EINSTEINS RELATIVITETSTEORI

Thomas Mellergaard Amby
- Marselisborg Gymnasium -

2014

*

Indhold

KAPITEL 1

INDLEDNING

Følgende note er tænkt som et supplement til lærebøgerne om emnet *relativitetsteori*. Emnet er ikke dækket i det ønskede omfang af bøgerne, hvorfor jeg sammen med fysik A-niveau holdet årgang 2012 fra Marselisborg Gymnasium har kastet mig over dette emne. I gennem emnet har vi brugt litteratur fra flere forskellige kilder bl.a. "*Relativity An introduction to space-time physics*" Adams (1997) såvel som "*University Physics*" Young and Friedman (2004). Hertil kommer forskellige noter som har været anvendt i mindre omfang. Hvorfor de ikke er nævnt i denne indledning.

KAPITEL 2

GALILEI TRANSFORMATIONEN

rmationen

Vi vil starte med at beskrive forskellige reference rammer. Disse kaldes initialsystemer

INITIALSYSTEMER:

lsystemer

I fysik anvender man i forbindelse med relativitetsteorien begrebet *initialsystemer*. Vi vil nu ganske kort gennem gå hvad der karakteriserer et initialsystem.

Inden for fysikken afvender vi betegnelsen *initialsystem* om et koordinatsystem, hvor alle legemer som ikke er påvirket af ydre kræfter

kraft, og som derfor bevæger sig med konstante hastigheder. Der findes uendeligt mange initialsystemer, der bevæger sig med konstante hastigheder. Det vil med andre ord sige, at et koordinatsystem som indeholder en partikel P, skal opfylde Newtons første lov for at det kan betegnes som et initialsystem.

> "*En partikel som ikke er påvirket af en ydre resulterende kraft vil enten ligge stille eller bevæge sig med konstant*

hastighed langs en ret linje."

Sir Issac Newton

DE FYSISKE LOVES UFORANDERLIGHED:

Lad os se lidt mere på de to postulater som den specielle relativitetsteori er baseret på. Begge postulater beskriver hvad en observatør i et initialsystem ser. Teorien er speciel da denne indvirker på observatører i netop sådan et specielt initialsystem.

Einsteins første postulat:

Den specielle relativitetsteori som Albert Einstein udviklede er hovedsagligt baseret på to postulater. Det første postulat går også under navnet *det relativistiske princip* eller *relativitets princippet*. Postulatet lyder som følger:

"*De fysiske love er de samme i alle initialsystemer.*"

Med udgangspunkt i dette postulat kan man indse, at var de fysiske love forskellige i forskellige initialsystemer ville man kunne skelne et initialsystem fra et andet, eller gøre et system mere "*rigtigt*" end et andet initialsystem. Se nedenstående to eksempler.

Eksempel 1 - De legende børn:

Antag at du iagttager to børn som spiller et spil hvori det gælder om at gribe en bod som den anden har kastet, alt imens I alle tre kører i et tog som bevæger sig med konstant hastighed. På baggrund af dine observationer af boldens bevægelse, vil du (uanset hvor umage du gør dig med observationerne), ikke kunne afgøre med hvilken hastighed toget kører. Grunden til dette er at Newtons bevægelseslove er de samme i alle initialsystemer.

Eksempel 2 - Magneten og spolen:

I et andet eksempel kigger vi på den kraft som induceres i en spole når man bevæger en permanent magnet i nærheden af den. I det initialsystem hvor *spolen* er i hvile, vil den bevægende magnet resultere i en ændring af den magnetiske flux gennem spolen, hvilket resultere i en induceret kraft.

I et andet men lige så godt initialsystem vil vi opfatte *magneten* som værende i hvile. Her vil spolens bevægelse gennem det magnetiske felt inducere en kraft. I følge relativitetsteorien er begge disse initialsystemer lige gode, hvorfor det også må være den samme kraft som induceres i begge tilfælde.

