

Fisica

UNITN - Lazzerini Thomas, Cappelletti Samuele

Marzo 2021

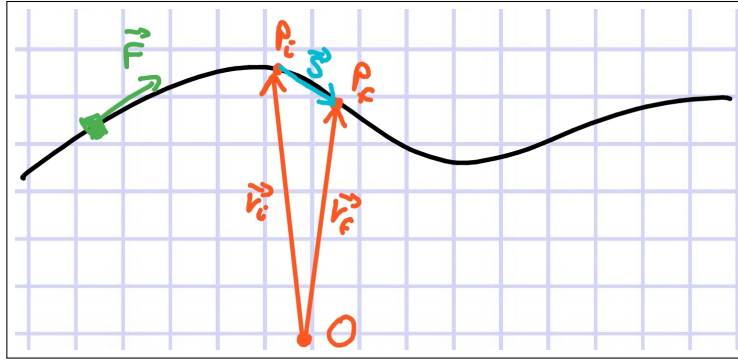
Nel presente documento sono presenti gli appunti relativi alla teoria del corso "**Fisica**" dell'anno **2021-2022** tenuto dal **professor Iuppa**).

Indice

1	Meccanica	3
1.1	Lavoro	3
1.2	Esempi di lavoro	4
1.2.1	Lavoro forza peso	4
1.2.2	Lavoro forza elastica	5
1.2.3	Lavoro forza attrito	5
1.3	Energia cinetica	6
1.3.1	Teorema delle forze vive	6
1.4	Potenza	6
1.5	Forze conservative	6
1.5.1	Energia potenziale	7
1.5.2	Energia meccanica	7
1.5.3	Principio di conservazione dell'energia meccanica	7
1.5.4	Esercizio forze conservative	7
1.6	Forze non conservative e lavoro	8
1.6.1	Esempio lavoro forze non conservative	9
1.7	Gravità universale	9
1.8	Leggi di Keplero	11
1.9	Sistemi di riferimento non inerziali	12
1.9.1	Convertire una rotazione in vettore	12
1.9.2	Prodotto vettoriale	12
1.9.3	Legge di Poisson	13
1.9.4	Cambiare il sistema di riferimento	14

1 Meccanica

1.1 Lavoro



Supponiamo che ci sia un corpo che si muove lungo una traiettoria. Ora prendiamo un punto d'origine del sistema di riferimento e descriviamo il movimento del corpo con dei raggi vettore dall'origine. Ora consideriamo un punto iniziale p_i ed uno finale p_f molto vicini tra loro e quindi otteniamo uno spostamento infinitesimale, $d\vec{s} = \vec{r}_f - \vec{r}_i$.

Sul corpo inoltre agisce una forza \vec{F} che è quella che lo fa spostare. Osserviamo ora che a seconda del valore di questa forza, potrebbe variare la velocità dell'oggetto. Se $d\vec{s} \perp \vec{F}$, allora il corpo non rallenta, quindi se l'angolo è 90° , l'effetto sarà minimo, mentre se l'angolo è 0° l'effetto sarà massimo e infine se l'angolo è 180° l'effetto sarà massimo ma in senso opposto.

In conclusione quindi l'effetto che la forza ha sul corpo è descritta dal coseno ed è definito come **lavoro infinitesimo**, in formula:

$$dW = |\vec{F}| |d\vec{s}| \cos \alpha_{F, ds}$$

Se il lavoro infinitesimo è positivo, allora il corpo accelera, se è negativo invece, il corpo rallenta. L'iterazione quindi tra il corpo e l'agente esterno, ovvero quello che applica la forza, è definita come energia. In questo caso, l'agente esterno perde energia.

Osserviamo ora che:

$$|\vec{v}| |\vec{w}| \cos(\alpha_{v,w}) = \vec{v} \cdot \vec{w}$$

dove "." rappresenta il prodotto scalare tra due vettori. Spesso questo viene detto $v_T w$, ovvero la componente di v tangente a w , quindi:

$$|\vec{v}| \cos(\alpha_{v,w}) = v_T$$

$$|\vec{w}| \cos(\alpha_{v,w}) = w_T$$

Ora usiamo quindi questa osservazione e otteniamo:

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Osserviamo che l'unità di misura del lavoro è il Joule, $J = 1Nm$. Una caloria sono, $1cal = 4.18J$

. Ora calcoliamo il **lavoro medio** come segue:

$$\overline{W} = \vec{F} \cdot \Delta\vec{s}$$

Osserviamo che il lavoro è una quantità scalare, dato che il prodotto scalare prende due vettori e li trasforma in uno scalare.

