

PHẦN B. NHIỆT HỌC

CHƯƠNG: MỞ ĐẦU

- 0-1. Có 40g khí O_2 chiếm thể tích 3l ở áp suất 10at.
a. Tính nhiệt độ của khí
b. Cho khối khí giãn nở đẳng áp tới thể tích 4l. Hỏi nhiệt độ của khối khí sau khi giãn nở.

Giải

- a. Phương trình Mendeleev – Crapayron

$$pV = m/\mu RT$$

$$\text{Nhiệt độ khối khí } T_1 = \mu p_1 V_1 / R = 292,5K.$$

- b. Quá trình đẳng áp: $V/T = \text{const}$

$$\text{Nhiệt độ khối khí } T_2 = T_1 V_2 / V_1 = 390K$$

- 0-2. Có 10g khí H_2 ở áp suất 8,2at đựng trong một bình thể tích 20l.
a. Tính nhiệt độ của khối khí
b. Hơ nóng đẳng tích khối khí này đến áp suất của nó bằng 9at. Tính nhiệt độ của khối khí sau khi hơ nóng

Giải

- a. Nhiệt độ khối khí $T_1 = \mu p_1 V_1 / R = 388K.$

- b. Quá trình đẳng tích: $p/T = \text{const}$

$$\text{Nhiệt độ khối khí } T_2 = T_1 p_2 / p_1 = 425K \text{ (lấy } 1at = 9,81Pa)$$

- 0-3. Có 10g khí đựng trong một bình, áp suất $10^7 Pa$. Người ta lấy bình ra một lượng khí cho tới khi áp suất của khí còn lại trong bình bằng $2,5 \cdot 10^6 Pa$. Coi nhiệt độ khí không đổi. Tìm lượng khí đã lấy ra

Giải

Phương trình Mendeleev – Crapayron cho khối khí trước và sau khi lấy khí

$$p_1 V = m_1 / \mu RT, \quad p_2 V = m_2 / \mu RT,$$

$$\frac{p_1}{m_1} = \frac{p_2}{m_2} = \frac{p_1 - p_2}{m_1 - m_2}$$

Khối lượng khí đã lấy:

$$\Delta m = m_1 - m_2 = \left(1 - \frac{p_2}{p_1} \right) m_1 = 7,5kg$$

- 0-4. Có 12g khí chiếm thể tích 4l ở $7^\circ C$. Sau khi hơ nóng đẳng áp, khối lượng riêng của nó bằng $6 \cdot 10^{-4} g/cm^3$. Tìm nhiệt độ của khối khí sau khi hơ nóng.

Giải

Trước khi hơi nóng

$$pV = m/\mu RT_1 \quad (1)$$

Sau khi hơi nóng $pV = m/\mu RT_2$

$$p = \rho RT_2/\mu \quad (2)$$

$$\text{Lấy (1)/(2)} \quad T_2 = \frac{m}{\rho V} T_1 = \frac{m}{\rho V} (t_1 + 273) = 1400\text{K}$$

0-5. Có 10 g khí Oxy ở nhiệt độ 10°C , áp suất 3at. Sau khi hơi nóng đẳng áp, khối khí chiếm thể tích 10l. Tìm:

- Thể tích khối khí trước khi giãn nở.
- Nhiệt độ khối khí sau khi giãn nở.
- Khối lượng riêng khối khí trước khi giãn nở.
- Khối lượng riêng khối khí sau khi giãn nở.

Giải

- Thể tích khí trước khi giãn nở: $V_1 = \mu p / RT_1 \approx 2,4\ell$
- Nhiệt độ khí sau khi giãn nở: $T_2 = T_1 V_2 / V_1 \approx 1170\text{K}$
- Khối lượng riêng của khí trước khi giãn nở: $\rho_1 = \frac{m_1}{V_1} = 4,14\text{kg/m}^3$
- Khối lượng riêng của khí sau khi giãn nở: $\rho_2 = \frac{m_1}{V_2} = 1\text{kg/m}^3$

0-6. Một bình chứa một khí nén ở 27°C và áp suất 40at. Tìm áp suất của khí khi đã có một khối lượng khí thoát ra khỏi bình và nhiệt độ hạ xuống tới 12°C .

Giải

Phương trình Mendeleev – Crapayron

$$\left. \begin{aligned} p_1 V &= \frac{m}{\mu} RT \\ p_2 V &= \frac{m/2}{\mu} R(T - \Delta T) \end{aligned} \right\} \rightarrow p_2 = \frac{T - \Delta T}{2T} p_1 \approx 19\text{at}$$

0-7. Một khí cầu có thể tích 300m^3 . Người ta bơm vào khí cầu khí hydro ở 20°C dưới áp suất 750mmHg. Nếu mỗi giây bơm được 25g thì sau bao lâu thì bơm xong?

Giải

Khối lượng khí cần bơm

$$m = \frac{\mu PV}{RT}$$

Thời gian cần bơm

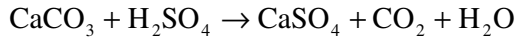
$$t = \frac{m}{\Delta m} = \frac{\mu p V}{\Delta m RT}$$

Thay số $p=750\text{mmHg}=1,05\text{Pa}$, $T=273+20=293\text{K}$, $V=300\text{m}^3$,
 $R=8,31\text{J/molK}$, $\mu=2\text{g}$, $\Delta m=25\text{g}$. Nhận được $t \approx 990\text{s}$

- 0-8. Cho tác dụng H_2SO_4 với đá vôi thu được 1320cm^3 khí CO_2 ở nhiệt độ 22°C và 1000mmHg . Hỏi lượng đá vôi đã tham gia phản ứng.

Giải

Phản ứng



Số mol CO_2 sinh ra bằng số mol của CaCO_3 tham gia phản ứng. Khối lượng của CaCO_3 tham gia phản ứng:

$$m = n_{\text{CaCO}_3} \cdot M_{\text{CaCO}_3} = n_{\text{CO}_2} \cdot 100 = \frac{pV}{RT} 100$$

Thay số $p=1000\text{mmHg}=1,33 \cdot 10^5\text{Pa}$, $V=1,32 \cdot 10^{-3}\text{m}^3$
 $m \approx 7,18\text{g}$

- 0-9. Có hai bình cầu được nối với nhau bằng một ống có khóa, chứa cùng một chất khí. áp suất ở bình thứ nhất bằng $2 \cdot 10^5\text{Pa}$, ở bình thứ hai là 106Pa . Mở khóa nhẹ nhàng để hai bình thông nhau sao cho nhiệt độ khí không đổi. Khi đã cân bằng, áp suất ở hai bình là $4 \cdot 10^5\text{Pa}$. Tìm thể tích của bình cầu thứ hai, biết thể tích của bình thứ nhất là 15l .

Giải

Tổng số mol khí trước và sau khi mở khóa không đổi (và nhiệt độ cũng không đổi) nên:

$$\frac{p_1 V_1}{RT} + \frac{p_2 V_2}{RT} = \frac{p(V_1 + V_2)}{RT}$$

Vậy, thể tích của bình cầu thứ hai.

$$\rightarrow V_2 = \frac{p - p_1}{p_2 - p} V_1 = 5\text{dm}^3$$

- 0-10. Có hai bình chứa hai thứ khí khác nhau thông với nhau bằng một ống thủy tinh có khóa. Thể tích của bình thứ nhất là 2lít , của bình thứ hai là 3lít . Lúc đầu ta đóng khóa, áp suất ở hai bình lần lượt là 1at và 3at . Sau đó mở khóa nhẹ nhàng để hai bình thông nhau sao cho nhiệt độ vẫn không thay đổi. Tính áp suất của chất khí trong hai bình khi thông nhau.

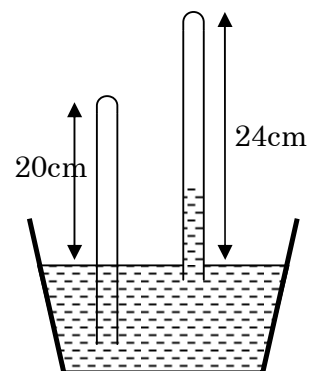
Giải

Tương tự bài tập 0-9, ta có:

$$\frac{p_1 V_1}{RT} + \frac{p_2 V_2}{RT} = \frac{p(V_1 + V_2)}{RT}$$

$$\rightarrow p = \frac{p_1 V_1 + p_2 V_2}{V_1 + V_2} = 1,6\text{at}$$

Khoa Vật Lí, trường ĐH Khoa Học, ĐH Thái Nguyên



Hình 0.1

- 0-11. Một ống thủy tinh tiết diện đều, một đầu kín một đầu hở. Lúc đầu người ta nhúng đầu hở vào một chậu nước sao cho nước trong và ngoài ống bằng nhau, chiều cao còn lại của ống bằng 20cm. Sau đó người ta rút ống lên một đoạn 4cm (hình 0-1). Hỏi mức nước ở trong ống dâng lên bao nhiêu, biết rằng nhiệt độ xung quanh không đổi và áp suất khí quyển là 760mmHg.

Giải

Gọi độ cao cột nước trong ống là x

Áp suất trong ống sau khi nâng lên

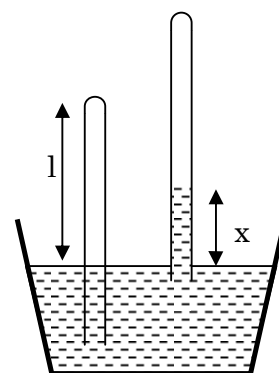
$$p = (p_0 - x)(\text{cmHg})$$

Định luật Boilơ - Mariôt cho khối khí bị giam

$$p_0 l = p(l + 4 - x) = (p_0 - x)(l + 4 - x)$$

Thay số: $p_0 = 760\text{mmHg} = 1033\text{cmHg}$, $l = 20\text{cm}$

$$x^2 - 1057x + 4132 = 0 \rightarrow x = 3,95\text{cm}; (x = 1053\text{cm} > l+4 \text{ loại})$$



Hình B.1

- 0-12. Trong ống phong vũ biểu có một ít không khí, do đó ở điều kiện bình thường nó lại chỉ áp suất là 750mmHg. Tìm khối lượng riêng của không khí ở trong ống

Giải

Áp suất khí bên trong phong vũ biểu

$$p' = p_0 - p = 10\text{mmHg} = 1360\text{Pa}$$

Khối lượng riêng của khí

$$\rho = \frac{\mu(p_0 - p)}{RT_0} = \frac{29.1360}{8,31.273} \approx 17\text{g/m}^3$$

- 0-13. Có 8g khí ôxy hỗn hợp với 22g khí cacbonic (CO_2). Xác định khối lượng của 1 kilômol hỗn hợp đó.

Giải

Khối lượng của 1 mol hỗn hợp

$$\bar{\mu} = \frac{m}{n}(\text{g/mol}) = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}}(\text{kg/kmol}) = \frac{8 + 22}{8/32 + 22/44} = 40\text{kg/kmol}$$

- 0-14. Một hỗn hợp khí có 2,8kg Nitơ và 3,2kg Ôxy ở nhiệt độ 17°C và áp suất 4.10^5N/m^2 . Tìm thể tích của hỗn hợp đó.

Giải

Thể tích hỗn hợp

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{\left(\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}\right)RT}{p} = \frac{\left(\frac{2800}{28} + \frac{3200}{32}\right) \cdot 8,31 \cdot (273 + 17)}{4 \cdot 10^5} \approx 1,2 \text{ m}^3$$

0-15. Khí nổ là một hỗn hợp gồm một phần khối lượng hydro và tám phần khối lượng Oxy. Hãy xác định khối lượng riêng của khí nổ đó ở điều kiện thường.

Giải

Theo bài 13, khối lượng mol của chất nổ

$$\bar{\mu} = \frac{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}}{\frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2}} = \frac{1 + m_2/m_1}{1 + \mu_2/\mu_1} \stackrel{m_2/m_1=8}{=} \frac{1+8}{1/2+8/32} = 12 \text{ g/mol}$$

Khối lượng riêng của hỗn hợp

$$\rho = \frac{\bar{\mu} p_0}{RT_0} = \frac{12 \cdot 1,01 \cdot 10^5}{8,31 \cdot 273} \approx 534 \text{ g/m}^3$$

CHƯƠNG 8: NGUYÊN LÝ THỨ NHẤT CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

8-1. 160g khí oxy được nung nóng từ nhiệt độ 50°C đến 60°C. Tìm nhiệt lượng mà khí nhận được và độ biến thiên nội năng của khối khí trong hai quá trình

a. Đẳng tích; b. Đẳng áp

Giải:

a. Quá trình đẳng tích

$$\Delta Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{5}{2} R \Delta T = \frac{160}{32} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot (60 - 50) \approx 1040 \text{ J} \approx 250 \text{ cal}$$

b. Quá trình đẳng áp

Độ biến thiên nội năng

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T = 250 \text{ cal}$$

Nhiệt lượng khí nhận vào

$$\Delta Q = \Delta U + A = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T + p \Delta V = \frac{m}{\mu} (C_v + R) \Delta T = \frac{m}{\mu} \frac{7}{2} R \Delta T$$

Thay số

$$\Delta Q = \frac{160}{32} \cdot \frac{7}{2} \cdot 8,31 \cdot (60 - 50) \approx 1454 \text{ J} \approx 350 \text{ cal}$$

8-2. Tìm nhiệt dung riêng (gam) đẳng tích của một chất khí đa nguyên tử, biết rằng khối lượng riêng của khí đó ở điều kiện chuẩn là $\rho = 7,95 \cdot 10^{-4} \text{ kg/cm}^3$.

Giải

Với khí đa nguyên tử, nhiệt dung riêng mol đẳng tích $C_v = 3R$ (J/molK)

Ở điều kiện tiêu chuẩn

$$p_o V_o = \frac{m}{\mu} RT_o \rightarrow \mu = \frac{\rho RT_o}{p_o}$$

Nhiệt dung riêng gam đẳng tích

$$c_v = \frac{C_v}{\mu} = \frac{p_o C_v}{\rho RT} = \frac{3p_o}{\rho T} \approx 1400 \text{ J/kgK}$$

- 8-3. Tìm nhiệt dung riêng (gam) đẳng áp của một chất khí, biết rằng khối lượng của một kilômol khí đó là $\mu = 30 \text{ kg/kmol}$. Hệ số Poátxông (chỉ số đoạn nhiệt) $\gamma = 1,4$.

Giải:

Nhiệt dung riêng mol đẳng áp:

$$C_p = C_v + R$$

Với $\gamma = \frac{C_p}{C_v} \Rightarrow C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

Nhiệt dung riêng gam đẳng áp:

$$c_p = \frac{C_p}{\mu} = \frac{\gamma R}{\mu(\gamma - 1)} = \frac{1,4 \cdot 8,31}{30 \cdot 10^{-3} \cdot (1,4 - 1)} = 969,5 \text{ J/kgK}$$

- 8-4. Một bình kín chứa 14g khí Nitơ ở áp suất 1at và nhiệt độ 27°C . Sau khi hơi nóng, áp suất trong bình lên tới 5at. Hỏi:
- Nhiệt độ của khí sau khi hơi nóng?
 - Thể tích của bình?
 - Độ tăng nội năng của khí?

Giải:

- a. Quá trình đẳng tích, nhiệt độ khối khí sau khi hơi nóng là T_2

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = 1500 \text{ K}$$

- b. Thể tích bình

$$V = \frac{mRT_1}{\mu p_1} = 12,72 \text{ l}$$

- c. Độ tăng nội năng của khối khí :

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{5}{2} R \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) T_1 = 12,46 \text{ kJ}$$

(N_2 là khí lưỡng nguyên tử $i=5$, $C_v = 5R/2$)

- 8-5. Nén đẳng tích 3l không khí ở áp suất 1at. Tìm nhiệt tỏa ra biết rằng thể tích cuối cùng bằng 1/10 thể tích ban đầu.

Giải

Nguyên lý thứ nhất của nhiệt động lực học, nhiệt lượng mà khối khí nhận được

$$\Delta Q = A' + \Delta U$$

Quá trình đẳng nhiệt nên $\Delta U = nC_v \Delta T = 0$

Nhiệt lượng mà khối khí nhận được

$$\Delta Q = A' = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{V_2} pV \frac{dV}{V} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta Q = 9,81 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \ln \frac{1}{10} \approx -676 J$$

Dấu “-” chỉ ra rằng quá trình thực sự tỏa nhiệt.

