

$\tau = 760$, $\gamma_d = 330$, $\tau = 446$ s 2431 Confrontation du modèle aux données expérimentales et ajustement des paramètres Doc-Start



MODÉLISATION DES NEURONES BIOLOGIQUES

Azami Yahya, Cherkaoui Abdelhamid, Moussinga Ndoumbe
François, Ryckewaert Pierre, Saidi Manal, Tnani Mohamed

07/05/2025



MODÉLISATION DES NEURONES BIOLOGIQUES

Azami Yahya, Cherkaoui Abdelhamid, Moussinga Ndoumbe
École Polytechnique – Modélisation des neurones biologiques
François, Ryckewaert Pierre, Saidi Manal, Tnani Mohamed

1/37
07/05/2025

ORIGINES BIOLOGIQUES

X

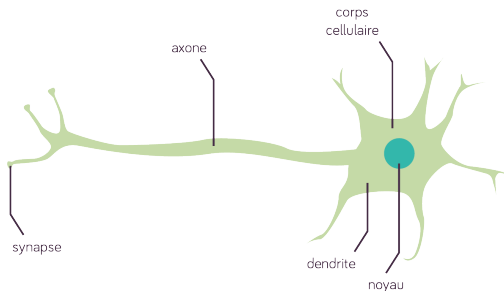


STRUCTURE D'UN NEURONE

- Un neurone est composé d'un corps cellulaire, de dendrites, et d'un axone.
- Les signaux électriques circulent du corps cellulaire vers l'axone.



NEURONE



POTENTIEL D'ACTION (SPIKE)



- Le potentiel d'action est un signal électrique bref déclenché par une stimulation suffisante.
- Il propage le signal tout au long de l'axone jusqu'à la terminaison synaptique.
- À l'arrivée du spike, les canaux calciques s'ouvrent.

POTENTIEL D'ACTION ET RÔLE DU CALCIUM



- Le spike arrive \rightarrow ouverture des canaux calciques \rightarrow entrée de Ca^{2+} .
- Variation du calcium selon la fréquence des spikes :
 - Spikes isolés ou faibles \rightarrow faible augmentation de Ca^{2+} \rightarrow faible libération de neurotransmetteurs.
 - Spikes répétés ou intenses \rightarrow accumulation de Ca^{2+} \rightarrow forte libération de neurotransmetteurs.
- La concentration et la durée d'élévation de Ca^{2+} codent des informations sur la fréquence et la synchronisation des spikes.

MODÈLE DE GRAUPNER ET BRUNEL

X





- **Un seuil de LTD (θ_d) :**

Si la concentration en calcium est entre θ_d et $\theta_p \rightarrow$ dépression de la synapse (baisse de l'efficacité).

- **Un seuil de LTP (θ_p) :**

Si la concentration dépasse $\theta_p \rightarrow$ potentiation (augmentation de l'efficacité).

- **Un terme de Bruit :**

Reflète l'incertitude et la variabilité naturelle des synapses (facteurs biochimiques ignorés, interactions voisines, fluctuations thermiques...).



$$\tau \frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial U(\rho)}{\partial \rho} + \gamma_p(1 - \rho)\Theta[c(t) - \theta_p] - \gamma_d\rho\Theta[c(t) - \theta_d] + Noise(t)$$

- τ : constante de temps régissant l'évolution de l'efficacité synaptique.
- γ_d, γ_p : coefficients d'intensité de la dépression (LTD) et de la potentiation (LTP).
- $c(t)$: concentration calcique à l'instant t ; θ_d et θ_p sont les seuils associés à la LTD et à la LTP.
- Θ : fonction de Heaviside (activation par seuil).

PARAMÈTRES DU MODÈLE



$$Noise(t) = \sigma \sqrt{\tau} \Theta [c(t) - \min(\theta_d, \theta_p)] \eta(t)$$

- σ : amplitude du bruit.
- $\eta(t)$: bruit blanc gaussien (moyenne 0, variance 1).

$$U(\rho) = \frac{1}{4} \rho^2 (1 - \rho)^2$$

Potentiel bistable, avec deux états stables $\rho = 0$ (DOWN) et $\rho = 1$ (UP).

MODÈLE DE $C(t)$ UTILISÉ



$$\frac{dc}{dt} = -\frac{c}{\tau_{Ca}} + C_{pre} \sum_i \delta(t - t_i - D) + C_{post} \sum_j \delta(t - t_j)$$

- Spike présynaptique \rightarrow saut de calcium de taille C_{pre} , avec un délai D .
- Spike postsynaptique \rightarrow saut immédiat de calcium de taille C_{post} .
- En l'absence de spikes \rightarrow décroissance exponentielle vers la valeur de repos $c_0 = 0$, avec une constante de temps τ_{Ca} .

