

STOCHASTIK FÜR INFORMATIKER - HAUSAUFGABE 6

Tom Nick 342225
 Alexander Mühle 339497
 Maximilian Bachl 341455

Aufgabe 1

X = Anzahl von Köpfen in den letzten drei Würfeln

Y = Anzahl von Köpfen in den ersten und zweiten Würfeln

(i) $\Omega = \{(w_1, w_2, w_3, w_4) | w_1, w_2, w_3, w_4 \in \{K, Z\}\}$

$$\forall \omega \in \Omega. \mathbb{P}\{\omega\} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

(ii) Verteilung von X :

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\mathbb{P}(X = 0) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$\mathbb{P}(X = 1) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\mathbb{P}(X = 2) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\mathbb{P}(X = 3) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

Verteilung von Y :

$$Y(\Omega) = \{0, 1, 2\}$$

$$\mathbb{P}(Y = 0) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\mathbb{P}(Y = 1) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$\mathbb{P}(Y = 2) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

(iii)

X/Y	0	1	2	$\mathbb{P}(X = x)$
0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{8}$
2	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$
3	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$
$\mathbb{P}(Y = y)$	$\frac{2}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{2}{8}$	1

Verteilung von X und Y

(iv) Nein! Da:

$$\mathbb{P}(X = 3, Y = 0) = 0 \neq \mathbb{P}(X = 3) \cdot \mathbb{P}(Y = 0) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$$

Aufgabe 2

(i) $\mathbb{P}(X > Y) = 0$

(ii) $\mathbb{P}(X \geq Y) = \frac{3}{8}$

(iii) $\mathbb{P}((X + Y) \bmod 2 = 0) = \frac{3}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

(iv) $\mathbb{P}(X - Y \leq 1) = 1$

(v) $\mathbb{P}(Y \geq X) = 1$

Aufgabe 3

(i) Verteilung von X und Y	X/Y	0	1	2	$\mathbb{P}(X = x)$
	0	$\frac{1}{20}$	0	0	$\frac{1}{20}$
	1	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$
	2	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{10}$
	3	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{5}$
	$\mathbb{P}(Y = y)$	$\frac{8}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{5}{20}$	1

- (ii) $X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4\}$
 $\mathbb{P}(X = 1, Y = 2) = \frac{1}{20}, \mathbb{P}(X = 2, Y = 1) = \frac{3}{20}$
 $\mathbb{P}(X = 3, Y = 1) = \frac{3}{20}, \mathbb{P}(X = 4, Y = 1) = \frac{1}{20}$

Aufgabe 4

$$\mathbb{P}(X = k) = \frac{2}{(n-2) \cdot n} \cdot (n - k)$$

$$\mathbb{P}(Y = k) = \frac{2}{(n-2) \cdot n} \cdot (k - 1)$$

Gemeinsame Verteilung

$$\forall x, y \in \{1 \dots n\}. y > x \Rightarrow \mathbb{P}(X = x, Y = y) = \frac{2}{(n-2) \cdot n}$$

Sei $Y - X = k$

$$\mathbb{P}(Y - X) = \frac{2}{(n-2) \cdot n} \cdot (n - k)$$