Linguaggi formali e compilatori

UNITN - Lazzerini Thomas

Marzo 2021

Nel presente documento sono presenti gli appunti relativi alla teoria del corso "**Fisica**" dell'anno **2021-2022** tenuto dal **professor Iuppa**).

Indice

1 Formulario

1.1 Unità di misura

T	=>	10^{12}	G	=>	10^{9}
M	=>	10^{6}	k	=>	10^{3}
m	=>	10^{-3}	μ	=>	10^{-6}
n	=>	10^{-9}	p	=>	10^{-12}

2 Introduzione

2.1 Il metodo sperimentale

Distingue discipline sperimentali da discipline non sperimentali. Si compone di diverse fasi:

1. **formulazione ipotesi**: si fa un'**ipostesi descrittiva** (in **linguaggio matematico**) della porzione di mondo che si vuole analizzare, di conseguenza si decide di **non considerare** altre caratteristiche del mondo che non centrano con l'ipotesi che stiamo formulando;

2. **esperimento**: si va a ricreare una situazione dove l'aspetto che vogliamo analizzare è **sicuramente presente** e **influenzato il meno possibile da fattori esterni**;

3. **esecuzione dell'esperimento**: si verifica l'ipotesi, formulata in modo matematico, confrontando i valori ottenuti con l'esperimento con quelli che si ottengono dalla nostra ipotesi.

In base alla "verifica" dell'ipotesi possiamo fare una differenziazione:

- **teoria**: l'ipotesi **non è ancora verificata**, o è verificata **parzialmente**;

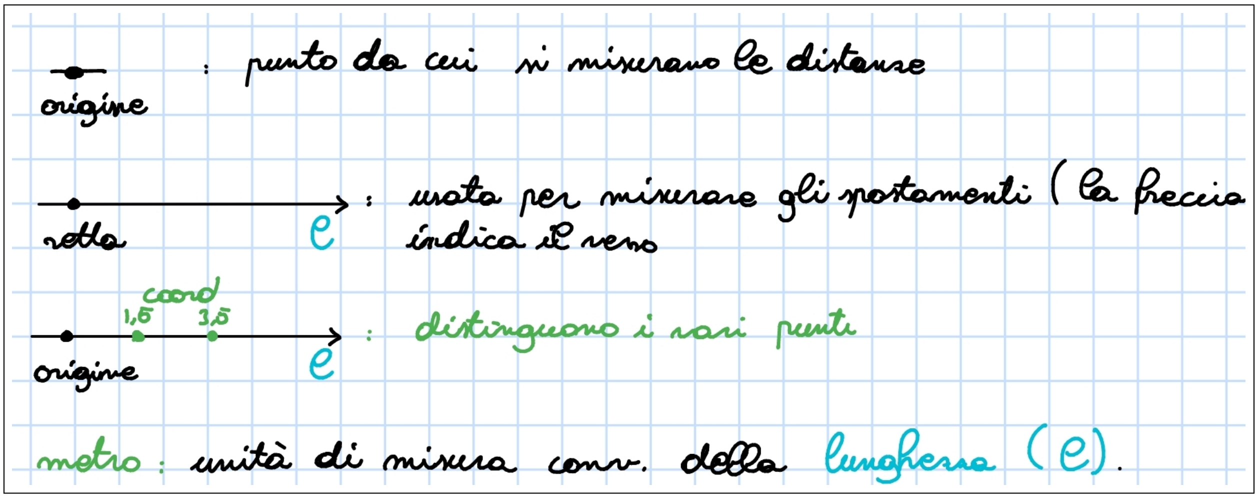
- **legge fisica**: l'ipotesi **è verificata** (in un certo ambito);

3 Cinetica dei punti

Descrive il movimento dei corpi.