Facciamo ora un'esempio molto semplice:

$$|\vec{F}| = 10N |\Delta \vec{s}| = 100m$$

Ora in base all'angolo $\alpha_{F,ds}$ abbiamo dei diversi valori di lavoro:

$\alpha_{F,ds}$	W
0	$1000J$
π	$-1000J$
$\pi/2$	$0J$
$\pi/4$	$707J$

Ora consideriamo tutti gli spostamenti infinitesimi e supponiamo che ogni spostamento infinitesimo abbia un valore di forza diversa (ovviamente la forza è esercitata sempre dallo stesso agente esterno, ma in istanti diversi). Abbiamo quindi per ogni spostamento infinitesimale un lavoro infinitesimale diverso. Rappresentiamo questa cosa come segue:

$$\begin{aligned} d\vec{s}_1, d\vec{s}_2, d\vec{s}_3, \dots, d\vec{s}_n \\ \vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \dots, \vec{F}_n \\ dW_1, dW_2, dW_3, \dots, dW_n \end{aligned}$$

Il **lavoro** quindi sarà la somma di tutti questi lavori infinitesimi:

$$W_{TOT} = \sum_{i=1}^n dW_i$$

però considerando che la n tende a infinito, $n \rightarrow \infty$, otteniamo:

$$W_{i \rightarrow f} = \int_i^n dW_i = \int_i^n \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

Osserviamo che la \vec{F} si può tirare fuori dall'integrale solo se non varia per nessun spostamento infinitesimale.

Ora consideriamo il lavoro $W > 0$, ovvero per un angolo compreso tra $[0, \pi/2]$, ovvero in cui la forza sta aiutando il moto/movimento, in questo caso il lavoro si chiama **lavoro motore**.

Se invece il lavoro $W < 0$, ovvero per un angolo compreso tra $[\pi/2, \pi]$, ovvero in cui la forza non sta aiutando il moto/movimento, in questo caso il lavoro si chiama **lavoro resistente**.

1.2 Esempi di lavoro

1.2.1 Lavoro forza peso

Data l'equazione della forza peso:

$$\vec{F}_p = -mh\hat{h}$$

abbiamo lavoro infinitesimo:

$$dW = \vec{F}_p \cdot d\vec{h} = -mh\hat{h} \cdot dh\hat{h} = -mgdh$$

Osserviamo che $\hat{h} \cdot \hat{h} = 1$. Ora quindi sommando tutti questi lavori infinitesimi otteniamo il lavoro W_p :

$$W_p = \int_i^f dW = \int_i^f -mg dh = -mg(h_f - h_i) = -mg\Delta h$$

Osserviamo ora che se $\Delta h > 0$, ovvero $h_f > h_i$, avremo $W_p < 0$, quindi lavoro resistente, mentre se $\Delta h < 0$, ovvero $h_f < h_i$, avremo $W_p > 0$, quindi lavoro motore.

Questo era il caso di spostamento verticale, se invece lo spostamento non è verticale il lavoro è comunque lo stesso.

Osserviamo ora che \vec{F} e $d\vec{s}$ non dipendono dal sistema di riferimento, se però consideriamo la forma $\vec{F}_p = -mg\hat{h}$, questa dipende dal sistema di riferimento dato che c'è \hat{h} .

Osserviamo inoltre che il lavoro della forza peso dipende solo dal punto iniziale e dal punto finale e non dal percorso.

Facciamo ora un'esercizio molto semplice:

$$m = 100kg$$

$$\Delta h = 1000m$$

$$W_p = -9.8 \frac{m}{s^2} \cdot 100kg \cdot 1000m = -9.8 \cdot 10^5 kg \frac{m^2}{s^2} = -9.8 \cdot 10^5 J = -9.8 \cdot 10^2 KJ$$

1.2.2 Lavoro forza elastica

Data l'equazione della forza elastica:

$$\vec{F}_{el} = -K\vec{x}$$

abbiamo lavoro:

$$W_{el} = \int_i^f F_{el} dx = \int_i^f -Kx dx = -\frac{K}{2}(x_f^2 - x_i^2)$$

Osserviamo ora che se $x_f^2 > x_i^2$, avremo $W_{el} < 0$, infatti allungo la molla che si oppone, mentre se $x_f^2 < x_i^2$, avremo $W_{el} > 0$, infatti accorcio la molla che aiuta.

