

Grundlagen der künstlichen Intelligenz: Hausaufgabe 5

Tom Nick - 340528
Niklas Gebauer - 340942
Leonard Witte - 341457
Johannes Herrmann - 341091

Aufgabe 1

Wir definieren folgende Ereignisse:

$I_c :=$ Das Auto hat die Farbe $c \in \{B, G\}$
 $E_c :=$ Das Auto erscheint in der Farbe $c \in \{B, G\}$

Aus dem Text kennen wir folgende Wahrscheinlichkeiten:

$$P(E_B | I_B) = 0.7$$
$$P(E_G | I_B) = 0.3$$

a.) Nach Bayes wäre die Rechnung:

$$P(I_B | E_B) = \frac{P(E_B | I_B) \cdot P(I_B)}{P(E_B)} \quad (1)$$

Es ist leicht zu sehen, dass die Wahrscheinlichkeit für $P(I_B)$ bzw. $P(I_G)$ benötigt werden, die wir aber nicht kennen, somit können wir mit den derzeitigen Informationen nicht die wahrscheinlichste Farbe des Autos berechnen.

b.) Nun kennen wir:

$$P(I_B) = 0.2$$
$$P(I_G) = 0.8$$

Aus (1) folgt:

$$\begin{aligned} P(I_B | E_B) &= \frac{P(E_B | I_B) \cdot P(I_B)}{P(E_B | I_B) \cdot P(I_B) + P(E_B | I_G) \cdot P(I_G)} \\ &= \frac{0.7 \cdot 0.2}{0.7 \cdot 0.2 + 0.3 \cdot 0.8} \\ &= \frac{0.14}{0.14 + 0.24} = \frac{0.14}{0.38} = 0.368 \end{aligned}$$

Die Gegenwahrscheinlichkeit $P(I_G | E_B)$ ist damit 0.632, womit es fast doppelt so Wahrscheinlich ist, dass die Person ein Grünes, anstatt ein Blaues Taxi gesehen hatte.

Aufgabe 2

Aufgabe 3

Sei

$X :=$ Das Produkt der Augenzahlen der zwei Würfel
 $Y :=$ Die Augenzahl eines Würfels

Das Spiel ist fair, wenn der Erwartungswert von X gleich dem Einsatz ist, dann ist der Gewinn/Verlust der Spieler 0euro. Es ist offensichtlich das X sich ergibt, wenn die Erwartungswerte der Augenzahl beider Würfel multipliziert wird, somit ergibt sich:

$$\begin{aligned} E(X) &= E(Y) \cdot E(Y) \\ E(X) &= 3.5 \cdot 3.5 \\ E(X) &= 12.25 \end{aligned}$$

Also muss der Einsatz 12.25euro betragen, damit das Spiel fair ist.

Aufgabe 4

- a.)
- b.)
- c.)
- d.)