3.1 Sistema di riferimento

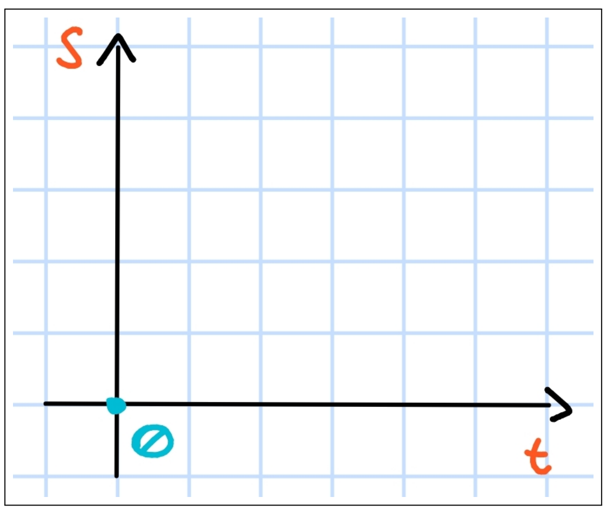
Specifichiamo un sistema di riferimento per il seguente argomento:



Una cosa importante da notare è che un numero singolo può rappresentare solo cose "**mono-dimensionali**" e che, soprattutto, non tutte le unità di misura possono rappresentare qualsiasi cosa (ad es.: l'età dell'universo non si può rappresentare con i metri).

3.2 Diagramma dello spazio

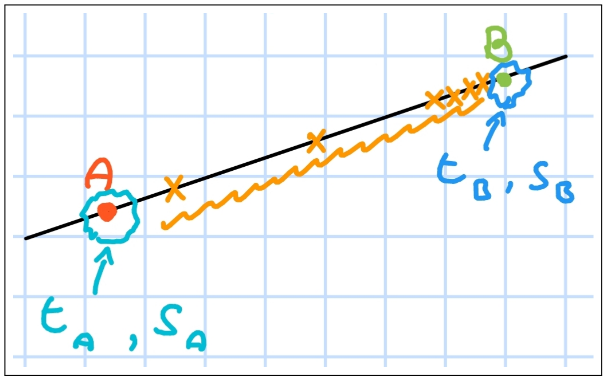
Rappresentiamo lo spostamento nel tempo tramite un "***diagramma dello spazio***":



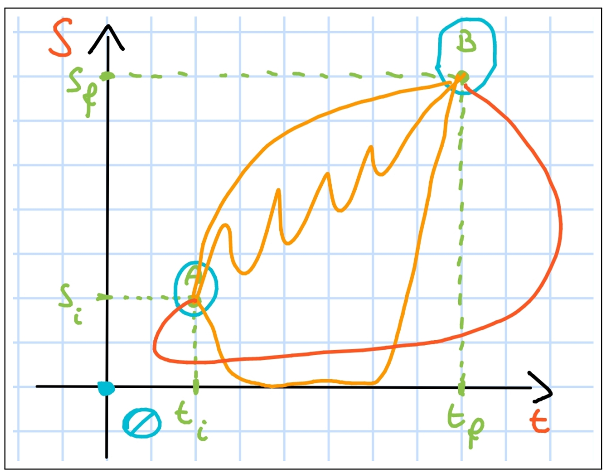
In particolare, in questo diagramma rappresentiamo sull'asse Y lo **spostamento** (s) (rappresentato come **valore uni-dimensionale**) e sull'asse X il **tempo** (t) (anche rappresentato come **valore uni-dimensionale**). *Nota che il diagrmma NON RAPPRESENTA una posizione, ma lo spostamento in relazione al tempo*.

3.3 Caso semplice

Vediamo un semplice caso di utilizzo per capire come usare i diagrammi dello spazio:



Possiamo immaginare di avere un oggetto in movimento su una retta tra i punti A e B, come possiamo rappresentare questo movimento nel diagramma? Come prima cosa posizioniamo i "fenomeni" (***def. qualcosa che appare evidente all'osservazione***), ovvero i **punti A e B**, nota che non è detto che questi punti coincidano con dei "punti particolari" (ad esempio l'origine) nel nostro diagramma. In particolare, a questi punti associamo **un valore sull'asse del tempo (t_i, t_f)** ed **un valore sull'asse dello spazio (s_i, s_f)**. A questo punto esistono **infiniti possibili percorsi** tra il punto A ed il punto B, ad esempio:



Importante notare che ***non tutti questi percorsi, pur avendo senso matematico, hanno senso fisico***! Ad esempio, il percorso in rosso "torna indietro nel tempo"!

