



# DE LA KRYPTO(NITE)... ET DU GENRE 2

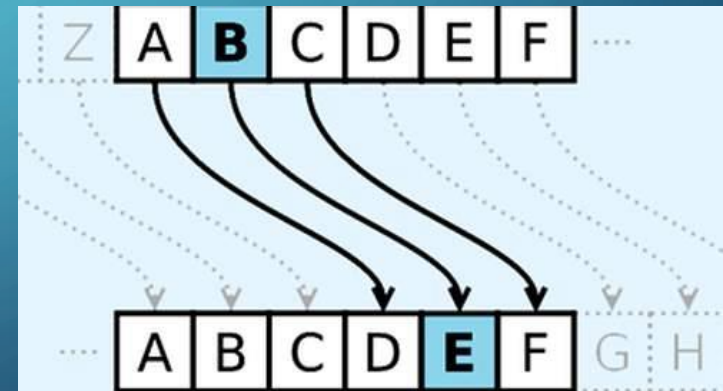
N. Du Hamel



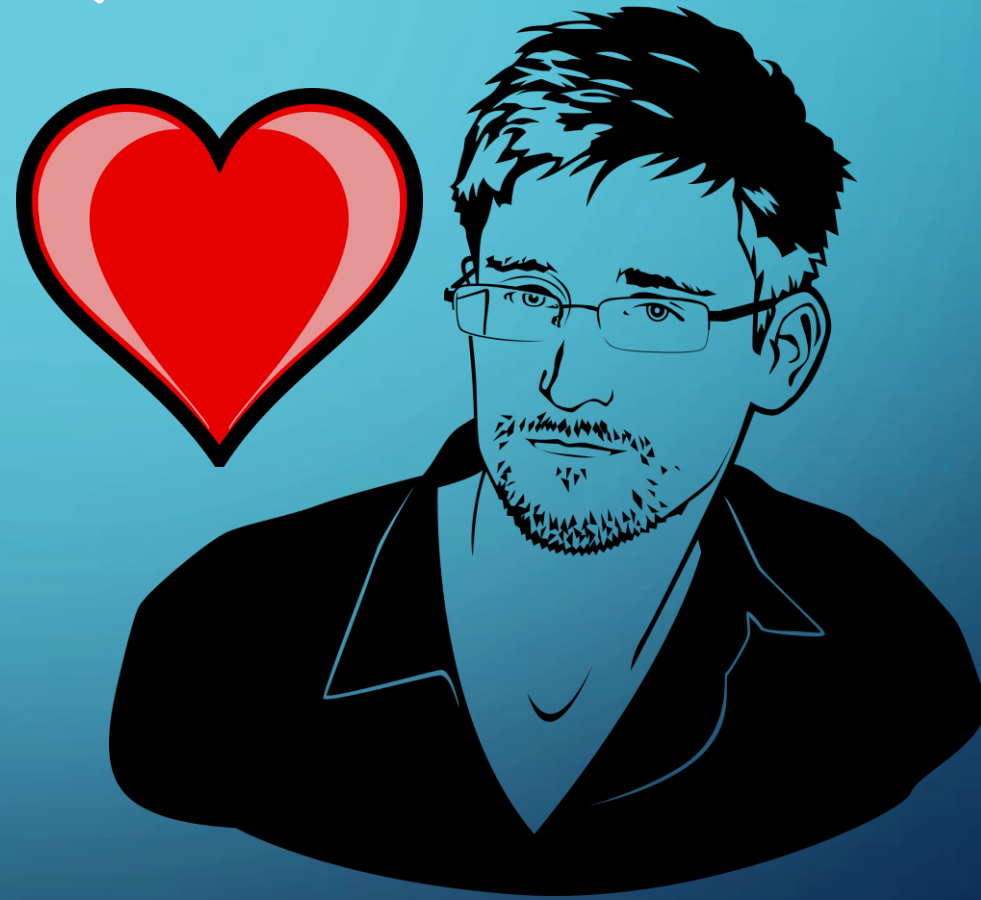
# LA CRYPTO



La science et l'art de  
transformer des messages  
pour les rendre sécurisés  
et insensible aux attaques



POURQUOI ?