- 8-6. Một bình kín thể tích 2l, đựng 12g khí nitơ ở nhiệt độ 10°C. Sau khi hơi nóng, áp suất trung bình lên tới 10⁴mmHg. Tìm nhiệt lượng mà khối khí đã nhận được, biết bình giãn nở kém.

Giải

Bình giãn nở kém, thể tích của bình không đổi, quá trình là đẳng tích.

$$A = 0$$

Nguyên lý I nhiệt động lực học

$$\Delta Q = A + \Delta U = \Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_2 - T_1)$$

$$\Delta Q = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right) = \frac{i}{2} \left(p_2 V - \frac{m}{\mu} RT_1 \right)$$

(N₂ là khí lưỡng nguyên tử i=5, C_v = 5R/2)

Thay số p₂=10⁴mmHg=1,33.10⁶Pa, V=2.10⁻³m³, T₁=283K.

$$\Delta Q = 4,1 kJ$$

- 8-7. Hơi nóng 16 gam khí Ôxy trong một bình khí giãn nở kém ở nhiệt độ 37°C, từ áp suất 10⁵ N/m² lên tới 3.10⁵N/m². Tìm:
- Nhiệt độ của khối khí sau khi hơi nóng;
 - Nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí.

Giải:

- a. Bình kín, giãn nở kém, quá trình đẳng tích, nhiệt độ khối khí sau khi hơi nóng là T₂

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \rightarrow T_2 = \frac{p_2}{p_1} T_1 = \frac{3 \cdot 10^5}{10^5} (273 + 37) = 930 K$$

- b. Nhiệt lượng đã cung cấp cho khí bằng nhiệt lượng mà khí nhận được trong quá trình đẳng tích trên

$$\Delta Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} C_v R (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right)$$

$$\Delta Q = \frac{16}{32} \cdot 5 \cdot 8,31 \cdot (273 + 37) \left(\frac{3 \cdot 10^5}{10^5} - 1 \right) \approx 6,4 \text{ kJ}$$

- 8-8. Sau khi nhận được nhiệt lượng $Q=150\text{cal}$, nhiệt độ của $m=40,3\text{g}$ khí Oxi tăng từ $t_1=16^\circ\text{C}$ tới $t_2=40^\circ\text{C}$. Hỏi quá trình hơi nóng đó được tiến hành trong điều kiện nào?

Giải

Nhiệt lượng mà khí nhận được

$$Q = \frac{m}{\mu} C_x \Delta T \rightarrow C_x = \frac{\mu Q}{m(t_2 - t_1)}$$

$$C_x = \frac{32 \cdot 150 \cdot 4,18}{40,3 \cdot (40 - 16)} = 20,77 \text{ J/molK}$$

Nhiệt dung riêng mol đẳng tích của Oxi:

$$C_v = \frac{iR}{2} = \frac{5 \cdot 8,31}{2} = 20,77 \text{ J/molK} = C_x$$

Như vậy $C_x = C_v$, quá trình là đẳng tích.

- 8-9. 6,5g hydro ở nhiệt độ 27°C , nhận nhiệt lượng giãn nở gấp đôi, trong điều kiện áp suất không đổi. Tính
- Công mà khí sinh ra.
 - Độ biến thiên nội năng của khối khí.
 - Nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí.

Giải:

- a. Công sinh ra

$$A = p(V_2 - V_1) = p(2V_1 - V_1) = \frac{m}{\mu} R T_1$$

$$A = \frac{6,5}{2} \cdot 8,31 \cdot (273 + 27) \approx 8,1 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- b. Độ biến thiên nội năng của khối khí:

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_2 - \frac{m}{\mu} R T_1 \right) = \frac{i}{2} (2pV_1 - pV_1) = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R T_1$$

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{6,5}{2} \cdot 8,31 \cdot (273 + 27) \approx 20,2 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- c. Nhiệt lượng đã cung cấp cho khối khí chính xác bằng nhiệt lượng mà khí nhận được. Theo nguyên lý I

$$\Delta Q = A + \Delta U = 8,1 \cdot 10^3 + 20,2 \cdot 10^3 = 28,3 \cdot 10^3 \text{ J}$$

(Đối với nguyên tử hydro (lượng nguyên tử) số bậc tự do nguyên tử $i=5$)

- 8-10. 10g khí oxy ở 10°C , áp suất $3 \cdot 10^5 \text{Pa}$. Sau khi hơi nóng đẳng áp, thể tích khí tăng đến 10l. Tìm:
- Nhiệt lượng mà khối khí nhận được
 - Nội năng của khối khí trước và sau khi hơi nóng

Giải

- a. Theo nguyên lý I, nhiệt lượng mà khối khí nhận được trong quá trình đẳng áp

$$Q = A + \Delta U = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = \frac{i+2}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right) = \frac{i+2}{2} \left(pV_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right)$$

$$Q = \frac{5+2}{2} \left(3 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - \frac{10}{32} \cdot 8,31 \cdot (273+10) \right) \approx 7,9 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- b. Nội năng của khối khí trước khi hơi nóng

$$U_1 = \frac{m}{\mu} C_v T_1 = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT_1$$

$$U_1 = \frac{10}{32} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot (273+10) \approx 1,8 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Nội năng của khối khí sau khi hơi nóng

$$U_2 = \frac{m}{\mu} C_v T_2 = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT_2 = \frac{i}{2} pV_2$$

$$U_2 = \frac{5}{2} \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 7,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

(Đối với nguyên tử oxy (lượng nguyên tử) số bậc tự do nguyên tử $i=5$)

- 8-11. Một thủy lôi chuyển động trong nước nhờ không khí nén trong bình chứa của thủy lôi phụt ra phía sau. Tính công do khí sinh ra. Biết rằng thể tích của bình chứa là 5lít, áp suất của không khí nén từ áp suất 100atm giảm tới 1atm.

Giải

Khí phụt ra phía sau là môi trường nước rất lớn và có nhiệt độ coi như không đổi. Do đó quá trình giãn nở khí của thủy lôi trong nước coi là quá trình đẳng nhiệt (gần đúng là thuận nghịch).

$$\text{Công do khí sinh ra: } A = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2} = 1,9,81 \cdot 10^4 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \ln 100 \approx 2,26 \cdot 10^3 \text{ J}.$$

- 8-12. 2 kmol khí cacbonic được hơi nóng đẳng áp cho đến khi nhiệt độ tăng thêm 50°C . Tìm
- Độ biến thiên nội năng của khối khí
 - Công do khí giãn nở sinh ra
 - Nhiệt lượng truyền cho khí

Giải

a. Độ biến thiên nội năng của khối khí

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T = 2.10^3 \frac{6.8,31}{2} .50 \approx 2500 \text{kJ}$$

(khí CO₂ là khí đa nguyên tử (chính xác là 3) nên số bậc tự do của phân tử là 6)

b. Công do khí giãn nở sinh ra

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$$

$$A = 2.10^3 .8,31.50 \approx 830 \text{kJ}$$

c. Nhiệt lượng truyền cho khí bằng nhiệt lượng mà khí nhận được

$$Q = \Delta U + A = 2500 + 830 = 3330 \text{kJ}$$

8-13. 7 gam khí cacbonic được hơ nóng cho tới khi nhiệt độ tăng thêm 10°C trong điều kiện giãn nở tự do. Tìm công do khí sinh ra và độ biến thiên nội năng của nó.

Giải

Giãn nở tự do có nghĩa là đẳng áp (giãn nở trong khí quyển, áp suất bằng áp suất khí quyển)

Công do khí sinh ra khi giãn nở

$$A = p(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$$

$$A = \frac{7}{44} .8,31.10 \approx 13,2 \text{J}$$

Độ biến thiên nội năng của khối khí

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T = \frac{7}{44} . \frac{6.8,31}{2} .10 \approx 39,7 \text{J}$$

(khí CO₂ là khí đa nguyên tử (chính xác là 3) nên số bậc tự do của phân tử là 6)

8-14. 10g khí oxy ở áp suất 3at và nhiệt độ 10°C được hơ nóng đẳng áp và giãn nở tới thể tích 10l. Tìm:

- Nhiệt lượng cung cấp cho khối khí.
- Độ biến thiên nội năng của khối khí.
- Công do khí sinh ra khi giãn nở.

Giải.

a. Nhiệt lượng cung cấp cho khí bằng nhiệt lượng mà khí nhận vào

$$Q = A + \Delta U = \frac{m}{\mu} C_p (T_2 - T_1) = \frac{i+2}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right) = \frac{i+2}{2} \left(pV_2 - \frac{m}{\mu} RT_1 \right)$$

$$Q = \frac{5+2}{2} \left(3.9,81.10^4 .10.10^{-3} - \frac{10}{32} .8,31.(273+10) \right) = 7,8.10^3 \text{J}$$

b. Độ biến thiên nội năng

$$\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \frac{C_v}{C_p} C_p (T_2 - T_1) = \frac{i}{i+2} Q = 5,5.10^3 \text{J}$$

c. Công do khí sinh ra khi giãn nở

$$A = Q - \Delta U = 2,3 \cdot 10^3 \text{ J}$$

- 8-15. Một chất khí đựng trong một xilanh đặt thẳng đứng có pittông khối lượng không đáng kể di động được. Hỏi cần phải thực hiện một công bằng bao nhiêu để nâng pittông lên cao thêm một khoảng $h_1 = 10 \text{ cm}$ nếu chiều cao ban đầu của cột không khí là $h_0 = 15 \text{ cm}$, áp suất khí quyển là $p_0 = 1 \text{ at}$, diện tích mặt pittông $S = 10 \text{ cm}^2$. Nhiệt độ của khí coi là không đổi trong suốt quá trình.

Giải:

Công do khí sinh ra

$$A_o = p_o V_o \ln \frac{V_1}{V_o} = p_o V_o \ln \frac{h_o + h_1}{h_o}$$

Hay, khi biến đổi khí nhận vào một công :

$$-A_o = p_o V_o \ln \left(\frac{h_o}{h_o + h_1} \right)$$

Công của áp suất khí quyển : $A_k = p_o S h_1$

Công cần thực hiện bao gồm công truyền cho khí và công thắng khí quyển

$$A' = A_k - A = p_o S \left(h_1 - h_o \ln \left(1 + \frac{h_1}{h_o} \right) \right)$$

$$A' = 1,9,8 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-4} \left(10 \cdot 10^{-2} - 15 \cdot 10^{-2} \cdot \ln \left(1 + \frac{10}{15} \right) \right) \approx 2,3 \text{ J}$$

- 8-16. 2 m^3 khí giãn nở đẳng nhiệt từ áp suất $p = 5 \text{ at}$ đến áp suất 4 at . Tính công do khí sinh ra và nhiệt lượng cung cấp cho khí trong quá trình giãn nở.

Giải

Theo nguyên lý I

$$Q = A + \Delta U$$

$$\Delta U = 0$$

$$Q = A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \quad p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

$$Q = A = 2,5 \cdot 9,81 \cdot 10^4 \cdot \ln \frac{5}{4} = 2,2 \cdot 10^5 \text{ J}$$

- 8-17. Một khối khí N_2 ở áp suất $p_1 = 1 \text{ at}$ có thể tích $V_1 = 10 \text{ l}$ được giãn nở tới thể tích gấp đôi. Tìm áp suất cuối cùng và công do khí sinh ra nếu giãn nở đó là:

- Đẳng áp.
- Đẳng nhiệt
- Đoạn nhiệt

Giải

a. Quá trình đẳng áp

Áp suất cuối $p_2 = p_1 = 1 \text{at}$.

Công do khí sinh ra

$$A = p_1 \Delta V = 1,9,81 \cdot 10^4 \cdot (2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - 10 \cdot 10^{-3}) \approx 980 \text{J}$$

b. Quá trình đẳng nhiệt

Áp suất cuối p_2 :

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow p_2 = \frac{V_1}{V_2} p_1 = 0,5 \text{at}$$

Công do khí sinh ra

$$A = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 1,9,81 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot \ln 2 = 680 \text{J}$$

c. Quá trình đoạn nhiệt

+ Áp suất

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma$$

Đối với N_2 ,

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{2} = 1,4$$

Nên

$$p_2 = 1/2^{1,4} = 0,38 \text{at}$$

+ Công do khí sinh ra

$$Q = A + \Delta U \rightarrow A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v (T_1 - T_2) = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_1 - \frac{m}{\mu} R T_2 \right)$$

$$A = \frac{i}{2} (p_1 V_1 - p_2 V_2) = \frac{i}{2} \left(p_1 V_1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma V_2 \right) = \frac{i}{2} p_1 V_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right)$$

$$A = \frac{5}{2} 9,81 \cdot 10^4 \cdot 10 \cdot 10^{-3} (1 - 2^{-0,4}) \approx 590 \text{J}$$

8-18. Nén 10g khí oxy từ điều kiện tiêu chuẩn tới thể tích 4l. Tìm:

- Áp suất và nhiệt độ của khối khí sau mỗi quá trình nén đẳng nhiệt và đoạn nhiệt
- Công cần thiết để nén khí trong mỗi trường hợp. Từ đó, suy ra nên nén theo cách nào thì lợi hơn.

Giải

Thể tích khí ban đầu

$$V_1 = \frac{10}{32} \cdot 22,4 = 7 \text{l}$$

a. Quá trình nén đẳng nhiệt:

- Áp suất cuối quá trình là p_2 :

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2}$$

$$p_2 = 10^5 \cdot \frac{7}{4} \approx 1,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Hoặc có thể tính nhờ phương trình trạng thái:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} RT_1 \rightarrow p_2 = \frac{mRT_1}{\mu V_2}$$

$$p_2 = \frac{10,8,31,273}{32,4 \cdot 10^{-3}} \approx 1,7 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

- Nhiệt độ khí không đổi $T_2 = T_1 = 273\text{K}$
- Công nén khí bằng và ngược dấu với công khí sinh ra

$$A_2 = -A = -p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -\frac{m}{\mu} RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$A_1 = -\frac{10}{32} \cdot 8,31,273 \cdot \ln\frac{4}{7} \approx 397 \text{ J}$$

b.

- Áp suất p_2 :

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma = 10^5 \left(\frac{7}{4}\right)^{1,4} = 2,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

- Nhiệt độ T_2

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = 273 \left(\frac{7}{4}\right)^{1,4-1} \approx 341\text{K}$$

- Công nén khí bằng và ngược dấu với công khí sinh ra

$$A_2 = -\frac{p_1 V_1}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) = -\frac{10^5 \cdot 7 \cdot 10^{-3}}{1,4-1} \left(1 - \left(\frac{7}{4}\right)^{1,4-1}\right) \approx 439 \text{ J} > A_1$$

Vậy nén đẳng nhiệt thì tốt hơn

8-19. Người ta muốn nén 10 lít không khí đến thể tích 2 lít. Hỏi nên nén đẳng nhiệt hay nén đoạn nhiệt?

Giải

Công nén khí theo quá trình đẳng nhiệt (bằng và ngược dấu với công mà khí sinh ra):

$$A_1 = -p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = p_1 V_1 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) \quad (1)$$

Tương tự, đối với quá trình đoạn nhiệt:

$$\Delta Q = A + \Delta U = 0 \rightarrow A = -\Delta U$$

Công nén khí trong trường hợp này, tương tự như đã làm với bài 8.17 ta có:

$$A_2 = -A = \Delta U = -\frac{i}{2} p_1 V_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right) \quad (2)$$

Từ (1) và (2)

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{i}{2} \cdot \frac{(V_1/V_2)^{\gamma-1} - 1}{\ln(V_1/V_2)} = \frac{5}{2} \cdot \frac{(10/2)^{1,4-1} - 1}{\ln(10/2)} \approx 1,4 > 1$$

Vậy nén theo quá trình đẳng nhiệt tốn ít công hơn, do đó lợi hơn.

- 8-20. Giãn đoạn nhiệt một khối không khí sao cho thể tích của nó tăng gấp đôi. Hãy tính nhiệt độ khối không khí đó ở cuối quá trình, biết rằng lúc đó nó có nhiệt độ 0°C .

Giải

Phương trình cho quá trình đoạn nhiệt

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow (p_1 V_1) V_1^{\gamma-1} = (p_2 V_2) V_2^{\gamma-1} \rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 273 \left(\frac{1}{2} \right)^{1,4-1} \approx 207\text{K}$$

- 8-21. 7,2 lít khí oxy được nén đoạn nhiệt đến thể tích 1 lít, lúc đó áp suất của khí nén là 16at. Hỏi áp suất ban đầu?