3.4 Moto rettilineo uniforme

STUB##################### (In teoria lo fa dopo, controllare)

3.5 Velocità

Possiamo immaginare la velocità (v) come la "***def. variazione dello spazio rapportato al tempo impiegato per percorrerlo***", in particolare la velocità è data dalla formula:

$$v = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Vediamo un semplice esempio:

$$s_i = 400m,\ s_f = 700m,\ t_i = 7:30 = 450min,\ t_f = 7:40 = 460min$$

$$v = \frac{700m - 400m}{460min - 450min} = \frac{300m}{600s} = 0,5m/s$$

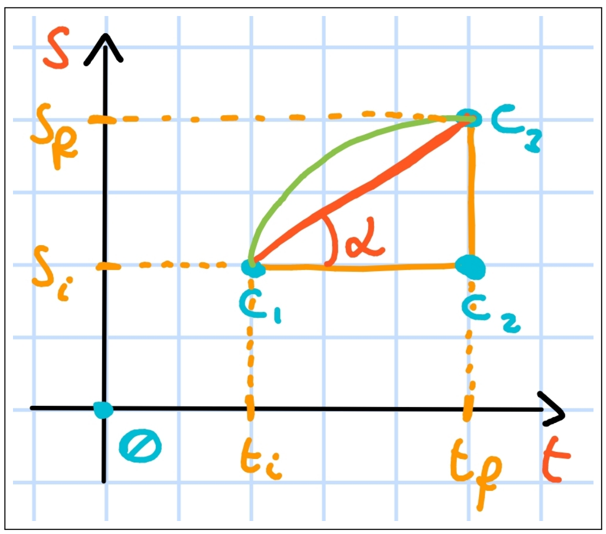
Nota che nella seconda uguaglianza nell'esempio abbiamo **convertito i minuti in secondi**, puoi immaginare che abbiamo posto "$min = (60s)$", quindi abbiamo fatto "$10min = 10 * (60s) = 600s$".

3.5.1 Velocità istantanea

Quella che abbiamo calcolato prima possiamo vederla come "velocità media" di tutto il percorso, la **velocità istantanea** invece possiamo vederla come la ***def. velocità in un punto specifico del percorso***. Immagina quindi di fare la formula:

$$v_{ist} = lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\delta s}{\delta t}$$

Nota che quando si usa la lettera "δ" stiamo ad indicare una **piccola** (infinitesima) **variazione**. Ora, se il valore di s viene espresso **in funzione di t**, quindi abbiamo $s(t)$, e la funzione "$s(t)$" è **derivabile**, allora la **velocità istantanea corrisponde alla derivata prima della funzione** $s(t)$, che a sua volta corrisponde a $\frac{ds}{dt}$.



Supponendo che il **moto del nostro punto** venga identificato dalla curva in verde, il rapporto tra la lunghezza dei 2 cateti C_1C_2 (Δt) e C_2C_3 (Δs) rappresenta la **tangente** α, che in questo caso rappresenta la **velocità media**. Ora, se restringiamo l'intervallo di t in modo che tenda a 0 e calcoliamo il valore della derivata in quel punto otterremo la velocità istantanea.

3.5.2 Accelerazione

Nel paragrafo precedente abbiamo visto che la **velocità in un punto corrisponde al valore della derivata prima** (della funzione che rappresenta il moto del nostro corpo) **in quel punto**, per quanto riguarda l'accelerazione abbiamo che **l'accelerazione corrisponde al rapporto tra la derivata della velocità e la derivata del tempo**, ottenendo quindi la formula $\frac{dv}{dt}$, operativamente dobbiamo fare la **derivata seconda della funzione che rappresenta il moto del nostro punto**.

3.5.3 Moto rettilineo uniformemente accellerato

Cominciamo col dire che:

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Ricorda che con dv e dt intendiamo le **derivate**. Da questa ricaviamo dv, ovvero:

$$dv = a * dt \;\; => \int_A^B dv = \int_A^B (a * dt) \;\; => v_B - v_A = a(t_B - t_A)$$

