# Grundlagen der künstlichen Intelligenz: Hausaufgabe 3

Tom Nick - 340528
Niklas Gebauer - 340942
Leonard Witte - 341457
Johannes Herrmann - 341091

## Aufgabe 1

a) $\forall x(Stack(x) \Rightarrow ((\exists y(Block(y) \wedge in(y,x))) \wedge (\forall y(in(y,x) \Rightarrow Block(y)))))$

b) $\forall x(Stack(x) \Rightarrow \exists y((Block(y) \wedge in(y,x) \wedge on(y,T)) \wedge \forall z((Block(z) \wedge in(z,x) \wedge on(z,T)) \Rightarrow z = y)))$

c) $\forall x(Block(x) \Rightarrow ((\neg\exists y((Block(y) \wedge on(x,y)) \wedge on(x,T)) \vee (\exists y(Block(y) \wedge on(x,y)) \wedge \neg on(x,T))))$

d) $\forall x(Block(x) \wedge \neg\exists y(Block(y) \wedge on(y,x))) \Rightarrow top(x)$

e) $\forall x\forall y(Block(x) \wedge Block(y) \wedge ((on(x,y) \wedge \neg\exists z(Stack(z) \wedge in(x,z) \wedge on(z,y) \wedge top(x))) \vee (\neg on(x,y) \wedge \exists z(Stack(z) \wedge in(x,z) \wedge on(z,y) \wedge top(x)))) \Rightarrow over(x,y))$

f) $\forall x((Block(x) \wedge rot(x)) \Rightarrow in(x,1))$

g) $\forall x(in(x,2) \Rightarrow (Block(x) \wedge blau(x)))$

## Aufgabe 2

1. Implikationen entfernen, denn in einer KNF kommen lediglich Disjunktionen und Konjunktionen vor. Wir verwenden die Auflösung für Implikationen ($a \Rightarrow b \equiv \neg a \vee b$):
$(\forall x)(\neg P(x) \vee ((\forall y)(\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge \neg(\forall y)(\neg Q(x,y) \vee P(y))))$

2. Negationen nach innen bringen, um nur Literale zu haben. Wir verwenden die Regel von De'Morgan:
$(\forall x)(\neg P(x) \vee ((\forall y)(\neg P(y) \vee p(f(x,y))) \wedge (\exists y)(Q(x,y) \wedge \neg P(y))))$

3. Unabhängige Variablen (solche, die im Bindungsbereich verschiedener Quantoren liegen) umbenennen, um Eindeutigkeit herzustellen, damit später ohne Probleme Quantoren nach außen gezogen werden können:
$(\forall x)(\neg P(x) \vee ((\forall y)(\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge (\exists z)(Q(x,z) \wedge \neg P(z))))$

4. Um eine KNF zu erhalten, müssen wir die Quantoren entfernen. Zuerst bringen wir sie dafür nach außen:
$(\forall x)(\forall y)(\exists z)(\neg P(x) \vee ((\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge (Q(x,z) \wedge \neg P(z))))$

5. Quantoren entfernen, indem wir Existenzquantoren durch Konstanten oder n-stellige Funktionen ersetzen, wobei n die Anzahl der Allquantoren ist, in deren Scope sich der Existenzquantor befindet. Danach können die Allquantoren einfach weggelassen werden, da dann alle Variablen implizit allquantisiert sind. Wir erhalten eine erfüllbarkeitsäquivalente skolemisierte Formel. Wir führen also für z eine 2-stellige Funktion g(x,y) ein:
$\neg P(x) \vee ((\neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge (Q(x,g(x,y)) \wedge \neg P(g(x,y))))$

6. Nach KNF umformen (in diesem Fall durch iterative Anwendung des Distributivgesetzes):
$(\neg P(x) \vee \neg P(y) \vee P(f(x,y))) \wedge (\neg P(x) \vee Q(x,g(x,y))) \wedge (\neg P(x) \vee \neg P(g(x,y)))$
In Mengenschreibweise:
$\{\{\neg P(x), \neg P(y), P(f(x,y))\}, \{\neg P(x), Q(x,g(x,y))\}, \{\neg P(x), \neg P(g(x,y))\}\}$
Die Klausel sollten jeweils paarweise Disjunkte Variablen enthalten, damit beispielsweise die Resolution einfach durchgeführt werden kann. Dafür kann man die Variablen umbenennen:
$\{\{\neg P(x), \neg P(y), P(f(x,y))\}, \{\neg P(a), Q(a,g(a,b))\}, \{\neg P(c), \neg P(g(c,d))\}\}$

## Aufgabe 3

a)

b)

c)

d)

## Aufgabe 4

a)

b)

c)

d)

e)

## Aufgabe 5