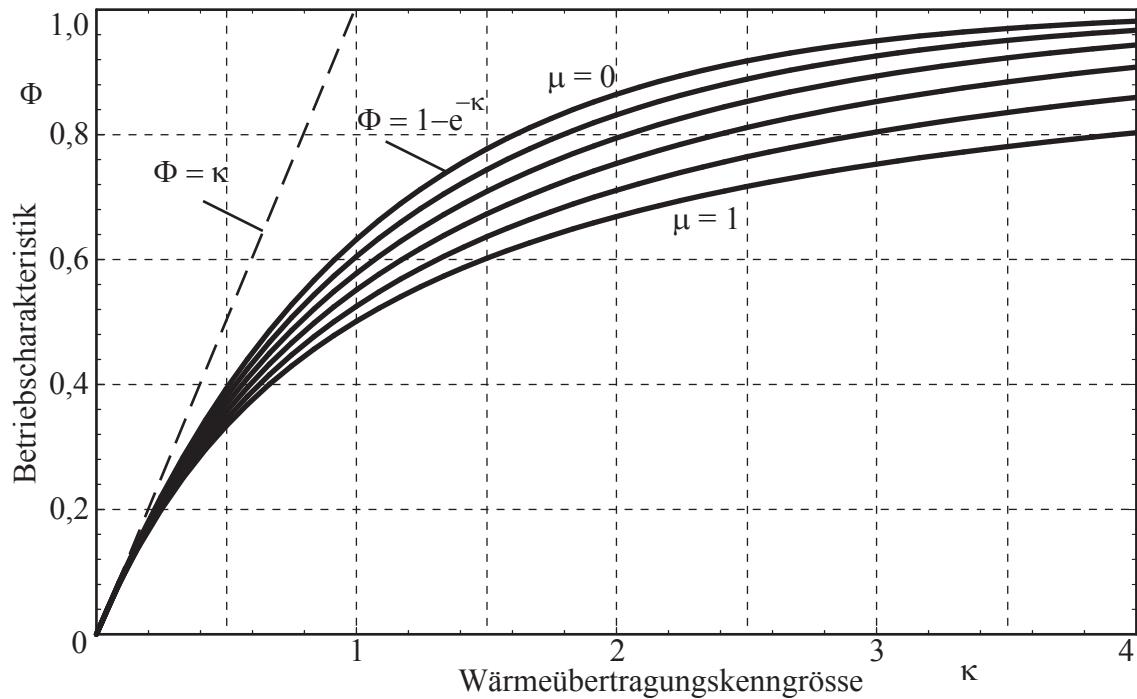


Abbildung 3.13.: Betriebscharakteristiken-Diagramm für den Gegenstrom

3.2.1.3. Betriebscharakteristik für den Kreuzstrom

Ungerührter Kreuzstrom

Beim ungerührten Kreuzstrom vermischen sich die Fluide in Querrichtung nicht.

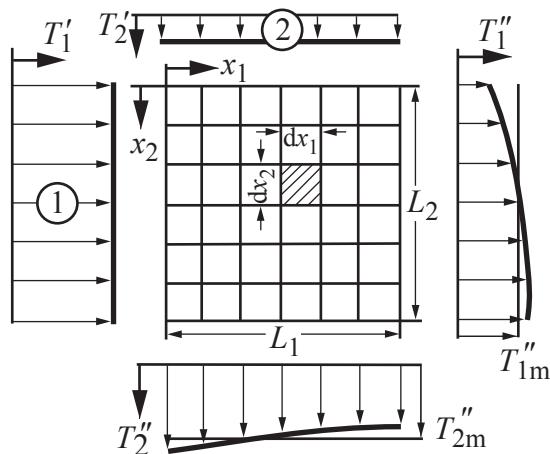


Abbildung 3.14.: Kontrollvolumen im ungerührten Kreuzstrom

Aus

$$d\dot{Q} = k(T_1 - T_2) dx_1 dx_2 \quad (3.108)$$

$$= -\dot{m}_1 c_{p,1} \frac{dx_2}{L_2} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} dx_1 \quad (3.109)$$

$$= +\dot{m}_2 c_{p,2} \frac{dx_1}{L_1} \frac{\partial T_2}{\partial x_2} dx_2 \quad (3.110)$$

folgt

$$k(T_1 - T_2) dx_1 dx_2 = -\dot{m}_1 c_{p,1} \frac{1}{L_2} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} dx_1 dx_2 \quad (3.111)$$

oder

$$\frac{\partial T_1}{\partial x_1} \frac{1}{\frac{k L_2}{\dot{m}_1 c_{p,1}}} = -(T_1 - T_2) \quad (3.112)$$

Wird eine Wärmeübertragungskenngröße

$$\xi_1 = x_1 \frac{k L_2}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad (3.113)$$

definiert, wird

$$\frac{\partial T_1}{\partial \xi_1} = -(T_1 - T_2) \quad (3.114)$$

und entsprechend

$$\frac{\partial T_2}{\partial \xi_2} = +(T_1 - T_2) \quad (3.115)$$

Die Lösung dieses Differentialgleichungssystems ist aufwändig. Hier soll nur das Ergebnis, das heißt das Temperaturfeld im Wärmeübertrager, in Form von Reihenansätzen wiedergegeben werden.

Temperaturverlauf des Fluid 1:

$$\frac{T_1 - T'_1}{T'_1 - T'_2} = 1 - e^{-(\xi_1 + \xi_2)} \left(\xi_1 + \frac{\xi_1^2}{2!} (1 + \xi_2) + \frac{\xi_1^3}{3!} \left(1 + \xi_2 + \frac{\xi_2^2}{2!} \right) + \dots \right) \quad (3.116)$$

Temperaturverlauf des Fluid 2:

$$\frac{T_2 - T'_2}{T'_1 - T'_2} = 1 - e^{-(\xi_1 + \xi_2)} \left(1 + \xi_1 (1 + \xi_2) + \frac{\xi_1^2}{2!} \left(1 + \xi_2 + \frac{\xi_2^2}{2!} \right) + \dots \right) \quad (3.117)$$

Ist nach der Betriebscharakteristik des ungerührten Kreuzstromwärmeübertragers gefragt

$$\Phi = \frac{T'_1 - T''_{1m}}{T'_1 - T'_2} \quad (3.118)$$

ist aus den oben angegebenen Gleichungen die mittlere Austrittstemperatur des Fluids 1

$$T''_{1m} = \frac{\int_0^{L_2} T''_1(x_2) (\rho u c_p)_1 H dx_2}{\int_0^{L_2} (\rho u c_p)_1 H dx_2} \quad (3.119)$$

$$\approx \frac{1}{L_2} \int_0^{L_2} T''_1(x_2) dx_2 \quad (3.120)$$

zu berechnen und für T''_1 einzusetzen. Die Berechnung führt auf

$$\Phi = \frac{1}{\mu \kappa} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \left(1 - e^{-\kappa} \sum_{m=0}^n \frac{\kappa^m}{m!} \right) \left(1 - e^{-\mu \kappa} \sum_{m=0}^n \frac{(\mu \kappa)^m}{m!} \right) \right\} \quad (3.121)$$

Übersichtlicher ist zweifellos eine Darstellung dieser Ergebnisse in einem Betriebscharakteristiken-Diagramm.

Einseitig gerührter Kreuzstrom

Für das Beispiel eines Plattenwärmeübertragers, bei dem Fluid 1 durch Leitbleche geführt wird und sich somit nicht vermischt, Fluid 2 durch den turbulenten Queraustausch vermischt wird, gilt

$$d\dot{Q} = k(T_1 - T_2)dx_1 dx_2 \quad (3.122)$$

$$= -\dot{m}_1 c_{p,1} \frac{dx_2}{L_2} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} dx_1 \quad (3.123)$$

$$= +\dot{m}_2 c_{p,2} \frac{dx_1}{L_1} \frac{\partial T_2}{\partial x_2} dx_2 \quad (3.124)$$

Daraus folgt

$$k(T_1 - T_2) = -\dot{m}_1 c_{p,1} \frac{1}{L_2} \frac{\partial T_1}{\partial x_1} \quad (3.125)$$

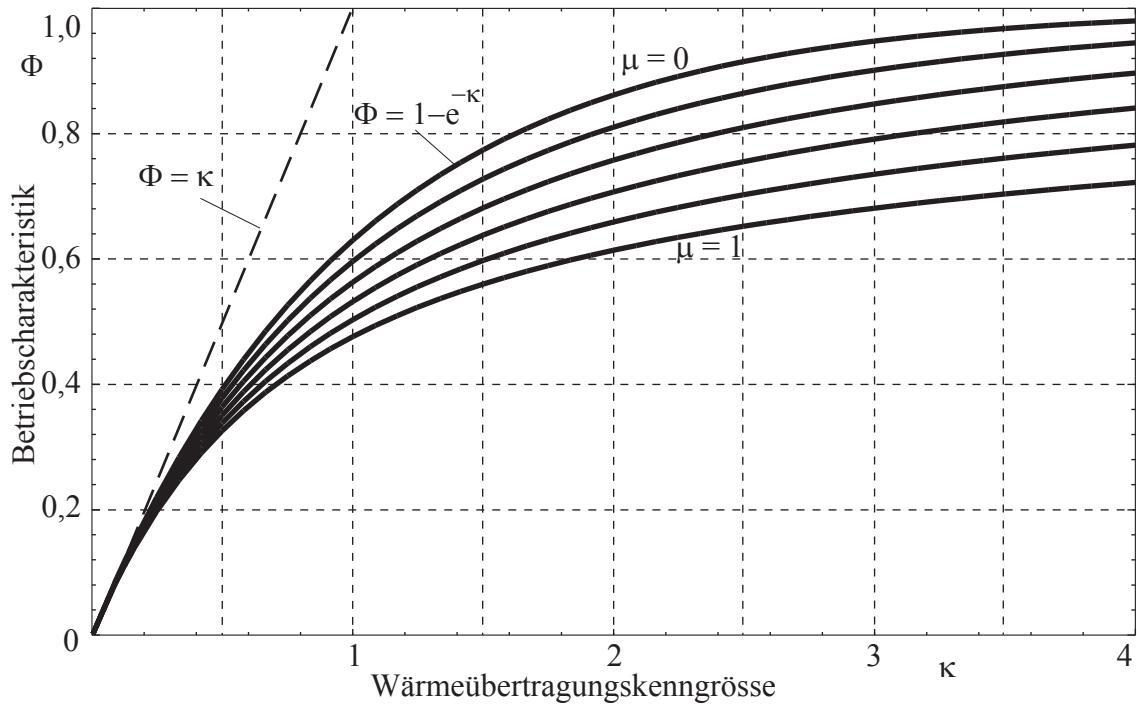


Abbildung 3.15.: Betriebscharakteristiken-Diagramm für den ungerührten Kreuzstrom

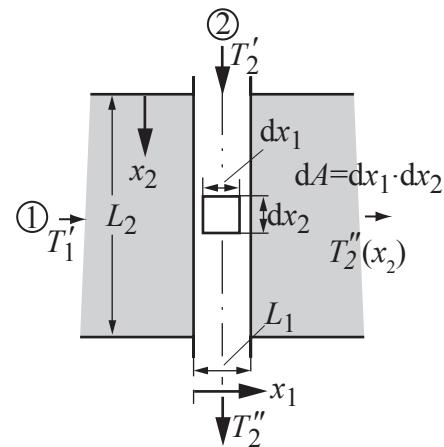


Abbildung 3.16.: Kontrollvolumen am einseitig gerührten Kreuzstrom

oder, da T_2 wegen der Quervermischung unabhängig von x_1 ist

$$\frac{dT_1}{T_1 - T_2} = - \frac{k L_2}{\dot{m}_1 c_{p,1}} dx_1 \quad (3.126)$$

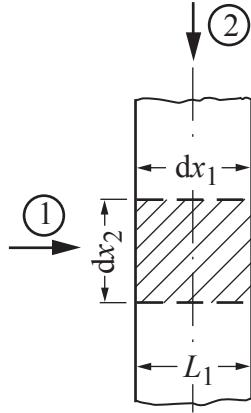


Abbildung 3.17.: Kontrollvolumen am einseitig gerührten Kreuzstrom

Integration über die Plattentiefe L_1 bei festgehaltenem x_2 liefert

$$\ln \frac{T''_1 - T_2}{T'_1 - T_2} = -\frac{k L_1 L_2}{\dot{m}_1 c_{p,1}} = -\kappa \quad (3.127)$$

oder

$$\frac{T''_1(x_2) - T_2(x_2)}{T'_1 - T_2(x_2)} = e^{-\kappa} \quad (3.128)$$

Vor einer Einführung der Betriebscharakteristik sollen zunächst die Temperaturverläufe $T_2(x_2)$ und $T''_1(x_2)$ ermittelt werden.

Temperaturverlauf $T_2(x_2)$

Die Bilanz an einem Abschnitt mit $dx_1 = L_1$ ergibt

$$d\dot{Q} = -\dot{m}_1 c_{p,1} \frac{dx_2}{L_2} (T''_1 - T'_1) \quad (3.129)$$

$$d\dot{Q} = +\dot{m}_2 c_{p,2} \frac{L_1}{L_2} \frac{\partial T_2}{\partial x_2} dx_2 \quad (3.130)$$

und daraus

$$\frac{dT_2}{T'_1 - T''_1} = \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2} L_2} dx_2 \quad (3.131)$$

Wird hier der Temperaturänderungsgrad (auch: Abkühl- bzw. Erwärmungsgrad) für das Fluid 1

$$\Psi_1 = \frac{T'_1 - T''_1(x_2)}{T'_1 - T_2(x_2)} = \frac{(T'_1 - T_2(x_2)) - (T''_1 - T_2(x_2))}{(T'_1 - T_2(x_2))} = 1 - e^{\frac{k L_1 L_2}{\dot{m}_1 c_{p,1}}} = \text{const.} \quad (3.132)$$

eingeführt, der ein Maß für die Abkühlung des Fluids 1 beim Überströmen des Flächenelements $L_1 dx_2$ darstellt, so wird

$$\frac{dT_2}{\Psi_1 (T'_1 - T_2(x_2))} = \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2} L_2} dx_2 \quad (3.133)$$

Durch Integration über die Übertragerfläche ergibt sich

$$\ln \frac{T'_1 - T_2(x_2)}{T'_1 - T'_2} = - \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \frac{x_2}{L_2} \Psi_1 \quad (3.134)$$

oder

$$\frac{T'_1 - T_2(x_2)}{T'_1 - T'_2} = e^{-\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} \quad (3.135)$$

Temperaturverlauf $T''_1(x_2)$

In den oben definierten Abkühlgrad

$$\Psi_1 = \frac{T'_1 - T''_1(x_2)}{T'_1 - T_2(x_2)} \quad (3.136)$$

wird die eben gefundene Beziehung für $T_2(x_2)$ eingesetzt. Es ergibt sich

$$\frac{T'_1 - T''_1(x_2)}{T'_1 - T'_2} = \Psi_1 e^{-\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} \quad (3.137)$$

Betriebscharakteristik Φ

Zur Bestimmung der Betriebscharakteristik

$$\Phi = \frac{T'_1 - T''_{1m}}{T'_1 - T'_2} \quad (3.138)$$

muss aus dem gefundenen Temperaturverlauf $T_1''(x_2)$ der Mittelwert T_{1m}'' bestimmt werden

$$T_{1m}'' = \frac{1}{L_2} \int_0^{L_2} T_1'' dx_2 \quad (3.139)$$

$$= \frac{1}{L_2} \int_0^{L_2} \left[T_1' - (T_1' - T_2') \Psi_1 e^{-\frac{\mu \Psi_1}{L_2} x_2} \right] dx_2 \quad (3.140)$$

oder

$$T_1' - T_{1m}'' = \frac{T_1' - T_2'}{\mu} (1 - e^{-\mu \Psi_1}) \quad (3.141)$$

und damit für die **Betriebscharakteristik des Kreuzstroms, Fluid 1 ungerührt, Fluid 2 gerührt**

$$\Phi = \frac{1}{\mu} (1 - e^{-\mu \Psi_1}) \quad (3.142)$$

mit

$$\Psi_1 = 1 - e^{-\frac{k L_1 L_2}{\dot{m}_1 c_{p,1}}} \quad (3.143)$$

Alternativ (ohne Ableitung) für die Betriebscharakteristik für den Kreuzstrom, Fluid 1 gerührt, Fluid 2 ungerührt

$$\Phi = 1 - e^{-\frac{\Psi_2}{\mu}} \quad (3.144)$$

mit

$$\Psi_2 = \frac{T_2'' - T_2'}{T_1' - T_2'} = 1 - e^{-\mu \frac{k L_1 L_2}{\dot{m}_1 c_{p,1}}} \quad (3.145)$$

Sonderfälle (gültig für beide Fälle)

$$\mu = 0 : \quad \Phi \approx \frac{1}{\mu} [1 - (1 - \mu \Psi_1 + \dots)] = 1 - e^{-\kappa} \quad (3.146)$$

$$\mu \rightarrow 1 : \quad \Phi = 1 - e^{-\Psi_1} \quad \text{mit } \Psi = 1 - e^{-\kappa} \quad (3.147)$$

$$\mu \rightarrow 1, \kappa \rightarrow \infty : \quad \Phi = 1 - \frac{1}{e} = 0,632 \quad (3.148)$$

3.2.1.4. Betriebscharakteristik für hintereinandergeschaltete, quer angeströmte Rohrreihen

Gleichsinnwende

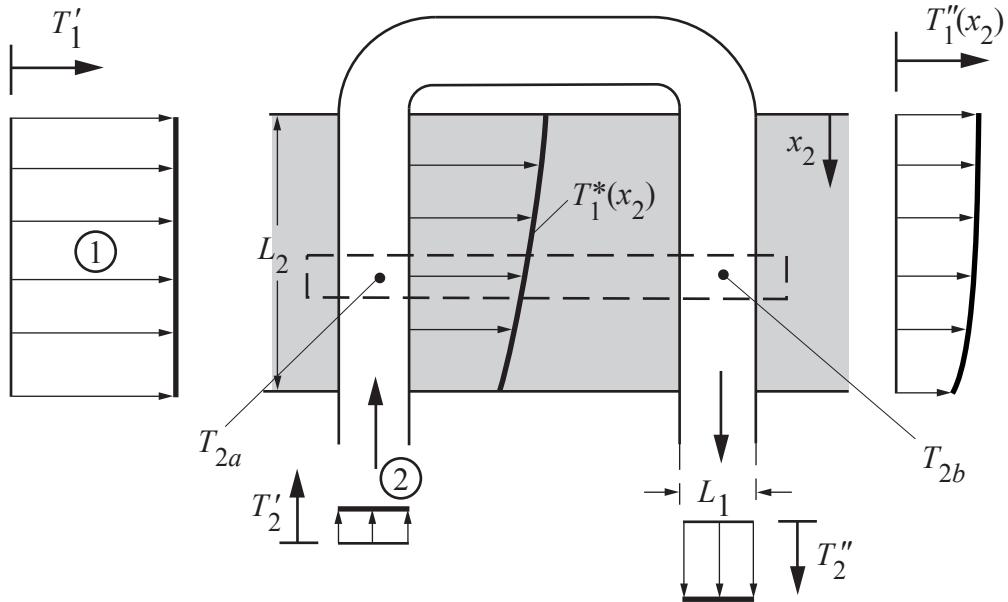


Abbildung 3.18.: Gleichsinnwende

Wird wie oben einen Temperaturänderungsgrad

$$\Psi_1 = \frac{T'_1 - T^*(x_2)}{T'_1 - T_{2a}(x_2)} \quad (3.149)$$

$$= \frac{T^*(x_2) - T''_1(x_2)}{T^*(x_2) - T_{2b}(x_2)} \quad (3.150)$$

$$= 1 - e^{-\frac{\kappa}{2}} \quad (3.151)$$

mit

$$\kappa = \frac{k A_{\text{ges}}}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad (3.152)$$

definiert, ergibt sich nach umfangreicheren Rechnungen eine Beziehung für den Temperaturverlauf des Fluids 1 am Austritt

$$\frac{T'_1 - T''_1(x_2)}{T'_1 - T'_2} = \frac{\Psi_1 (2 - \Psi_1)}{e^{\mu \Psi_1}} \cosh \left(\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2} \right) \quad (3.153)$$

und für die Betriebscharakteristik

$$\Phi = \frac{T'_1 - T''_{1m}}{T'_1 - T'_2} = \frac{2 - \Psi_1}{\mu e^{\mu \Psi_1}} \sinh(\mu \Psi_1) \quad (3.154)$$

Gegensinnwende

Temperaturänderungsgrad

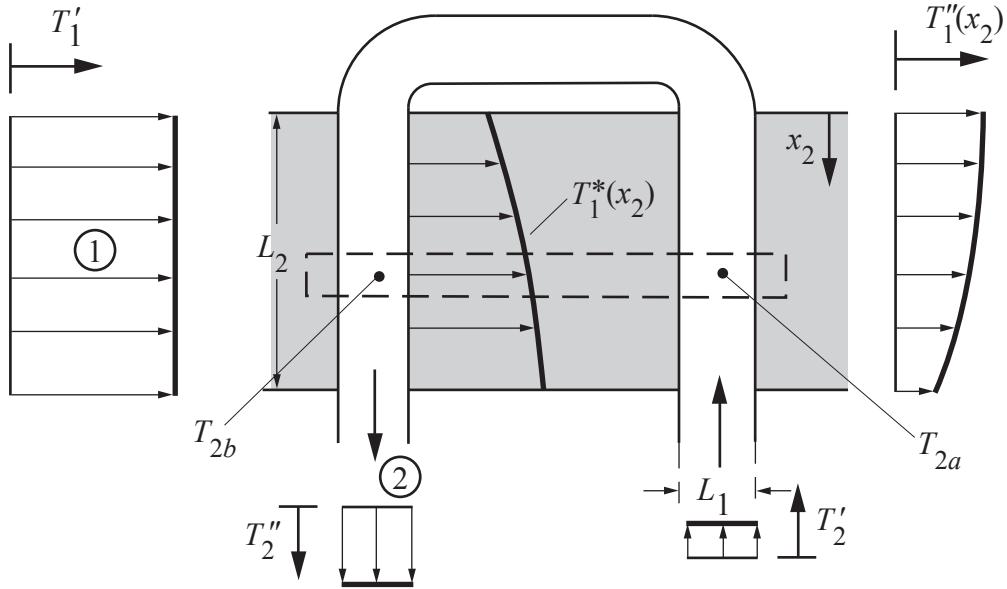


Abbildung 3.19.: Gegensinnwende

$$\Psi_1 = \frac{T'_1 - T_1^*(x_2)}{T'_1 - T_{2b}(x_2)} \quad (3.155)$$

$$= \frac{T_1^*(x_2) - T''_1(x_2)}{T_1^*(x_2) - T_{2a}(x_2)} \quad (3.156)$$

$$= 1 - e^{-\frac{\kappa}{2}} \quad (3.157)$$

mit

$$\kappa = \frac{k A_{\text{ges}}}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad (3.158)$$

Temperaturverlauf des Fluid 1 am Austritt

$$\frac{T'_1 - T''_1(x_2)}{T'_1 - T'_2} = \frac{\Psi_1 (2 - \Psi_1)}{e^{\mu \Psi_1} - \Psi_1 \sinh(\mu \Psi_1)} \cosh\left(\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}\right) \quad (3.159)$$

Betriebscharakteristik

$$\Phi = \frac{T'_1 - T''_{1m}}{T'_1 - T'_2} = \frac{(2 - \Psi_1) \sinh(\mu\Psi_1)}{\mu e^{\mu\Psi_1} - \mu\Psi_1 \sinh(\mu\Psi_1)} \quad (3.160)$$

Herleitungen zu den Formeln finden sich im Anhang (A.1).

Sonderfälle

$$\mu\Psi_1 \ll 1 : \begin{cases} \Phi_{\text{Gleichsinnwende}} &= (2 - \Psi_1)\Psi_1 e^{-\mu\Psi_1} \\ \Phi_{\text{Gegensinnwende}} &= \frac{(2 - \Psi_1)\Psi_1}{e^{\mu\Psi_1} - \mu\Psi_1^2} \end{cases} \quad (3.161)$$

$$\mu \rightarrow 1; \kappa \rightarrow \infty : \begin{cases} \Phi_{\text{Gleichsinnwende}} &= \frac{1}{e} \sinh(1) = 0,432 \\ \Phi_{\text{Gegensinnwende}} &= \frac{\sinh(1)}{e - \sinh(1)} = 0,762 \end{cases} \quad (3.162)$$

3.2.1.5. Betriebscharakteristik für gekoppelte Apparate

Wärmeübertrager können auch gekoppelt werden, um beispielsweise kleinere Einzel-einheiten verwenden zu können. Gleichzeitig stellen ?gekoppelte Wärmeübertrager? auch eine Methode zur Berechnung komplexer Wärmeübertrager dar, die sich mit Hilfe einfacherer Bauformen zusammensetzen lassen können.

Mehrere Einzelwärmeübertrager mit der Betriebscharakteristik

$$\Phi_i = \frac{T'_{1i} - T''_{1i}}{T'_{1i} - T'_{2i}} \quad (3.163)$$

werden zu einem Gesamtapparat zusammengeschaltet, sodass sich eine von der Schaltungsart abhängige Gesamtbetriebscharakteristik

$$\Phi = \frac{T'_1 - T''_1}{T'_1 - T'_2} \quad (3.164)$$

ergibt (vgl. Zellenmethode Kap. 3.3). Hier ist wichtig, dass sich die Temperatur 1 auf den Wärmekapazitätsstrom 1 bezieht, wobei gilt: $\dot{W}_1 < \dot{W}_2$

Es werden hier zwei mögliche Berechnungsvarianten verwendet. In der ersten Ver-schaltungsart wird die Gesamtcharakteristik über die insgesamt übertragene Wärme-menge berechnet. In den anderen Fällen werden die Einzelbetriebscharakteristiken aufgestellt und dann die Gleichungen so umgeformt, das die Gesamtbetriebscharak-

teristik in Abhängigkeit der Einzelbetriebscharakteristiken steht. Beide Varianten lassen sich aber auf alle hier genannten Verschaltungsvarianten anwenden.

Parallelschaltung

Am Beispiel von drei Apparaten, die auf der Seite des Fluids A in Reihe und auf der Seite des Fluids B parallel geschaltet (vgl. Abb. 3.20) sind, soll die Ermittlung der Gesamtbetriebscharakteristik gezeigt werden. Dabei wird angenommen, dass sich die Fluide zwischen den Einzelapparaten wieder durchmischen.

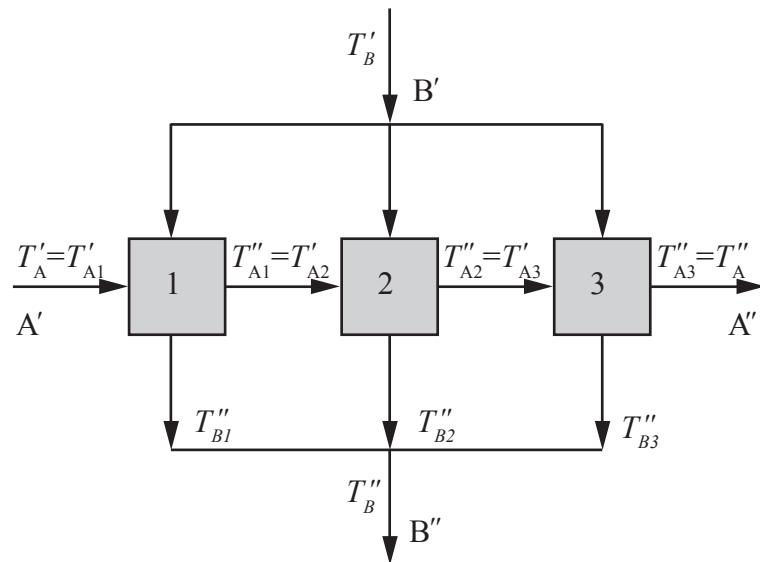


Abbildung 3.20.: Verschaltung von Apparaten, Fall 1: Hintereinanderschaltung Fluid A, Parallelschaltung Fluid B mit $\dot{W}_A < \dot{W}_{Bi}$

Für die Verwendung der Parallelverschaltung ist eine Fallunterscheidung notwendig. Es gibt drei mögliche Fälle:

- (1) $\dot{W}_A < \dot{W}_B$ mit $\dot{W}_A < \dot{W}_{Bi}$
- (2) $\dot{W}_A < \dot{W}_B$ mit $\dot{W}_A > \dot{W}_{Bi}$
- (3) $\dot{W}_A > \dot{W}_B$

(1) $\dot{W}_A < \dot{W}_B$ mit $\dot{W}_A < \dot{W}_{Bi}$

Aus der Bedingung, dass $\dot{W}_A < \dot{W}_B$ und $\dot{W}_A < \dot{W}_{Bi}$ ergibt sich, dass der Wärmekapazitätsstrom von Fluid B mindestens n-mal so groß sein muss, wie der von Fluid A.

Die gesamte übertragene Wärmemenge ist:

$$\dot{Q}_{\text{ges}} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2 + \dot{Q}_3 \quad (3.165)$$

$$= \Phi_1 \dot{Q}_{1\max} + \Phi_2 \dot{Q}_{2\max} + \Phi_3 \dot{Q}_{3\max} \quad (3.166)$$

$$= \Phi_1 \dot{m}_A c_{pA} (T'_{A1} - T'_B) + \Phi_2 \dot{m}_A c_{pA} (T'_{A2} - T'_B) + \Phi_3 \dot{m}_A c_{pA} (T'_{A3} - T'_B) \quad (3.167)$$

Die unbekannten Temperaturen zwischen den Apparaten $T''_{A1} = T'_{A2}$ und $T''_{A2} = T'_{A3}$ können mit der Betriebscharakteristik der Einzelapparate

$$\Phi_1 = \frac{T'_A - T''_{A1}}{T'_A - T'_B} \quad (3.168)$$

und

$$\Phi_2 = \frac{T'_{A2} - T''_{A2}}{T'_{A2} - T'_B} \quad (3.169)$$

ausgedrückt werden durch

$$T''_{A1} = T'_{A2} = T'_A - \Phi_1 (T'_A - T'_B) \quad (3.170)$$

$$\begin{aligned} T''_{A2} = T'_{A3} &= T'_{A2} - \Phi_2 (T'_{A2} - T'_{B1}) = T'_A - \Phi_1 (T'_A - T'_B) - \\ &\quad \Phi_2 [T'_A - \Phi_1 (T'_A - T'_B) - T'_B] \end{aligned} \quad (3.171)$$

Nach Einsetzen folgt

$$\dot{Q}_{\text{ges}} = \dot{m}_A c_{pA} (T'_A - T'_B) \cdot \{\Phi_1 + \Phi_2 (1 - \Phi_1) + \Phi_3 [1 - \Phi_1 - \Phi_2 (1 - \Phi_1)]\} \quad (3.172)$$

woraus mit

$$\dot{Q}_{\text{ges}} = \Phi_{\text{ges}} \dot{m}_A c_{pA} (T'_A - T'_B) \quad (3.173)$$

folgt:

$$\Phi_{\text{ges}} = \Phi_1 + \Phi_2 (1 - \Phi_1) + \Phi_3 [1 - \Phi_1 - \Phi_2 (1 - \Phi_1)] \quad (3.174)$$

Für n Einzelapparate gilt:

$$\Phi_{\text{ges}} = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - \Phi_i) \quad (3.175)$$

Für identische Einzelapparate $\Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3 = \Phi_i$ wird daraus

$$\Phi_{\text{ges}} = 1 - (1 - \Phi_i)^n \quad (3.176)$$

(2) $\dot{W}_A < \dot{W}_B$ mit $\dot{W}_A > \dot{W}_{Bi}$

Wie im obigen Beispiel wird der Fluidstrom B in gleichen Teilen parallel aufgeteilt. Nun gilt allerdings, dass der Wärmekapazitätsstrom des einzelnen, aufgeteilten Fluids stets kleiner ist als der unaufgeteilten Fluids ($\dot{W}_A > \dot{W}_{Bi}$).

Die Skizze zur Verschaltung entspricht der Skizze zu Fall 1 (Abb. 3.20).

Die Gesamtbetriebscharakteristik berechnet sich aus

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{T'_A - T''_A}{T'_A - T'_B} \quad \text{mit } \mu_{\text{ges}} = \frac{T''_B - T'_B}{T'_A - T''_A} = \frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} \quad (3.177)$$

folgt:

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{T''_B - T'_B}{T'_A - T'_B} \frac{1}{\mu_{\text{ges}}} \quad (3.178)$$

Werden die Einzelbetriebscharakteristiken für die Teilapparate aufgestellt und damit die Temperaturen in der Gesamtbetriebscharakteristik ersetzt, so ergibt sich die Gesamtbetriebscharakteristik in Abhängigkeit der Einzelbetriebscharakteristiken.

Für die Einzelbetriebscharakteristiken gilt unter der oben genannten Bedingung ($\dot{W}_A > \dot{W}_{Bi}$)

$$\Phi_1 = \frac{T'_B - T''_{B1}}{T'_B - T'_{A1}}, \quad \Phi_2 = \frac{T'_B - T''_{B2}}{T'_B - T'_{A2}}, \quad \Phi_3 = \frac{T'_B - T''_{B3}}{T'_B - T'_{A3}} \quad (3.179)$$

beziehungsweise

$$\Phi_i = \frac{T'_B - T''_{Bi}}{T'_B - T'_{Ai}} \implies T''_{Bi} = T'_B - \Phi_i (T'_B - T'_{Ai}) \quad (3.180)$$

Für den gleichmäßig aufgeteilten Fluidstrom B gilt für die Temperaturen bei konstanter Wärmekapazität c_p :

$$T''_B = \frac{1}{3} (T''_{B1} + T''_{B2} + T''_{B3}) \quad (3.181)$$

$$T'_{A1} = T'_A \quad (3.182)$$

$$T''_{A1} = T'_{A2} = T'_{A1} - \mu_i (T''_{B1} - T'_B) \quad (3.183)$$

$$T''_{A2} = T'_{A3} = T'_{A2} - \mu_i (T''_{B2} - T'_B) \quad (3.184)$$

mit μ_i als dem Verhältnis der Wärmekapazitätsströme für den Einzelapparat:

$$\mu_i = \frac{\dot{W}_{Bi}}{\dot{W}_A} = \frac{\dot{W}_B}{n \cdot \dot{W}_A} = \frac{1}{n \cdot \mu_{ges}} \quad (3.185)$$

Das Einsetzen der Temperaturen in die Gleichung für T''_{Bi} liefert:

$$T''_{B1} = T'_B - \Phi_1 (T'_B - T'_A) \quad (3.186)$$

$$T''_{B2} = T'_B - \Phi_2 (T'_B - T'_{A2}) \quad (3.187)$$

$$= T'_B - \Phi_2 [T'_B - T'_A + \mu_i (T''_{B1} - T'_B)] \quad (3.188)$$

$$= T'_B - \Phi_2 (T'_B - T'_A)(1 - \mu_i \Phi_1) \quad (3.189)$$

$$T''_{B3} = T'_B - \Phi_3 (T'_B - T'_{A3}) \quad (3.190)$$

$$= T'_B - \Phi_3 [T'_B - T'_{A2} + \mu_i (T''_{B2} - T'_B)] \quad (3.191)$$

$$= T'_B - \Phi_3 (T'_B - T'_A)(1 - \mu_i \Phi_1)(1 - \mu_i \Phi_2) \quad (3.192)$$

$$T''_B = \frac{1}{3} (T''_{B1} + T''_{B2} + T''_{B3}) \quad (3.193)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} \{ T'_B - \Phi_1 (T'_B - T'_A) + T'_B - \Phi_2 (T'_B - T'_A) (1 - \mu_1 \Phi_1) + T'_B \\ &\quad - \Phi_3 (T'_B - T'_A) [1 - \mu_i \Phi_1 - \mu_i \Phi_2 (1 - \mu_i \Phi_1)] \} \quad (3.194) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3} [3 T'_B - (T'_B - T'_A) \cdot (\Phi_1 + \Phi_2 - \mu_i \Phi_1 \Phi_2 + \Phi_3 - \mu_i \Phi_1 \Phi_3 \\ &\quad - \mu_i \Phi_2 \Phi_3 + \mu_i^2 \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3) \quad (3.195) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= T'_B - \frac{1}{3} (T'_B - T'_A) (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \mu_i \Phi_1 \Phi_2 - \mu_i \Phi_1 \Phi_3 \\ &\quad - \mu_i \Phi_2 \Phi_3 + \mu_i^2 \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3) \quad (3.196) \end{aligned}$$

Durch Einsetzen von T''_B in Φ_{ges} folgt:

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{T''_B - T'_B}{T'_A - T'_B} \frac{1}{\mu_{\text{ges}}} \quad (3.197)$$

$$= \frac{1}{3} (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \mu_i \Phi_1 \Phi_2 - \mu_i \Phi_1 \Phi_3 - \mu_i \Phi_2 \Phi_3 + \mu_i^2 \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3) \frac{1}{\mu_{\text{ges}}} \quad (3.198)$$

Wobei μ_i das Verhältnis der Wärmekapazitätsströme in jeder Zelle beschreibt mit $\mu_i = \frac{\dot{W}_{Bi}}{\dot{W}_A}$.

Für n baugleiche Einzelapparate gilt:

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{1 - (1 - \mu_i \Phi_i)^n}{\mu_i n} \frac{1}{\mu_{\text{ges}}} \quad \text{mit } \mu_{\text{ges}} = \frac{\dot{m}_A c_{pA}}{\dot{m}_B c_{pB}} = \frac{1}{\mu_i n} \quad (3.199)$$

(3) $\dot{W}_A > \dot{W}_B$

Für diesen Fall wird das Fluid A aufgeteilt. Da bereits $\dot{W}_A < \dot{W}_B$ gilt, wird auch immer $\dot{W}_{Ai} < \dot{W}_B$ gelten, so dass hier keine weitere Fallunterscheidung notwendig ist. Die Verschaltung der Apparate ändert sich wie in Abbildung ?? gezeigt.

Die Gesamtbetriebscharakteristik berechnet sich aus:

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{T'_B - T''_B}{T'_B - T'_A} \quad (3.200)$$

Für die Einzelbetriebscharakteristiken gilt:

$$\begin{aligned}\Phi_1 &= \frac{T'_B - T''_{B1}}{T'_B - T'_A}, & \Phi_2 &= \frac{T'_B - T''_{B2}}{T'_B - T'_{A2}}, & \Phi_3 &= \frac{T'_B - T''_{B3}}{T'_B - T'_{A3}}, \\ \Phi_i &= \frac{T'_B - T''_{Bi}}{T'_B - T'_{Ai}}\end{aligned}\quad (3.201)$$

$$\implies T_{Bi} = T'_B - \Phi_i (T'_B - T'_{Ai}) \quad (3.202)$$

Für den gleichmäßig aufgeteilten Fluidstrom B gilt für die Temperaturen bei konstanter Wärmekapazität c_p :

$$T''_B = \frac{1}{3} (T''_{B1} + T''_{B2} + T''_{B3}) \quad (3.203)$$

$$T'_{A1} = T'_A \quad (3.204)$$

$$T'_{A2} = T''_{A1} = T'_A - \mu_i (T''_{B1} - T'_B) \quad (3.205)$$

$$T'_{A3} = T''_{A2} = T'_{A2} - \mu_i (T''_{B2} - T'_B) \quad (3.206)$$

$$\text{mit } \mu_i = \frac{\dot{W}_{Bi}}{\dot{W}_A}$$

Das Einsetzen der Temperaturen in die Gleichungen für T''_{Bi} liefert:

$$T''_{B1} = T'_B - \Phi_1 (T'_B - T'_A) \quad (3.207)$$

$$T''_{B2} = T'_B - \Phi_2 (T'_A - T'_{B2}) \quad (3.208)$$

$$= T'_B - \Phi_2 [T'_B - T'_A + \mu_i (T''_{B1} - T'_B)] \quad (3.209)$$

$$= T'_B - \Phi_2 (T'_B - T'_A)(1 - \mu_i \Phi_1) \quad (3.210)$$

$$T''_{B3} = T'_B - \Phi_3 (T'_A - T'_{B3}) \quad (3.211)$$

$$= T'_B - \Phi_3 [T'_B - T'_{A2} + \mu_i (T''_{B2} - T'_B)] \quad (3.212)$$

$$= T'_B - \Phi_3 (T'_B - T'_A)[1 - \mu_i \Phi_1 - \mu_i \Phi_2 (1 - \mu_i \Phi_1)] \quad (3.213)$$

Durch Einsetzen von T''_B in Φ_{ges} folgt:

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{T'_B - T''_B}{T'_B - T'_A} \quad (3.214)$$

$$= \frac{1}{3} (\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 - \mu_i \Phi_1 \Phi_2 - \mu_i \Phi_1 \Phi_3 - \mu_i \Phi_2 \Phi_3 + \mu_i^2 \Phi_1 \Phi_2 \Phi_3) \quad (3.215)$$

Wobei μ_i das Verhältnis der Wärmekapazitätsströme in jeder Zelle beschreibt mit $\mu_i = \frac{\dot{W}_{Bi}}{\dot{W}_A}$.

Für n baugleiche Einzelapparate gilt:

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{1 - (1 - \mu_i \Phi_i)^n}{\mu_i n} \quad (3.216)$$

Eine Übersicht für parallel-gekoppelte Apparate (Hintereinanderschaltung Fluid A, Parallelschaltung Fluid B (vgl. Abb. ??) kann der folgenden Tabelle entnommen werden:

Fall	μ_{ges}	μ_i	Φ_{ges}
(1) $\dot{W}_A < \dot{W}_B$ mit $\dot{W}_A < \dot{W}_{Bi}$	$\frac{\dot{W}_A}{\dot{W}_B}$	$\frac{\dot{W}_A}{\dot{W}_{Bi}}$	$1 - (1 - \Phi_i)^n$
(2) $\dot{W}_A < \dot{W}_B$ mit $\dot{W}_A > \dot{W}_{Bi}$	$\frac{\dot{W}_A}{\dot{W}_B} = \frac{1}{\mu_i n}$	$\frac{\dot{W}_{Bi}}{\dot{W}_A}$	$\frac{1 - (1 - \mu_i \Phi_i)^n}{\mu_i n} \frac{1}{\mu_{\text{ges}}}$
(3) $\dot{W}_A > \dot{W}_B$	$\frac{\dot{W}_B}{\dot{W}_A}$	$\frac{\dot{W}_{Bi}}{\dot{W}_A}$	$\frac{1 - (1 - \mu_i \Phi_i)^n}{\mu_i n}$

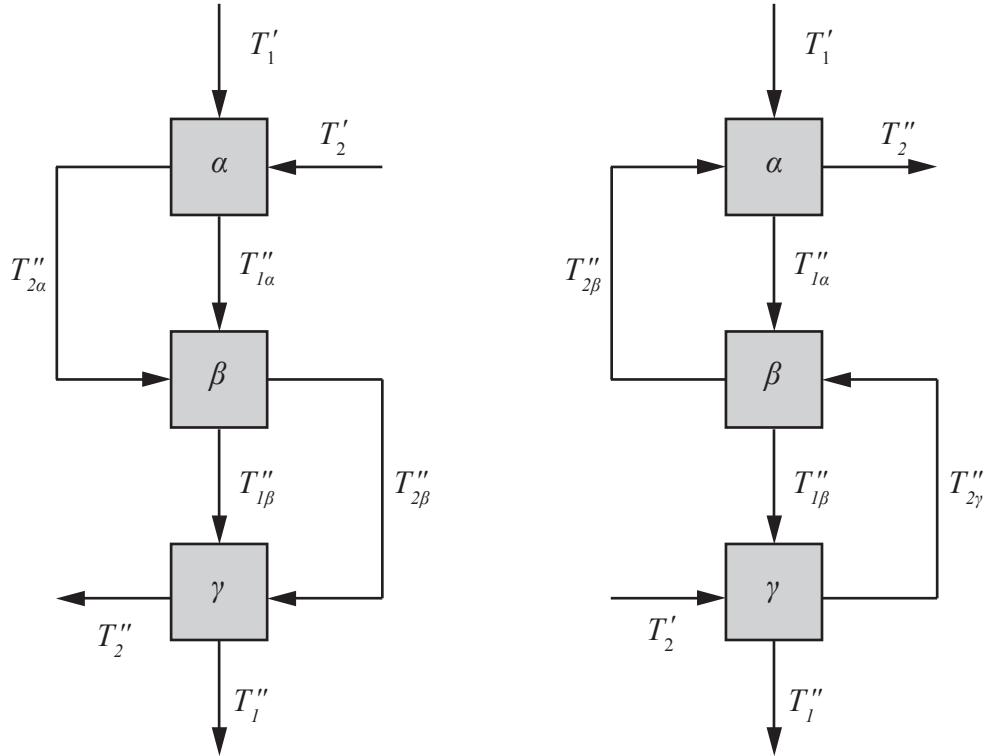


Abbildung 3.21.: Reihenschaltung von Fluid 1 und Fluid 2 im Gleichsinn

Abbildung 3.22.: Reihenschaltung von Fluid 1 und Fluid 2 im Gegensinn

Reihenschaltung

Reihenschaltung von Fluid 1 und Fluid 2 im Gleichsinn

Für die Einzelbetriebscharakteristiken gelten:

$$\Phi_\alpha = \frac{T'_1 - T''_{1\alpha}}{T'_1 - T'_2}, \quad \Phi_\beta = \frac{T''_{1\alpha} - T''_{1\beta}}{T''_{1\alpha} - T''_{2\alpha}}, \quad \Phi_\gamma = \frac{T''_{1\beta} - T'_1}{T''_{1\beta} - T''_{2\beta}} \quad (3.217)$$

Für die Temperaturen bei konstanter Wärmekapazität c_p :

$$T''_{2\alpha} = T'_2 - \mu (T''_{1\alpha} - T'_1) \quad (3.218)$$

$$T''_{2\beta} = T''_{2\alpha} - \mu (T''_{1\beta} - T''_{1\alpha}) \quad (3.219)$$

$$T''_2 = T''_{2\beta} - \mu (T''_1 - T''_{1\beta}) \quad (3.220)$$

Für n Einzelapparate gilt

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{1 - \prod_{i=1}^n [1 - (1 + \mu) \Phi_i]}{1 + \mu} \quad (3.221)$$

und für identische Einzelapparate $\Phi_i = \text{konst.}$ wird daraus

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{1 - [1 - (1 + \mu) \Phi_i]^n}{1 + \mu} \quad (3.222)$$

Reihenschaltung von Fluid 1 und Fluid 2 im Gegensinn

$$\Phi_\alpha = \frac{T'_1 - T''_{1\alpha}}{T'_1 - T''_{2\beta}}, \quad \Phi_\beta = \frac{T''_{1\alpha} - T''_{1\beta}}{T''_{1\alpha} - T''_{2\gamma}}, \quad \Phi_\gamma = \frac{T''_{1\beta} - T''_1}{T''_{1\beta} - T'_2} \quad (3.223)$$

Für die Temperaturen bei konstanter Wärmekapazität c_p :

$$T''_2 = T'_{2\beta} - \mu (T''_{1\alpha} - T'_1) \quad (3.224)$$

$$T''_{2\beta} = T''_{2\gamma} - \mu (T''_{1\beta} - T''_{1\alpha}) \quad (3.225)$$

$$T''_{2\gamma} = T''_2 - \mu (T''_1 - T''_{1\beta}) \quad (3.226)$$

Für n Einzelapparate gilt (ohne Ableitung)

$$\frac{1 - \mu \Phi_{\text{ges}}}{1 - \Phi_{\text{ges}}} = \prod_{i=1}^n \left(\frac{1 - \mu \Phi_i}{1 - \Phi_i} \right) \quad (3.227)$$

und für identische Einzelapparate $\Phi_i = \text{konst.}$ wird

$$\Phi_{\text{ges}} = 1 - \frac{1 - \mu}{\left(\frac{1 - \mu \Phi_i}{1 - \Phi_i} \right)^n - \mu} \quad (3.228)$$

Sonderfall. Für $\mu = 1$ folgt daraus unter Anwendung der Regel von de l'Hospital

$$\Phi_{\text{ges}} = \frac{n \Phi_i}{1 + (n - 1) \Phi_i} \quad (3.229)$$

3.2.1.6. Vergleich verschiedener Verschaltungsvarianten

Um verschiedene Verschaltungsvarianten miteinander vergleichen zu können, muss die Gesamtbetriebscharakteristik bestimmt werden.

Vorgehen:

1. Bestimmung der Einzelbetriebscharakteristik

Die Einzelbetriebscharakteristik ist von verschiedenen Faktoren abhängig, welche im Einzelnen untersucht werden müssen. Die Abhängigkeiten sind:

- Fläche des Wärmeübertragers
- Verhältnis der Wärmekapazitätsströme
- Wärmedurchgangskoeffizient

Die **Fläche des Wärmeübertragers** kann unter der Annahme baugleicher Geräte als konstant angenommen werden.

Das **Verhältnis der Wärmekapazitätsströme** ist bei Reihenschaltungen (Gegensinn bzw. Gleichsinn) konstant. Werden hingegen Parallelschaltungen verwendet, so spaltet sich ein Wärmekapazitätsstrom gleichmäßig auf.

Der **Wärmedurchgangskoeffizient** ist in Abhängigkeit von den beiden Wärmeübertragungskoeffizienten α_1 und α_2 zu bestimmen. Diese werden von den Fluidgeschwindigkeiten bestimmt. Bei einer Parallelschaltung wird es auch hier zu einer Veränderung des Wärmedurchgangskoeffizienten kommen.

2. Bestimmung der Gesamtbetriebscharakteristik

Für die Gesamtbetriebscharakteristik müssen die Wärmekapazitätsströme in allen Verschaltungsvarianten gleich groß sein.

Die Ausführungen machen deutlich, dass ein einfacher, genereller Vergleich nicht möglich ist. Daher wird hier Beispielhaft unter einer Reihe von Annahmen ein Vergleich aufgestellt.

Beispiel

Zur Verfügung stehen 1, 3 bzw. 10 baugleiche Gleichstrom-Platten-Wärmeübertrager und folgende Verschaltungsvarianten:

- Reihe-Gleichsinn

- Reihe-Gegensinn
- Hintereinanderschaltung Fluid 1, Parallelschaltung Fluid 2 mit $\dot{W}_{\alpha i} < \dot{W}_\beta$

Als konstant anzunehmen seien:

- Die Eintrittstemperatur der Fluide
- Die Gesamtmassenströme der Fluide
- Die Oberfläche, Plattendicke und Wärmeleitung des einzelnen Wärmeübertragers

Weitere Annahmen/Voraussetzungen:

- Der gesamte Wärmekapazitätsstrom sei für beide fluide gleich groß ($\mu = 1$)
- Falls beide Fluidströme komplett durch einen Wärmeübertrager fließen, so sei $\kappa = 0,5$). (Dies ist eine willkürliche Voraussetzung, um später numerisch vergleichbare Ergebnisse zu erhalten.)

Bestimmung der Einzelbetriebscharakteristik

Für die Einzelbetriebscharakteristik eines Gleichstrom-Platten-Wärmeübertrager:

$$\Phi = \frac{1 - e^{-\kappa(1+\mu)}}{1 + \mu} \quad (3.230)$$

Wird ein Fluidstrom parallel geführt, so ändert sich mit dem Massenstrom auch der Wärmedurchgangskoeffizient. Die ermittelte Betriebscharakteristik bezieht sich auf den kleineren Wärmekapazitätsstrom.

- a) Der Wärmeübergangskoeffizient ändert sich bei verringertem Massendurchfluss nicht. Hier wird angenommen, dass der parallel geführte Fluidstrom keinen Einfluss auf den Wärmeübertragungskoeffizienten besitzt. Dies könnte zum Beispiel sein, wenn eine Seite des Wärmeübertragers mit einer Flüssigkeit, die andere Seite mit einem Gas in Kontakt steht. Der Wärmetransport zwischen Gas und Wand ist bei der erzwungenen Konvektion um circa eine Zehnerpotenz geringer als auf der Flüssigkeit/Wand-Seite.

