Stochastik für Informatiker - Hausaufgabe 7

Tom Nick	342225
Alexander Mühle	339497
Maximilian Bachl	341455

Aufgabe 1

(i) Die Wahrscheinlichkeit, dass wir die ersten $n-1$ mal nicht Schwarz ziehen und am Ende eine Schwarze (die (etwas umständlich geschriebene) geom. Verteilung):

$$\mathbb{P}(X=n) = \left(\prod_{i=1}^{n-1} 1 - \frac{M}{M+N}\right) \frac{M}{M+N}$$

(ii) Wir ziehen die Wahrscheinlichkeiten aus der vorigen Aufgabe bis exklusive k von 1 ab, weil der Text *mindestens* besagt.

$$\mathbb{P}(X \geq k) = 1 - \sum_{i=1}^{k-1} P(X=i)$$

Aufgabe 2

(i) X ist die Anzahl an Stochastik-Büchern unter 4 gezogenen Büchern.

$$\mathbb{P}(X=4) = \frac{\binom{13}{4}\binom{12}{0}}{\binom{25}{4}} = \frac{13}{230}$$

(ii) Y ist die Anzahl an Analysis-Büchern unter 4 gezogenen Büchern.

$$\mathbb{P}(Y=4) = \frac{\binom{12}{4}\binom{13}{0}}{\binom{25}{4}} = \frac{9}{230}$$

(iii)

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X \geq 1) &= 1 - \mathbb{P}(X=0) \\
&= 1 - \mathbb{P}(Y=4) \\
&= 1 - \frac{13}{230} \\
&= 1 - \frac{9}{230} \\
&= \frac{221}{230}
\end{aligned}$$

Aufgabe 3

X ist die Anzahl an unbrauchbaren Birnen in einer Lieferung.

Exakt mithilfe der Binomialverteilung.

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X \geq 2) &= 1 - \mathbb{P}(X = 0) - \mathbb{P}(X = 1) \\
&= 1 - \binom{500}{0} 0.001^{0} 0.999^{5}00 - \binom{500}{1} 0.001^{1} 0.999^{4}99 \\
&\approx 0.09
\end{aligned}$$

Und nun mithilfe der Poisson-Annäherung:

$\lambda = 500 \cdot 0.001$

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X \geq 2) &= 1 - \mathbb{P}(X = 0) - \mathbb{P}(X = 1) \\
&= 1 - \frac{0.5^{0}}{0!} e^{-0.5} - \frac{0.5^{1}}{1!} e^{-0.5} \\
&\approx 0.09
\end{aligned}$$

Aufgabe 4