

8. Übungsblatt “Stochastik für Informatiker”

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

1. Hausaufgabe:

5 Punkte

- (i) Eine homogene Münze wird solange geworfen, bis das erste Mal “Zahl” oder bis insgesamt dreimal “Kopf” erscheint. Die Zufallsvariable X beschreibe die Anzahl der ausgeführten Würfe bis zum Eintritt dieses Ereignisses. Berechne $\mathbb{E}[X]$.
- (ii) Die Zufallsvariable U gebe die Augenzahl beim einmaligen Wurf eines fairen Würfels an. Berechne $\mathbb{E}[1/U]$.

2. Hausaufgabe:

5 Punkte

- (i) Es sei X eine zum Parameter λ Poisson-verteilte Zufallsvariable. Berechne $\mathbb{E}(e^{uX})$ für $u \in \mathbb{R}$.
- (ii) Es sei X eine zum Parameter λ Poisson-verteilte Zufallsvariable. Zeige, dass

$$\mathbb{E} \left[\frac{1}{1+X} \right] = \frac{1}{\lambda} (1 - e^{-\lambda})$$

3. Hausaufgabe:

5 Punkte

Eine Spielerin nimmt an dem folgenden Spiel teil. Würfelt sie eine gerade Augenzahl, so muss sie den Betrag der Augenzahl in Euro an die Bank zahlen. Würfelt sie eine ungerade Augenzahl, so erhält sie das Doppelte der Augenzahl von der Bank als Gewinn. Wie hoch muss der Einsatz für das Spiel sein, damit es sich um ein faires Spiel handelt?

4. Hausaufgabe:

5 Punkte

Eine Biene sitzt auf dem Ursprung der Zahlengerade und springt jeweils mit den Wahrscheinlichkeiten p bzw. $q = 1 - p$ um eine Einheit nach rechts bzw. nach links. Sei X_n die Position der Biene nach n Sprüngen. Berechne den Erwartungswert von X_n .