Mit α_{variabel} als dem Wärmeübergangskoeffizienten des parallel geführten Fluidstroms und α_{statisch} als dem des in Reihe geschalteten folgt:

$$\frac{1}{\alpha_{\text{variabel}}} \ll \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{\text{statisch}}} \quad (3.231)$$

Mit der Folge, dass

$$k = \frac{1}{\frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{\text{statisch}}}} \quad (3.232)$$

$$\kappa = \frac{k A}{\dot{m}_1 c_{p,1}} = \frac{1}{\mu} \frac{k A}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \sim \frac{1}{\dot{m}_2} \quad (\mu = 1) \quad (3.233)$$

- b) Der Wärmeübergangskoeffizient ändert sich bei verringertem Massendurchfluss, wird aber nur von einer Seite bestimmt. (Hier würde sich der Massenstrom und somit auch die Geschwindigkeit der Gasseite verändern.)

$$\frac{1}{\alpha_{\text{variabel}}} \gg \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{\text{statisch}}} \quad \text{damit } k = \alpha_{\text{variabel}} \quad (3.234)$$

Für α_{variabel} wird eine Korrelation aus der Grenzschichttheorie vorausgesetzt (vgl. Skript: *Wärme- und Stoffübertragung I*). Hier angenommen: Ebene, laminare Plattengrenzschicht

$$\text{Nu}_L \approx 0,664 \text{ Pr}^{0,33} \text{ Re}_L^{0,5} \quad (3.235)$$

So ist

$$\alpha_{\text{variabel}} = k \sim \sqrt{w} \sim \sqrt{\dot{m}_2} \quad (3.236)$$

Und damit

$$\kappa = \frac{k A}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \sim \frac{\sqrt{\dot{m}_2}}{\dot{m}_2} = \frac{1}{\sqrt{\dot{m}_2}} \quad (3.237)$$

Für Fall a) folgt

$$\Phi_i = \frac{1 - e^{-\kappa_i (1+\mu_i)}}{1 + \mu_i} = \frac{1 - e^{-\frac{\dot{m}_i}{\dot{m}} \kappa (1 + \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}} \mu_{\text{ges}})}}{1 + \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}} \mu_{\text{ges}}} \quad (3.238)$$

Für Fall b) folgt

$$\Phi_i = \frac{1 - e^{-\kappa (1+\mu_i)}}{1 + \mu_i} = \frac{1 - e^{-\sqrt{\frac{\dot{m}_i}{\dot{m}}} \kappa (1 + \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}} \mu_{\text{ges}})}}{1 + \frac{\dot{m}_i}{\dot{m}} \mu_{\text{ges}}} \quad (3.239)$$

mit $\mu_{\text{ges}} = 1$ und $\kappa = 0,5$ ergeben sich folgende Werte:

Fall	i	Φ_i
a)	1	0,3161
a)	3	0,6485
a)	10	0,9054
b)	1	0,3161
b)	3	0,5136
b)	10	0,7494

Schaltung		$n = 1$	$n = 3$	$n = 10$
	Parallelschaltung: $\Phi_{ges,\alpha} = \frac{1-(1-\mu_i \Phi_i)^n}{\mu_i n}$	Fall a) $\Phi_{ges} = 0,316$ Fall b) $\Phi_{ges} = 0,316$	Fall a) $\Phi_{ges} = 0,519$ Fall b) $\Phi_{ges} = 0,431$	Fall a) $\Phi_{ges} = 0,613$ Fall b) $\Phi_{ges} = 0,541$
	Reihe-Gleichsinn: $\Phi_{ges} = \frac{1-[1-(1+\mu_{ges}) \Phi_i]^n}{1+\mu_{ges}}$	$\Phi_{ges} = 0,3160$	$\Phi_{ges} = 0,475$	$\Phi_{ges} = 0,499$
	Reihe-Gegensinn: $\Phi_{ges} = \frac{n \cdot \frac{\Phi_i}{1-\Phi_i}}{1+n \cdot \frac{\Phi_i}{1-\Phi_i}}$	$\Phi_{ges} = 0,3160$	$\Phi_{ges} = 0,581$	$\Phi_{ges} = 0,822$

Diskussion

Das Beispiel zeigt, dass für einen Vergleich sehr viele Annahmen getroffen werden müssen. Trotzdem lassen sich einige allgemeine Rückschlüsse ziehen:

- Die Reihenschaltung im Gegensinn zeigt die besten Ergebnisse, da dies einem sehr großen Gegenstrom-Wärmeübertrager entspricht.
- Bei der Parallelschaltung kommt es durch die Vermischung des aufgeteilten Fluidstroms zu einem hohen Exergieverlust. Diese Verschaltungsvariante hat Vorteile, wenn Fluide auf unterschiedlichen Temperaturniveaus benötigt werden.

3.2.2. Grafische Lösungsverfahren

Grafische Lösungsverfahren ermöglichen eine schnelle und einfache Bestimmung der Kennzahlen eines Wärmeübertragers. Im VDI-Wärmeatlas werden etwas modifizierte Diagramme verwendet als die, die in den vorherigen Abschnitten vorgestellt wurden. Die Kurvenscharen in diesen Diagrammen beruhen auf den Berechnungsgleichungen, die im vorangegangenen Abschnitt vorgestellt wurden, bzw. im Falle des Fehlens geschlossener analytischer Gleichungen auf numerischen oder experimentell ermittelten Daten.

Ausgangspunkt sind auch dort die beiden Energiebilanzgleichungen für die Fluide und der Ansatz für die Wärmeübertragung:

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_{p,1} (T''_1 - T'_1) \quad (3.240)$$

$$= \dot{m}_2 c_{p,2} (T''_2 - T'_2) \quad (3.241)$$

$$= k A \Delta T_m \quad (3.242)$$

Die in den Diagrammen verwendeten Kennzahlen entsprechen den zuvor definierten, orientieren sich jedoch an der angelsächsischen Schreibweise:

- Dimensionslose Temperaturänderungen der Stoffströme P

$$P_1 = \frac{T'_1 - T''_1}{T'_1 - T'_2} \quad (3.243)$$

$$P_2 = \frac{T''_2 - T'_2}{T'_1 - T'_2} \quad (3.244)$$

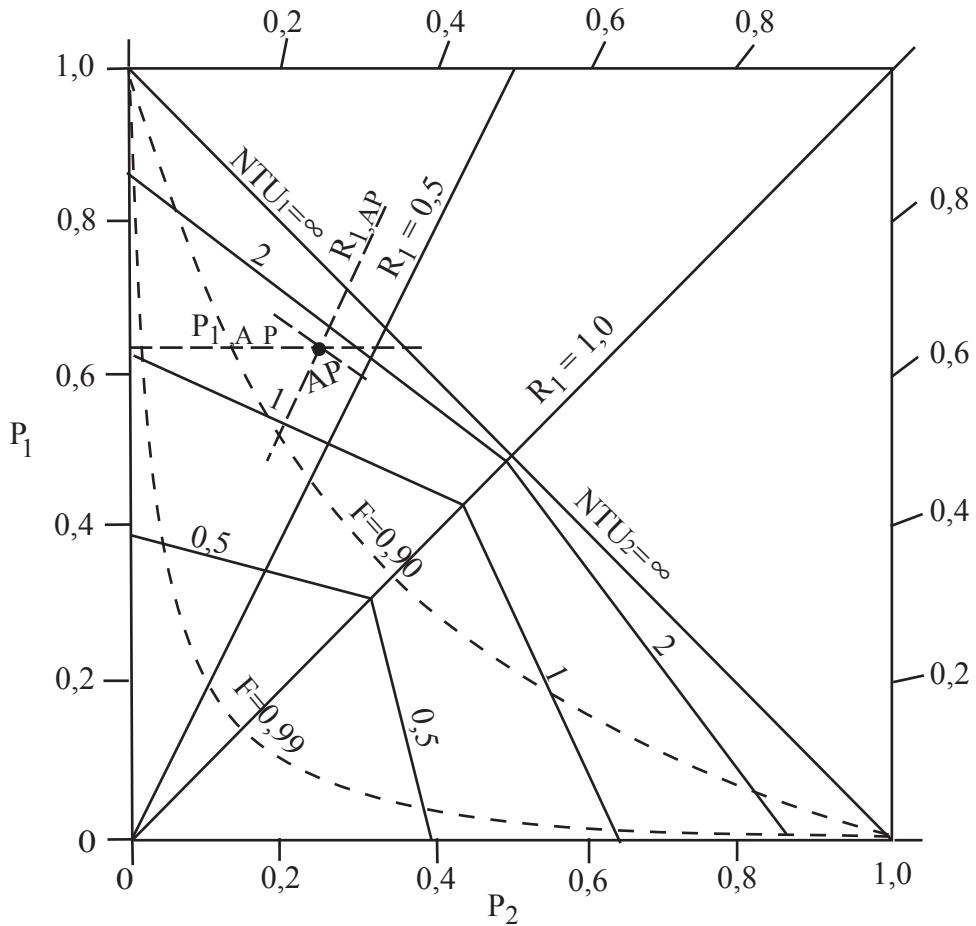
Bemerkung: Die Größe P_1 entspricht der Betriebscharakteristik Φ .

- Anzahl der Übertragungseinheiten (Number of Transfer Units) NTU

$$\text{NTU}_1 = \frac{k A}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad (3.245)$$

$$\text{NTU}_2 = \frac{k A}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \quad (3.246)$$

Bemerkung: Die Größe NTU_1 entspricht der Wärmeübertragungskenngröße κ .


 Abbildung 3.23.: P₁-P₂-Diagramm für den Gleichstrom nach VDI-Wärmeatlas

- Verhältnis der Wärmekapazitätsströme R

$$R_1 = \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}} \quad (3.247)$$

$$R_2 = \frac{\dot{m}_2 c_{p,2}}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad (3.248)$$

Bemerkung: Die Größe R_1 entspricht dem Wärmekapazitätsstrom-Verhältnis μ .

- Dimensionslose mittlere Temperaturdifferenz Θ

$$\Theta = \frac{\Delta T_m}{T'_1 - T'_2} \quad (3.249)$$

Mit diesen Kenngrößen ergeben sich folgende Zusammenhänge:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\text{NTU}_1}{\text{NTU}_2} = \frac{1}{R_1} = R_2 \quad (3.250)$$

und

$$\Theta = \frac{P_1}{\text{NTU}_1} = \frac{P_2}{\text{NTU}_2} \quad (3.251)$$

Verwendung des Diagramms

Jedes Diagramm ist charakteristisch für eine bestimmte Stromführung bzw. einen bestimmten Wärmeübertragertyp, der in Form einer kleinen Skizze zu jedem Diagramm abgebildet ist. Die beiden Stoffströme sind jeweils mit den Ziffern 1 bzw. 2 deklariert (diese Bezeichnung ist unabhängig von der Definition, dass der erste Stoffstrom der mit dem geringeren Wärmekapazitätsstrom ist). Die Kennzahlen im Diagramm - wie zuvor definiert - beziehen sich mit ihrer Indizierung auf die Stoffströme. Die Auftragung des Verhältnisses der Wärmekapazitätsströme R erfolgt als Gerade vom Ursprung ausgehend zum gegenüberliegenden Randmaßstab. Hierbei ist zu beachten, dass dieses Verhältnis auch das Feld bestimmt, indem die Werte aufgetragen und abgelesen werden können, da $0 < R_{1,2} < 1$ gilt. Die dimensionslose Temperaturänderung der Stoffströme P (entspricht der Betriebscharakteristik) ist vom Ursprung ausgehend auf dem angrenzenden Randmaßstab abgetragen, wobei auch hier $0 < P_{1,2} < 1$ gilt. Die Kurvenscharen der NTU sind charakteristisch für jeden Wärmeübertrager und unterscheiden sich in der Regel für beide Stoffströme. Lediglich auf der Teilungsgeraden ($R = 1$) treffen sich diese Kurven, da $\text{NTU}_1 = \text{NTU}_2$ gilt. Bei symmetrischen Stromführungen sind die Felder identisch, sodass auch die Kennzahlen identische Zusammenhänge aufweisen.

Für das Beispiel eines einfachen Gleichstrom-Wärmeübertrages ist in Abbildung 3.23 das VDI-Diagramm (P_1 , P_2 -Diagramm) mit einem eingetragenen Arbeitspunkt dargestellt.

Hinweis: Der im Diagramm eingetragene Wert F ist ein Korrekturfaktor für die logarithmische mittlere Temperaturdifferenz, der hier nicht näher erläutert werden soll. Für weitere Erläuterung sei an dieser Stelle auf den VDI-Wärmealas verwiesen.

Beispiele zusätzlicher P_1 , P_2 -Diagramme aus dem VDI-Wärmeatlas für andere Stromführungen finden sich im Anhang (A.4) oder direkt im VDI-Wärmeatlas im Kapitel C1 (VDI (2013)).

3.3. Berechnung eines Wärmeübertragers mit der Zellenmethode

Kompliziertere Wärmeübertrager und Wärmeübertragerverschaltungen mit diversen Umlenkungen der Fluide lassen sich nicht einfach in eine der drei Kategorien Gleich-, Gegen- oder Kreuzstrom einteilen. Bei der Zellenmethode wird der Wärmeübertrager in Teilbereiche unterteilt, die nacheinander in gleicher oder unterschiedlicher Reihenfolge von beiden Fluidströmen oder Anteilen der Fluidströme durchströmt werden. Jedes Teilvolumen wird als Volumen eines Einzelapparates mit individuellen Ein- und Austrittstemperaturen aufgefasst. Jedem dieser Apparate wird eine möglichst realistische Stromführung zugeordnet. So entsteht an Stelle eines Gesamtapparates ein System aus zusammen geschalteten Einzelapparaten. Unter der Voraussetzung, dass für den Einzelapparat $k \cdot A$ bekannt ist, können bei gegebenen Eintrittstemperaturen die Austrittstemperaturen jedes einzelnen Volumens (Zelle) berechnet werden. Die Berechnung von $k \cdot A$ erfolgt mit den entsprechenden Beziehungen für Wärmeübergangszahlen.

Das Gleichungssystem liefert bei n Zellen $2n$ Gleichungen mit $2n$ unbekannten Austrittstemperaturen. Das Gleichungssystem liefert alle Zwischentemperaturen und die Austrittstemperaturen beider Fluidströme.

$$\dot{Q} = \dot{m}_1 c_{p,1} (T''_1 - T'_1) \quad (3.252)$$

Für jede beliebige Zelle j werden die dimensionslosen Temperaturen folgendermaßen eingeführt:

$$\Theta''_{1j} = \frac{T''_{1j} - T'_2}{T'_1 - T'_2} \quad \Theta''_{2j} = \frac{T''_{2j} - T'_2}{T'_1 - T'_2} \quad (3.253)$$

Die Zelle j wird mit dem Fluidstrom 1 aus der Zelle p mit dem Fluidstrom 2 aus der Zelle q angeströmt. Um eine Beziehung zwischen den Zelleneintrittstemperatu-

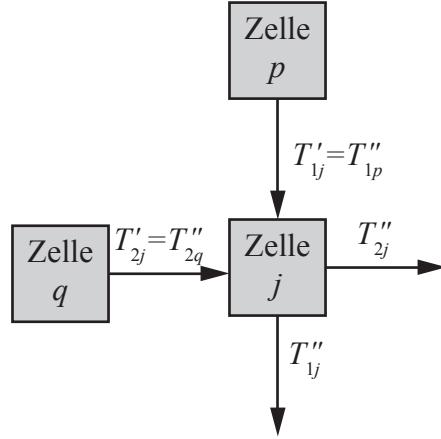


Abbildung 3.24.: Zellenmethode

ren und den Zellenaustrittstemperaturen zu erhalten, wird von der Definition der Betriebscharakteristik für eine Zelle

$$P_{1j} = \frac{T'_{1j} - T''_{1j}}{T'_{1j} - T'_{2j}} \quad (3.254)$$

und der Tatsache, dass

$$T'_{1j} = T''_{1p} \quad \text{und} \quad T'_{2j} = T''_{1q} \quad (3.255)$$

ausgegangen.

In dimensionsloser Form lässt sich die Betriebscharakteristik für die beiden Fluidströme wie folgt wie folgt umformulieren:

$$P_{1j} (T''_{1p} - T''_{2q}) = T''_{1p} - T''_{1j} \quad (3.256)$$

$$P_{1j} T''_{1p} - P_{1j} T''_{2q} - T''_{1p} + T''_{1j} = 0 \quad (3.257)$$

$$P_{1j} T''_{1p} - P_{1j} T''_{2q} - T''_{1p} + T''_{1j} - T'_2 + T'_2 - P_{1j} T'_2 + P_{1j} T'_2 = 0 \quad (3.258)$$

$$P_{1j} (T''_{1p} - T'_2) - P_{1j} (T''_{2q} - T'_2) - (T''_{1p} - T'_2) + (T''_{1j} - T'_2) = 0 \quad (3.259)$$

$$P_{1j} \frac{T''_{1p} - T'_2}{T'_1 - T'_2} - P_{1j} \frac{T''_{2q} - T'_2}{T'_1 - T'_2} - \frac{T''_{1p} - T'_2}{T'_1 - T'_2} + \frac{T''_{1j} - T'_2}{T'_1 - T'_2} = 0 \quad (3.260)$$

$$P_{1j} \Theta''_{1p} - P_{1j} \Theta''_{2q} - \Theta''_{1p} + \Theta''_{1j} = 0 \quad (3.261)$$

reiner Gegenstrom	$P_i = \frac{1-e^{(R_i-1)\cdot NTU_i}}{1-R_i e^{(T_i-1)\cdot NTU_i}}$ für $R_1 \neq 1$ $P_1 = P_2 = \frac{NTU}{1+NTU}$ für $R_1 = 1$
reiner Gleichstrom	$P_i = \frac{1-e^{(R_i-1)\cdot NTU_i}}{1+R_i}$
reiner Kreuzstrom	$P_i = \frac{1}{R_1 NTU_i} \sum_m^{\infty} \left[\left(1 - e^{-NTU_i} \cdot \sum_j = 1^m \frac{1}{j!} NTU_i^j \right) \right. \\ \left. \left(1 - e^{-NTU_i} \cdot \sum_j = 1^m \frac{1}{j!} NTU_i^j \right) \right], i = 1,2$
Kreuzstrom mit einer Rohrreihe	$P_1 = 1 - e^{\frac{e^{-R_1 \cdot NTU_1} - 1}{R_1}}$

So dass folgt:

$$(1 - P_{1j}) \Theta''_{1p} - \Theta''_{1j} + P_{1j} \Theta''_{2q} = 0 \quad (3.262)$$

und

$$(1 - P_{2j}) \Theta''_{2q} - \Theta''_{2j} + P_{2j} \Theta''_{1p} = 0 \quad (3.263)$$

Ist die Zelle j die Eintrittszelle des Fluidstroms 1 oder 2, so gilt:

$$\Theta''_{1p} = \Theta'_{1j} = 1 \quad \text{und} \quad \Theta''_{2q} = \Theta'_{2j} = 0 \quad (3.264)$$

entsprechend gilt, wenn die Zelle j die Austrittszelle des Fluidstroms 1 oder 2 ist:

$$P_{1\text{ges}} = 1 - \Theta''_{1j} \quad \text{und} \quad P_{2\text{ges}} = \Theta''_{2j} \quad (3.265)$$

Die Betriebscharakteristik P wird je nach Strömungsführung berechnet. Eine Zusammenstellung liefert die Tabelle

3.4. Regeneratoren

3.4.1. Aufbau und Funktionsweise von Regeneratoren

Regeneratoren sind diskontinuierlich arbeitende Wärmeübertrager. Sie werden hauptsächlich bei hohen Temperaturen und Drücken eingesetzt, wo aus Materialgründen

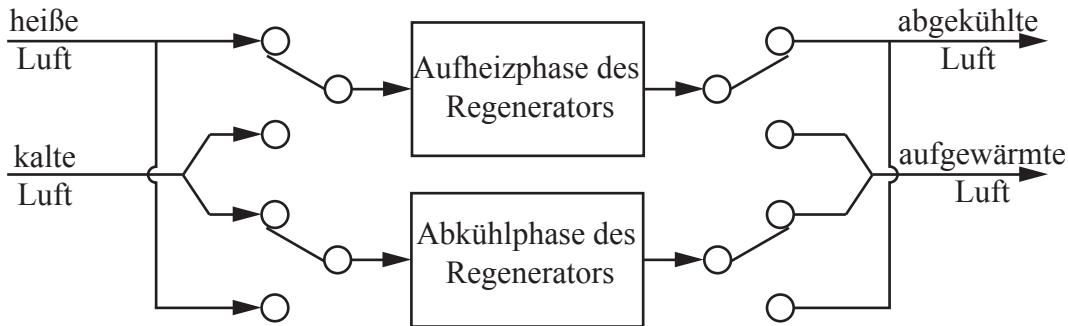


Abbildung 3.25.: Prinzip des schaltenden Regenerators

eine metallischen Wärmeübertrager nicht mehr betrieben werden kann. Keramiken sind für sehr hohe Temperaturen dort im Einsatz.

Regeneratoren zeichnen sich durch eine kompakte Bauweise mit großen Oberflächen aus. Sie besitzen mit 1000 m^2 Übertragerfläche pro m^3 Wärmeübertrager circa 30 mal so viel wie Rohrbündelwärmeübertrager. Ein weiterer Vorteil sind die preiswerten Werkstoffe. Bei einer Taupunktsunterschreitung kann kostengünstig ein Teil der Wärmeübertragerfläche aus korrosionsfesten Werkstoffen hergestellt werden. Durch die wechselnde Strömungsrichtung in den Heizflächen tritt ein Selbstreinigungseffekt ein.

Nachteilig sind die Dichtprobleme zwischen den beiden Fluiden, vor allem bei sehr großen und sehr schweren Apparaten. Hierzu ist es notwendig, dass beide Fluide mit annähernd dem selben Druck in den Regenerator eintreten. Verunreinigungen können in Lüftungssystemen von der Fortluft- zur Zuluftseite verschleppt werden. Regeneratoren haben im Vergleich zu Rohrbündelwärmeübertragern geringere Druckverluste und können für große Massenströme ausgelegt werden. Hier stellt die Bewegung der großen Wärmeübertragermassen ein konstruktives Problem dar. Ein bekanntes Modell ist der Luftvorwärmer (LuVo), der in Abbildung 2.15 dargestellt ist.

Bei Regeneratoren wird zwischen zwei verschiedenen Bauarten unterschieden. Zum einen die schaltenden Regeneratoren, bei denen die Speichermasse unbeweglich ist, zum anderen Regeneratoren mit sich drehender Speichermasse.

- Schaltende Regeneratoren (Hüttenindustrie)** Schaltende Regeneratoren bestehen aus mindestens zwei Wärmeübertragern, die abwechselnd von heißer und kalter Luft durchströmt werden. Abbildung 3.25 zeigt einen der beiden Zustände,

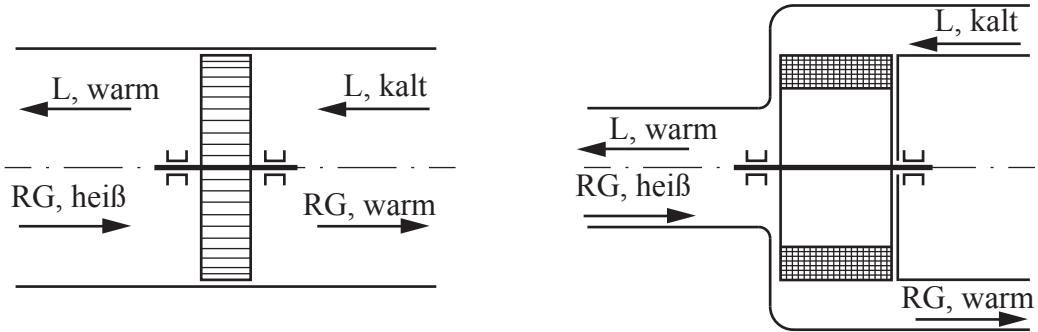


Abbildung 3.26.: Drehende Regeneratoren in axialer (l.) und radialer (r.) Ausführung

in dem die heiße Luft durch den oberen und die kalte Luft durch den unteren Wärmeübertrager strömt. Nachteil an dieser Bauweise sind die instationären Austrittstemperaturen.

- b) **Drehende Regeneratoren (Kraftwerke, Klimatechnik)** Drehende Wärmeübertrager (vgl. Abb. 3.26) benötigen keine Schaltungen. Hier bewegt sich die Regeneratormasse selber von der einen Beaufschlagung zur anderen. Aufwändig ist hierbei die Dichtung der beiden Regeneratorhälften zueinander. Die Temperaturen sind bei dieser Bauweise konstant und somit für chemische Prozesse besser handhabbar.

3.4.2. Berechnung von drehenden Regeneratoren

Für einen Regenerator, der mit sehr großer Drehzahl läuft, ergibt sich als Grenzwert für die Betriebscharakteristik der eines Gegenstromwärmeübertragers

$$\Phi_{n \rightarrow \infty} = \frac{1 - e^{-\kappa_o(1-\mu)}}{1 - \mu e^{-\kappa_o(1-\mu)}} \quad (3.266)$$

mit

$$\kappa_o = \frac{(kA)_o}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \quad \text{und} \quad \frac{1}{(kA)_o} = \frac{1}{(kA)_1} + \frac{1}{(kA)_2} \quad (3.267)$$

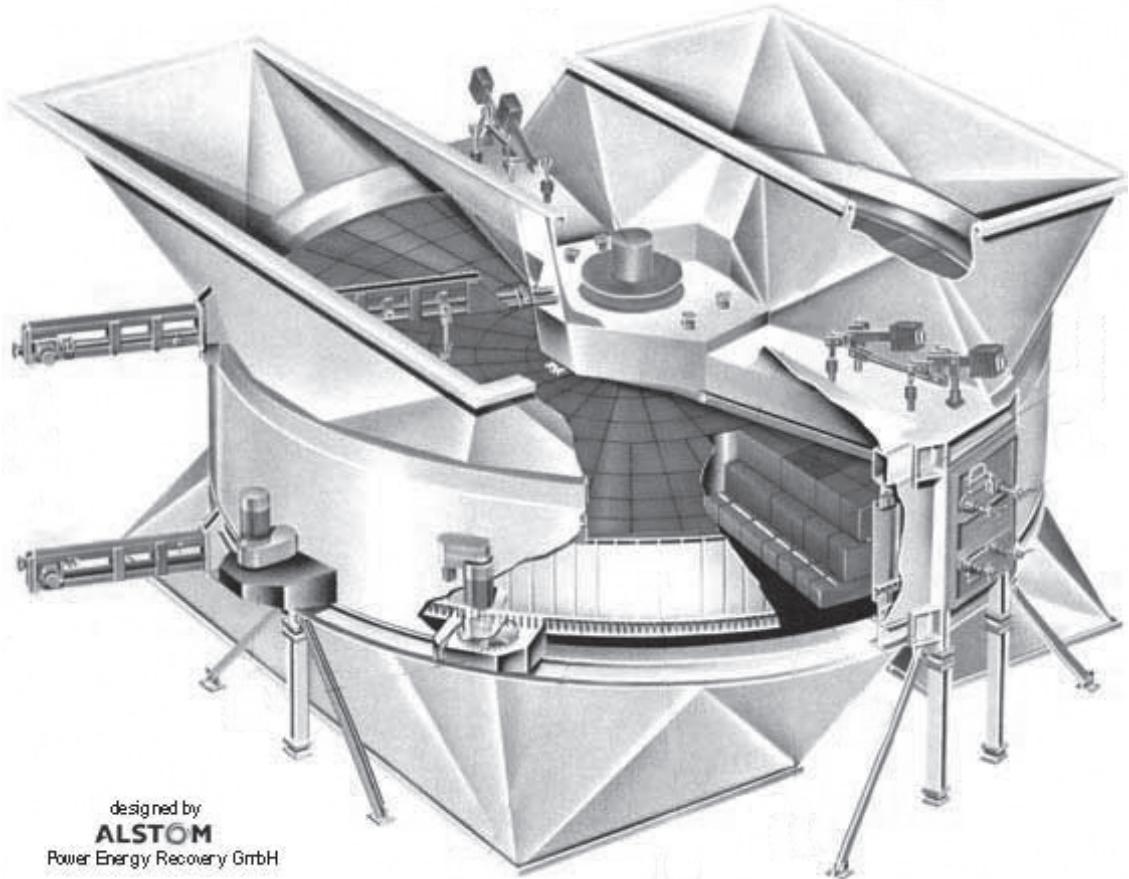


Abbildung 3.27.: Ljungström-Regenerator von Alstom

In vielen technischen Anwendungen, zum Beispiel bei der Wärmerückgewinnung in der Klimatechnik oder bei der Luftvorwärmung in der Kraftwerkstechnik, sind beide Wärmekapazitätsströme etwa gleich groß

$$\mu = \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}} = 1 \quad (3.268)$$

Daraus folgt

$$\Phi_{n \rightarrow \infty, \mu=1} = \frac{\kappa_o}{\kappa_o + 1} \quad (3.269)$$

Die Ableitung der Betriebscharakteristik für einen mit niedriger Drehzahl arbeitenden Regenerator ist umfangreich und führt unter zahlreichen vereinfachenden Annahmen auf ein Gleichungssystem, das nur noch numerisch zu lösen ist. Im Folgen-

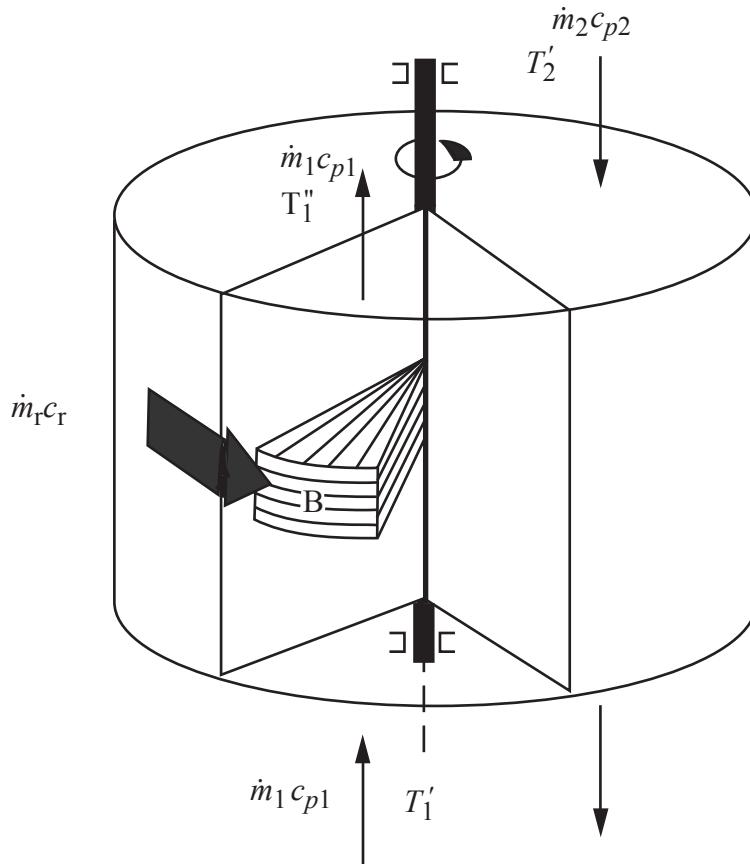


Abbildung 3.28.: Kontrollvolumen am Drehenden Regenerator

den soll der Rechnungsgang unter folgenden vereinfachenden Annahmen angedeutet werden:

- Wärmeleitung in Strömungsrichtung und Drehrichtung (φ) sehr klein
- Wärmeleitung in radialer Richtung sehr groß
- spezifische Wärmekapazitäten von der Temperatur unabhängig
- keine Übertragungsverluste
- Wärmeübergangskoeffizienten konstant
- stationärer Betrieb

Energiebilanz an einem Wärmeübertragerelement

Dabei bedeuten N_a und N_u die Zahl der endlichen Rechenelemente in Achs- bezie-

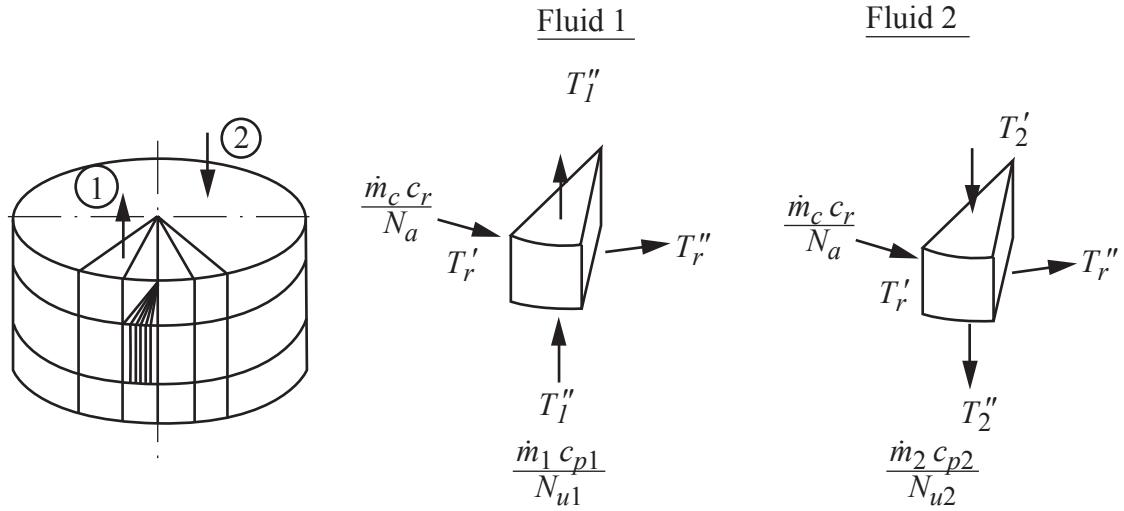


Abbildung 3.29.: Kontrollvolumen am Regenerator

hungsweise in Umfangsrichtung und $\dot{m}_r = r \dot{m}_r$ den durch das ortsfeste Bilanzvolumen drehenden Regeneratormassenstrom.

An der Grenze zwischen den beiden Fluiden gilt für das Regeneratormaterial

$$T_{r,1}'' = T_{r,2}' \quad (3.270)$$

$$T_{r,2}'' = T_{r,1}' \quad (3.271)$$

Bilanz für Fluid 1 am Element

$$\dot{Q} = \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{N_{u,1}} (T_1' - T_1'') \quad (3.272)$$

$$\dot{Q} = \frac{\dot{m}_r c_r}{N_a} (T_r'' - T_r') \quad (3.273)$$

$$\dot{Q} = \frac{(\alpha A)_1}{N_a N_{u1}} \Delta T_m \quad (3.274)$$

Annahme: Eine arithmetische Mittelung der Temperaturen im Element ist zulässig. Da eine numerische Lösung erfolgt, kann die Anzahl der Elemente bei Bedarf groß gewählt werden.

Damit ergibt sich

$$\dot{Q} = \frac{(\alpha A)_1}{N_a N_{u1}} \frac{1}{2} (T'_1 + T''_1 - T'_r - T''_r) \quad (3.275)$$

oder mit

$$T''_r = T'_r + \frac{\dot{Q} N_a}{\dot{m}_r c_r} \quad (3.276)$$

$$\dot{Q} = \frac{(\alpha A)_1}{N_a N_{u1}} \frac{1}{2} \left(T'_1 + T''_1 - T'_r - T''_r - \frac{\dot{Q} N_a}{\dot{m}_r c_r} \right) \quad (3.277)$$

und nach \dot{Q} aufgelöst

$$\dot{Q} = \frac{T'_1 + T''_1 - 2 T'_r}{\frac{2 N_a N_{u1}}{(\alpha A)_1} + \frac{N_a}{\dot{m}_r c_r}} \quad (3.278)$$

Durch Gleichsetzen mit der ersten Bilanzgleichung wird

$$\frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{N_{u1}} (T'_1 - T''_1) = \frac{T'_1 + T''_1 - 2 T'_r}{N_a \left(\frac{2 N_{u1}}{(\alpha A)_1} + \frac{1}{\dot{m}_r c_r} \right)} \quad (3.279)$$

Damit ist die gesuchte Beziehung für die Austrittstemperatur des Fluid 1 aus dem Element gefunden. Diese Beziehung kann wie folgt zusammengefasst werden:

$$T''_1 = T'_1 + K_1 (T'_r - T'_1) \quad (3.280)$$

mit

$$K_1 = \frac{2}{1 + \frac{2 \dot{m}_1 c_{p,1} N_a}{(\alpha A)_1} + \frac{\dot{m}_1 c_{p,1} N_a}{\dot{m}_r c_r N_{u1}}} \quad (3.281)$$

Der Term K_1 lässt sich umformen durch Einführung von:

$$\kappa_o = \frac{1}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \frac{1}{\frac{1}{(\alpha A)_1} + \frac{1}{(\alpha A)_2}} = \frac{(\alpha A)_1}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \frac{1}{1 + \frac{(\alpha A)_1}{(\alpha A)_2}} \quad (3.282)$$

mit der Definition

$$(\alpha A)^* = \frac{(\alpha A)_1}{\alpha A)_2} \quad (3.283)$$

wird

$$\kappa_o = \frac{(\alpha A)_2 (\alpha A)^*}{\dot{m}_1 c_{p,1}} = \frac{1}{1 + (\alpha A)^*} \quad (3.284)$$

und damit

$$(\alpha A)_1 = \dot{m}_1 c_{p,1} \kappa_o [1 + (\alpha A)^*] \quad (3.285)$$

Wird dieser Term in K_1 eingesetzt

$$K_1 = \frac{2}{1 + \frac{2N_a}{\kappa_o [1+(\alpha A)^*]} + \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_r c_r} \frac{N_a}{N_{u2}}} \quad (3.286)$$

Für K_1 gilt demnach der Zusammenhang

$$K_1 = K_1 \left(\frac{\dot{m}_r c_r}{\dot{m}_1 c_{p,1}}; \kappa_o; (\alpha A)^* \right) \quad (3.287)$$

Aus den Bilanzgleichungen für das Regeneratorelement und das Fluidelement 2 können ganz analoge Beziehungen abgeleitet werden:

$$T''_2 = T'_2 + K_2 (T'_r - T'_2) \quad \text{mit } K_2 = \frac{2}{1 + \frac{2N_a}{\mu \kappa_o} \frac{(\alpha A)^*}{1+(\alpha A)^*} + \frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\mu \dot{m}_r c_r} \frac{N_a}{N_{u2}}} \quad (3.288)$$

$$T''_3 = T'_3 + K_3 (T'_r - T'_3) \quad \text{mit } K_3 = \frac{2}{1 + \frac{2N_{u1}}{1+(\alpha A)^*} \frac{\dot{m}_r c_r}{\dot{m}_1 c_{p,1}} + \frac{\dot{m}_r c_r}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \frac{N_{u1}}{N_a}} \quad (3.289)$$

Das Gleichungssystem kann numerisch unter Beachtung der Randbedingungen am Ein- und Austritt der Fluide und der Gleichgewichtsbedingungen an den Fluidgrenzen gelöst werden. Nach einer ersten Schätzung der Temperaturfelder ergeben sich iterativ die Temperaturverteilungen der Fluide und des Regenerators, aus denen die jeweils gesuchten Temperaturen am Ein- oder Austritt bestimmt werden können. Allgemein ergibt sich für die Betriebscharakteristik

$$\frac{T'_1 - T''_1}{T'_1 - T'_2} = \Phi \left(\frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}}; \frac{\dot{m}_r c_r}{\dot{m}_1 c_{p,1}}; \kappa_o; (\alpha A)^* \right) \quad (3.290)$$

Die Lösung von Kays und London (1964) ist in den Diagrammen 3.30 bis 3.33 auf den folgenden Seiten für einige Werte von $\frac{\dot{m}_1 c_{p,1}}{\dot{m}_2 c_{p,2}}$ dargestellt.

Für den Parameterbereich $\mu > 0,7$ und $\frac{\dot{m}_r c_r}{\dot{m}_1 c_{p,1}} > 2$ ergibt sich die Näherungsformel

$$\Phi = \Phi_{\text{Gegenstrom}} \left(1 - \frac{1}{9 \left(\frac{\dot{m}_r c_r}{\dot{m}_1 c_{p,1}} \right)^{1,93}} \right) \quad (3.291)$$

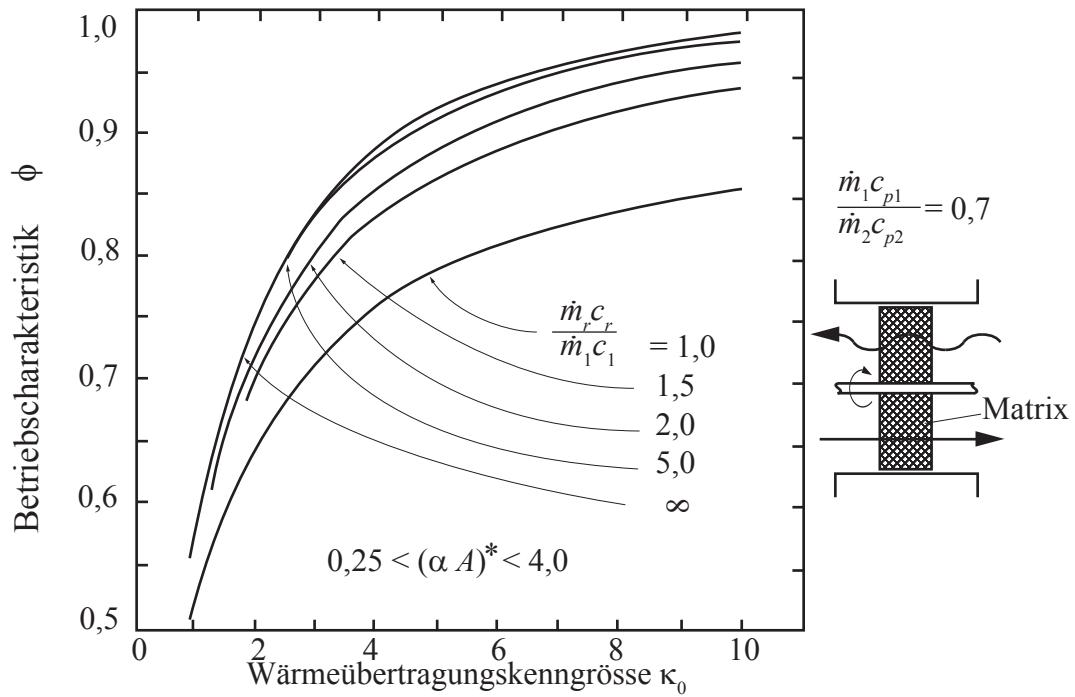


Abbildung 3.30.: Betriebscharakteristik für Regeneratoren ($\mu = 0,7$)

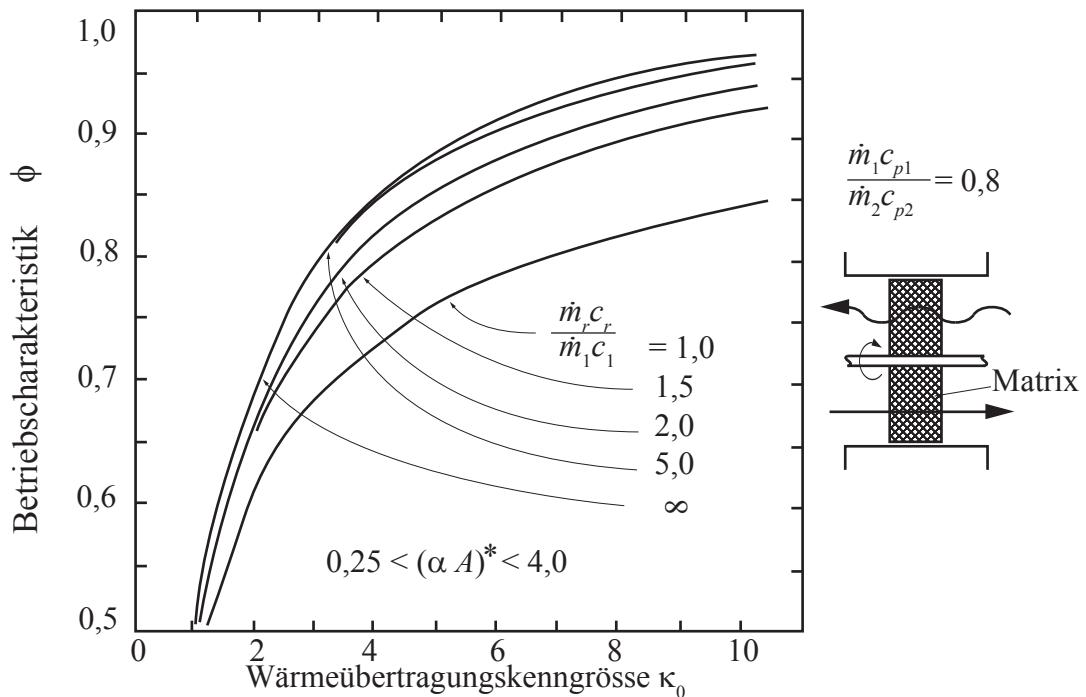


Abbildung 3.31.: Betriebscharakteristik für Regeneratoren ($\mu = 0,8$)

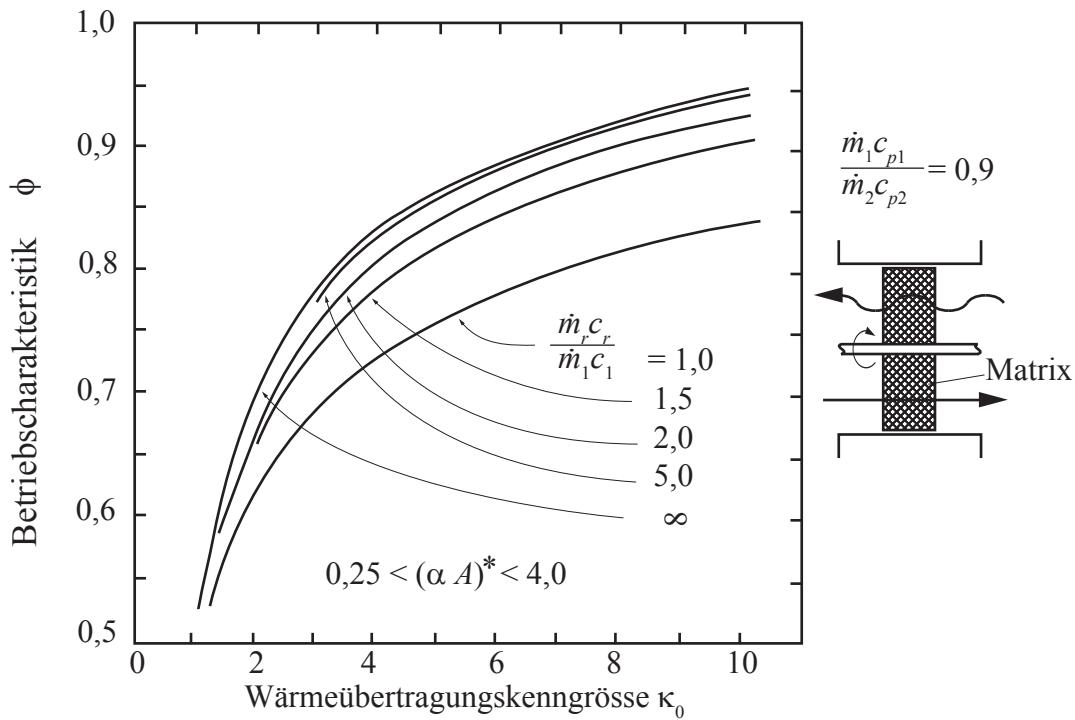


Abbildung 3.32.: Betriebscharakteristik für Regeneratoren ($\mu = 0,9$)

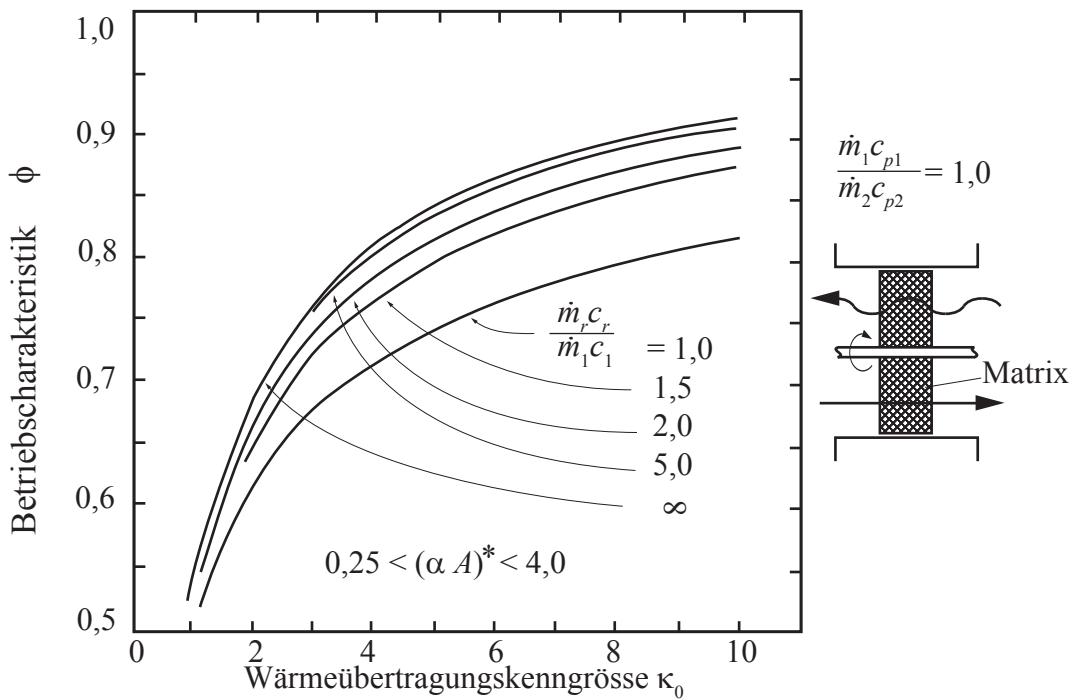


Abbildung 3.33.: Betriebscharakteristik für Regeneratoren ($\mu = 1,0$)

Kapitel 4.

Verdampfung und Kondensation

Neben den in den ersten Kapiteln vorgestellten Anwendungsbereichen für Wärmeübertrager ohne Phasenwechsel wird nun der weitläufige Bereich der Phasenumwandlung adressiert. Dazu gehören insbesondere die Verdampfung von flüssigen Medien als auch die Kondensation von Dämpfen. Die Anwendungsfelder sind ebenso vielfältig wie die dazugehörigen Apparate. Nach der Einführung in die theoretischen Grundlagen folgt eine Zusammenstellung von verschiedenen Bauarten von Verdampfern. Weitere Informationen zu den Grundlagen können dem Skript *Wärme- und Stoffübertragung I+II* entnommen werden.

4.1. Verdampfung

Für die Berechnung von Apparaten, in denen Dampf erzeugt wird, werden Kenntnisse der Wärmeübertragung bei Verdampfung benötigt. Prinzipiell lässt sich unterscheiden, ob es sich um Verdampfung bei freier Konvektion (Behältersieden) oder bei erzwungener Konvektion (Strömungssieden) handelt.

4.1.1. Behältersieden (freie Konvektion)

In Abbildung 4.1 ist eine in der Verfahrenstechnik übliche Bauart eines Verdampfers gezeigt, bei dem die Flüssigkeit in einem größeren Flüssigkeitsraum bei freier Strömung verdampft. Das Behältersieden (engl.: pool boiling) sei dadurch charakte-

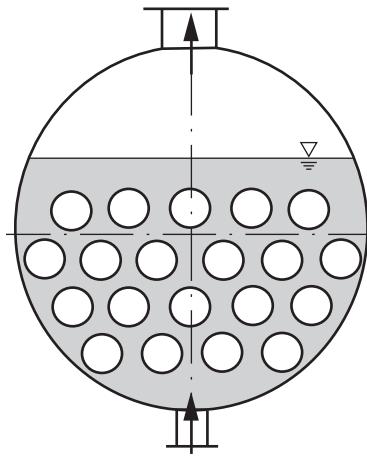


Abbildung 4.1.: Rohrbündelverdampfer

risiert, dass sich die Strömung allein durch den **Auftrieb der erzeugten Dampfblasen und durch Dichteunterschiede** einstellt.

Der Wärmeübergangskoeffizient α für die Verdampfung sei wie folgt definiert:

$$\dot{q}'' = \alpha \Delta T = \alpha (T_w - T_s) \quad (4.1)$$

wobei T_w = Wandtemperatur und T_s = Siedetemperatur.

Der Prozess der Verdampfung wird im Wesentlichen durch den Vorgang des Siedens bestimmt, so dass dieses hier näher betrachtet werden soll.