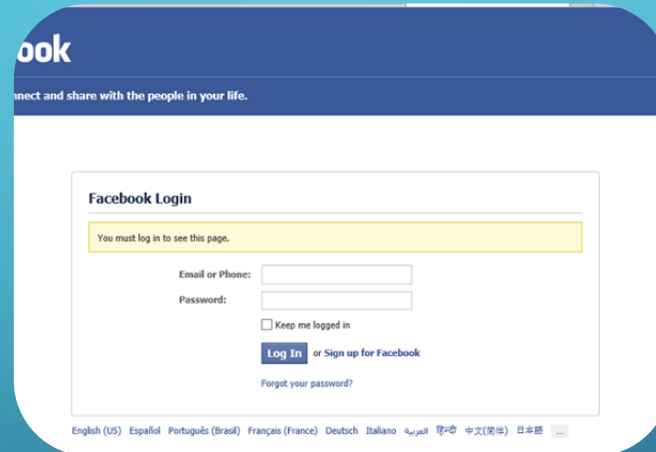
Prism, Angry birds, The Smurfs...

Citizenfour

# PROBLÉMATIQUES



Confidentialité



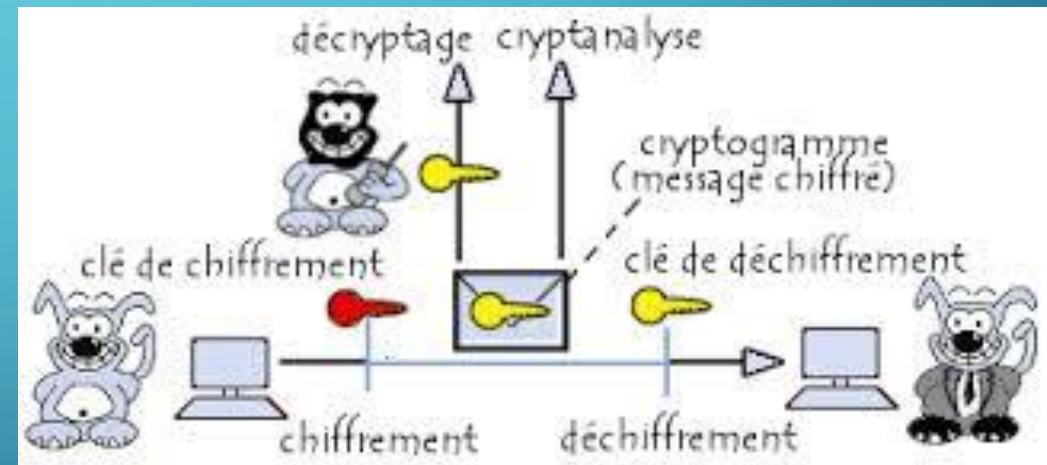
Authentification



Intégrité

# CONFIDENTIALITÉ

La **confidentialité** est définie comme « le fait de s'assurer que l'information n'est seulement compréhensible qu'à ceux dont l'accès est autorisé ».





# VIE PRIVÉE ET GOOGLE

« Les personnes qui envoient un mail à l'un des 425 millions d'utilisateurs de Gmail n'espèrent pas que leur message reste confidentiel »



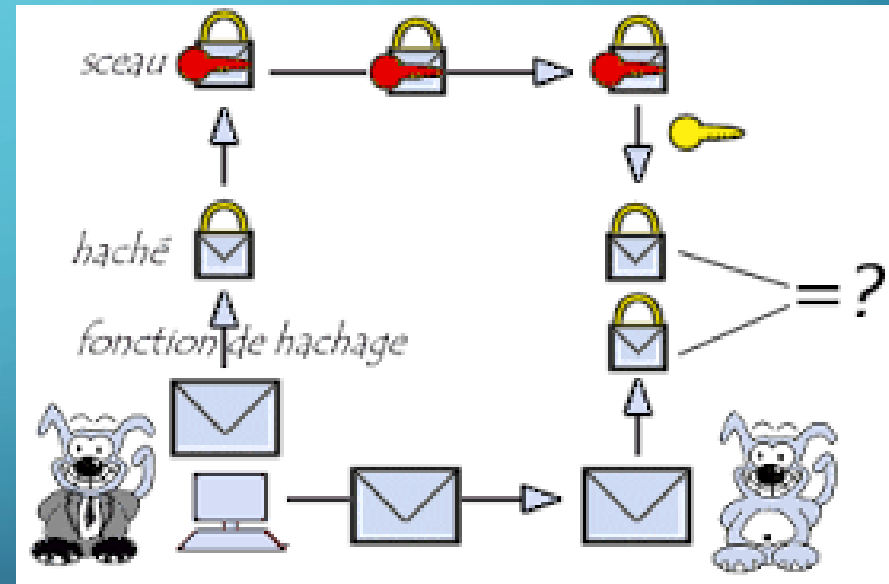
# AUTHENTIFICATION

L'**authentification** est la procédure qui consiste à vérifier l'identité d'une personne afin de lui autoriser l'accès à certaines ressources.



