Day 73

Gradient Descent

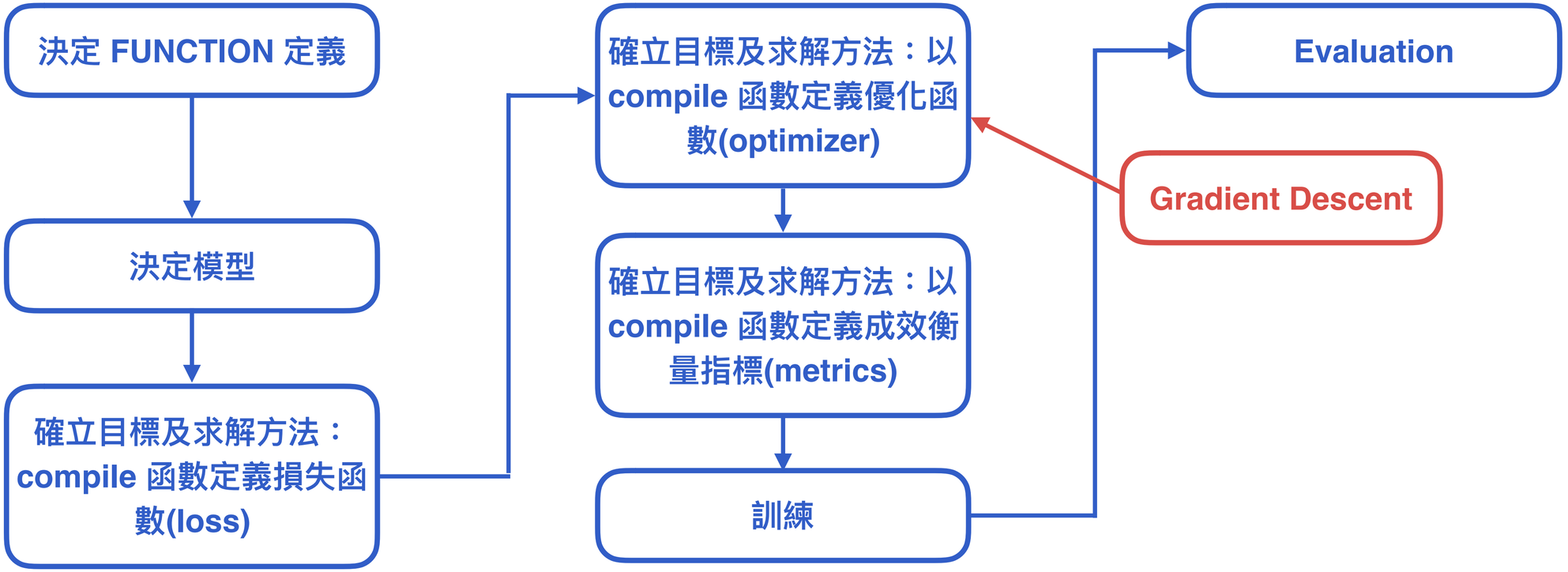
Gradient Descent 簡介

出題教練 陳宇春

本日知識點目標

- 了解 Gradient Descent 的定義與程式樣貌
- 初步理解 Gradient Descent 的概念
- 能從程式中 Fine Tune 相關的參數

梯度下降用在哪裡?


決定 FUNCTION 定義
決定模型
確立目標及求解方法：compile 函數定義損失函數(loss)
確立目標及求解方法：以 compile 函數定義優化函數(optimizer)
確立目標及求解方法：以 compile 函數定義成效衡量指標(metrics)
訓練
Evaluation
Gradient Descent

最常用的優化算法 -梯度下降

CUPOY

- 機器學習算法當中，優化算法的功能，是通過改善訓練方式，來最小化(或最大化)損失函數
- 最常用的優化算法是梯度下降
  - 通過尋找最小值，控制方差，更新模型參數，最終使模型收斂
  - $w_{i+1} = w_i - d_i \cdot \eta_i, \ i=0,1,\ldots$
  - 參數 η 是學習率。這個參數既可以設置為固定值，也可以用一維優化方法沿著訓練的方向逐步更新計算
  - 參數的更新分為兩步：第一步計算梯度下降的方向，第二步計算合適的學習