Da questo otteniamo quindi che la velocità in funzione del tempo corrisponde a:

$$\underline{v(t) = v_0 + a(t - t_0)}$$

Ottenuta questa formula, possiamo passare a calcolare lo **spazio in funzione del tempo**, ovvero:

$$v(t) = \frac{ds}{dt} \;\; => \;\; ds = v * dt \;\; => \;\; \int_A^B ds = \int_A^B v * dt \;\; => \;\; s_B - s_A = \int_A^B [v_0 + a(t - t_0)]dt \;\; =>$$
$$=> \;\; s_B - s_A = \left[v_0 * t + a\frac{(t - t_0)^2}{2}\right]_A^B \;\; => \;\; s_B - s_A = v_0 * t_B + a\frac{(t_B - t_0)^2}{2} - v_0 * t_A + a\frac{(t_A - t_0)^2}{2}$$

Da questo otteniamo quindi che la velocità in funzione del tempo corrisponde a:

$$\underline{s(t) = s_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2}$$

Terminiamo dicendo che in questo moto **l'accelerazione è costante**, quindi:

$$\underline{a(t) = a}$$

3.5.4 Esercizi vari sui moti con formule

Vediamo alcuni esempi:

3.5.4.1 Esempio 1 (moto rettilineo uniforme) Supponiamo di avere un oggetto che si sposta da un punto A (t_0, s_0) ad un punto B (t_1, s_1) tramite un **moto rettilineo uniforme**, abbiamo i seguenti dati:

$t_0 =?$ $\quad s_0 = 1,5Km$ $\quad v = 36m/s$
$s_1 = 11,5Km$ $\quad t_1 = 0,3h$

L'obiettivo è trovare i dati mancanti (ovvero t_0). Noi sappiamo che la velocità "v" corrisponde a:

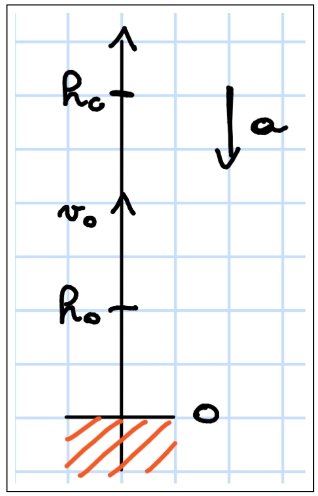
$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} => ... => t_0 = t_1 - \frac{s_1 - s_0}{v}$$

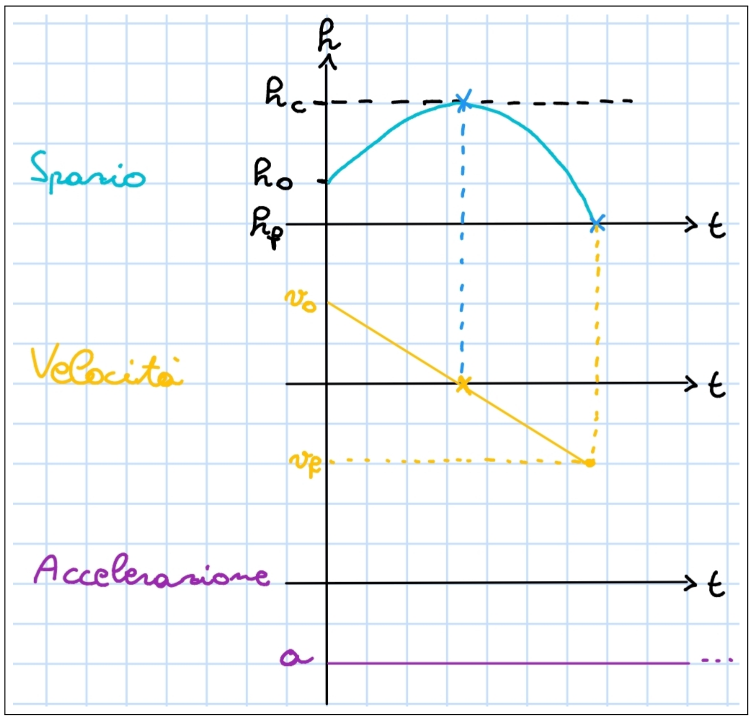
Sostituendo i valori forniti, otteniamo che $t_0 \approx 802,22s$

3.5.4.2 Esempio 2 (moto rettilineo uniformemente accellerato) Supponiamo di avere un oggetto all'altezza h_0 e di lanciarlo verso l'alto con una velocità v_0 nell'istante t_0 con un'accelerazione a. Dobbiamo trovare l'altezza (h_c) ed il tempo (t_c) di culmine e, supponendo che alla fine l'oggetto raggiunga l'altezza finale "h_f", trovare il tempo finale "t_f". Supponiamo di avere i seguenti dati:

$h_0 = 100m$ $\quad t_0 = 0s$ $\quad v_0 = 5m/s$ $\quad a = -9,8m/s^2$
$t_c =?$ $\quad h_c =?$ $\quad t_f =?$ $\quad h_f = 0m$

Includiamo delle immagini complementari:





Procediamo per punti:

1. Vogliamo trovare il tempo di culmine (t_c), quindi poniamo $v(t) = 0$ e troviamo la t che rende vera l'equazione:

$$v(t) = 0 \;\; => \;\; v_0 + a(t - 0) \;\; => \;\; t_c = -\frac{v_0}{a} = -\frac{5m/s}{-9,8m/s^2} \approx 0,51s$$

2. Vogliamo calcolare l'altezza di culmine (h_c), per farlo usiamo la formula dello spazio:

$$h_c = s(t_c) = s_0 + v_0(t_c - 0) + \frac{1}{2}a(t_c - 0)^2 =$$
$$= 100m + 5m/s * (0,51s) + 1/2(-9,8m/s^2) * (0,51s)^2 \approx 101,28m$$

3. Vogliamo calcolare il tempo "finale" (t_f), per farlo usiamo sempre la formula dello spazio:

$$s(t_f) = h_f = 0 \;\; =>$$
$$=> \;\; s_0 + v_0(t_f - 0) + \frac{1}{2}a(t_f - 0)^2 = 0$$

A questo punto abbiamo una funzione di secondo grado con $x = t_f$, quindi usiamo la formula solita:

$$t_{f\ 1/2} = -\frac{v_0}{a} \pm \sqrt{(-\frac{v_0}{a})^2 - 2\frac{s_0}{a}}$$
$$t_f = 0,51s + \sqrt{(0,51s)^2 - 2 * \frac{100m}{-9,8m/s^2}} \approx 5,06s$$

Nota che possiamo subito sostituire il "$\pm$" con un "$+$" dato che la radice sarà sicuramente più grande di quel $0,51$ che la precede, quindi non avrebbe fisicamente senso fare altrimenti (tempo negativo).

3.6 Moto armonico

Nel moto armonico abbiamo un'**accelerazione oscillante**, nella forma $\underline{a_0 * sin(t)}$. Il problema è che il sin (come tutte le funzioni matematiche) è adimensionale, quindi dobbiamo aggiungere delle componenti aggiuntive per **rendere il tempo "t" adimensionale**, in paricolare abbiamo che:

$$a(t) = a_0 * sin(\omega t + \varphi)$$

dove "ω" rappresenta la **pulsazione** e "φ" la **fase**. Nota che **abbiamo già l'accelerazione**, ovvero $a_0 * sin(t)$, quindi per calcolare velocità e spazio procediamo per **integrazioni successive**, con gli estremi di integrazione che corrispondono al **punto di inizio e di fine** della nostra misurazione.

$$v(t) = v_0 + \int_{t_0}^{t} a(\tau)d\tau = v_0 + \frac{1}{\omega}\int_{t_0}^{t} \omega a_0 sin(\omega t + \varphi)d\tau =$$
$$= v_0 + \frac{1}{\omega}\Big[-cos(\omega t + \varphi)\Big]_{t_0}^{t} = v_0 - \frac{a_0}{\omega}cos(\omega t + \varphi) + \frac{a_0}{\omega}cos(\omega t_0 + \varphi) =$$
$$= V - \frac{a_0}{\omega}cos(\omega t + \varphi)$$

Nota che il testo in rosso sopra, in quanto costante, viene raccolto in V, passiamo ora a calcolare lo spazio (che corrisponde all'integrazione della velocità):

$$s(t) = s_0 + \int_{t_0}^{t} v(\tau)d\tau =$$
$$= s_0 + V(t - t_0) - \frac{a_0}{\omega^2}sin(\omega t + \varphi) + \frac{a_0}{\omega^2}sin(\omega t_0 + \varphi) =$$
$$= S + V(t - t_0) - \frac{a_0}{\omega^2}sin(\omega t + \varphi)$$