4.1.1.1. Siedecharakteristiken

Siedekennlinien - erstmals ermittelt von Nukiyama - beschreiben beim zweiphasigen Wärmeübergang den Zusammenhang zwischen dem übertragenen Wärmestrom pro Fläche (Wärmestromdichte \dot{q}'') und der Differenz zwischen Wandtemperatur und Sättigungstemperatur des Fluids (Wandüberhitzung $\Delta T = T_w - T_s$). Der Verlauf einer Siedekennlinie hängt ab von

- der verwendeten Flüssigkeit (z. B. Wasser oder Niedersieder, wie z. B. Kältemittel)
- der Art der Strömung (Behältersieden oder Sieden bei erzwungener Konvektion)

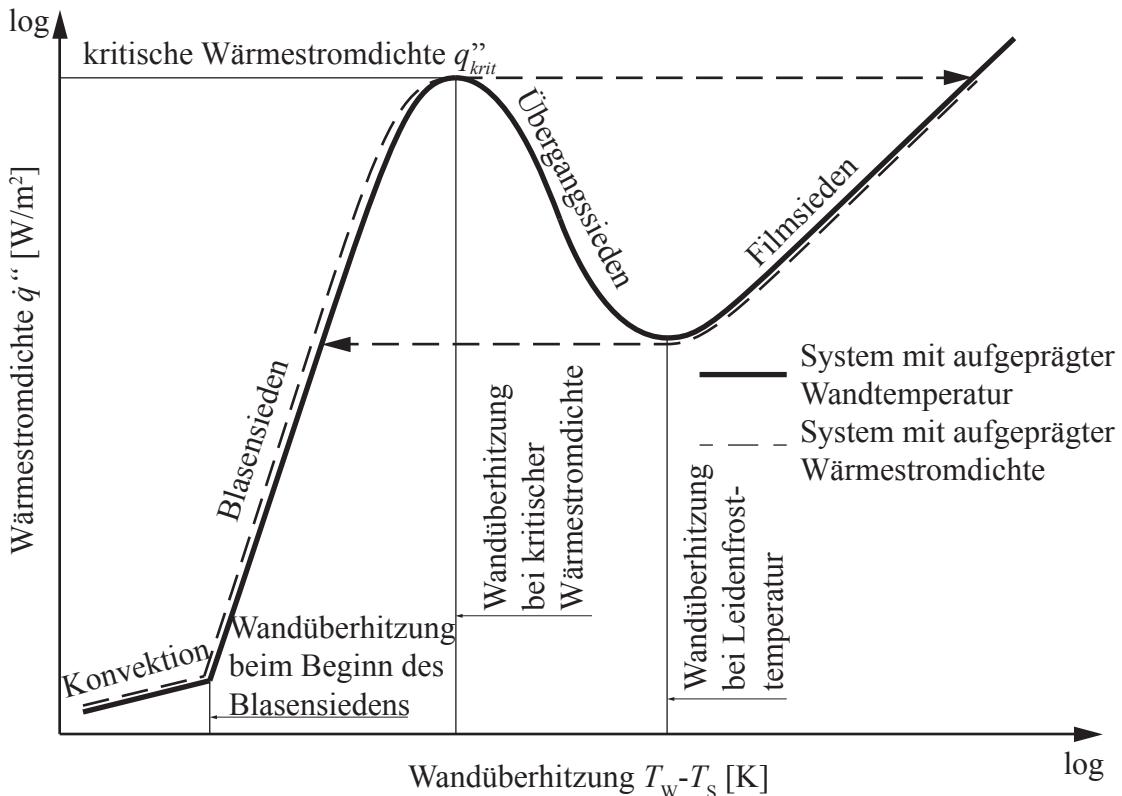


Abbildung 4.2.: Prinzipieller Verlauf der Siedekennlinie im Nukiyama-Diagramm

- dem thermodynamischen Zustand des Fluids (Dampfvolumenanteil, Unterkühlung)
- der Anordnung (z. B. vertikal, horizontal) und Geometrie der Heizfläche (z. B. ebene Heizfläche im Rechteckkanal, Rohr)
- den Eigenschaften des Heizflächenmaterials (z. B. Wärmeleitfähigkeit) sowie
- der Beschaffenheit der Oberfläche (poliert, beschichtet, verschmutzt, etc.).

Bei kleinen Wandüberhitzungen erfolgt der Wärmeübergang durch freie, einphasige Konvektion, die mit steigender Temperaturdifferenz zu besseren Wärmeübergangskoeffizienten und somit zu einem leichten Anstieg der Siedekennlinie führt. Die Verdampfung selber findet an der Phasengrenze zwischen Wasser und Dampf statt.

In Abhängigkeit von der Benetzbarkeit der Heizfläche bilden sich nach einem mehr oder weniger starken Siedeverzug erste Dampfblasen an bestimmten Stellen auf der

Heizfläche, deren Anzahl und Größe mit steigender Wandüberhitzung wächst (Onset of Nucleate Boiling, ONB).

Mit dem Ablösen der ersten Blasen von der Heizfläche beginnt das **Blasensieden**. Die Heizfläche ist in diesem Bereich noch vollständig von der Flüssigkeit benetzt. Durch die vermehrte Dampfproduktion und die intensive Rührwirkung der miteinander koaleszierenden Dampfblasen steigt die Wärmestromdichte steil an.

Die starke Steigung der Siedekennlinie flacht sich kurz vor Ihrem Maximum etwas ab, weil sich aufgrund der Blasenwechselwirkungen kurzzeitig kleine Dampfpolster an der Heizfläche bilden. In den meisten technischen Siedeprozessen werden das Blasensieden oder, im Falle hoher Dampfgehalte, die erzwungene konvektive Verdampfung angewendet.

Der maximal bei einer benetzten Oberfläche zu übertragende Wärmestrom (**maximale Wärmestromdichte**) ist durch eine Änderung des Wärmeübergangsmechanismus, der sogenannten **Siedekrise**, begrenzt. Eine anschließende Verschlechterung des Wärmeübergangs ist darin begründet, dass die Flüssigkeit teilweise den unmittelbaren Kontakt mit der Wand verliert und somit die Wärme nicht mehr an die flüssige, sondern an die dampfförmige Phase, mit einer geringeren Wärmeleitfähigkeit, übertragen wird. Dieser Effekt äußert sich in Abhängigkeit vom technischen Beheizungssystem auf unterschiedliche Weise:

- Bei Systemen mit aufgeprägter Wärmestromdichte (gestrichelte Linie in Abbildung 4.2), wie z. B. elektrischer Beheizung, Strahlungsheizung oder nuklearer Wärmeerzeugung, führt eine kleine Erhöhung von \dot{q}'' im kritischen Bereich zu einem schnellen Anstieg der Wandtemperatur, was zu einer thermischen Zerstörung (**Burnout**) der Heizfläche führen kann. Wird die Leistungszuführung vor dem Burnout gestoppt und die Leistung verringert, so wird zunächst der stabile Filmsiedebereich durchlaufen. Nach der Wiederbenetzung bei Leidenfrosttemperatur erfolgt ein schneller Übergang zum Blasensieden.
- Bei Systemen mit vorgegebener Wandtemperatur (durchgezogene Linie in Abbildung 4.2), wie zum Beispiel Wärmeübertrager, Kondensatoren oder eine elektrische Beheizung mit Temperaturregelung, führt eine geringe Erhöhung der Wandtemperatur zunächst zu einem starken Rückgang der Wärmestromdichte.

Aus Sicherheitsgründen ist daher die Kenntnis der kritischen Wärmestromdichte \dot{q}_{krit}'' (Critical Heat Flux, CHF) von großer Relevanz, um ein Burnout der Heizfläche beziehungsweise eine unerwünschte Verschlechterung des Wärmeübergangs zu vermeiden. Das ist besonders wichtig bei Anlagenkomponenten mit hohen Wärmeleistungen pro Flächeneinheit wie Verdampfern, Kern- und Fusionsreaktoren, sowie bei Kühlkreisläufen von Raketentriebwerken, Hochleistungsmagneten und elektronischen Bauteilen.

Nach der Siedekrise (postkritischer Bereich) existieren bei aufgeprägter Wandtemperatur vereinfacht zwei Hauptbereiche des Wärmeübergangs. Das *partielle Filmsieden* (Übergangssieden, Transition Boiling) und der Bereich des *stabilen Filmsiedens*.

Das Übergangssieden ist gekennzeichnet durch einen intermittierenden Flüssigkeitskontakt mit nachfolgender Verdampfung an der Heizfläche, was zu heftigen Fluktuationen und Schwingungen führen kann. Der Dampfanteil an der Heizfläche nimmt mit steigender Temperatur zu und der Wärmeübergang verschlechtert sich weiter, bis zu einer Wandtemperatur, bei der nur noch Dampf an der Heizfläche vorliegt (Leidenfrosttemperatur oder minimale Filmsiedetemperatur). Dieser Bereich des Übergangssiedens ist der einzige Wärmeübertragungsmechanismus, bei dem eine Erhöhung der treibenden Temperaturdifferenz zu einer Verringerung des Wärmestroms führt. Er kann bei elektrischer Beheizung unter stationären Bedingungen nur mit einer Temperaturregelung durchfahren werden.

Mit dem Erreichen der Leidenfrosttemperatur beginnt idealisiert das Filmsieden. Ab dieser Temperatur ist die Heizfläche nur noch mit einem Dampffilm bedeckt. Infolge der Wärmestrahlung, Konvektion und Wärmeleitung zwischen Wand, Dampf und Flüssigkeit steigt die Wärmestromdichte mit wachsender Temperaturdifferenz wieder leicht an. Technisch interessant ist die Leidenfrosttemperatur bei Vorgängen, wo die Wiederbenetzung der Heizfläche mit Flüssigkeit und die damit verbundene Verbesserung des Wärmeübergangs wichtig ist, wie bei den schon erwähnten Wiederbeflutungen von heißen Kernbrennstäben oder beim Abschrecken von Stahl. Könnte die Leidenfrosttemperatur durch Maßnahmen, wie zum Beispiel durch die Verwendung poröser Beschichtungen, erhöht werden, würde das Wiederbenetzen der Heizfläche früher einsetzen, der Wärmeübergang würde also verbessert.

Weiterführende Informationen zu diesem Thema sind beispielsweise in der Dissertation von Stein (2004) zu finden.

4.1.1.2. Berechnung von Wärmeübergangskoeffizienten beim Sieden in freier Konvektion

Zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten sind für bestimmte Anwendungsfälle Korrelationen erstellt worden. **Diese gelten nur im Bereich der angegebenen Randbedingungen und sind immer kritisch zu hinterfragen.**

Für den technisch wichtigen Anwendungsfall des Blasensiedens von Wasser in natürlicher Strömung gilt nach Fritz (1963) im Druckbereich von $0,5 \text{ bar} < p < 20 \text{ bar}$ und für Wärmestromdichten $10^4 \text{ W/m}^2 < \dot{q}'' < 10^6 \text{ W/m}^2$ die Korrelation

$$\alpha = 1,95 \dot{q}''^{0,72} p^{0,24} \quad \alpha \text{ in } \text{W/m}^2\text{K}, \dot{q}'' \text{ in } \text{W/m}^2 \text{ und } p \text{ in bar} \quad (4.2)$$

Von Stephan und Preußer (1979) wurde eine allgemein gültigere dimensionslose Darstellung vorgeschlagen, die empirisch durch Auswertung einer sehr großen Zahl von experimentellen Ergebnissen in der Nähe des Umgebungsdruckes ermittelt wurde:

$$\text{Nu} = \frac{\alpha d_A}{\lambda'} \quad (4.3)$$

$$= 0,0871 \left(\frac{\dot{q}'' d_A}{a T_S} \right)^{0,674} \left(\frac{\rho''}{\rho'} \right)^{0,156} \left(\frac{\Delta h_V d_A^2}{a^2} \right)^{0,371} \left(\frac{\lambda'^2 \rho'}{\sigma d_A} \right)^{0,350} (\text{Pr}')^{-0,162} \quad (4.4)$$

Mit ' bezeichnete Größen beziehen sich auf die siedende Flüssigkeit, mit " bezeichnete auf den gesättigten Dampf. Der Abreißdurchmesser d_A lässt sich durch das Lösen des Kräftegleichgewichtes an der Dampfblase bestimmen und ist durch folgende Beziehung gegeben

$$d_A = 0,851 \beta_0 \sqrt{\frac{2 \sigma}{g (\rho' - \rho'')}} \quad (4.5)$$

Der Randwinkel β_0 , der im Bogenmaß einzusetzen ist, liegt für Wasser zwischen 40° und 45° , für die als Kältemittel eingesetzten halogenierten Kohlenwasserstoffe bei etwa 35° . Er beschreibt den Winkel, in dem die Dampfblase mit der Oberfläche in Kontakt steht und ist somit ein Maß für die Oberflächenspannung.

Die Vorhersagegenauigkeit von Gleichung 4.4 ist für Auslegungsrechnungen meist nicht ausreichend. Es wird deshalb vorgeschlagen, für ein gegebenes System einen Versuch bei Standardbedingungen durchzuführen und, von diesem Messwert ausgehend, zu extrapolieren. Zur Bestimmung eines Referenzwertes des

Wärmeübergangskoeffizienten α_{j0} sind im VDI-Wärmeatlas folgende Standardbedingungen gewählt

$$\dot{q}_0'' = 20000 \text{ W/m}^2 \quad \text{und} \quad p_0^* = \frac{p_0}{p_c} = 0,1 \quad (4.6)$$

mit p_c = kritischer Druck der Flüssigkeit.

Die Verdampferoberfläche sollte metallisch sein und einen mittleren Rauigkeitswert von $R_{a0} = 0,4 \mu\text{m}$ (nach DIN 4762.01) aufweisen. Dies entspricht einer polierten Oberfläche.

In dieser Referenzmessung sind die wesentlichen Eigenschaften des Stoffes erfasst. Beispiele für α_0 sind in Tabelle A.2 zusammengestellt.

Wenn der Referenzwert α_0 aus einem Experiment bei Standardbedingungen bekannt ist, wird der Wärmeübergangskoeffizient α aus folgender Beziehung berechnet

$$\frac{\alpha}{\alpha_0} = C_W F(p^*) \left(\frac{\dot{q}''}{\dot{q}_0''} \right)^n \quad (4.7)$$

Der Heizflächenfaktor C_W wird durch die Gleichung

$$C_W = \left(\frac{R_a}{R_{a0}} \right)^{0,133} \left(\frac{b}{b_0} \right)^{0,5} \quad (4.8)$$

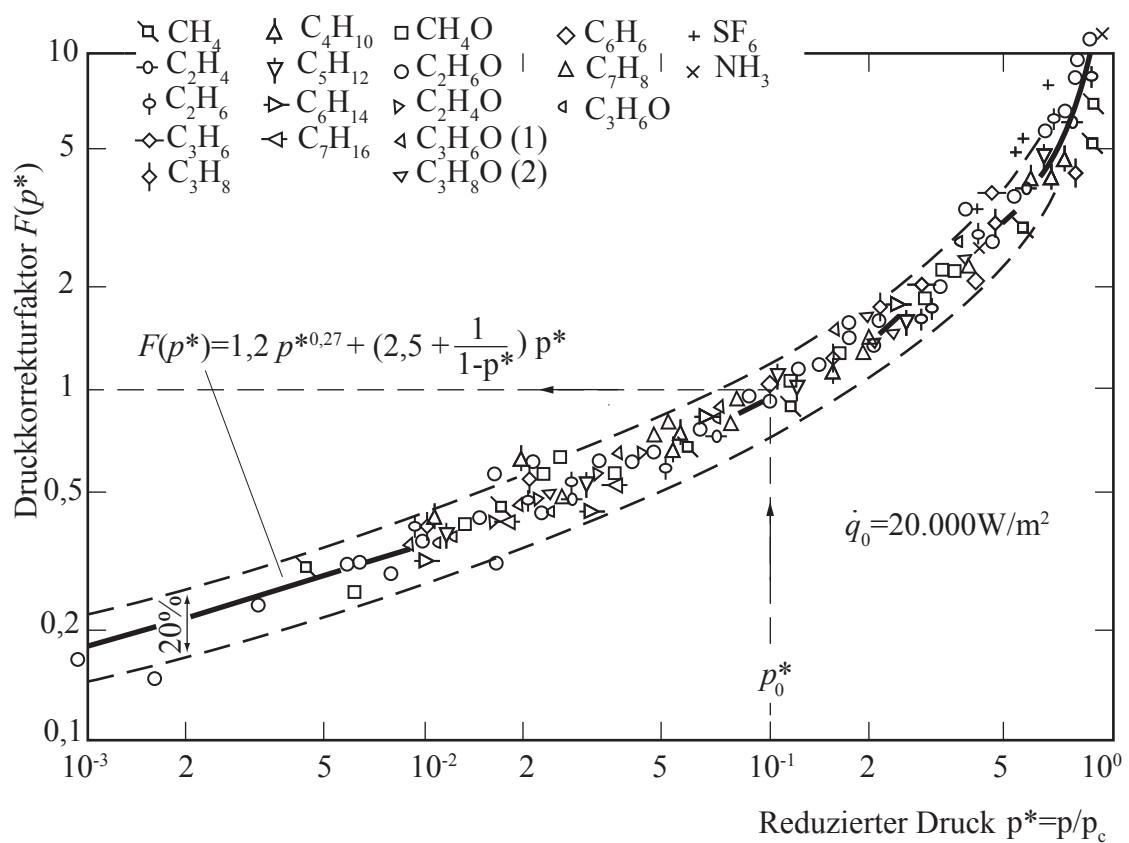
beschrieben. $b = \sqrt{\lambda \rho c}$ ist der Wärmeeindringkoeffizient der Heizwand, $b_0 = \sqrt{\lambda_0 \rho_0 c_0}$ der von Kupfer.

Die Druckabhängigkeit wird durch den Faktor $F(p^*)$ und den Exponenten $n = n(p^*)$ erfasst.

$$F(p^*) = 1,2 p^{*0,27} + \left(2,5 + \frac{1}{1 - p^*} \right) p^* \quad (4.9)$$

$$n = 0,9 - 0,3 p^{*0,15} \quad (4.10)$$

Diese Beziehungen ergaben sich empirisch durch Auswertung zahlreicher Versuchsdaten, siehe Abbildungen 4.3 und 4.4.


 Abbildung 4.3.: Druckabhängigkeit des Faktors $F(p^*)$

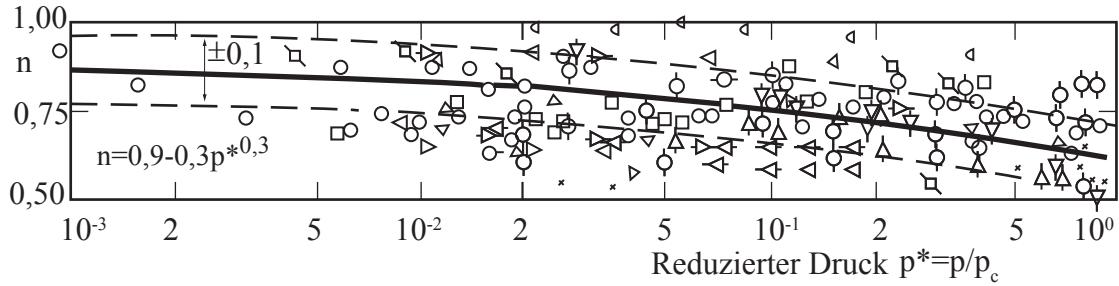


Abbildung 4.4.: Druckabhängigkeit des Exponenten n

Speziell für Wasser und Helium gilt:

$$F(p^*) = 1,73 p^{*0,27} + \left(6,1 + \frac{0,68}{1 - p^{*2}} \right) p^{*2} \quad (4.11)$$

$$n = 0,9 - 0,3 p^{*0,15} \quad \text{gültig für } p^* < 0,9 \quad (4.12)$$

4.1.1.3. Maximale Wärmestromdichte beim Sieden in freier Konvektion

Bei der Apparateauslegung ist die Kenntnis des Wertes der Überhitzungstemperatur, bei der die Wärmestromdichte maximal wird, sehr wichtig. Die Haupteinflussfaktoren sind dabei die Verdampfungsenthalpie und das Verhältnis aus Druck und kritischem Druck.

Die Druckabhängigkeit der maximalen Wärmestromdichte für Wasser wurde von Zuber (1958) in einer empirischen Beziehung wie folgt formuliert

$$\dot{q}_{\text{krit}}'' = k_1 \Delta h_v \rho'' \left(\frac{\sigma (\rho' - \rho'') g}{\rho''^2} \right)^{0,25} \quad k_1 = 0,13 \text{ bis } 0,16 \quad (4.13)$$

und gilt für gesättigte und leicht unterkühlte Flüssigkeiten an ebenen Heizflächen. Im Druckbereich $10^{-3} \leq \frac{p}{p_c} \leq 0,6$ stimmt sie mit vielen Versuchswerten in guter Genauigkeit überein. Mit ' bezeichnete Größen beziehen sich auf die siedende Flüssigkeit, mit '' bezeichnete auf den gesättigten Dampf.

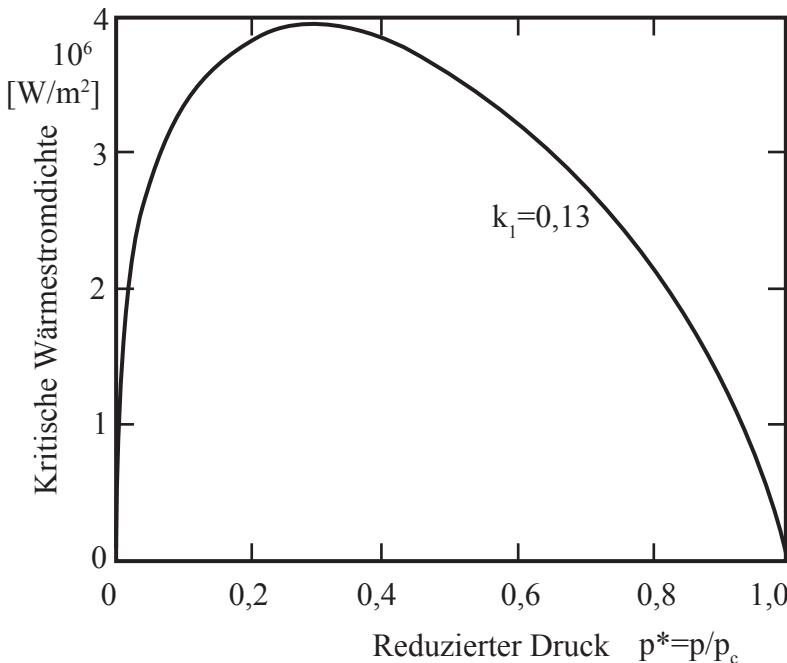


Abbildung 4.5.: Maximale Wärmestromdichte beim Blasensieden für Wasser nach Zuber (1958)

Eine grafische Darstellung der Gleichung 4.13 ist in Abbildung 4.5 zu finden. Weitere und auch für andere Stoffe gültige allgemeinere Beziehungen sind im VDI-Wärmeatlas zu finden.

4.1.2. Strömungszustände beim Sieden in senkrechten Rohren bei erzwungener Konvektion

Während im vorherigen Abschnitt die Strömungsform und der Wärmeübergang beim Sieden einer Flüssigkeit in freier Strömung behandelt wurde, spielen beim Sieden in erzwungener Strömung noch zusätzlich die Strömungsgeschwindigkeiten von dampfförmiger und flüssiger Phase und die Art der Phasenverteilung eine entscheidende Rolle. Der Wärmeübergangskoeffizient lässt sich in der Form $\alpha = c \dot{q}''^n \dot{m}^S f(x^*)$ beschreiben und ist im wesentlichen durch die Strömungsform bestimmt. Wie beim Sieden in freier Konvektion ist auch hier der Wärmeübergangskoeffizient abhängig vom Wärmestrom \dot{q}'' . Zusätzlich jedoch kommt der Einfluss des Massenstroms \dot{m}^S und des Dampfgehaltes x^* hinzu.

4.1.2.1. Die verschiedenen Strömungsformen

In Abbildung 4.6 sind typische Strömungsformen dargestellt, die auch beim Blasensieden in senkrechten Rohren auftreten.

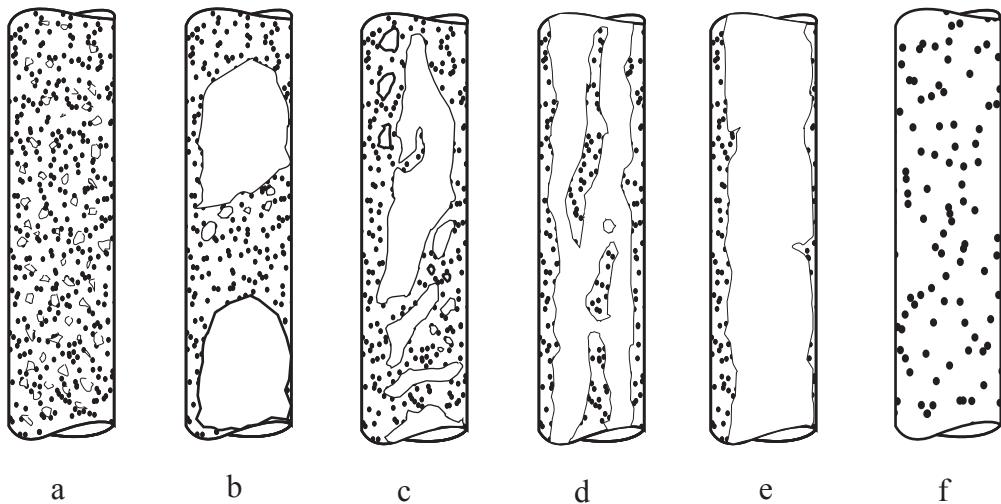


Abbildung 4.6.: Strömungsformen im senkrechten, unbeheizten Rohr bei Aufwärtströmung. **a** Blasenströmung (bubble flow); **b** Ppropfenströmung (plug flow); **c** Schaumströmung (churn flow); **d** Strähnen-Ring-Strömung (wispy-annular-flow); **e** Ringströmung (annular flow); **f** Sprühströmung (spray or drop flow)

In einer **Blasenströmung** ist die Gas und Dampfphase gleichmäßig in der kontinuierlichen Flüssigphase dispergiert. Nur sehr kleine Blasen sind kugelförmig, große Blasen dagegen abgeplattet. Eine solche Strömungsform kommt bei kleinen Gasanteilen vor. Bei der **Ppropfenströmung** füllen große Blasen (Ppropfen) nahezu den gesamten Rohrquerschnitt aus. Zwischen den Ppropfen strömt eine von kleineren Bläschen durchsetzte Flüssigkeit.

Bei größeren Massenstromdichten löst sich die Blasenstruktur weiter auf und es entsteht eine **Schaumströmung**. Sie besteht aus unregelmäßigen, mehr oder weniger großen Gas- oder Dampffetzen und hat einen stark instabilen Charakter. Diese Strömungsform bildet sich besonders in Rohren großen Durchmessers und bei höheren Drücken aus.

Die **Strähnen-Ring-Strömung** besteht aus einem verhältnismäßig dicken Flüssigkeitsfilm an der Wand mit einem weiterhin beträchtlichen Flüssigkeitsanteil im

Dampf- oder Gaskern der Strömung. Der Film ist von kleinen Blasen durchsetzt und die flüssige Phase im Strömungskern besteht aus großen Tropfen, die teilweise zu größeren Flüssigkeitssträhnen zusammengewachsen sind. Diese Strömungsform tritt vor allem bei großen Massenstromdichten auf.

Eine häufig auftretende Strömungsform ist die **Ringströmung**. Diese ist dadurch charakterisiert, dass die Hauptmasse der Flüssigkeit die Wand benetzt und die mit Tropfen durchsetzte Gas- oder Dampfphase mit erheblich höherer Geschwindigkeit den Kern des Rohrs durchströmt.

Infolge der Verdampfung und besonders bei hoher Geschwindigkeit von Gas und Dampf löst sich der Flüssigkeitsfilm an der Wand auf und es entsteht eine **Sprühströmung**, die insbesondere bei der Verdampfung unter hohen Drücken anzutreffen ist.

Diese Strömungsformen lassen sich in einem Kennfeld in so genannten Strömungskarten darstellen. Hier wird die Strömungsform in Abhängigkeit von Trägheits- und Schwerkraft in einem Diagramm aufgetragen. Man spricht hier auch von **Baker-Diagrammen**. Abbildung 4.7 zeigt als Beispiel eine Strömungskarte. Auf den Ordinaten sind die Impulsstromdichten $\rho_G w_G^2$ des Dampfes und $\rho_L w_L^2$ der Flüssigkeit aufgetragen. Diese haben die Dimension eines Drucks und werden mit den scheinbaren Gas- und Flüssigkeitsgeschwindigkeiten gebildet, die dann aufträten, wenn jede der beiden Phasen den gesamten Querschnitt ausfüllte.

Dabei lassen sich die Impulstströme der beiden Phasen wie folgt umformen:

$$\rho'' w''^2 = \left(\frac{\dot{m}''}{\dot{m}''} \right)^2 \frac{\dot{m}''^2}{\rho''} = \frac{(x^* \dot{m})^2}{\rho''} \quad (4.14)$$

und

$$\rho' w'^2 = \left(\frac{\dot{m}'}{\dot{m}'} \right)^2 \frac{\dot{m}'^2}{\rho'} = \frac{[(1 - x^*) \dot{m}]^2}{\rho'} \quad (4.15)$$

Eine ähnliche Einteilung der Strömungsformen ist auch für waagerechte Rohre vorgenommen worden (siehe z.B. Beahr und Stephan (2010)).

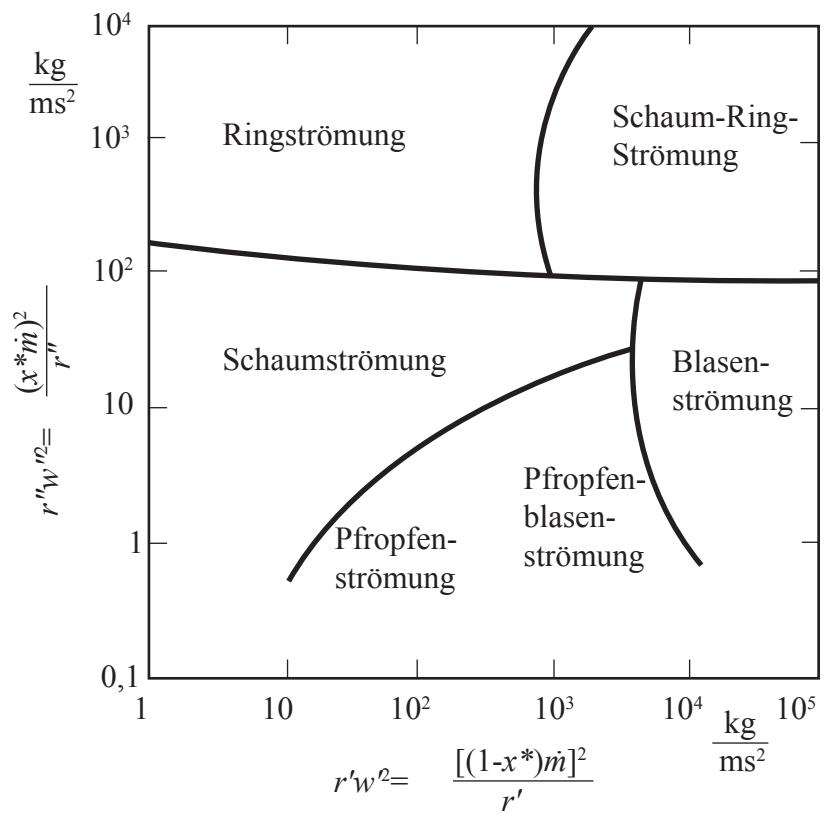


Abbildung 4.7.: Strömungsform-Diagramm für senkrechte Zweiphasenströmung von Luft/Wassergemischen nach Hewitt und Roberts (1969)

4.1.2.2. Energiebilanz und Wärmeübertragungskoeffizient am beheizten Verdampferohr

Den oben dargestellten Strömungsformen lassen sich charakteristische Wärmeübergangskoeffizienten und damit auch Wand- und Fluidtemperaturverläufe zuordnen. In Abbildung 4.8 sind diese Zusammenhänge skizziert.

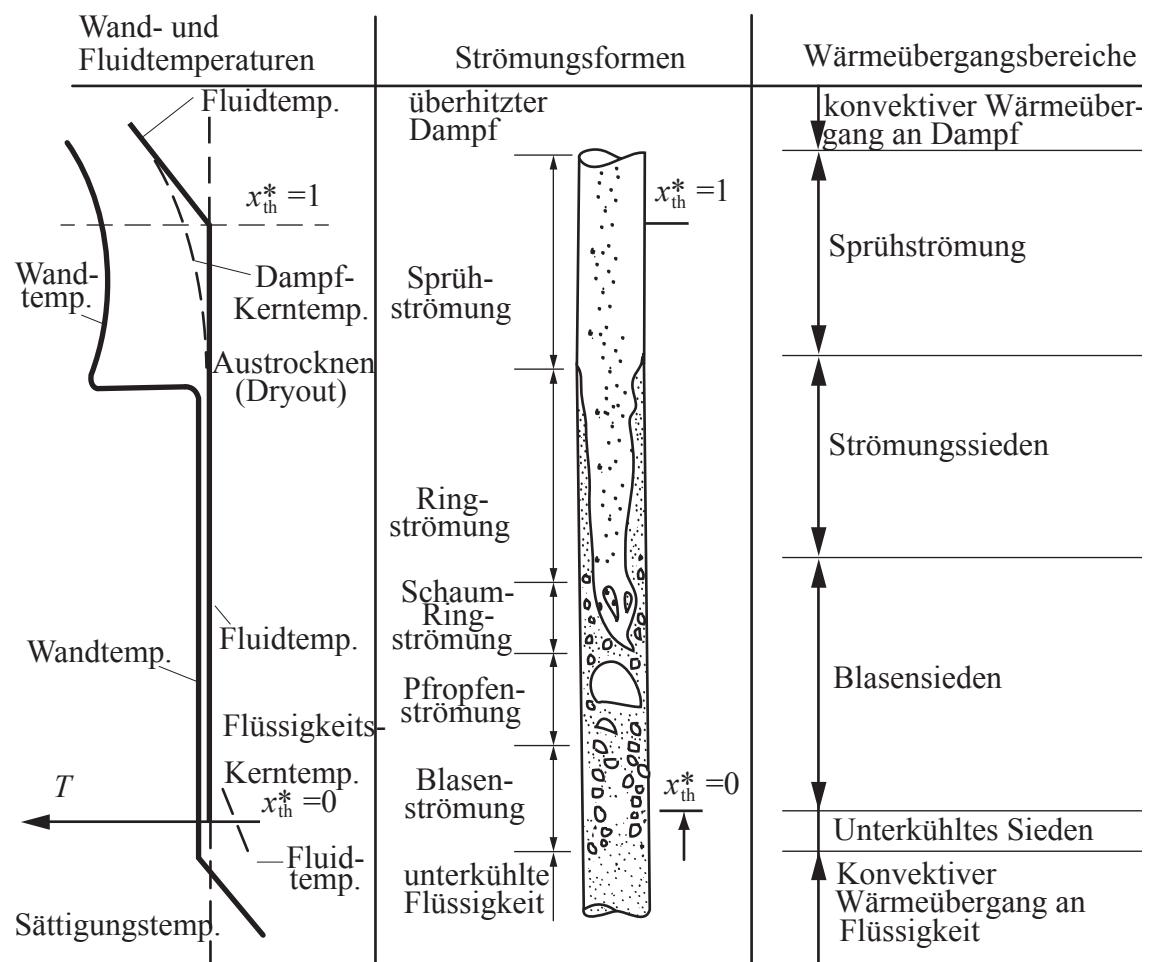


Abbildung 4.8.: Wand- und Fluidtemperaturen, Strömungsformen und zugehörige Wärmeübergangsbereiche in einem beheizten senkrechten Verdampferohr

Die in Abbildung 4.9 skizzierten thermodynamischen Dampfgehalte x_{th}^* lassen sich aus einer Energiebilanz unter der Bedingung des thermodynamischen Gleichgewichts am Verdampferohr ableiten.

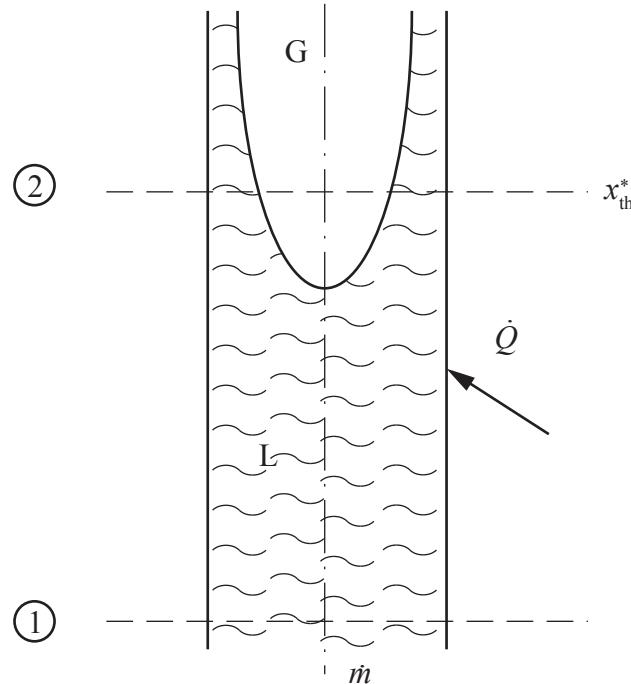


Abbildung 4.9.: Energiebilanz am Verdampferrohr

$$\dot{Q} = \dot{m}_2'' h_2'' + \dot{m}_2' h_2' - \dot{m}_1 h_1 \quad (4.16)$$

mit

$$\dot{m}_1 = (\dot{m}'' + \dot{m}')_1 = \dot{m}; \quad h'' = h' + \Delta h_v; \quad \frac{\dot{m}''}{\dot{m}'' + \dot{m}'} = x_{th}^* \quad (4.17)$$

wird

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}} = x_{th}^* \Delta h_v + h' - h_1 \quad (4.18)$$

und damit

$$x_{th}^* = \frac{1}{\Delta h_v} \left(\frac{\dot{Q}}{\dot{m}} - h' + h_1 \right) \quad (4.19)$$

Der Unterschied zwischen dem aus der Energiebilanz berechneten Dampfgehalt und dem wirklichen Dampfgehalt ist in Abbildung 4.10 skizziert.

Die Wärmeübertragung auf der Fluidseite wird sowohl von der flüssigen als auch von der dampfförmigen Phase bestimmt.

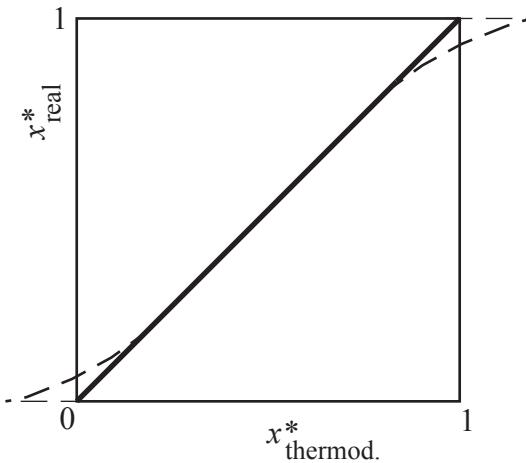


Abbildung 4.10.: Unterschied zwischen thermodynamischem und wirklichem Dampfgehalt

Blasensieden in gesättigter Flüssigkeit, das so genannte Sättigungssieden, und das Strömungssieden kommen am häufigsten in Verdampfern vor und werden daher im Folgenden beschrieben.

Sättigungssieden setzt ein, wenn die von der Wand zugeführte Wärme größer ist als die Wärme, welche die vorhandene zweiphasige Strömung ohne zusätzliche Blasenbildung abführen kann.

Im Bereich des Blasensiedens (Sättigungssiedens) wird folgender effektiver Wärmeübergangskoeffizient für die Zweiphasenströmung definiert

$$\alpha_{2\text{Ph}} = \alpha_B + \alpha_K \quad (4.20)$$

Der Wärmeübergangskoeffizient α_B beschreibt das Blasensieden und kann durch die Gleichung 4.4 oder Gleichung 4.7 bestimmt werden. Der konvektive Wärmeübergangskoeffizient α_K wird aus einer Nußelt-Kennzahl-Funktion der Form

$$\text{Nu} = \frac{\alpha_K d}{\lambda_L} = 0,023 \text{ Re}^{0,7} \text{ Pr}_L^{\frac{1}{3}} \quad (4.21)$$

übernommen, wobei für die Reynolds-Zahl gilt:

$$\text{Re} = \frac{\dot{m}_L'' d}{\eta_L} = \frac{\dot{m}'' (1 - x^*) d}{\eta_L} \quad (4.22)$$

Im Bereich des **Strömungssiedens** nimmt der Grenzschichtwiderstand wegen der bei höheren Dampfgehalten zunehmenden Geschwindigkeiten ab, mit der Folge eines steigenden konvektiven Wärmeübergangskoeffizienten α_K . Gleichzeitig wird aber die Blasenbildung behindert, so dass der Wärmeübergangskoeffizient α_B fällt. Für den effektiven Wärmeübergangskoeffizienten ergibt sich schließlich:

$$\alpha_{2\text{Ph}} = S \alpha_B + F \alpha_K \quad (4.23)$$

mit

$$S = (1 + 1,15 \cdot 10^{-6} F^2 \text{Re}^{1,17})^{-1} \quad (4.24)$$

$$F = 1 + 2,4 \cdot 10^4 \text{Bo}^{1,16} + 1,37 \text{X}_{tt}^{-0,86} \quad (4.25)$$

Dabei sind Bo die Siedekennzahl (Boiling Number)

$$\text{Bo} = \frac{\dot{q}''}{\dot{m}'' \Delta h_v} \quad (4.26)$$

Re die Reynolds-Zahl

$$\text{Re} = \frac{\dot{m}'' (1 - x^*) d}{\eta_L} \quad (4.27)$$

und X_{tt} der Martinelli-Parameter

$$\text{X}_{tt} = \left(\frac{1 - x^*}{x^*} \right)^{0,9} \left(\frac{\eta_L}{\eta_G} \right)^{0,1} \left(\frac{\rho_G}{\rho_L} \right)^{0,5} \quad (4.28)$$

4.1.2.3. Kritische Wärmestromdichte

Im durchströmten Verdampferrohr kann eine kritische Heizflächenbelastung ihre Ursache im oben beschriebenen Filmsieden oder aber im lokalen Austrocknen bei zunehmendem Dampfgehalt haben.

Abbildung 4.11 veranschaulicht die beiden Arten der Siedekrise (a und b), das Filmsieden und das Austrocknen der Heizflächen. Im Bereich des Filmsiedens nimmt die kritische Wärmestromdichte annähernd linear mit dem Strömungsdampfgehalt ab, im Bereich des Austrocknens sinkt sie stark mit dem Strömungsdampfgehalt und

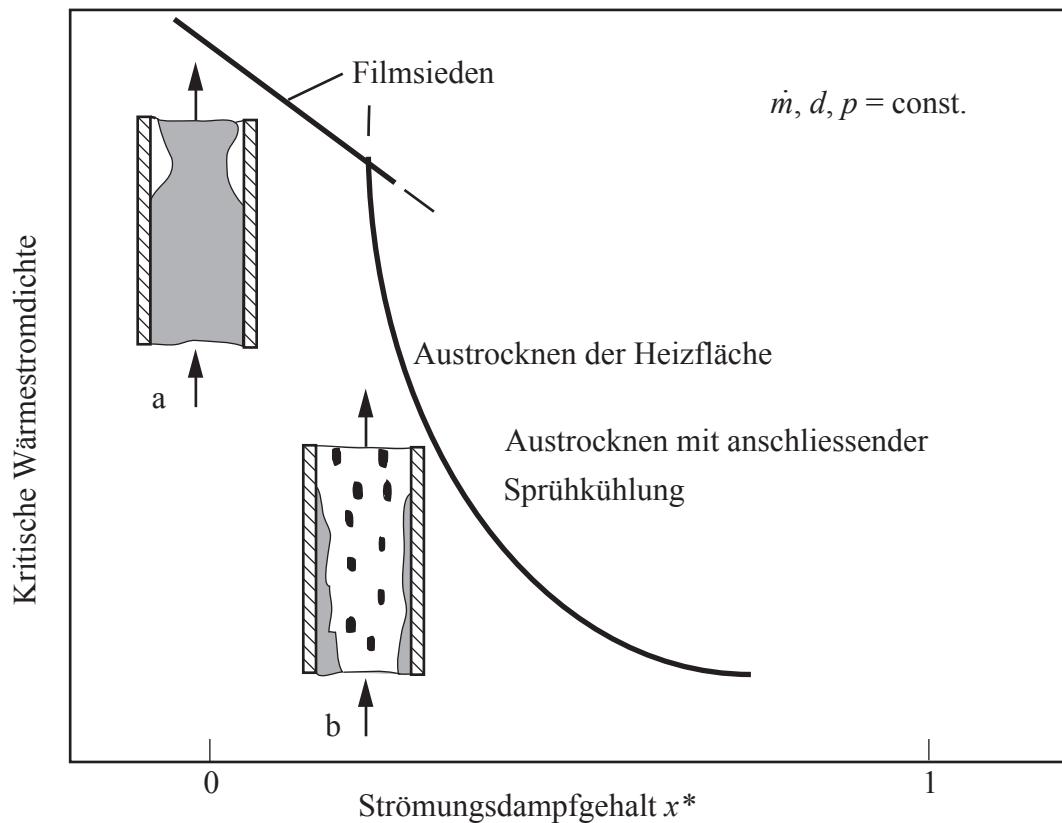


Abbildung 4.11.: Siedekrise im Verdampferrohr durch Filmsieden und durch Austrocknen der Heizfläche (**a** Filmsieden, **b** Austrocknen der Heizfläche)

fällt erst bei großen Strömungsdampfgehalten im Bereich des Austrocknens mit anschließender Sprühkühlung wieder schwächer mit dem Strömungsdampfgehalt.

Berechnet werden kann die kritische Wärmestromdichte für senkrechte Rohre nach Kutateladse näherungsweise wie folgt:

$$\dot{q}_{\text{krit}} = 0,045 \Delta h_v \rho'' \sqrt[4]{\frac{\sigma (\rho' - \rho'') g}{\rho''^2}} \sqrt{\left(\frac{\rho' - \rho''}{\sigma g} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{(1 - x^*) \dot{m}}{\rho'}} \quad (4.29)$$

Einflussparameter der kritischen Wärmestromdichte beim Blasensieden im durchströmten Rohr

In Versuchen ist die kritische Wärme für den Spezialfall des senkrecht durchströmten Rohres ermittelt worden. Die Tabelle 4.1 zeigt eine Klassifizierung der Einflussparameter in Gruppen (Quelle: VDI Wärmeatlas)

Tabelle 4.1.: Einflussparameter auf die kritische Wärmestromdichte

Parameter	Erläuterung
Art der Flüssigkeit	Stoffwerte, Zusammensetzung
thermodynamischer Zustand der Flüssigkeit	Massenstromdichte, Druck, Unterkühlung, Dampfvolumenanteil
Verteilung der Phasen	Strömungsform
Strömungsart	ruhend oder strömend, aufwärts oder abwärts strömend
Geometrische Anordnung der Heizfläche	Länge, Durchmesser, senkrecht, geneigt oder Waagerecht
Art der Beheizung	Homogen oder inhomogen, stationär oder transient
Oberflächenbeschaffenheit	Glatt, rauh, strukturiert, Material der Heizfläche
Strömungsinstabilität	Systembedingungen

Die Anzahl der Einflussparameter zeigt, dass allgemeingültige Modelle nicht möglich sind. Der Einfluss einiger Parameter wird im Nachfolgenden dargelegt.

Abbildung 4.12 zeigt ein Arbeitsdiagramm aus dem VDI Wärmeatlas zur Bestimmung der kritischen Wärmestromdichte bei aufwärtsgerichteter Strömung in senkrecht angeordneten Rohren von 10 mm und 20 mm Durchmesser für Wasser. Da bei hohen Drücken die Verdampfungsenthalpie abnimmt, folgt eine Absenkung der kritischen Wärmestromdichte.

Die Abbildungen 4.13 und 4.14 zeigen den Einfluss von der Strömungsgeschwindigkeit und der Temperaturdifferenz auf die kritische Wärmestromdichte. Durch den erhöhten konvektiven Abtransport von Wärme steigt die kritische Wärmestromdichte an.

Abbildung 4.13 zeigt den starken Anstieg der Innenwandtemperatur eines Glattrohrs nach dem Auftreten der Siedekrise, wenn bei starker Beheizung (z. B. 450 kW/m^2) eine zu niedrige Massenstromdichte in den Rohren (z. B. $900 \text{ kg/m}^2\text{s}$) vorhanden ist. Dies kann zur Zerstörung der Heizflächen führen.

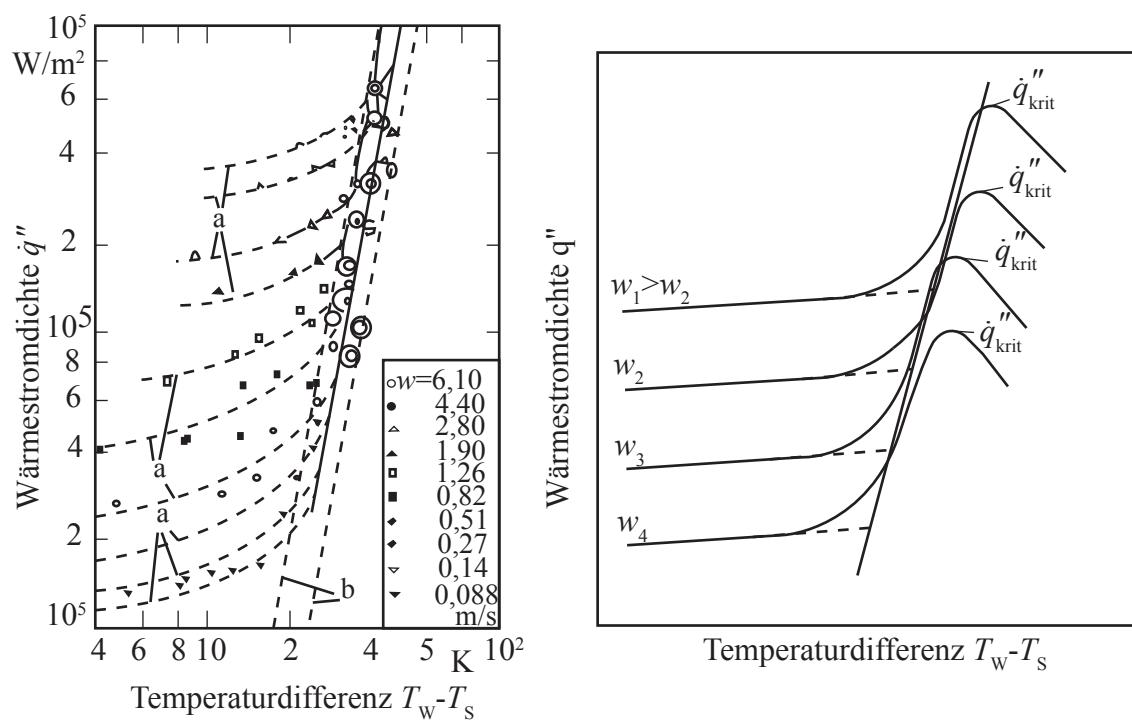


Abbildung 4.12.: links: Blasensieden im Rohr für verschiedene Werte der Strömungsgeschwindigkeit bei $p = 3,14$ bar; a = Ausgleichskurve, b = Streubreite der Messwerte. rechts: Schematischer Verlauf der Siedekurven für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten w

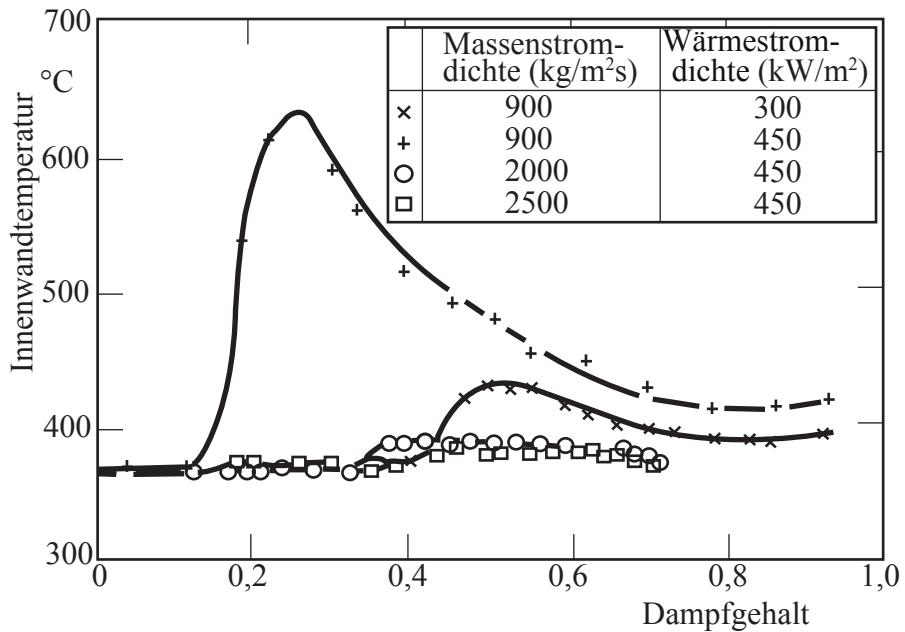


Abbildung 4.13.: Innenwandtemperaturen eines beheizten Glattrohres bei einem Druck von 200 bar nach Köhler, Siemens

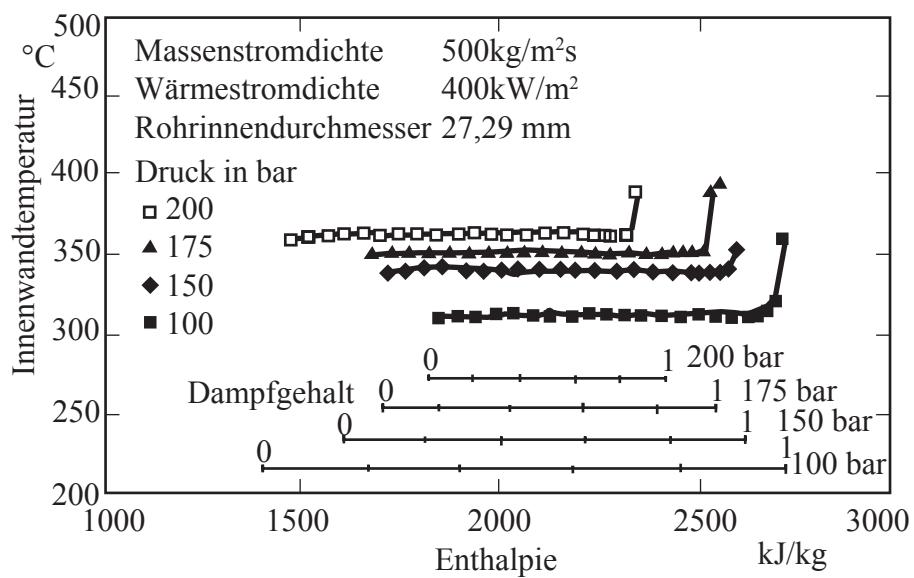


Abbildung 4.14.: Innenwandtemperaturen eines Rippenrohres bei verschiedenen Drücken nach Köhler, Siemens

Abbildung 4.14 zeigt die Innenwandtemperatur eines innenberippten Rohres. Hier findet auch bei geringen Massenströmen keine Überhitzung der Wand statt. Im nahezu gesamten Verdampfungsgebiet (Dampfgehalt 0 bis 0,95) ist die Rohrwand mit Wasser benetzt und entsprechend gut gekühlt. Der Unterschied zum Verhalten der Glattrohre in Abbildung 4.13 ist deutlich zu erkennen.

