HW1 陳棹博 110261035

Problem 1.

$X=\sum ai*2^i$, X' $=\sum bi*2^i+1$(X' 是 X 的 2 補數), ai+bi=1

<pf>X+X' = $(\sum ai*2^i)+(\sum bi*2^i)+1$（總和的範圍為 i=0 到 n-1）

= $((\sum(ai+bi)*2^i)+1 = (\sum 1*2^i)+1$

= $111..1111_2 + 1 \equiv 000..00000_2$

$\equiv (2^n - 1) + 1 = 2^n \equiv 0$

-> $X' = 2^n - X \equiv 0 - X = -X$

-> $-X = 2^n - X$ proofed

Problem 2.

a.因為英文字母總共有 26 個，2 的 4 次方為 16 不夠完全表示所有英文字母，2 的 5 次方為 32 可以容納所有英文字母，所以 5 是最小的位元數。

b.扣掉英文字母所用的 26 個 bits 還有 32-6=6 個 bits 可以使用，這些位元可以用來表示數字、符號等

Problem 3.

Step1:23 的有號二進位表示(7 位元)-001 0111

Step2:確認 2 進位是否正確 1*1+2*1+4*1+8*0+16*1+32*0+(-64)*0 經過運算後等於 23

Step3:透過 2 補數轉換等於將所有位元 toggle 後再加一，所以-23 的 2 補數等於 110 1000+1=110 1001

Step4:正數的 2 補數等於自己所以 23 的 2 補數等於 001 0111

ANS:23=001 0111, -23=110 1001

Problem 4.

a. 0111 1111 1111 是最大 12bits 的 2 補數，在 10 進位中值為 2047

b. 1000 0000 0000 是最「負」12bits 的 2 補數，在 10 進位中的值表示為-2048，取絕對值 2048(1 0000 0000 0000)$_2$

c. 由 ab 推廣後 n-bits 最大的 2 補數可表示為 $2^{n-1}-1$

d. 由 ab 推廣後 n-bits 最負的 2 補數可表示為 -2^{n-1}

Problem 5.

a. 0110 為 6

b. 1101 先取絕對值(toggle 後加一) 0011 = 3 所以 1101=-3

c. 0110 1111 為 157

d. 1101 1011 0001 1100 先取絕對值(toggle 後加一)

0010 0100 1110 0011=22343 所以原數=22343

Problem 6.

22 = 0001 0110 -> -22 = 1110 1001+1 = 1110 1010(8bits)

22= 0000 0000 0001 0110 -> -22 = 1111 1111 1110 1010

22 = 0000 0000 0000 0000 0000 0000 0001 0110

->-22 = 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1110 1010

由上述轉換可以見，當找到可以表示 2 補數的最小位元數的表示法（如 22 為 010110、-22 為 101010）前面只需要填滿 MSB 的數字即可（正為 0，負為 1)，視需求填滿至要求的總位元數。