Osserviamo inoltre che il lavoro della forza elastica dipende solo dal punto iniziale e dal punto finale e non dal percorso.

1.2.3 Lavoro forza attrito

Data l'equazione della forza d'attrito:

$$\vec{F}_{att} = -\mu_d N = -\mu_d mg$$

abbiamo lavoro:

$$W_{att} = \int_i^f F_{att} dx = F_{att} \int_i^f dx = -\mu_d mg \int_i^f dx = -\mu_d mgL$$

dove L è la lunghezza dello spostamento $(x_f - x_i)$.

Osserviamo che l'attrito si oppone sempre al movimento, quindi non vale quello che valeva per il lavoro della forza peso e della forza elastica, ovvero che a seconda del punto finale e del punto iniziale il lavoro poteva essere positivo o negativo.

1.3 Energia cinetica

Consideriamo ora il lavoro infinitesimo,

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = m \frac{d\vec{v}}{dt} d\vec{s} = m d\vec{v} \frac{d\vec{s}}{dt} = m d\vec{v} \cdot \vec{v}$$

e quindi,

$$dW = d[\frac{1}{2}mv^2]$$

L'**energia cinetica** è la seguente quantità:

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

e quindi ho che:

$$dW = d[E_k]$$

1.3.1 Teorema delle forze vive

Il **Teorema delle forze vive** afferma che se un corpo possiede un'energia cinetica iniziale e una forza agisce su di esso effettuando un lavoro, l'energia cinetica finale del corpo è uguale alla somma dell'energia cinetica iniziale e del lavoro compiuto dalla forza lungo la traiettoria del moto. In formula:

$$E_{k,f} = W_{i \rightarrow f} + E_{k,i} \Rightarrow W_{i \rightarrow f} = E_{k,f} - E_{k,i}$$

Osserviamo ora che se $v_i = 0$ e $v_f = 0$, allora per come è formulata E_k , vorrà dire che $E_{k,i} = 0$ e $E_{k,f} = 0$ e quindi $W_{i \rightarrow f} = 0$.

1.4 Potenza

La **potenza** è definita come:

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

L'unità di misura della potenza è il Watt, $W = 1 \frac{J}{s}$.

1.5 Forze conservative

Una **forza conservativa** è una forza per cui il lavoro dipende solamente dal punto iniziale, p_i , e dal punto finale, p_f .

Se vado quindi da p_i a p_f seguendo due percorsi diversi il lavoro sarà lo stesso.

Se invece vado da p_f a p_i , il lavoro sarà sempre uguale ma avrà segno opposto, indipendentemente dal percorso. Questo è descritto come segue,

$$\oint \vec{f} \cdot d\vec{s} = 0$$

ovvero l'integrale chiuso.

1.5.1 Energia potenziale

L'**energia potenziale** di un corpo è l'energia che esso possiede a causa della sua posizione o del suo orientamento rispetto ad un campo di forze ed è denotata con U .

1.5.2 Energia meccanica

L'**energia meccanica** è la somma di energia cinetica ed energia potenziale ovvero,

$$E = E_k + U$$

1.5.3 Principio di conservazione dell'energia meccanica

Consideriamo il caso 1-DIM,

$$\int_{p_i}^{p_f} F dx = U(p_f) - U(p_i) = W_{p_i \rightarrow p_f}$$

Ora per il teorema delle forze vive ho che,

$$W_{p_i \rightarrow p_f} = E_{k,f} - E_{k,i}$$

e quindi, usando una notazione semplificata, ovvero per esempio invece che $U(p_f)$ uso U_f , ottengo che,

$$U_f - U_i = E_{k,f} - E_{k,i} \Rightarrow U_f - E_{k,f} = U_i - E_{k,i} \Rightarrow E_f = E_i$$

ovvero l'energia meccanica iniziale è uguale a quella finale, e quindi

$$\Delta E = 0$$

ovvero la variazione di energia meccanica è 0, quindi nel caso in cui si hanno solo forze conservative, l'energia meccanica non varia, si conserva.