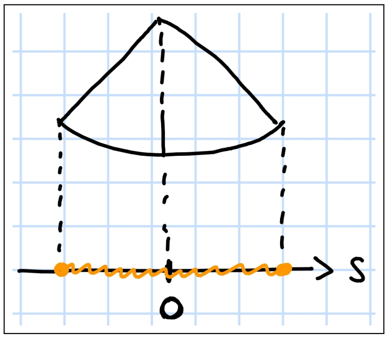
In definitiva, le formule che interessano a noi sono:

$$a(t) = a_0 * sin(\omega t + \varphi)$$
$$v(t) = V - \frac{a_0}{\omega}cos(\omega t + \varphi)$$
$$s(t) = S + V(t - t_0) - \frac{a_0}{\omega^2}sin(\omega t + \varphi)$$

Ricorda che le parti in rosso sono costanti (di solito per noi varranno 0), mentre l'accelerazione ci è stata fornita all'intizio, quindi teniamo quella. Vediamo un "esempio":

3.6.1 Esempio di moto armonico

Ipotiziamo di avere una situazione del genere: vogliamo misuare l'andamento dell'ombra di un'altalena (che va solo avanti e indietro) sulla superficie.



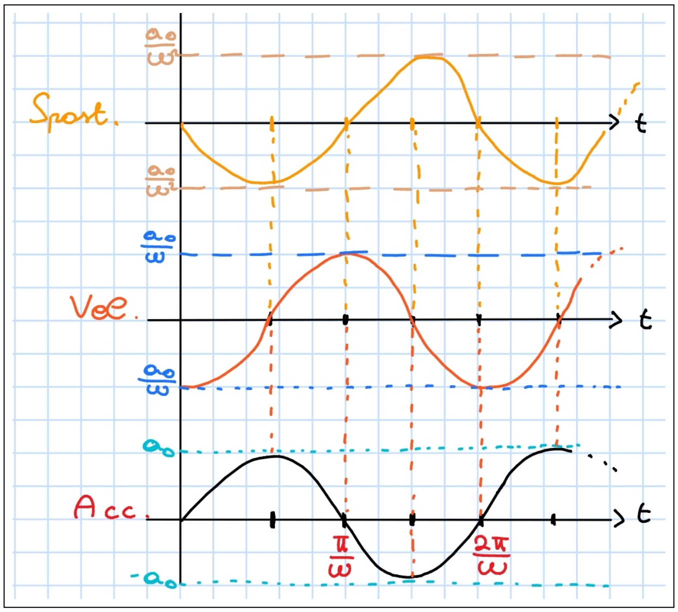
Noi ***assumiamo sempre che φ (ovvero la fase)$= 0$*** e che ***cominciamo da $t_0 = 0$***, quindi le nostre formule diventano:

$$a(t) = a_0 * sin(\omega t)$$
$$v(t) = -\frac{a_0}{\omega} cos(\omega t)$$
$$s(t) = -\frac{a_0}{\omega^2} sin(\omega t)$$

Prima di passare al grafico dobbiamo calcolare il valore della nostra variabile t, ora noi sappiamo che ωt, dato che $\varphi = 0$, deve rappresentare una rotazione completa (2π):

$$\omega t = 2\pi \;\; => \;\; t = \frac{2\pi}{\omega} = T$$

Nota che il nostro T rappresenta il **periodo**. Con queste funzioni/variabili, possiamo passare al calcolo dei grafici temporali:



3.7 I moti piani

Prima di partice con i moti veri e propri, introduciamo velocemente i **vettori**.