Vi skal nu se lidt på Einsteins andet postulat som er den anden hjørne sten i den specielle relativitetsteori.

Einsteins andet postulat:

Igennem det nittendeårhundrede, troede de fleste fysikkere at lyset bevægede sig gennem et hypotetisk medium kaldet *æteren*, på samme måde som lydbølger bevæger sig gennem luften. Hvis dette var tilfældet ville lysets fart målt af en observatør afhænge af dennes bevægelse relativt til æteren, og ville derfor være forskellig i forskellige retninger. Michelson-Morley eksperimentet som beskrives i kapitel 3, var et forsøg på at detektere Jordens bevægelse relativt til æteren.

Einsteins særlige forståelse var at indse at hvis Maxwell's ligninger er gyldige i alle initial systemer, så må lysets hastighed i vakuum også være den samme i alle systemer og i alle retninger. Dette var også grunden til Michelson og Morley *ikke* kunne måle nogen æter, derfor er æter begrebet også blevet droppet. Selvom Einstein muligvis ikke har kendt til Michelson og Morleys negative resultater er det den første underbygning af hans på dette tidspunkt dristige teori om konsistensen af lysets fart i vakuum. Einsteins andet postulat lyder således:

> "*Lysets hastighed i vakuum er dens amme i alle initialsystemer og er uafhængig af lyskildens bevægelse.*"

Lad os et øjeblik tænke over hvad det andet postulat har af betydning. Antag at to observatører måler lysets hastighed i vakuum. Den ene observatør er i *hvile* i forhold til lyskilden, og den anden bevæger sig væk fra lyskilden. Begge observatører befinder sig i initialsystemer. Ifølge de relativistiske princip, *skal* de to observatører få det samme resultat, selv om den ene bevæger sig i forhold til den anden.

Eksempel 3 - Rumskibet og missilet:

Hvis dette virker lidt for indlysende, så overvej da følgende stiuation: Et rumskib bevæger sig forbi Jorden med hastigheden 1000 m/s. Rumskibet skyder nu et missil afsted med hastigheden 2000 m/s, relativt til rumskibet.

Hvad er nu missilets fart, relativt til Jorden?

Indlydende, vil du sansynligvis svare. Det er da et elementært spørgsmål om relativ hastighed. I følge den klassiske mekanik og Newton er det korrekte svar 3000 m/s.

Eksempel 4 - Rumskibet og lysstrålen:

Lad os nu antage at rumskibet tænder en søgelampe, som peger i den retning som missilet fra *eksempel 3* blev skudt i. En observatør på rumskibet måler lysets hastighed for søgelampen, og finder frem til hastigheden, c. I følge Einsteins andet postulat, kan bevægelsen af lyset efter det har forladt lyskilden *ikke* afhænge af lyskildens bevægelse. Derfor vil en observatør på Jorden som også måler hastigheden af lyset fra søgelampen også opnå resultatet c og ikke som man umiddelbart skulle tro, jf. den klassiske mekanik $c + 1000\text{m}/\text{s}$.

Dette står i kontrast til vores elementære forståelse af relative hastigheder, og det kan endda stride mod almindelig sund fornuft. Men husk da på, at *sund fornuft* er baseret på hverdags erfaringer, og det inkluderer normal vis ikke måling af lysets hastighed.

Med Einsteins andet postulat følger imidlertid en begrænsning, nemlig

> "*Det er umuligt for en observatør i et initialsystem, at bevæge sig med hastigheden c, lysets hastighed i vakuum*."