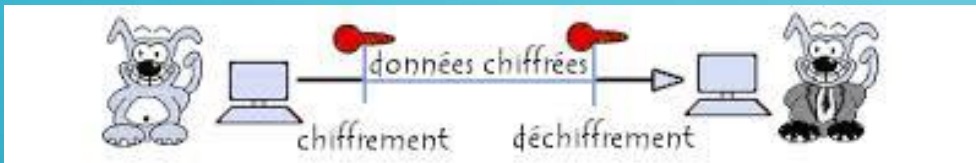
# INTÉGRITÉ

L'**intégrité** est la procédure qui consiste à vérifier qu'il n'y a pas eu de falsification des données et à s'assurer que l'émetteur est bien celui que l'on croit.

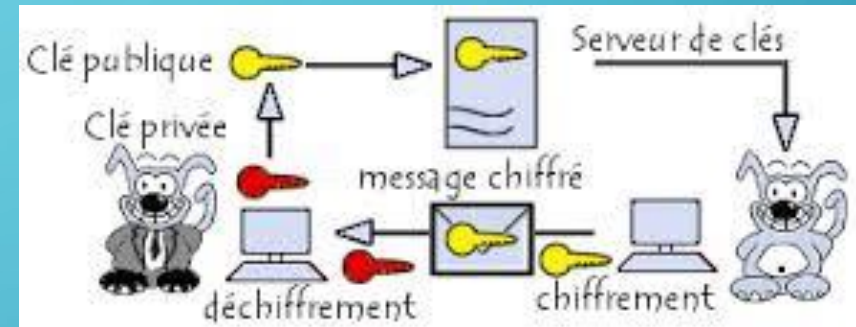




# CRYPTO SYMÉTRIQUE/ASYMÉTRIQUE



- On utilise la même clé pour le chiffrement/déchiffrement
- La clé doit être gardée secrète
- Alice et Bob doivent partager un secret commun



- Une clé pour le chiffrement et une autre pour le déchiffrement
- Une des deux clés doit être gardée secrète
- Alice et Bob n'ont pas besoin d'un secret commun