4.2. Kondensation

Bei der Kondensation kann zwischen Film- und Tropfenkondensation unterschieden werden. Schon lange ist bekannt, dass die Tropfenkondensation höhere Wärmeübergangszahlen liefert als die Filmkondensation (vgl. Schmidt u. a. (1930)), allerdings ist es technisch äußerst schwierig, die Tropfenkondensation über einen längeren Zeitraum und unter praxisgerechten Bedingungen aufrecht zu erhalten (vgl. von Böckh (2011)).

4.2.1. Filmkondensation

Bildet das Kondensat einen durchgängigen Film auf der Kondensatoroberfläche, wird von Filmkondensation gesprochen. Die dabei ablaufenden Vorgänge hat Nusselt (1916) beschrieben, seine Abhandlung dazu wird als *Nußeltsche Wasserhauttheorie* bezeichnet.

In Abbildung 4.15 ist eine senkrechte Kondensationsfläche zu sehen, entlang derer ein gesättigter Dampf strömt und dabei kondensiert. Das Kondensat fließt durch die Schwerkraft nach unten und bildet dabei einen Kondensatfilm, in welchem sich durch die geringe Geschwindigkeit eine laminare Strömung einstellt.

Sobald sich ein stationärer Zustand am Kondensator eingestellt hat, stellt der abfließende Kondensatfilm eine Barriere zwischen Dampfstrom und Oberfläche dar. Nachfolgender Dampf muss also statt an der Kondensatoroberfläche an der Oberfläche des Fluides kondensieren. Dementsprechend sinkt der Wärmeübergangskoeffizient und damit die Wirksamkeit des Kondensators.

Grundsätzlich entsteht bei der Kondensation durch die Abführung des Wärmestroms $\dot{Q} = \Delta h_V \dot{m}$ mit der Verdunstungsenthalpie Δh_v immer ein zur Wand gerichteter

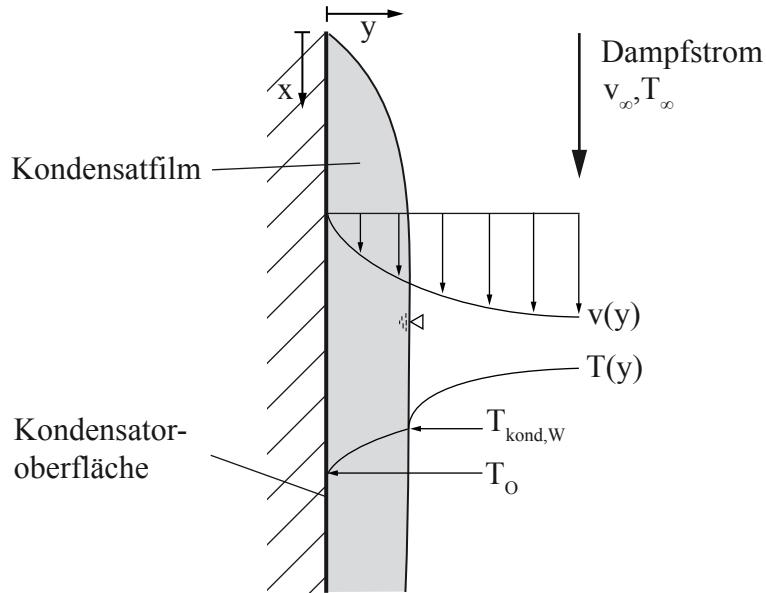


Abbildung 4.15.: Mechanismus der Filmkondensation nach Nusselt (1916), Zeichnung in Anlehnung an Ma u. a. (2008)

Massenstrom \dot{m} . Im Falle der Filmkondensation lässt sich dieser abgeführte Wärmestrom über die Filmdicke δ , die Wärmeleitfähigkeit des Kondensates λ_L , die für diesen Zweck als konstant angenommen wird, die Temperaturen T_O an der Kondensator- und $T_{kond,W}$ an der Fluidoberfläche sowie über die Breite der Kondensationsfläche b und die Höhe Δx des betrachteten Abschnittes bestimmen:

$$\dot{Q} = \lambda_L \frac{T_{kond,W} - T_O}{\delta} b \Delta x \quad (4.30)$$

Demzufolge ist der lokale Wärmeübergangskoeffizient α_x an der Stelle x nur noch von der Wärmeleitfähigkeit des Kondensats λ und dessen Dicke δ bestimmt:

$$\alpha_x = \frac{\lambda}{\delta} \quad (4.31)$$

Auch wenn die Nußeltsche Wasserhauttheorie eine anerkannte Berechnungsmethode darstellt, sind in Experimenten Wärmeübergangskoeffizienten mit Abweichungen von bis zu +25 % von den nach Nußelt berechneten Werten beobachtet worden (Baehr u. Stephan (2010)). Dies liegt an einigen Effekten, die in dieser Theorie nicht

berücksichtigt werden, wie zum Beispiel Wellenbildung auf der Filmoberfläche, temperaturabhängige Stoffwerte, Unterkühlung des Kondensates und Überhitzung des Dampfes, außerdem am Einfluss nicht kondensierbarer Gase).

4.2.2. Tropfenkondensation

Bildet das Kondensat im stationären Zustand keinen durchgehenden Film auf der Kondensatoroberfläche, stellt sich die so genannte Tropfenkondensation ein. Dabei bilden sich eine Vielzahl von Tropfen auf der Oberfläche, die im Laufe der Kondensation anwachsen, sich mit anderen Tropfen verbinden und schließlich abrollen. Die Wärmeübergangszahlen bei der Tropfenkondensation sind höher als bei der Filmkondensation, weil durch die Tropfenbildung große Teile der Oberfläche frei gehalten werden und der Wärmeübergang nicht durch den Kondensatfilm behindert wird. Die durch die Oberflächenspannung des Tropfens entstehende Sogwirkung nimmt das umliegende Kondensat auf und hält die Kondensatschicht auf einer geringen Dicke. Während bei der Filmkondensation die Dicke der Kondensatschicht und deren Wärmeleitfähigkeit eine entscheidenden Einfluss auf den Wärmeübergang hat, kann die Wärmeleitfähigkeit des Kondensats aufgrund der geringen Dicke bei der Tropfenkondensation vernachlässigt werden und es reicht die Betrachtung des Wärmeübergangskoeffizienten zwischen Dampf und Kondensatoroberfläche aus (vgl. Ing. W. Kast (1963)).

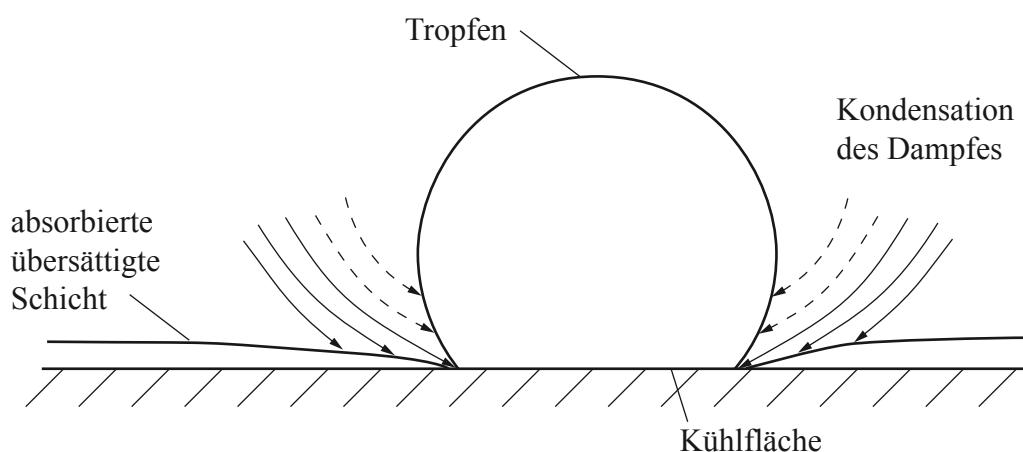


Abbildung 4.16.: Mechanismus der Tropfenkondensation nach ?

Der Zustrom zu den Tropfen bewirkt in ihrer direkten Umgebung ein Gefälle der Oberflächenkonzentration des Kondensats. Dadurch steht die Oberflächenschicht stellenweise nicht mit dem Dampf im Gleichgewicht. An diesen ringförmig um die Tropfen entstehenden Gebieten findet daher der Großteil der Kondensation statt.

Nach Kast Ing. W. Kast (1963) lässt sich der Wärmeübergangskoeffizient aus der kinetischen Gastheorie herleiten. Danach ergibt sich für den pro Fläche auf die Kondensationsfläche auftretenden Massenstrom \dot{m}'' [$\text{kg}/\text{m}^2\text{s}$] mit p = Druck im Dampfstrom, T = Temperatur des Dampfstroms und R = spezifische Gaskonstante:

$$\dot{m}'' = \frac{p}{\sqrt{2\pi RT}} \quad (4.32)$$

Damit die Kondensation stattfinden kann, muss sich ein auf die Wand gerichteter Massenstrom einstellen, der einen Druckunterschied $p - p'$ zwischen Dampfstrom und Kondensationsfläche erfordert. Außerdem wird der Kondensationskoeffizient f eingeführt, der berücksichtigt, dass nicht alle auf die Wand auftreffenden Moleküle mit der Kondensationsfläche ins Energiegleichgewicht kommen und somit eingefangen werden. So ergibt sich Gleichung 4.32 zu:

$$\dot{m}'' = \frac{f}{\sqrt{2\pi RT}} \cdot (p - p') \quad (4.33)$$

Der flächenbezogene Wärmestrom \dot{Q}'' [W/m^2] ergibt sich nun mittels Multiplikation mit der spezifischen Verdampfungsenthalpie Δh_v [kJ/kg]:

$$\dot{Q}'' = \dot{m}'' \cdot \Delta h_v = \frac{f \cdot \Delta h_v}{\sqrt{2\pi RT}} \cdot (p - p') \quad (4.34)$$

Mit der Temperaturdifferenz $T - T'$ aus T = Temperatur im Dampfstrom und T' = Temperatur an der Kondensatorfläche lässt sich über $\dot{Q}'' = \alpha_p(T - T')$ schließlich der Wärmeübergangskoeffizient α_p bestimmen. Einsetzen von \dot{Q}'' liefert:

$$\alpha_p = \frac{f \cdot \Delta h_v}{\sqrt{2\pi RT}} \cdot \frac{p - p'}{T - T'} \quad (4.35)$$

Mit der genäherten Clausius-Clapeyron-Gleichung, die den Verlauf der Siedepunktskurve beschreibt, lassen sich aus der Gleichung nun noch Temperatur und Druck an

der Grenzfläche T' und p' eliminieren. Aufgelöst nach dem Quotienten aus Druck- und Temperaturdifferenz kann die Gleichung geschrieben werden als:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{p \cdot \Delta h_v}{RT^2} \quad (4.36)$$

Eingesetzt in Gleichung 4.35 ergibt sich:

$$\alpha_p = \frac{f \Delta h_v^2 p}{\sqrt{2\pi} (RT)^{\frac{3}{2}} T} \quad (4.37)$$

Diese Gleichung kann noch unter der Annahme vereinfacht werden, dass f für Wasser nahe bei 1 liegt und als Faktor vernachlässigt werden kann. Dieser Wert wurde von mehreren Autoren bestätigt (vgl. Berman (1961), Mills u. Seban (1967) und Nabavian u. Bromley (1963)).

Der so gefundene Wärmeübergangskoeffizient entspricht dem Wärmeübergangskoeffizienten für den Phasenübergang Ing. W. Kast (1963) und ist 4- bis 10-mal so groß wie der Wärmeübergangskoeffizient bei der Filmkondensation (vgl. Baehr u. Stephan (2010), Choi u. Leipertz (2000), Schmidt u. a. (1930)).

Zur Aufrechterhaltung der Tropfenkondensation ist eine hydrophobe Oberfläche notwendig, was in der Regel mit einer geringen Rauheit einhergeht. Die auf den Tropfen wirkenden Kräfte sind in Abbildung 4.17 dargestellt. Dabei ist mit den Indizes L , G und S für die flüssige, gasförmige und feste Phase die Grenzflächenspannung der Flüssigkeit gegen den Dampf σ_{LG} , die der Wand gegen die Flüssigkeit σ_{SL} und schließlich σ_{SG} die der festen Wand gegenüber des Dampfes bezeichnet.

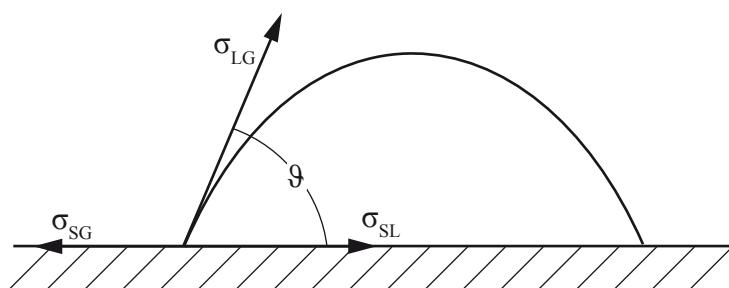


Abbildung 4.17.: Kräftegleichgewicht im Tropfen nach Ing. W. Kast (1963)

Es stellt sich ein Kräftegleichgewicht am Tropfen in zur Oberfläche tangentialer Richtung ein:

$$\sigma_{SG} - \sigma_{SL} = \sigma_{LG} \cos \vartheta \quad (4.38)$$

Damit es nicht zu einer Filmbildung kommt, muss die *Benetzungsspannung* $\sigma_{SG} - \sigma_{SL}$ immer kleiner als die Grenzflächenspannung des Tropfens σ_{LG} gegenüber dem Dampf bleiben. Die hinreichende Bedingung für eine stabil ablaufende Tropfenkondensation ist jedoch $\sigma_{SL} \geq \sigma_{SG}$, damit der Randwinkel des Tropfens ϑ zu jeder Zeit $\geq 90^\circ$ ist. Nach Kast (1963) ist die Erfüllung dieser Bedingung notwendig, um von Tropfenkondensation sprechen zu können.

Eine hydrophobe Oberfläche ist deshalb wünschenswert, weil sie σ_{SL} und damit den Randwinkel ϑ erhöht. Zu diesem Zweck wurden in Laborversuchen z.B. Siliciumwafer mit (Tridecafluoro-1,1,2,2-Tetrahydrooctyl)-1-Trichlorosilane beschichtet, wodurch Tropfen auf der Oberfläche einen Randwinkel von etwas über 100° erreichen (vgl. Hery (2011)). Es eignen sich aber auch „Edelmetallplattierungen (Gold, Rhodium, Palladium, Platin) mit einer Schichtdicke im μm -Bereich“ (Herwig u. Moschallski (2006)), Antinetzmittel im Dampf, die dort gelegentlich sogar als Verunreinigung vorkommen oder zugesetzt werden (Impfstoffe, Promotoren) oder die Beschichtung mit „Werkstoffen geringer Oberflächenenergien wie Polymere oder amorphe Kohlenwasserstoffe“ (vgl. Baehr u. Stephan (2010)).

Kast (1963) liefert eine Erklärung, warum besonders glatte Oberflächen die Entstehung der Tropfenkondensation ermöglichen. Bilden sich Keime gleicher Größe und gleichem Randwinkel ϑ auf Oberflächen mit verschiedenen Oberflächenradien (entspricht der Oberflächenrauheit), steigt der Radius der Tropfenoberfläche mit sinkendem Oberflächenradius (Abb. 4.18). Die Keimbildungsarbeit wird damit für große Rauheiten geringer und tendiert sogar gegen Null. Es muss sich bei entsprechender Rauheit also selbst bei nicht benetzbaren Oberflächen Filmkondensation einstellen.

Obwohl die Leistungsfähigkeit der Tropfenkondensation bereits in vielen Arbeiten gezeigt wurde, findet sie in der Praxis in der Regel keinen Einsatz. Gründe dafür sind nach Choi u. Leipertz (2000) die Sensibilität des Mechanismus gegenüber Einflüssen wie Verschmutzung, Oxidation der Oberfläche und Gaseinschlüssen. Chemische Ver-

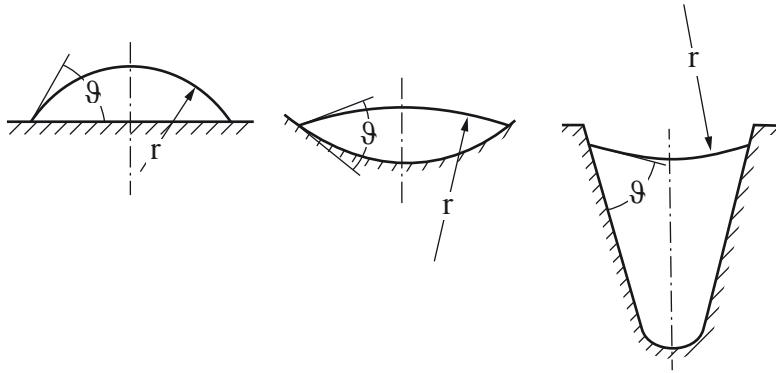


Abbildung 4.18.: Einfluss der Oberflächenrauheit auf die Tropfenbildung nach Ing. W. Kast (1963)

unreinigungen und Oberflächendefekte lassen die Tropfenkondensation in der Praxis vorschnell in eine Filmkondensation übergehen. Wenn aber das Einsetzen der Filmkondensation nicht sicher ausgeschlossen werden kann, muss der Wärmeübertrager dennoch für die dort auftretenden, niedrigeren Wärmeübergangskoeffizienten ausgelegt werden und eine mögliche Kosten- oder Platzersparnis wird zunichte gemacht.

Wird eine Edelmetallplattierung aufgetragen, steigen die Fertigungskosten des Wärmeübertragers erheblich, auch wenn die aufgetragenen Schichten nur wenige μm Dicke besitzen. Eine denkbare Alternative sind hochleistungsfähige Oberflächen mit entsprechender Nanostruktur, die bereits in anderen technischen Einsatzbereichen Anwendung finden. Wenn damit eine Tropfenkondensation auch unter praxisnahen Bedingungen aufrecht erhalten werden könnte, wäre eine deutliche Verbesserung heutiger Wärmeübertrager denkbar.

Kapitel 5.

Einsatz von Verdampfern und Kondensatoren

Die Nutzung der Phasenumwandlung von Fluiden dient in weitläufigen Bereichen des Alltags und der Industrie als wichtiges Instrument zur Prozessgestaltung. Naheliegend sind die Verdampfer zur Nutzung in thermischen Kreisläufen (Dampferzeuger in Kraftwerken oder Verdampfer in Kühlkreisläufen), jedoch wird die Phasenumwandlung weitläufig in der chemischen oder auch Nahrungsmittelindustrie genutzt. Die jeweiligen Verdampfertypen sind unterschiedlich komplex gestaltet und können von einfachen Rohrschlangen hin zu segmentierten Dampferzeugern in Großkraftwerken reichen. Nachfolgend werden ausgewählte Verdampfertypen vorgestellt, die häufig in der Industrie anzutreffen sind.

5.1. Verdampfer in der Verfahrenstechnik

In der Verfahrenstechnik werden auf Grund der diversen Einsatzgebiete viele verschiedene Verdampfertypen verwendet. Eine kleine Auswahl dieser Typen wird im Folgenden vorgestellt.

5.1.1. Rohrbündelverdampfer

Ein Rohrbündelverdampfer ist ein Behälter, durch den eine Vielzahl an Rohren verlaufen. Im Mantelraum des Behälters befindet sich in der Regel das zu verdamp-

fende Medium und umgibt damit die Rohre (geflutete Ausführung). Das Medium zur Beheizung fließt durch die Rohre. Der Eintritt zu verdampfenden Mediums liegt auf der Unterseite des Mantelbehälters, der Austritt auf der oberen Seite, sodass im Zusammenspiel mit den Rohren ein Kreuzstromführung besteht. Am Eintritt in den Mantelraum ist die Flüssigkeit leicht unterkühlt, um schließlich als überhitzter Dampf aus dem Verdampfer auszutreten. Der Mantelraum eines Verdampfers wird dabei nicht vollständig mit Rohren bestückt, sodass nur eine leichte Überhitzung eintreten kann. Zu den Vorteilen von Rohrbündelverdampfern im überfluteten Betrieb zählen die einfache, äußerst bewährte und robuste Bauform. Des Weiteren ist die Anschaffung und der Betrieb eines Rohrbündelverdampfers preiswert und wirtschaftlich. Auch größte Dichtheit gehört zu den Vorteilen der Rohrbündelverdampfer, da der Mantelraum komplett verschweißt werden kann und alle Fluidanschlüsse als Schweißstutzen ausgeführt werden können. Die Rohre sind aufgrund der abnehmbaren Anschluss- und Umlenkkammern leicht zu reinigen. Je nach gewünschter Anwendung und Strömungsbedingung sind alle Abmessungen und Stromführungen für die Innenrohre möglich. Demgegenüber stehen die für die Überflutung notwendige große Fluidmenge und die relativ große Abmessung des Mantelraumes.

5.1.2. Naturumlaufverdampfer

Bei Naturumlaufverdampfern zirkuliert die Flüssigkeit ausschließlich aufgrund von Dichteunterschieden zwischen Flüssigkeit und Flüssigkeits-Dampfgemisch innerhalb der Verdampferrohre. Die durch die Rohrwände aufgenommene Heizenergie überhitzt die Flüssigkeit, die ihrerseits siedet, ein Zweiphasengemisch erzeugt und die Flüssigkeit zum oberen Teil des Verdampfers transportiert. Für den Flüssigkeitsumlauf ist daher keine Pumpe erforderlich. Es ist jedoch eine gewisse Mindesttemperaturdifferenz zwischen Heizmedium und Prozessflüssigkeit nötig, damit Verdampfung und Flüssigkeitsumlauf gewährleistet ist. Das Rohrbündel eines Naturumlaufverdampfers ist typischerweise mit kurzen Rohren ausgeführt.

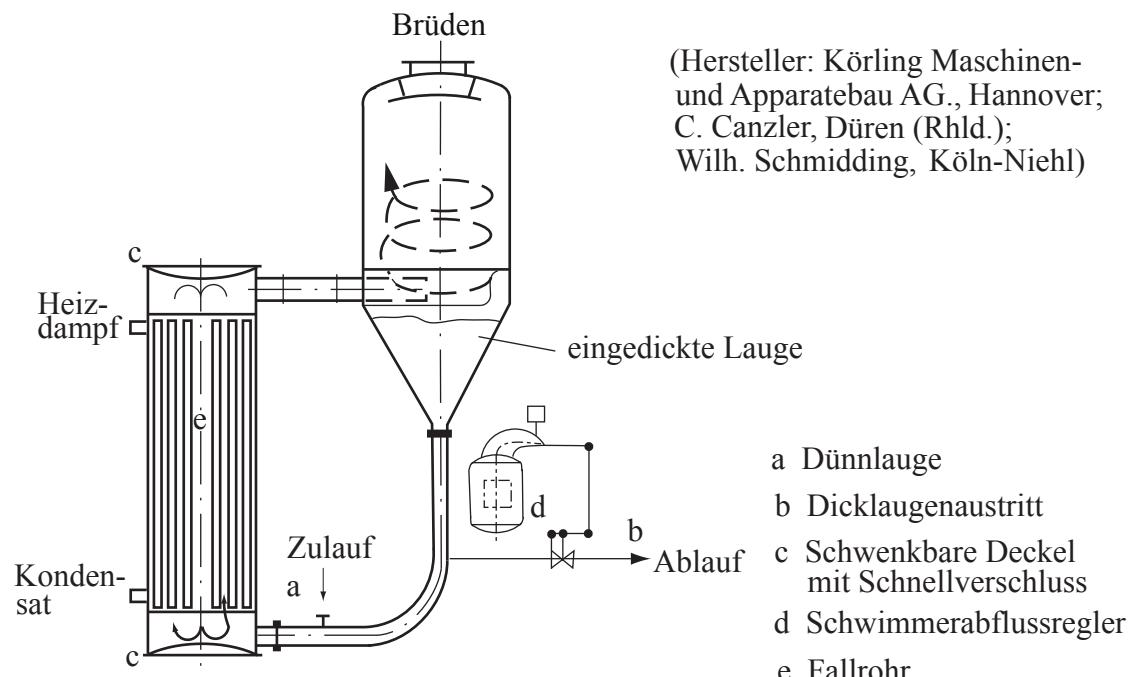


Abbildung 5.1.: Naturumlaufverdampfer mit außen anliegendem Heizkörper. Hersteller: Körting Maschinen und Apparatebau AG., C. Canzler, Düren (Rhld.); Wilh. Schmidding, Hannover; Köln-Nieh

5.1.3. Zwangsumlaufverdampfer

Bei Zwangsumlaufverdampfern fördert eine Pumpe den umlaufenden Flüssigkeitstrom durch den Wärmeübertrager und den Ausdampfbehälter. Die neue, einzudampfende Lösung wird dem System kontinuierlich zugegeben. Im Separator entspannt die Flüssigkeit und die Dämpfe trennen sich vom zirkulierenden Konzentrat. Die hohe Strömungsgeschwindigkeit in den Rohren bewirkt einen guten Wärmedurchgangswert einerseits, erfordert aber eine nicht unerhebliche Pumparbeit andererseits. Die hohe Strömungsgeschwindigkeit sorgt außerdem für ein reduziertes Verschmutzungsverhalten der Flüssigkeit in den Rohren. Zwangsumlaufverdampfer sind für Flüssigkeiten gut geeignet, die bei der Verampfung Feststoffe oder Salze abscheiden.

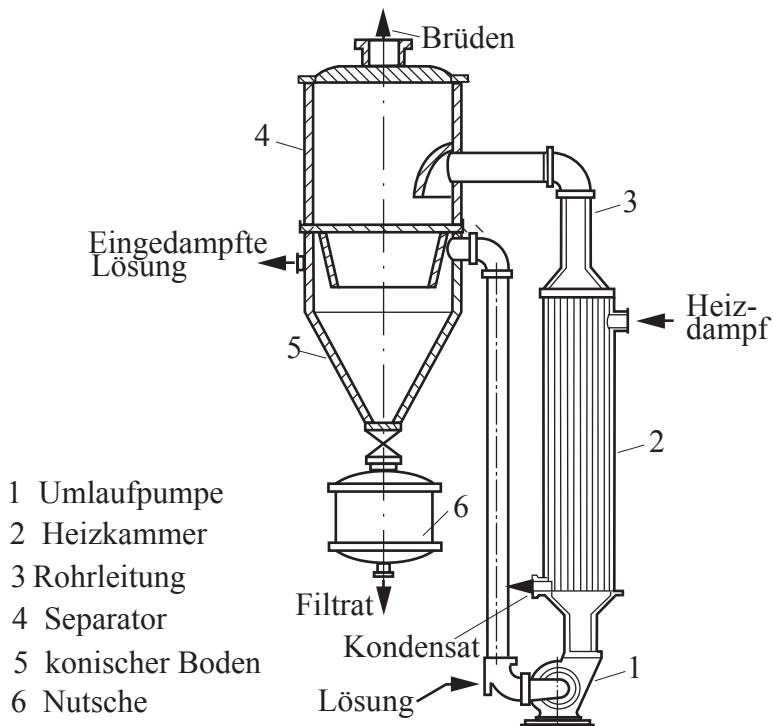


Abbildung 5.2.: Verdampfer mit Zwangsumlauf zum Eindampfen kristallisierender Lösungen

5.1.4. Steigrohr- oder Kletterfilmverdampfer

Steigrohr- oder Kletterfilmverdampfer arbeiten ebenfalls aufgrund von Dichtedifferenzen von Flüssigkeit und Zweiphasengemisch innerhalb der Verdampferrohre. Die Speiseflüssigkeit durchläuft eine Aufwärmzone im Unterteil des Rohrbündels bevor die Verdampfung beginnt. Nach einer gewissen Lauflänge fördern die erzeugten Dämpfe die Flüssigkeit als Film zum oberen Apparateende. Im nachgeschalteten Ausdampfbehälter trennen sich dann Dämpfe und Flüssigkeit. Der Kletterfilmverdampfer zeichnet sich durch ein langes, schlankes Rohrbündel aus. Zum sicheren Betrieb werden große Temperaturdifferenzen benötigt. Die langen Verdampferrohre erlauben ein hohes Eindampfverhältnis im Durchlaufbetrieb, hier besonders für viskose und zum Schäumen neigende Flüssigkeiten.

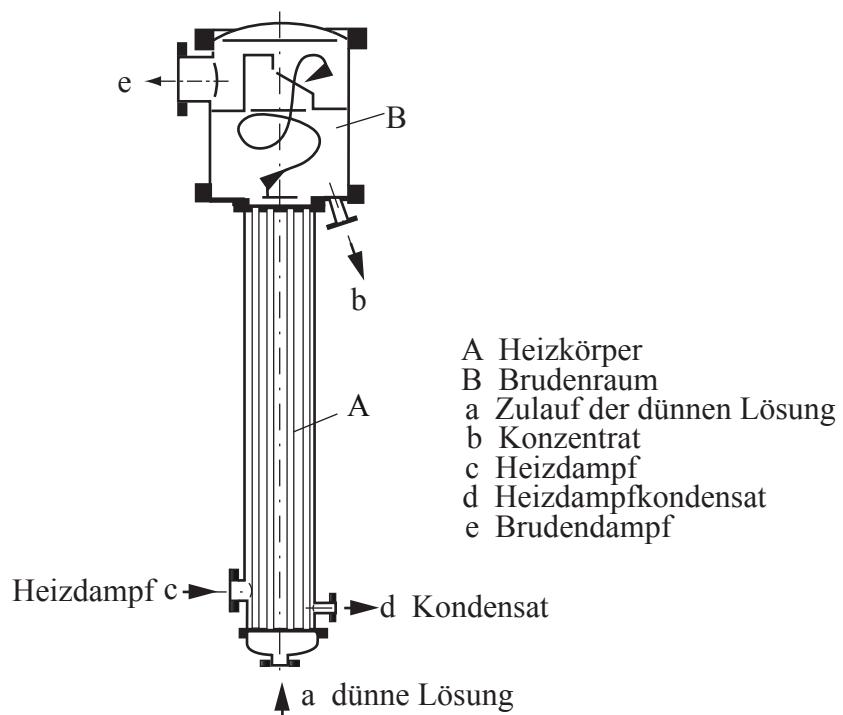


Abbildung 5.3.: Kletterfilm-Verdampfer

5.1.5. Dünnschichtverdampfer

Die Dünnschichtverdampfung beschreibt die thermische Abtrennung von Stoffen aus einem mechanisch erzeugten, dünnen und hochturbulenten Flüssigkeitsfilm. Die Flüssigkeit kommt nach dem Eintritt in den Dünnschichtverdampfer mit einem Rotor in Berührung. Sie wird dabei durch einen Verteilring gleichmäßig auf den Umfang verteilt, von den ersten, darunterliegenden Rotorblättern erfasst und als Film auf die beheizte Wand verteilt. Vor jedem Rotorblatt bildet die Flüssigkeit eine Bugwelle. Diese wird vom Rotorblatt aufgenommen und geht im Spalt zwischen Rotor und Wand in eine hochturbulente Zone über, in der es in radialer Richtung zu intensiver Wärme- und Stoffübertragung kommt. Die hohe Turbulenz sorgt auch bei viskosen Flüssigkeiten für hohe Wärmeübergangskoeffizienten. Durch die intensive Produkt-durchmischung in der Bugwelle werden auch temperaturempfindliche Produkte vor Überhitzung geschützt und der Belagbildung auf der Heizfläche entgegengewirkt.

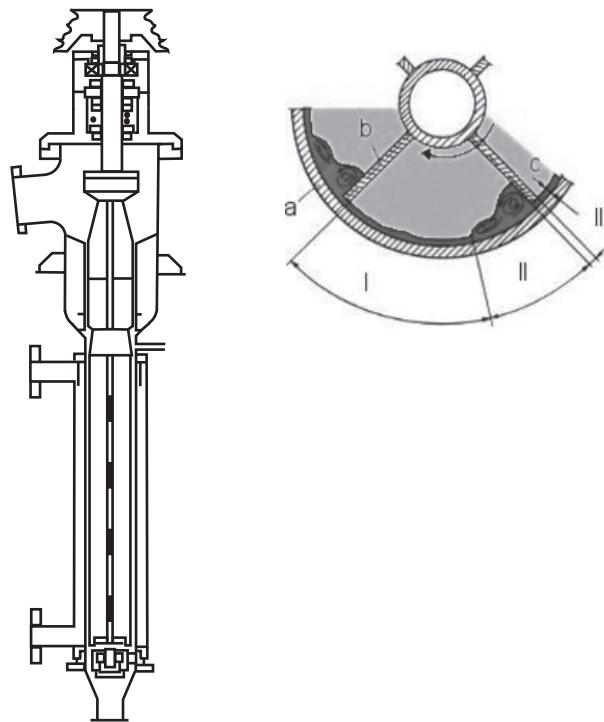


Abbildung 5.4.: Dünnschicht-Verdampfer mit umlaufendem Rührer. *a* Innenmantel (Wand), *b* Rotorblatt, *c* Spalt zwischen Rotor und Wand, *I* Filmzone, *II* Bugwelle, *III* Spaltzone. Quelle: Buss-SMS-Canzler GmbH

5.1.6. Fallfilmverdampfer

Der Grundaufbau des Fallfilmverdampfer entspricht dem eines Rohrbündelwärmeübertragers in vertikaler Ausrichtung. Die Aufgabe des zu verdampfenden Mediums (in der Regel eine leicht unterkühlte Flüssigkeit) erfolgt am Kopf des Apparates mit Hilfe eines Flüssigkeitsverteilers, der das Fluid gleichmäßig auf die Rohre verteilt, und fließt dann an der Rohrinnenseite aufgrund der Schwerkraft als Rieselfilm herab. Die Beheizung erfolgt in der Regel durch kondensierenden Dampf oder Thermoöl auf der Mantelseite. Im Gegensatz zum Natur- oder Zwangsumlaufverdampfer findet die Verdampfung nicht an der Rohrwand, sondern an der Oberfläche des Rieselfilmes statt. Im Fallfilmverdampfer lassen sich aufgrund der nicht vorhandenen statischen Flüssigkeitssäule geringfügige Druckverluste realisieren, wodurch ein annähernd konstantes Druckprofil entlang des Rohres und damit eine Verdampfung bis hin ins tiefe Vakuum realisierbar ist. Zudem ist die Verdampfung von Reinstoffen bei konstanter Temperatur möglich. Aufgrund des annähernd konstanten Druckniveaus, der konstanten Siedetemperatur, der niedrigeren Temperaturdifferenzen und der geringen Verweilzeit findet der Fallfilmverdampfer Anwendung bei der Verdampfung von wärmeempfindlichen Medien. Weiterhin bietet sich der Fallfilmverdampfer für die Behandlung von belagbildenden Fluiden an, da die Belagbildung größtenteils durch die Oberflächenverdampfung vermieden wird.

5.1.7. Berieselungsverdampfer

Der Berieselungsverdampfer ähnelt dem Aufbau eines gefluteten Rohrbündelverdampfers, ist im Gegensatz zu diesem jedoch nicht geflutet sondern benetzt die beheizten Rohrreihen mit dem zu verdampfenden Medium durch Hochleistungsdüsen. Hierdurch wird die Flüssigkeit auf einen dünnen Flüssigkeitsfilm an den Rohren reduziert. Die Vorteile des Berieselungsverdampfers liegen unter anderem in der äußerst geringen Flüssigkeitsmenge und der Einsetzbarkeit für sehr kleine Temperaturdifferenzen. Zudem können sehr hohe Wärmestromdichten erreicht werden. Durch eine minimale Nachverdampfung existiert ein hoher Einfrierschutz und es lässt sich ein hoher Volumenstrom realisieren. Die nicht verdampfte Flüssigkeit wird am Boden gesammelt und den Hochleistungsdüsen wieder zugeführt. Ein weiterer Vorteil betrifft die Konstruktion, da keine Dichtungen zwischen Wärmemedium und zu ver-

dampfendem Medium benötigt werden. Zudem verwendet der Berieselungsverdampfer eine robuste, einfache und seit langem bewährte Bauform.

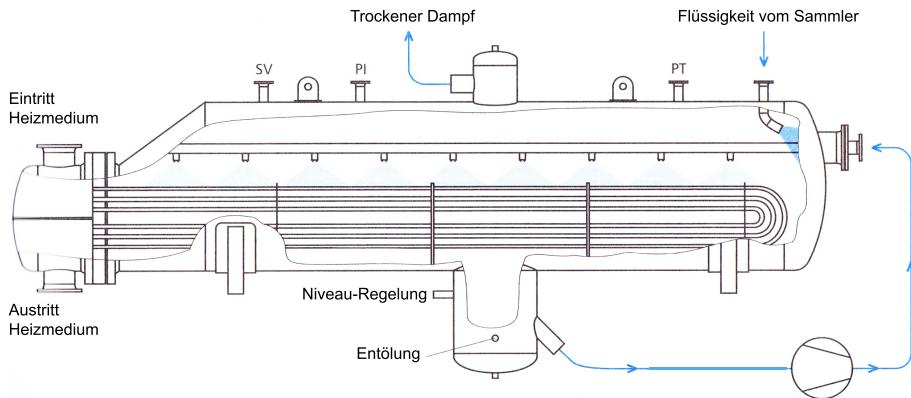


Abbildung 5.5.: Berieselungsverdampfer (nach Breidenbach (2014))

5.2. Dampferzeuger in modernen Großkraftwerken

In modernen Großkraftwerken kommen an verschiedenen Stellen Wärmeübertrager und Dampferzeuger zum Einsatz. Werden die Komponenten im Luft- und Rauchgasweg betrachtet, so wird zunächst die Temperatur der Luft durch einen **Dampf-Luftvorwärmer** erhöht, um zu vermeiden, dass der Taupunkt des Rauchgases im folgenden **Luftvorwärmer (LuVo)** unterschritten wird. Bei dem Luftvorwärmer handelt es sich um einen Regenerator, der eine Wärmeübertragung zwischen Frischluft und Abgasstrom ermöglicht. Im Kessel wird der Brennstoff dem Luftstrom zugesetzt und verbrannt. Der Rauchgasstrom wird an Verdampferrohren vorbeigeführt um die Energie an den Wasserkreislauf abzugeben. Bei den heutigen Voraussetzungen an das Abgas werden eine Rauchgasentschwefelungsanlage (REA) und eine Entstickungsanlage (Denitrifikationsanlage/DeNOx) benötigt. Um die für die Prozesse notwendige Abgastemperatur zu erreichen wird jeweils ein regenerativer Rauchgasvorwärmer (ReGaVo) zwischengeschaltet, der einen Temperaturshift zwischen dem Rauchgas vor und hinter der DeNOx vornimmt. Ggf. wird auch über die REA ein Gas-Gas-Wärmeübertrager eingesetzt, um die notwendige Kamintempe-

ratur zu gewährleisten. Im Wasser-Dampf-Kreislauf wird der Absolutdruck des aus dem Kondensator austretenden Wassers (ca. 40 mbar) zunächst durch eine Pumpe auf circa 300 bar bis 400 bar erhöht. Dies entspricht dem Frischdampfdruck abzüglich der im Rohrsystem auftretenden Druckverluste. Zur Steigerung des Wirkungsgrades wird die Temperatur des Wassers zunächst durch **Wärmeverschubsysteme** erhöht. Zu diesem System gehört auch die **regenerative Speisewasservorwärmung**, bei der Frischdampf verschiedener Temperatur-/Druckniveaus von den Turbinen abgezapft und zur Erwärmung des Speisewassers benutzt wird. Dies ermöglicht eine Temperaturerhöhung des Speisewassers auf ca. 300 °C mit geringen Gradienten. Im Kessel wird das Wasser weiter erhitzt, verdampft und schließlich überhitzt, bevor es in die Hochdruck-Turbine eintritt. Zwischen HD-Turbine und MD-Turbine wird eine Zwischenüberhitzung geschaltet. In neueren Studien wird auch über eine zweifache Zwischenüberhitzung nachgedacht. Nach Durchlaufen der ND-Turbine wird der Dampf im Kondensator wieder verflüssigt. Die Darstellung dieser beiden Kreisläufe zeigt, dass eine Vielzahl von Wärmeübertragern in modernen Kraftwerkssprozessen zum Einsatz kommen. Die Wahl der Parameter und Komponenten resultiert aus Prozessberechnungen, bei denen ein Optimum zwischen einem möglichst hohen Kraftwerkswirkungsgrad (geringe Brennstoffkosten), begrenzten Schadstoffemissionen, niedrigen Investitionskosten (geringe Kapitalkosten) und einer hohen Verfügbarkeit der Anlage (geringe Ausfallkosten) ermittelt wird. Zur Erzeugung von überhitztem Dampf ist das Arbeitsmittel auf Sättigungstemperatur vorzuwärmen, zu verdampfen und zu überhitzen. Überhitzter Dampf kann auf verschiedene Weise erzeugt werden. Man unterscheidet Verfahren mit einem festgehaltenen Verdampfungsendpunkt, die als Naturumlauf-, Zwangsumlauf- oder Zwangs durchlaufsysteme ausgeführt sein können, und Zwangsdurchlaufverfahren mit variablem Verdampfungsendpunkt. Die Verfahren unterscheiden sich in der Schaltung des Verdampfers. Bei mit unterkritischem Druck betriebenen Zwangsdurchlaufdampferzeugern im Durchlaufbetrieb ist der Verdampfungsendpunkt variabel, bei den anderen drei Systemen dagegen im Wasserabscheider beziehungsweise in der Trommel fest.

Die Verdampferheizflächen werden in der Regel in den Brennkammerwänden angeordnet, um diese vor zu großer Wärmefbelastung zu schützen (Membranwände).

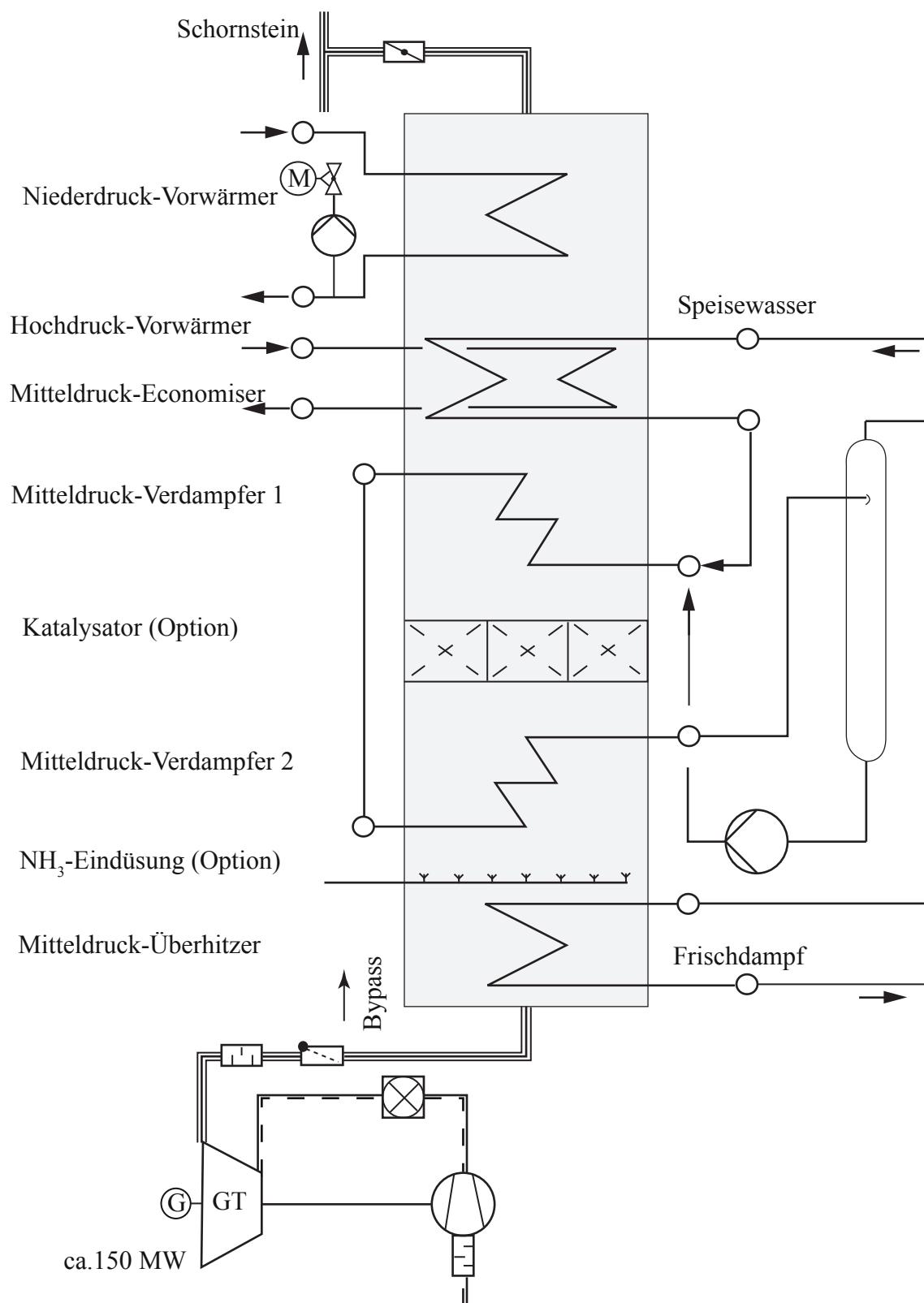


Abbildung 5.6.: Schaltschema eines Abhitze-Dampferzeugers (AHDE)

5.2.1. Naturumlauf-Dampferzeuger

Bei Naturumlauf-Dampferzeugern wird der natürliche Auftrieb als Antrieb des Wasseraufzugs genutzt. Durch die Wärmezufuhr stellt sich ein Dichteunterschied zwischen dem Wasser/Wasserdampf-Gemisch der Steigrohre und dem Wasser der Fallrohre ein, der den Umlauf des Systems in Bewegung hält. Ein Naturumlauf ist nur unterhalb des kritischen Druckes ($p < 221$ bar) möglich, da bei kritischem Druck die Dichte der Flüssigphase gleich der Gasphase ist.

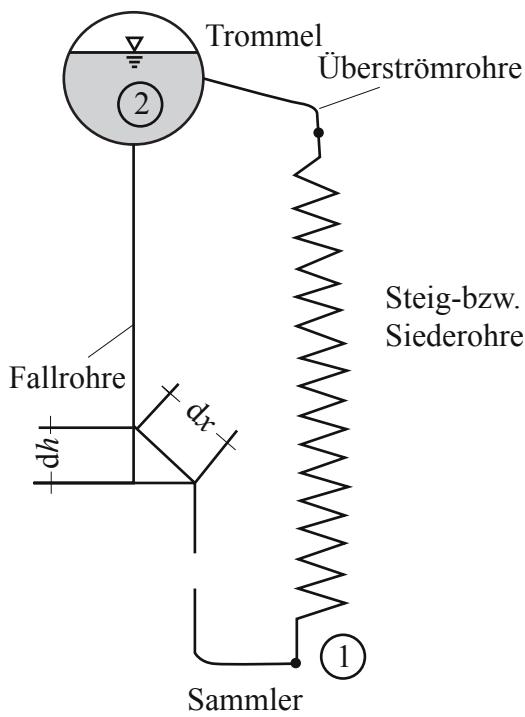


Abbildung 5.7.: Naturumlaufverdampfer

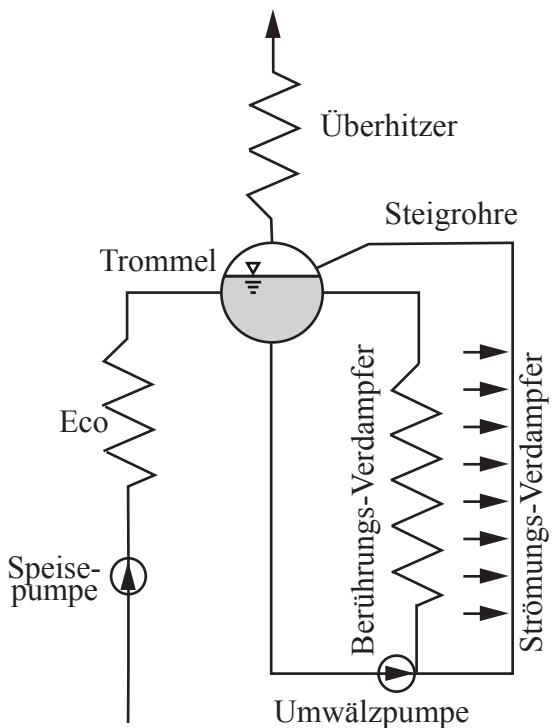


Abbildung 5.8.: Zwangsumlaufverdampfer

Berechnung der Druckdifferenz in Naturumlauf- Dampferzeugern

Die Strömungsgeschwindigkeiten im Rohrsystem und damit der Umlauf ergeben sich aus dem Kräftegleichgewicht zwischen den Auftriebs-, Reibungs- und Beschleunigungskräften in den unbeheizten Fall- und Überströmrohren sowie den beheizten Steigrohren. Da Verdampferrohre meist schräg angeordnet sind, ist ggf. zwischen der Höhe Δh und der tatsächlichen Rohrlänge Δx zu unterscheiden.