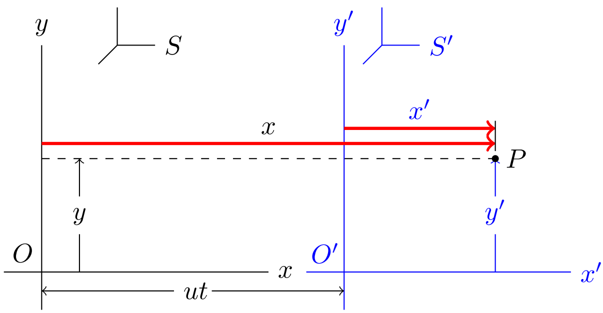
Denne begrænsning kan nu underbygges ved at vise, at bevægelse med hastigheden c medfører logisk modstrid. Vi begynder med, antage at rumskibet i S' bevæger sig med lysets hastighed i forhold til en observatør på Jorden, således at hastigheden $v_{S'/S} = c$. Hvis rumskibet tænder en fremadrettet lygte, vil Einsteins andet postulat medvirke at observatøren på Jorden S, måler lysstrålen fra lygten til ligeledes at bevæge sig med hastigheden c. Hvorfor denne observatør vil observere at lysstrålen og rumskibet følges ad samt at de til enhver tid vil være på det samme sted i rummet.

Men Einsteins andet postulat medfører også at lysstrålen bevæger sig med hastigheden c relativt til rumskibet, dermed kan de *ikke* være på det samme sted i rumme. Denne modstrid kan kun undgåes hvis, og kun hvis det *ikke* er muligt for en observatør i et initialsystem at bevæge sig med lysets hastighed.

GALILEI OG DE KLASSISKE KOORDINAT TRANSFORMATIONER:

TODO: Beskriv transformation samt deres oprindelse

Lad os nu omformulere ovenstående betragtninger om Einsteins andet postulat til et symbolsk argument, ved at anvende to initialsystemer. Vi anvender symbolet S for observatøren på Jorden og S' for observatøren i rumskibet i bevægelse, som vist på figuren herunder.



Galileis koordinat transformationer:

For at holde tingene så simple som muligt, har vi udeladt at tegne z-akserne i koordinatsystemerne. x-akserne i de to koordinatsystemer følger den samme linje, men origo i det mærkede koordinatsystem S', O' bevæger sig relativt til origo O, for det umærkede koordinatsystem S. Bevægelsen sker med den konstante hastighed u og det er som sagt langs den fælles |xx'|-akse. Tidsmålingen i forhold til de to koordinatsystemer er defineret således at $t = t' = 0$ der hvor $O = O'$. Vi definere med andre ord at tiden $t = 0$ og $t' = 0$ når de to koordinatsystemers nulpunkter er sammenfaldende. Det betyder at de to koordinatsystemers indbyrdes afstand til ethvert senere tidspunkt t er ut.

Overvej nu hvorledes man kan bestemme bevægelsen for en partikel P. P kunne være et udforskningskøretøj som er udsendt fra rumskibet, eller en lyspuls fra en laser. Vi kan beskrive *positionen* af denne partikel ved hjælp af de sædvanlige rumlige koordinater (x, y, z) i S som set fra Jorden eller man kunne anvende koordinaterne (x', y', z') i S', som set fra rumskibet.

Vi ønsker altså med andre ord at udvikle en beskrivelse af sammenhængen mellem koordinaterne x, y og z i S og koordinaterne x', y' og z' i S' dette kan vi også skrive som

$$(x, y, z) \mapsto (x', y', z')$$

Det sidste vi mangler er den 4. koordinat. Her er der tale om tidskoordinaten. Det betyder at hvor vi normalt er vant til at arbejde i en tre dimensionel model skal vi nu til at håndtere en fire dimensionel model. Vi husker på at t er defineret som tiden fra O og O' var sammenfaldende. Derfor bliver vores rigtige koordinat transformation givet ved et firepunkts koordinat.

$$(x, y, z, t) \mapsto (x', y', z', t')$$

På baggrund af ovenstående figur kan vi nu udlede, de fire nedenstående sammehænge:

$$x = x' + ut \tag{G.1}$$ eq:Gx

$$y = y' \tag{G.2}$$ eq:Gy

$$z = z' \tag{G.3}$$ eq:Gz

$$t = t' \tag{G.4}$$ eq:Gt

De første tre (G.1 - G.3) kaldes Galileiske koordinat transformationer eller Galilei transformationerne (i daglig tale). Hvorimod ligning

(G.4) mere er en slags forudsætning. Fra den Newtonske mekanik kan man finde noget tilsvarende men det skal vi ikke nærmere ind på her.