Giải

Phương trình (xem phụ lục) cho quá trình đoạn nhiệt

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = 16 \cdot \left(\frac{1}{7,2} \right)^{1,4} \approx 1\text{at}$$

- 8-22. 1kg không khí ở nhiệt độ 30°C và áp suất 1,5at được giãn đoạn nhiệt đến áp suất 1at. Hỏi:
- Thể tích không khí tăng lên bao nhiêu lần?
 - Nhiệt độ không khí sau khi giãn?
 - Công do không khí sinh ra khi giãn nở?

Giải

- a. Từ phương trình

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/\gamma} = \left(\frac{1,5}{1} \right)^{1/1,4} \approx 1,33$$

Thể tích tăng khoảng 1,33 lần

- b. Phương trình cho quá trình đoạn nhiệt

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow T_1^\gamma p_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma p_2^{1-\gamma} \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_2 = (273 + 30) \left(\frac{1,5}{1} \right)^{\frac{1-1,4}{1,4}} \approx 270\text{K}$$

- c. Công do khí sinh ra

$$A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_1 - T_2)$$

Đối với không khí $\mu=29\text{g/mol}$, bậc tự do của phân tử $i=5$

$$A = \frac{10^3}{29} \cdot \frac{5.8,31}{2} \cdot (303 - 270) \approx 2,4 \cdot 10^4 \text{ J}$$

8-23. Chứng minh rằng đối với một khí lý tưởng xác định có phương trình:

$$pV = \frac{2}{i} U$$

U là nội năng của khối khí ấy, i là bậc tự do.

Giải

Nội năng khí lý tưởng

$$U = \frac{i}{2} nRT$$

Phương trình Mendeleev – Crapayron

$$pV = nRT$$

Do đó

$$pV = \frac{2}{i} U$$

8-24. Một kilômol khí N_2 ($\mu=28\text{kg/kmol}$) ở điều kiện tiêu chuẩn giãn đoạn nhiệt sao cho thể tích của nó tăng lên 5 lần. Tìm:

- Công do khí thực hiện.
- Độ biến thiên nội năng của khối khí.

Giải

a. Nhiệt độ khí sau khi nén là T_2 :

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 273 \cdot \left(\frac{1}{5} \right)^{1,4-1} \approx 143,4 \text{ K}$$

Công do khí thực hiện

$$A = -\Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_1 - T_2)$$

$$A = 10^3 \cdot \frac{5.8,31}{2} (273 - 143,4) \approx 2,7 \cdot 10^6 \text{ J}$$

b. Độ biến thiên nội năng của khối khí bằng và ngược dấu với công do khí sinh ra

$$\Delta U = -A = -2,7 \cdot 10^6 \text{ J}$$

8-25. Không khí trong xilanh của một động cơ đốt trong được nén đoạn nhiệt từ áp suất 1at đến áp suất 35at. Tính nhiệt độ của nó ở cuối quá trình nén biết rằng nhiệt độ ban đầu của nó là 40°C

Giải

Phương trình cho quá trình đoạn nhiệt

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow T_1^\gamma p_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma p_2^{1-\gamma} \rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_2 = (273 + 40) \left(\frac{1}{35} \right)^{\frac{1-1,4}{1,4}} \approx 865\text{K} = 592^\circ\text{C}$$

- 8-26. Một khối khí giãn nở đoạn nhiệt, thể tích của nó tăng gấp đôi, nhưng nhiệt độ tuyệt đối của nó giảm đi 1,32 lần. Tìm số bậc tự do của phân tử khí đó.

Giải

Từ phương trình

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \rightarrow \gamma - 1 = \frac{\ln(T_2/T_1)}{\ln(V_1/V_2)}$$

$$\xrightarrow{\gamma-1=2/i} i = \frac{2 \ln(V_1/V_2)}{\ln(T_2/T_1)} = \frac{2 \cdot \ln(1/2)}{\ln(1/1,32)} = 5$$

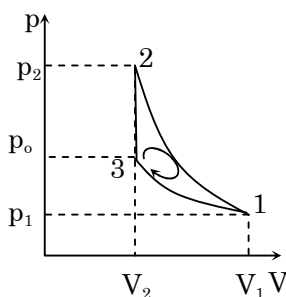
Số bậc tự do khí là 5.

- 8-27. Một chất khí lưỡng nguyên tử có thể tích $V_1 = 0,5\text{l}$, áp suất $p_1 = 0,5\text{atm}$ bị nén đoạn nhiệt tới thể tích V_2 và áp suất p_2 . Sau đó người ta giữ nguyên thể tích V_2 và làm lạnh nó tới nhiệt độ ban đầu. Khi đó áp suất của khí là $p_o = 1\text{atm}$

- Vẽ đồ thị của quá trình đó.
- Tìm thể tích V_2 và áp suất p_2

Giải

- Đồ thị của quá trình:



- Quá trình 3 – 1 đẳng nhiệt nên :

$$p_o V_3 = p_1 V_1 \rightarrow V_3 = \frac{p_1}{p_o} V_1 = 0,25\text{l} = V_2$$

Quá trình 1 – 2 đoạn nhiệt nên:

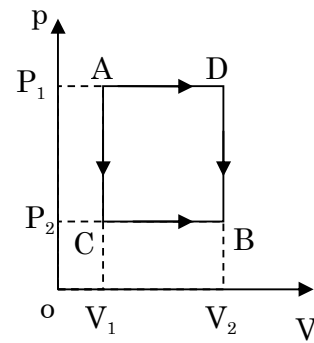
$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \rightarrow p_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma p_1 = \left(\frac{p_o}{p_1} \right)^\gamma p_1$$

$$p_2 = 2^{1,4} \cdot 0,5 \approx 1,32\text{at}$$

(Khí lưỡng nguyên tử $i=5$ nên

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1,4)$$

8-28. Khi nén đoạn nhiệt 1kmol khí lưỡng nguyên tử, người ta đã tốn công 146kJ. Hỏi nhiệt độ của khí tăng lên bao nhiêu?



Hình 8-1

Giải

Khí nhận một công $A=146\text{kJ}$ (sinh công $-A=-146\text{J}$), độ tăng nội năng khí bằng công nhận vào của khí

$$\Delta U = A = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} \Delta T$$

$$\rightarrow \Delta T = \frac{2A}{iRm/\mu} = \frac{2 \cdot 146 \cdot 10^3}{5 \cdot 8,31 \cdot 10^3} \approx 7\text{K}$$

Nhiệt độ khí tăng 7°C .

8-29. Một lượng khí oxy chiếm thể tích $V_1=3\text{l}$ ở nhiệt độ 27°C và áp suất $p_1=8,2 \cdot 10^5\text{Pa}$. Ở trạng thái thứ hai, khí có các thông số $V_2=4,5\text{l}$ và $p_2=6 \cdot 10^5\text{Pa}$ (hình 8.1). Tìm nhiệt lượng mà khí sinh ra khi giãn nở, và độ biến thiên nội năng của khối khí. Giải bài toán trong trường hợp biến đổi khối khí từ trạng thái 1 tới trạng thái 2 theo hai con đường:

- ACB
- ADB

Giải

a. Quá trình ACB

- AC đẳng tích:

$$Q_{AC} = \Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_C - T_A) = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_C - \frac{m}{\mu} RT_A \right)$$

$$Q_{AC} = \frac{i}{2} (p_2 - p_1) V_1 = \frac{5}{2} (6 \cdot 10^5 - 8,2 \cdot 10^5) 3 \cdot 10^{-3} = -1650\text{J}$$

- Quá trình CB đẳng áp: $C_p = C_v + R$

$$Q_{CB} = \frac{m}{\mu} (C_v + R) (T_B - T_C) = \frac{i+2}{2} \left(\frac{m}{\mu} RT_B - \frac{m}{\mu} RT_C \right)$$

$$Q_{CB} = \frac{i+2}{2} p_2 (V_2 - V_1) = \frac{5+2}{2} 6 \cdot 10^5 (4,5 - 3) 10^{-3} = 3150\text{J}$$

- Cả quá trình

$$Q_{ACB} = Q_{AC} + Q_{CB} = -1650 + 3150 = 1500\text{J}$$

Quá trình ACB khí nhận lượng nhiệt $Q_{ACB} = 1500\text{J}$

Độ biến thiên nội năng:

$$\Delta U_{AB} = \frac{m}{\mu} C_V (T_B - T_A) = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

$$\Delta U_{AB} = \frac{5}{2} (6.10^5 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} - 8,2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}) = 600J$$

Công khí thực hiện trong quá trình biến đổi:

$$A_{ACB} = A_{CB} = p_2 (V_2 - V_1)$$

$$A_{ACB} = 6.10^5 \cdot (4,5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}) = 900J$$

b. Quá trình ADB

Nhiệt

- Quá trình AD đẳng áp

$$Q_{AD} = \frac{m}{\mu} (C_V + R) (T_D - T_A) = \frac{i+2}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_D - \frac{m}{\mu} R T_A \right)$$

$$Q_{AD} = \frac{i+2}{2} p_1 (V_2 - V_1) = \frac{5+2}{2} 8,2 \cdot 10^5 (4,5 - 3) 10^{-3} = 4305J$$

- DB đẳng tích:

$$Q_{DB} = \Delta U = \frac{m}{\mu} \frac{iR}{2} (T_B - T_D) = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_A - \frac{m}{\mu} R T_C \right)$$

$$Q_{DB} = \frac{i}{2} (p_2 - p_1) V_2 = \frac{5}{2} (6.10^5 - 8,2 \cdot 10^5) 4,5 \cdot 10^{-3} = -2475J$$

- Cả quá trình

$$Q_{ADB} = Q_{AC} + Q_{CB} = 4305 - 2475 = 1830J$$

Độ biến thiên nội năng:

$$\Delta U_{AB} = \frac{m}{\mu} C_V (T_B - T_A) = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1)$$

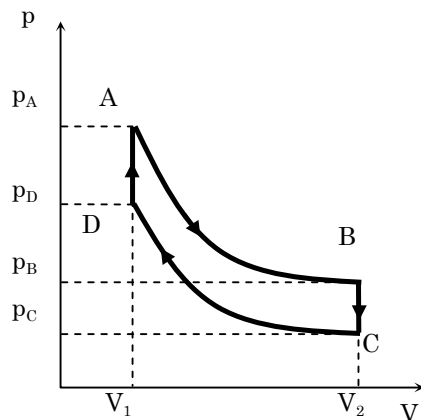
$$\Delta U_{AB} = \frac{5}{2} (6.10^5 \cdot 4,5 \cdot 10^{-3} - 8,2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-3}) = 600J$$

Công khí thực hiện trong quá trình:

$$A_{ADB} = A_{AD} = p_1 (V_2 - V_1)$$

$$A_{ADB} = 8,2 \cdot 10^5 \cdot (4,5 \cdot 10^{-3} - 3 \cdot 10^{-3}) = 1230J$$

8-30. Một kmol khí (khối lượng mol μ) thực hiện một chu trình ABCD như hình dưới, trong đó AB, CD là hai quá trình đẳng nhiệt, ứng với nhiệt độ T_1 và T_2 , BC và DA là hai quá trình đẳng tích ứng với hai thể tích V_2 và V_1 .



- Chứng minh rằng $\frac{p_A}{p_B} = \frac{p_D}{p_C}$
- Tính công và nhiệt trong cả chu trình.

Giải:

- Áp dụng liên tiếp các phương trình của các quá trình đẳng nhiệt:

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D} = \frac{p_D}{p_C} \quad (\text{đpcm})$$

- Công của chu trình bằng công trên các quá trình AB và CD, các quá trình còn lại công bằng không.

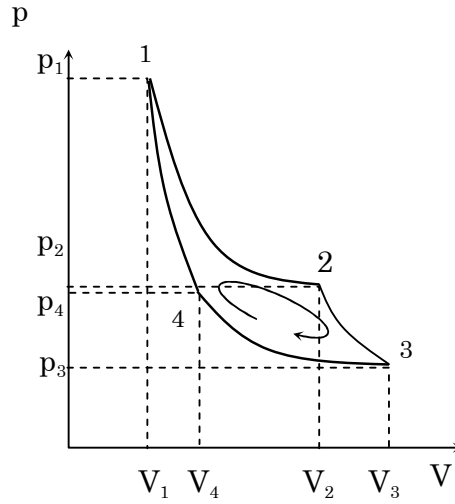
$$A = A_{AB} + A_{CD} = p_A V_A \ln \frac{V_2}{V_1} + p_D V_D \ln \frac{V_1}{V_2} \quad \overset{pV = \frac{m}{\mu} RT}{=} \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

Nhiệt khí nhận trong cả chu trình¹:

$$Q = A = \frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) \ln \frac{V_2}{V_1}$$

- 8-31. Một khối khí thực hiện một chu trình như hình vẽ dưới, trong đó 1-2 và 3-4 là hai quá trình đẳng nhiệt ứng với các nhiệt độ T_1 và T_2 , 2-3 và 3-4 là các quá trình đoạn nhiệt. Cho $V_1 = 2l, V_2 = 5l, V_3 = 8l, p_1 = 7atm$. Tìm:

¹ Trong một chu trình kín $\Delta U = 0$, do đó $Q = A + \Delta U = A$



- p_2, p_3, p_4, V_4, T_2
- Công khí thực hiện trong từng quá trình và trong toàn chu trình.
- Nhiệt mà khối khí nhận được hay tỏa ra trong từng quá trình đẳng nhiệt.

Giải:

- $p_2 = \frac{V_1}{V_2} p_1 = 2,7 atm$, coi không khí là khí lưỡng nguyên tử: $i=5$, ta có:

$$p_3 = \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma} p_2 = 1,45 atm$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{1-\gamma} = 331 K; p_4 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 3,6 atm$$

$$V_4 = \frac{p_3}{p_4} V_3 = 3,2 l$$

- Công thực hiện trên từng quá trình:

$$A_{12} = p_1 V_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 1300 J$$

$$A_{23} = \frac{p_2 V_2}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) = 620 J$$

$$A_{34} = p_2 V_2 \ln \frac{V_4}{V_3} = -1070 J$$

$$A_{41} = \frac{p_2 V_2}{\gamma - 1} \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) = -620 J$$

Công khí thực hiện trong cả chu trình:

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = 230 J$$

- Nhiệt mà khí nhận trong từng quá trình đoạn nhiệt:

$$Q_{12} = A_{12} = 1300J, \text{ khí nhận nhiệt.}$$

$$Q_{34} = A_{34} = -1070J, \text{ khí nhả nhiệt.}$$

- 8-32. Trong một bình có 20g N₂ và 32g oxy. Tìm độ biến thiên nội năng của hỗn hợp khí đó khi làm lạnh nó xuống 28°C.

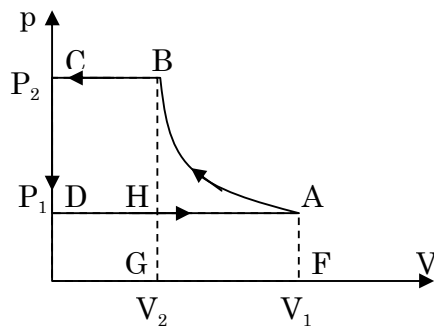
Giải

Độ giảm nội năng

$$\Delta U = \frac{m_O}{\mu_O} \frac{iR}{2} \Delta T + \frac{m_N}{\mu_N} \frac{iR}{2} \Delta T$$

$$\Delta U = \left(\frac{32}{32} + \frac{20}{28} \right) \frac{5,8,31}{2} (273 + 28) \approx 10000J$$

- 8-33. Giản đồ công tác theo lý thuyết của một máy nén được vẽ trên hình 8 – 4. (giản đồ thực nghiệm có các góc tròn hơn). Đoạn AB ứng với quá trình nén đẳng nhiệt không khí, BC quá trình đẩy không khí vào bình chứa (áp suất không đổi); CD – giảm đột ngột áp suất trong xilanh của máy nén khi đóng van thoát và mở van nạp; DA – cho không khí vào ở áp suất 1at. Hãy chứng minh rằng công của máy nén sau một chu trình bằng công đối với quá trình đẳng nhiệt và được biểu diễn bằng diện tích ABGF.



