

STOCHASTIK FÜR INFORMATIKER - HAUSAUFGABE 6

Tom Nick 342225
 Alexander Mühle 339497
 Maximilian Bachl 341455

Aufgabe 1

X = Anzahl von Köpfen in den letzten drei Würfeln

Y = Anzahl von Köpfen in den ersten und zweiten Würfeln

(i) $\Omega = \{(w_1, w_2, w_3, w_4) | w_1, w_2, w_3, w_4 \in \{K, Z\}\}$

$$\forall \omega \in \Omega. \mathbb{P}\{\omega\} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

(ii) Verteilung von X :

$$X(\Omega) = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\mathbb{P}(X = 0) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

$$\mathbb{P}(X = 1) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\mathbb{P}(X = 2) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

$$\mathbb{P}(X = 3) = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$$

Verteilung von Y :

$$Y(\Omega) = \{0, 1, 2\}$$

$$\mathbb{P}(Y = 0) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$\mathbb{P}(Y = 1) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$\mathbb{P}(Y = 2) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

(iii)

| X/Y | 0 | 1 | 2 | $\mathbb{P}(X = x)$ |
|---------------------|----------------|----------------|----------------|---------------------|
| 0 | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{16}$ | 0 | $\frac{1}{8}$ |
| 1 | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{3}{8}$ |
| 2 | $\frac{1}{16}$ | $\frac{3}{16}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{8}$ |
| 3 | 0 | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{16}$ | $\frac{1}{8}$ |
| $\mathbb{P}(Y = y)$ | $\frac{2}{8}$ | $\frac{4}{8}$ | $\frac{2}{8}$ | 1 |

Verteilung von X und Y

(iv) Nein! Da:

$$\mathbb{P}(X = 3, Y = 0) = 0 \neq \mathbb{P}(X = 3) \cdot \mathbb{P}(Y = 0) = \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{32}$$

Aufgabe 2

(i) $\mathbb{P}(X > Y) = 0$

(ii) $\mathbb{P}(X \geq Y) = \frac{3}{8}$

(iii) $\mathbb{P}((X + Y) \bmod 2 = 0) = \frac{3}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

(iv) $\mathbb{P}(X - Y \leq 1) = 1$

(v) $\mathbb{P}(Y \geq X) = 1$

Aufgabe 3

| | | | | | |
|----------------------------|-----|----------------|----------------|----------------|---------------------|
| (i) Verteilung von X und Y | X/Y | 0 | 1 | 2 | $\mathbb{P}(X = x)$ |
| | 0 | $\frac{1}{20}$ | 0 | 0 | $\frac{1}{20}$ |
| | 1 | $\frac{3}{20}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{4}{20}$ |
| | 2 | $\frac{3}{20}$ | $\frac{2}{20}$ | $\frac{1}{20}$ | $\frac{6}{20}$ |
| | 3 | $\frac{1}{20}$ | $\frac{1}{5}$ | $\frac{3}{20}$ | $\frac{5}{10}$ |
| $\mathbb{P}(Y = y)$ | | $\frac{8}{20}$ | $\frac{4}{20}$ | $\frac{5}{20}$ | 1 |

(ii) $X(\Omega) = \{1, 2, 3, 4\}$

$$\mathbb{P}(X = 1, Y = 2) = \frac{1}{20}, \mathbb{P}(X = 2, Y = 1) = \frac{3}{20}$$

$$\mathbb{P}(X = 3, Y = 1) = \frac{3}{20}, \mathbb{P}(X = 4, Y = 1) = \frac{1}{20}$$

Aufgabe 4