學習率對梯度下降的影響

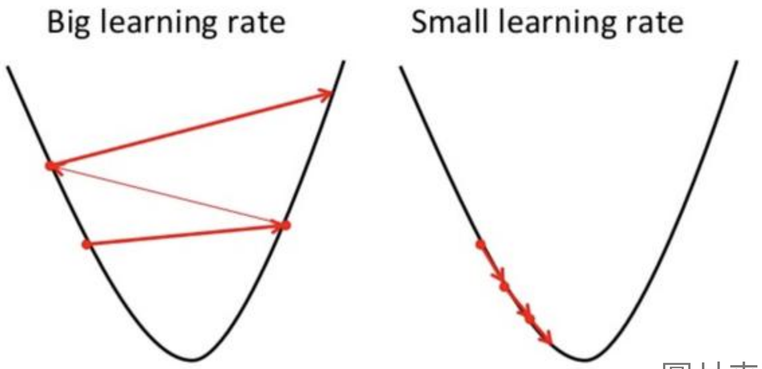
CUPOY

- 學習率定義了每次疊代中應該更改的參數量。換句話說，它控制我們應該收斂到最低的速度或速度。
- 小學習率可以使疊代收斂，大學習率可能超過最小值

$$\text{Compute } \partial L/\partial w$$

$$w \leftarrow w - \eta \partial L/\partial w$$

Learning rate
學習率

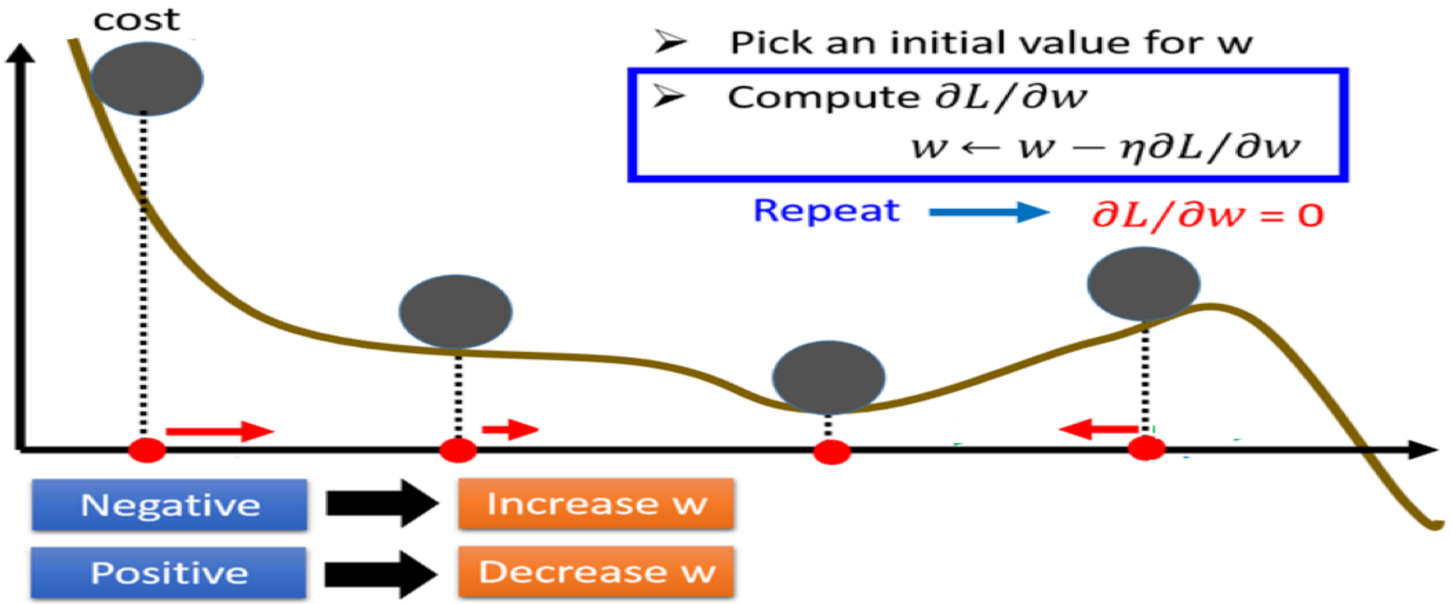


圖片來源：kknews.cc

梯度下降法的過程

CUPOY

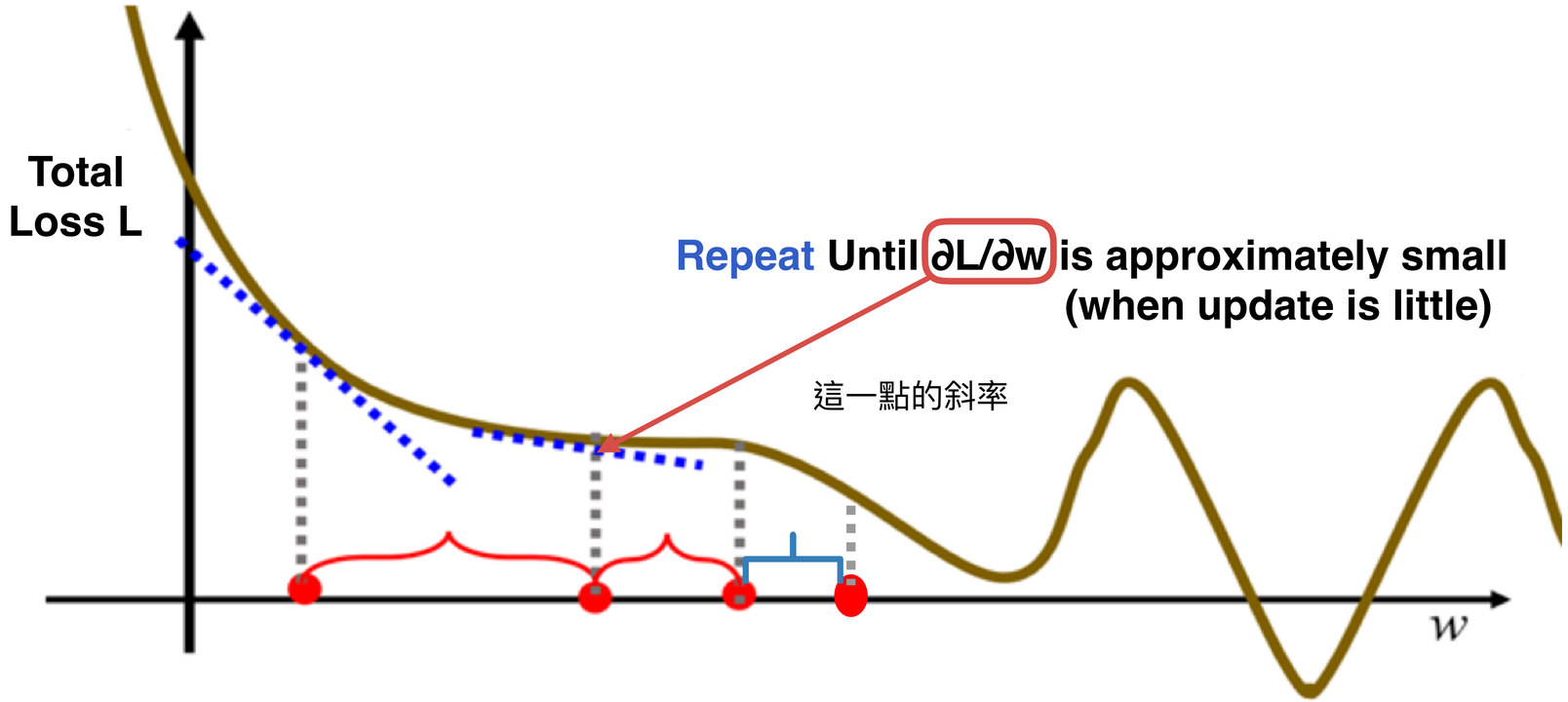
- 首先需要設定一個初始參數值，通常情況下將初值設為零(w=0)，接下來需要計算成本函數 cost
- 然後計算函數的導數-某個點處的斜率值，並設定學習效率參數(lr)的值。
- 重複執行上述過程，直到參數值收斂，這樣我們就能獲得函數的最優解



怎麼確定到極值點了呢？

CUPOY

- η又稱學習率，是一個挪動步長的基數，df(x)/dx是導函數，當離得遠的時候導數大，移動的就快，當接近極值時，導數非常小，移動的就非常小，防止跨過極值點



怎麼確定到極值點了呢？ (II)

CUPOY

- Gradient descent never guarantee global minima
- Different initial point will be caused reach different minima, so different results

avoid local minima

Popular & Simple Idea: Reduce the learning rate by some factor every few epochs

在訓練神經網絡的時候，通常在訓練剛開始的時候使用較大的 learning rate，隨著訓練的進行，我們會慢慢的減小 learning rate

參數	意義
decayed_learning_rate	衰減後的學習率
learning_rate	初始學習率
decay_rate	衰減率
global_step	當前的 step
decay_steps	衰減週期