Galileis hastigheds transformation:

Hvis vores partikel P bevæger sig i x-aksens retning, og dens momentane hastighed v_x målt af en observatør i hvile i S så må $v_x = dx/dt$. Da det vides at hastighed er strækning pr. tid. Ligeledes må en observatør i hvile i initialsystemet S' måle partiklens hastighed til v'_x som ligeledes er $v'_x = dx'/dt$. Derved kan vi nu udlede en relation mellem hastighederne v_x og v'_x, ved at tage den afledte mht. t af den første ligning (G.1) i Galilei transformationerne.

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + u$$

Her er dx/dt hastigheden v_x målt i S mens dx'/dt er hastighed v'_x målt i S', heraf følger den Galileiske hastigheds transformation som kan skrives på formen:

$$v_x = v'_x + u \tag{G.5}$$

Man ser nu at der er et fundementalt problem med denne transformation (G.5). Hvis vi anvender hastigheder som er sammenlignlige med lysets hastighed, vil ligningen nemlig give følgende resultat, $c = c' + u$. Dette bryder med Einsteins andet postulat og det er i direkte modstrid med eksperimentelle undersøgelser som konkludere at $c = c'$ som forudsagt af Einstein. Dette er en ægte uoverensstemmelse, og det er ikke blot en illusion, derfor er vi nødt til at løse problemet. Hvis vi tager Einsteins postulat for gode varer, så medfører det at vi må forkaste Galilei transfomationerne som værende korrekt, til trods for at vi på fornemste vis kunne udlede dem. Disse ligninger behøver modifikationer for at bringe dem i overenstemmelse med det relativistiske princip og samt det andet postulat fra Einstein.

Galilei transformationernes problemer løses:

Løsningen involverer nogle yderst fundementale modifikationer i vores kinematiske forståelse. Den første ide, som skal ændres er den antagelse at observatørenes initialsystemer S og S' anvende den samme *tidsskala*, tidligere defineret som $t = t'$, jf. ligning (G.4). Eller som er ved, at vise denne hverdags antagelse kan næppe være rigtig, de to observatører **må** have forskellige tidsskalaer. Vi **må** deffiniere hastigheden $v' = dx'/dt'$ og altså ikke dx'/dt. De to størrelser er *ikke* den samme. Vi kommer nærmere ind på løsningen af problemerne med Galilei transformationerne i kapitlet 4

KAPITEL 3

MICHELSON MORLEY

sonMorley

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetuer.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

KAPITEL 4

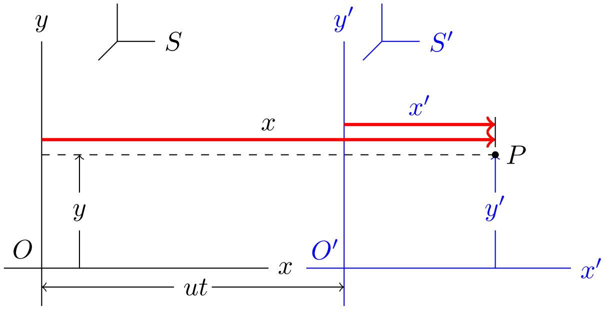
LORENTZ TRANSFORMATIONEN

I kapitel 2 omtalte vi de Galileiske koordinat transformations ligninger se (G.1 - G.4 i kapitel 2). Disse transformationer relatere koordinatet

$$(x, y, z, t) \text{ i } S \mapsto (x', y', z', t') \text{ i } S'$$

Her er en af forudsætningerne at det andet system S' bevæger sig med konstant fart u relativt til systemet S i positiv retning langs den fælles $x - x'$ akse. Denne transformation antager også at tidsskalaen er den samme i for de to systemer, hvilket fremgår af ligning (G.4) i kapitel 2. Som vi tidligere har vist gælder Galilei transformationen kun for grænseområdet for u gående mod nul. Vi er derfor nu klar til at udlede en mere generel transformation som er konsistent med relativitets princippet. Denne mere generelle transformation har fået navnet *Lorentz transformationen*. Vores første spørgsmål er følgende:

> "*Når en begivenhed finder sted i punktet (x,y,z) til tiden t, som det observeres i systemet S, hvad er da koordinaterne (x',y',z') og tiden t' af begivenheden som den observeres i systemet S' som bevæger sig relativt til S med konstant hastighed u og i positiv x-retning.*"



For at udlede denne koordinat kransformation, refererer vi igen til figuren fra kapitel sec:GalileiTransformationen 2. Som før, antager vi at de to systemers nulpunkter er sammenfaldende til tiden $t = 0 = t'$. Derfor er afstanden i S fra O til O' til tiden t stadig ut.

Koordinatet x' er en *rigtig længde* i S', hvilket betyder at i systemet S vil den være forkortet med en faktor:

$$\frac{1}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

Som vi tidligere har vist om længdeforkortning. Derfor vil afstanden x fra O til P, som den ses fra S ikke blot være $x = x' + ut$, som vi kender fra Galilei transformationen men derimod:

$$x = ut + x' \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{2}} \tag{4.1}$$ eq:L1

Løser vi nu denne ligning for x' , finder vi frem til følgende:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{2}}} \tag{L.1}$$ eq:L2

Dette er den ene del af Lorentz transformationen. Den anden del af transformationen er den ligning som giver os t' udtrykt ved x og t.

For at finde frem til denne ligning, skal vi noterer os at det relativistiske princip kræver at *formen* af transformationen fra S til S' skal være identisk med transformationen fra S' til S. Den eneste forskel er at vi ændre et fortegn i forhold til den relative hastigheds komponent u. Dermed kan ligning (eq:L1 4.1) omskrives til

$$x' = -ut' + x \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{2}} \tag{4.2}$$ eq:L3

Vi kan nu sætte ligning (eq:L2 L.1) og (eq:L3 4.2) lig med hinanden for at eliminere x'. Dette giver os en ligning for t' udtrykt ved x og t. Dette giver:

$$t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \tag{L.2}$$ eq:L4

Som vi tidligere har omtalt så er længder målt vinkelret på bevægelsesretningen ikke påvirket af bevægelsen, hvilket betyder at $y' = y$ og $z' = z$.

Samler vi nu alle udtrykkene sammen kan vi se at Lorentz transformatioenen består af følgende fire ligninger:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{2}}} = \gamma \cdot (x - ut) \tag{L.1}$$ eq:Lx

$$y' = y \tag{L.2}$$ eq:Ly

$$z' = z \tag{L.3}$$ eq:Lz

$$t' = \frac{t - \frac{ux}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma \cdot (t - \frac{ux}{c^2}) \tag{L.4}$$ eq:Lt

Dette sæt af ligninger er den generelle transformations beskrivelse mellem to initialsystemer i relativitetsteorien. Hvorfor vi herefter ikke længere vil anvende Galilei transformationerne, da disse som tidligere omtalt er begrænsede til tilfældet hvor hastigheden u går mod nul.

Dette afsnit er baseret på YF2005, Adams1997 *Young and Friedman (2004); Adams (1997).*

KAPITEL 5

RELATIVISTISK MASSEFORØGELSE & HASTIGHEDSADDITION

Vi har i kapitel 4 set på hvorledes vi kunne genereliserer Galilei transformationerne, på den generelle form som lever op til det relativistiske princip kaldte vi dem for Lorentz transformationer. Vi skal nu se på hastighedstransformation som følge af Lorentz transformationen. Vi skal nu anvende ligning (L.1 - L.4) til at udlede en relativistisk version af Galilei hastigheds transformationen, se ligning (G.5).