Se ora consideriamo,

$$-(U(p_f) - U(p_i)) = W_{p_i \rightarrow p_f}$$

ed deriviamo, otteniamo che,

$$F = -\frac{dU}{ds}$$

Nel caso a più dimensioni invece, per esempio consideriamo 3-DIM, abbiamo che,

$$F = -\nabla U = -\left(\frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial U}{\partial z}\right)$$

1.5.4 Esercizio forze conservative

Consideriamo ora l'esercizio fatto in passato [pag.??].

Tutte le forze che agiscono sul sistema sono conservative, quindi possiamo usare il principio di conservazione dell'energia meccanica e risolverlo in modo molto più semplice.

Ora abbiamo quindi che le forze che agiscono sul sistema sono,

$$\vec{F}_p = -mg\hat{z}\vec{F}_e l = -k(z - z_i)\hat{z}$$

e considerando la conservazione dell'energia meccanica abbiamo che,

$$E_k + U = cost \Rightarrow E_k + U_p + U_{el} = cost$$

Calcoliamo ora quindi le energie potenziali,

$$U_p = -W_p = mg(z - z_0)$$

$$U_{el} = \frac{k}{2}(z^2 - z_0^2)$$

e quindi ora sostituisco nella formula precedente e ottengo,

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgz + \frac{k}{2}z^2 = cost$$

Ora considerando il sistema di riferimento scelto, nel punto iniziale abbiamo $v_i = 0$ e $z = 0$ e quindi, la formula precedente è $= 0$.

Considerando il punto z_{max} , ho sempre che $v = 0$, e ottengo che,

$$mgz_{max} + \frac{k}{2}z_{max}^2 = 0 \Rightarrow z_{max}(\frac{k}{2}z_{max} + mg) = 0$$

Le due soluzioni sono quindi $z_{max} = 0$, che non viene considerata, e

$$z_{max} = -\frac{2mg}{k} = \Delta z_{max}$$

Ora osserviamo che $z_{v_{max}}$ è z_{eq} , ovvero la z nel punto di equilibrio, e quindi,

$$z_{v_{max}} = z_{eq} = \frac{z_{max}}{2} = -\frac{mg}{k}$$

Per calcolare la v_{max} ora, consideriamo sempre il fatto che essa è in z_{eq} e quindi,

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_{max}^2 + mgz_{eq} + \frac{k}{2}z_{eq}^2 &= 0 & \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{max}^2 - \frac{(mg)^2}{k} + \frac{(mg)^2}{2K} &= 0 \\ & & \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{max}^2 - \frac{(mg)^2}{2K} &= 0 \\ & & \Rightarrow \frac{1}{2}mv_{max}^2 &= \frac{(mg)^2}{2K} \\ & & \Rightarrow v_{max}^2 &= \frac{mg^2}{K} \\ & & \Rightarrow v_{max} &= \sqrt{\frac{mg^2}{K}} \end{aligned}$$

1.6 Forze non conservative e lavoro

Consideriamo ora il fatto in cui sul sistema agiscono anche forze non conservative e ne calcoliamo il lavoro. Abbiamo quindi che,

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{R}_c + \vec{R}_{nc} \\ W_{TOT} &= \int_i^f \vec{R} d\vec{s} = \int_i^f \vec{R}_c d\vec{s} + \int_i^f \vec{R}_{nc} d\vec{s} = W_c + W_{nc} \end{aligned}$$

Ora però sappiamo che,

$$W_{TOT} = \Delta E_k \Rightarrow W_c + W_{nc} = \Delta E_k \Rightarrow W_{nc} = \Delta E_k - W_c$$

ma ora ci ricordiamo che $W_c = -\Delta U$ e quindi,

$$W_{nc} = \Delta E_k + \Delta U \Rightarrow W_{nc} = \Delta E$$

Quindi se sul sistema agiscono delle forze non conservative, il lavoro di queste sarà uguale alla variazione di energia meccanica.