Es gilt:

$$(\Delta p_{\text{stat}} + \Delta p_R + \Delta p_B)_{21} = (\Delta p_{\text{stat}} + \Delta p_R + \Delta p_B)_{12} \quad (5.1)$$

Statische Druckdifferenz

$$\Delta p_{\text{stat}} = \int_0^h g \rho dH = g \rho_m \Delta h \quad (5.2)$$

Für die unbeheizten Abschnitte des Naturumlaufverdampfers gelten folgende Bemerkungen. Für **Fallrohre** kann die mittlere Dichte ρ_m

$$\rho_m = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{1}{v_x} dx, v_x = \frac{1}{\rho_x} \quad (5.3)$$

mit $v_x = v'$ und für die **Überströmrohre** am Austritt mit $v_A = v' + x_A (v'' - v')$ berechnet werden, wobei für den Dampfgehalt x_A am Austritt aus den Siederohren

$$x_A = \left(\frac{\dot{m}_D}{\dot{m}_{\text{Ges}}} \right)_A \quad (5.4)$$

gilt. Mit Einführung der Umlaufzahl als Verhältnis aus Gesamtmassenstrom und Dampfmassenstrom am Austritt des Verdampfers

$$U = \left(\frac{\dot{m}_{\text{Ges}}}{\dot{m}_A} \right)_A \quad (5.5)$$

gilt

$$x_A = \frac{1}{U} \quad (5.6)$$

Für die beheizten **Steigrohre** ist die Berechnung der mittleren Dichte aufgrund des über die Lauflänge veränderlichen Dampfanteils dagegen deutlich aufwändiger. Mit

$$v_x = v' + \frac{\dot{m}_{D,x}}{\dot{m}_{\text{Ges}}} (v'' - v') \quad (5.7)$$

ergibt sich für den Mittelwert:

$$v_m = \frac{1}{L} \int_0^L \left[v' + \frac{\dot{m}_{D,x}}{\dot{m}_{\text{Ges}}} (v'' - v') \right] dx \quad (5.8)$$

Der Massenstrom des Dampfes an der Stelle x , $\dot{m}_{D,x}$ lässt sich aus einer Wärmebilanz ermitteln:

$$\dot{m}_{D,x} = \frac{\dot{Q}_x}{\Delta h_v} \quad (5.9)$$

Die Wärmemenge \dot{Q}_x ergibt sich aus den Temperaturverläufen von Siedewasser und Rauchgas an konvektiv beheizten Verdampferheizflächen (Abb. 5.9) wie folgt:

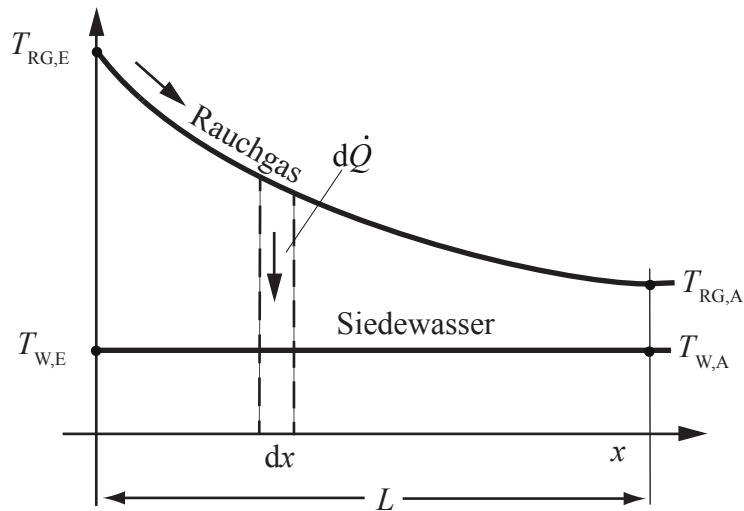


Abbildung 5.9.: Temperaturverläufe am Verdampferrohr

$$\dot{Q}_x = \dot{m}_{RG} c_{RG} (T_{RG,E} - T_{RG,x}) \quad (5.10)$$

$$= \Phi_x \dot{m}_{RG} c_{RG} (T_{RG,E} - T_W) \quad (5.11)$$

$$= (1 - e^{-\kappa_x}) \dot{m}_{RG} c_{RG} (T_{RG,E} - T_W) \quad (5.12)$$

mit

$$\kappa_x = \frac{k A_x}{\dot{m}_{RG} c_{RG}} = \frac{k A \frac{x}{L}}{\dot{m}_{RG} c_{RG}} \quad (5.13)$$

$\Phi_x = 1 - e^{-\kappa_x}$ ergibt sich aus $\mu = 0$ (vgl. Gl. 3.66).

Daraus ergibt sich für die resultierende Sattdampfmenge:

$$\dot{m}_{D,x} = \frac{\dot{Q}_x}{\Delta h_v} \quad (5.14)$$

$$= \frac{\dot{m}_{RG} c_{RG}}{\Delta h_v} (T_{RG,E} - T_W) \left(1 - e^{\frac{-k A \frac{x}{L}}{\dot{m}_{RG} c_{RG}}} \right) \quad (5.15)$$

Daraus lässt sich schließlich iterativ das mittlere spezifische Volumen berechnen.

Reibungsdruckverlust

Für den Reibungsdruckverlust eines einphasigen Fluids in einem Rohr der Länge L gilt der Ansatz

$$\frac{p_0 - p_L}{L} = \frac{\lambda}{d} \frac{\rho}{2} w^2 = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{d} \dot{m}''^2 \frac{1}{L} \int_0^L v_x \, dx \quad (5.16)$$

Bei technisch rauen Rohren und höheren Reynolds-Zahlen hängt der Reibungswert für einphasige Strömungen nur vom Rohrdurchmesser ab:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1,14 - 2,01 \log \left(\frac{k}{d} \right) \quad \text{mit } k \approx 0,03 \text{ mm} \quad (5.17)$$

Für mehrphasige Strömungen sind die Zusammenhänge wesentlich komplizierter. Näherungsansätze sind zum Beispiel im VDI Wärmeatlas angegeben.

Beschleunigungsdruckverlust

Nach dem Impulssatz gilt:

$$\Delta p_B = \int_E^A \dot{m}'' \, dw \quad (5.18)$$

Dieser Beitrag zum Druckverlust setzt sich im allgemeinen Fall aus einem Anteil aufgrund der Volumenänderung und einem Anteil aufgrund von Querschnittsänderungen zusammen.

rungen zusammen. Der aus der Volumenänderung resultierende Anteil lässt sich wie folgt berechnen,

$$\Delta p_{B,v} = \int_E^A \dot{m}'' \frac{\partial w}{\partial v} dv \quad \left| \frac{\partial w}{\partial v} = \dot{m}'' \right. \quad (5.19)$$

$$= \dot{m}''^2 (v_A - v_E) \quad (5.20)$$

der aus der Querschnittsänderung nach folgender Gleichung:

$$\Delta p_{B,v} = \int_E^A \dot{m}'' \frac{\partial w}{\partial A} dA \quad (5.21)$$

$$= \dot{m}_E''^2 v_E \left[\left(\frac{A_E}{A_A} \right)^2 - 1 \right] \quad (5.22)$$

In Abbildung 5.10 ist das Ergebnis einer iterativen Lösung der Kräftebilanz skizziert.

Aus Gründen der Stabilität des Verdampfungssystems wird der volumetrische Dampfgehalt am Verdampferaustritt auf $y = \frac{V_D}{V_D + V_F} = 0,75$ begrenzt. Damit ergeben sich die in Tabelle 5.1 gezeigten Richtwerte für die massenbezogenen Dampfgehalte und die daraus folgenden Umlaufzahlen.

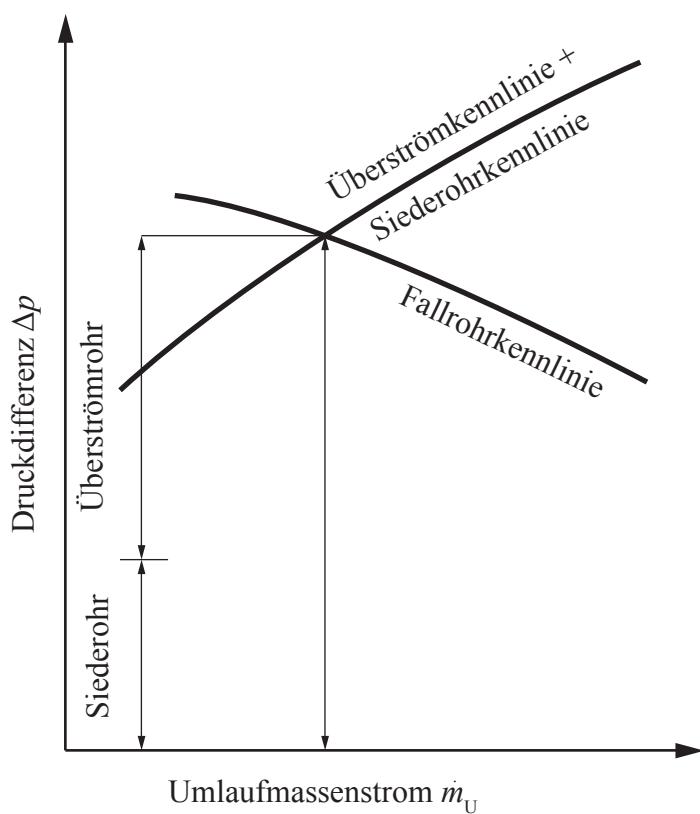


Abbildung 5.10.: Ermittlung des umlaufenden Massenstroms

Tabelle 5.1.: Dampfgehalt am Verdampferaustritt und Wasserumlaufzahlen für einen maximalen Dampfvolumenanteil am Austritt von 75 %

Druck p [bar]	40	80	120
Dampfgehalt x_{\max}	0,07	0,15	0,25
Wasserumlaufzahl			
$U = \frac{\dot{m}_U}{\dot{m}_D} = \frac{1}{x_{\max}}$	14	6,5	4

Die Grenzen des Naturumlaufes sind der Dampfdruck und dadurch folgend die Dampferzeugerleistung und die Beheizungsintensität.

5.2.2. Zwangsdurchlauf-Dampferzeuger

Dampferzeuger mit Zwangsdurchlauf können unter- und überkritisch betrieben werden, vorteilhaft zwischen 100 bar und 300 bar. Die Speisepumpe fördert den Wassermassenstrom durch den gesamten Dampferzeuger, so dass am Austritt überhitzter Heißdampf mit den festgelegten Parametern zur Verfügung steht. Der Verdampfungsendpunkt stellt sich je nach Belastung und Betriebsparameter innerhalb eines gewissen Abschnittes der Heizflächen ein. Beim Zwangsdurchlauf-Dampferzeuger wird beim Erreichen von 30 % bis 40 % Last vom Umwälzbetrieb umgeschaltet. Der Verdampfungsendpunkt befindet sich im Trenngefäß. Da bei dieser Schaltung keine Abschlämigung möglich ist, wird eine hohe Speisewasserqualität gefordert. Die Verdampferrohre werden im Feuerraum meist schräg angeordnet, um die erforderliche Mindestgeschwindigkeit zu erreichen. Die Strömungsgeschwindigkeiten am Verdampferende sind dagegen hoch und führen zu Druckverlusten im Bereich bis zu 50 bar.

5.2.3. Zwangsumlauf-Dampferzeuger (La Mont-Kessel)

Der Wasserumlauf im Verdampfersystem wird durch eine Umwälzpumpe mit einer Förderhöhe von 2,5 bar bis 3 bar unterstützt. Der Verdampferrohrdurchmesser kann, weil höhere Reibungsdruckverluste in Kauf genommen werden können, auf 31 mm bis 38 mm verringert werden. Die Umlaufzahlen liegen bei Drücken zwischen 12 bar und 80 bar im Bereich zwischen 3 und 15. Es ist möglich, Verdampferheizflächen

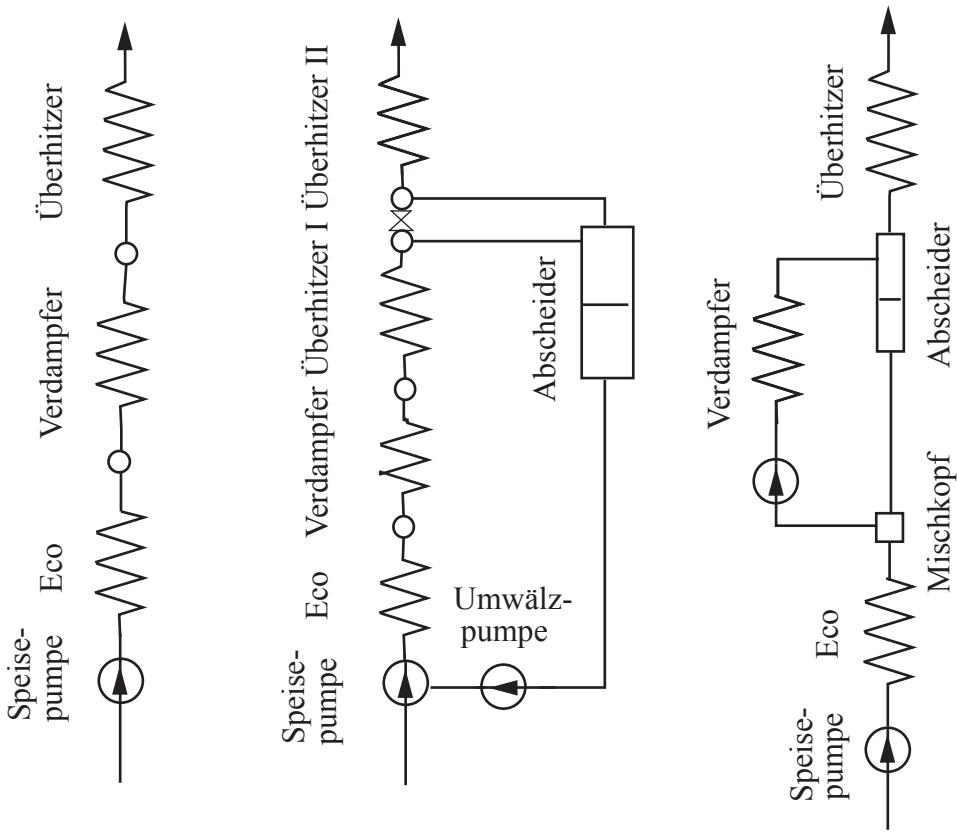


Abbildung 5.11.: Schalschema von Zwangsdurchlauf-Dampferzeugern

als Konvektionsheizflächen parallel zu den Strahlungsheizflächen zu schalten. Der Druckabgleich wird über Strangdrosseln vorgenommen. **Die Betriebsbereitschaft der Umwälzpumpe ist unbedingt zu gewährleisten.** Fällt die Hauptpumpe aus und lässt sich die Reservepumpe nicht schnell genug in Betrieb nehmen, tritt durch Temperaturüberschreitung in der Verdampferrohrwand erheblicher Schaden auf. Besonders gefährdet sind Dampferzeuger mit Rostfeuerung, da sich hier der Brennstoffmassenstrom nur sehr langsam reduzieren lässt.

Kapitel 6.

Vorgänge mit gleichzeitiger Wärme- und Stoffübertragung

In der Energie- und Verfahrenstechnik kommen Wärme- und Stoffübertragende Apparate in verschiedensten Gebieten zum Einsatz. Einige Beispiele sind:

- Befeuchter oder Entfeuchter der Klimatechnik
- Wirbelschichttrockner in der chemischen Industrie
- Ventilator- oder Naturzug-Kühltürme der Kraftwerkstechnik
- Stofftrennung beim Eindicken von Fruchtsäften in der Lebensmitteltechnik
- Partielle Kondensation erwünschter oder unerwünschter Komponenten aus Gasgemischen, zum Beispiel CO₂-Abtrennung aus Verbrennungsabgasen

In allen genannten Beispielen laufen Wärme- und Stoffübertragungsvorgänge, meist mit Phasenwechselvorgängen, gleichzeitig ab. Manchmal steht der Stoffübertragungsvorgang im Vordergrund des Interesses, manchmal soll der Stoffübertragungsvorgang die Wärmeübertragung nur unterstützen. Im Gegensatz zu dem Prozess des Verdampfens, spielt hier die Verdunstung eine große Rolle.

6.1. Verdunstung

Bei der Verdampfung ist durch die Abwesenheit von Luft der Dampfdruck gleich dem Druck der Flüssigkeitsoberfläche, dem Sättigungsdruck $p_S(T)$. Der Druck im

Inneren der Flüssigkeit ist nur um den hydrostatischen Druck der darüberliegenden Flüssigkeitssäule größer, so dass es schon bei einer geringfügigen Überhitzung zur Bildung von Dampfblasen im Inneren der Flüssigkeit kommt.

Bei der Verdunstung steht die Flüssigkeit unter einem Gesamtdruck, der sich aus dem von der Luft und dem Wasser erzeugten Teildruck zusammensetzt. Hier können sich keine Dampfblasen bilden, da p_{ges} wesentlich größer als $p_s(T)$ ist, so dass die Flüssigkeit nur am Flüssigkeitsspiegel verdampft (Verdunstung).

Die Abbildung 6.1 zeigt die Verhältnisse in der Nähe der Wasseroberfläche, die im Folgenden auch als Phasengrenze bezeichnet wird. Der Zustand der Luft kann durch die Temperatur T , den Wassergehalt x und die Enthalpie h , der des Wassers durch T_w und h_w charakterisiert werden. An der Phasengrenze herrscht Gleichgewicht, so dass für die Temperaturen $T_{Wg} = T_{Gg}$ gilt. Ebenso ist der Dampfdruck p_g in den angrenzenden Luftteilchen gleich dem Druck des Dampfes, den die Flüssigkeitsoberfläche aussendet, dem Sättigungsdruck $p_s(T)$. Überlegt werden muss, ob die Anwesenheit eines neutralen Gases einen Einfluss auf die Sättigungstemperatur ausübt. Versuche zeigen, dass dies bei moderaten Drücken nicht der Fall ist. Problematisch dagegen sind Verunreinigungen der Wasseroberfläche wie zum Beispiel durch Öl, so dass hier Abweichungen auftreten können, die auch technisch relevant sind.

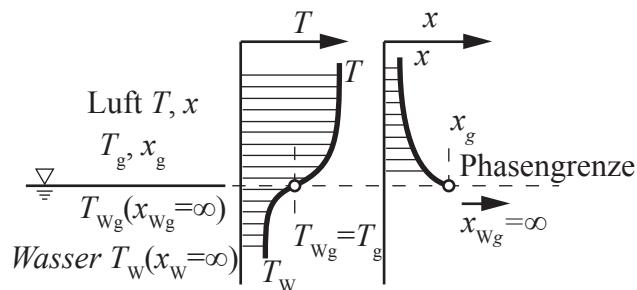


Abbildung 6.1.: Verhältnisse in der Nähe der Verdunstungsfläche nach Bosnjakovic u. Knoche (1997)

Zur Beschreibung des Vorganges werden die grundlegenden Zusammenhänge der Stoffübertragung und die Analogie zwischen Wärme- und Stoffübertragung, wie sie schon in der Vorlesung *Wärme- und Stoffübertragung I* eingeführt worden ist, noch einmal zusammengefasst.

6.1.1. Wärmeübertragung von einer Oberfläche an ein Fluid

Die von einer Oberfläche an ein Fluid übertragene Wärmestromdichte wird empirisch durch den Ansatz

$$\dot{q}'' = \alpha (T_W - T_\infty) \quad (6.1)$$

beschrieben. In weitaus den meisten technischen Anwendungsfällen liegen aus Experimenten abgeleitete Kennzahl-Beziehungen zur Bestimmung des Wärmeübergangskoeffizienten α in Form von Potenzgesetzen vor, zum Beispiel in der Form

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = C \text{ Re}^m \text{ Pr}^n \quad (6.2)$$

In Ausnahmefällen lässt sich der Wärmeübergangskoeffizient auch theoretisch aus einer Lösung der den Wärmeübergangsvorgang beschreibenden Erhaltungsgleichungen, der Impulsgleichungen und der Energiegleichung, bestimmen.

Denn für die Wärmestromdichte an der Oberfläche gilt nach Fourier

$$\dot{q}'' = -\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_W \quad (6.3)$$

Mit Gleichung 6.1 folgt für den Wärmeübergangskoeffizienten

$$\alpha = \frac{-\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_W}{T_W - T_\infty} \quad (6.4)$$

oder in dimensionsloser Schreibweise für die Nußelt-Zahl

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} = \left. \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} \right|_W \quad (6.5)$$

Mit der dimensionslosen Übertemperatur $\theta^* = \frac{T-T_W}{T_\infty-T_W}$ und $y^* = \frac{y}{L}$.

Demnach ergibt sich der Wärmeübergangskoeffizient aus dem Gradienten der Temperatur an der Oberfläche. Dieser Gradient kann aus einer Messung stammen oder ein Ergebnis einer numerischen Lösung der Energiegleichung sein.

Im Folgenden ist für den Fall eines homogenen Fluids und unter den vereinfachenden Annahmen einer stationären, zweidimensionalen laminaren Strömung die Energiegleichung aufgeschrieben.

$$\rho u c_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (6.6)$$

Die Energiegleichung lässt sich, konstante Stoffeigenschaften vorausgesetzt, dimensionslos schreiben:

$$\frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (6.7)$$

Für den Fall, dass Wärme- und Stoffausübertragungsvorgänge in einem Feld gleichzeitig ablaufen, müssen auf der rechten Seite der Gleichung 6.6 beziehungsweise 6.7 außer den Termen der Wärmeleitung auch die des Energietransports durch Diffusion berücksichtigt werden. Damit wird nach Umformungen die Energiegleichung für inhomogene Medien:

$$\begin{aligned} \rho u \frac{\partial h}{\partial x} + \rho v \frac{\partial h}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\eta}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\eta}{\text{Pr}} \frac{\partial h}{\partial y} \right) \\ &- \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{\eta}{\text{Pr}} \sum \left[h_i \left(1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Sc}_i} \right) \frac{\partial \xi_i}{\partial x} \right] \right\} - \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{\eta}{\text{Pr}} \sum \left[h_i \left(1 - \frac{\text{Pr}}{\text{Sc}_i} \right) \frac{\partial \xi_i}{\partial y} \right] \right\} \end{aligned} \quad (6.8)$$

mit der Schmidt-Zahl $\text{Sc} = \frac{\eta}{\rho D_i}$ und dem Diffusionskoeffizienten $D_i [\text{m}^2/\text{s}]$.

6.1.2. Stoffübertragung an einer Flüssigkeitsoberfläche

Die diffusive Stoffstromdichte von einer flüssigen Grenzfläche in eine benachbarte Phase, zum Beispiel in einen Gasstrom, wird mit einem empirischen Ansatz der Form

$$j_i'' = g (\xi_{i,g} - \xi_{i,\infty}) \quad \text{mit } \xi_{i,g} = \frac{m_i}{\sum_i m_i} \quad (6.9)$$

beschrieben, $g [\text{kg}/\text{m}^2\text{s}]$ ist dabei der Stoffübergangskoeffizient und $(\xi_{i,g} - \xi_{i,\infty})$ die Differenz der Massenanteile der übergehenden Komponente zwischen der Flüssigkeitsoberfläche und der benachbarten Phase.

Wie für den Wärmeübergangskoeffizienten gibt es für den Stoffübergangskoeffizienten experimentell ermittelte Kennzahl-Beziehungen für die Sherwood-Zahl Sh , meist von der Form

$$Sh = \frac{g L}{\rho D} = C \text{Re}^m \text{Sc}^n \quad (6.10)$$

Analog zum Vorgehen bei der Wärmeübertragung kann anstelle des empirischen Ansatzes der Gleichung 6.10 ein Zusammenhang zwischen der Stoffstromdichte an der Grenzfläche und dem Konzentrationsgradienten angegeben werden (Ficksches Gesetz):

$$j''_{i,g} = -\rho D_i \left. \frac{\partial \xi_i}{\partial y} \right|_g \quad (6.11)$$

Aus 6.9 und 6.11 folgt für den Stoffübertragungskoeffizienten:

$$g = \frac{\rho D_i \left. \frac{\partial \xi_i}{\partial y} \right|_g}{\xi_{i,g} - \xi_{i,\infty}} \quad (6.12)$$

oder in dimensionsloser Schreibweise

$$\frac{g L}{\rho D_i} = Sh = \left. \frac{\partial \xi_i^*}{\partial y^*} \right|_g \quad \text{mit } \xi^* = \frac{\xi_i - \xi_{i,W}}{\xi_{i,\infty} - \xi_{i,W}} \quad (6.13)$$

Das heißt, auch der Stoffübergangskoeffizient lässt sich aus dem Gradienten des entsprechenden Konzentrationsfeldes an der Flüssigkeitsoberfläche bestimmen. Für ein nicht reagierendes System lautet die Stofferhaltungsgleichung für die Komponente i , wieder mit denselben Vereinfachungen wie oben:

$$\rho u \frac{\partial \xi_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \xi_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho D_i \frac{\partial \xi_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D_i \frac{\partial \xi_i}{\partial y} \right) \quad (6.14)$$

oder in dimensionsloser Schreibweise für konstante Stoffeigenschaften:

$$\frac{\partial \xi^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \xi^*}{\partial y^*} = \frac{1}{\text{Re Sc}_i} \left(\frac{\partial^2 \xi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \xi^*}{\partial y^{*2}} \right) \quad (6.15)$$

6.1.3. Analogien zwischen Wärme- und Stoffübertragung

Der Vergleich der Erhaltungsgleichungen für die Energie (Gleichung 6.7) und für die Komponente i (Gleichung 6.15) macht deutlich, dass die Felder der dimensionslo-

sen Variablen T^* und ξ^* bei entsprechenden Randbedingungen dann identisch sein werden, wenn die Prandtl-Zahl und die Schmidt-Zahlen gleich groß sind. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich aus den Gleichungen 6.7 und 6.15 ein sehr einfacher Zusammenhang zwischen dem Wärme- und dem Stoffübergangskoeffizienten:

$$Le = \frac{Sh}{Nu} = \frac{Sc}{Pr} = \frac{\alpha \cdot g}{c_p} = 1 \quad (6.16)$$

der oft als Lewis'sches Gesetz bezeichnet wird. Unter der Bedingung, dass die dimensionslosen Variablen identisch sind, stimmen Temperatur- und Konzentrationsprofil überein.

Wenn die Gleichheit zwischen Prandtl- und Schmidt-Zahl nicht gegeben ist, lässt sich aus Gleichungen 6.5 und 6.10 eine Näherung der Form

$$Le = \frac{Sh}{Nu} = \left(\frac{Sc}{Pr}\right)^n = \frac{\alpha \cdot g}{c_p} \quad (6.17)$$

ableiten. Der Exponent n in den Kennzahl-Beziehungen ist der Exponent der Prandtl-Zahl des charakteristischen Nußelt-Gesetzes bzw. der Schmidt-Zahl des charakteristischen Sherwood-Gesetzes, hat üblicherweise für laminare Grenzschichten einen Wert von etwa $n = \frac{1}{3}$ und lässt sich aus Überlegungen der Grenzschichttheorie herleiten. Im Fall turbulenter Strömung kann $n = 0,42$ gesetzt werden.

6.1.4. Stoffbilanz an einer Flüssigkeitsoberfläche

Bewegt sich die Luft langsam über die Wasseroberfläche, so bildet sich eine Grenzschicht aus, durch die der verdunstende oder austauende Wasserdampf hindurchdiffundieren muss. Der Massenstrom des senkrecht von der Grenzfläche verdunstenden Wassers setzt sich aus einem konvektiven und einem diffusiven Anteil zusammen.

$$-\dot{m}_{W,g}'' = \rho \xi_{d,g} w_{y,g} - \rho D \left(\frac{\partial \xi_d}{\partial y} \right)_g \quad (6.18)$$

Der konvektive Anteil enthält die Dichte, den Massenanteil des Dampfes an der Grenzfläche und die Geschwindigkeit des Massenstromes an der Grenzfläche. Der diffusive Anteil besitzt als treibendes Potential den Gradienten des Dampfgehaltes

von der Grenzfläche bis ins Unendliche. Der Dampfgehalt der Grenzfläche entspricht zumeist dem Sättigungsdruck bei der gegebenen Temperatur.

Für die Luft stellt die Wasseroberfläche eine nahezu undurchlässige Grenzfläche dar. Daher muss für den Luftmassenstrom durch die Wasseroberfläche gelten:

$$\dot{m}_{l,G}'' = \rho \xi_{L,g} w_{y,g} - \rho D \left(\frac{\partial \xi_L}{\partial y} \right)_g = \rho (1 - \xi_{d,g}) w_{y,g} + \rho D \left(\frac{\partial \xi_d}{\partial y} \right)_g = 0 \quad (6.19)$$

Umgeformt erhält man die Strömungsgeschwindigkeit senkrecht zur Wasseroberfläche zu

$$w_{y,g} = - \frac{D}{1 - \xi_{d,g}} \left(\frac{\partial \xi_d}{\partial y} \right)_g \quad (6.20)$$

Aus den Gleichungen 6.11, 6.18 und 6.20 folgt:

$$\dot{m}_{W,g}'' = \frac{1}{1 - \xi_{d,g}} j_d'' \quad (6.21)$$

Der Vorfaktor $\frac{1}{1 - \xi_{d,g}}$ wird oft als **Stefankorrektur** bezeichnet, er beschreibt die Verstärkung des diffusiven Stoffstroms durch die für das Gas undurchlässige Flüssigkeitsoberfläche. Einführen des Ansatzes nach Gleichung 6.9 für die diffusive Massenstromdichte ergibt:

$$\dot{m}'' = g \frac{\xi_{d,g} - \xi_{d,\infty}}{1 - \xi_{d,g}} = g B \quad (6.22)$$

dabei ist $B = \frac{\xi_{d,g} - \xi_{d,\infty}}{1 - \xi_{d,g}}$ das treibende Potential für die Stoffübertragung. In dimensionsloser Form erhält man schließlich:

$$\frac{\dot{m}''}{\rho u_\infty} = \frac{\text{Sh}}{\text{Re Sc}_i} B \quad (6.23)$$

In der Energietechnik hat sich ein Ansatz für den Stoffübergang eingebürgert, der von dem hier eingeführten abweicht. Anstelle der Gleichung 6.21 wird ein Stoffübergangskoeffizient nach Lewis mit der absoluten Feuchte x wie folgt definiert

$$\dot{m}'' = \sigma (x_{D,g} - x_{D,\infty}) \quad (6.24)$$

worin $\sigma [\text{kg}_{\text{tr.Luft}}/\text{m}^2\text{s}]$ einen Verdunstungskoeffizienten bezeichnet, der vornehmlich vom Strömungszustand der Luft abhängt. Der Verdunstungskoeffizient stellt die-

jenige stündliche Trockenluftmenge des feuchten Luftstromes dar, die sich auf 1 m² Verdunstungsfläche mit Wasserdampf sättigen müsste, um die verdunstende Wassermenge abführen zu können.

Man kann zeigen, dass im Anwendungsbereich der Klima- und Trocknungstechnik die beiden Definitionsgleichungen für den Stoffübergangskoeffizient (Gleichungen 6.9 und 6.24) gleichwertig sind.

6.1.5. Energiebilanz an einer verdunstenden

Flüssigkeitsgrenzfläche

Die Energiebilanz an einer verdunstenden Flüssigkeitsgrenzfläche (Abb. 6.2) ergibt den Wärmeleitungsstrom in der flüssigen Phase. Die Indizierung ξ_∞, T_g gibt den Ort für die Konzentration und den Ort für die Temperatur an. Diese müssen durch die unten gegebene Definition von \bar{c}_p nicht unbedingt übereinstimmen:

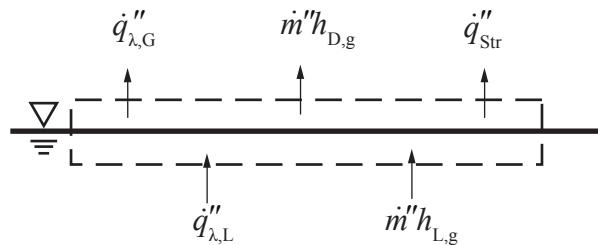


Abbildung 6.2.: Energiebilanz an einer verdunstenden Oberfläche

$$\dot{q}_{\lambda,L}'' = \dot{q}_{\lambda,G}'' + \dot{m}'' h_{D,g} - \dot{m}'' h_{L,g} + \dot{q}_{Str} \quad (6.25)$$

$$= -\lambda \left. \frac{dT}{dy} \right|_g + \dot{m}'' \Delta h_{v,g} + \dot{q}_{Str} \quad (6.26)$$

$$= \alpha (T_g - T_\infty) + g B \Delta h_{v,g} + \dot{q}_{Str} \quad (6.27)$$

$$= \frac{\alpha}{\bar{c}_p} (h_{\xi_\infty, T_g} - h_{\xi_\infty, T_\infty}) + g B \Delta h_{v,g} + \dot{q}_{Str} \quad (6.28)$$

mit

$$\bar{c}_p = \frac{1}{T_\infty - T_g} \int_{T_g}^{T_\infty} c_{c_p, \xi_\infty} dT \quad (6.29)$$

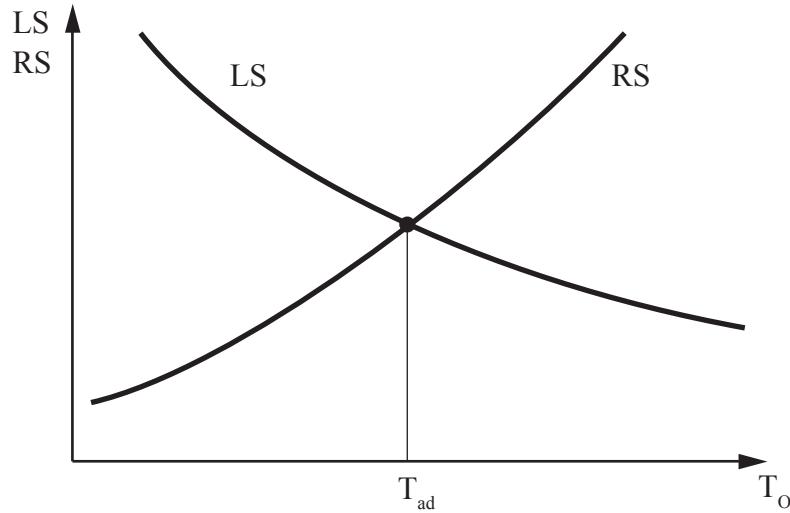


Abbildung 6.3.: Grafische Bestimmung der adiabaten Grenzflächentemperatur

In vielen Anwendungsfällen kann der Beitrag der Strahlung vernachlässigt und die Gültigkeit des Lewis'schen Gesetzes angenommen werden. Unter diesen Bedingungen gilt:

$$\dot{q}_{\lambda_L}'' = \frac{\alpha}{\bar{c}_p} \left[(h_{\xi_\infty, T_g} - h_{\xi_\infty, T_\infty}) + \frac{\xi_{i,g} - \xi_{i,\infty}}{1 - \xi_{i,g}} \Delta h_{v,o} \right] \quad (6.30)$$

6.1.6. Temperatur einer adiabaten Flüssigkeitsgrenzfläche

Ist die Wärmeabfuhr oder die Wärmezufuhr in beziehungsweise aus der flüssigen Phase zu vernachlässigen, ergibt sich wegen $\dot{q}_{\lambda,L}'' = 0$ aus Gleichung 6.30:

$$\frac{h_{\xi_\infty, T_\infty} - h_{\xi_\infty, T_g}}{\Delta h_{v,g}} = \frac{\xi_{i,g} - \xi_{i,\infty}}{1 - \xi_{i,g}} \quad (6.31)$$

oder

$$\frac{\bar{c}_p (T_\infty - T J_g)}{\Delta h_{v,g}} = \frac{\xi_{i,g} - \xi_{i,\infty}}{1 - \xi_{i,g}} \quad (6.32)$$

Diese Gleichung ist eine implizite Beziehung zur Bestimmung der sich einstellenden adiabaten **Grenzflächentemperatur** $T_g = T_{ad}$, die sehr einfach grafisch gelöst werden kann (Abb. 6.3).

6.2. Feuchte Luft als Zweistoffgemisch

Das als Gas-Dampf-Gemisch bezeichnete Gemisch besagt, dass der eine Bestandteil, zum Beispiel die Trockenluft, nur in gasförmiger Form auftritt, während der andere Bestandteil sowohl gasförmig als auch flüssig oder fest vorkommen kann. In der Vorlesung „Thermodynamik“ ist auf dieses Gemisch schon eingegangen worden, so dass hier die Gleichungen nur kurz wiederholt werden.

6.2.1. Zustandsbeschreibung Feuchter Luft

Der Wassergehalt x beschreibt diejenige Wassermenge x , die in $(1 + x)$ kg feuchter Luft beziehungsweise in 1 kg trockener Luft enthalten ist:

$$x = \frac{m_W}{m_{\text{tr. Luft}}} \text{ in kg Wasser je kg trockene Luft} \quad (6.33)$$

Durch die Definition des molaren Wassergehaltes

$$\zeta = \frac{m_W}{m_{\text{tr. Luft}}} \frac{M_L}{M_W} \quad (6.34)$$

und der Tatsache, dass sich in Gemischen idealer Gase die Molmengen wie die Partialdrücke verhalten, so ist

$$\zeta = \frac{p_d}{p_{\text{ges}} - p_d} \quad (6.35)$$

und

$$x_d = \frac{M_W}{M_{\text{tr. Luft}}} \frac{p_d}{p_{\text{ges}} - p_d} \quad (6.36)$$

$$= 0,622 \frac{p_d}{p_{\text{ges}} - p_d} \quad (6.37)$$

In gleicher Weise kann der Wassergehalt bei Sättigung x_s berechnet werden, indem der Sättigungsdampfdruck $p_s(T)$ verwendet wird.

Der Dampfdruck p_d ist abhängig von der Temperatur, Druck und des jeweiligen Reinstoffes und wird mit Hilfe der **Antoine-Gleichung** bestimmt:

$$\log_{10}(p_d) = A - \frac{B}{C + t} \quad (6.38)$$

Die Parameter A , B und C sind empirisch ermittelte, stoffspezifische Parameter; t ist dabei die herrschende Temperatur in $^{\circ}\text{C}$.

Die relative Feuchte ist durch

$$\varphi = \frac{p_d}{p_s} \quad (6.39)$$

definiert. Die Enthalpie der **trockenen Luft** ist

$$h_L = c_{pL} \vartheta \quad \text{mit } c_{pL} = 1,0 \text{ kJ/kgK} \quad (6.40)$$

Hier wird die Temperatur ϑ in $^{\circ}\text{C}$ eingesetzt und der Enthalpie-Nullpunkt der Trockenluft bei 0°C gewählt.

Für die Enthalpie des **Dampfes** gilt:

$$h_d = c_{pd} \vartheta + r_0 \quad (6.41)$$

mit $c_{pd} = 1,87 \text{ kJ/kgK}$ und $r_0 = 2500 \text{ kJ/kg} = \Delta h_{V(0^{\circ}\text{C})}$. r_0 ist die Verdampfungswärme bei 0°C , sodass in Übereinstimmung mit den Wasserdampftafeln die Enthalpie des flüssigen Wassers bei 0°C zu null gesetzt wird. Für die Enthalpie von **flüssigem Wasser** gilt:

$$h_w = c_w \vartheta \quad \text{mit } c_w = 4,187 \text{ kJ/kgK} \quad (6.42)$$

Für die Enthalpie von **Eis** gilt analog:

$$h_e = c_e \vartheta - r_e \quad (6.43)$$

mit $c_e = 2,05 \text{ kJ/kgK}$ und $r_e = 333 \text{ kJ/kg}$.

Im Mehrphasengebiet gilt in einfacher Summation

$$h^+ = h(x_d, x_w, x_e) = h_L + x_d h_d + x_w h_w + x_e h_e \quad (6.44)$$

$$= c_{pL} \vartheta + x_d(c_{pd} \vartheta + r_0) + x_w c_w \vartheta + x_e (c_e \vartheta - r_e) \quad (6.45)$$

Ist in der feuchten Luft weder Wasser ($x_w = 0$) noch Eis ($x_e = 0$) vorhanden, so kann der Wassergehalt höchstens dem Sättigungszustand entsprechen ($x = x_d < x_s$). Ist dagegen Wasser oder Eis vorhanden, so muss der in der Luft enthaltene Dampf gesättigt vorliegen ($x_d = x_s$).

6.2.2. Feuchte Luft im h-x Diagramm von Mollier

Obwohl die Formel für die Enthalpie der feuchten Luft recht einfach ist, so ist es dennoch sinnvoll, die Enthalpie h über dem Wassergehalt x aufzutragen. Im Gebiet der ungesättigten Luft ($x_w = x_e = 0$) sind die Isothermen Geraden, da die Steigung nach

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x_d} \right)_\vartheta = h_d = c_{pd} \vartheta + r_0 \quad (6.46)$$

konstant ist. Die Steigung der Enthalpie nimmt mit der Temperatur leicht zu. Da r_0 im Vergleich zu $c_{pd} \vartheta$ groß ist, verlaufen die Isothermen im h,x -Diagramm sehr steil und das wichtige Gebiet der ungesättigten Luft nimmt nur einen schmalen Streifen ein.

Mollier hat die Enthalpien in einem schiefwinkligen Koordinatensystem aufzutragen. Dieses wird so gewählt, dass die Isotherme für 0°C im Gebiet der ungesättigten feuchten Luft horizontal verläuft:

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x_d} \right)_{\vartheta_0} = r_0 \quad (6.47)$$

Hieraus folgt, dass Linien konstanter Enthalpie mit einer Steigung von $-r_0$ abgetragen werden. Im Nebelgebiet bei $x > x_s$ und $\vartheta > 0^\circ\text{C}$ verlaufen Isothermen nach

$$\left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_\vartheta = h_w = c_w \vartheta \quad (6.48)$$

da für eine konstante Temperatur auch x_s konstant ist. Die Enthalpie von flüssigem Wasser h_w ist relativ klein, daher fallen die Nebelisothermen fast mit den Linien konstanter Enthalpie $h = \text{konst.}$ zusammen. Für $p = 1013 \text{ mbar}$ nähert sich die Sättigungslinie bei höheren Temperaturen asymptotisch der Isotherme $\vartheta = 100^\circ\text{C}$.

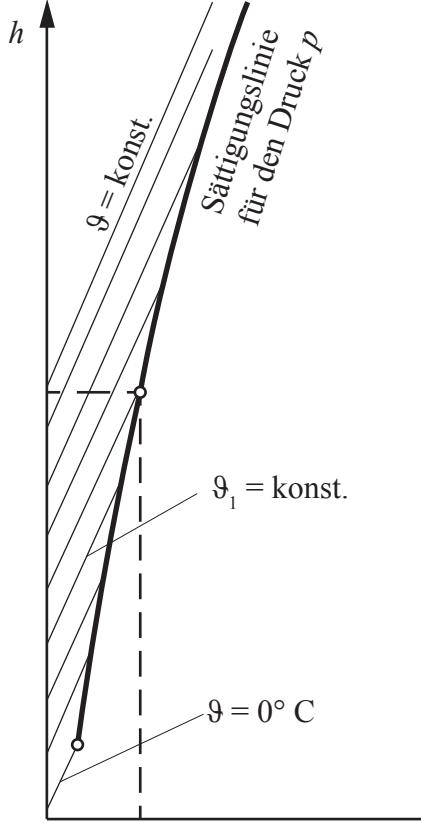


Abbildung 6.4.: h, x -Diagramm für feuchte Luft

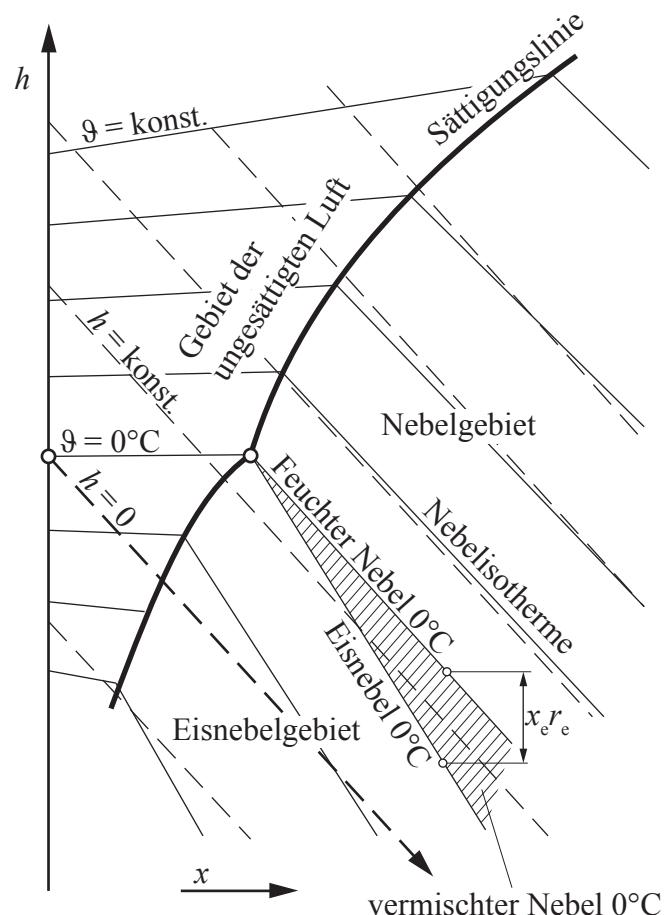


Abbildung 6.5.: Schiefwinkliges h, x -Diagramm für feuchte Luft nach Bosnjakovic (1997)

6.2.3. Zustandsänderungen feuchter Luft

Zustandsänderungen lassen sich im h,x -Diagramm leicht nachvollziehen. Hier sollen exemplarisch einige der wichtigen Zustandsänderungen aufgezeigt werden. Für weitergehende Informationen sei hier auf das Kapitel 4.2 im Buch „Technische Thermodynamik Teil 2“ von Boisnjakovic hingewiesen.

Abkühlung/Erwärmung feuchter Luft

Bei der Abkühlung feuchter Luft (vgl. Abbildung 6.6) ändert sich der Wassergehalt x nicht, das heißt, im Punkt 2 ($x_1 = x_2$) wird die Sättigungslinie erreicht. Dieser Punkt wird Taupunkt und die entsprechende Temperatur die Tautemperatur der Luft genannt. Bei weiterer Abkühlung kondensiert Wasserdampf aus, was in Nebelbildung oder am Betauen der Gefäßwandungen beobachtet werden kann. Das Gemisch setzt sich aus gesättigter Luft (Zustand 3') und aus reinem Wasser zusammen. Der Zustandspunkt des Wassers mit der Temperatur ϑ_3 und der Wassergehalt $x = \infty$ liegt im Unendlichen. Die ausfallende Wassermenge lässt sich aus der Differenz der Wassergehalte ($(x_3 - x_{3'}) m_L$) bestimmen.

Problematisch wird dieses Phänomen bei der Abkühlung von feuchter Luft bzw. feuchtem Abgas in Wärmeübertragern. Die Abkühlung unter die Taupunkttemperatur führt zur Kondensation des Dampfes, der in Form von Wasser im Wärmeübertrager zu Korrosion führen kann. Auch andere zu Korrosion neigende Stoffe innerhalb von (Ab)gasen (z.B. Schwefel) können zu Säuren auskondensieren und Wärmeübertrager erheblich schädigen. Bei der Auslegung sind daher unbedingt die jeweiligen Taupunkttemperaturen zu beachten.

Wird das ausgefallene Wasser entfernt und das restliche Gemisch von 3' auf die ursprüngliche Temperatur bis 4 erwärmt, so hat man einen einfachen Vorgang zur Luftentfeuchtung (Lufttrocknung) durchlaufen.

Die umgesetzten Wärmemengen können direkt aus dem Diagramm abgelesen werden. Es gilt aufgrund konstanten Drucks:

$$q_{13} = h_1 - h_3; \quad q_{3'4} = h_4 - h_{3'} \quad (6.49)$$

Die Enthalpien lassen sich als Strecken im h,x -Diagramm ablesen.

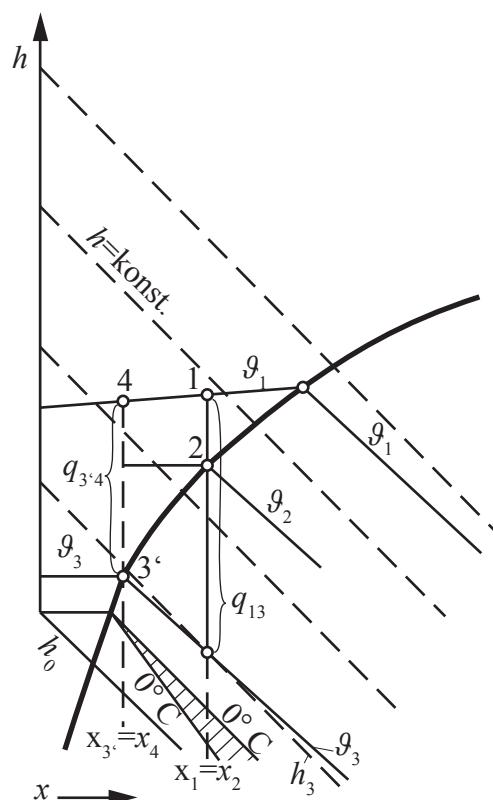


Abbildung 6.6.: Abkühlung mit Entfeuchtung der Luft, Taupunkt (nach Bosnjakovic (1997))

Mischen von Luftströmen

Werden bei konstantem Druck zwei Stoffströme mit den Massenströmen der Trockenluft \dot{m}_1 , \dot{m}_2 und den Zustandsgrößen x_1 , ϑ_1 , h_1 , x_2 , ϑ_2 , h_2 gemischt (Abbildung 6.7), so resultiert nach vollständiger Vermischung Luft im Zustand x_M , ϑ_M , h_M . Hierfür lassen sich die Massenströme der trockenen Luft und des Wassers, sowie unter der Annahme adiabater Umgebung die Energie bilanzieren.

Trockenluftbilanz:

$$\dot{m}_{L_1} + \dot{m}_{L_2} = \dot{m}_{L_M} \quad (6.50)$$

Wasserbilanz:

$$x_1 \dot{m}_{L_1} + x_2 \dot{m}_{L_2} = x_M \dot{m}_{L_M} \quad (6.51)$$

$$\Rightarrow x_M = \frac{x_1 \dot{m}_{L_1} + x_2 \dot{m}_{L_2}}{\dot{m}_{L_1} + \dot{m}_{L_2}} \quad (6.52)$$

Energiebilanz:

$$h_1 \dot{m}_{L_1} + h_2 \dot{m}_{L_2} = h_M \dot{m}_{L_M} \quad (6.53)$$

$$\Rightarrow h_M = \frac{h_1 \dot{m}_{L_1} + h_2 \dot{m}_{L_2}}{\dot{m}_{L_1} + \dot{m}_{L_2}} \quad (6.54)$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich die Größen \dot{m}_{L_1} und \dot{m}_{L_2} eliminieren, wonach folgt:

$$\frac{h_2 - h_M}{x_2 - x_M} = \frac{h_M - h_1}{x_M - x_1} \quad (6.55)$$

Hieraus folgt, dass der Zustandspunkt M im h,x -Diagramm auf der Verbindungsgeraden der Zustandspunkte der Ausgangsgemische liegen muss, denn nur so kann die lineare Beziehung befriedigt werden.

Dies ist die **Regel der Mischgeraden**. Die Anteile der beiden Massenströme können durch die **Regel der abgewandten Hebelarme** bestimmt werden.

$$l_1 = \frac{\dot{m}_{L_1}}{\dot{m}_{L_1} + \dot{m}_{L_2}} \quad l_2 = \frac{\dot{m}_{L_2}}{\dot{m}_{L_1} + \dot{m}_{L_2}} \quad (6.56)$$

Beim Vermischen der Zustände I und II fällt der Mischungspunkt N in das Nebelgebiet. Es kann also durch Vermischung nichtgesättigter Luft verschiedener Tempe-

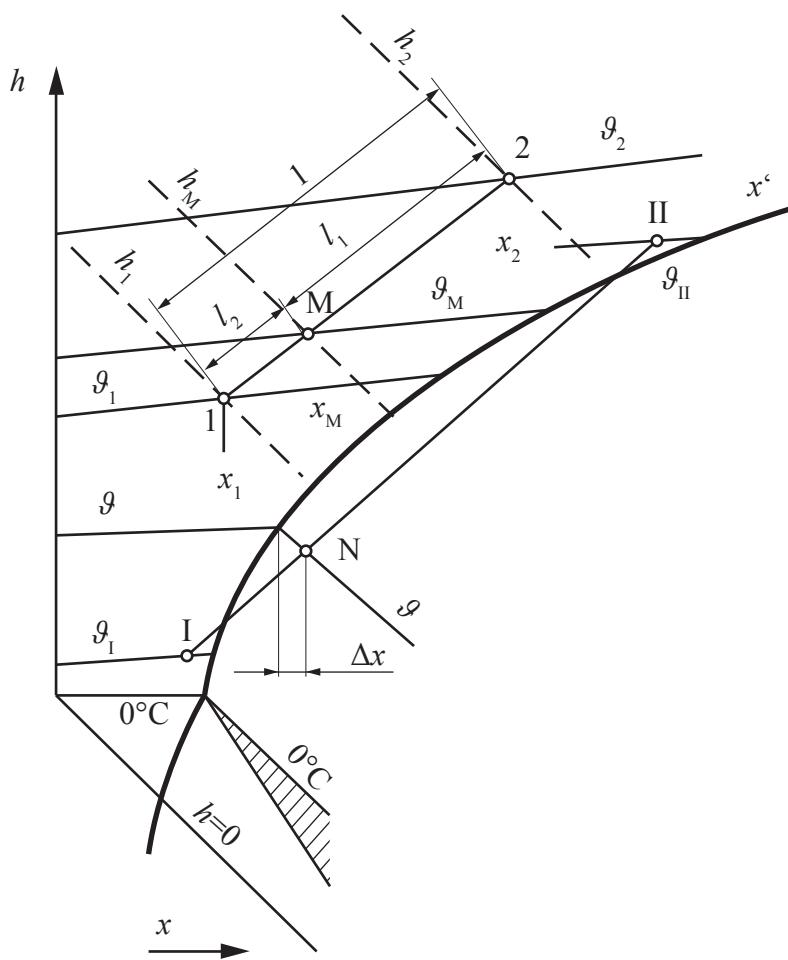


Abbildung 6.7.: Mischen von Luftströmen (nach Bosnjakovic (1997))

ratur zur Nebelbildung kommen. Als Beispiel sei hier der im Winter sichtbare Atem genannt. Wird die Mischluft M mit noch mehr Luft I vermischt, so verschiebt sich der Mischnpunkt weiter nach I und der Nebel verschwindet auch bei Zufuhr von kalter Luft.

