Technische Universität Berlin **SS 2013**
Fakultät II – Institut f. Mathematik
Dozent: Dr. Noemi Kurt
Assistent: Dr. Selim Gökay
Abgabe: in den Tutorien der Woche 01.07.-04.07.

11. Übungsblatt "Stochastik für Informatiker"

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe: 5 Punkte

a) Es sei X verteilt gemäß der stetigen Gleichverteilung auf $[0,1]$.
Bestimme $\mathbb{P}(X < 1/3 \text{ und } X > 1/4)$ und $\mathbb{P}(X < 1/2 \text{ oder } X > 2/3)$.

b) Sei $p \in (0,1)$. Es sei X eine Zufallsvariable mit $\mathbb{P}(X = 1) = p$ und $\mathbb{P}(X = 0) = 1 - p$.
Bestimme und zeichne die Verteilungsfunktion von X.

c) Es sei für $n \in \mathbb{N}$ die Zufallsvariable X diskret gleichverteilt auf der Menge $\{1/n, 2/n, \ldots, 1\}$.
Bestimme und zeichne die Verteilungsfunktion von X.

2. Hausaufgabe: 5 Punkte

Man betrachte eine homogene Markov-Kette $(X_n)_{n\geq 0}$ mit Übergangsmatrix P gegeben durch

$$P = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.1 \\ 0.3 & 0.4 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \end{pmatrix}.$$

Bestimme die invariante Verteilung π.

3. Hausaufgabe: 5 Punkte

Eine doppelt-stochastische Matrix $P = (p_{ij})_{i,j\in S}$ mit $N := |S| < \infty$ wird definiert durch:

$$\sum_{i=1}^{N} p_{ij} = 1, \quad \text{für alle } j \in S, \quad \sum_{j=1}^{N} p_{ij} = 1 \quad \text{für alle } i \in S.$$

Zeige dass $\pi = (\pi_i)_{i\in S}$ gegeben durch

$$\pi_i = \frac{1}{N}, \quad i = 1, 2, \ldots, N$$

eine invariante Verteilung ist.

4. Hausaufgabe: **5 Punkte**

Auf einem Kreisumfang sind fünf Punkte markiert. Ein Objekt bewegt sich vom Punkt, wo es sich gerade befindet, zu einem der beiden benachbarten Punkte, dabei zu jedem mit Wahrscheinlichkeit 1/2.

a) Zeichne den Übergangsgraphen und stelle die Übergangsmatrix $\mathbf{P}$ auf.

b) Berechne $\mathbf{P}^2$ und gib eine invariante Verteilung an. Hinweis: Sie können Aufgabe 3 verwenden!

c) Wieviele Nullen enthält $\mathbf{P}^5$?