Hình 8-4

Giải

Công A của máy nén bằng công khí nhận được và bằng diện tích ABCD

$$A = dt(ABCD) = dt(ABHA) + dt(BCDHB)$$

$$dt(BCDHB) = (p_2 - p_1)V_2 = p_1 V_1 - p_1 V_2 = p_1 (V_1 - V_2) = dt(AFGH)$$

$$\rightarrow A = dt(ABHA) + dt(AFGH) = dt(ABGF) \text{ (đpcm)}$$

- 8-34. Vẽ các đồ thị của những quá trình đẳng tích, đẳng áp, đẳng nhiệt vào đoạn nhiệt của giản đồ

a. T,p

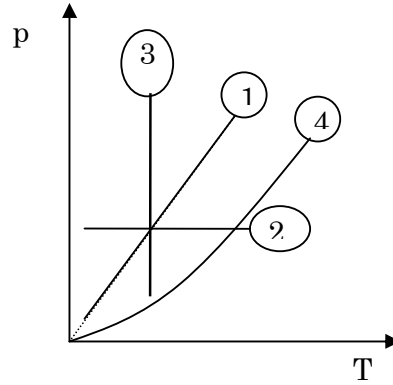
c. T,U

b. T,V

d. V,U

Giải

a. Giảm đồ T,p



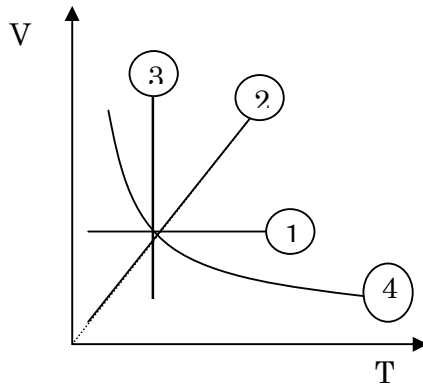
- Quá trình đẳng tích : $p/T = \text{const}$, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng qua gốc tọa độ (đường 1)
- Quá trình đẳng áp: áp suất không đổi, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng song song với OT (đường 2)
- Quá trình đẳng nhiệt: nhiệt độ không đổi, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng song song với Op.
- Quá trình đoạn nhiệt. Sự phụ thuộc p vào T cho bởi phương trình

$$p = \text{const} \cdot T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$(\text{vì do } pV^\gamma = c_1 (= \text{const}) \rightarrow c_1 = \frac{(pV)^\gamma}{p^{\gamma-1}} = (nR)^\gamma \frac{T^\gamma}{p^{\gamma-1}} \rightarrow p = \text{const} \cdot T^{\frac{\gamma}{\gamma-1}})$$

Phương trình này có đồ thị (4) là một đường cong đi qua gốc tọa độ

b. Giảm đồ T,V



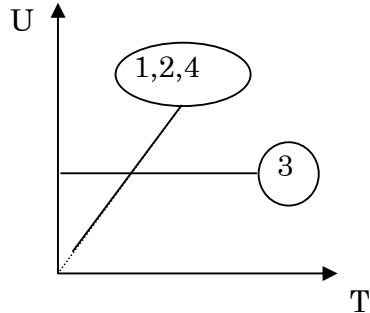
- Quá trình đẳng tích: thể tích không đổi, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng song song với OT (đường 1)
- Quá trình đẳng áp : $V/T = \text{const}$, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng qua gốc tọa độ (đường 2)
- Quá trình đẳng nhiệt: $T = \text{const}$, có đồ thị biểu diễn là đường thẳng song song với OV.
- Quá trình đoạn nhiệt. Sự phụ thuộc V vào T cho bởi phương trình

$$V = \text{const} \cdot T^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

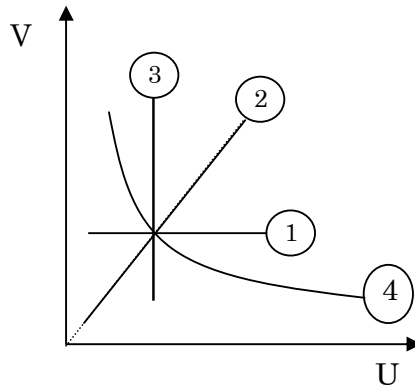
$$(\text{vì do } pV^\gamma = c (= \text{const}) \rightarrow c = (pV)V^{\gamma-1} = (nR)TV^{\gamma-1} \rightarrow V = \text{const.} T^{-\frac{1}{\gamma-1}}, \gamma > 1)$$

Phương trình này có đồ thị (4) là một đường cong dạng hypecbol tiệm cận với hai trục tọa độ (đường 4).

- c. Trong một quá trình bất kỳ : $U = \frac{m}{\mu}RT$, các quá trình đẳng tích, đẳng áp, đoạn nhiệt đường biểu diễn là đường thẳng qua gốc tọa độ (đường 1,2,4), quá trình đẳng nhiệt được cho bởi đường nằm ngang (đường 3).



- d. Giả sử đồ U,V (U khác T một hằng số $\frac{m}{\mu}C_v$, do đó ta chỉ cần kéo dài thêm một tỉ số $\frac{m}{\mu}C_v$ đối với trục T ở đồ thị T,V sẽ nhận được đồ thị U,V)



CHƯƠNG 9: NGUYÊN LÝ THỨ HAI CỦA NHIỆT ĐỘNG LỰC HỌC

- 9-1.** Một máy hơi nước có công suất 14,7kW, tiêu thụ 8,1kg than trong một giờ. Năng suất tỏa nhiệt của than là 7800kcal/kg. Nhiệt độ của nguồn nóng 200°C, nhiệt độ của nguồn lạnh là 58°C. Tìm hiệu suất thực tế của máy. So sánh hiệu suất đó với hiệu suất lý tưởng của máy nhiệt làm việc theo chu trình Cárnot với những nguồn nhiệt kể trên.

Giải

Hiệu suất thực tế của máy

$$h = \frac{Q_{\text{coich}}}{Q_{\text{toanphan}}} 100\% = \frac{14,7.3600}{8,1.7800.4,18} 100\% \approx 20\%$$

Hiệu suất lý tưởng theo chu trình Cárnot

$$h_{\text{lt}} = \frac{T_n - T_l}{T_n} 100\% = \frac{200 - 58}{200 + 273} 100\% \approx 30\%$$

Hay

$$h = \frac{2}{3} h_{\text{lt}}$$

- 9-2.** Các ngoại lực trong máy làm lạnh lý tưởng thực hiện một công bằng bao nhiêu để lấy đi một nhiệt lượng 10^5J từ buồng làm lạnh, nếu nhiệt độ của buồng là 263K, còn nhiệt độ của nước làm lạnh là 285K.

Giải

Hệ số làm lạnh của động cơ

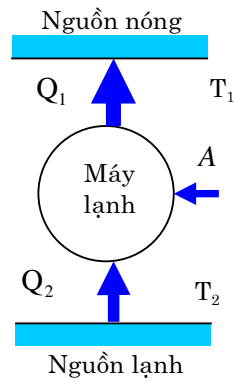
$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A}$$

Nếu máy chạy theo chu trình Cárnot ngược thì:

$$\varepsilon = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$$

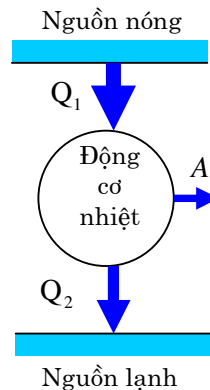
Suy ra

$$\rightarrow A = \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 \right) Q_2 = \left(\frac{285}{263} - 1 \right) 10^5 \approx 8365(\text{J})$$



- 9-3.** Một động cơ nhiệt lý tưởng chạy theo chu trình Cánhô, nhả cho nguồn lạnh 80% nhiệt lượng mà nó thu được của nguồn nóng. Nhiệt lượng thu được trong một chu trình là 1,5kcal. Tìm:
- Hiệu suất động cơ.
 - Công mà động cơ sinh ra trong một chu trình

Giải



- a. Hiệu suất của động cơ

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\% = \left(1 - \frac{Q_2}{Q_1}\right) 100\% = (1 - 0,8) 100\% = 20\%$$

- c. Công mà động cơ sinh ra trong một chu trình

$$A = \eta Q_1 = 0,2 \cdot 1,5 = 0,3 \text{ kcal} = 12,54 \text{ kJ}$$

- 9-4.** Một động cơ nhiệt làm việc theo chu trình Cánhô, sau mỗi chu trình sinh một công $A = 7,35 \cdot 10^4 \text{ J}$. Nhiệt độ của nguồn nóng là 100°C , nhiệt độ của nguồn lạnh là 0°C . Tìm:

- Hiệu suất động cơ.
- Nhiệt lượng nhận được của nguồn nóng sau một chu trình.
- Nhiệt lượng nhả cho nguồn lạnh sau một chu trình.

Giải

- a. Hiệu suất của động cơ

$$\eta = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) 100\% = \left(1 - \frac{273}{100 + 273}\right) 100\% \approx 26,8\%$$

- b. Nhiệt lượng nhận được của nguồn nóng sau một chu trình
 $Q_1 = A / \eta = 7,35 \cdot 10^4 / 0,268 \approx 27,42 \cdot 10^4 \text{ (J)}$
- c. Nhiệt lượng nhả cho nguồn lạnh sau một chu trình.
 $Q_2 = Q_1 - A = 27,42 \cdot 10^4 - 7,35 \cdot 10^4 = 20,07 \cdot 10^4 \text{ (J)}$

9-5. Nhiệt độ của hơi nước từ lò hơi vào máy hơi nước là $t_1 = 227^\circ\text{C}$, nhiệt độ của bình ngưng là $t_2 = 27^\circ\text{C}$. Hơi khi tốn một nhiệt lượng $Q = 1 \text{ kcal}$ thì thu được một công cực đại theo lý thuyết bằng bao nhiêu?

Giải

Công cực đại theo lý thuyết thu được khi động cơ làm việc theo chu trình Cárnot thuận nghịch với hiệu suất lý tưởng

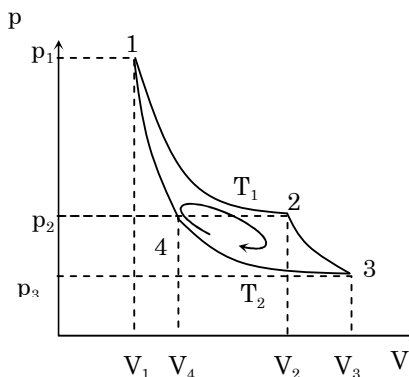
$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Mặt khác

$$\eta = \frac{A}{Q} \rightarrow A = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) Q = \left(1 - \frac{27 + 273}{227 + 273}\right) 1 = 0,4 \text{ (kcal)} = 1,672 \text{ (kJ)}$$

9-6. Một chu trình Cárnot thực hiện giữa hai máy điều nhiệt nhiệt độ $t_1 = 400^\circ\text{C}$, $t_2 = 20^\circ\text{C}$. Thời gian để thực hiện chu trình đó là $\tau = 1 \text{ s}$. Tìm công suất (sinh công) làm việc của động cơ theo chu trình ấy, biết tác nhân là 2kg không khí, áp suất cuối quá trình giãn đẳng nhiệt bằng áp suất ở đầu quá trình nén đoạn nhiệt. Cho không khí có $\mu = 29 \text{ kg/kmol}$.

Giải



Nhiệt lượng nhận được của động cơ trong một chu trình là nhiệt nhận được trong quá trình 1-2 (hình vẽ)

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{p_1}{p_2}$$

Quá trình 4-1 đoạn nhiệt nên

$$p_1 V_1^\gamma = p_4 V_4^\gamma \rightarrow p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_4^{1-\gamma} T_4^\gamma$$

Theo giả thiết $p_2=p_4$, $T_4=T_2$

$$\rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Do đó

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} R T_1 \ln \frac{T_1}{T_2}$$

Công sinh ra trong một chu trình

$$A = \eta Q_1 \quad \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad = \quad \frac{T_1 - T_2}{T_1} Q_1 = \frac{m}{\mu} \frac{\gamma}{\gamma-1} R (T_1 - T_2) \ln \frac{T_1}{T_2}$$

$$A = \frac{2000}{29} \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 8,31 \cdot (400 - 20) \cdot \ln \left(\frac{400 + 273}{20 + 273} \right) \approx 634 \text{ (kJ)}$$

Công suất của động cơ

$$P = \frac{A}{\tau} = 634 \text{ (kW)}$$

9-7. Một máy làm lạnh làm việc theo chu trình Cacbô nghịch, tiêu thụ công suất 36800W. Nhiệt độ của nguồn lạnh là -10°C , nhiệt độ nguồn nóng là 17°C . Tính:

- Hệ số làm lạnh của máy.
- Nhiệt lượng lấy được của nguồn lạnh trong 1s.
- Nhiệt lượng nhả cho nguồn nóng trong 1 giây.

Giải

- Hệ số làm lạnh của máy

$$\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = \frac{-10 + 273}{17 - (-10)} = 9,74$$

- Nhiệt lượng lấy được của nguồn lạnh trong 1s

$$Q'_2 = \varepsilon A = \varepsilon P t = 9,74 \cdot 36800 \cdot 1 \approx 3,6 \cdot 10^5 \text{ (J)} \approx 86000 \text{ cal}$$

- Nhiệt lượng nhả cho nguồn nóng trong 1 giây

$$Q_1 = A + Q'_2 = (\varepsilon + 1) P t = (9,74 + 1) 36800 \cdot 1 \approx 4 \cdot 10^5 \text{ J} \approx 9,5 \cdot 10^4 \text{ cal}$$

9-8. Khi thực hiện chu trình Cacbô, khí sinh công 8600J và nhả nhiệt 2,5kcal cho nguồn lạnh. Tính hiệu suất của chu trình.

Giải

Hiệu suất của chu trình

$$\eta = \frac{A}{Q_1} 100\% = \frac{A}{A + Q_2} 100\% = \frac{8600}{8600 + 2,5 \cdot 10^3 \cdot 4,18} 100\% \approx 45\%$$

9-9. Khi thực hiện chu trình Cacbô, khí nhận được nhiệt lượng 10kcal từ nguồn nóng và thực hiện công 15kJ . Nhiệt độ của nguồn nóng là 100°C . Tính nhiệt độ của nguồn lạnh.

Giải

Hiệu suất của chu trình Các nô

$$1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{A}{Q} \rightarrow T_2 = \left(1 - \frac{A}{Q}\right) T_1 = \left(1 - \frac{15 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3 \cdot 4,18}\right) (273 + 100) = 239K$$

9-10. Một máy nhiệt lý tưởng, chạy theo chu trình Các nô, có nguồn nóng ở nhiệt độ $117^\circ C$ và nguồn lạnh ở nhiệt độ $27^\circ C$. Máy nhận của nguồn nóng là 63000 cal/s . Tính:

- Hiệu suất của máy.
- Nhiệt lượng nhả cho nguồn lạnh trong một giây.
- Công suất của máy.

Giải

a. Hiệu suất của máy là hiệu suất của chu trình Các nô

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{27 + 273}{117 + 273} \approx 23\%$$

b. Nhiệt lượng nhả cho nguồn lạnh trong một giây là Q_2

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \rightarrow Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1 = \frac{27 + 273}{117 + 273} 63000 \approx 48000 \text{ cal/s}$$

c. Công suất máy là P bằng công máy sinh ra trong một giây

$$P = \frac{A}{\tau} = \frac{Q_1 - Q_2}{\tau} = \frac{63000 - 48000}{1} 4,18 \approx 63 \text{ kW}$$

9-11. Một máy làm lạnh lý tưởng, chạy theo chu trình Các nô ngược lấy nhiệt từ nguồn lạnh $0^\circ C$ nhả cho bình nước sôi ở $100^\circ C$. Tính lượng nước cần làm đông ở nguồn lạnh để có thể biến 1 kg nước thành hơi ở bình sôi. Cho biết nhiệt nóng chảy riêng của nước đá là $\lambda = 3,35 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$, và nhiệt hóa hơi riêng của nước là $L = 2,26 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$.

Giải

Có thể hình dung máy lạnh này như sơ đồ đã nêu ở phần tóm tắt lý thuyết.

