# Grundlagen der künstlichen Intelligenz: Hausaufgabe 5


Tom Nick - 340528
Niklas Gebauer - 340942
Leonard Witte - 341457
Johannes Herrmann - 341091


## Aufgabe 1

Wir definieren folgende Ereignisse:

$$I_c := \text{Das Auto hat die Farbe } c \in \{B, G\}$$
$$E_c := \text{Das Auto erscheint in der Farbe } c \in \{B, G\}$$

Aus dem Text kennen wir folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$P(E_B \mid I_B) = 0.7$$
$$P(E_G \mid I_B) = 0.3$$

a.) Nach Bayes wäre die Rechnung:

$$P(I_B \mid E_B) = \frac{P(E_B \mid P_B) \cdot P(I_B)}{P(E_B)} \tag{1}$$

Es ist leicht zu sehen, dass die Wahrscheinlichkeit für $P(I_B)$ bzw. $P(I_G)$ benötigt werden, die wir aber nicht kennen, somit können wir mit den derzeitigen Informationen nicht die wahrscheinlichste Farbe des Autos berechnen.

b.) Nun kennen wir:

$$P(I_B) = 0.2$$
$$P(I_G) = 0.8$$

Aus (1) folgt:

$$\begin{aligned} P(I_B \mid E_B) &= \frac{P(E_B \mid P_B) \cdot P(I_B)}{P(E_B \mid I_B) \cdot P(I_B) + P(E_B \mid I_G) \cdot P(I_G)} \\ &= \frac{0.7 \cdot 0.2}{0.7 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.8} \\ &= \frac{0.14}{0.14 + 0.24} = \frac{0.14}{0.38} = 0.368 \end{aligned}$$

Die Gegenwahrscheinlichkeit $P(I_G \mid E_B)$ ist damit 0.632, womit es fast doppelt so Wahrscheinlich ist, dass die Person ein Grünes, anstatt ein Blaues Taxi gesehen hatte.

## Aufgabe 2

## Aufgabe 3

Sei

$$X := \text{Das Produkt der Augenzahlen der zwei Würfel}$$
$$Y := \text{Die Augenzahl eines Würfel}$$

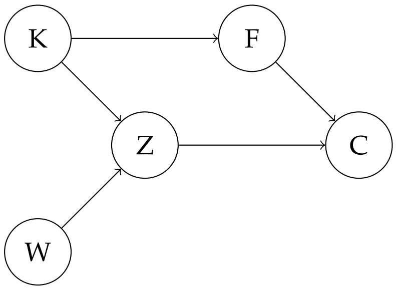
Das Spiel ist fair, wenn der Erwartungswert von $X$ gleich dem Einsatz ist, dann ist der Gewinn/Verlust der Spieler 0euro. Es ist offensichtlich das $X$ sich ergibt, wenn die Erwartungswerte der Augenzahl beider Würfel multipliziert wird, somit ergibt sich:

$$\begin{aligned} E(X) &= E(Y) \cdot E(Y) \\ E(X) &= 3.5 \cdot 3.5 \\ E(X) &= 12.25 \end{aligned}$$

Also muss der Einsatz 12.25euro betragen, damit das Spiel fair ist.

# Aufgabe 4

a.)




b.)

$$
\begin{aligned}
P(K,F,W,Z,C) =& P(K)P(F|K)P(W)P(Z|W,K)P(C|F,Z) \\
P(C=w,K=w,Z=f) =& P(K=w)P(F=w|K=w)P(W=w)P(Z=f|W=w,K=w)P(C=w|F=w,Z=f) \\
&+P(K=w)P(F=f|K=w)P(W=w)P(Z=f|W=w,K=w)P(C=w|F=f,Z=f) \\
&+P(K=w)P(F=w|K=w)P(W=f)P(Z=f|W=f,K=w)P(C=w|F=w,Z=f) \\
&+P(K=w)P(F=f|K=w)P(W=f)P(Z=f|W=f,K=w)P(C=w|F=f,Z=f) \\
=& 0.2\cdot 0.6\cdot 0.4\cdot 0.9\cdot 0.9 + 0.2\cdot 0.4\cdot 0.4\cdot 0.1\cdot 0.2 \\
&+0.2\cdot 0.6\cdot 0.6\cdot 0.5\cdot 0.9 + 0.2\cdot 0.4\cdot 0.6\cdot 0.5\cdot 0.2 \\
=& 0.07672 \\
P(C=f,K=w,Z=f) =& P(K=w)P(F=w|K=w)P(W=w)P(Z=f|W=w,K=w)P(C=f|F=w,Z=f) \\
&+P(K=w)P(F=f|K=w)P(W=w)P(Z=f|W=w,K=w)P(C=f|F=f,Z=f) \\
&+P(K=w)P(F=w|K=w)P(W=f)P(Z=f|W=f,K=w)P(C=f|F=w,Z=f) \\
&+P(K=w)P(F=f|K=w)P(W=f)P(Z=f|W=f,K=w)P(C=f|F=f,Z=f) \\
=& 0.2\cdot 0.6\cdot 0.4\cdot 0.9\cdot 0.1 + 0.2\cdot 0.4\cdot 0.4\cdot 0.1\cdot 0.8 \\
&+0.2\cdot 0.6\cdot 0.6\cdot 0.5\cdot 0.1 + 0.2\cdot 0.4\cdot 0.6\cdot 0.5\cdot 0.8 \\
=& 0.02968 \\
P(K=w,Z=f) =& P(C=w,K=w,Z=f) + P(C=f,K=W,Z=f) = 0.07672 + 0.02968 = 0.1064 \\
P(C=w|K=w,Z=f) =& \frac{P(C=w,K=w,Z=f)}{P(K=w,Z=f)} = \frac{0.07672}{0.1064}
\end{aligned}
$$

c.)

$$
\begin{aligned}
P(K=w|F=w) &= \frac{P(K=w,F=w)}{P(F=w)} \\
&= \frac{P(K=w)\cdot P(F=w|K=w)}{\sum\limits_{k\in\{w,f\}} P(F=w|K=k)\cdot P(K=k)} \\
&= \frac{P(K=w)\cdot P(F=w|K=w)}{P(F=w|K=w)\cdot P(K=w) + P(F=w|K=f)\cdot P(K=f)} \\
&= \frac{0,2\cdot 0,6}{0,6\cdot 0,+0,1} \approx 0,1714
\end{aligned}
$$

d.)