Zumischung von Wasser oder Wasserdampf

Ein Sonderfall des Mischens ergibt sich, wenn Wasser oder Wasserdampf ($x_2 = \infty$) der Luft hinzugefügt wird. Der Zustandspunkt 2 ist im Unendlichen, so dass er im Diagramm nicht einzutragen ist. Trotzdem lassen sich diese Zustandsänderungen durch eine einfache Überlegung ins h,x -Diagramm übertragen. Ableitung der Gleichung für die Enthalpie (Gl. 6.45) nach x_d beziehungsweise x_w führt auf die Steigung der Mischgeraden.

Bei Wasserzumischung:

$$\frac{\partial h(x_d, x_w x_e)}{\partial x_w} = h_w \quad (6.57)$$

Bei Dampfzumischung:

$$\frac{\partial h(x_d, x_w x_e)}{\partial x_d} = h_d \quad (6.58)$$

Die Mischgerade ist so durch den Anfangszustand zu verlegen, dass der Neigungskoeffizient der Enthalpie des zugesetzten Dampfes (oder Wassers) entspricht. Zum schnellen Aufsuchen der Mischgeraden ist auf dem Rand des Diagramms eine Richtungsskala für die Enthalpien des reinen Dampfes (3) oder Wassers (1) angebracht. Die Richtungsgerade für die Dampfenthalpie $h_{d0} = 2500 \text{ kJ/kg}$ verläuft von 0°C horizontal (2), denn um diesen Betrag ist die Abzisse nach unten gedreht worden.

Verdunstung

Spezialfall der adiabaten Flüssigkeitsgrenzfläche

Adiabat sei hier das Gesamtsystem aus Wasser und Luft. Mit der adiabaten Flüssigkeitsgrenzfläche lässt sich Gleichung 6.30 mit Gleichung 6.16 in folgender Form darstellen.

$$\frac{h_{\xi_\infty, T_g} - h_{\xi_\infty, T_\infty}}{\Delta h_{v,g}} = \frac{g \bar{c}_p}{\alpha} \frac{\xi_{d,g} - \xi_{d,\infty}}{1 - \xi_{d,g}} \quad (6.59)$$

Mit der Definition des Wassergehaltes (Gln. 6.22 und 6.24) lässt sich diese Gleichung umformen in:

$$\frac{h_{(1+x)\xi_\infty, T_\infty} - h_{(1+x)\xi_\infty, T_g}}{\Delta h_{v,g}} = \frac{\sigma \bar{c}_p(1+x)}{\alpha} (x_g - x_\infty) \quad (6.60)$$

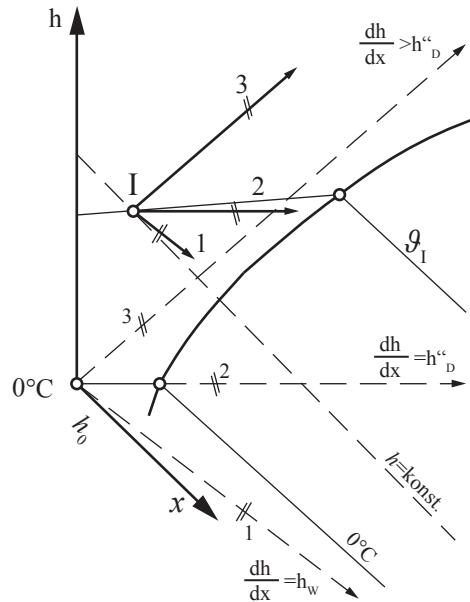


Abbildung 6.8.: Einblasen des Dampfes und Einspritzen des Wassers (nach Bosnjakovic (1997))

Dass diese Gleichungen gleichwertig sind, zeigt die folgende Umformung. Unter der Abwesenheit von Eis und flüssigem Wasser in der Gasphase folgt

$$h^+ = h_{(1+x)} = h(x_d, x_w = 0, x_e = 0) = h_g + x x_d \quad (6.61)$$

und

$$c_p^+ = c_{p(1+x)} = c_g + x c_{p,d} \quad (6.62)$$

damit wird

$$h_{(1+x)\xi_\infty, T_\infty} - h_{(1+x)\xi_\infty, T_g} = h_{g,\infty} - h_{g,g} + x_\infty (h_{d,\infty} - h_{d,g}) \quad (6.63)$$

und mit

$$x = \frac{m_d}{m_g} = \frac{\frac{m_d}{m_{\text{ges}}}}{\frac{m_{\text{gem}} - m_d}{m_{\text{gem}}}} = \frac{\xi_d}{1 - \xi_d} \quad (6.64)$$

folgt

$$h_{(1+x)\xi_\infty, T_\infty} - h_{(1+x)\xi_\infty, T_g} = h_{g, T_\infty} - h_{g, T_g} + \frac{\xi_{d,\infty}}{1 - \xi_{d,\infty}} (h_{d, T_\infty} - h_{d, T_g}) \quad (6.65)$$

$$= \frac{\xi_{g,\infty} (h_{g, T_\infty} - h_{g, T_0}) + \xi_{d,\infty} (h_{d, T_\infty} - h_{d, T_0})}{1 - \xi_{d,\infty}} \quad (6.66)$$

$$= \frac{h_{\text{gem}, \xi_\infty, T_\infty} - h_{\text{gem}, \xi_\infty, T_g}}{1 - \xi_{d,\infty}} \quad (6.67)$$

Dies eingesetzt in Gleichung 6.60 ergibt mit Gleichungen 6.64 und 6.67:

$$\frac{h_{\text{gem}, \xi_\infty, T_\infty} - h_{\text{gem}, \xi_\infty, T_g}}{\Delta h_{v,g} (1 - \xi_{d,\infty})} = \frac{\sigma \bar{c}_{p(1+x)}}{\alpha} \left(\frac{\xi_{d,g}}{1 - \xi_{d,g}} - \frac{\xi_{d,\infty}}{1 - \xi_{d,\infty}} \right) \quad (6.68)$$

und damit

$$\frac{h_{\text{gem}, \xi_\infty, T_\infty} - h_{\text{gem}, \xi_\infty, T_g}}{\Delta h_{v,g}} = \frac{\sigma \bar{c}_{p(1+x)}}{\alpha} \frac{\xi_{d,g} - \xi_{d,\infty}}{1 - \xi_{d,g}} \quad (6.69)$$

Ein Vergleich mit 6.59 macht deutlich, dass beide Beziehungen identisch sind für

$$\frac{g \bar{c}_p}{\alpha} = \frac{\sigma \bar{c}_{p(1+x)}}{\alpha} \quad (6.70)$$

Beispiel Psychrometerproblem

Zur Feuchtigkeitsbestimmung der Luft werden nach August (1825) zwei Thermometer benutzt, von denen eines trocken und Strahlungsgeschützt und das andere in einen feuchten Docht eingehüllt ist. Durch den Verdunstungsvorgang sinkt die Temperatur des feuchten Thermometers. Im Gleichgewichtszustand wird das adiabate Psychrometer am feuchten Thermometer die Temperatur T_f annehmen. Das trockene Thermometer zeigt die wahre Lufttemperatur T an.

Wird hier unter Kenntnis der Lewiszahl die Gleichung 6.59 angewendet, so lässt sich das Problem grafisch lösen.

Eine Umformung von Gleichung 6.59 liefert mit

$$\Delta h_{v,g} = h_{dg} - h_{wg} \quad (6.71)$$

und

$$h_{(1+x)\xi_\infty, T_\infty} - h_{(1+x)\xi_\infty, T_0} = \bar{c}_{(1+x)} (T_\infty - T_g) \quad (6.72)$$

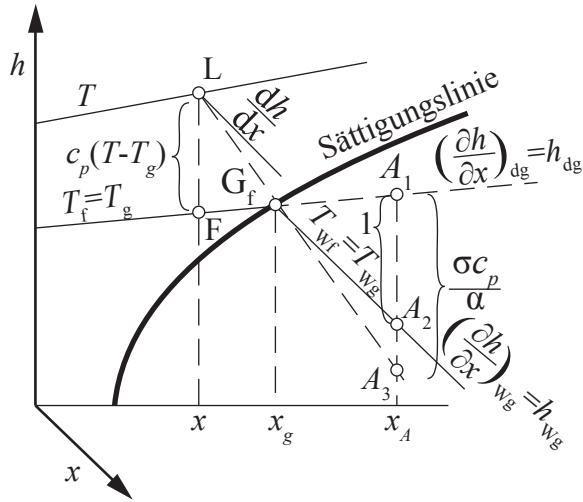


Abbildung 6.9.: Ermittlung des Luftzustandes L aus den Anzeigen T und T_f eines Psychrometers (nach Bosnjakovic (1997))

folgendes:

$$\bar{c}_{(1+x)} (T_\infty - T_g) = \frac{\sigma \bar{c}_{(1+x)}}{\alpha} (x_g - x_\infty) (h_{\text{dg}} - h_{\text{wg}}) \quad (6.73)$$

Werden die Strecken im h,x -Diagramm betrachtet (Abb. 6.9), so folgt

$$\overline{\text{FL}} = c_p (T_\infty - T_q) \quad (6.74)$$

Für einen beliebigen Wassergehalt A gilt

$$\overline{A_1 A_2} = (x_A - x_g) (h_{dq} - h_{wg}) \quad (6.75)$$

und

$$\overline{A_1 A_3} = \frac{\sigma c_p}{\alpha} (x_A - x_g) (h_{dg} - h_{wg}) \quad (6.76)$$

Eingesetzt in die obige Gleichung folgt

$$\overline{FL} = \overline{A_1 A_3} \frac{x_g - x_\infty}{x_A - x_g} \quad (6.77)$$

In Bezug auf die Eigenschaften eines Strahlenbündels mit dem Scheitel in G_f ist damit das Psychrometerproblem grafisch lösbar. Für den Fall, dass der Lewisfaktor gleich eins ist, wird der Zustandspunkt der Luft durch Verlängerung der Nebelisotherme nach oben hin gefunden.

Zustandsänderung eines Gases beim Überströmen von Flüssigkeitsoberflächen

Beim Überströmen eines Gases (z.B. feuchte Luft) über eine Wasseroberfläche oder eine feuchte Körperfläche kommt es zu einem Wärme- und Stofftransport, wobei im Falle der Verdunstung Wärmeenergie von der Flüssigkeit aufgenommen wird und so zu einem Stofftransport der Flüssigkeit in die Gasphase führt (Verdunstung).

Stoffbilanz auf der Gasseite

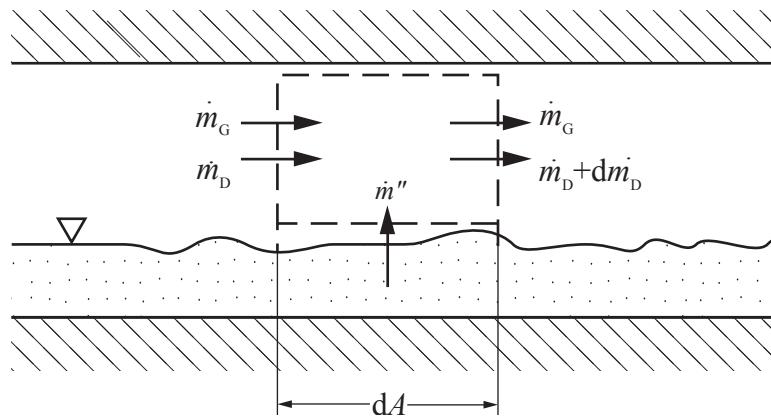


Abbildung 6.10.: Stoffbilanz auf der Gasseite

Die Stoffbilanz für den Wasserdampf ergibt:

$$d\dot{m}_d = \dot{m}'' dA \quad (6.78)$$

Einführen der absoluten Feuchte $x = \frac{\dot{m}_d}{\dot{m}_g}$ und eines Stoffübergangsansatzes nach Gleichung 6.24 ergibt

$$\dot{m}_g dx = \sigma (x_g - x) dA \quad (6.79)$$

Die absolute Feuchte x ist hierbei die der Gasströmung.

Energiebilanz

Die gasseitige Energiebilanz ergibt

$$d(\dot{m}_g h_g + \dot{m}_d h_d) = (\dot{q}_{\text{Konv}}'' + \dot{m}_w'' h_{d,g}) dA \quad (6.80)$$

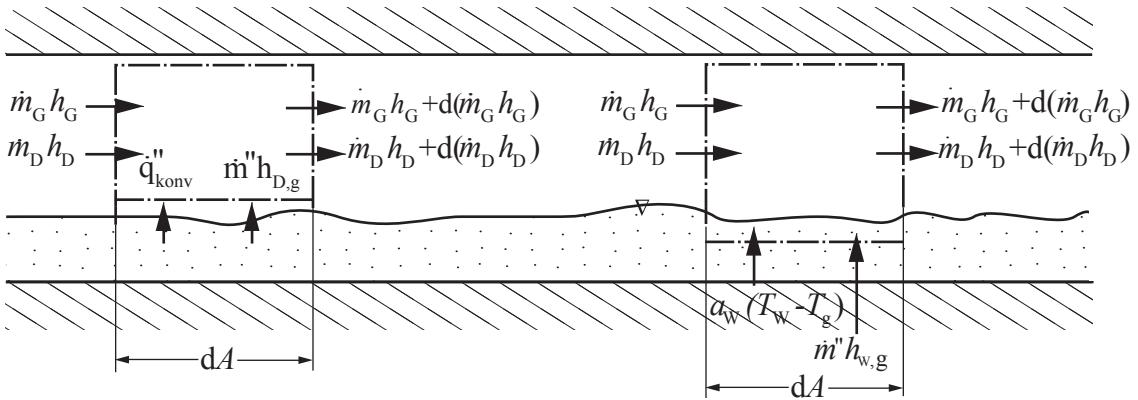


Abbildung 6.11.: Energiebilanz auf der Gasseite (links), auf der Wasserseite (rechts)

und mit den üblichen Ansätzen für die Wärme- und Stoffübertragung

$$\dot{m}_g d(h_g + x h_d) = [\alpha (T_g - T) + \sigma (x_g - x) h_{d,g}] dA \quad (6.81)$$

Das erste Glied auf der rechten Seite ist durch den rein konvektiven Wärmeübergang von der Wasseroberfläche an die Luft bestimmt, der auch an einer trockenen Fläche von der Temperatur T_0 herrschen würde.

Legen der Kontrollgrenze unmittelbar unter die Wasserfläche führt dazu, dass an Stelle des konvektiven Wärmestroms der Wasserfläche von der Wasserseite her ein Wärmestrom $\alpha_w (T_w - T_g)$ zugeführt wird. α_w beschreibt den wasserseitigen Wärmeübergangskoeffizienten an der Phasengrenze. Die Energiebilanz sieht dann wie folgt aus:

$$\dot{m}_g d(h_g + x h_d) = [\alpha_w (T_w - T_g) + \sigma (x_g - x) h_{w,g}] dA \quad (6.82)$$

Der zweite Term auf der rechten Seite beschreibt den gerade verdunstenden Wasseranteil, der aber noch flüssig in das Kontrollvolumen eintritt.

Setzt man die beiden obigen Gleichungen ineinander ein, so folgt

$$\alpha_w (T_w - T_g) = \alpha (T_g - T) + \sigma (x_g - x) (h_{d,g} - h_{w,g}) \quad (6.83)$$

Der wasserseitig zugeführte Wärmestrom ist gleich der Summe aus dem Luftseitig durch Konvektion zugeführten Wärmestrom und der Verdampfungswärme des

verdunstenden Wasserstromes. Durch eine Umformung und Multiplikation mit der spezifischen Wärmekapazität c_p der feuchten Luft folgt

$$c_p (T_w - T_g) = \frac{\alpha}{\alpha_w} \left[c_p (T_g - T) + \frac{\sigma c_p}{\alpha} (x_g - x) (h_{d,g} - h_{w,g}) \right] \quad (6.84)$$

Da für die meisten technischen Anwendungen $\alpha_w \gg \alpha$ ist, so gilt in genügend genauer Näherung $T_w \approx T_g$.

Einführen der Enthalpie $h^+ = h_g + x h_d$ ergibt für die Gleichung 6.81

$$\dot{m}_g dh^+ = \left\{ \frac{\alpha}{\bar{c}_p^+} [h^+(x, T_g) - h^+(x, T)] + \sigma(x_g - x) h_{d,g} \right\} dA \quad (6.85)$$

Aus der Stoff- und Energiebilanz ergibt sich die Richtung der Zustandsänderung des Gases:

$$\frac{dh^+}{dx} = - \frac{\frac{\alpha}{\bar{c}_p^+} (h_g^+ - h_{g,g}^+)}{x_g - x} + h_{d,g} \quad (6.86)$$

Im Mollier-Diagramm bestimmt $\frac{dh^+}{dx}$ die Richtungsänderung des Zustandspunktes der Luft, die durch den Vorgang der Verdunstung hervorgerufen wird. Im Diagramm lässt sich die Richtung ermitteln, falls der Zustandspunkt der Luft und der Grenzzustand bekannt sind.

Der Punkt F (siehe Abbildung 6.12) sei unterhalb von L auf der Isothermen T_g . G_α sei dadurch gegeben, dass die Strecke \overline{FG} um den Lewisfaktor vergrößert wird.

$$\frac{\overline{FG}_\alpha}{\overline{FG}} = \frac{\sigma c_p}{\alpha} \quad (6.87)$$

Das Gas ändert damit seinen Zustand in Richtung des Zustandspunktes G_α der Flüssigkeitsoberfläche, der als „ziehender Punkt“ bezeichnet wird. Der Oberflächenzustand wird im Allgemeinen durch eine Heizung oder Kühlung aufgeprägt.

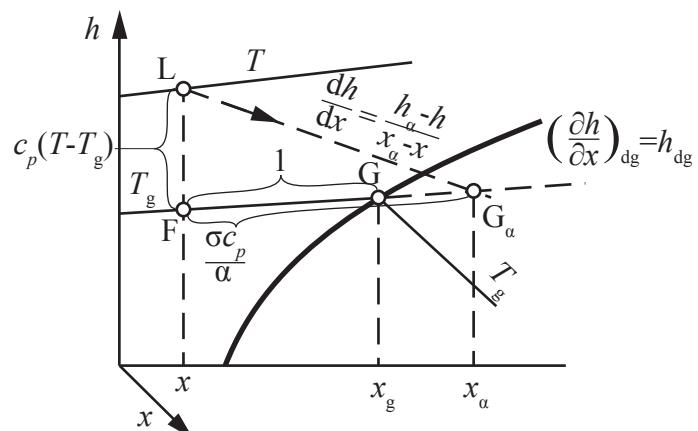


Abbildung 6.12.: Richtungsänderung $\frac{dh}{dx}$ des Luftzustandes L entlang einer Verdunstungsfläche mit dem Grenzzustand G (nach Bosnjakovic (1997))

Wärmeumsatz an der Phasengrenze

Wie die Gleichung 6.23 zeigt, lässt sich die Wärmebilanz als Summe aus konvektiv zugeführten Wärmeströmen und der Verdampfungswärme darstellen.

$$\dot{q}_w = \dot{q}_\alpha + \dot{q}_\sigma \quad (6.88)$$

Bezüglich der Vorzeichen gilt folgende Regel: Falls $\dot{q}_w > 0$, so ist der Wärmestrom vom Wasser in Richtung der Luft gerichtet, für $\dot{q}_w < 0$ dementsprechend entgegen gerichtet. In Bezug auf Abbildung 6.13 ist

$\dot{q}_w > 0$	falls H_α	oberhalb vom Luftzustand L
$\dot{q}_\alpha > 0$	falls der Zustand des Wassers F	oberhalb vom Luftzustand L
$\dot{q}_\sigma > 0$	falls H_α	oberhalb vom Zustand des Wassers F

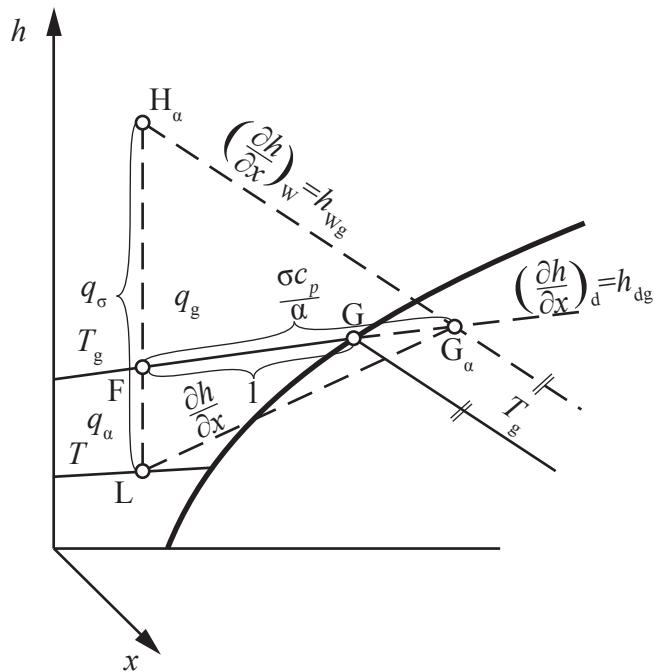


Abbildung 6.13.: Diagrammwerte des gesamten Wärmestromes \dot{q}_g , des konvektiven Anteils \dot{q}_α und des durch Stoffausübertragung bedingten Anteils \dot{q}_σ bei $\frac{\sigma c_p}{\alpha} > 1$ (nach Bosnjakovic (1997))

Für den Fall, dass $\frac{\sigma c_p}{\alpha} = 1$ gesetzt werden darf, wie das bei feuchter Luft in guter Näherung der Fall ist, ergeben sich die Zustandsänderungen, wie sie im h,x -Diagramm

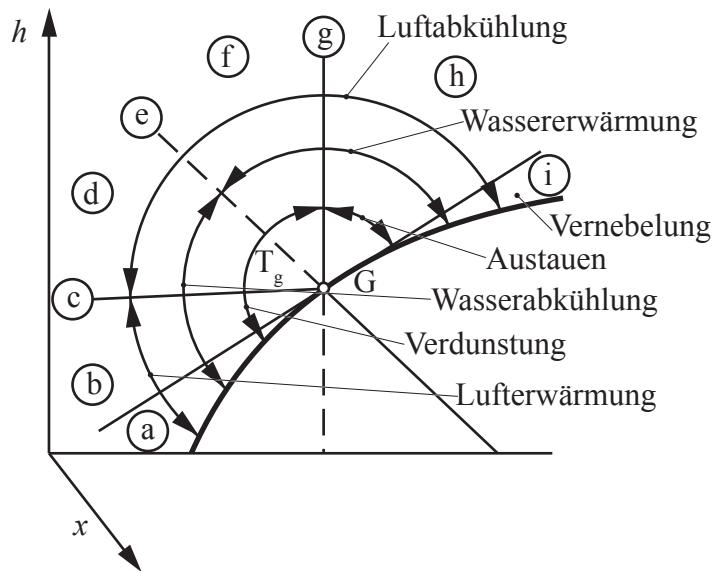


Abbildung 6.14.: Der Oberflächengrenzzustand G verursacht unterschiedliche Veränderungen des Wasserzustandes und des Luftzustandes L , je nachdem in welchem Diagrammgebiet a bis i dieser liegt (nach Bosnjakovic (1997)).

6.13 wiedergegeben sind. In 6.14 sind die Verläufe der Zustandsänderungen in Abhängigkeit der Luft- und Wassertemperatur und des Wassergehaltes wiedergegeben.

Verdunstung im Gleich- beziehungsweise Gegenstrom

Der bisher als bekannt angenommene ziehende Punkt G_α hängt vom lokalen Zustand der vorbeistreichenden Luft und des verdunstenden Wassers ab. Wie sich dieser Punkt im Verdunstungskanal ändert, wird durch die Art der Stromführung bestimmt. 6.15 zeigt einen aufrecht durchströmten adiabaten Verdunstungskanal. Legt

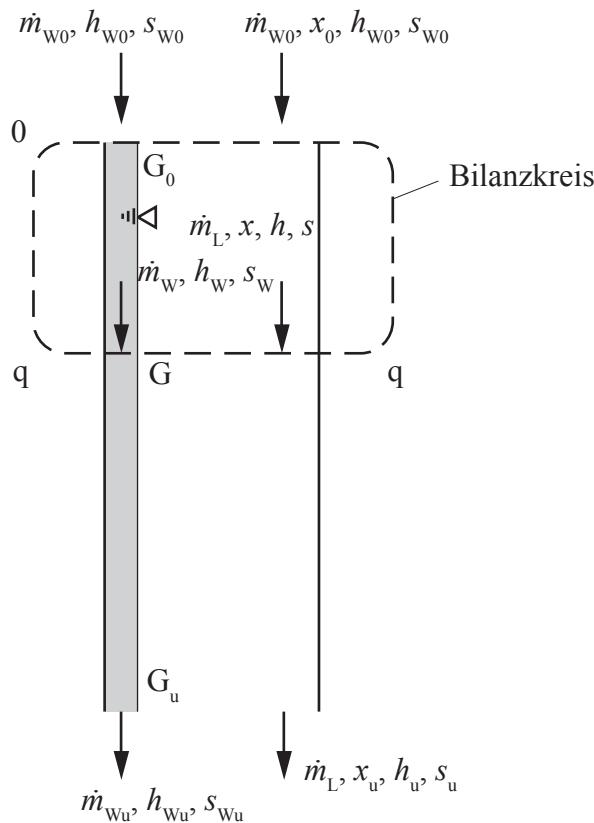


Abbildung 6.15.: Verdunstung im Gleichstrom (nach Bosnjakovic (1997))

man durch den Querschnitt q-q eine Bilanzhülle, so liefert die Wassermassenbilanz bei Gleichstrom

$$\dot{m}_w + x \dot{m}_l = \text{konst.} \quad (6.89)$$

$$x + \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_l} = x_0 + \frac{\dot{m}_{w0}}{\dot{m}_l} \quad (6.90)$$

$$= x_u + \frac{\dot{m}_{wu}}{\dot{m}_l} = x_{\pi_{gl}} = \text{konst.} \quad (6.91)$$

Für die Wärmebilanz gilt:

$$h + \frac{\dot{m}_w}{\dot{m}_l} h_w = h_0 + \frac{\dot{m}_{w0}}{\dot{m}_l} h_{w0} = h_u + \frac{\dot{m}_{wu}}{\dot{m}_l} h_{wu} = h_{\pi_{gl}} = \text{konst.} \quad (6.92)$$

Daraus folgt, dass sich für beliebige Querschnitte immer dieselben Werte der Konstanten $x_{\pi_{gl}}$ und $h_{\pi_{gl}}$ ergeben. Der Punkt, den diese beiden Werte beschreiben, wird Verdunstungspol π_{gl} der Gleichstromverdunstung genannt. Um diesen Punkt im Diagramm einzutragen, wird nach den Gleichungen 6.91 und 6.92 vorgegangen. Demnach ist der Wassergehalt um $\frac{\dot{m}_{w0}}{\dot{m}_l}$ und die Enthalpie um $\frac{\dot{m}_{w0}}{\dot{m}_l} h_{w0}$ größer als bei L_0 . Der Verdunstungspol liegt immer zwischen dem Luftzustandspunkt L und dem Wasserzustandspunkt W. Die Steigung der Geraden ist demnach nichts anderes als die Enthalpie des Wassers zum jeweiligen Zeitpunkt.

Unter Vernachlässigung des Wärmewiderstandes auf der Wasserseite gegenüber jenem auf der Luftseite, das heißt $\alpha_w \gg \alpha_l$, wird die Wasseroberflächentemperatur gleich der Wassertemperatur ($T_g = T_w$). Die an die Wasseroberfläche angrenzenden Luftteilchen werden ebenfalls die Temperatur T_g besitzen, so dass der Zustandspunkt G auf der Sättigungslinie bei der Wassertemperatur T_w liegt.

Durch den Prozess der Verdunstung kühlt sich der hinunterlaufende Wasserfilm ab. Deshalb ändert sich der Zustand G entlang der Sättigungslinie von G_0 über G_q nach G_u . Dabei erwärmt sich die herabströmende Luft und erhöht ihren Wassergehalt, so dass sich deren Zustand von L_0 über L_q nach L_u verändert.

Der Verlauf der Zustandsänderungen lässt sich grafisch ermitteln: Bei gegebenem Verhältnis der Massenströme $\frac{\dot{m}_{w0}}{\dot{m}_l}$ und gegebenem L_0 beziehungsweise G_0 am Eintritt sind die obere Querschnittsgerade und die Lage des Verdunstungspols π_{gl} eindeutig festgelegt. Zudem bestimmt der ziehende Punkt G_0 die Richtung der Zustandsänderung von L_0 aus. Da sich der Zustand der Phasengrenze G_0 aufgrund des abkühlenden Wassers nach G_q verschiebt und damit die Steigung der neuen Nebelisothermen $\left(\frac{\partial h}{\partial x}\right)_{T_{wq}} = h_{wq}$ ist, lässt sich die Querschnittsgerade q-q ermitteln. Auf dieser muss der neue Luftzustand L_q liegen. Bei genügend kleiner Schrittweite lässt sich der neue Luftzustand L_u hinreichend genau festlegen.

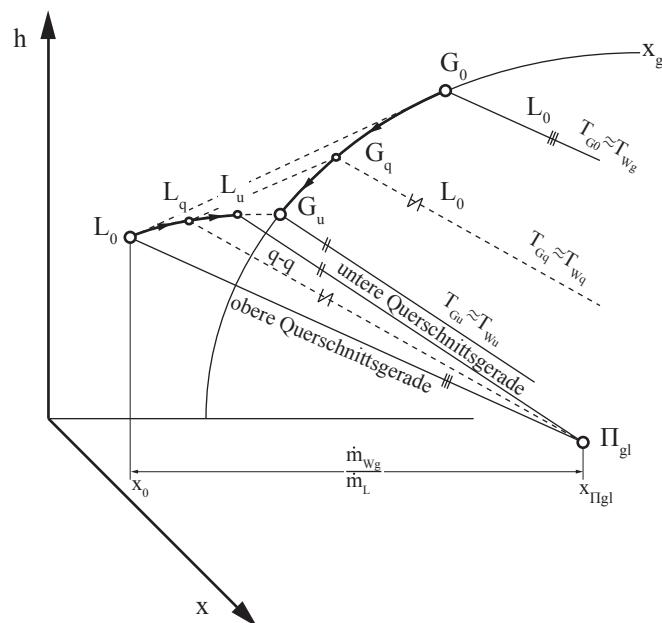


Abbildung 6.16.: Adiabate Verdunstung im Gleichstrom, mit Φ_{gl} und einige Querschnittsgraden (nach Bosnjakovic (1997)).

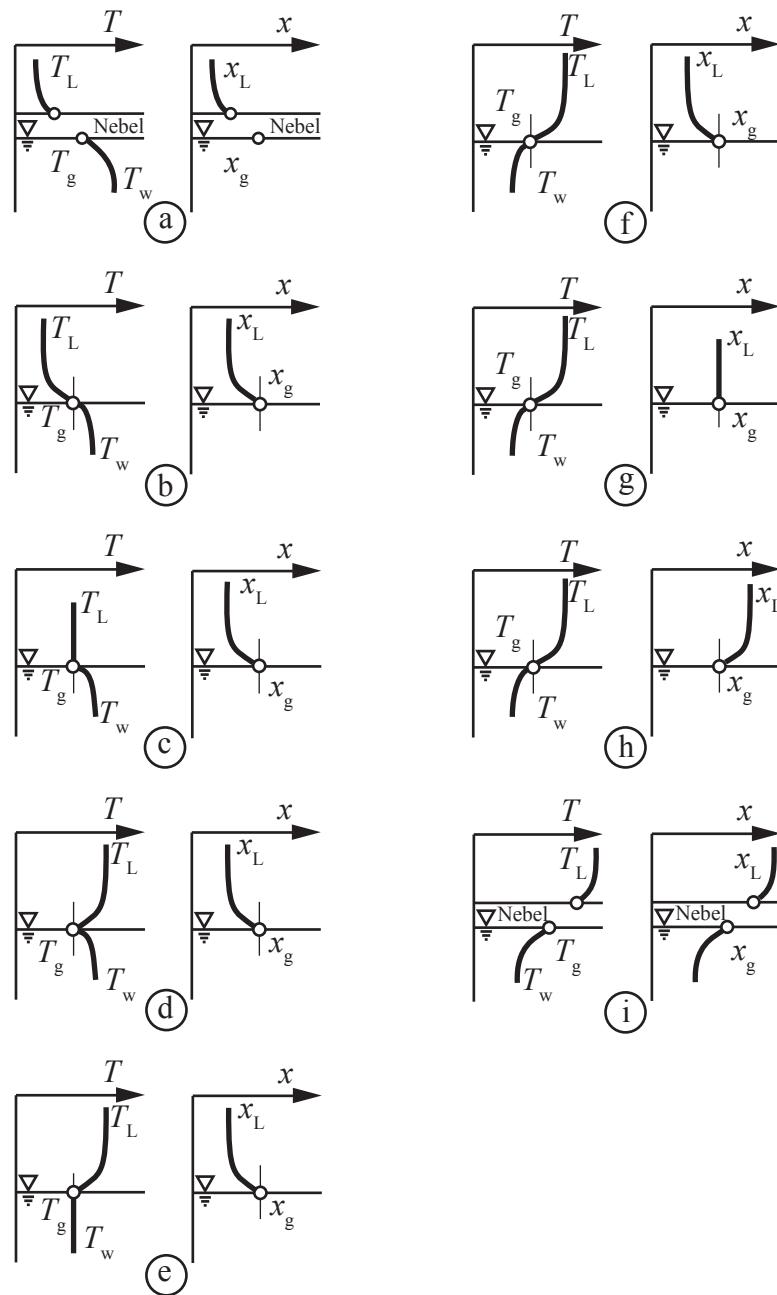


Abbildung 6.17.: Temperatur- und Feuchtigkeitsprofil in der Nähe der Wasseroberfläche für verschiedene relative Lagen des Luftzustandes L und Grenzzustandes G. Bilder a – f: Verdunstung ($x < x_g$): **a)** Lufterwärmung und Wasserabkühlung mit Nebelbildung, **b)** Lufterwärmung und Wasserabkühlung, **c)** Wasserabkühlung bei unveränderter Lufttemperatur, **d)** Wasserabkühlung und Luftabkühlung, **e)** Luftabkühlung bei unveränderter Wassertemperatur, **f)** Luftabkühlung und Wassererwärmung, **g)** Luftabkühlung und Wassererwärmung bei unverändertem Wassergehalt der Luft. Bilder h – i: Austauen ($x > x_g$): **h)** Luftabkühlung und Wassererwärmung, **i)** Luftabkühlung und Wassererwärmung mit Nebelbildung. Entnommen aus Bosnjakovic (1997)

Kapitel 7.

Einsatz von wärme- und stoffübertragenden Apparaten

7.1. Feuchtluftkühler

Die Aufgabe eines Feuchtluftkühlers kann darin bestehen, einen feuchten Luftstrom einer Klimaanlage in einem Kühler teilweise zu entfeuchten. Oft werden solche Kühler als Rippenrohr-Wärmeübertrager ausgeführt, deren querangeströmte Rohre von Kaltwasser durchflossen sind und auf deren Oberfläche sich der Wasserdampf der Luft als Kondensat niederschlägt.

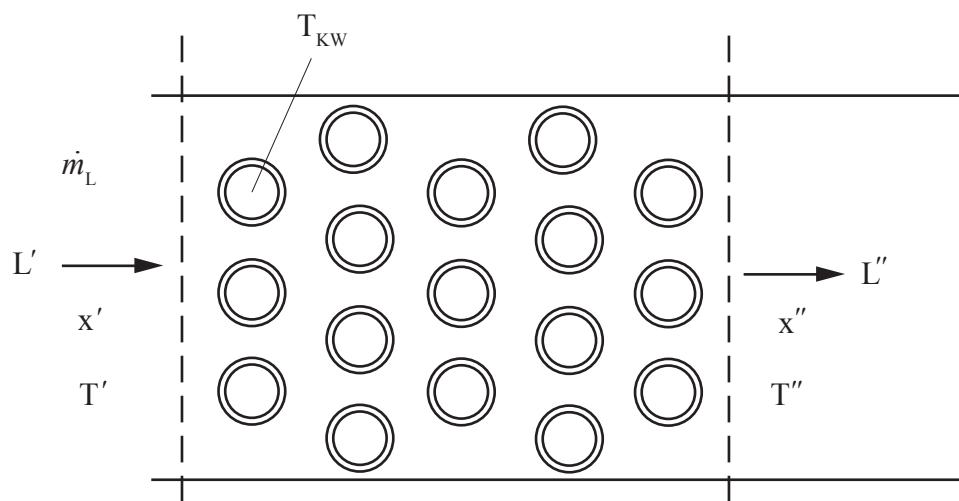


Abbildung 7.1.: Feuchtluftkühler aus der Klimatechnik

Berechnung der notwendigen Übertragerfläche

Soll ein feuchter Luftstrom mit Hilfe eines Kühlers auf einen vorgegebenen Endzustand entfeuchtet werden, sind bei der Auslegung üblicherweise die Luftmenge (\dot{m}_L), die Anfangs- und die Endfeuchte (x' , x'') sowie die Kaltwassertemperatur (T_{KW}) gegeben. Der Zielparameter ist die Rohroberfläche, die unter den Bedingungen ermittelt werden soll.

Es kann vereinfachend angenommen werden, dass

- der Wärmeübergangswiderstand vorwiegend auf der Luftseite liegt ($T_O = T_{KW}$)
- der Wärmekapazitätsstrom des Kaltwassers sehr groß ist ($T_O = \text{konst.}$)
- das Lewis'sche Gesetz gilt ($\frac{\alpha}{\sigma \bar{c}_p} = 1$)

mit diesen Annahmen ergibt sich wieder die Luftzustandsänderung im h,x -Diagramm in Richtung auf den Oberflächenzustand des Kondensatfilms, den ziehenden Punkt 0. Die sich einstellende Kühlerwasseraustrittstemperatur kann dem Diagramm (Abb. 7.2) entnommen werden.

Aus der differenziellen Stoffbilanz auf der Luftseite folgt, siehe Gleichung 6.79,

$$\dot{m}_L dx = \sigma_x (x_0 - x) dA \quad (7.1)$$

und daraus durch Integration über die Kühlerlänge

$$A = -\frac{\dot{m}_L}{\sigma} \int_{x'}^{x''} \frac{dx}{x - x_0} \quad \text{mit } \sigma = \frac{1}{A} \int_0^A \sigma_x dA \quad (7.2)$$

$$= \frac{\dot{m}_L}{\sigma} \ln \frac{x' - x_0}{x'' - x_0} \quad (7.3)$$

Berechnung der anfallenden Kondensatmenge

Wenn bei einem gegebenen Kühler die Ein- und Austrittsfeuchten gemessen werden, lässt sich aus Gleichung 7.3 und mit

$$\dot{m}_W = \dot{m}_L (x' - x'') \quad (7.4)$$

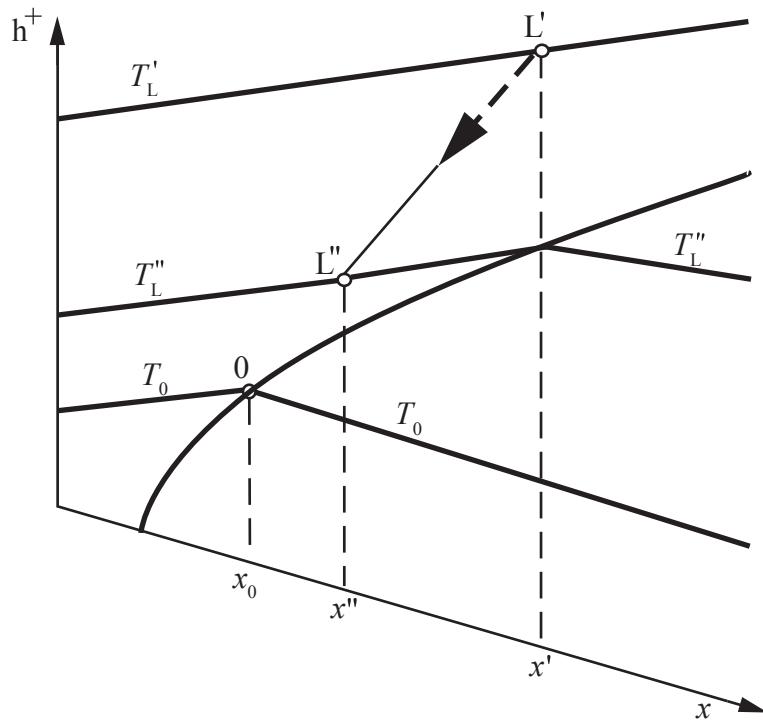


Abbildung 7.2.: Darstellung im h^+, x -Diagramm

die anfallende Kondensatmenge berechnen:

$$\dot{m}_W = \sigma A \frac{x' - x''}{\ln \frac{x' - x_0}{x'' - x_0}} \quad (7.5)$$

Diese Beziehung kann auch geschrieben werden als

$$\dot{m}_W = \sigma A \Delta x_{\ln} \quad \text{mit } \Delta x_{\ln} = \frac{(x' - x_0) - (x'' - x_0)}{\ln \frac{x' - x_0}{x'' - x_0}} \quad (7.6)$$

Gleichung 7.6 hat damit einen ganz analogen Aufbau zu dem Ansatz einer logarithmischen Temperaturdifferenz bei der Berechnung von Wärmeübertragern, bei denen ein Fluidstrom eine nahezu konstante Temperatur hat.

Ist die Annahme einer konstanten Oberflächentemperatur für den Gesamtkühler nicht zulässig, kann der Apparat schrittweise berechnet werden, in dem zum Beispiel jeweils einer Rohrreihe eine konstante Oberflächentemperatur zugeordnet wird. Dieses Vorgehen ist in Abbildung 7.3 skizziert.

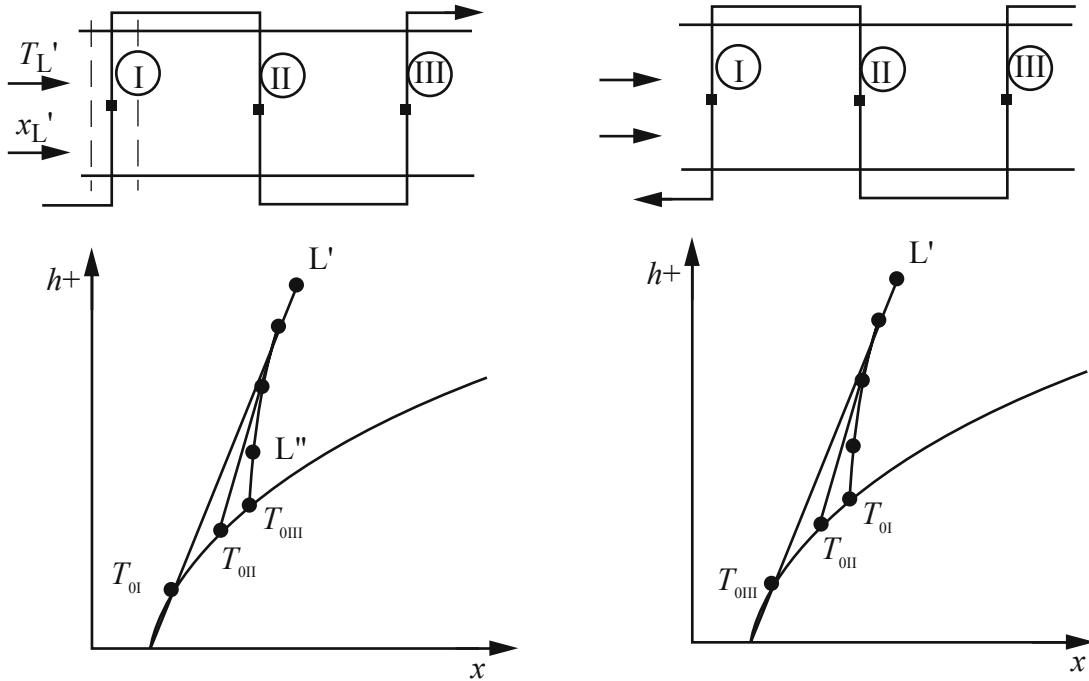


Abbildung 7.3.: Darstellung des Kreuz-Gleichstrom (links) und des Kreuz-Gegenstromkühlers (rechts) im h^+, x -Diagramm

Für jede Rohrreihe wird eine konstante Kühlwassertemperatur angenommen, die für die Luftzustandsänderung den zugehörigen ziehenden Punkt vorgibt. Die Entfeuchtungsleistung der ersten Rohrreihe ist wieder gegeben durch

$$\dot{m}_{w,RI} = \sigma A_R (x_{L'} - x_{0,RI}) = \dot{m}_L \Delta x_{RI} \quad (7.7)$$

Die Kühlwassertemperatur der nächsten Rohrreihe $T_{KW,RII} = T_{0,RII}$ lässt sich aus der Energiebilanz der ersten Rohrreihe berechnen.

$$\dot{Q}_{KW,RI} = A [\alpha (T - T_0) + \sigma (x - x_0) \Delta h_{v,0}] \quad (7.8)$$

$$= \dot{m}_{KW} c_{p,KW} (T_{KW,RII} - T_{KW,RI}) \quad (7.9)$$

Bei der wärmetechnisch günstigeren Gegenstromführung des Kühlwassers müssen die Berechnungen iterativ durchgeführt werden.

7.2. Trockner

Die Feuchtigkeit in einem zu trocknenden Gut kann entweder als Haftflüssigkeit oder als Kapillarflüssigkeit gebunden sein.

Haftflüssigkeit benetzt als zusammenhängender Film die äußere Oberfläche des Trocknungsgutes, so dass der Trocknungsprozess als Stoffübertragungsvorgang wie im vorhergehenden Abschnitt behandelt werden kann.

Als Kapillarflüssigkeit wird die in den Poren eines porösen Körpers fesgehaltene Flüssigkeit bezeichnet. Kapillarkräfte fördern die Flüssigkeit an die Gutoberfläche, wo sie wie die Haftflüssigkeit verdunstet. Bei sehr großporigen Stoffen entspricht der Dampfdruck über der Kapillarflüssigkeit dem zu der Guttemperatur gehörenden Gleichgewichtsdampfdruck. Bei feinporigen Stoffen ist dagegen der Dampfdruck deutlich kleiner als der Gleichgewichtsdampfdruck. Ein solches Verhalten wird als hygroskopisch bezeichnet. Bei üblichen Trocknungsvorgängen wird zunächst die Haftflüssigkeit abgetrocknet. Dieser sogenannte „erste Trocknungsabschnitt“ soll hier ausschließlich behandelt werden.

Wärme- und Stoffbilanzen am Trockner

Bei der Auslegung eines Apparates zum teilweisen Trocknen eines feuchten Gutes sind üblicherweise die Ströme und die Eintrittszustände des Gutes, der Trocknungsluft und einer eventuell vorhandenen Fördereinrichtung sowie der geförderte Austrittszustand des Gutes bekannt. Es gelten die folgenden Bezeichnungen:

\dot{m}_L	Massenstrom trockene Luft	$x[\text{kgw}/\text{kg}_{L,\text{tr}}]$	absolute Feuchte der Luft
$\dot{m}_{G,\text{tr}}$	Massenstrom trockenes Gut	$y[\text{kgw}/\text{kg}_{G,\text{tr}}]$	Gutfeuchte
$\dot{m}_{Fö}$	Massenstrom Fördereinrichtung	\dot{Q}	Heizleistung
\dot{m}_W	Massenstrom des abzutrocknenden Wassers	\dot{Q}_v	Verlustwärmestrom

Luftbedarf des Trockners

Die Stoffbilanz ergibt für die abzutrocknende Wassermenge

$$\dot{m}_W = \dot{m}_{G,\text{tr}} (y' - y'') = \dot{m}_L (x'' - x') \quad (7.10)$$

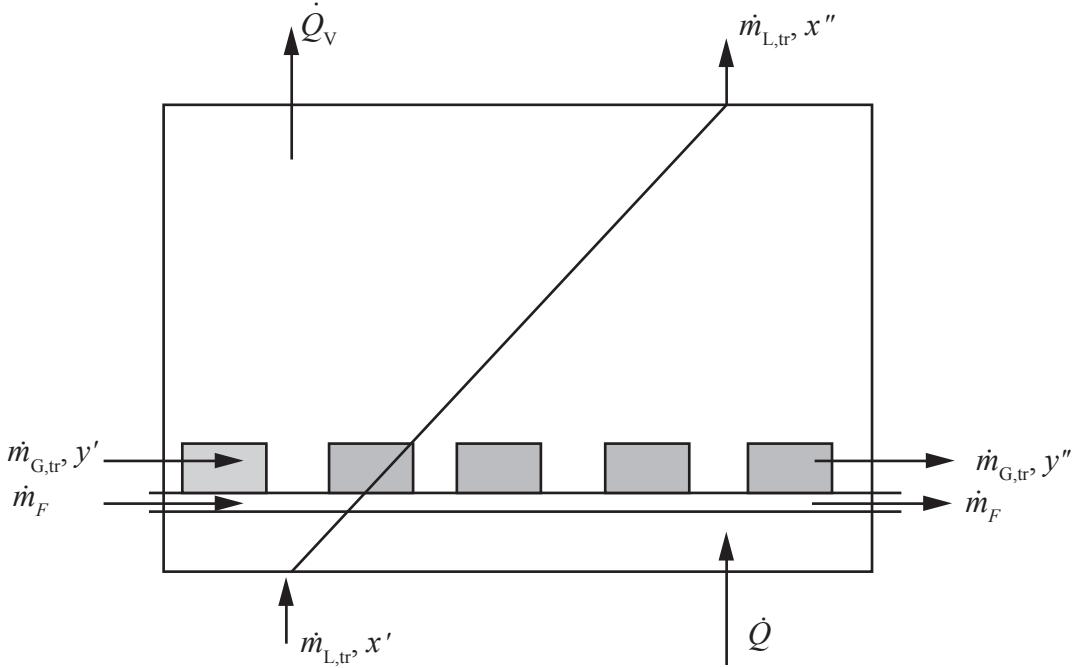


Abbildung 7.4.: Schema eines thermischen Trockners

und damit den spezifischen Luftbedarf

$$\frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_W} = \frac{1}{x'' - x'} \quad (7.11)$$

Wärmebedarf des Trockners

Aus der Energiebilanz folgt

$$\begin{aligned} \dot{Q} - \dot{Q}_v &= [\dot{m}_{G,tr} c_G T_G'' + \dot{m}_{G,tr} c_w T_G'' + \dot{m}_{Fö} c_{Fö} T_G'' + \dot{m}_L h_L'' + (\dot{m}_D h_D)''] \\ &\quad - [\dot{m}_{G,tr} c_G T_G' + \dot{m}_{G,tr} c_w T_G' + \dot{m}_{Fö} c_{Fö} T_G' + \dot{m}_L h_L' + (\dot{m}_D h_D)'] \end{aligned} \quad (7.12)$$

oder, umgestellt nach dem spezifischen Wärmebedarf,

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_W} = \frac{h^{'''} - h^{''}}{x'' - x'} + \frac{\dot{m}_{G,tr} c_G + \dot{m}_{Fö} c_{Fö}}{\dot{m}_{G,tr} (y' - y'')} (T_G'' - T_G') - \frac{y' T_G' - y'' T_G''}{y' - y''} c_w + \frac{\dot{Q}_v}{\dot{m}_W} \quad (7.13)$$

Wenn die Änderung der sensiblen Wärme von Gut und Fördereinrichtung, die Änderung der Wasserenthalpie des Gutes und der Wärmeverlust des Trockners gegenüber

der Enthalpieänderung der Trocknungsluft vernachlässigt werden, so wird aus Gleichung 7.13 näherungsweise

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_W} \approx \frac{h^{+''} - h^{+'}}{x'' - x'} \quad (7.14)$$

und schließlich mit Gleichung 7.11

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_L} = h^{+''} - h^{+'} \quad (7.15)$$

Der Trocknungsprozess kann unter diesen vereinfachenden Annahmen anschaulich im Mollier-Diagramm dargestellt werden.