# ÉCHANGE DE CLÉS



Eve



Alice



Bob



# ÉCHANGE DE CLÉS



Eve



Alice



Bob



# ÉCHANGE DE CLÉS



Eve



Alice

Private



Bob



Private



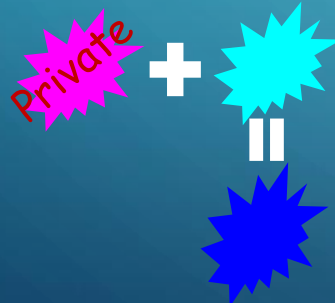
# ÉCHANGE DE CLÉS



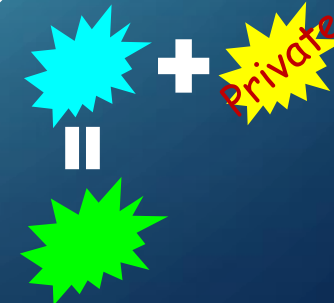
Eve



Alice



Bob

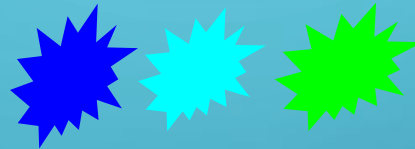




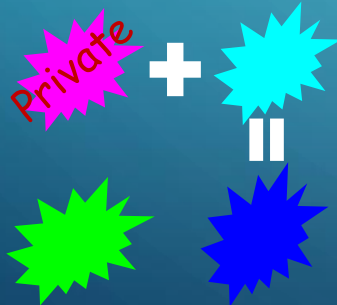
# ÉCHANGE DE CLÉS



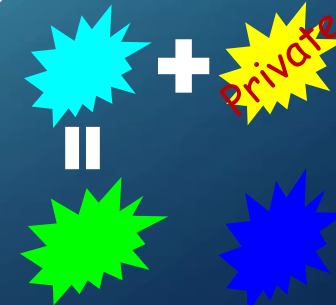
Eve



Alice



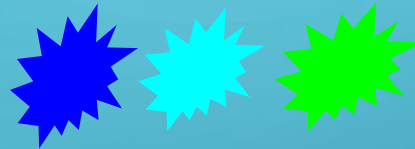
Bob



# ÉCHANGE DE CLÉS



Eve



Alice



Bob



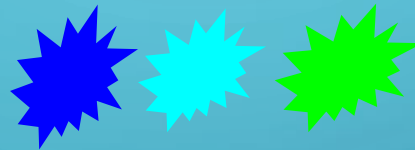
# ÉCHANGE DE CLÉS



Alice



Eve



$$\text{Blue Star} + \text{Green Star} - \text{Cyan Star} = \text{Question Mark}$$



Bob

$$\begin{matrix} \text{Private} \\ + \\ \text{Green Star} \\ = \\ \text{Black Star} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{Cyan Star} \\ + \\ \text{Private} \\ = \\ \text{Black Star} \end{matrix}$$

# DES MATHS....

- Alice et Bob choisissent publiquement un groupe cyclique  $G$  et un générateur  $P$
- Alice choisit un entier  $a$  (privé) et envoie  $aP$  à Bob
- Bob choisit un entier  $b$  (privé) et envoie  $bP$  à Alice
- Alice calcule  $a(bP) = abP$
- Bob calcule  $b(aP) = abP$

# DU GENRE 2

Une courbe de **genre 2** est une courbe algébrique définie par une équation de la forme

$$y^2 = f_0 + f_1x + f_2x^2 + f_3x^3 + f_4x^4 + f_5x^5 + f_6x^6$$

où le polynôme de degré 6 est à racines simples dans la clôture algébrique.

```
/* CAMEL */
/* CAMEL */
/* CAMEL */

d[5],Q[999]
(;i--;e=scanf("%"
++i<A;            ;++Q[
R:i);             for(;i
--;N               +=!M*Q
+E*E-             R*L*
E=i,L=M,a=4;a;C=
%A,E=C%A+a

]={0};main(N
"d",d+i));for(A
i*i%             A),R=
--;)             for(M
[E%A              ],e+=
L%A)             %A])
i*E+R*M*L,L=(M*E
--[d]);printf

C,A,
R,a,
M,E,
L,i=
5,e,
){for
=*d;
i[Q]?
=A;M
Q[(A
for(
+i*L)
("%d"
"\n",
(e+N*
N)/2
-A);}
```

```
/* cc caramel.c; echo f3 f2 f1 f0 p | ./a.out */
```



# FAST GENUS 2 ARITHMETIC BASED ON THETA FUNCTIONS

*Théorème (Gaudry). Soit  $P$  un point sur la surface de Kummer dont les coordonnées sont non nulles et  $n > 1$  un entier. Le calcul de  $nP$  nécessite  $16 \log_2 n$  produits et  $9 \log_2 n$  élévations aux carrés.*

Amélioration des constantes par rapport au **genre 1**

## STAGE : CALCUL DE $\sqrt{2}$

- On se restreint à un sous-groupe cyclique  $G \cong \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$
- L'endomorphisme agit comme une multiplication par  $\sqrt{2}$
- On veut effectuer une multiplication scalaire par  $m$
- On écrit  $m = a + b\sqrt{2}$ , où les entiers  $a$  et  $b$  sont de l'ordre de  $\sqrt{n}$
- On calcule notre multiplication scalaire  $mP = aP + b(\sqrt{2}P)$

# LA THÈSE...

**Proposition.** *Avec les formules thêtas de [Gaudry, 2007], le calcul d'une multiplication scalaire d'un point  $P$  sur la surface de Kummer par un entier  $n > 1$  nécessite  $11,5 \log_2 n$  produits,  $6,5 \log_2 n$  élévations au carré dans le corps de base et le calcul de  $(1 + \sqrt{2})P$ .*

Et pourquoi pas du comptage  
de points ou même du log  
discret...

# REMERCIEMENTS

Merci à Alice, Ben et  
François, Rafik et  
pour finir vous tous...