Nhiệt nhận từ nguồn lạnh Q_2 , nhả ra nguồn nóng là Q_1 :

$$\frac{Q_2}{Q_1 - Q_2} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} \rightarrow Q_2 = \frac{T_2}{T_1} Q_1 \quad (1)$$

Nhiệt lượng cần làm bay hơi nước:

$$Q_1 = Lm \quad (2)$$

Khối lượng nước cần làm nóng chảy là m' :

$$Q_2 = \lambda m' \quad (3)$$

Từ (1) (2) và (3) ta có:

$$m' = \frac{L}{\lambda} \frac{T_2}{T_1} m = \frac{2,26 \cdot 10^6}{3,35 \cdot 10^5} \cdot \frac{273}{373} \cdot 1 \approx 4,93 \text{ kg}$$

- 9-12.** Một kmol khí lý tưởng thực hiện một chu trình gồm 2 quá trình đẳng tích và hai quá trình đẳng áp. Khi đó thể tích của khí thay đổi từ $V_1=25\text{m}^3$ đến $V_2=50\text{m}^3$ và áp suất từ $p_1=1\text{at}$ đến $p_2=2\text{at}$. Hỏi công thực hiện bởi chu trình này nhỏ hơn bao nhiêu lần công thực hiện bởi chu trình Cárnot có các đường đẳng nhiệt ứng với nhiệt độ lớn nhất và nhỏ nhất của chu trình nói trên, nếu khi giãn đẳng nhiệt thể tích tăng lên gấp đôi?

Giải

Công thực hiện trong cả chu trình: $A = (p_2 - p_1)(V_2 - V_1)$

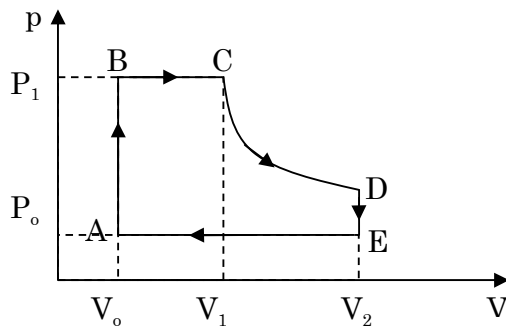
Trong chu trình Cárnot, nhiệt độ nguồn nóng ứng với điểm (V_2, p_2) , nguồn lạnh với (V_1, p_1) . Trong một chu trình tác nhân nhận nhiệt $p_2 V_2 \ln \frac{V'_2}{V'_1}$ với hiệu suất:

$$\eta = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{p_2 V_2}$$

Công khí sinh ra trong một chu trình:

$$\begin{aligned} A' &= \eta Q_1 = (p_2 V_2 - p_1 V_1) \ln \frac{V'_2}{V'_1} \\ \rightarrow \frac{A'}{A} &= \frac{(p_2 V_2 - p_1 V_1) \ln \frac{V'_2}{V'_1}}{(p_1 - p_2)(V_2 - V_1)} = 2,1 \end{aligned}$$

- 9-13.** Một máy hơi nước làm việc theo chu trình như hình vẽ 9-1



Hình 9-1

- Thoạt tiên hơi nước từ nồi hơi vào xilanh, áp suất hơi nước tăng từ p_0 tới p_1 , thể tích không đổi và bằng V_0 (nhánh AB).
- Hơi nước tiếp tục đi vào, pittông chuyển động từ trái sang phải (nhánh BC) với áp suất hơi không đổi là p_1 và thể tích tăng lên V_1 .
- Xilanh đóng van lại, pittông chuyển động tiếp tục sang phải khi đó xảy ra quá trình giãn đoạn nhiệt (Nhánh CD);
- Khi đến vị trí cuối cùng bên phải, thì hơi nước trong xilanh đi vào nguồn lạnh, khi đó áp suất hơi giảm xuống p_0 , còn thể tích không đổi bằng V_2 , (nhánh DE).

- e. Pittông chuyển động ngược lại, đẩy hơi nước còn lại trong xilanh ra ngoài, khi đó áp suất không đổi bằng p_o , thể tích giảm từ V_2 tới V_o (nhánh EA).

Hãy tính công mà máy nhiệt sinh ra mỗi chu trình, nếu $V_o=0,5l$; $V_1=1,5l$; $V_2=3l$; $p_o=1at$; $p_1=12at$ và hệ số đoạn nhiệt là $\gamma=1,33$.

Giải

Công khí thực hiện trên từng quá trình riêng biệt:

+ Quá trình A-B và D-E đẳng tích, khí không sinh công

$$A_{AB} = A_{DE} = 0$$

+ Quá trình BC, khí giãn nở đẳng áp, sinh công

$$A_{BC} = p_1(V_1 - V_o) = 12.9,8.10^4(1,5 - 0,5).10^{-3} = 1176(J)$$

+ Quá trình CD khí giãn nở đoạn nhiệt, theo công thức (P.6) phần phụ lục, công sinh ra trong quá trình giãn nở đoạn nhiệt:

$$A_{CD} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right) = \frac{12.9,8.10^4 . 1,5.10^{-3}}{1,33 - 1} \left(1 - \left(\frac{1,5}{3} \right)^{1,33 - 1} \right) \approx 1093(J)$$

+ Quá trình EA khí biến đổi đẳng áp, công thực hiện

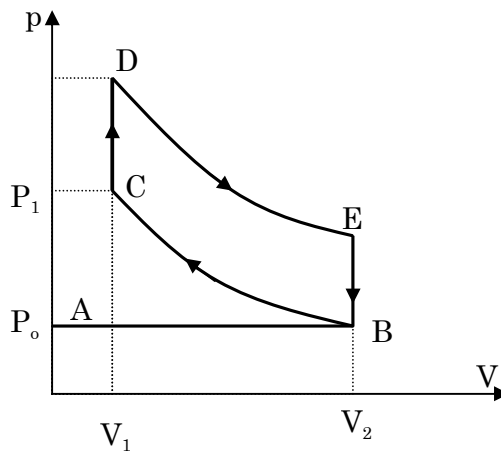
$$A_{EA} = p_o(V_o - V_2) = 9,8.10^4(0,5 - 3).10^{-3} \approx -245(J)$$

Công mà máy nhiệt sinh ra trong mỗi chu trình làm việc chính bằng công thực hiện bởi khí

$$A = A_{AB} + A_{BC} + A_{CD} + A_{DE} + A_{EA} = 0 + 1176 + 1093 + 0 - 245 = 2024(J)$$

9-14. Hình vẽ 9-2 trình bày giản đồ lý thuyết của động cơ đốt trong bốn kỳ.

- Trong quá trình đầu tiên, hỗn hợp cháy được nạp vào xilanh, khi đó $p_o = \text{const}$ và thể tích tăng từ V_2 tới V_1 . (nhánh AB);
- Trong quá trình thứ hai (nhánh BC), hỗn hợp cháy được nén đoạn nhiệt từ thể tích V_1 tới V_2 . Khi đó nhiệt độ tăng từ T_o đến T_1 và áp suất từ p_o đến p_1 ;



Hình 9-2

- c. Tiếp theo là quá trình đốt cháy nhanh hỗn hợp cháy bằng tia lửa điện; khi đó áp suất tăng từ p_1 tới p_2 , thể tích không đổi và bằng V_2 (nhánh CD), nhiệt độ tăng tới T_2 ;
- d. Tiếp theo là quá trình giãn đoạn nhiệt từ thể tích V_2 tới V_1 (nhánh DE), nhiệt độ giảm xuống T_3 ;
- e. ở cuối cùng của pittông (điểm E), van mở, khí thoát ra ngoài, áp suất giảm nhanh tới p_o , thể tích không đổi và bằng V_1 . (nhánh EB).
- f. Cuối cùng là quá trình nén đẳng áp ở áp suất p_o (nhánh BA).

Hãy tính hiệu suất của chu trình nếu hệ số nén $\varepsilon = V_1/V_2 = 5$ và hệ số đoạn nhiệt là $\gamma = 1,33$.

Giải

Nhiệt tác nhân nhận trong cả chu trình chính bằng nhiệt tác nhân nhận trong quá trình CD:

$$Q_1 = Q_{CD} = nC_v(T_D - T_C)$$

Trên EB tác nhân tỏa nhiệt (nhiệt nhận vào sẽ có dấu âm):

$$Q_2 = nC_v(T_B - T_E)$$

Hiệu suất của động cơ:

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{T_B - T_E}{T_D - T_C} = 1 + \frac{nR(T_B - T_E)}{nR(T_D - T_C)} = 1 + \frac{p_o V_1 - p_4 V_1}{p_2 V_2 - p_1 V_2} = 1 + \frac{V_1}{V_2} \frac{p_o - p_4}{p_2 - p_1} \quad (1)$$

Mặt khác:

$$\begin{aligned} p_1 V_2^\gamma &= p_o V_1^\gamma; \quad p_2 V_2^\gamma = p_4 V_1^\gamma \rightarrow (p_2 - p_1) V_2^\gamma = (p_4 - p_o) V_1^\gamma \\ \rightarrow \frac{p_o - p_4}{p_2 - p_1} &= - \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma = -\varepsilon^{-\gamma} \end{aligned} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1):

$$\eta = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} = 1 - 5^{1-1,33} = 41,2\%$$

9-15. Tìm hiệu suất của động cơ đốt trong, cho biết hệ số đoạn nhiệt là 1,33 và hệ số nén bằng:

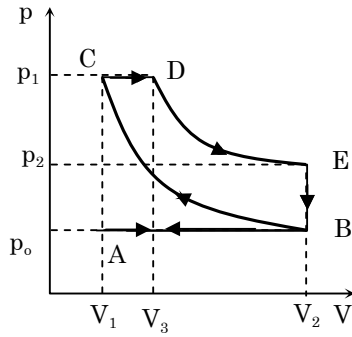
- a. $V_1/V_2 = 4$; b. $V_1/V_2 = 6$; c. $V_1/V_2 = 8$;

Giải

Theo bài 9-14 ta tính được lần lượt cho các quá trình cụ thể

- a. $\eta = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} = 1 - 4^{1-1,33} = 36,7\%$
- b. $\eta = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} = 1 - 6^{1-1,33} = 44,6\%$
- c. $\eta = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} = 1 - 8^{1-1,33} = 49,6\%$

9-16. Chu trình của động cơ diezen bốn kỳ được trình bày trên hình 9-3



Hình 9-3

- Nhánh AB ứng với quá trình nạp không khí, áp suất $p_0 = 1 \text{at}$;
 - Nhánh BC – không khí được nén đoạn nhiệt tới áp suất p_1 .
 - ở cuối kỳ nén, nhiên liệu được phun vào xilanh, nhiên liệu cháy trong không khí nóng, khi đó pittông chuyển động sang phải, đầu tiên là đẳng áp (nhánh CD), sau đó là đoạn nhiệt (nhánh DE);
 - Ở cuối quá trình đoạn nhiệt, van thoát mở, áp suất giảm xuống p_0 (nhánh EB);
 - Nhánh BA ứng với quá trình đẩy khí ra khỏi xilanh.
- Tình hiệu suất của động cơ diezen.

Giải

Trong một chu trình, tác nhân chỉ nhận nhiệt trên quá trình CD:

$$Q_1 = Q_{CD} = nC_p(T_D - T_C)$$

Nhả nhiệt:

$$Q_2 = Q_{EB} = nC_v(T_B - T_E)$$

Hiệu suất :

$$\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{T_B - T_E}{T_D - T_C} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{p_0 V_2 - p_2 V_2}{p_1 V_3 - p_1 V_1} = 1 + \frac{1}{\gamma} \frac{V_2}{V_1} \frac{p_0 / p_1 - p_2 / p_1}{V_3 / V_1 - 1}$$

$$\eta = 1 + \frac{\epsilon}{\gamma} \frac{p_1 - p_2}{\beta - 1} \quad (1)$$

Trong đó $\epsilon = V_2 / V_1$

Mặt khác

$$p_0 V_2^\gamma = p_1 V_1^\gamma \rightarrow \frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = \epsilon^{-\gamma};$$

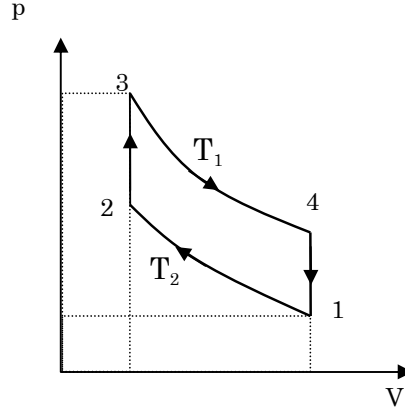
$$p_2 V_2^\gamma = p_1 V_3^\gamma \rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_3}{V_2} \right)^\gamma = \left(\frac{V_3}{V_1} \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma = \beta^\gamma \epsilon^{-\gamma} \quad (2)$$

$$\text{Với } \beta = \frac{V_3}{V_1}$$

Thay (2) vào (1) và biến đổi ta nhận được:

$$\eta = 1 - \frac{\beta^\gamma - 1}{\gamma \epsilon^{\gamma-1} (\beta - 1)}$$

9-17. Một máy hơi nước chạy theo chu trình stilin gồm hai quá trình đẳng nhiệt và hai quá trình đẳng tích như hình 9-4. Tính hiệu suất của chu trình đó. So sánh hiệu suất đó với hiệu suất chu trình Cárnot có cùng nhiệt độ của nguồn nóng và nguồn lạnh.



Hình 9.4

Giải

Nhiệt tác nhận nhận được trong một chu trình làm việc bao gồm quá trình 2 – 3 và 3 – 4

$$Q_{23} = nC_v(T_1 - T_2)$$

$$Q_{34} = A_{34} = nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Công tác nhân sinh ra (bằng công động cơ sinh ra) trong một chu trình làm việc

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = nRT_2 \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) + 0 + nRT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + 0 = nR(T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Hiệu suất của động cơ

$$\eta = \frac{A}{Q_{23} + Q_{34}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + \frac{C_v}{R} \frac{(T_1 - T_2)}{\ln(V_2/V_1)}} < \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \eta_{\text{Carnot}}$$

Vậy động cơ làm việc theo chu trình Stilin có hiệu suất nhỏ hơn khi làm việc theo chu trình Carnot.

9-18. Tính độ biến thiên entropi khi hơi nóng đẳng áp 6,5g hiđrô, thể tích khí tăng gấp đôi.

Giải

Độ biến thiên entropy trong quá trình đẳng áp

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{nC_p dT}{T}$$

Cả quá trình entropy biến thiên một lượng

$$\Delta S = \int dS = nC_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Mặt khác, quá trình đẳng áp nên

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = 2$$

Với Hidrô $i=5$

$$S = \frac{6,5}{2} \cdot \frac{5+2}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln(2) = 65,52 \text{ (J/K)}$$

9-19. Tính độ tăng entropi khi biến đổi 1g nước ở 0°C thành hơi ở 100°C .

Giải

Độ biến thiên entropy khi nước được làm nóng tới 100°C

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{mC dT}{T} \rightarrow \Delta S_1 = \int dS = mC \int \frac{dT}{T} = mC \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S_1 = 10^{-3} \cdot 4180 \cdot \ln \left(\frac{100 + 273}{0 + 273} \right) = 1,3$$

Độ biến thiên entropy trong quá trình nước hóa hơi ở 100°C

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T_2} = \frac{Lm}{T_2} = \frac{2,26 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3}}{373} \approx 6,1$$

Độ biến thiên entropy trong cả quá trình

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 \approx 7,4 \text{ (J/K)}$$

9-20. Tính độ biến thiên entropi khi giãn đẳng nhiệt 10,5g khí Nitơ từ thể tích 2l tới thể tích 5l.

Giải

Ta có

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{\Delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = \frac{10,5}{28} \cdot 8,31 \cdot \ln(5/2) \approx 2,9 \text{ (J/K)}$$

9-21. 10g ôxy được hơ nóng từ $t_1=50^\circ\text{C}$ tới $t_2=150^\circ\text{C}$. Tính độ biến thiên entropi nếu quá trình hơ nóng là:

- a. Đẳng tích; b. đẳng áp.

Giải

- a. Quá trình đẳng tích

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \int \frac{\delta A + dU}{T} = \frac{m}{\mu} C_v \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$\Delta S = \frac{10}{32} \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{150 + 273}{50 + 273} \right) \approx 1,7 \text{ (J/K)}$$

- b. Đẳng áp

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{m}{\mu} C_p \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} \frac{i+2}{2} R \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S = \frac{10}{32} \frac{5+2}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{150+273}{50+273} \right) \approx 2,4 (\text{J/K})$$

9-22. Tính độ biến thiên entropi khi biến đổi 6g khí hydro từ thể tích 20lít, áp suất 1,5at đến thể tích 60lít, áp suất 1at.

