

STOCHASTIK FÜR INFORMATIKER - HAUSAUFGABE 3

Tom Nick 342225
Alexander Mühle 339497
Maximilian Bachl 341455

1. Aufgabe

Eine Studentin im Studiengang A muss 4 Klausuren schreiben und hat eine ausreichende Note, wenn sie mindestens 2 davon besteht. Ein Student aus Studiengang B muss mindestens eine von drei Klausuren bestehen. Für wen ist es einfacher eine ausreichende Note zu bekommen, wenn die Wahrscheinlichkeit jede einzelne Klausur zu bestehen gleich ist und die Klausuren unabhängig voneinander bestanden werden?

$$\Omega = \{(k_1, k_2, k_3, k_4) | k_i \in \{0, 1\}\}$$

- Ist eine Binomialverteilung
- Versuche sind unabhängig
- Ergebnisse sind binär

$$\Rightarrow \text{Studentin A } \mathbb{P}(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \text{ mit } n = 4 \text{ und } k = 2$$

$$\Rightarrow \sum_{i \in \{1, 2, 3, 4\}} \mathbb{P}(i) = 1 - ((1-p)^n + 4p(1-p)^{n-1})$$

$$\Rightarrow \text{Studentin B } \mathbb{P}(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \text{ mit } n = 3 \text{ und } k = 1$$

$$\Rightarrow \sum_{i \in \{1, 2, 3\}} \mathbb{P}(i) = 1 - ((1-p)^n)$$

$$1 - ((1-p)^4 + 4p(1-p)^3) < 1 - ((1-p)^3)$$

Es ist einfacher für die Studentin A eine ausreichende Note zu bekommen, da ihre Wahrscheinlichkeit eine zu bestehen höher ist, als die Wahrscheinlichkeit des Studenten B zwei von vier zu bestehen.

2. Aufgabe

Wir betrachten das Experiment, das aus dem Werfen zweier fairer Würfel besteht.

i) Bedingte Wahrscheinlichkeit

$$\frac{\mathbb{P}\{(4,5), (6,5), (5,5), (5,6), (5,4)\}}{\mathbb{P}\{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (5,6), (6,5), (5,4), (5,3), (5,2), (5,1)\}} = \frac{5}{9}$$

ii) Bedingte Wahrscheinlichkeit

$$\frac{\mathbb{P}\{(4,5), (6,5), (5,6), (5,4)\}}{\mathbb{P}\{(1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,6), (6,5), (5,4), (5,3), (5,2), (5,1)\}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

iii) Bedingte Wahrscheinlichkeit

$$\frac{\mathbb{P}\{(2,3)\}}{\mathbb{P}\{(1,4), (2,3), (4,1), (3,2)\}} = \frac{1}{4}$$

3. Aufgabe

Eine Urne enthält b rote und c schwarze Kugeln. Eine Kugel wird zufällig gezogen, ihre Farbe notiert und mit weiteren d Kugeln gleicher Farbe in die Urne zurückgelegt.

i) Bedingte Wahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} 1. \text{Zug : rot} &= \frac{b}{b+c} \text{schwarz} = \frac{c}{b+c} \\ 2. \text{Zug : } &\frac{c}{b+c} * \frac{c+d}{b+c+d} + \frac{b}{b+c} * \frac{c}{b+c+d} \end{aligned}$$

ii)

$$\frac{\frac{c}{b+c} * \frac{c+d}{b+c+d}}{\frac{c}{b+c} * \frac{c+d}{b+c+d} + \frac{b}{b+c} * \frac{c}{b+c+d}}$$

4. Aufgabe

Vier Maschinen sind hintereinander geschaltet. Die erste funktioniert mit Wahrscheinlichkeit p , jede weitere mit Wahrscheinlichkeit p oder $p=2$, je nach dem, ob die vorherige Maschine funktioniert hat. Wenn mindestens drei der Maschinen funktioniert haben, ist das Ergebnis korrekt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür?

$$p_1 = p$$

$$p_2 = p * p_1 + (1 - p_1) * \frac{p}{2}$$

$$p_3 = p * p_2 + (1 - p_2) * \frac{p}{2}$$

$$p_4 = p * p_3 + (1 - p_3) * \frac{p}{2}$$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(\text{Mindestens 3 funktionieren}) = p_1 * p_2 * p_3 * p_4 + (1 - p_1) * p_2 * p_3 * p_4 + p_1 * (1 - p_2) * p_3 * p_4 + p_1 * p_2 * (1 - p_3) * p_4 + p_1 * p_2 * p_3 (1 - p_4)$$