Osserviamo ora quindi che se $W_{nc} < 0$, vuol dire che $E_f - E_i < 0$ e quindi $E_f < E_i$. Allo stesso modo, se $W_{nc} > 0$, vuol dire che $E_f - E_i > 0$ e quindi $E_f > E_i$, e inoltre $E_f = E_i + W_{nc}$.

1.6.1 Esempio lavoro forze non conservative

Supponiamo che un corpo di massa m scali una montagna di altezza h_{max} partendo da $h_0 = 0$. Ora non considerando gli attriti, abbiamo solo la forza peso che agisce sulla massa. Calcoliamo quindi,

$$\begin{aligned}\Delta U_p &= mgh_{max} + mg0 = mgh_{max} \\ \Delta E_k &= \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}m0^2 - \frac{1}{2}m0^2 = 0 \\ \Delta E &= mgh_{max} = W_{nc}\end{aligned}$$

L'energia cinetica è $= 0$ dato che sia la velocità iniziale che quella finale sono $= 0$ e quindi l'energia meccanica sarà uguale all'energia potenziale, quest'ultima è uguale all'energia potenziale finale dato che, essendo l'altezza iniziale $= 0$, anche l'energia potenziale iniziale $= 0$.

1.7 Gravità universale

La **forza gravitazionale** è quella forza che esiste tra 2 corpi. Possiamo rappresentarla con questa formula:

$$\vec{F} = -\gamma * \frac{m_1 * m_2}{r_{1,2}^2} * \hat{r}_{1,2}$$

Dove:

- G è la **costante di gravitazione universale**, calcolata scientificamente e vale $\gamma = G = 6,67 * 10^{-11} \frac{N*m^2}{Kg^2}$. Nota che G è γ per la Terra;
- m_1, m_2 sono le masse dei 2 corpi;
- $r_{1,2}$ è la distanza tra i 2 corpi;

Perché ci serve la costante di gravitazione? Se **controlliamo le unità di misura senza questa costante** otterremo una $\frac{M^2}{L^2}$ (M -> massa, L -> lunghezza), ma noi **vogliamo una forza**! Per questo motivo introduciamo la costante di gravitazione, espressa proprio come $N * \frac{L^2}{M^2}$, se mettiamo tutto insieme le masse e le lunghezze si semplificano **lasciando solo una forza** (in Newton)! Se immaginiamo di avere la Terra e la Luna, la forza gravitazionale è proprio **la forza normale che permette alla luna di restare sulla sua orbita** (che immaginiamo essere perfettamente circolare per semplicità). Questa forza corrisponderebbe proprio a:

$$\vec{F} = -G * \frac{m_L * m_T}{d^2}$$

Ora, noi sappiamo che, per la II legge di Newton, che $\vec{F} = m * \vec{a}$. Possiamo mettere a confronto i **moduli** di queste 2 forze:

$$m_{I,L} * \frac{v^2}{d_{T,L}} = G * \frac{m_{G,L} * m_{GT}}{d_{T,L}^2}$$

Alcune osservazioni:

1. il "-G" diventa "G" perché **stiamo paragonando i moduli**, quindi il segno non importa;
2. la forza a sinistra dell'=" corrisponde alla **forza normale del moto circolare**;
3. a sinistra dell'=", la massa $m_{I,L}$ è la **massa INERZIALE** (*capacità di un corpo di opporsi al moto*) della luna, mentre a destra la massa $m_{G,L}$ è la **massa GRAVITAZIONALE** (*carica gravitazionale del corpo*) della luna. Sono 2 valori **concettualmente diversi**, ma **hanno valori uguali!**

Detto ciò, soprattutto facendo riferimento al terzo punto, possiamo applicare una serie di semplificazioni:

$$\begin{aligned} m_{I,L} * \frac{v^2}{d} &= G * \frac{m_{G,L} * m_{G,T}}{d^2} & \Rightarrow \frac{v^2}{d} &= G * \frac{m_{G,T}}{d^2} \\ \text{conversione vel. moto circolare} & & \Rightarrow \frac{(\omega * d)^2}{d} &= G * \frac{m_{G,T}}{d^2} \\ & & \Rightarrow \omega^2 * d^2 &= G * \frac{m_{G,T}}{d} \\ & & \Rightarrow \omega^2 * d^3 &= G * m_{G,T} \\ \text{definizione } \omega & & \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 * d^3 &= G * m_{G,T} \\ & & \Rightarrow \frac{d^3}{T^2} &= G * \frac{m_{G,T}}{(2\pi)^2} \end{aligned}$$