Giải

Vì độ biến thiên entropy chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và cuối nên ta có thể chọn cho khí một cách biến đổi bất kỳ mà không ảnh hưởng tới kết quả. Chẳng hạn, cho khí biến đổi đẳng tích tới áp suất 1at, sau đó giãn đẳng áp tới thể tích 60l.

+ Với quá trình thứ nhất (quá trình đẳng tích):

$$\Delta S_1 = \int \frac{\delta Q}{T} = n C_v \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{m}{\mu} C_v \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

+ Với quá trình thứ hai (quá trình đẳng áp):

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T} = n C_p \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{m}{\mu} C_p \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Độ biến thiên entropy của cả quá trình

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{m}{\mu} \left(C_p \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) + C_v \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right) \right)$$

$$\Delta S = \frac{6}{2} \left(\frac{5+2}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{60}{20} \right) + \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{1}{1,5} \right) \right) \approx 71 (\text{J/K})$$

9-23. Một kilômol khí lưỡng nguyên tử được hơ nóng, nhiệt độ tuyệt đối của nó được tăng lên 1,5 lần. Tính độ biến thiên entropi nếu quá trình hơ nóng là:

- a. Đẳng tích; b. Đẳng áp

Giải

a. Quá trình đẳng tích

$$\Delta S_1 = \int \frac{\delta Q}{T} = n C_v \int \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} C_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} R \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S_1 = 10^3 \cdot \frac{5}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln(1,5) \approx 8,4 \cdot 10^3 (\text{J/K})$$

b. Quá trình đẳng áp

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T} = n C_p \int \frac{dT}{T} = n C_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = n \frac{i+2}{2} R \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\Delta S_2 = 10^3 \cdot \frac{5+2}{2} \cdot 8,31 \cdot \ln(1,5) \approx 11,8 \cdot 10^3 (\text{J/K})$$

- 9-24.** 22g khí nitơ được đun nóng, nhiệt độ tuyệt đối của nó tăng gấp 2,1 lần và entropi tăng lên 4,19cal/K. Xét xem quá trình đun nóng là đẳng tích hay đẳng áp?

Giải

Giả sử nhiệt dung của quá trình biến đổi là C, khi đó

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = nC \int \frac{dT}{T} = \frac{n}{\mu} C \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$\rightarrow C = \frac{\mu \Delta S}{n \ln(T_2 / T_1)} = \frac{28.4,19}{22 \cdot \ln(2,1)} \approx 7(\text{cal} / \text{K}) \approx 29(\text{J} / \text{K})$$

Đối với Nitơ

$$C_v = \frac{iR}{2} \approx 21(\text{J} / \text{mol}); C_p = \frac{(i+2)R}{2} \approx 29(\text{J} / \text{mol})$$

Vậy quá trình đun nóng là quá trình đẳng áp

- 9-25.** Độ biến thiên entropi trên đoạn giữa hai quá trình đoạn nhiệt trong chu trình Carnot bằng 1kcal/độ. Hiệu nhiệt độ giữa hai đường đẳng nhiệt là 100°C. Hỏi nhiệt lượng đã chuyển hóa thành công trong chu trình này

Giải

Gọi nhiệt độ của hai đường đẳng nhiệt là T_1 và T_2 ($T_1 > T_2$)

Công thực hiện trong chu trình bằng hiệu của nhiệt nhận vào thực sự và nhiệt tỏa ra thực sự trong một chu trình (chính bằng tổng nhiệt lượng *nhận vào* trong cả chu trình)

$$A = Q_1 + Q_2$$

Trong chu trình Carnot

$$\eta = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \rightarrow \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_1 - Q_2}{T_1 - T_2} = \frac{A}{T_1 - T_2}$$

Trong quá trình đẳng nhiệt (giữa hai quá trình đoạn nhiệt), độ biến thiên entropy là

$$\Delta S = \int \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$$

Nên

$$A = (T_1 - T_2) \Delta S = 100(\text{kcal}) = 418(\text{kJ})$$

- 9-26.** Bỏ 100g nước đá ở 0°C vào 400g nước ở 30°C trong một bình có vỏ cách nhiệt lý tưởng. Tính độ biến thiên entropi của hệ trong quá trình trao đổi nhiệt. Từ đó suy ra rằng nhiệt chỉ truyền từ vật nóng sang vật lạnh. Cho biết nhiệt nóng chảy riêng của nước đá ở 0°C là $\lambda = 80\text{kcal/kg}$; nhiệt dung riêng của nước là 1kcal/kgđộ.

Giải

Nhiệt độ cân bằng T của hệ sau khi trao đổi nhiệt xác định từ phương trình cân bằng nhiệt

$$\lambda m_1 + c m_1 (t - t_1) = c m_2 (t_2 - t) \rightarrow t = \frac{c(m_2 t_2 + m_1 t_1) - \lambda m_1}{c(m_1 + m_2)}$$

$$t = \frac{1(400.30 + 100.0) - 80.100}{1(100 + 400)} = 8(^{\circ}\text{C}) = 281(\text{K})$$

Đối với nước đá, độ tăng entropy bao gồm độ tăng do nóng chảy và độ tăng do tăng nhiệt độ

$$\Delta S_1 = \int_1 \frac{\delta Q}{T} + \int_2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{\Delta Q}{T_1} + c m_1 \int_{T_1}^T \frac{dT}{T} = \frac{\lambda m_1}{T_1} + c m_1 \ln\left(\frac{T}{T_1}\right)$$

Với T = 281(K) là nhiệt độ cân bằng của hệ.

Đối với nước bị lạnh đi, entropy sẽ giảm, độ biến thiên khi này là

$$\Delta S_2 = \int \frac{\delta Q}{T} = c m_2 \int_{T_2}^T \frac{dT}{T} = c m_2 \ln\left(\frac{T}{T_1}\right)$$

Độ biến thiên entropy của hệ là

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{\lambda m_1}{T_1} + c m_1 \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + c m_2 \ln\left(\frac{T}{T_2}\right)$$

$$\Delta S = \frac{80.0,1}{(0 + 273)} + 1.0,1 \cdot \ln\left(\frac{281}{0 + 273}\right) + 1.0,4 \cdot \ln\left(\frac{281}{30 + 273}\right) \approx 0,002(\text{kcal/K})$$

Ta thấy $\Delta S > 0$, điều đó chứng tỏ nhiệt chỉ có thể truyền từ vật nóng sang vật lạnh

* Để chứng minh nhiệt chỉ có thể truyền từ vật nóng sang vật lạnh ta có thể làm như sau: Xét hệ hai vật cô lập, năng lượng của hệ bảo toàn (nếu quá trình ta xét chỉ liên quan đến sự truyền nhiệt thì nhiệt được bảo toàn)

$$Q = Q_1 + Q_2 = \text{const} \rightarrow \delta Q_1 = -\delta Q_2$$

Trong đó δQ_1 , δQ_2 là độ biến thiên nhiệt lượng của vật 1 và 2.

Độ biến thiên entropy

$$dS = dS_1 + dS_2 = \frac{\delta Q_1}{T_1} + \frac{\delta Q_2}{T_2}$$

Theo (*) ta có

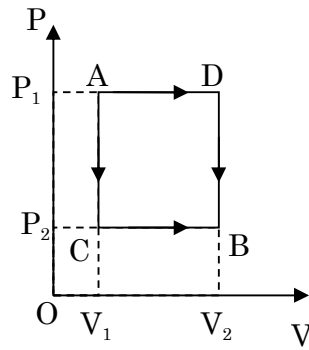
$$dS = \delta Q_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = \frac{(T_2 - T_1) \delta Q_1}{T_1 T_2} > 0 \rightarrow (T_2 - T_1) \delta Q_1 > 0$$

Nếu $T_2 > T_1$ thì $\delta Q_1 > 0$ tức là vật 1 nhận nhiệt hay nhiệt truyền từ vật 2 sang vật 1

Nếu $T_2 < T_1$ thì $\delta Q_1 < 0$ tức là vật 1 tỏa nhiệt hay nhiệt truyền từ vật 1 sang vật 2

Vậy nhiệt chỉ có thể truyền từ vật nóng sang vật lạnh

9-27. Tính độ biến thiên entropi của một chất khí lý tưởng khi trạng thái của nó thay đổi từ A tới B (hình 9-5) theo:



Hình 9-5

a. Đường ACB

b. Đường ADB

Cho biết: $V_1=3\text{l}$; $p_1=8,31.10^5\text{N/m}^2$; $V_2=4,5\text{l}$; $t_1=27^\circ\text{C}$, $p_2=6.10^5\text{N/m}^2$

Giải

Độ biến thiên entropy không phụ thuộc vào quá trình biến đổi như thế nào, mà chỉ phụ thuộc vào trạng thái đầu và trạng thái cuối, nên:

$$\Delta S = \Delta S_{AC} + \Delta S_{CB} = nC_v \int_A^C \frac{dT}{T} + nC_p \int_C^B \frac{dT}{T} = nC_v \ln\left(\frac{T_C}{T_A}\right) + nC_p \ln\left(\frac{T_B}{T_C}\right)$$

A - C và C - B đẳng áp nên

$$\frac{T_C}{T_A} = \frac{p_2}{p_1}; \quad \frac{T_B}{T_C} = \frac{V_2}{V_1}$$

Do đó

$$\Delta S = n \frac{i}{2} R \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + n \frac{i+2}{2} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{p_1 V_1}{T_1} \left(\frac{i}{2} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + \frac{i+2}{2} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \right)$$

$$\Delta S = \frac{8,31.10^5.3.10^{-3}}{(27+273)} \left(\frac{6}{2} \ln\left(\frac{6.10^5}{8,31.10^5}\right) + \frac{6+2}{2} \ln\left(\frac{4,5}{3}\right) \right) \approx 5,4(\text{J/K})$$

9-28. Có hai bình khí, bình thứ nhất có thể tích $V_1=2\text{l}$ chứa khí Nitơ ở áp suất $p_1=1\text{at}$, bình thứ hai có thể tích $V_2=3\text{l}$ chứa khí CO ở áp suất $p_2=5\text{at}$. Cho hai bình thông với nhau và đặt chúng trong một vỏ cách nhiệt lý tưởng. Tính độ biến thiên entropy của hệ khi hai khí trộn lẫn vào nhau, biết nhiệt độ ban đầu trong hai bình bằng nhau và bằng 27°C .

Giải

Khi giãn nở vào nhau các chất khí không sinh công, nhiệt lại bị cách nên quá trình đạt được trạng thái cuối cùng có nhiệt độ không đổi (lưu ý, đây không phải là quá trình đoạn nhiệt thuận nghịch). Entropy thay đổi một lượng (tính bằng con đường đẳng nhiệt)

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \int_1 \frac{\delta Q}{T} + \int_2 \frac{\delta Q}{T}$$

Quá trình đẳng nhiệt

$$Q = A = pV \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$\Delta S = \frac{p_1 V_1}{T} \ln \left(\frac{V_1 + V_2}{V_1} \right) + \frac{p_2 V_2}{T} \ln \left(\frac{V_1 + V_2}{V_2} \right)$$

$$\Delta S = \frac{9,8 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{273 + 27} \ln \left(\frac{2 + 3}{2} \right) + \frac{5,98 \cdot 10^4 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{273 + 27} \ln \left(\frac{2 + 3}{3} \right) \approx 3,1 (\text{J/K})$$

9-29. 200g sắt ở 100°C được bỏ vào một nhiệt lượng kế chứa 300g nước ở 12°C. Entropy của hệ này thay đổi như thế nào khi cân bằng nhiệt?

Giải

Sau khi trao đổi nhiệt hệ sẽ cân bằng ở nhiệt độ t°C. Phương trình cân bằng nhiệt

$$c_1 m_1 (t_1 - t) = c_2 m_2 (t - t_2) \rightarrow t = \frac{c_1 m_1 t_1 + c_2 m_2 t_2}{c_1 m_1 + c_2 m_2}$$

$$t = \frac{460 \cdot 0,2 \cdot 100 + 4180 \cdot 0,3 \cdot 12}{460 \cdot 0,2 + 4180 \cdot 0,3} \approx 18 (\text{°C})$$

Độ biến thiên entropy của hệ bao gồm sự giảm entropy của miếng sắt và sự tăng entropy của khối nước

$$\Delta S = c_1 m_1 \int \frac{dT}{T} + c_2 m_2 \int \frac{dT}{T} = c_1 m_1 \ln \left(\frac{T}{T_1} \right) + c_2 m_2 \ln \left(\frac{T}{T_2} \right)$$

$$\Delta S = 460 \cdot 0,2 \cdot \ln \left(\frac{18 + 273}{100 + 273} \right) + 4180 \cdot 0,3 \cdot \ln \left(\frac{18 + 273}{12 + 273} \right) \approx 3,3 (\text{J/K})$$

Vậy sau khi cân bằng nhiệt entropy của hệ tăng lên một lượng 3,3(J/K)

CHƯƠNG 10: CHẤT KHÍ

- 10-1.** Có 10g khí He chiếm thể tích 100cm^3 ở áp suất 10^8N/m^2 . Tìm nhiệt độ của khí trong hai trường hợp
- Coi khí He là lý tưởng
 - Coi khí He là khí thực

Giải

- a. Khí He lý tưởng, nhiệt độ được xác định từ phương trình Mendeleev – Crapayron

$$T = \frac{pV}{(m/\mu)R} = \frac{10^8 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{(10/4) \cdot 8,31} \approx 481(\text{K})$$

- b. Khí He khí thực, nhiệt độ được xác định từ phương trình Van de Walls

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT \rightarrow T = \frac{1}{R} \left(\frac{\mu p}{m} + \frac{m}{\mu} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right)$$

$$T = \frac{1}{8,31} \left(\frac{4 \cdot 10^8}{10} + \frac{10}{4} \frac{4,1 \cdot 10^{-4}}{(100 \cdot 10^{-6})^2}\right) \left(100 \cdot 10^{-6} - \frac{10}{4} 2,3 \cdot 10^{-5}\right) \approx 205\text{K}$$

Đối với He

$$a = 4,121 \cdot 10^{-4} \text{Jm}^3 / \text{kmol}^2; b = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{m}^3 / \text{kmol}$$

- 10-2.** Trong một bình thể tích 10lít chứa 0,25kg khí nitơ ở nhiệt độ 27°C .
- Tìm tỉ số giữa nội áp và áp suất do khí tác dụng lên thành bình
 - Tìm tỉ số giữa cộng tích và thể tích của bình

Giải

Các hằng số Van de Walls của khí Nitơ²

$$a = 0,141 \text{Jm}^3 / \text{mol}^2; b = 3,92 \cdot 10^{-5} \text{m}^3 / \text{mol}$$

Phương trình Van de Walls

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2}\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{m}{\mu} RT \quad (1)$$

- a. Tỉ số giữa nội áp và áp suất do khí tác dụng lên thành bình

$$\text{Nội áp } p' = \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2}$$

Chia hai vế của (1) cho p' ta có:

$$\left(\frac{p}{p'} + 1\right) \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) = \frac{\mu V^2 RT}{am} \rightarrow \frac{p}{p'} = \frac{RV^2 T}{\frac{m}{\mu} a \left(V - \frac{m}{\mu} b\right)} \rightarrow \frac{p'}{p} = \frac{ma}{\mu RV^2 T} \left(V - \frac{m}{\mu} b\right) \quad (2)$$

$$\frac{p'}{p} = \frac{250 \cdot 0,141}{28 \cdot 8,31 \cdot 0,01^2 \cdot 300} \left(0,01 - \frac{250}{28} \cdot 3,92 \cdot 10^{-5}\right) \approx 4,9\%$$

² N.I.Kosin, M.G. Sirkevich, Sổ tay vật lý cơ sở, NXB công nhân kỹ thuật Hà Nội 1980, trang 106.

b. Tỷ số giữa cộng tích và thể tích của bình
Cộng tích

$$V' = \frac{m}{\mu} b$$

Tỷ số

$$\frac{V'}{V} = \frac{mb}{\mu V} = \frac{250.3,92.10^{-5}}{28.0,01} = 3,5\%$$

10-3. Tìm áp suất của khí cacbonic ở 3°C nếu biết khối lượng riêng của nó ở nhiệt độ đó là 550kg/m³.