具體就是每次迭代的時候減少學習率的大小， 更新公式：

decayed_learning_rate＝learning_rate*

decay_rate ^ (global_step/decay_steps)

怎麼確定到極值點了呢？ (III)

CUPOY

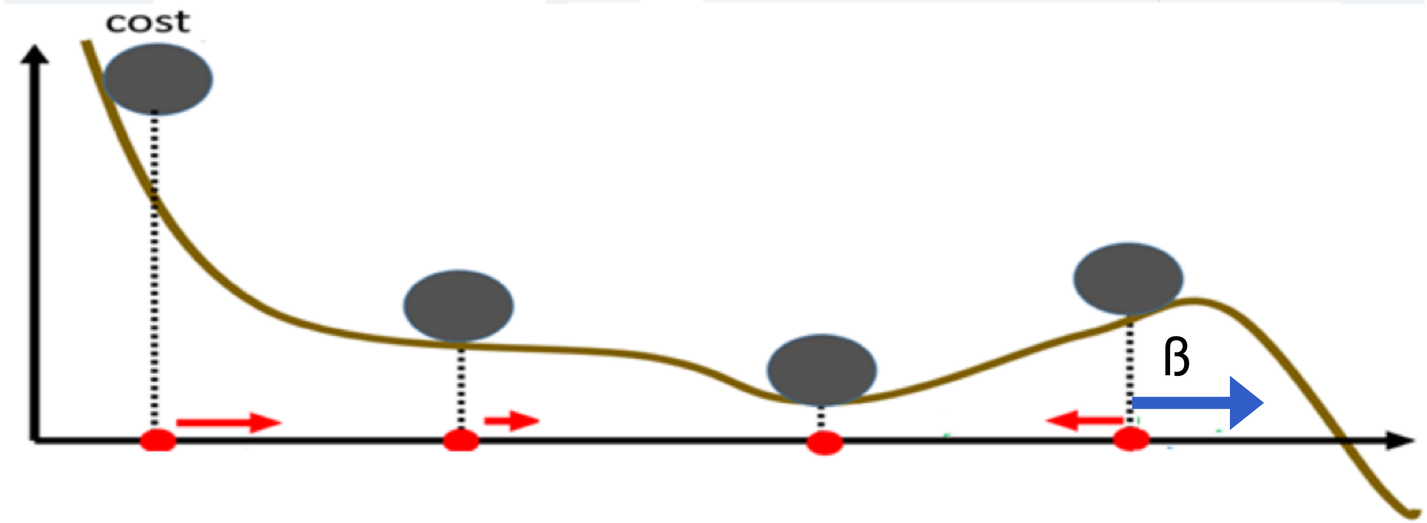
- 使用 momentum 是梯度下降法中一種常用的加速技術。
- Gradient Descent 的實現：SGD, 對於一般的 SGD，其表達式為

  $x \leftarrow x - \alpha * dx$ (x沿負梯度方向下降)

- 而帶 momentum 項的 SGD 則寫生如下形式：

  $v = \beta * v - a * d x$
  $x \leftarrow x + v$

- 其中ß即 momentum 係數，通俗的理解上面式子就是，如果上一次的 momentum（即ß） 與這一次的負梯度方向是相同的，那這次下降的幅度就會加大，所以這樣做能夠達到加速收斂的過程



前述流程 / python程式 對照

CUPOY

- 前述流程
  - Find the local minima of the function $y=(x+5)^2$ starting from the point x=3¶
  - Step 1 : Initialize x =3. Then, find the gradient of the function, dy/dx = 2*(x+5).
  - Step 2 : Move in the direction of the negative of the gradient, and, we use a learning rate.

