Stochastik für Informatiker - Hausaufgabe 5

Tom Nick	342225
Alexander Mühle	339497
Maximilian Bachl	341455

Aufgabe 1

(i) $\mathbb{P}(X = 1) = \mathbb{P}(\{\omega_1\}) = \frac{1}{2}$

$\mathbb{P}(Y = 1) = \mathbb{P}(\{\omega_1, \omega_3\}) = 2\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\mathbb{P}(X = 2) = \mathbb{P}(\{\omega_2, \omega_3\}) = 2\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\mathbb{P}(Y = 2) = \mathbb{P}(\{\omega_1\}) = \frac{1}{2}$

Somit sieht man, dass die Zufallsvariablen gleich verteilt sind.

(ii)

	w_1	w_2	w_3
X+Y	3	3	3
XYZ	2	4	2
X^Y	1	2	2
X	1	2	2
Y	2	1	1
Z	1	2	1

Nun kann man die Einzelwahrscheinlichkeiten einfach ablesen:

$\mathbb{P}(X + Y = 3) = 1$

$\mathbb{P}(XYZ = 2) = \frac{3}{4}$
$\mathbb{P}(XYZ = 4) = \frac{1}{4}$

$\mathbb{P}(X^Y = 1) = \frac{1}{2}$
$\mathbb{P}(X^Y = 2) = \frac{1}{2}$

Aufgabe 2

Buchstabe ist falsch: p
Buchstabe ist richtig: $1 - p$

n = Anzahl der Buchstaben im Buch
X = Anzahl falsch gedruckter Buchstaben

Es handelt sich hier um eine Binomialverteilung:
$\mathbb{P}(X = k) = \binom{3}{2} \cdot p^k \cdot (1 - p)^k$

Aufgabe 3

Es gibt folgende Möglichkeiten:

- $R = n$

  $\mathbb{P}(\{rrrr\}) = 1 \cdot \frac{1}{n+1} \cdot 1 \cdot \frac{1}{n+1}$
  $\mathbb{P}(\{rbbr\}) = 1 \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1}$

- $R = n - 1$

  $\mathbb{P}(\{rrrb\}) = 1 \cdot \frac{1}{n+1} \cdot 1 \cdot \frac{n}{n+1}$
  $\mathbb{P}(\{rbbb\}) = 1 \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{2}{n+1}$
  $\mathbb{P}(\{rbrr\}) = 1 \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{2}{n+1}$

- $R = n - 2$

  $\mathbb{P}(\{rbrb\}) = 1 \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-1}{n+1}$

Somit gilt:

$\mathbf{P}(R = n) = \mathbb{P}(\{rrrr\}) + \mathbb{P}(\{rbbr\})$
$\mathbf{P}(R = n - 1) = \mathbb{P}(\{rrrb\}) + \mathbb{P}(\{rbbb\}) + \mathbb{P}(\{rbrr\})$
$\mathbf{P}(R = n - 2) = \mathbb{P}(\{rbrb\})$

Aufgabe 4

(i) $\mathbf{P}(X = n) = p(n)$

(ii) $\mathbf{P}(X = n) = \frac{1}{n+1}$

Für $\mathbf{P}(X > n) = p'(n)$, wobei wir für p' folgende rekursive Definition angeben:
$p'(1) = p(1)$
$p'(n) = p'(n-1) \cdot p(n)$

Beispielsweise sind dies die ersten Funktionswerte von p und p':
$p(1) = 0.5$
$p'(1) = 0.5$
$p(2) = 0.\overline{3}$
$p'(2) = 0.1\overline{6}$