

## 5. Übungsblatt “Stochastik für Informatiker”

---

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte

### 1. Hausaufgabe:

5 Punkte

Es sei  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$  und  $\mathbb{P}(\omega_1) = 1/2$ ,  $\mathbb{P}(\omega_2) = \mathbb{P}(\omega_3) = 1/4$ . Wir definieren Zufallsvariablen  $X$ ,  $Y$  und  $Z$  durch

$$\begin{array}{lll} X(\omega_1) = 1 & X(\omega_2) = 2 & X(\omega_3) = 2 \\ Y(\omega_1) = 2 & Y(\omega_2) = 1 & Y(\omega_3) = 1 \\ Z(\omega_1) = 1 & Z(\omega_2) = 2 & Z(\omega_3) = 1 \end{array}$$

- (i) Zeige, dass  $X$  und  $Y$  die gleiche Verteilung haben.
- (ii) Bestimme die Einzelwahrscheinlichkeiten der Zufallsvariablen  $X + Y$ ,  $XYZ$  und  $X^Y$ .

### 2. Hausaufgabe:

5 Punkte

Jede Buchstabe in einem Buch ist unabhängig von anderen Buchstaben mit Wahrscheinlichkeit  $p$  falsch gedruckt oder mit Wahrscheinlichkeit  $1 - p$  ist korrekt. Sei  $n$  die Anzahl der Buchstaben in diesem Buch und  $X$  ist die Anzahl der falsch gedruckten Buchstaben. Bestimme  $\mathbf{P}(X = k)$ .

### 3. Hausaufgabe:

5 Punkte

Die Urne 1 enthält  $n$  rote und die Urne 2 enthält  $n$  blaue Kugeln. Eine Kugel wird zufällig aus der Urne 1 gewählt und in Urne 2 gelegt und dann wird eine Kugel aus Urne 2 gezogen und in Urne 1 gelegt. Dieses Verfahren wird immer wiederholt. Gegeben dass  $r$  von  $n$  Kugeln in der Urne 1 rot sind, bestimme man die Verteilung von  $R$ , welches die Anzahl der roten Kugeln in Urne 1 nach der ersten Wiederholung des Verfahrens bezeichnet.

### 4. Hausaufgabe:

5 Punkte

Eine Briefträgerin fängt am ersten Tag des Jahres an zu arbeiten. Ihr Ziel ist es, während des Tages von keinem Hund gebissen zu werden. Die Wahrscheinlichkeit, dass sie von einem Hund genau am  $n$ -ten Tag aber nicht vorher gebissen wird, ist mit  $p(n)$  bezeichnet. Sei  $X$  die Anzahl der Tage bis sie erstmal von einem Hund gebissen wird. Bestimme,

- (i)  $\mathbf{P}(X = n)$ ,
- (ii) Falls  $p(n) = \frac{1}{n+1}$ ,  $n \geq 1$ , bestimme  $\mathbf{P}(X > n)$  und  $\mathbf{P}(X = n)$ .