Vi betragter her udelukkende en-dimentionel bevægelse langs x-aksen og anvender begrebet "**hastighed**" som en kort form af "*x-komponenter af hastigheden*." Antag at på tiden dt vil en partikel bevæge sig afstanden dx, som målt af observatøren i systemet S. Vi opnår samhørende værdier for afstand dx' og tid dt' i systemet S'. Ved nu at tage differentialerne af ligning (L.1) og ligning (L.4) finder vi:

$$dx' = \gamma \cdot (dx - u\,dt)$$
$$dt' = \gamma \cdot (dt - \frac{u\,dx}{c^2})$$

Divideres disse to ligninger nu med hinanden således at vi får dx'/dt' finder vi:

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{dx - u\,dt}{dt - \frac{u\,dx}{c^2}}$$

og deles både tæller og nævner i ovenstående resultat nu med dt finder vi følgende:

$$\frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx}{dt} - u}{1 - \frac{u}{c^2}\frac{dx}{dt}}$$

Afslutningsvis anvender vi vores viden fra Galilei hastigheds transformationen, nemlig at dx/dt er hastigheden v_x i S og at dx'/dt' er hastigheden v'_x i systemet S'. Dermed har vi vist den generelle relativistiske hastigheds transformation.

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - \frac{uv_x}{c^2}} \tag{L.5}$$

eq:Lv

Når u og v_x er meget mindre end c, vil nævneren i ligning (eq:Lv L.5) gå mod 1, og vi vil gå mod et ikke relativistisk resultat hvor $v'_x = v_x - u$. Det modsatte ekstremum hvor $v_x = c$; finder vi derimod:

$$v'_x = \frac{c - u}{1 - \frac{uc}{c^2}} = \frac{c \cdot (1 - \frac{u}{c})}{1 - \frac{u}{c}} = c$$

Dette faktum betyder at hvis noget bevæger sig med hastigheden $v_x = c$ målt i systemet S vil hastigheden $v'_x = c$ også hvis den måles i S', uanset den relative bevægelse mellem de to systemer. Dermed er ligning (eq:lv **??**) i overenstemmelse med Einsteins postulat om at "*lysets hastighed i vakuum er den samme i alle initialsystemer*".

Det relativistiske princip fortæller os her at der ikke er nogen fundemental forskel på de to initialsystemer S og S'. Derfor må udtrykket for v_x, udtrykt ved v'_x have samme form som ligning (eq:Lv L.5), med v_x og v'_x byttet om og ligeså med fortegnet på u. Gør man dette finder man

$$v_x = \frac{v'_x - u}{1 + \frac{uv'_x}{c^2}} \tag{L.5.1}$$

eq:Lv2

Både ligning (eq:Lv L.5) og ligning (eq:Lv2 L.5.1) er Lorentz hastigheds transformationer . for en-demintionel bevægelse.

Når u er mindre end c, fortæller Lorentz hastigheds transformationen os at et objekt som bevæger sig med en fart mindre end c i et initialsystem, vil det samme objekt altid have en far mindre end c i *alle andre* initialsystemer. Heraf kan vi konkludere at intet fysisk objekt kan bevæge sig med fart lig med eller større end lysets i vakuum, relativt til et *vilkårligt* initialsystem. Den relativistiske generelisering af energi og bevægelsesmængde, som vi senere skal se på vil yderligere underbygge denne konklusion.

Dette afsnit er basseret på YF2005,Adams1997 Young and Friedman (2004); Adams (1997).

*

Litterature

Adams1997 Adams, S.: 1997, *Relativity An introduction to space-time physics*, Chapt. 1 - 2, pp 1 – 130, Taylor Francis

YF2005 Young, H. D. and Friedman, R. A.: 2004, *University Physics with Modern Physics*, Chapt. 37, pp 1403 – 1444, Pearson Addison Wesley, 11th edition

Indeks