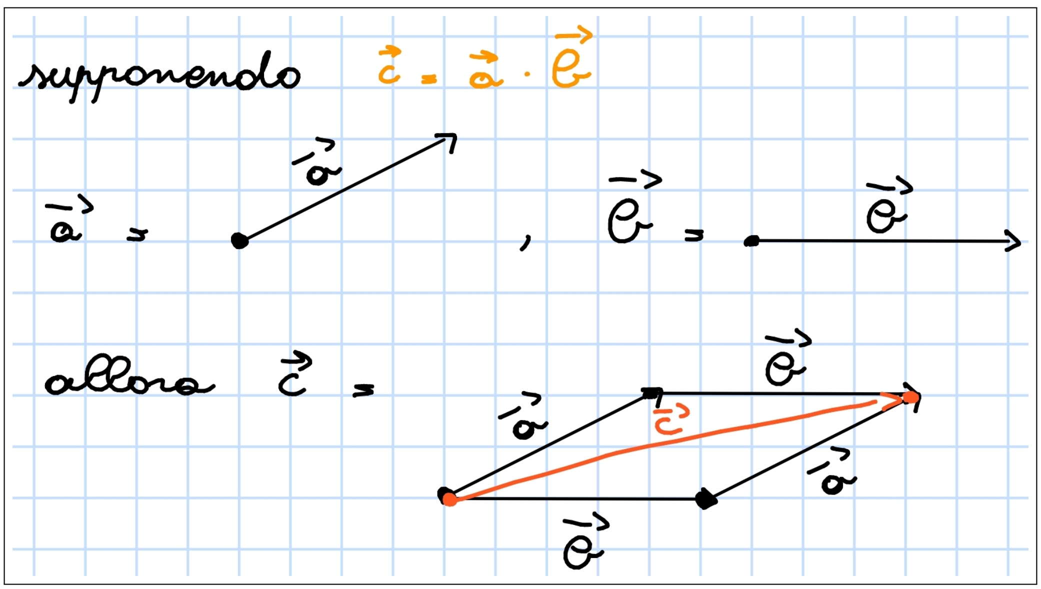
3.7.1 I vettori

Passiamo ora a considerare i **moti con 2 dimensioni**, per questo motivo dobbiamo introdurre i **vettori** composti da:

- punto di inizio;
- verso;
- modulo (la lunghezza del vettore);
- direzione (la retta su cui giace il vettore);

I vettori, si comportano in modi leggermente diversi rispetto ai numeri "normali", in particolare a noi interessa:

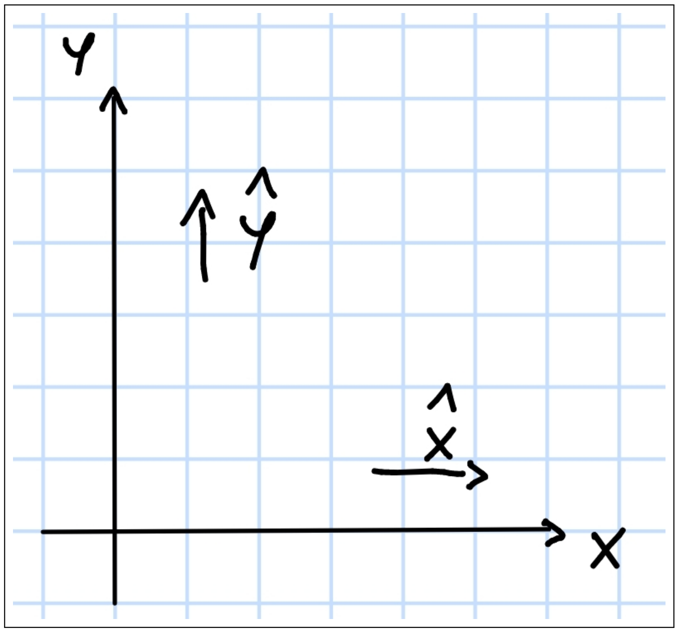
- somma: si fa con la **regola del parallelogramma**, ovvero:



- prodotto per scalare: quando si moltiplica un vettore per uno scalare, semplicemente si va a **moltiplicare il modulo del vettore**, in particolare "$\vec{a} = b * \vec{c} => |\vec{a}| = b * |\vec{c}|$"

3.7.2 Sistema di riferimento

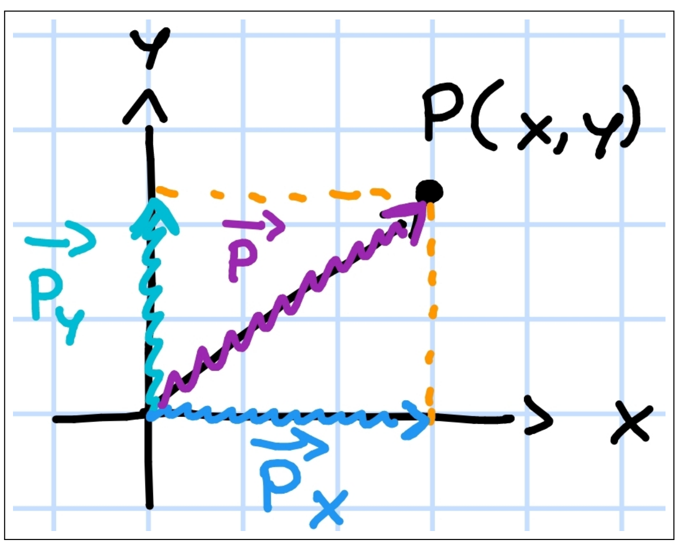
Introduciamo ora il sistema di riferimento per questo moto:



Da questo punto in poi, rappresentiamo il moto sul **piano cartesiano**: rappresenteremo quindi il **movimento "fisico"** del moto in quanto **non più unidimensionale!** Per quanto riguarda gli assi, si usano quelli che vengono definiti **versori** che matematicamente si rappresentano come $\hat{x} = \vec{x}/|\vec{x}|$. In questo modo otteniamo qualcosa di **adimensionale** e che ha **modulo 1 per definizione**.

Quando vogliamo rappresentare un punto, possiamo farlo **attraverso un vettore**, che a sua volta si può rappresentare come la **somma di 2 vettori "unidimensionali"** (uno per ogni asse) che a loro volta si possono rappresentare come **spostamenti sui vari assi moltiplicati per il versore associato**:

$$\vec{P} = \vec{P}_x + \vec{P}_y = S_x * \hat{x} + S_y * \hat{y}$$



Allo stesso modo possiamo rappresentare velocità ed accelerazione!

3.8 Moto circolare uniforme

Nel moto circolare uniforme la velocità è **costante**, infatti in tutti i punti la velocità **non** cambia lunghezza, cambia solo la sua direzione. La velocità in un punto, inoltre, è **sempre tangente** alla traiettoria in quel punto. Si hanno le seguenti formule:

$$\alpha(t) = \alpha_0 + \omega t \qquad\qquad r(t) = R$$

dove R è il raggio della circonferenza e ω è la velocità angolare, definita come $\omega = \frac{2\pi}{T}$ con T periodo. La **frequenza** è definita come $f = \frac{1}{T}$ e la **velocità** come:

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$$

Osservando la formula qui sopra, possiamo notare che a meno che il raggio R non cambi, la velocità sarà costante, nel caso in cui cambia, invece, cambierà anche la velocità. Ora, ponendo l'origine del piano cartesiano come il centro della circonferenza, calcoliamo lo **spazio**, la **velocità** e l'**accelerazione** in funzione del tempo come segue:

$$\vec{s}(t) = \begin{cases} x(t) = Rcos(\alpha(t)) \\ \\ y(t) = Rsin(\alpha(t)) \end{cases}$$

$$\vec{v}(t) = \begin{cases} v_x(t) = -R\frac{d\alpha}{dt}sin(\alpha(t)) = -\omega Rsin(\alpha(t)) \\ \\ v_y(t) = R\frac{d\alpha}{dt}cos(\alpha(t)) = \omega Rcos(\alpha(t)) \end{cases}$$

$$\vec{a}(t) = \begin{cases} a_x(t) = -\omega^2 Rcos(\alpha(t)) \\ \\ a_y(t) = -\omega^2 Rsin(\alpha(t)) \end{cases}$$

Ora l'accelerazione si divide in due componenti, $\vec{a_t}$ (**accelerazione tangente**) e $\vec{a_n}$ (**accelerazione normale o centripeta**). La prima è parallela alla tangente nel punto e modifica il **modulo della velocità**, mentre la seconda è ortogonale alla tangente nel punto e modifica la **traiettoria(direzione)**. Dato un qualsiasi **moto piano**, se prendo una piccola parte di questo, allora può essere immaginato come un arco di circonferenza. Più il tratto è **grande** e più l'arco di circonferenza sembrerà **rettilineo**, più il tratto è **piccolo** e più l'arco di circonferenza sembrerà **curvo** e avrò corrispondentemente una circonferenza **grande** e una **piccola**.

In questo caso avrò quindi che le due componenti dell'accelerazione varranno:

$$|\vec{a_n}| = \frac{v^2}{R}$$

$$|\vec{a_t}| = \vec{a}\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \vec{a}\hat{v}$$

dove è il **versore velocità**