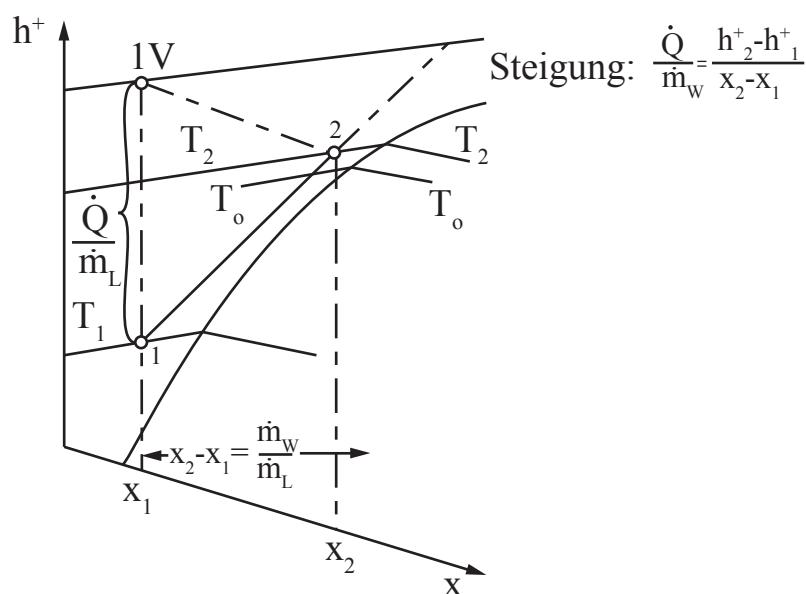


Abbildung 7.5.: Darstellung des Trockners im h^x, x -Diagramm.

Die Trocknungsluft wird meist in einem getrennten Vorwärmer bis zu einer Temperatur T_v erhitzt, während der Trockner selbst adiabat betrieben wird.

Weitere Varianten sind Trockner mit Umluftbetrieb oder mit einer Wärmerückgewinnung aus der Abluft. Die Schaltbilder sind im Folgenden dargestellt.

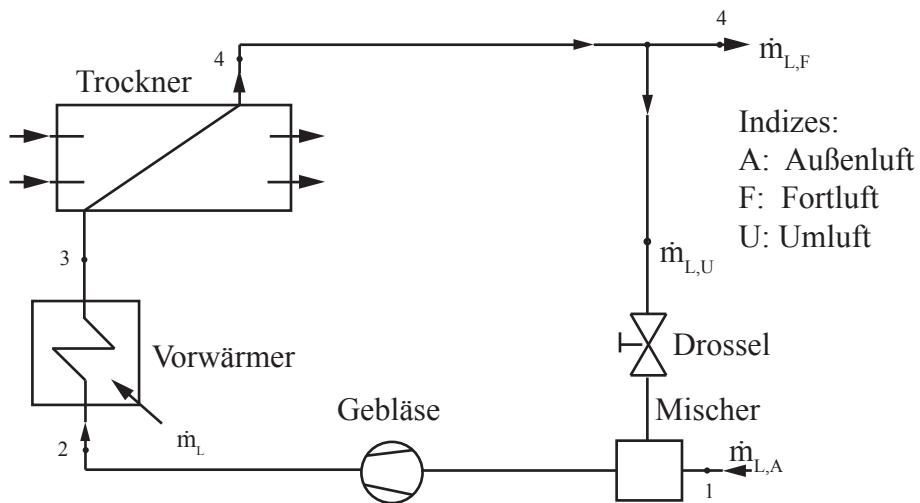


Abbildung 7.6.: Trockner im Umluftbetrieb.

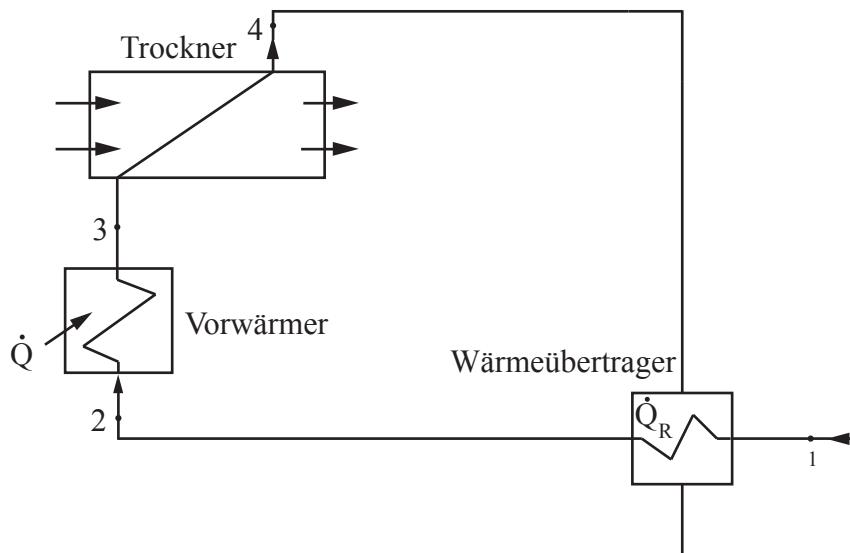


Abbildung 7.7.: Trockner mit Wärmerückgewinnung.

7.3. Rückkühlwerke und Kühltürme

7.3.1. Geschlossene Kühlssysteme

Das Schaltschema eines geschlossenen Kühlssystems zur Kühlung des Kondensators eines Kraftwerks ist in folgender Skizze dargestellt. Das Kühlwasser nimmt im Kon-

densator Wärme auf, die im Rückkühlwerk über Rippenrohr-Kühler an die Umgebungsluft wieder abgeführt wird.

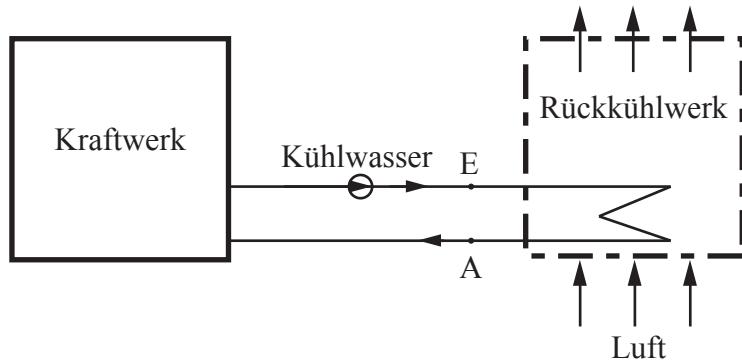


Abbildung 7.8.: Schalschema eines geschlossenen Kühlsystems.

Die Energiebilanz für den Kühlwasserkreislauf ergibt

$$\dot{Q} = \dot{H}_E - \dot{H}_A = \dot{m}_{KW} (h_E - h_A) \quad (7.16)$$

Die Auslegung eines Rippenrohr-Kühlers erfolgt nach den im ersten Teil der Vorlesung besprochenen Berechnungsgrundlagen.

7.3.2. Offene Kühlsysteme

Eine deutliche Verbesserung der Rückkühlung des Kühlwassers ist zu erreichen, wenn das Kühlwasser im Rückkühlwerk in direkten Kontakt mit der Luft gebracht wird.

Die Energiebilanz für den Kühlwasserkreislauf ergibt hier

$$\dot{Q} = \dot{H}_E - \dot{H}_A = \dot{m}_{KW,E} h_E - \dot{m}_{KW,A} h_A \quad (7.17)$$

Das Wasser kann bei der offenen Kühlung im Idealfall bis zur Kühlgrenztemperatur abgekühlt werden. Nachteilig sind der ständige wasserverlust durch die Verdunstung und die sich bei bestimmten Betriebsbedingungen bildenden Nebelschwaden.

Abhängig von den örtlichen Gegebenheiten und den Betriebsbedingungen werden offene Kühlsysteme entweder als zwangsbelüftete Systeme mit Ventilatoren oder als Naturzug-Kühltürme ausgeführt.

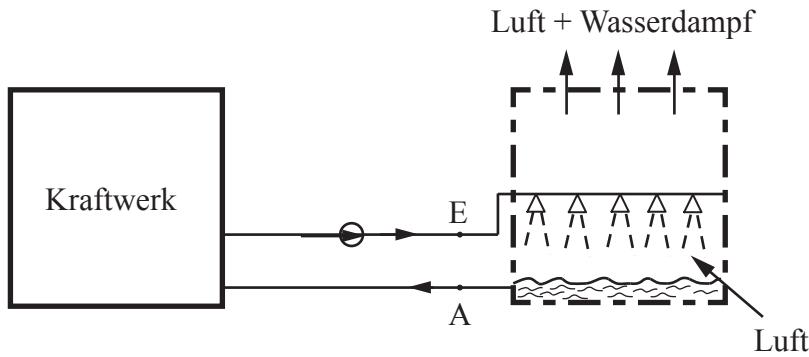


Abbildung 7.9.: Schaltschema eines offenen Kühlungssystems.

Im Folgenden wird auf Naturzug-Kühltürme mit Verdunstungs-Kühlungssystemen näher eingegangen.

Naturzug-Kühltürme mit Verdunstungs-Kühlungssystemen

Außer der Energiebilanz für den Kühlwasser-Kreislauf ist die für die Kühlluft anzugeben:

$$\dot{Q} = \dot{m}_L (h_{LA}^+ - h_{LE}^+) \quad (7.18)$$

Die Luftgeschwindigkeit im Kühlturm wird durch den Auftrieb bestimmt. Die Kräftebilanz beschreibt das Gleichgewicht zwischen dem Auftrieb aufgrund der Differenz zwischen Eintritt und Austritt der Luft und dem Luftwiderstand aufgrund von Ein- und Austrittsverlusten, Verlusten durch Umlenkungen, Kühlwasserregen und Einbauten.

Kräftebilanz:

$$-g H (\rho_{LA} - \rho_{LE}) = \zeta \rho_{L,m} \frac{w_{L,m}^2}{2} \quad (7.19)$$

Im Widerstandbeiwert ζ sind alle Teilverluste zusammengefasst.

Auslegung des Gegenstrom-Kühlungssystems

Unter der Annahme, dass kein nennenswerter Wärmestrom über die Kühlturmhaut an die Umgebung fließt und dass das Wasser lokal eine einheitliche Temperatur

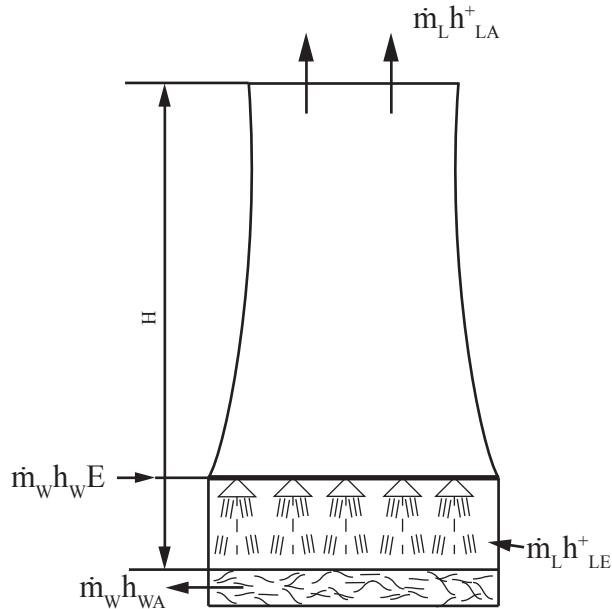


Abbildung 7.10.: Prinzip des Naturzug-Verdunstungs-Kühlsystems.

annimmt, das heißt, dass kein Temperaturunterschied zwischen der Phasengrenze und dem Inneren des Wasserstroms existiert, gelten folgende Bilanzen:

Gesamtbilanz

Stoffbilanz:

$$\dot{m}_L dx - d\dot{m}_W = 0 \quad (7.20)$$

Energiebilanz:

$$\dot{m}_L dh_L^+ - d(\dot{m}_W h_W) = \dot{m}_L dh_L^+ - \dot{m}_W dh_W - h_W d\dot{m}_W = 0 \quad (7.21)$$

Bilanz an der Phasengrenze

Energiebilanz:

$$\dot{m}_L dh_L^+ = h_{D,0} d\dot{m}_W + \alpha (T_0 - T_L) dA \quad (7.22)$$

Für die verdunstende Kühlwassermenge wir der Ansatz

$$d\dot{m}_W = \sigma (x_0 - x) dA \quad (7.23)$$

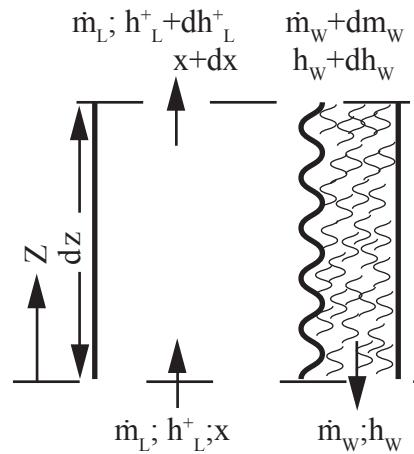


Abbildung 7.11.: Stoff- und Energiebilanz am Rieselfilm.

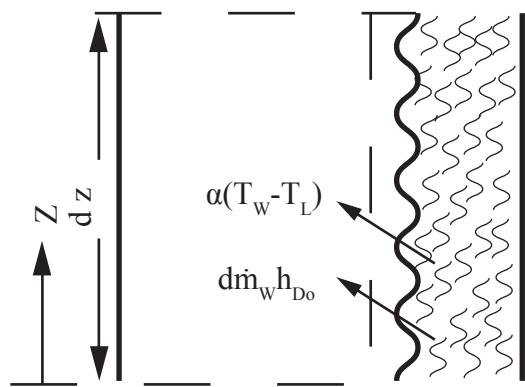


Abbildung 7.12.: Energiebilanz an der Oberfläche.

eingeführt, wonach sich aus Gleichungen 7.21 bis 7.23 die Beziehung

$$\begin{aligned} \dot{m}_w dh_w = \sigma dA \left\{ (h_{L,0}^+ - h_L^+) + \left(\frac{\alpha}{\sigma \bar{c}_p^+} - 1 \right) \left[(h_{L,0}^+ - h_L^+) - (x_0 - x) h_{D,0} \right] \right. \\ \left. - (x_0 - x) h_{W,0} \right\} \quad (7.24) \end{aligned}$$

ableiten lässt.

Unter der Annahme, dass das Lewis'sche Gesetz gültig und dass $(x_0 - x) h_{W,0} \ll h_{L,0}^+ - h_L^+$ ist, folgt aus Gleichung 7.24:

$$\dot{m}_W dh_W = \sigma dA (h_{L,0}^+ - h_L^+) \quad (7.25)$$

oder

$$\dot{m}_W c_{p,W} dT_W = \sigma dA (h_{L,0}^+ - h_L^+) \quad (7.26)$$

Diese Gleichung lässt sich schließlich umformen in die sogenannte Merkelsche Hauptgleichung:

$$\int \frac{\sigma dA}{\dot{m}_W} = \int \frac{c_{p,W} dT_W}{h_{L,0}^+ - h_L^+} \quad (7.27)$$

deren rechte Seite oft als Merkel-Zahl Me bezeichnet wird:

$$Me = \int \frac{c_{p,W} dT_W}{h_{L,0}^+ - h_L^+} \quad (7.28)$$

Eine Auswertung der Gleichung 7.27 zum Beispiel zur Berechnung der notwendigen wasserbenetzten Oberflächen ist wegen des nichtlinearen Zusammenhangs $h_{L,0}^+ = f(T_W)$ nicht geschlossen möglich, so dass iterative Verfahren für genauere Voraussagen notwendig werden. In der Literatur sind zu Lösung des Problems verschiedene Näherungsverfahren vorgeschlagen worden. Relativ genaue Ergebnisse lassen sich unter Verwendung des Hilfsdiagramms nach Carey und Williamson finden. Bei diesem Verfahren wird das Integral der Gleichung 7.28 ersetzt durch:

$$Me = \int \frac{c_{p,W} dT_W}{h_{L,0}^+ - h_L^+} = \frac{c_{p,W} (T_{W,2} - T_{W,1})}{\gamma (h_{L,0,m}^+ - h_{L,m}^+)} \quad (7.29)$$

das heißt, es werden temperaturgemittelte Enthalpien für den Phasengrenzzustand und die Luft sowie ein Korrekturwert γ , der Abbildung 7.13 entnommen werden kann, verwendet.

Bei bekannten Stoffübergangskennwerten (σA) der Einbauten zur Wasserverteilung können mit diesem Verfahren die Wasseraustrittstemperatur und mit der für eine nahezu konstante Wassermenge gültigen Gesamt-Energiebilanz

$$\dot{m}_L (h_{L,2}^+ - h_{L,1}^+) = \dot{m}_W c_{p,W} (T_{W,2} - T_{W,1}) \quad (7.30)$$

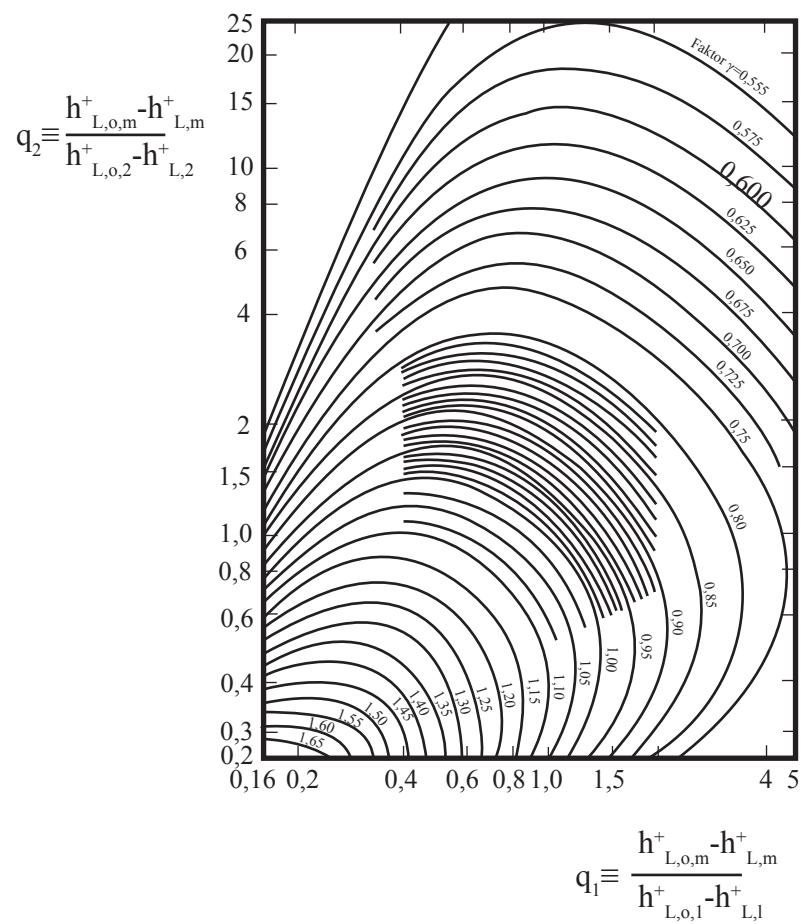


Abbildung 7.13.: Diagramm zur Ermittlung des Korrekturfaktors γ der Gl. (6.22) nach Carey und Williamson.

die Luftaustrittsenthalpie bestimmt werden. Alternativ zur Definition der Merkel-Zahl kann wie im Abschnitt 1 eine NTU (Number of Transfer Units)-Kennzahl eingeführt werden.

$$\text{NTU} = \frac{\sigma A}{\dot{m}_L} = \frac{h_{L,2}^+ - h_{L,1}^+}{\gamma (h_{L,0,m}^+ - h_{L,m}^+)} = \frac{\dot{m}_W}{\dot{m}_L} \text{Me} \quad (7.31)$$

Mit dem beschriebenen Verfahren lässt sich zwar die Luftaustrittsenthalpie voraussagen, der Luftaustrittszustand ist damit jedoch noch nicht eindeutig festgelegt. Meist wird angenommen, dass die Luft am Kühlturmaustritt gesättigt ist.

Genauere Berechnungen gehen von der Gleichung 7.24 aus und lösen diese iterativ. Die Struktur eines einfachen numerischen Berechnungsverfahrens wird ausführlich im VDI-Wärmealas beschrieben.

Ist nach Gleichung 7.31 oder mit einem genaueren Verfahren die NTU-Kennzahl abgerechnet, fehlt zur Berechnung der notwendigen Stoffübertragungsfläche die Kenntnis des Stoffübergangskoeffizienten σ oder eine entsprechende, auf das Volumen des Einbaus bezogene Größe. Diese Größen werden experimentell im Labor an Mustern von Einbauten bestimmt und als „Einbau-Kennlinien“ angenähert.

In einer groben Näherung kann die Einbau-Kennlinie durch einen Ansatz von der Form

$$\text{NTU} = K \left(\frac{\dot{m}_L}{\dot{m}_W} \right)^{-m} \quad (7.32)$$

mit den experimentell ermittelten Konstanten K und m wiedergegeben werden.

Nach der Bestimmung der notwendigen Übertragerfläche lässt sich der resultierende Widerstand und damit schließlich, wiederum iterativ, die Kühlturmhöhe nach Gleichung 7.19 berechnen.

Kapitel 8.

Praktische Limitierung beim Einsatz von Wärmeübertragern

Das übergeordnete Ziel eines Wärmeübertragers besteht in der Bedienung der thermischen Zielgrößen wie Wärmeleistung oder Temperaturkriterien. Auf deren Berechnungsvorschriften wurde in den vorangegangenen Abschnitten detailliert eingegangen. In diesem Abschnitt werden nun weitere Kriterien angesprochen, die ebenfalls einen signifikanten Einfluss auf die Auslegung eines Wärmeübertragers haben können.

8.1. Druckverluste

Die Frage beantwortet sich schnell, wenn die Wirtschaftlichkeit des Wärmeübertragers betrachtet wird - was im industriellen Alltag neben der Lasterfüllung als zentral gilt. Ferner werden Stoffströme durch eine Pumpe bereitgestellt, deren Leistung sich u.a. an den zu überbrückenden Druckdifferenzen orientiert. Da auch diese Leistung zusätzliche Kosten verursacht, ist die Minimierung von Druckverlusten - also auch deren Kenntnis - elementar. Druckverluste entstehen im Wärmeübertrager bei der Durchströmung der Kanäle durch die Reibung an den Wänden oder umströmten Körpern bzw. durch Querschnittsänderungen, wobei auch Ein- und Auslauf betrachtet werden müssen. Soll der Einfluss der Druckverluste auf die Auslegung der Wärmeübertrager ergründet werden, so entsteht die Strömung eben durch Druckdifferenzen, die im technischen Alltag in der Regel durch eine Pumpe aufge-

bracht werden muss. Die benötigte Leistung der Pumpe erhöht sich entsprechend durch höhere Volumenströme (\dot{V}), höhere Druckverluste (Δp) oder einen niedrigen Pumpwirkungsgrad (η_P), der wiederum von den vorliegenden Strömungsbedingungen abhängig sein kann:

$$P_P = \frac{\dot{V} \cdot \Delta p}{\eta_P} \quad (8.1)$$

Beispielhaft wird im Folgenden der Druckverlust bei der Durchströmung von Rohrleitungen dargestellt, der in vielen technischen Anwendungsfällen relevant ist. Der Druckverlust innerhalb eines Rohres errechnet sich zu

$$\Delta p = \zeta \cdot \frac{l}{d_i} \cdot \frac{\rho u_i^2}{2} \quad (8.2)$$

Der Widerstandsbeiwert ζ ist von der Reynolds-Zahl der Rohrinnenströmung abhängig, wobei mit mittleren Zustandsgrößen gerechnet wird. Die kritische Reynolds-Zahl wird mit $Re = 2320$ angesetzt; unterhalb dieser Zahl wird mit laminarer, oberhalb mit turbulenter Strömungsform gerechnet. In einem Übergangsbereich von $Re = 2320$ bis etwa $Re = 8000$ ist in glatten Rohren mit der Möglichkeit laminarer Strömung zu rechnen, wenn eine gut beruhigte Zuströmung und hydrodynamisch abgerundete Rohreinläufe vorhanden sind. Mit zunehmender Rauigkeit der Rohroberflächen verschiebt sich das Umschlagsgebiet von laminarer zu turbulenter Strömung zu niederen Re-Zahlen hin; es unterschreitet jedoch niemals den Wert 2320 (VDI, 2013). Laminare Strömung: In technisch glatten Rohren (Rohrrauigkeit $K \leq 0,07$ (leicht angerostete Stahl- und Gusseisenrohre) gilt:

$$\zeta = \frac{64}{Re} \quad (8.3)$$

Turbulente Strömung: Hier spielt der Zustand der Rohrwand eine große Rolle. Ein genaues Widerstandsgesetz kann nur für technisch glatte Oberflächen (Glas- und gezogene Messing- und Kupferrohre) angegeben werden. Nach Blasius gilt im Bereich von $Re = 3000 - 100000$ folgender Zusammenhang:

$$\zeta = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}} \quad (8.4)$$

Mit zunehmender Rauigkeit der Oberflächen nimmt der Einfluß der Rauigkeit gegenüber dem Strömungseinfluß (Reynolds-Zahl) stark zu. So ist bei großen Rauigkeiten (vollständig ausgebildeter Rauigkeitströmung) der Druckverlustbeiwert ζ nur noch von der Rauigkeit abhängig. Für die turbulente Strömung im gesamten Bereich glatter und rauer Oberflächen gilt nach Nikuradse, Prandtl, v. Kármán, Moody, Colebrook u.a.:

$$\frac{1}{\sqrt{\zeta}} = -2 \cdot \lg \left(\frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\zeta}} + \frac{K}{3,71} \right) \quad (8.5)$$

Beispielhafte Rauigkeiten [mm] verschiedener Materialien sind:

Werkstoff	Zustand	K
Kupferrohr		0 – 0,0015
Stahlrohr	neu	0,04 – 0,1
Stahlrohr	nach längerem Gebrauch gereinigt	0,15 – 0,2
Stahlrohr	mäßig verrostet oder leichte Verkrustungen	bis 0,4
Stahlrohr	starke Verkrustungen	bis 3,0

Grundsätzlich ist bei allen geschilderten Berechnungen eine zwangsläufige Veränderung der Stoffwerte bei der Durchströmung eines Wärmeübertragers zu berücksichtigen. Dies gilt in besonderem Maße für extensive Größen wie Volumenstrom, etc. Somit ist bei größeren Änderungen ggf. eine abschnittsweise Berechnung der Druckverluste notwendig.

Aufgrund der Druckabhängigkeit der Stoffzustände verschiedener Arbeitsfluide besteht eine starke Verknüpfung zwischen Wärmeübertragung und Druckverlusten. Diese muss bei der genauen Auslegung eines Wärmeübertragers z.B. durch iterative Berechnungsmethoden berücksichtigt werden. Da eine ausführliche Aufführung der druckverlustinduzierenden Komponenten eines Wärmeübertragers den Rahmen dieser Vorlesung sprengen würde, sei hierzu auf die weiterführende Literatur (z.B. *VDI Wärmeatlas* (VDI (2013)) oder *Handbook of Hydraulic Resistance* von E. Idelchik (Idelchik (2005))) verwiesen.

8.2. Auskondensation korrosiver Stoffe

Wärmeübertrager dienen den unterschiedlichsten Zwecken. Bei der Abkühlung von Gasströmen (z.B. Abgas bei der Abwärmenutzung) können bei der Unterschreitung bestimmter Temperaturgrenzen neben Wasser auch andere, zum Teil stark korrosive Stoffe auskondensieren. Exemplarisch wird dazu im folgenden das Prinzip der Auskondensation an Wasserdampf erläutert.

Entscheidend für das Auftreten von Kondensation des Wassers aus Verbrennungsabgasen an kühlen Oberflächen ist der Partialdruck des Wassers im Abgas. Aus dem Partialdruck lässt sich anhand der Dampfdruckkurve des Wassers die Temperatur ermitteln, bei der sich das Wasser verflüssigt und an der Oberfläche niederschlägt. Diese Temperaturgrenze wird Taupunkttemperatur des Rauchgases genannt.

Im Folgenden werden die Taupunkttemperaturen für Erdgas (eine beispielhafte Brennstoffzusammensetzung findet sich in Tab. 8.1) in Abhängigkeit von dem Verbrennungsluftverhältnis λ bestimmt. Als weitere Variablen können zusätzlich eine der Verbrennung nachgelagerte Beimischung von Umgebungsluft in der Form $\dot{V}_{Beiluft}/\dot{V}_{Abgas}$, sowie unterschiedliche relative Feuchtigkeiten ϕ von Verbrennungs- und Beiluft gelten. Zur Berechnung der Taupunkttemperatur werden zunächst der Volumenanteil und somit der Partialdruck des Wassers im Abgas nach der vollständigen Verbrennungsreaktion errechnet. Anhand der Magnusformel wird anschließend aus dem Partialdruck die Taupunkttemperatur errechnet. Luft wird für die Verbrennung sowie für die nachgelagerte Beimischung als Gemisch aus Sauerstoff, Inertgasen und ggf. Wasserdampf angenommen.

N_2	CO_2	CH_4	C_2H_4
1,1	1	93	4,9

Tabelle 8.1.: Stoffmengenanteile von Erdgas (H) in Vol-%

Die Magnusformel, welche zur Berechnung der Taupunkttemperatur genutzt wird, lautet:

$$P(\theta) = P_0 \cdot \exp \left(\frac{C_1 \theta}{C_2 + \theta} \right) \quad (8.6)$$

mit $P_0 = P(\theta = 0^\circ\text{C}) = 610,78\text{Pa}$, $C_1 = 17,08085$ und $C_2 = 234,175^\circ\text{C}$.

Nach der Umstellung nach θ kann bei vorgegebene Partialdruck die Taupunkttemperatur mit hinreichend geringem Fehler (Fehler < 0,1%, s.Anh. ??) berechnet werden zu:

$$\theta(P) = \frac{\log\left(\frac{P}{P_0}\right) C_2}{C_1 - \log\left(\frac{P}{P_0}\right)} \quad (8.7)$$

In Tab. 8.2 ist die Variation von λ und Phi aufgetragen. Zu erkennen ist, dass die Taupunkttemperatur mit steigendem Verbrennungsluftverhältnis λ sinkt. Der Anteil an Wasser im Abgas sinkt gegenüber der Gesamtabgasmenge, da der Verbrennung mehr Frischluft zugeführt wird. Der geringere Partialdruck des Wasserdampfs führt zur geringeren Taupunkttemperatur. Das bedeutet, liegt eine magere Verbrennung mit hohem λ vor, so kann das Abgas weiter abgekühlt werden, ohne dass es zu Kondensation kommt. Das Verbrennungsluftverhältnis wird jedoch in den meisten Fällen von der Verbrennungsanlage vorgegeben und kann nicht in großem Maße verändert werden.

Darüber hinaus zeigen die Werte den Einfluss der relativen Feuchte auf die Kondensationstemperatur des Abgasstroms. Ausgegangen wird davon, dass Luft bei $T = 20^\circ\text{C}$ vorliegt. Eine relative Feuchte von $\phi = 100\%$ entspricht somit einer absoluten Feuchte von 14,88 g/kg.

λ	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$T_{Kond}(\phi = 0\%)$	60,8°C	58,7°C	56,9°C	55,2°C	53,6°C	52,2°C	50,9°C
$T_{Kond}(\phi = 50\%)$	61,7°C	59,7°C	58,0°C	56,4°C	55,0°C	53,6°C	52,4°C
$T_{Kond}(\phi = 100\%)$	62,5°C	60,7°C	59,0°C	57,6°C	56,2°C	55,0°C	53,8°C

Tabelle 8.2.: Kondensationstemperatur von Erdgas H in Abhängigkeit von λ und relativer Feuchtigkeit der Verbrennungsluft ϕ , keine Beimischung externer Beiluft

8.2.1. Beimischung von Luft

Der Abgasstrom kann direkt zum Wärmeübertrager geleitet werden oder es kann eine variable Menge von Frischluft dem Abgasstrom nach der Verbrennung hinzugefügt werden. Dafür gibt es verschiedene Ursachen, z.B. wenn zur Vermeidung von Druckstößen im Verbrennungsraum ein zur Umgebung offenes Abgasrohr verwendet

wird. Eine solche Art von Mischung des heißen Abgases mit Umgebungsluft führt einerseits dazu, dass der Abgasstrom abgekühlt wird, was die Oberflächentemperatur im Wärmeübertrager senkt und Kondensation wahrscheinlicher macht. Andererseits senkt die Beimischung von Luft (wie auch die Erhöhung des Verbrennungsluftverhältnisses) den Wasseranteil im Abgas, mit der Folge, dass Kondensation erst bei niedrigeren Temperaturen auftritt.

Wichtig ist also die Kenntnis über Verbrennungsluftverhältnis, Luftfeuchte sowie gegebenenfalls die Menge externer Beiluft, um bestimmen zu können, bei welchen Abgastemperaturen mit Kondensation von Wasser zu rechnen ist. Der Einfluss der Luftfeuchte auf die Kondensationstemperatur des reinen Abgases ist eher gering, wird dem Abgas jedoch weitere Luft beigemischt, so hat die relative Feuchte der Luft zunehmend mehr Einfluss auf den Stoffmengenanteil des Wassers im Abgas/Luft-Gemisch und somit auf die Kondensationstemperatur (s. Abb. 8.1).

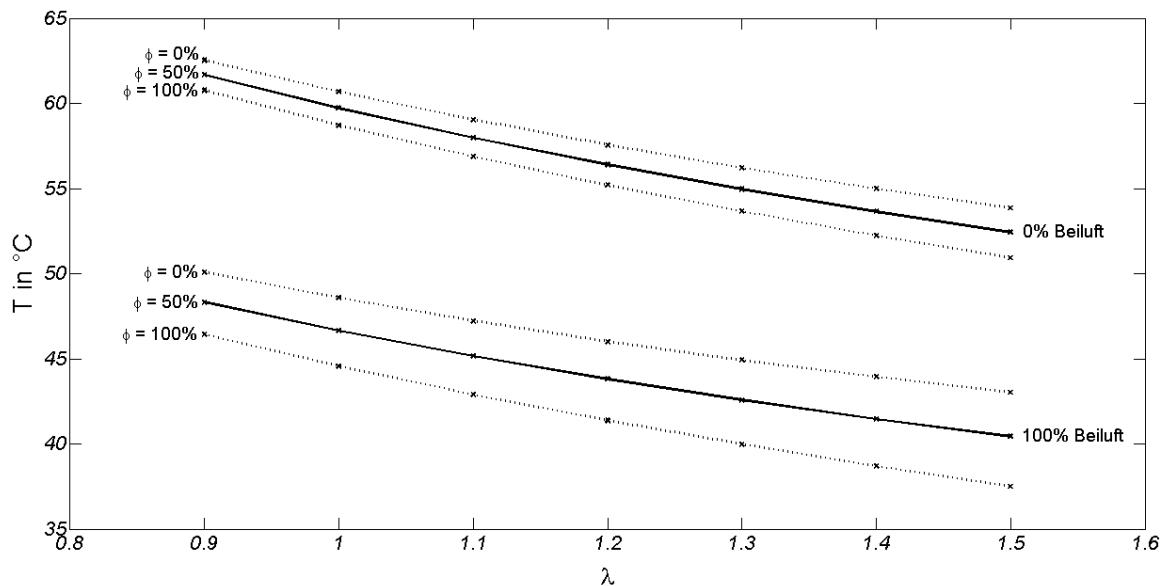


Abbildung 8.1.: Taupunkttemperatur des Abgases aus Verbrennung von Erdgas H, bei verschiedenen relativen Luftfeuchten ϕ und Luftbeimischungen $\dot{V}_{Beiluft}/\dot{V}_{Abgas}$

8.2.2. Gefahren der Kondensation

Die Kondensation von Wasser an Wärmeübertragerteilen kann zur Verschlechterung der Wärmeübertragung führen und durch die Anwesenheit von Wasser kommt es je

nach verwendetem Werkstoff verstärkt zu Korrosion, auch an umliegenden Bauteilen. Gefährlicher ist jedoch die Kondensation von Säuren aus dem Abgas. Dabei spielt Schwefelsäure die wichtigste Rolle. Bei der Verbrennung entstehendes SO_3 reagiert im Abgasstrom zu H_2SO_4 welches bei Unterschreitung des Säuretaupunkts auskondensiert. Bei Unterschreitung des tieferen Wassertaupunkts bildet sich aus Schwefelsäure und kondensierten Wassers schwefelige Säure.

Bei schwefelhaltigen Brennstoffen sollten dem Abgas ausgesetzte Oberflächen daher nicht den Säuretaupunkt unterschreiten, bei schwefelfreien Brennstoffen nicht den Wassertaupunkt. Der Säuretaupunkt richtet sich u.a. nach Schwefelgehalt des Brennstoffs, Luftüberschuss und Wassergehalt im Abgas und liegt für Brennstoffe mit Schwefelgehalt von 2% bei etwa 140°C. (Zahoransky, 2013, S.169)

8.3. Auswirkungen nicht-kondensierbarer Gase

Anders sieht es mit dem Anteil an nichtkondensierbaren Gasen (NKG, engl. Non-condensable Gases bzw. NCG) während eines Kondensationsvorgangs aus. In den meisten Fällen handelt es sich hier um CO_2 , es können aber auch reaktive Gase wie H_2S , H_2 und CH_4 im Wärmeträgerfluid vorliegen (beispielsweise beinhalten Thermalwässer geothermischer Quellen häufig NKG).

NKG können einen Einfluss auf die Funktion von Wärmeübertragern haben: Sie können dort den Wärmeübergang erheblich herabsetzen. Nach Minkowycz und Sparrow wird bei der Kondensation von Wasserdampf der Wärmeübergang schon bei einem Luftmassenanteil von 0,5 % um etwa 50 % reduziert, wobei sich der Effekt zu niedrigeren Drücken hin verstärkt Minkowycz u. Sparrow (1966).

Ausschlaggebend ist hier vor allem der Diffusionswiderstand des Dampfes gegenüber dem NKG. Das nicht kondensierbare Gas strömt zusammen mit dem Dampf zur Kondensationsfläche, an der der Wasserdampf schließlich kondensiert. Durch die Kondensation kommt es zu einer Volumenabnahme des Dampfes und deshalb zu einem Druckabfall, der dazu führt, dass weiteres Gas zur Kondensationsfläche strömt, um diesen Druckabfall zu kompensieren. Es bildet sich oberhalb des Kondensatfilms eine Schicht nichtkondensierbares Gas, welches eine Sperré für nachströmenden Was-

serdampf darstellt (Abb. 8.2). Damit weiter Wasserdampf zur Kondensationsfläche gelangen kann, muss das Gas von der Wand in die Dampfschicht diffundieren.

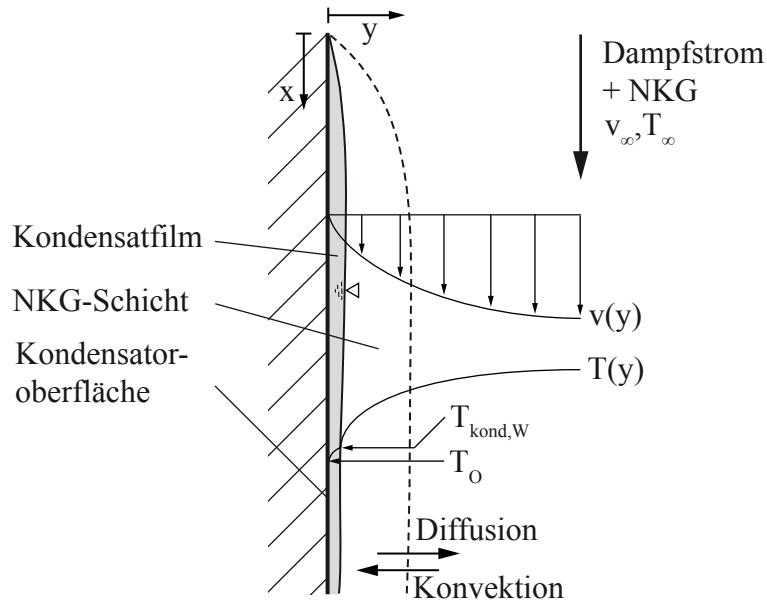


Abbildung 8.2.: Kondensation von Wasserdampf bei Vorhandensein nicht kondensierbarer Gase nach Ma et al. ? und Minkowycz und Sparrow ?

Das Ficksche Gesetz definiert den diffusiven Stofftransport in Abhängigkeit des Diffusionskoeffizienten des Stoffes A in B, D_{AB} , und der Massenkonzentration der Komponente A, $\xi_A \equiv \frac{\rho_A}{\rho}$:

$$j''_A = -\rho D_{AB} \frac{d\xi_A}{dy} \quad [\text{kg/m}^2\text{s}] \quad (8.8)$$

Der Diffusionskoeffizient hängt bei Gasen stark von Temperatur und Druck ab. Werden betrachtet eine weitestgehend isotherme Wärmeübertragung sowie stationäre Verhältnisse betrachtet, so können beide Werte als konstant angenommen werden. Daraus folgt, dass der diffusive Massenstrom j''_{NKG} vor allem von dem Konzentrationsgradienten des nichtkondensierbaren Gases $\frac{d\xi_{NKG}}{dy}$ abhängt. Es muss sich also eine entsprechende Schicht nicht kondensierbarer Gase oberhalb des Kondensats aufbauen, damit sich ein Gleichgewicht zwischen diffusivem Massenstrom von der Kondensationsfläche weg und konvektiven Massenstrom zu ihr hin einstellt.

Durch das Auftreten von NKG sinkt aber auch der Partialdruck des Dampfes und damit die Kondensationstemperatur. In den Versuchen von Minkowycz und Sparrow, die von einer definierten Wandtemperatur ausgingen, sank dadurch die resultierende Temperaturdifferenz $T_{kond,W} - T_O$ zwischen Kondensat und Kondensatoroberfläche und damit in erheblichem Maße auch der Wärmestrom $\dot{Q}'' = -\lambda \frac{dT}{dy}$. Die folglich größere Grädigkeit kann die Effizienz des Wärmeübertragers deutlich herabsetzen.

Der Einfluss der geringeren Wärmeleitfähigkeit des NKG kann laut Minkowycz und Sparrow vernachlässigt werden Minkowycz u. Sparrow (1966). Die Vorgänge in der NKG-Schicht laufen im Gegensatz zu denen im Kondensatfilm schnell ab, so dass der Wärmetransport fast ausschließlich konvektiver Natur ist und die Wärmeleitfähigkeit nicht betrachtet werden muss.

Lösungsstrategie

Im Prinzip stehen zwei Möglichkeiten zu Verfügung, nicht kondensierbaren Gasen zu begegnen. Zum einen kann versucht werden, sie so weit wie möglich aus dem Dampfstrom zu entfernen. Wenn das nicht möglich ist, sei es aus technischen oder aus wirtschaftlichen Gründen, sollte in jedem Fall versucht werden, die nachfolgenden Prozessschritte so zu gestalten, dass die NKG gelöst bleiben ?.

Wenn die Gase dem Dampfstrom nicht entzogen werden können, kann die Wärmeübertragung auch durch eine höhere Anströmgeschwindigkeit des Dampfes verbessert werden. Die dadurch entstehenden Turbulenzen sind in der Lage die NKG-Schicht an der Kondensationsfläche zumindest teilweise aufzulösen und so die Wärmeübertragung zu verbessern Ma u. a. (2008).

Zudem handelt es sich bei einigen der reaktiven NKG um umweltschädliche Gase oder solche mit großem Klimaerwärmungspotential, die aufwändig entsorgt werden müssten und nicht einfach in die Atmosphäre geleitet werden dürfen. Es existieren daher Ansätze, die nicht kondensierbaren, reaktiven Gase in einem nachgeschalteten Prozess nutzbar zu machen.

8.4. Fouling und Ausfällungen

In fast allen Anwendungen enthalten wärmeübertragende Fluide entweder gewisse Mengen gelöster bzw. suspendierter Stoffe oder im Wärmeübertrager wird das Wachstum von Mikro- oder Makroorganismen begünstigt. Dies kann zur Ausbildung teils stabiler Ablagerungen an den wärmeübertragenden Flächen führen. Da die Wärmeleitfähigkeit solcher Schichten im Allgemeinen sehr gering ist, ergibt sich dadurch ein zusätzlicher Wärmedurchgangswiderstand, der in der Größenordnung der Wärmeübergangswiderstände der reinen Fluide und der Rohrwand liegen kann. Die Ablagerung an den Heizflächen führt außerdem zu einer beträchtlichen Erhöhung des Strömungsdruckverlustes aufgrund der Verengung des Querschnittes und der Zunahme der Rauigkeit. Um auch bei solchen Betriebsbedingungen eine ausreichende Leistung zu ermöglichen, werden häufig bereits bei der Konstruktion von Wärmeübertragern erhebliche Sicherheitszuschläge (70 % bis 80 %) in Form zusätzlicher Heizflächen vorgesehen und den wärmeübertragenden Fluiden, wenn möglich, ablagerungshemmende Chemikalien beigefügt. Hierdurch verlängert sich in der Regel die Betriebszeit zwischen reinigungsbedingten Standzeiten (chemisch, mechanisch), die jedoch in den meisten Anwendungsfällen nicht gänzlich vermieden werden können.

Eine Übersicht über die verschiedenen Foulingarten ist nachfolgend gegeben, wobei häufig mehrere Typen gleichzeitig auftreten können.

Weitere Informationen finden sich u.a. im VDI-Wärmeatlas VDI (2013).

Kristallisationsfouling	Ausfällen und Ablagerung von Salzen, die bei den Prozessbedingungen übersättigt vorliegen.
Partikelfouling	Ablagerung von Partikeln unterschiedlicher Größenordnungen.
Reaktionsfouling	Bildung einer Ablagerung infolge einer chemischen Reaktion an der Heizfläche, wobei das Heizflächenmaterial nicht an der Reaktion beteiligt ist, wie z.B. Polymerisation.
Korrosionsfouling	Ausbildung einer Oxidschicht an der Heizfläche.
Biofouling	Anreicherung und Wachstum von Makro-Organismen (Algen, Muscheln etc.) oder von Mikro-Organismen (Bakterien) an der Heizfläche. Mikrobiologisches Fouling ist ein besonders schwerwiegendes Foulingproblem, da die verursachenden Mikroben nicht nur durch das Fluid selbst, sondern auch noch durch die Luft in den Kreislauf eingebracht werden können. Die in Kühltürmen vorliegenden Temperaturen zwischen 15 °C und 50 °C sind nahezu ideal für Mikrobenwachstum. Lebende und tote Mikroorganismen haften an Wärmeübertragerflächen und bilden eine schleimige Schicht, deren Wärmeleitfähigkeit etwa der von Wasser entspricht.

Literaturverzeichnis

- [Baehr u. Stephan 2010] BAEHR, H. D. ; STEPHAN, K.: *Wärme- und Stoffübertragung*. Springer Verlag Berlin, 2010
- [Berman 1961] BERMAN, L.D.: Interface Resistance in Film Vapour Condensation at Low Pressure. In: *Trudy Nauchno issled. In-ta Khim. Machinostr.* 36 (1961), S. 66–89
- [von Böckh 2011] BÖCKH, Prof. Dr. P.: *Wärmeübertragung*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011
- [Bosnjakovic u. Knoche 1997] BOSNJAČKOVIĆ, F. ; KNOCHE, K.F.: *Technische Thermodynamik*. Bd. 2. Steinkopff-Verlag Darmstadt, 1997
- [Breidenbach 2014] BREIDENBACH, K.: *Der Kälteanlagenbauer - Band 2: Grundlagen der Kälteanwendung*. VDE Verlag GmbH, 2014
- [Choi u. Leipertz 2000] CHOI, K.-H. ; LEIPERTZ, A.: *Gezielte Einstellung von Tropfenkondensation auf ionenimplantierten Oberflächen*. 2000
- [Herwig u. Moschallski 2006] HERWIG, H. ; MOSCHALLSKI, A.: *Wärmeübertragung*. Friedrich Vieweg & Sohn Verlag, 2006
- [Hery 2011] HERY, T. M.: *Heat Tranfer Rates for Filmwise, Dropwise, and Superhydrophobic Condensation on Silicon Substrates*, Massachusetts Institute of Technology, Bachelorarbeit, Juni 2011
- [Idelchik 2005] IDELCHIK, E.: *Handbook of Hydraulic Resistance*. Jaico Publishing House, 2005
- [Ma u. a. 2008] MA, X.-H. ; ZHOU, X.-D. ; LAN, Z. ; LI, Y.-M. ; ZHANG, Y.: Condensation heat transfer enhancement in the presence of non-condensable gas using the interfacial effect of dropwise condensation. In: *International Journal of Heat*

- and Mass Transfer* Bd. 51. 2008, S. 1728–1737. – <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.07.021>
- [Mills u. Seban 1967] MILLS, A.F. ; SEBAN, R.A.: The Condensation Coefficient of Water. In: *International Journal of Heat Mass Transfer* 10 (1967), S. 1815–1827
- [Minkowycz u. Sparrow 1966] MINKOWYCZ, W.J. ; SPARROW, E.M.: Condensation heat transfer in the presence of non-condensables, interfacial resistance, super heating variable properties and diffusion. In: *International Journal of Heat and Mass Transfer* Bd. 9. 1966, S. 1125–1144. – [http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310\(66\)90035-4](http://dx.doi.org/10.1016/0017-9310(66)90035-4)
- [Nabavian u. Bromley 1963] NABAVIAN, K. ; BROMLEY, L.A.: Condensation Coefficient of Water. In: *Chemical Engineering Science* 18 (1963), S. 651
- [Nusselt 1916] NUSSELT, W.: Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes. In: *VDI-Zeitschrift* 60 (1916), S. 541–546, 569–575
- [Petermann u. a. 1993] PETERMANN, V. ; SCHNEIDER, G. ; SIGG, J.: *Kraftwerk Franken II, 3. Ausbau, Verbundblock 750 MW*. EVT Energie- und Verfahrenstechnik GmbH, 1993
- [Schmidt u.a. 1930] SCHMIDT, E. ; SCHURIG, W. ; SELLSCHOPP, W.: Versuche über die Kondensation von Wasserdampf in Film- und Tropfenform. In: *Technische Mechanik und Thermodynamik / Monatliche Beihefte zur VDI Zeitschrift* 1 (1930), Februar, Nr. 2, S. 53–63
- [Seider u. a. 2004] SEIDER, Warren D. ; SEADER, J.D. ; LEWIN, D.R.: *Product and Process Design Principles*. John Wiley and Sons Inc., 2004
- [Shah 1988] SHAH, Müller A. C. R. K. K. R. K.: Heat exhange. In: *Ullmann's Encyclopedia of Industrial Chemistry, Unit Operatoin II* B3 (1988)
- [Shah 1981] SHAH, R.K.: Classification of heat exchangers. In: *Heat Exchangers: Thermal-Hydraulic Fundamentals and Design* (1981), S. 9–46
- [Shah 1999] SHAH, R.K.: *Compact Heat Exchangers for the Process Industries*. Begell House Inc. New York, 1999
- [Stein 2004] STEIN, Michael: *Systematische Untersuchung der kritischen Wärmestromdichte beim Strömungssieden von Wasser in lotrechten Kreisrohren mit und*

ohne poröser Beschichtung, Berlin, Diss., 2004

[Stephan 1988] STEPHAN, K.: *Wärmeübergang beim Kondensieren und beim Sieden.* Springer-Verlag Berlin, 1988

[VDI 2013] VDI: *VDI-Wärmeatlas*. Bd. 13. VDI Verlag Düsseldorf, 2013

[Verein Deutscher Ingenieure 1983] VEREIN DEUTSCHER INGENIEURE: *Wärmeaus-tauscher – Neuere Entwicklungen und Berechnungsmethoden*. GVC VDI - Ges. Verfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen, Düsseldorf, 1983

[Ing. W. Kast 1963] W. KAST, Priv.-Doz. D.: Wärmeübertragung bei Tropfenkon-densation. In: *Chemie-Ingenieur-Technik* 35 (1963), Nr. 3, S. 163–168. – For-schungsinstitut Aachen der Forschungs-Gesellschaft Verfahrenstechnik e. V.

[Wagner 2004] WAGNER, Walter: *Wärmeübertragung*. Vogel Fachbuch, 2004

[Zahoransky 2013] ZAHORANSKY, R. A.: *Energietechnik: Systeme zur Energieum-wandlung. Kompaktwissen fÄr Studium und Beruf*. 6. Äberarb. und erweiterte Auflage. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2013

Anhang A.