Ok, con l'ultima equazione siamo arrivati al punto in cui abbiamo **tutto quello che riguarda il satellite** (la Luna) **è da una parte** e **tutto quello che riguarda la Terra è dall'altra**. In particolare, notiamo che la parte che riguarda la Terra **è costante!** Ciò ci permette di, ad esempio, scegliere una nuova distanza e, di conseguenza, il periodo T si "aggiusterà" di conseguenza per mantenere la costante "costante".

$$\frac{d^3}{T^2} = \text{const.}$$

Nota come **la massa del satellite non influisce sulla distanza o sul periodo**, quindi possiamo usare la **stessa formula per qualsiasi satellite che orbita la terra** (con un moto circolare uniforme). Immaginiamo di considerare l'ISS che orbita la terra ad una distanza di 500Km, la formula diventerebbe:

$$\frac{d_L^3}{T_L^2} = \text{const.} = \frac{d_{ISS}^3}{T_{ISS}^2}$$

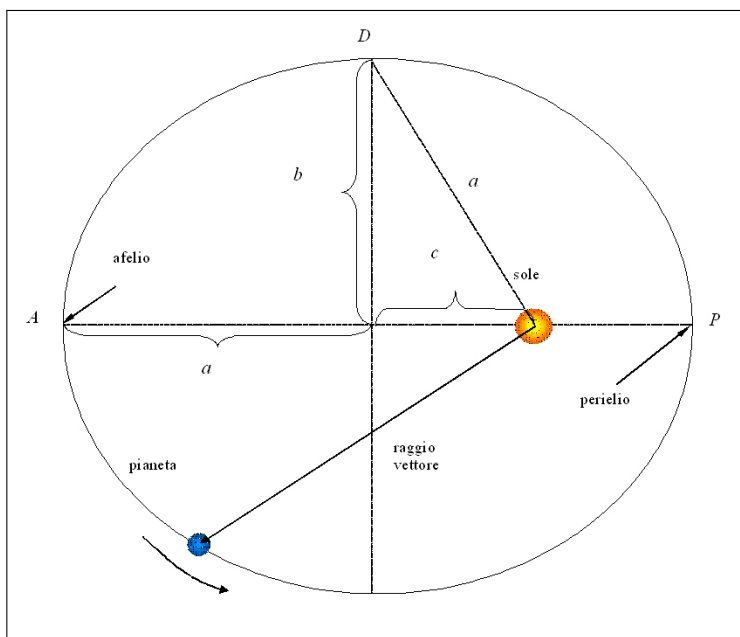
$$\frac{(300000Km)^3}{(28gg)^2} = \text{const.} = \frac{(500Km)^3}{(?)^2}$$

Come detto prima, se variamo il raggio dell'orbita, il periodo varia di conseguenza per mantenere il valore della costante uguale!

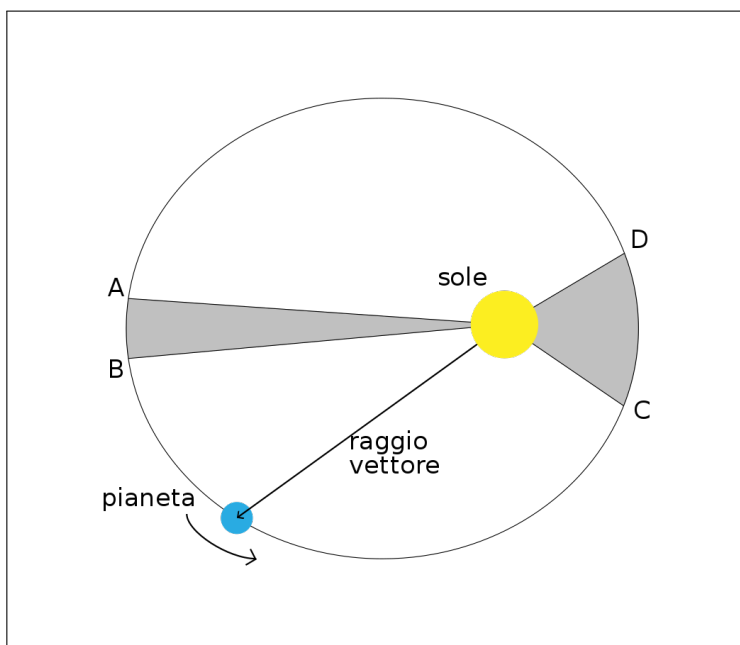
1.8 Leggi di Keplero

La legge di gravità universale è stata "creata" come **"unificazione"** delle **3 leggi di Keplero**. Nota che queste leggi descrivono il moto, ellittico, dei pianeti attorno al Sole. Citiamole per completezza:

1. *L'orbita descritta da un pianeta è un'ellisse, di cui il Sole occupa uno dei due fuochi;*



2. *Il segmento (raggio vettore) che unisce il centro del Sole con il centro del pianeta descrive aree uguali in tempi uguali;*



3. *I quadrati dei tempi che i pianeti impiegano a percorrere le loro orbite sono proporzionali al cubo del semiasse maggiore. Questa legge può essere scritta in forma matematica in questo modo:*

$$T^2 = k * a^3$$

In particolare, k è una costante (detta anche Keplero) che dipende dal corpo attorno al quale si orbita.

1.9 Sistemi di riferimento non inerziali

Prima di cominciare con i sistemi di riferimento non inerziali, sostanzialmente quei **sistemi di riferimento soggetti ad una qualche accelerazione rispetto ad un sistema di riferimento inerziale**, dobbiamo introdurre alcuni concetti fondamentali.

1.9.1 Convertire una rotazione in vettore

Come facciamo a rappresentare una rotazione utilizzando un vettore? Vediamo punto per punto:

- **direzione**: corrisponde all'asse su cui viene eseguita la rotazione;
- **verso**: applichiamo la "regola della vite destrorsa", ovvero immaginiamo di posizionare una vite sull'asse di rotazione ed applichiamo suddetta rotazione: il verso di avanzamento/arretramento della vite ci indica il verso del vettore (ricorda che le viti "entrano" se vengono ruotate in senso orario);
- **modulo**: come abbiamo già visto, possiamo rappresentare la rotazione con una **velocità angolare** ω , prendiamo come modulo del vettore il **valore numerico di** ω ;

1.9.2 Prodotto vettoriale

Dobbiamo ricordare il concetto di **prodotto vettoriale**, in particolare è un'operazione binaria tra 2 vettori 3-dimensionali che restituisce un vettore 3-dimensionale. Matematicamente potremmo scrivere:

$$\times : R^3 \times R^3 \rightarrow R^3$$

Supponiamo di avere:

$$\vec{v} \times \vec{w} = \vec{k}$$

Ora, il vettore \vec{k} ha 3 componenti principali, come le calcoliamo? Vediamo:

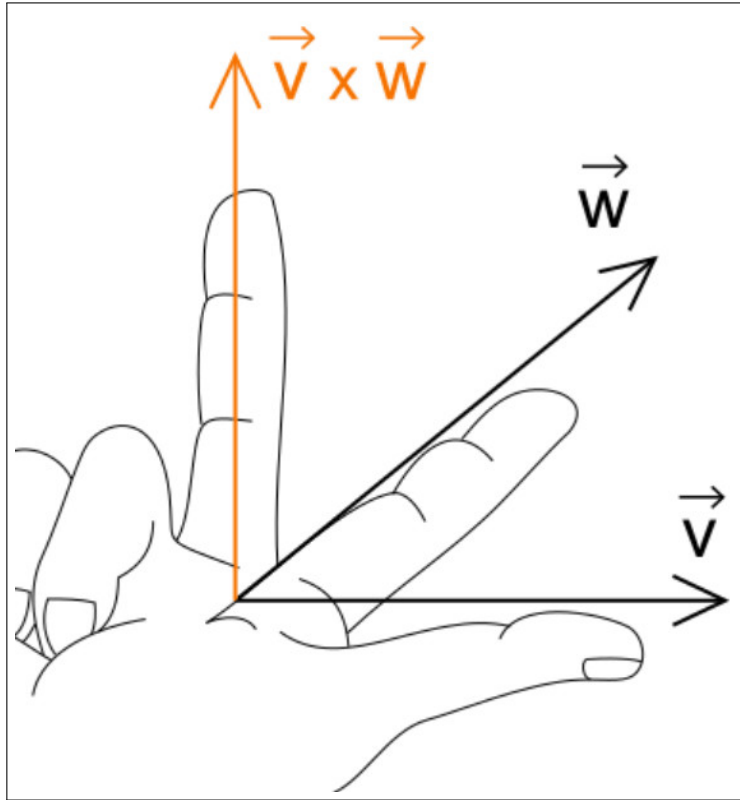
- **modulo**: corrisponde a

$$||\vec{v}|| * ||\vec{w}|| * \sin(\theta)$$

dove $||\vec{v}||$ e $||\vec{w}||$ rappresentano la **norma euclidea** dei rispettivi vettori (sostanzialmente si fa la radice della somma dei quadrati delle componenti del vettore), mentre $\theta \in [0, \pi]$ rappresenta **l'angolo convesso tra i vettori**;

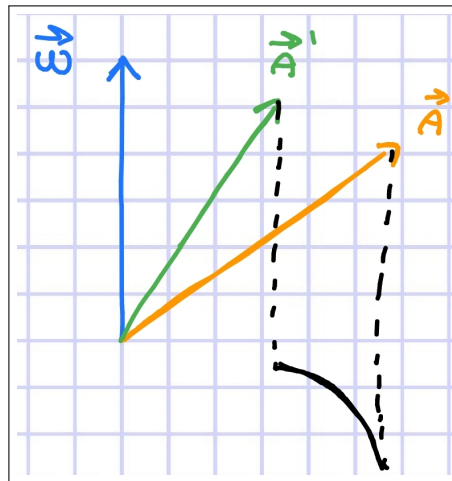
- **direzione**: la direzione **ortogonale** al piano che contiene \vec{v} e \vec{w} ;
- **verso**: per quanto riguarda il verso, includo la regola generale della mano destra:

- il verso di $\vec{v} \times \vec{w}$ si ricava con la **regola della mano destra**: si dispone il pollice della mano destra nella direzione e nel verso del vettore \vec{v} , e l'indice nella direzione e nel verso di \vec{w} . Distendendo il dito medio perpendicolarmente al palmo della mano, si ha la direzione e il verso in cui punta il prodotto $\vec{v} \times \vec{w}$.

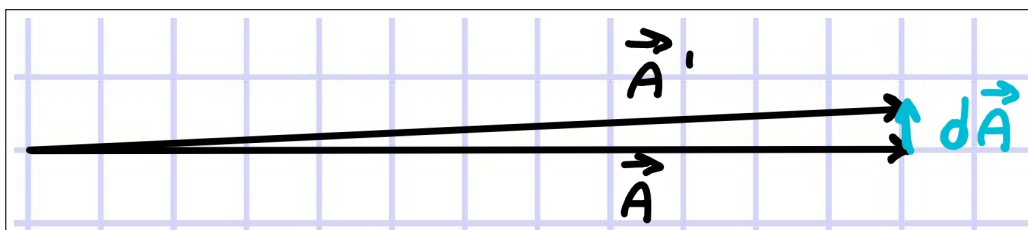


1.9.3 Legge di Poisson

L'ultimo concetto da introdurre, ci permette di "ridurre" la derivata di un vettore ad un prodotto vettoriale. Supponiamo di avere un cono gelato e di **disegnare un vettore sul lato di questo cono**. Ora, immaginiamo di applicare una rotazione sull'asse di questo cono, otterremo qualcosa del genere:



Ora, se lo spostamento di \vec{A} verso \vec{A}' è **infinitesimale**, ovvero



possiamo "approssimare" dA nell'intervallo di tempo dt (dA/dt , ovvero la derivata) come il **prodotto vettoriale tra il vettore rotazione $\vec{\omega}$ ed il vettore \vec{A}** :

$$\frac{d\vec{A}}{dt} = \vec{\omega} \times \vec{A}$$

1.9.4 Cambiare il sistema di riferimento

Supponiamo di avere **2 sistemi di riferimento**:

- S : sistema di riferimento **inerziale**, **FISSO**;
- S' : sistema di riferimento **non inerziale**, che **rispetto ad S NON è FISSO**;

Vediamo un disegno:

