Stochastik für Informatiker - Hausaufgabe 9

Tom Nick	342225
Alexander Mühle	339497
Maximilian Bachl	341455

Aufgabe 1

Verteilung von X und Y

X/Y	4	2	$\mathbb{P}(Y=y)$
2	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$
5	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{6}$	0	$\frac{1}{6}$
$\mathbb{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}+\frac{2}{6}$	$\frac{1}{4}+\frac{1}{6}$	1

(i) $\mathbb{E}(X) = 2 \cdot (\frac{1}{4} + \frac{1}{6}) + 5 \cdot (\frac{1}{6} + \frac{1}{4}) + 3 \cdot \frac{1}{6} = \frac{163}{12}$
$\mathbb{E}(X^2) = 4 \cdot (\frac{1}{4} + \frac{1}{6}) + 25 \cdot (\frac{1}{6} + \frac{1}{4}) + 9 \cdot \frac{1}{6} = \frac{41}{12}$
$\mathbb{E}(Y) = 4 \cdot (\frac{1}{4} + \frac{1}{3}) + 2 \cdot (\frac{1}{6} + \frac{1}{4}) = \frac{19}{6}$
$\mathbb{E}(Y^2) = 16 \cdot (\frac{1}{4} + \frac{1}{3}) + 4 \cdot (\frac{1}{6} + \frac{1}{4}) = 11$

(ii) $\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2 = \frac{163}{12} - \frac{1681}{144} = \frac{275}{144} \approx 1.91$
$\mathbb{V}(Y) = \mathbb{E}(Y^2) - \mathbb{E}(Y)^2 = 11 - \frac{361}{36} = \frac{35}{36} \approx 0.97$

(iii) $Cov(X,Y) = \mathbb{E}[XY] - \mathbb{E}[X] * \mathbb{E}[Y] =$

(iv) $\rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{\mathbb{V}(X)} \cdot \sqrt{\mathbb{V}(Y)}} = -\frac{23}{5 \cdot \sqrt{385}} \approx -0.23$

Aufgabe 2

(i)

Aufgabe 3

(i) $\mathbb{E}(X_k) = p_k$
$\mathbb{E}(S_n) = \sum\limits_{k=1}^{n} \mathbb{E}(p_k)$

(ii) $\mathbb{V}(S_n) = \sum\limits_{k=1}^{n} p_k(1-p_k)$

Aufgabe 4

(i) Abhängigkeit:
zu zeigen: $\mathbb{P}(|X-Y|) \cdot \mathbb{P}(X+Y) = \mathbb{P}(|X-Y|) \cap \mathbb{P}(X+Y)$
Gegenbeispiel:
Sei X = 1 und Y = 0 $\rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$

(ii) Korrelation:
$Cov(X+Y, |X-Y|) = \mathbb{E}((X+Y) \cdot |X-Y|) - \mathbb{E}(X+Y)\mathbb{E}(|X-Y|) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \rightarrow \textit{unkorrelierend}$