

STOCHASTIK FÜR INFORMATIKER - HAUSAUFGABE 6

Tom Nick 342225
 Alexander Mühle 339497
 Maximilian Bachl 341455

Aufgabe 1

X = Anzahl von Köpfen in den letzten drei Würfeln

Y = Anzahl von Köpfen in den ersten und zweiten Würfeln

(i) $\Omega = \{(w_1, w_2, w_3, w_4) | w_1, w_2, w_3, w_4 \in \{K, Z\}\}$
 $\forall \omega \in \Omega. \mathbb{P}\{\omega\} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

(ii) Verteilung von X :

$$\begin{aligned} X(\Omega) &= \{0, 1, 2, 3\} \\ \mathbb{P}(X=0) &= \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \\ \mathbb{P}(X=1) &= \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \\ \mathbb{P}(X=2) &= \frac{6}{16} = \frac{3}{8} \\ \mathbb{P}(X=3) &= \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \end{aligned}$$

Verteilung von Y :

$$\begin{aligned} Y(\Omega) &= \{0, 1, 2\} \\ \mathbb{P}(Y=0) &= \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \\ \mathbb{P}(Y=1) &= \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \\ \mathbb{P}(Y=2) &= \frac{4}{16} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

(iii)

X/Y	0	1	2	$\mathbb{P}(X=x)$
0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
3	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$
$\mathbb{P}(Y=y)$	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{2}{8}$	1

Verteilung von X und Y

(iv) Nein! Da:

$$\mathbb{P}(X=3, Y=0) = 0 \neq \mathbb{P}(X=3) \cdot \mathbb{P}(Y=0) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$$

Aufgabe 2

(i) $\mathbb{P}(X > Y) = 0$

(ii) $\mathbb{P}(X \geq Y) = \frac{3}{8}$

(iii) $\mathbb{P}((X+Y) \bmod 2 = 0) = \frac{3}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

(iv) $\mathbb{P}(X - Y \leq 1) = 1$

(v) $\mathbb{P}(Y \geq X) = 1$

Aufgabe 3

(i) Verteilung von X und Y	X/Y	0	1	2	$\mathbb{P}(X = x)$
	0	$\frac{1}{20}$	0	0	$\frac{1}{20}$
	1	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$
	2	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{10}$
	3	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{5}$
$\mathbb{P}(Y = y)$		$\frac{8}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$	1

(ii) $X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4\}$

$$\mathbb{P}(X = 1, Y = 2) = \frac{1}{20}, \mathbb{P}(X = 2, Y = 1) = \frac{3}{20}$$

$$\mathbb{P}(X = 3, Y = 1) = \frac{3}{20}, \mathbb{P}(X = 4, Y = 1) = \frac{1}{20}$$

Aufgabe 4