# Stochastik für Informatiker - Hausaufgabe 5


| | |
|---|---|
| Tom Nick | 342225 |
| Alexander Mühle | 339497 |
| Maximilian Bachl | 341455 |


## Aufgabe 1

(i) $\mathbb{P}(X=1) = \mathbb{P}(\{\omega_1\}) = \frac{1}{2}$

$\mathbb{P}(Y=1) = \mathbb{P}(\{\omega_1, \omega_3\}) = 2\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\mathbb{P}(X=2) = \mathbb{P}(\{\omega_2, \omega_3\}) = 2\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\mathbb{P}(Y=2) = \mathbb{P}(\{\omega_1\}) = \frac{1}{2}$

Somit sieht man, dass die Zufallsvariablen gleich verteilt sind.

(ii)

| | $w_1$ | $w_2$ | $w_3$ |
|---|---|---|---|
| X+Y | 3 | 3 | 3 |
| XYZ | 2 | 4 | 2 |
| $X^Y$ | 1 | 2 | 2 |
| X | 1 | 2 | 2 |
| Y | 2 | 1 | 1 |
| Z | 1 | 2 | 1 |

Nun kann man die Einzelwahrscheinlichkeiten einfach ablesen:

$\mathbb{P}(X+Y=3) = 1$

$\mathbb{P}(XYZ=2) = \frac{3}{4}$
$\mathbb{P}(XYZ=4) = \frac{1}{4}$

$\mathbb{P}(X^Y=1) = \frac{1}{2}$
$\mathbb{P}(X^Y=2) = \frac{1}{2}$

## Aufgabe 2

Buchstabe ist falsch: $p$
Buchstabe ist richtig: $1-p$

$n$ = Anzahl der Buchstaben im Buch
$X$ = Anzahl falsch gedruckter Buchstaben

Es handelt sich hier um eine Binomialverteilung:
$\mathbb{P}(X=k) = \binom{3}{2} \cdot p^k \cdot (1-p)^k$

## Aufgabe 3

Es gibt folgende Möglichkeiten:

- $R = n$

  $\mathbb{P}(\{rrrr\}) = 1 \cdot \frac{1}{n+1} \cdot 1 \cdot \frac{1}{n+1}$
  $\mathbb{P}(\{rbbr\}) = 1 \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1}$

- $R = n - 1$

  $\mathbb{P}(\{rrrb\}) = 1 \cdot \frac{1}{n+1} \cdot 1 \cdot \frac{n}{n+1}$
  $\mathbb{P}(\{rbbb\}) = 1 \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{2}{n+1}$
  $\mathbb{P}(\{rbrr\}) = 1 \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{2}{n+1}$

- $R = n - 2$

  $\mathbb{P}(\{rbrb\}) = 1 \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \frac{n-1}{n} \cdot \frac{n-1}{n+1}$

Somit gilt:

$\mathbf{P}(R = n) = \mathbb{P}(\{rrrr\}) + \mathbb{P}(\{rbbr\})$
$\mathbf{P}(R = n - 1) = \mathbb{P}(\{rrrb\}) + \mathbb{P}(\{rbbb\}) + \mathbb{P}(\{rbrr\})$
$\mathbf{P}(R = n - 2) = \mathbb{P}(\{rbrb\})$

## Aufgabe 4

(i)

$$P(X = n) = p(n) \cdot \left( \prod_{i=1}^{n-1} 1 - p(i) \right)$$

(ii) Die Formel für $P(X = n)$ ist genau gleich, man muss lediglich für $p(n)$ die richtige Formel einsetzen.

$$P(X = n) = \frac{1}{n+1} \cdot \left( \prod_{i=1}^{n-1} 1 - \frac{1}{i+1} \right)$$

Es gilt:

$$P(X \leq n) = \sum_{i=1}^{n} P(X = i)$$

Und nun gilt nach den Sätzen der Vorlesung:

$$P(X > n) = 1 - P(X \leq i)$$