Anhang

A.1. Herleitungen Rohrwenden

A.1.1. Herleitung für die Gleichsinnwende

Rohr 1 wird gegen die Koordinatenrichtung von x_2 durchströmt. Die Gleichungen 3.135 und 3.137 sind der Koordinatenrichtung anzupassen. Für Rohr 1 gilt daher:

$$T_1^*(x_2) = T'_1 - (T'_1 - T'_2) \Psi_1 e^{-\mu \Psi_1 \left(1 - \frac{x_2}{L_2}\right)} \quad (\text{A.1})$$

$$T_{2a}(x_2) = T'_1 - (T'_1 - T'_2) e^{-\mu \Psi_1 \left(1 - \frac{x_2}{L_2}\right)} \quad (\text{A.2})$$

Für das Rohr 2 ist eine Wärmebilanz aufzustellen

$$d\dot{Q} = -\dot{m}_1 c_{p,1} \frac{dx_2}{L_2} (T''_1(x) - T^*_1(x)) \quad (\text{A.3})$$

$$d\dot{Q} = \dot{m}_2 c_{p,2} \frac{L_1}{L_2} \frac{\partial T_{2b}}{\partial x_2} dx_2 \quad (\text{A.4})$$

eingesetzt

$$\frac{\partial T_{2b}}{T^*_1(x) - T''_1} = \frac{\mu}{L_2} \partial x_2 \quad (\text{A.5})$$

Mit der Definition des Temperaturänderungsgrades folgt:

$$\frac{\partial T_{2b}}{\partial x_2} = \Psi_1 \frac{\mu}{L_2} (T^*_1(x_2) - T_{2b}(x_2)) \quad (\text{A.6})$$

Für T_1^* lässt sich die Gleichung aus dem linken Rohr einsetzen.

$$\frac{\partial T_{2b}}{\partial x_2} = \Psi_1 \frac{\mu}{L_2} \left(T'_1 - (T'_1 - T'_2) e^{-\mu \Psi_1 \left(1 - \frac{x_2}{L_2} \right)} - T_{2b}(x_2) \right) \quad (\text{A.7})$$

mit $\alpha = \Psi_1 \frac{\mu}{L_2} T'_1$, $\beta = \Psi_1 \frac{\mu}{L_2}$, $\gamma = \frac{\Psi_1^2 \frac{\mu}{L_2} (T'_1 - T'_2)}{e^{\mu \Psi_1}}$.

$$\frac{\partial T_{2a}(x_2)}{\partial x_2} + \beta T_{2a}(x_2) = \alpha - \gamma e^{\beta x_2} \quad (\text{A.8})$$

Die Lösung der Differentialgleichung lässt sich mit dem Ansatz $T_{2a} = c_1(x_2) e^{\lambda x_2}$ bestimmen:

$$c_1(x_2) \lambda e^{\lambda x_2} + \beta c_1(x_2) e^{\lambda x_2} = 0 \quad (\text{A.9})$$

$$\lambda = -\beta \quad (\text{A.10})$$

$$T_{2b}(x_2) = c_1(x_2) e^{-\beta x_2} \quad (\text{A.11})$$

Durch Einsetzen in die gesamte Differentialgleichung ergibt sich

$$c'_1(x_2) e^{-\beta x_2} - c_1(x_2) \beta e^{-\beta x_2} + c_1(x_2) \beta e^{-\beta x_2} = \alpha - \gamma e^{\beta x_2} \quad (\text{A.12})$$

$$c'_1(x_2) = \alpha e^{\beta x_2} - \gamma e^{2\beta x_2} \quad (\text{A.13})$$

$$c_1(x_2) = \frac{\alpha}{\beta} e^{\beta x_2} - \frac{\gamma}{2\beta} e^{2\beta x_2} + C_2 \quad (\text{A.14})$$

Einsetzen der Konstanten ergibt:

$$T_{2b}(x_2) = \left(\frac{\alpha}{\beta} e^{\beta x_2} - \frac{\gamma}{2\beta} e^{2\beta x_2} + C_2 \right) e^{-\beta x_2} \quad (\text{A.15})$$

$$T_{2b}(x_2) = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{2\beta} e^{\beta x_2} + C_2 e^{-\beta x_2} \quad (\text{A.16})$$

$$T_{2b}(x_2) = T'_1 - \frac{\Psi_1 (T'_1 - T'_2)}{2 e^{\mu \Psi_1}} e^{\beta x_2} + C_2 e^{-\beta x_2} \quad (\text{A.17})$$

Mit der Randbedingung $T'_{2b}(x_2 = 0) = T'_{2a}(x_2 = 0)$ folgt:

$$T'_{2b}(0) = T'_1 - (T'_1 - T'_2) e^{-\mu \Psi_1} \quad (\text{A.18})$$

$$T'_{2b}(0) = T'_1 - \frac{\Psi_1 (T'_1 - T'_2)}{2 e^{\mu \Psi_1}} + C_2 \quad (\text{A.19})$$

Gleichsetzen dieser beiden Gleichungen ergibt:

$$C_2 = \left(\frac{\Psi_1}{2} - 1 \right) (T'_1 - T'_2) e^{-\mu \Psi_1} \quad (\text{A.20})$$

Einsetzen in die Gleichung A.17:

$$T'_{2b}(x_2) = T'_1 - (T'_1 - T'_2) e^{-\mu \Psi_1} \left[\frac{\Psi_1}{2} e^{\beta x_2} + \left(\frac{\Psi_1}{2} - 1 \right) e^{-\beta x_2} \right] \quad (\text{A.21})$$

Mit der Definition des Temperaturänderungsgrades folgt:

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{T'_1 - (T'_1 - T'_2) \Psi_1 e^{-\mu \Psi_1 \left(1 - \frac{x_2}{L_2} \right)} - T''_1(x_2)}{(T'_1 - T'_2) \Psi_1 \cdot e^{-\mu \Psi_1 \left(1 - \frac{x_2}{L_2} \right)}} \\ &\quad - (T'_1 - T'_2) e^{-\mu \Psi_1 \left[\frac{\Psi_1}{2} e^{\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2} x_2} + \left(\frac{\Psi_1}{2} - 1 \right) e^{-\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2} x_2} \right]} \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

$$\frac{T'_1 - T''_1(x_2)}{T'_1 - T'_2} = \frac{\Psi_1}{e^{\mu \Psi_1}} \left(-\frac{\Psi_1}{2} e^{\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} - \frac{\Psi_1}{2} e^{-\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} + e^{-\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} + e^{\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} \right) \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{T'_1 - T''_1(x_2)}{T'_1 - T'_2} = \frac{\Psi_1}{e^{\mu \Psi_1}} \left(1 - \frac{\Psi_1}{2} \right) \left(e^{\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} + e^{-\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} \right) \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{T'_1 - T''_1(x_2)}{T'_1 - T'_2} = \frac{\Psi_1 (2 - \Psi_1)}{e^{\mu \Psi_1}} \cosh \left(\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2} \right) \quad (\text{A.25})$$

A.1.2. Herleitung der Gegensinnwende

Am linken Rohr ist das Temperaturprofil von T'_1 konstant, daher lässt sich die Gleichung 3.135 verwenden. Da die Durschströmungsrichtung mit der Koordinate x_2 übereinstimmt, folgt:

$$T_{2b}(x_2) = T'_1 - (T'_1 - T_{2a}|_{x_2=0}) e^{-\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} \quad (\text{A.26})$$

$$T^*(x_2) = T'_1 - \Psi_1 (T'_1 - T_{2a}|_{x_2=0}) e^{-\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} \quad (\text{A.27})$$

Für das rechte Rohr lassen sich die Wärmeströme wie folgt aufstellen:

$$d\dot{Q} = -\dot{m}_1 c_{p,1} \frac{dx_2}{L_2} (T''_1(x) - T^*(x)) \quad (\text{A.28})$$

$$d\dot{Q} = -\dot{m}_2 c_{p,2} \frac{L_1}{L_2} \frac{\partial T_{2a}}{\partial x_2} dx_2 \quad (\text{A.29})$$

eingesetzt

$$\frac{\partial T_{2a}}{T^*(x) - T''_1} = -\frac{\mu}{L_2} \partial x_2 \quad (\text{A.30})$$

Mit der Definition des Temperaturänderungsgrades folgt:

$$\frac{\partial T_{2a}}{\partial x_2} = \Psi_1 \frac{\mu}{L_2} (T_{2a}(x_2) - T^*(x_2)) \quad (\text{A.31})$$

Für T^* lässt sich die Gleichung aus dem linken Rohr einsetzen.

$$\frac{\partial T_{2a}}{\partial x_2} = \Psi_1 \frac{\mu}{L_2} \left(T_{2a}(x_2) - T'_1 + \Psi_1 (T'_1 - T_{2a}|_{x_2=0}) e^{-\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2}} \right) \quad (\text{A.32})$$

mit $\alpha = \Psi_1 \frac{\mu}{L_2} T'_1$, $\beta = \Psi_1 \frac{\mu}{L_2}$, $\gamma = \Psi_1^2 \frac{\mu}{L_2} (T'_1 - T_{2a}|_{x=0})$:

$$\frac{\partial T_{2a}(x_2)}{\partial x_2} - \beta T_{2a}(x_2) = -\alpha + \gamma e^{-\beta x_2} \quad (\text{A.33})$$

Die Lösung der Differentialgleichung lässt sich mit dem Ansatz $T_{2a} = c_1(x_2) e^{\lambda x_2}$ bestimmen:

$$c_1(x_2) \lambda e^{\lambda x_2} + \beta c_1(x_2) e^{\lambda x_2} = 0 \quad (\text{A.34})$$

$$\lambda = \beta \quad (\text{A.35})$$

$$T_{2a}(x_2) = c_1(x_2) e^{\beta x_2} \quad (\text{A.36})$$

Durch Einsetzen in die gesamte Differentialgleichung ergibt sich

$$c'_1(x_2) e^{\beta x_2} + c_1(x_2) \beta e^{\beta x_2} - c_1(x_2) \beta e^{\beta x_2} = -\alpha + \gamma e^{-\beta x_2} \quad (\text{A.37})$$

$$c'_1(x_2) = -\alpha e^{-\beta x_2} + \gamma e^{-2\beta x_2} \quad (\text{A.38})$$

$$c_1(x_2) = \frac{\alpha}{\beta} e^{-\beta x_2} - \frac{\gamma}{2\beta} e^{-2\beta x_2} + C_2 \quad (\text{A.39})$$

Daraus folgt für $T_{2a}(x_2)$:

$$T_{2a}(x_2) = \left(\frac{\alpha}{\beta} e^{-\beta x_2} - \frac{\gamma}{2\beta} e^{-2\beta x_2} + C_2 \right) e^{\beta x_2} \quad (\text{A.40})$$

$$T_{2a}(x_2) = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{\gamma}{2\beta} e^{-\beta x_2} + C_2 e^{\beta x_2} \quad (\text{A.41})$$

$$T_{2a}(x_2) = T'_1 - \frac{\Psi_1}{2} (T'_1 - T_{2a}|_{x_2=0}) e^{-\beta x_2} + C_2 e^{\beta x_2} \quad (\text{A.42})$$

Mit der Randbedingung $T'_{2a}(x_2 = L_2) = T'_2$ folgt:

$$T'_2 = T'_1 - \frac{\Psi_1}{2} (T'_1 - T_{2a}|_{x_2=0}) e^{-\Psi_1 \mu} + C_2 e^{\Psi_1 \mu} \quad (\text{A.43})$$

$$C_2 = (T'_2 - T'_1) e^{-\Psi_1 \mu} + \frac{\Psi_1}{2} (T'_1 - T_{2a}|_{x_2=0}) e^{-2\Psi_1 \mu} \quad (\text{A.44})$$

Eingesetzt in $T_{2a}(x_2)$ folgt:

$$\begin{aligned} T_{2a}(x_2) &= T'_1 + \frac{\Psi_1}{2} (T_{2a}|_{x_2=0} - T'_1) \left(e^{-\beta x_2} - e^{-2\Psi_1 \mu} e^{\beta x_2} \right) \\ &\quad + (T'_2 - T'_1) e^{-\Psi_1 \mu} e^{\beta x_2} \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

Mit $x_2 = 0$ folgt für $T_{2a}|_{x_2=0}$:

$$T_{2a}(0) - T'_1 = \frac{\Psi_1}{2} (T_{2a}|_{x_2=0} - T'_1) \left(1 - e^{-2\Psi_1 \mu} \right) + (T'_2 - T'_1) e^{-\Psi_1 \mu} \quad (\text{A.46})$$

$$T_{2a}(0) - T'_1 = (T'_2 - T'_1) \frac{e^{-\Psi_1 \mu}}{\left[1 - \frac{\Psi_1}{2} (1 - e^{-2\Psi_1 \mu})\right]} \quad (\text{A.47})$$

Einsetzen dieser Gleichung ergibt für $T'_{2a}(x)$:

$$\begin{aligned} T_{2a}(x_2) &= T_1 + \frac{\Psi_1}{2} (T'_2 - T'_1) \frac{e^{-\Psi_1 \mu}}{1 - \frac{\Psi_1}{2} (1 - e^{-2\Psi_1 \mu})} \\ &\quad \cdot \left(e^{-\beta x_2} - e^{-2\Psi_1 \mu} e^{\beta x_2} \right) + (T'_2 - T'_1) e^{-\Psi_1 \mu} e^{\beta x_2} \end{aligned} \quad (\text{A.48})$$

$$T_{2a}(x_2) = T'_1 + (T'_2 - T'_1) \left[\frac{\frac{\Psi_1}{2} e^{-\beta x_2} + e^{\beta x_2} - \frac{\Psi_1}{2} e^{\beta x_2}}{1 - \frac{\Psi_1}{2} (1 - e^{-2\Psi_1 \mu})} \right] e^{-\Psi_1 \mu} \quad (\text{A.49})$$

Einsetzen der Gleichung ergibt für $T_1^*(x)$

$$T_1^*(x_2) = T'_1 + (T'_2 - T'_1) \frac{\Psi_1 e^{-\Psi_1 \mu}}{1 - \frac{\Psi_1}{2} (1 - e^{-2\Psi_1 \mu})} e^{-\beta x_2} \quad (\text{A.50})$$

Einsetzen der Gleichungen für $T_1^*(x)$ und für $T'_{2a}(x)$ in die Definition des Temperaturänderungsgrades ergibt

$$T''_1 = T_1^*(x_2) - \Psi_1 [T_1^*(x_2) - T_{2a}(x_2)] \quad (\text{A.51})$$

$$T''_1(x) = T'_1 + \Psi_1 (T'_2 - T'_1) e^{-\Psi_1 \mu} \frac{e^{-\beta x_2} - \frac{\Psi_1}{2} e^{-\beta x_2} + e^{\beta x_2} - \frac{\Psi_1}{2} e^{\beta x_2}}{1 - \frac{\Psi_1}{2} (1 - e^{-2\Psi_1 \mu})} \quad (\text{A.52})$$

$$T''_1(x) = T'_1 + \frac{\Psi_1 (2 - \Psi_1)}{e^{\Psi_1 \mu} \left[1 - \frac{\Psi_1}{2} (1 - e^{-2\Psi_1 \mu})\right]} (T'_2 - T'_1) \cosh \left(\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2} \right) \quad (\text{A.53})$$

$$\frac{T'_1 - T''_1(x)}{T'_1 - T'_2} = \frac{\Psi_1 (2 - \Psi_1)}{e^{\Psi_1 \mu} - \Psi_1 \sinh(\mu \Psi_1)} \cosh \left(\mu \Psi_1 \frac{x_2}{L_2} \right) \quad (\text{A.54})$$

A.2. Wärmedurchgangskoeffizienten typischer Wärmeübertragerbauarten

Tabelle A.1.: Anhaltswerte der Wärmedurchgangskoeffizienten von typischen Wärmeübertragerbauarten

Bauart	Fluid innen / Fluid außen	Wärmedurchgangskoeffizient k [W/m ² K]
Rohrbündel-WÜT	Gas/Gas	200–500
Rohrbündel-WÜT	Gas/Flüssigkeit	20–700
Rohrbündel-WÜT	Flüssigkeit/Heizdampf	400–1200
Rohrbündel-WÜT	Flüssigkeit/Flüssigkeit	200–1200
Verdampfer	Naturumlauf	400–1800
Verdampfer	Zwangsumlauf	900–3000
Kondensator	Kühlwasser/organische Dämpfe	400–1200
Rührwerksbehälter (Außenmantelheizung)	Flüssigkeit/Flüssigkeit	200–400
Rührwerksbehälter (Außenmantelheizung)	Flüssigkeit/Dampf	500–1600
Rührwerksbehälter (Außenmantelheizung)	Flüssigkeit/Flüssigkeit	500–1200
Rührwerksbehälter (Außenmantelheizung)	Flüssigkeit/Dampf	700–3500
Spiral-WÜT	Gas/Flüssigkeit	500–800
Spiral-WÜT	Flüssigkeit/Dampf	1000–3500
Spiral-WÜT	Flüssigkeit/Flüssigkeit	500–3500
Platten-WÜT	Gas/Flüssigkeit	30–60
Platten-WÜT	Flüssigkeit/Dampf	3000–5000
Platten-WÜT	Flüssigkeit/Flüssigkeit	400–3500
Lamellen-WÜT	Gas/Flüssigkeit	40–100
Lamellen-WÜT	Flüssigkeit/Dampf	40–150
Lamellen-WÜT	Flüssigkeit/Flüssigkeit	–3500

A.3. Wärmeübergangskoeffizienten beim Sieden

Tabelle A.2.: Wärmeübergangskoeffizient an Kupferheizflächen für verschiedene Stoffe bei $p_0^* = 0,1$, $\dot{q}_0'' = 20000 \text{ W/m}^2$ und $R_{ao} = 0,4 \mu\text{m}$ (Heizfläche zu $\alpha_{0,\text{exp.}}$ überwiegend horizontale Einzelrohre, $\alpha_{0,\text{ber.}}$ berechnet mit Gln. 4.4 und 4.8)

Stoff	Formel	$p_c[\text{bar}]$	$\alpha_{0,\text{ber.}} \text{ W/m}^2\text{K}$	$\alpha_{0,\text{exp.}} \text{ W/m}^2\text{K}$
Methan	CH ₄	46	8060	7000
Ethan	C ₂ H ₆	48,8	5210	4500
Propan	C ₃ H ₈	42,4	4000	4000
Butan	C ₄ H ₁₀	38	3300	3600
n-Pantan	C ₅ H ₁₂	33,7	3070	3400
i-Pantan	C ₅ H ₁₂	33,3	2940	2500
Hexan	C ₆ H ₁₄	29,7	2840	3300
Heptan	C ₇ H ₁₆	27,3	2420	3200
Cyclohexan	C ₆ H ₁₂	40,8	2420	—
Benzol	C ₆ H ₆	48,9	2730	2000 bis 3500
Toluol	C ₇ H ₈	41,1	2910	2200 bis 3100
Diphenyl	C ₁₂ H ₁₀	38,5	2030	2100
Methanol	CH ₄ O	81	1770	3000 bis 6500
Ethanol	C ₂ H ₆ O	63,8	3690	4400
n-Propanol	C ₃ H ₈ O	51,7	3170	3800
i-Propanol	C ₃ H ₈ O	47,6	2920	3000
n-Butanol	C ₄ H ₁₀ O	49,6	2750	2600
i-Butanol	C ₄ H ₁₀ O	43	2940	4500
Aceton	C ₂ H ₆ O	47	3270	3200 bis 4700
Kältemittel	R 11	44	2690	2800
	R 12	41,6	3290	4000
	R 13	38,6	3910	3900
	R 13 B 1	39,8	3380	3500
	R 22	49,9	3930	3900
	R 23	48,7	4870	4400
	R 113	34,1	2180	2650

Stoff	Formel	p_c [bar]	$\alpha_{0,ber.}$ W/m ² K	$\alpha_{0,exp.}$ W/m ² K
	R 114	32,6	2460	3800
	R 115	31,3	2890	4200
	R 123	36,7	2600	—
	R 134a	40,6	3500	4500
	R 152a	45,2	4000	4400
	T 226	30,6	—	3700
	R 227	29,3	—	3800
	RC 318	28	2710	4200
	R 502	40,8	2900	3300
Methylchlorid	CH ₃ Cl	66,8	4790	4400
Tetrachlormethan	CCl ₄	45,6	2320	1900 bis 4800
Tetrafluormethan	CF ₄	37,4	4500	4500
Wasser	H ₂ O	220,64	6400	5600
Ammoniak	NH ₃	113	8090	7000
Kohlendioxid	CO ₂	33,8	4170	5100
Schefelhexafluorid	SF ₆	37,6	2700	9500
Stickstoff	N ₂	34	7360	10000
Argon	Ar	49	6500	8200
Neon	Ne	26,5	15000	20000
Wasserstoff	H ₂	13	20000	24000
Helium	He	2,28	1900	4500

A.4. Ausgewählte Arbeitsdiagramme aus dem VDI-Wärmeatlas

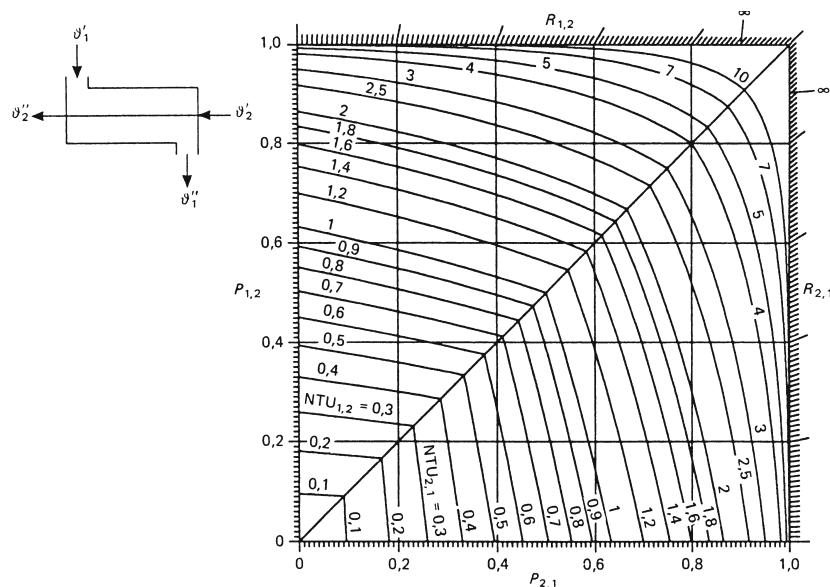


Abbildung A.1.: Reiner Gegenstrom (VDI, 2013)

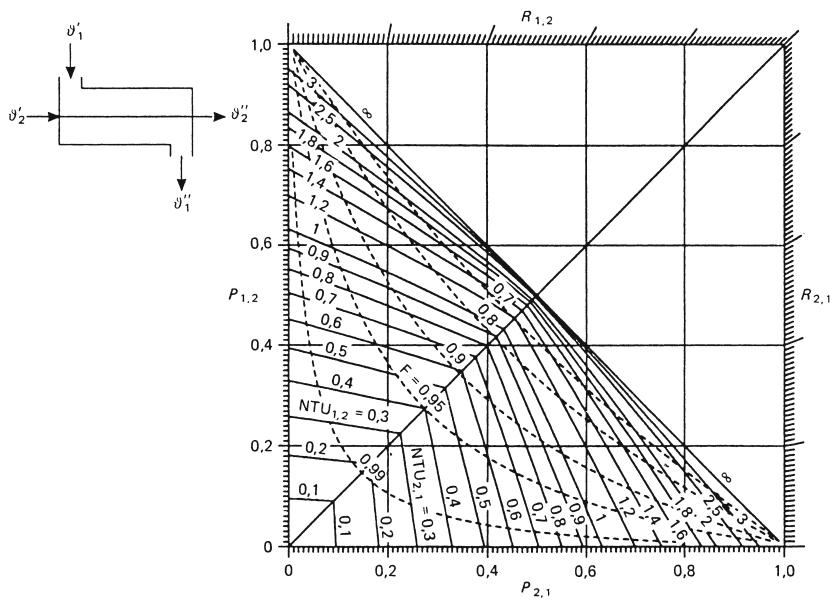


Abbildung A.2.: Reiner Gleichstrom (VDI, 2013)

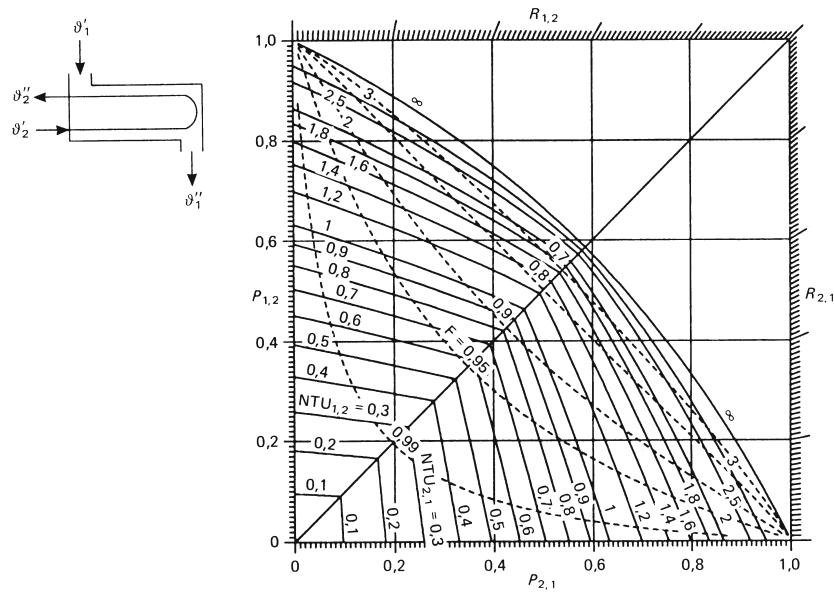


Abbildung A.3.: Rohrbündelwärmeübertrager, ein äußerer und zwei innere Durchgänge, $\epsilon = 1/2$ (VDI, 2013)

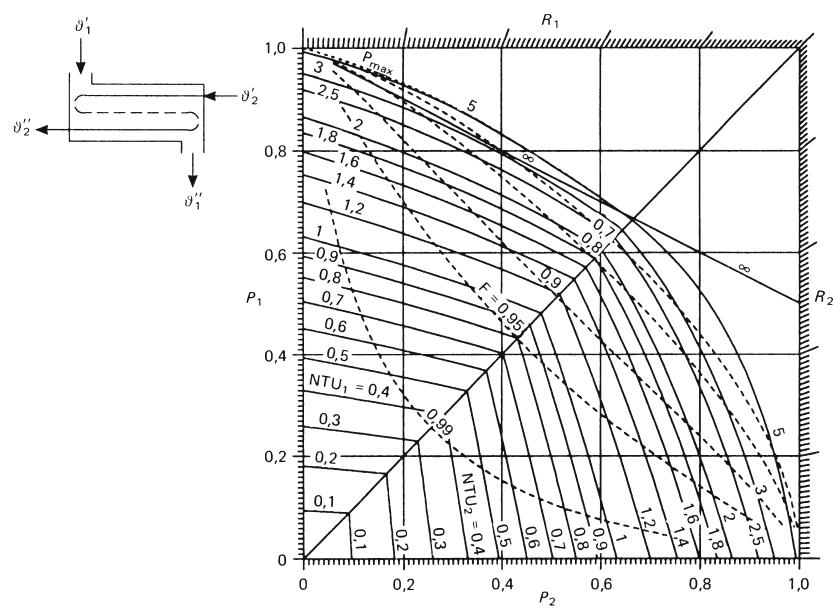


Abbildung A.4.: Rohrbündelwärmeübertrager, ein äußerer und zwei innere Durchgänge, beide im Gegenstrom (VDI, 2013)

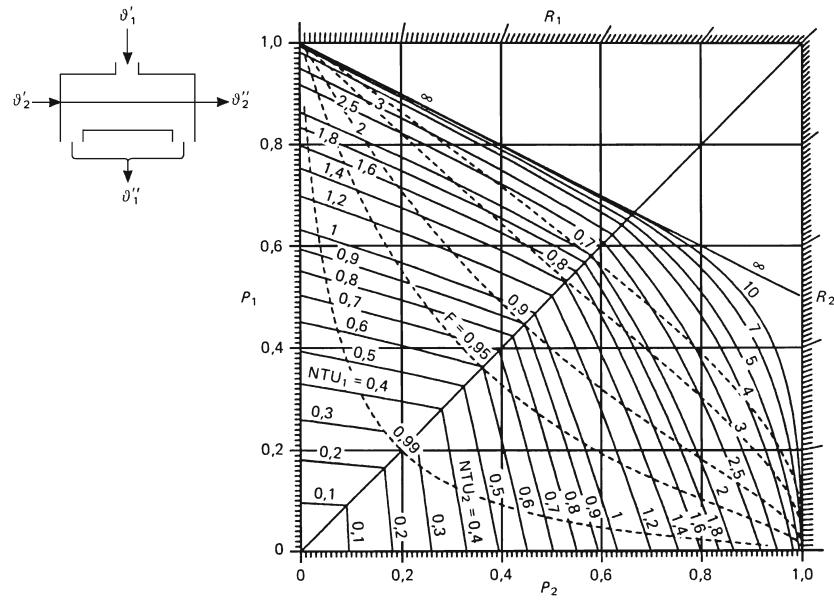


Abbildung A.5.: Rohrbündelwärmeübertrager, geteilter Außenstrom mit einem Durchgang, ein innerer Durchgang (VDI, 2013)

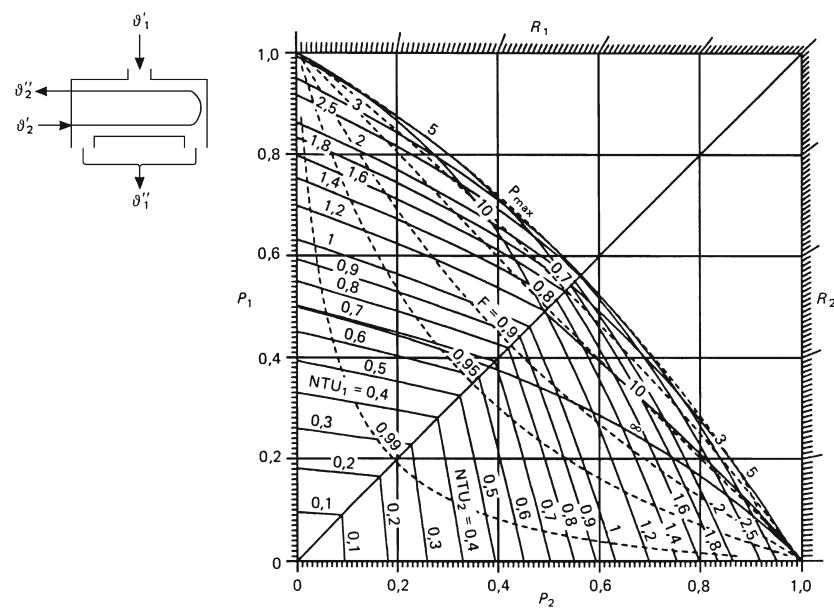


Abbildung A.6.: Rohrbündelwärmeübertrager, geteilter Außenstrom mit einem Durchgang, zwei innere Durchgänge (VDI, 2013)

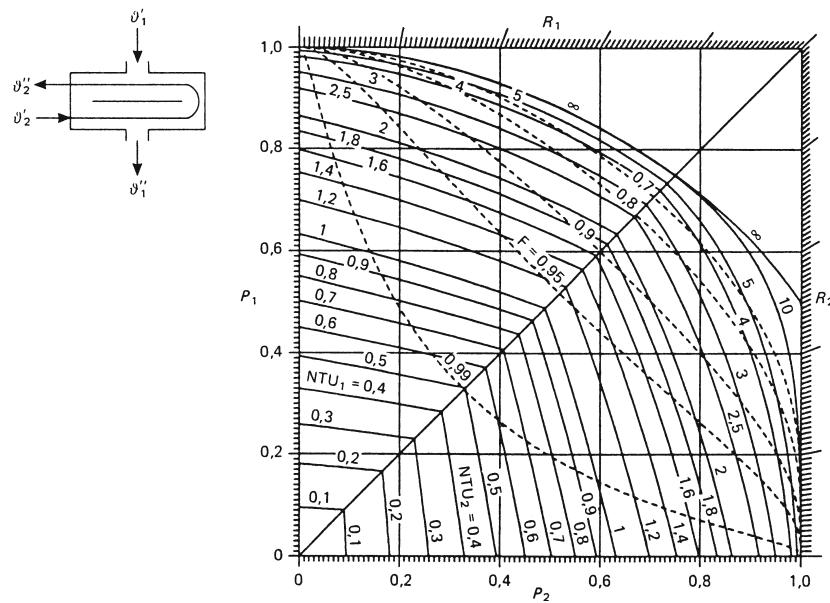


Abbildung A.7.: Rohrbündelwärmeübertrager, geteilter Außenstrom mit Längsumlenkblech und jeweils zwei Durchgängen, zwei innere Durchgänge (VDI, 2013)

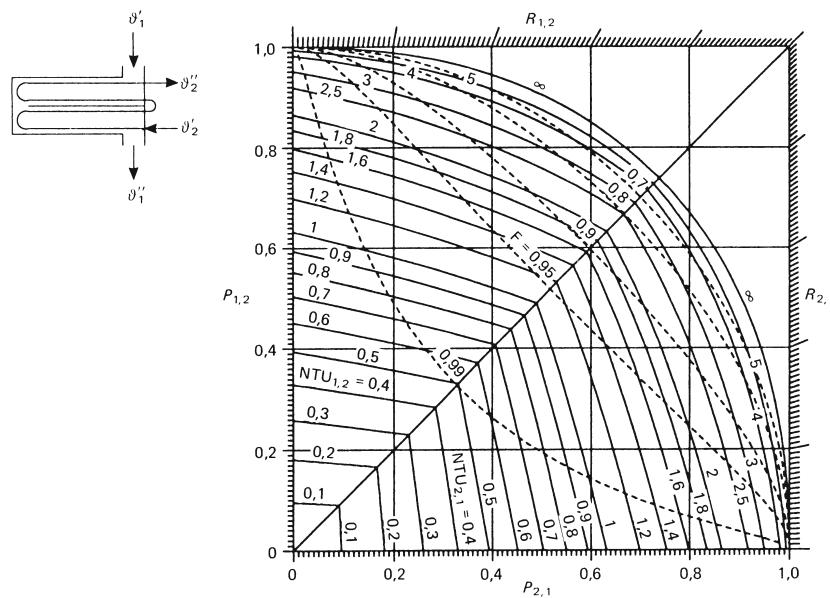


Abbildung A.8.: Rohrbündelwärmeübertrager, zwei äußere und vier innere Durchgänge (VDI, 2013)

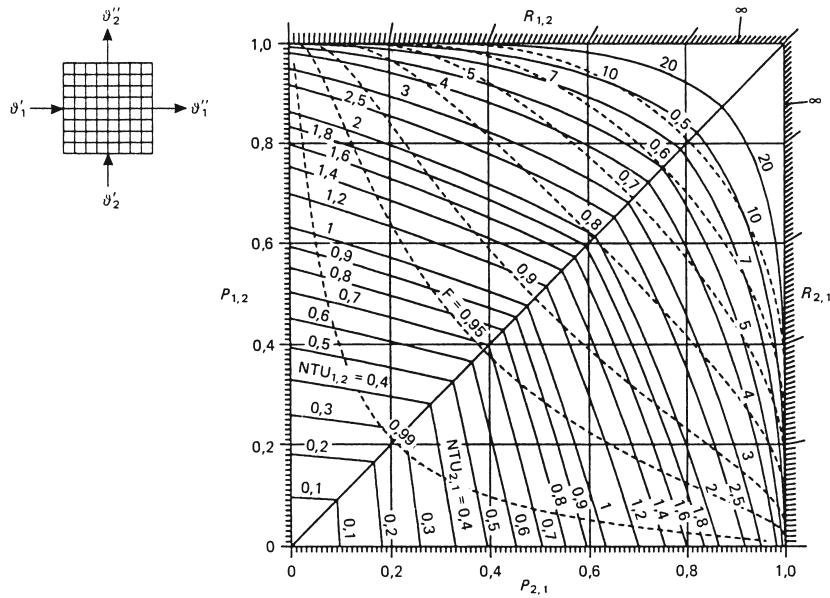


Abbildung A.9.: Reiner Kreuzstrom (VDI, 2013)

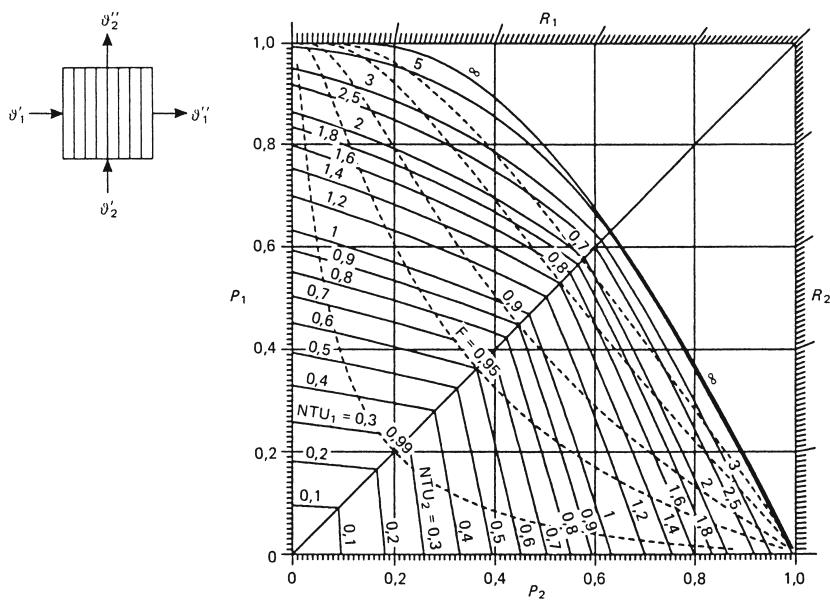


Abbildung A.10.: Kreuzstrom mit einer Rohrreihe, einseitig quervermischter Kreuzstrom (VDI, 2013)

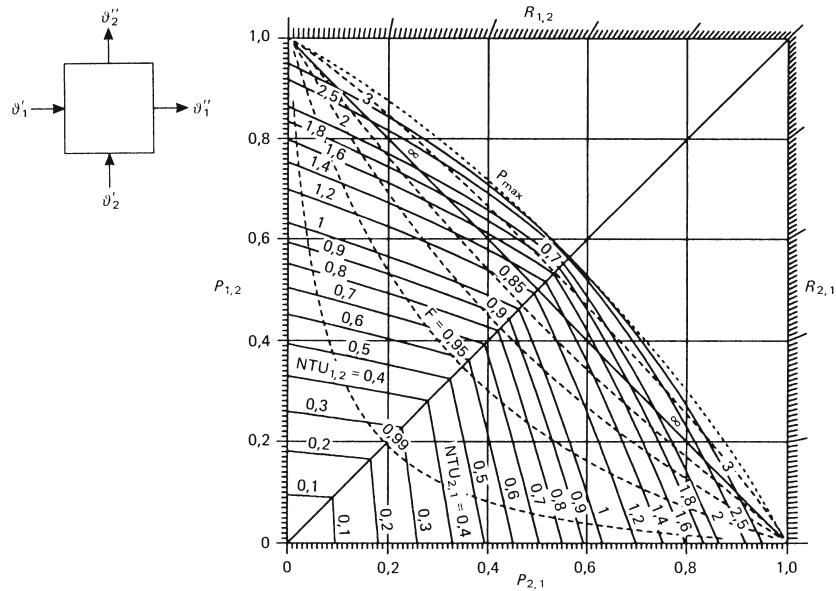


Abbildung A.11.: Beidseitig quervermischter Kreuzstrom (VDI, 2013)

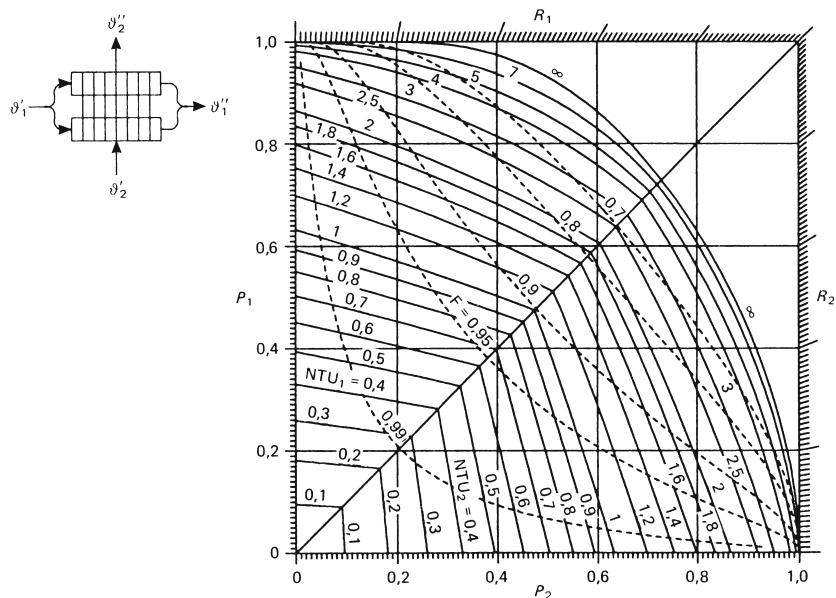


Abbildung A.12.: Kreuzstrom mit zwei Rohrreihen und einem Durchgang (VDI, 2013)

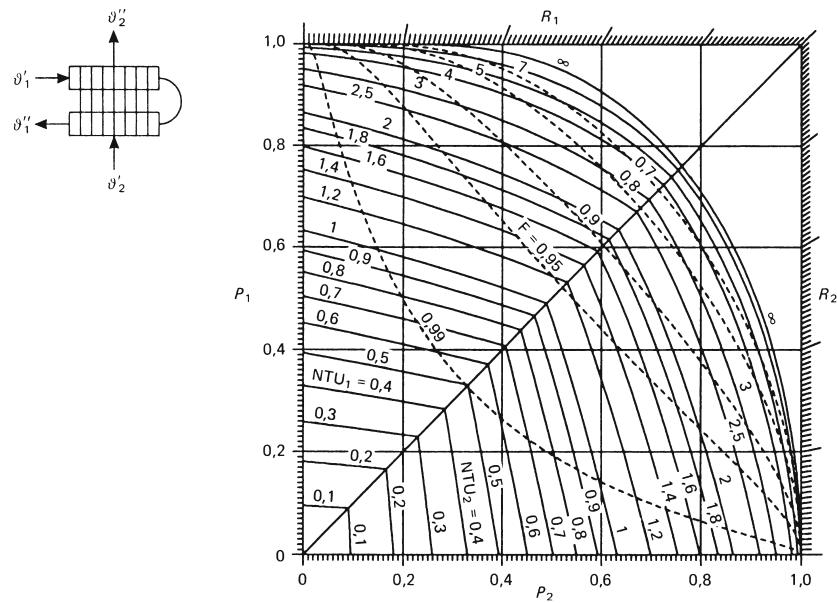


Abbildung A.13.: Kreuzgegenstrom mit zwei Rohrreihen und zwei Durchgängen, ge-
gensinnig (VDI, 2013)

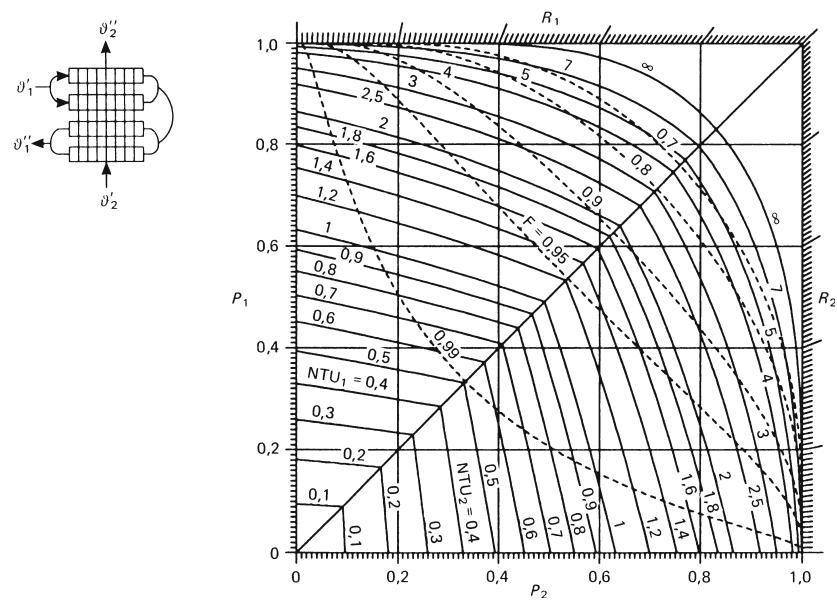


Abbildung A.14.: Kreuzgegenstrom mit vier Rohrreihen und zwei Durchgängen, ge-
gensinnig (VDI, 2013)

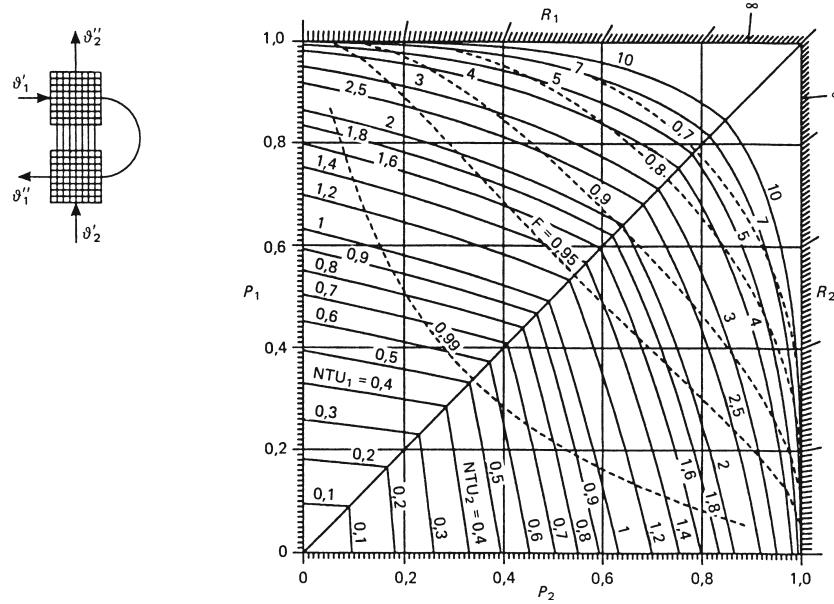


Abbildung A.15.: Kreuzgegenstrom mit zwei Durchgängen, gegensinnig, Strom 2 unvermischt, Strom 1 nur zwischen den Durchgängen vermischt (VDI, 2013)

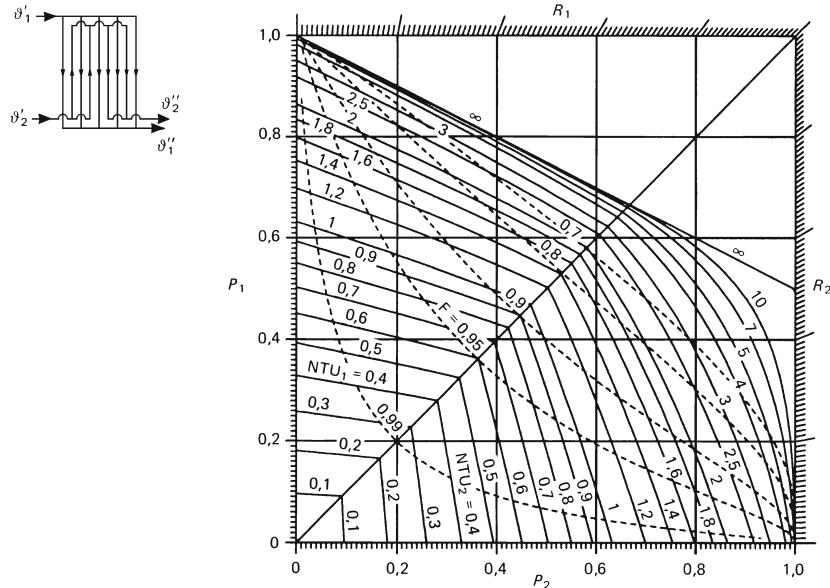


Abbildung A.16.: Plattenwärmeübertrager, ein Durchgang für Strom 1, zwei Durchgänge für Strom 2 (VDI, 2013)

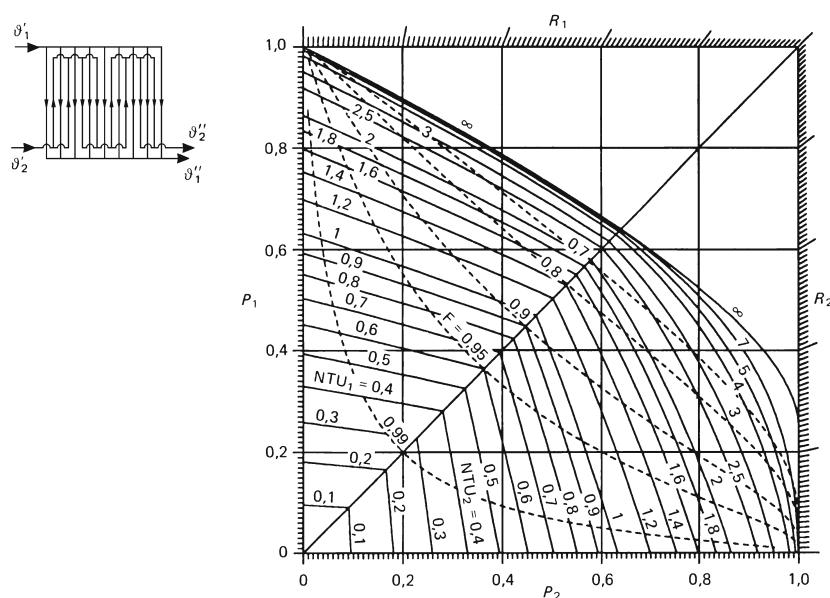


Abbildung A.17.: Plattenwärmeübertrager, ein Durchgang für Strom 1, vier Durchgänge für Strom 2 (VDI, 2013)

A.5. Mollier-Diagramm aus dem VDI-Wärmeatlas

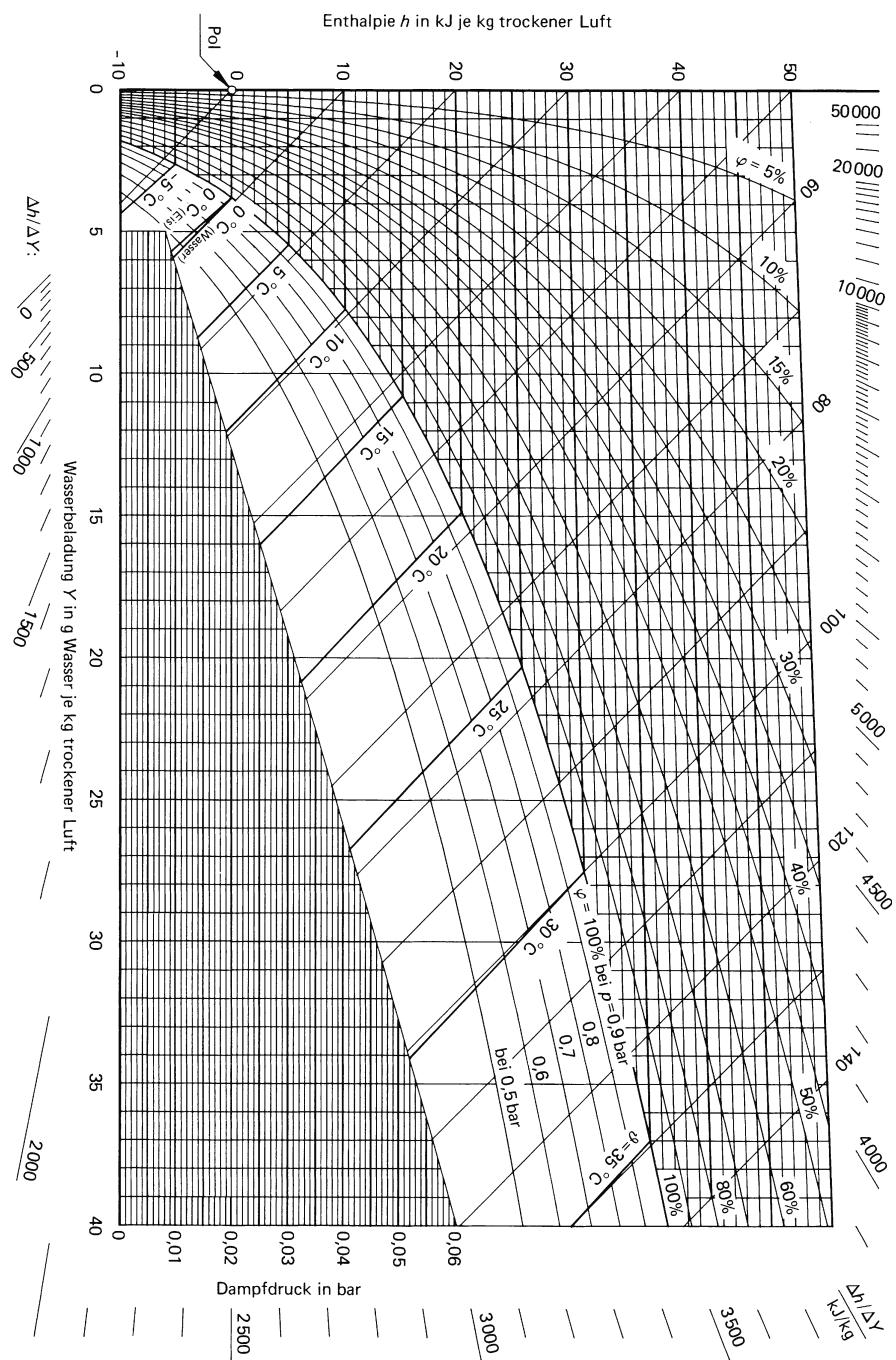


Abbildung A.18.: Mollier-Diagramm für 1bar (VDI, 2013)