    Let us assume the learning rate → 0.01
  - Step 3 : Let’s perform 2 iterations of gradient descent

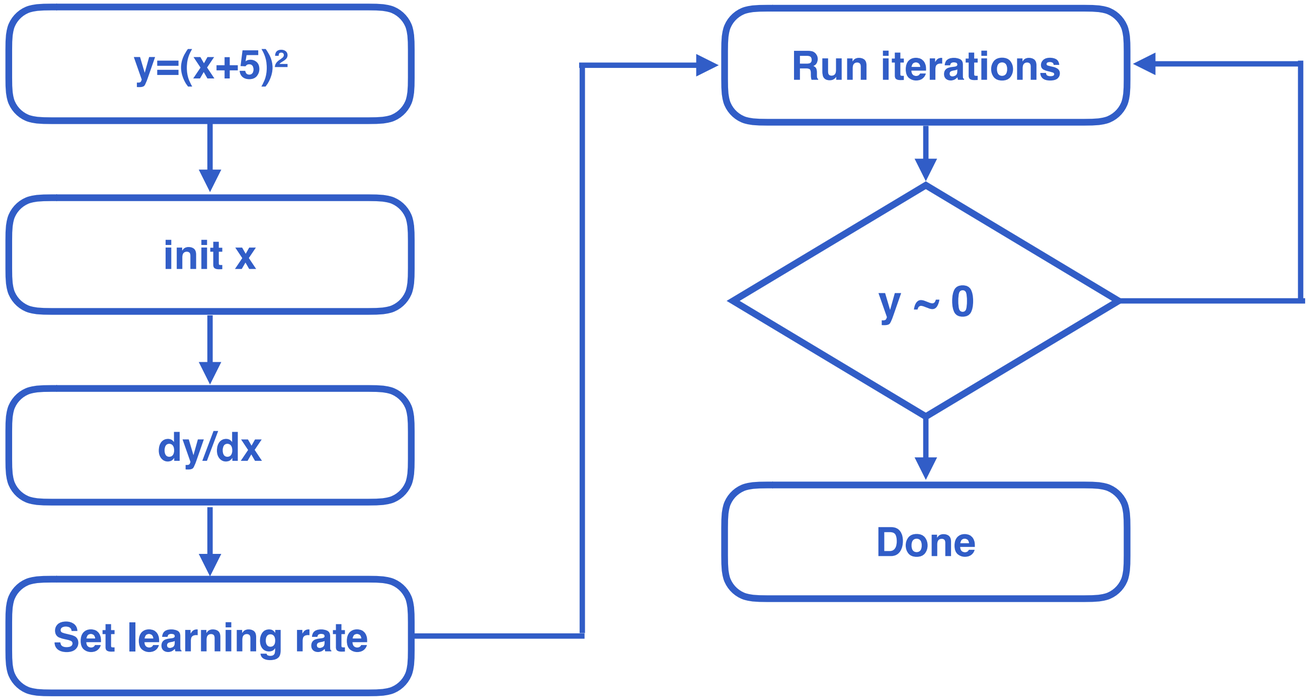
Question：

We can observe that the X value is slowly decreasing and should converge to -5 (the local minima , $y=(-5+5)^2 =0$). However, how many iterations should we perform?

前述流程 / python程式 對照

CUPOY

- 前述流程



前述流程 / python程式 對照

CUPOY

- python 程式 (請參閱今日範例)

In [1]:
```
cur_x = 3 # The algorithm starts at x=3
lr = 0.01 # Learning rate
precision = 0.000001 #This tells us when to stop the algorithm
previous_step_size = 1 #
max_iters = 10000 # maximum number of iterations
iters = 0 #iteration counter
df = lambda x: 2*(x+5) #Gradient of our function

iters_history = [iters]
x_history = [cur_x]
```

In [2]:
```
while previous_step_size > precision and iters < max_iters:
    prev_x = cur_x #Store current x value in prev_x
    cur_x = cur_x - lr * df(prev_x) #Gradient descent
    previous_step_size = abs(cur_x - prev_x) # 取較大的值, Change in x
    iters = iters+1 #iteration count
    print("Iteration",iters,"\nX value is",cur_x) #Print iterations
     # Store parameters for plotting
    iters_history.append(iters)
    x_history.append(cur_x)
```

重要知識點複習：梯度下降法（Gradient descent）

CUPOY

- Gradient descent 是一個一階最佳化算法，通常也稱為最速下降法。
- 要使用梯度下降法找到一個函數的局部極小值，必須向函數上當前點對應梯度（或者是近似梯度）的反方向的規定步長距離點進行疊代搜索。
- 梯度下降法的缺點包括：
  - 靠近極小值時速度減慢。
  - 直線搜索可能會產生一些問題。
  - 可能會「之字型」地下降
- avoid local minima
  - 在訓練神經網絡的時候，通常在訓練剛開始的時候使用較大的 learning rate，隨著訓練的進行，我們會慢慢的減小 learning rate

解題時間
It’s Your Turn

請跳出PDF至官網Sample Code＆作業
開始解題