Giải

Phương trình Van de Walls

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT \rightarrow \left(p + \frac{\rho^2 a}{\mu^2} \right) \left(1 - \frac{\rho}{\mu} b \right) = \frac{\rho}{\mu} RT$$

$$\rightarrow p = \frac{RT}{(\mu / \rho - b)} - \frac{\rho^2 a}{\mu^2}$$

Thay số

$$p = \frac{8,31.(273+3)}{(0,028/550 - 3,92.10^{-5})} - \left(\frac{550}{0,028} \right)^2 .0,141 \approx 1,4.10^8 (\text{Pa})$$

10-4. Thể tích của 4g khí oxy tăng từ 1 đến 5 dm³. Xem khí oxy là thực. Tìm công của nội lực trong quá trình giãn nở đó.

Giải

Nội áp

$$p' = \left(\frac{m}{\mu} \right)^2 \frac{a}{V^2}$$

Công của nội lực

$$A' = \int p' dV = \left(\frac{m}{\mu} \right)^2 \int_{V_1}^{V_2} \frac{a dV}{V^2} = a \left(\frac{m}{\mu} \right)^2 \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$

$$A' = 0,138 \left(\frac{4}{32} \right)^2 \left(\frac{1}{0,001} - \frac{1}{0,005} \right) \approx 1,7 (\text{J})$$

10-5. Tính nội áp của khí cacbonic lúc khối lượng riêng của nó là 550kg/m³. Cho biết đối với khí cacbonic có: T_k=304K và p_k=7,4.10⁶N/m²

Giải

Nội áp của khí Cacbonic

$$p' = \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} = \frac{\rho^2}{\mu^2} \frac{27RT_k^2}{64p_k}$$

Nhưng do

$$a = \frac{27RT_k^2}{64p_k}$$

Nên

$$p' = \left(\frac{550}{0,044} \right)^2 \frac{27,8,31.304^2}{64.7,4.10^6} \approx 6,8.10^6 (\text{Pa})$$

10-6. Tính khối lượng nước cần cho vào một cái bình thể tích 30cm³ để khi đun nóng tới trạng thái tới hạn nó chiếm toàn bộ thể tích của bình.

Giải

Gọi khối lượng nước cần cho vào bình là m. Khi đun nóng tới trạng thái tới hạn, thể tích của bình là thể tích tới hạn, nên

$$V = V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b \rightarrow m = \frac{\mu V}{3b}$$

Hằng số Van de Walls của nước $b=30,5.10^{-6}\text{m}^3/\text{mol}$, ta tính được $m=5,9\text{g}$

10-7. Xác định khối lượng riêng của hơi nước ở điểm tới hạn theo giá trị cộng tích $b=0,03\text{m}^3/\text{kmol}$.

Giải

Cộng tích

$$V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b \rightarrow \rho_k = \frac{m}{V_k} = \frac{\mu}{3b} = \frac{0,018}{3,0,03.10^{-3}} = 200 (\text{kg} / \text{m}^3)$$

10-8. Đối với khí cacbonic : $a=3,64.10^5\text{Jm}^3/\text{kmol}^2$, $b=0,043\text{m}^3/\text{kmol}$. Hỏi:

- 1g cacbonic lỏng có thể tích lớn nhất là bao nhiêu?
- Áp suất hơi bão hòa lớn nhất là bao nhiêu?
- CO₂ lỏng có nhiệt độ cao nhất là bao nhiêu?
- Cần phải nén khí CO₂ với áp suất bằng bao nhiêu để thành CO₂ lỏng ở nhiệt độ 31°C và 50°C.

Giải

- Thể tích lớn nhất của cacbonic lỏng ứng với trạng thái tới hạn (suy ra từ các đường đẳng nhiệt Van de Walls)

$$V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{3bm}{\mu} = \frac{3,0,043.10^{-3}}{44.10^{-3}} \approx 2,93.10^{-3} \text{m}^3 / \text{kg}$$

$$(b=0,043\text{m}^3/\text{kmol} = 0,043.10^{-3}\text{m}^3/\text{mol})$$

- Áp suất hơi bão hòa cực đại ứng với điểm ba (suy ra từ các đường đẳng nhiệt Van de Walls)

$$p_k = \frac{a}{27b^2} = \frac{0,364}{27(0,043.10^{-3})^2} \approx 7,4.10^6 \text{ (Pa)}$$

$$(a=3,64.10^5 \text{ Jm}^3/\text{kmol}^2=0,364 \text{ Jm}^3/\text{mol})$$

c. Nhiệt độ cao nhất mà nitơ còn ở thể lỏng ứng với nhiệt độ điểm ba

$$T_k = \frac{8a}{27Rb} = \frac{8.0,364}{27.8,31.0,043.10^{-3}} \approx 304\text{K} = 31^\circ \text{ (C)} (!)$$

d. Cácbonic lỏng ở 31°C cần nén tới áp suất bằng áp suất tới hạn

$$p_k = 7,4.10^6 \text{ (Pa)}$$

Đó cũng là nhiệt độ lớn nhất mà cácbonic ở thể lỏng ở mọi áp suất. Với nhiệt độ 51°C là không thể thực hiện hoá lỏng với bất cứ áp suất nào

10-9. Để nghiên cứu trạng thái tới hạn nhà vật lý học Nga A. Vênariuyt dùng một cái hộp trong đó có đựng một ống chứa ete được hàn kín. Hơ nóng hộp để quan sát trạng thái tới hạn.

- ở 20°C , ete nước phải chiếm một thể tích bằng bao nhiêu phần trăm thể tích của ống để khi đến nhiệt độ tới hạn, ống chứa đầy ete ở trạng thái tới hạn? Biết rằng khối lượng 1 kmol ete là 74kg/kmol , khối lượng riêng của ete ở 20°C bằng 714kg/m^3 . Đối với ete $T_k=193^\circ\text{C}$, $p_k=35,9.10^5\text{N/m}^2$;
- Nếu thể tích của ống lớn hay nhỏ hơn thể tích ete tới hạn thì sẽ xảy ra hiện tượng gì khi nhiệt độ nâng lên?

Giải

- Gọi thể tích và khối lượng ete đổ vào ống là V và m , thể tích của nó ở trạng thái tới hạn là V_k (do đó cũng là thể tích của ống). Ta có

$$V_k = \frac{m}{\mu} V_{ok} = \frac{m}{\mu} 3b = \frac{m}{\mu} 3b \frac{RT_k}{8p_k}$$

$$V = \frac{m}{\rho} \rightarrow \frac{V}{V_k} = \frac{8\mu p_k}{3\rho RT_k} = \frac{8.0,074.34,9.10^5}{3.714.8,31.(273+193)} \approx 25\%$$

- Khi thể tích của ống nhỏ hơn thể tích V_k thì chưa đun ete lên tới trạng thái tới hạn ete đã chiếm đầy ống.
- Khi thể tích của ống lớn hơn thể tích V_k thì chưa đun ete lên tới trạng thái tới hạn ete đã bay hơi hết.

CHƯƠNG 11: CHẤT LỎNG

- 11-1.** Xác định công cần thiết để biến một giọt nước 1g thành sương mù (nghĩa là để tách giọt nước đó thành những giọt nhỏ) đường kính $0,2\mu\text{m}$. Diện tích bề mặt của giọt nước lúc đầu coi như không đáng kể so với tổng diện tích bề mặt của giọt sương mù.

Giải

Khối lượng của một giọt sương mù

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 \text{ (r là bán kính giọt sương)}$$

Số giọt sương được tạo thành từ giọt nước

$$N = \frac{M}{m} = \frac{3M}{4\pi\rho r^3}$$

Diện tích bề mặt của một giọt $s = 4\pi r^2$, vậy diện tích bề mặt tổng cộng

$$S = sN = \frac{3M}{\rho r} = \frac{6M}{\rho d} \text{ (d=2r là đường kính giọt sương)}$$

Công cần thiết để biến giọt thành sương mù tối thiểu bằng năng lượng mặt ngoài

$$A = \sigma S = \frac{6\sigma M}{\rho d}$$

$$A = \frac{6 \cdot 0,073 \cdot 0,001}{1000 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 2,19(\text{J})$$

- 11-2.** Hai giọt thủy ngân với bán kính mỗi giọt là 1mm nhập lại thành một giọt lớn. Hỏi nhiệt độ của giọt thủy ngân tăng lên bao nhiêu? Cho biết thủy ngân có suất căng mặt ngoài $\sigma=0,5\text{N/m}$, khối lượng riêng $\rho=13,6 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$, nhiệt dung riêng $c=138\text{J/kg}^\circ\text{C}$.

Giải

Gọi bán kính của giọt nhỏ là r, của giọt lớn được tạo thành là R. Ta có:

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rho = 2 \frac{4}{3}\pi r^3 \rho \rightarrow R = r\sqrt[3]{2}$$

Nhập làm một, diện tích mặt ngoài của giọt lớn sẽ nhỏ hơn tổng diện tích mặt ngoài của hai giọt nhỏ, năng lượng bề mặt sẽ giảm. Độ giảm năng lượng bề mặt này sẽ bằng nhiệt lượng của giọt lớn nhận được.

$$(2 \cdot 4\pi r^2 - 4\pi R^2) \sigma = mc\Delta t; \quad m = 2 \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$$

Do đó

$$\Delta t = \left(1 - \frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right) \frac{3\sigma}{c\rho r} = \left(1 - \frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right) \frac{3 \cdot 0,5}{138 \cdot 13,6 \cdot 0,001} \approx 1,65 \cdot 10^{-4} (^\circ\text{C})$$

- 11-3.** Tính công cần thực hiện để thổi một bong bóng xà phòng đạt đến bán kính $r=7\text{cm}$. Suất căng mặt ngoài của nước xà phòng là $\sigma=4.10^{-2}\text{N/m}$. áp suất khí quyển $p_0=1,01.10^5\text{N/m}^2$.

Giải

Ta coi nhiệt độ của khí trong quá trình thổi là không đổi (quá trình đẳng nhiệt). Công cần thổi bong bóng bằng công tạo ra mặt ngoài (bằng năng lượng mặt ngoài) A_1 , và công nén đẳng nhiệt A_2 của một lượng khí đúng bằng lượng khí trong bong bóng ở cuối quá trình từ khí quyển vào.

$$A_1 = 2 \cdot \sigma \cdot 4\pi r^2 = 8\sigma\pi r^2$$

$$A_2 = pV \ln \frac{p}{p_0}$$

p_0 là áp suất khí quyển, p là áp suất khí trong bong bóng

Để tính p , ta chú ý màng xà phòng gồm hai mặt phân cách, mỗi mặt phân cách (mặt khum) sẽ gây ra áp suất phụ “ép” vào tâm với giá trị tính theo công thức Laplace

$p_p = 2\sigma/r$. áp suất phụ tổng cộng do màng xà phòng gây ra cho khí bên trong bao gồm áp suất do mặt cong phía ngoài và mặt cong phía trong (với bán kính xấp xỉ bán kính mặt cong ngoài) và áp suất khí quyển cộng lại:

$$p = \frac{4\sigma}{r} + p_0$$

Do đó

$$A_2 = \left(p_0 + \frac{4\sigma}{r} \right) \frac{4}{3} \pi r^3 \ln \left(\frac{p_0 + 4\sigma/r}{p_0} \right) = \frac{4}{3} \pi r^3 p_0 \left(1 + \frac{4\sigma}{p_0 r} \right) \ln \left(1 + \frac{4\sigma}{p_0 r} \right)$$

Vì do $x = \frac{4\sigma}{p_0 r} \ll 1$ nên $(1+x) \ln(1+x) \approx (1+x)x \approx x$ nên ta có

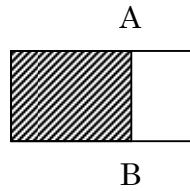
$$A_2 \approx \frac{16\sigma\pi r^2}{3}$$

Vậy công tổng cộng

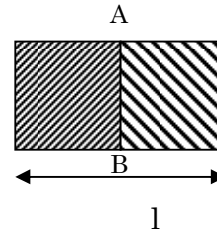
$$A = A_1 + A_2 = 8\sigma\pi r^2 + \frac{16\sigma\pi r^2}{3} = \frac{40\sigma\pi r^2}{3}$$

$$A = \frac{40 \cdot 0,043 \cdot 14,007^2}{3} \approx 8,2 \cdot 10^{-2} (\text{J})$$

- 11-4.** Một cái khung làm bằng những đoạn dây kim loại cứng. Đoạn dây AB linh động, dài $l=15\text{cm}$. Khung được phủ một màng xà phòng có suất căng mặt ngoài $\sigma=0,045\text{N/m}$ (h 11-3). Tính công cần thực hiện để kéo AB ra một đoạn $\Delta x=4\text{cm}$.



Hình 11-3



Hình 11-4

Giải

Lực tối thiểu kéo AB bằng lực căng mặt ngoài tác dụng lên AB, công của lực này (cũng chính bằng năng lượng mặt ngoài đã được tăng lên do tăng diện tích bề mặt màng)

$$A = F_s = \sigma \Delta x = 0,045 \cdot 0,15 \cdot 0,04 = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ (J)}$$

- 11-5.** Có một khung hình chữ nhật chiều dài $l=10\text{cm}$. Đoạn dây AB linh động chia khung đó thành hai khung nhỏ hình vuông (h 11-4). Hỏi đoạn AB sẽ dịch chuyển về phía nào và dịch chuyển một đoạn bằng bao nhiêu nếu hai khung hình vuông đó được phủ bằng hai màng chất lỏng khác nhau có suất căng mặt ngoài tương ứng là: $\sigma_1 = 0,06\text{N/m}$ và $\sigma_2 = 0,04\text{N/m}$.

Giải

Xét về mặt năng lượng, năng lượng mặt ngoài của hệ ban đầu là $(\sigma_1 + \sigma_2)S$ (S là diện tích nửa hình chữ nhật). Hệ cân bằng ở vị trí sao cho năng lượng mặt ngoài của hệ hai màng xà phòng là nhỏ nhất, có nghĩa là dây AB sẽ chuyển động về phía làm màng xà phòng có suất căng mặt ngoài lớn hơn. Kết quả là dây AB sẽ chuyển động đến tận cùng bên phía màng có sức căng mặt ngoài lớn hơn

- 11-6.** Để xác định lực căng mặt ngoài của rượu người ta làm như sau: cho rượu trong một cái bình chảy nhỏ giọt ra ngoài theo một ống nhỏ thẳng đứng có đường kính $d=2\text{mm}$. Thời gian giọt này rơi theo giọt kia là $\tau=2$ giây. Người ta thấy rằng sau thời gian $\Delta t=780$ giây thì có $\Delta m=10$ gam rượu chảy ra. Tính suất căng mặt ngoài của rượu. Coi chỗ thắt của giọt rượu khi nó bắt đầu rơi có đường kính bằng đường kính của ống nhỏ giọt.

Giải:

Khối lượng của một giọt rượu

$$m = \frac{\tau \Delta m}{\Delta t} \quad (1)$$

Giọt (bắt đầu) nhỏ xuống khi:

$$\pi \sigma d = mg \stackrel{(1)}{=} \frac{\tau \Delta mg}{\Delta t} \rightarrow \sigma = \frac{\tau \Delta mg}{\pi d \Delta t}$$

Thay số $\sigma = \frac{2.10.10^{-3}.9,8}{3,14.2.10^{-3}.780} \approx 0,04 \text{ N/m}$

11-7. Một sợi dây bạc đường kính $d=1\text{mm}$, được treo thẳng đứng. Khi làm nóng chảy được 12 giọt bạc thì sợi dây bạc ngắn đi một đoạn $h=20,5\text{cm}$. Xác định suất căng của mặt ngoài bạc ở thể lỏng? Cho biết khối lượng riêng của bạc ở thể lỏng là $\rho=9300\text{kg/m}^3$ và xem rằng chỗ thắt của giọt bạc khi nó bắt đầu rơi có đường kính bằng đường kính của sợi dây bạc.

Giải

Khối lượng của bạc đã hoá lỏng $M = \rho \frac{\pi d^2}{4} h$

Khối lượng của một giọt bạc lỏng

$$m = \frac{M}{k} = \frac{\rho \pi d^2 h}{4k} \quad (1)$$

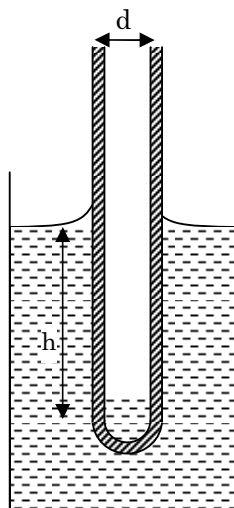
Giọt (bắt đầu) nhỏ xuống khi:

$$\pi \sigma d = mg \stackrel{(1)}{=} \frac{\rho \pi d^2 h}{4k} g \rightarrow \sigma = \frac{\rho g d h}{4k}$$

Thay số

$$\sigma = \frac{\rho g d h}{4k} = \frac{9300.9,8.10^{-3}.0,205}{4.12} \approx 0,39 (\text{N/m})$$

11-8. Có một ống mao dẫn đường kính ngoài $d=3\text{mm}$, một đầu được bịt kín. Đầu bịt kín đó đựng một ít thủy ngân (h 11-5). Khối lượng của ống mao dẫn và thủy ngân là 0,2g. Đầu bịt kín của ống mao dẫn trong nước. Xem nước làm ướt hoàn toàn ống mao dẫn và nước có suất căng mặt ngoài $\sigma=0,073\text{N/m}$, có khối lượng riêng $\rho=10^3\text{kg/m}^3$.



Hình 11 – 5

Giải

Hệ (ống mao dẫn+ Thủy ngân) chịu tác dụng của lực căng mặt ngoài và trọng lực hướng xuống, lực Acsimet hướng lên, khi cân bằng thì

$$\sigma \pi d + mg = \rho \pi \frac{d^2}{4} h \rightarrow h = \frac{4(\sigma + mg)}{\pi \rho g d^2}$$

$$h = \frac{4(3,14.0,073.0,003 + 0,0002.9,8)}{3,14.1000.9,8.(0,003)^2} \approx 3,8\text{cm}$$

- 11-9.** Để chứng minh lực căng mặt ngoài, người ta đổ nước vào một cái dây bằng lưới sắt mà các sợi lưới đã được phủ một lớp parafin. Các lỗ của lưới sắt có dạng hình tròn đường kính $d=0,2\text{mm}$. Hỏi chiều cao lớn nhất của mức nước đổ vào dây mà nước chảy ra theo các lỗ đó?

Giải

Nước còn đọng được trên dây là do lực căng mặt ngoài xuất hiện tại mặt thoát nơi tiếp xúc của vòng dây và nước. Nước sẽ nhỏ xuống khi sức căng mặt ngoài không còn đủ sức giữ nó nữa. Khi đó

$$\rho g h \pi d^2 / 4 \leq \sigma \pi d \rightarrow h \leq \frac{4\sigma}{\rho g d} = \frac{4.0,073}{1000.10.0,0002} \approx 15(\text{cm})$$

- 11-10.** Trong một ống mao dẫn hở đặt thẳng đứng, đường kính trong 1mm có một giọt nước. Hỏi khối lượng của giọt nước phải như thế nào để mặt khum bên dưới của giọt nước là: mặt lõm, mặt phẳng, mặt lồi?

Giải

Có thể hiệu định tính là giọt nước sẽ đi dần tới phía đáy ống mao dẫn. Độ khum (lõm) của mặt bên dưới sẽ “kém hơn” mặt phía trên (mặt phía trên luôn luôn là mặt cầu với đường kính bằng đường kính của ống mao dẫn). Khi khối lượng của giọt nước càng lớn độ cong mặt khum bên dưới càng giảm, đến khi

khối lượng giọt nước đạt tới giá trị m_0 nào đó mặt khum này sẽ là mặt phẳng, lớn hơn giá trị này mặt khum trở thành mặt lồi. Ta có

$$m_0 g = \sigma \pi d \rightarrow m_0 = \frac{\pi \sigma d}{g} = \frac{3,14 \cdot 0,073 \cdot 0,001}{9,8} \approx 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

Vậy nên:

- Khi $m < 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ mặt khum bên dưới là mặt lõm
- Khi $m = 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ mặt khum bên dưới là mặt phẳng
- Khi $m > 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ mặt khum bên dưới là mặt lồi

11-11. Hai ống mao dẫn có đường kính trong lần lượt là 0,5mm và 1mm nhúng trong một bình đựng chất lỏng. Tính hiệu các mức chất lỏng trong hai ống mao dẫn nếu:

- Chất lỏng đó là nước.
- Chất lỏng đó là thủy ngân

Giải

- Khi nhúng hai ống trong nước, nước sẽ dâng lên. Độ dâng lên của nước trong từng ống là

$$h = \frac{4\sigma}{\rho g d}$$

Hiệu các mức chất lỏng trong hai ống mao dẫn là

$$\Delta h = \frac{4\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) = \frac{4 \cdot 0,073}{1000 \cdot 9,8} \left(\frac{1}{0,0005} - \frac{1}{0,001} \right) \approx 3(\text{cm})$$

- Khi nhúng hai ống trong thủy ngân, thủy ngân trong ống sẽ hạ xuống. Độ hạ xuống của thủy ngân trong từng ống là h . Cân bằng giữa áp suất thủy tĩnh và áp suất phụ cho điểm bên trong chất lỏng ngay tại mặt khum ta có

$$\rho g h = \frac{2\sigma}{d/2} \rightarrow h = \frac{4\sigma}{\rho g d}$$

Hiệu các mức chất lỏng trong hai ống mao dẫn là

$$\Delta h = \frac{4\sigma}{\rho g} \left(\frac{1}{d_2} - \frac{1}{d_1} \right) = \frac{4 \cdot 0,5}{13600 \cdot 9,8} \left(\frac{1}{0,0005} - \frac{1}{0,001} \right) \approx 1,5(\text{cm})$$

11-12. Một ống được nhúng thẳng đứng trong một bình đựng chất lỏng. Hỏi chiều cao của cột nước trong ống thay đổi như thế nào nếu ống mao dẫn và bình được nâng lên nhanh dần đều với gia tốc $a=g$? Hạ xuống nhanh dần đều với gia tốc $a=g/2$?

Giải:

Khi bình và ống được nâng lên với gia tốc a , áp suất của điểm bên trong ống ngang mặt thoáng chất lỏng ngoài ống bao gồm áp suất khí quyển, áp suất thủy tĩnh của cột nước, áp suất phụ gây bởi mặt khum và áp suất gây ra

do lực quán tính³. áp suất này có giá trị bằng áp suất tại những điểm ngang bằng với nó ở ngoài ống

$$p_o = p_o - p_p + \rho gh + \rho \gamma h \rightarrow h = \frac{p_p}{\rho(g + \gamma)}$$

Khi ống mao dẫn và bình không chuyển động ($\gamma = 0$) thì

$$h_o = \frac{p_p}{\rho g}$$

Do đó:
$$\frac{h}{h_o} = \frac{g}{g + \gamma}$$

Khi nâng lên $\gamma = g$

$$\frac{h}{h_o} = \frac{1}{2}$$

Khi hạ xuống: $\gamma = -g/2$

$$\frac{h}{h_o} = 2$$

11-13. Có hai ống mao dẫn lồng vào nhau, đồng trục, nhúng thẳng đứng vào một bình nước. Đường kính trong của ống mao dẫn nhỏ, bằng bề rộng của khe tạo nên giữa hai ống mao dẫn. Bỏ qua bề dày của ống mao dẫn trong. Hỏi mức chất lỏng trong ống nào cao hơn, cao hơn bao nhiêu lần?

Giải

Độ dâng của nước trong ống mao dẫn trong

$$h_1 = \frac{4\sigma}{\rho g d} \text{ (d là đường kính trong của ống mao dẫn trong)}$$

Đường kính trong của ống mao dẫn ngoài theo giả thiết ta tính được là $3d$. Độ dâng của nước trong ống mao dẫn ngoài là h_2 . Khi cân bằng tổng lực căng mặt ngoài ở hai đường tiếp xúc giữa mặt thoáng của nước với các ống mao dẫn trong và ngoài (thẳng đứng hướng lên) bằng trọng lực của cột nước dâng lên (thẳng đứng hướng xuống).

$$\sigma \pi d + \sigma \pi 3d = (\pi (3d)^2 / 4 - \pi d^2 / 4) h_2 \rho g \rightarrow h_2 = \frac{2\sigma}{\rho g d}$$

Do đó

$$\frac{h_1}{h_2} = 2$$

³ Trong hệ quy chiếu gắn với bình+ống mao dẫn, áp suất do lực quán tính gây ra được hiểu thông thường bằng áp lực của nó $\rho \gamma h$ lên diện tích phần tiếp xúc của nó S với tiết diện ấy hay $p_{qt} = \rho \gamma h$

Vậy nước dâng lên trong ống mao dẫn ở trong cao hơn 2 lần so với độ dâng của “khe” mao dẫn giữa hai ống.

11-14. Có hai tấm thủy tinh phẳng đặt song song cách nhau một khoảng $d=0,2\text{mm}$, nhúng thẳng đứng vào trong một chất lỏng. Xác định khối lượng riêng của chất lỏng đó nếu biết rằng chiều cao của khối chất lỏng giữa hai tấm thủy tinh dâng lên một đoạn $h=3,2\text{cm}$. Suất căng mặt ngoài của chất lỏng là $0,027\text{N/m}$. Xem chất lỏng làm ướt hoàn toàn thủy tinh.

Giải

Độ dâng của mức chất lỏng trong ống là h , ta có

$$2b\sigma = hdb\rho g \rightarrow \rho = \frac{2\sigma}{ghd} = \frac{2 \cdot 0,027}{9,8 \cdot 0,032 \cdot 0,0002} \approx 861 (\text{kg/m}^3)$$

11-15. Hiệu mức thủy ngân trong hai nhánh của ống mao dẫn hình chữ U có đường kính trong $d_1=1\text{mm}$ và $d_2=2\text{mm}$ là $\Delta h=1\text{cm}$. Xác định suất căng mặt ngoài của thủy ngân. Cho biết khối lượng riêng của thủy ngân là $13,6 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$.

Giải

Cân bằng áp suất cho điểm ngay dưới mặt phân cách của nhánh lớn ta có

$$\frac{4\sigma}{d_1} = \frac{4\sigma}{d_2} + \rho g \Delta h \rightarrow \sigma = \frac{\rho g \Delta h d_1 d_2}{4(d_2 - d_1)}$$

$$\sigma = \frac{13600 \cdot 9,8 \cdot 0,01 \cdot 0,001 \cdot 0,002}{4(0,002 - 0,001)} \approx 0,67 (\text{N/m})$$

11-16. Khối lượng riêng của không khí trong một cái bong bóng ở dưới đáy của một hồ nước sâu 6m lớn gấp 5 lần khối lượng riêng của không khí ở khí quyển (ở nhiệt độ bằng nhiệt độ ở đáy hồ). Xác định bán kính bong bóng.

Giải

Gọi bán kính của bong bóng là R , áp suất bên trong bong bóng là:

$$p = p_0 + \frac{2\sigma}{r} + \rho gh \tag{1}$$

Từ phương trình Mendêleev – Clapêrôn suy ra⁴ khối lượng riêng của khí bên trong và bên ngoài bong bóng lần lượt là $\rho = \frac{\mu p}{RT}$ và $\rho_o = \frac{\mu p_o}{RT}$

Từ đó
$$n = \frac{\rho}{\rho_o} = \frac{p}{p_o} \quad (2)$$

Thay (1) vào (2)

$$n = 1 + \frac{2\sigma}{p_o r} + \frac{\rho g h}{p_o} \rightarrow r = \frac{2\sigma}{(n-1)p_o - \rho g h}$$

Thay số:
$$r = \frac{2.0,073}{(5-1).10^5 - 1000.9,8.6} = 0,4 \mu m$$

11-17. Trên mặt nước người ta để một cái kim có bôi một lớp mỡ mỏng (để cho khỏi bị nước làm ướt). Kim có đường kính lớn nhất là bao nhiêu để nó có thể được giữ ở trên mặt nước mà không bị chìm xuống dưới? Cho biết khối lượng riêng của thép làm kim là $\rho = 7,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Giải

Để kim không bị chìm thì áp suất do trọng lượng của kim tại mặt tiếp xúc giữa kim và nước phải nhỏ hơn áp suất gây ra bởi mặt cong của nước và áp suất do lực đẩy Acsimet tác dụng lên kim.

$$\frac{\sigma}{r} \geq \frac{mg - F_A}{S} \stackrel{S \leq 2rl}{\geq} \frac{mg - m(\rho_l / 2\rho_r)g}{2rl} \quad (1)$$

trong đó r, l, ρ_r, ρ_l thứ tự là bán kính, chiều dài, khối lượng riêng của kim và của nước. Còn khối lượng của kim: $m = \pi r^2 l \rho_r$

(2)

Thay (2) vào (1)

$$2r = d \leq \sqrt{\frac{16\sigma}{\pi(2\rho_r - \rho_l)g}} = \sqrt{\frac{16.0,073}{3,14.(2.7,7-1).9,8.10^3}} \approx 1,6 \text{ mm}$$

Hết

⁴ $pV = \frac{m}{\mu}RT \rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT}$

PHỤ LỤC

A. Quá trình đoạn nhiệt

Trong quá trình đoạn nhiệt

$$\delta Q = 0 \rightarrow p dV + n C_v dT = 0 \quad (P1)$$

Hệ số đoạn nhiệt

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{C_v + R}{C_v} \rightarrow C_v = \frac{R}{\gamma - 1}; C_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (P2)$$

Thế vào (1), và lưu ý phương trình Mendeleev – Crapayron

$$pV = nRT \rightarrow p dV + V dp = nR dT$$

Cho ta

$$\begin{aligned} p dV + \frac{1}{\gamma - 1} (p dV + V dp) &= 0 \\ \rightarrow \gamma p dV + V dp &= 0 \rightarrow d(pV^\gamma) = 0 \end{aligned}$$

Hay

$$pV^\gamma = \text{const}$$

Đây là phương trình cho quá trình đoạn nhiệt

Hay cũng có thể viết cách khác

$$pV^\gamma = (pV)V^{\gamma-1} = nR(TV^{\gamma-1}) \rightarrow TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad (P3)$$

$$pV^\gamma = \frac{(pV)^\gamma}{p^{\gamma-1}} = (nR)^\gamma \frac{T^\gamma}{p^{\gamma-1}} \rightarrow p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{const} \quad (P4)$$

Công trong quá trình đoạn nhiệt

$$A = -\Delta U = -n C_v \Delta T = -\frac{1}{\gamma - 1} nR \Delta T \quad (2)$$

Do

$$nR \Delta T = nR(T_2 - T_1) = p_2 V_2 - p_1 V_1$$

Nên

$$A = \frac{p_1 V_1 - p_2 V_2}{\gamma - 1} \quad (P5)$$

Cũng có thể viết

$$A = \frac{1}{\gamma - 1} nRT_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \stackrel{(3)}{=} \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right) \quad (P6)$$

...

B. Các hằng số Van de Walls xác định qua các thông số tới hạn p_k, T_k, V_k

Phương trình Van de Walls cho một mol khí thực

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT \rightarrow p = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

Tại điểm ba

$$p_k = \frac{RT_k}{V_k - b} - \frac{a}{V_k^2} \quad (P7)$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial V} \right|_{V_k=0} = 0 \rightarrow -\frac{RT_k}{(V_k - b)^2} + \frac{2a}{V_k^3} = 0 \rightarrow \frac{RT_k}{(V_k - b)^2} = \frac{2a}{V_k^3} \quad (P8)$$

$$\left. \frac{\partial^2 p}{\partial V^2} \right|_{V_k=0} = 0 \rightarrow \frac{2RT_k}{(V_k - b)^3} - \frac{6a}{V_k^4} = 0 \rightarrow \frac{RT_k}{(V_k - b)^3} = \frac{3a}{V_k^4} \quad (P9)$$

Chia (P9) cho (P8) ta nhận được

$$V_k = 3b \quad (P10)$$

Thế (P10) vào (P7) ta nhận được

$$p_k = \frac{RT_k}{(V_k - b)^2} (V_k - b) - \frac{a}{V_k^2} \rightarrow p_k = \frac{a}{27b^2} \quad (P11)$$

Từ (P10) và (P8) ta nhận được

$$T_k = \frac{8a}{27bR} \quad (P12)$$

Các hằng số Van de Walls

Từ (P7) và (P8) ta có

$$p_k = \frac{RT_k}{V_k - b} - \frac{2a}{V_k^3} \frac{V_k}{2} \rightarrow b = \frac{RT_k}{8p_k} \quad (P13)$$

Hằng số a được tìm từ (P11) và (P12)

$$a = 27b^2 p_k = \frac{27R^2 T_k^2}{64p_k} \quad (P14)$$

Hết