ETUDE MATHÉMATIQUE DU MODÈLE

X



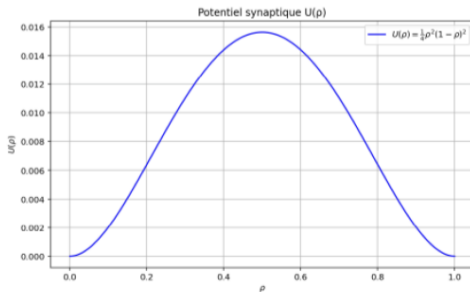


Figure – Forme du potentiel

$$\mathbb{E}\{\tau\} \approx \frac{2\pi\tau}{\sqrt{|U''(0)||U''(1)|}} \exp\left(\frac{2 * (U_{max} - U_{min})}{\sigma^2}\right)$$

CONDITION SUR γ_p , γ_d , θ_p , θ_d ET C_{post}

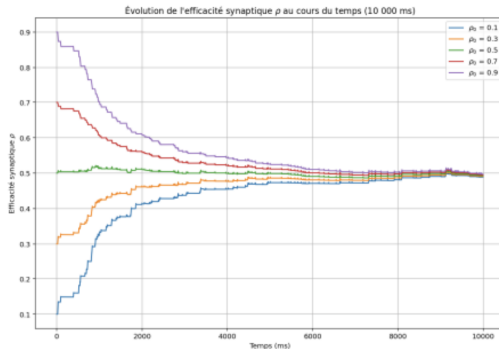


FIGURE 2 – Evolution de l'efficacité synaptique au cours du temps

Figure – Evolution de l'efficacité synaptique au cours du temps

ESTIMATION DES PARAMÈTRES PAR UNE MÉTHODE D'OPTIMISATION

X



FONCTION DE COÛT ET STRATÉGIE D'OPTIMISATION

Estimation des
paramètres par
une méthode
d'optimisation



- Fonction de coût :

$$C(\theta) = \sum_{i=1}^N \left(y_i^{exp} - y_i^{mod}(\theta) \right)^2$$

- Méthode :
 - Initialisation aléatoire (distribution uniforme)
 - Descente de gradient stochastique, $\sigma = 50$
 - Rejet des paramètres non biologiquement plausibles
- θ_d, θ_p fixés pour homogénéité.

DONNÉES EXPÉRIMENTALES UTILISÉES

Estimation des
paramètres par
une méthode
d'optimisation

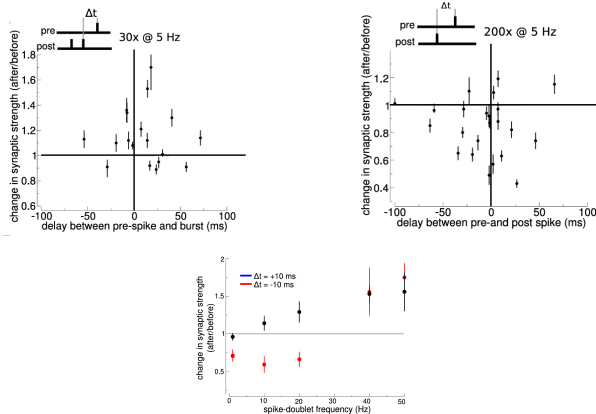


Figure – Données expérimentales de Wittenberg & Wang (haut) et de Sjöström (bas)

RÉSULTATS DE L'OPTIMISATION

Estimation des
paramètres par
une méthode
d'optimisation

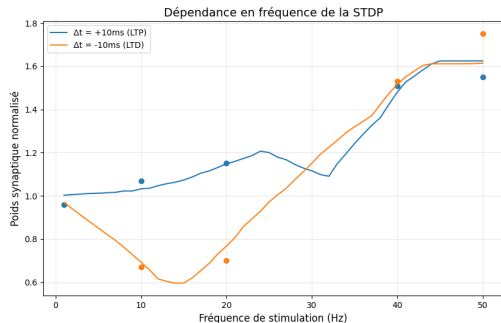


Figure – Résultat du fit pour les données de Sjöström

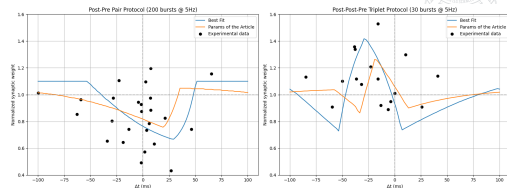


Figure – Résultats du fit pour les données de Wittenberg & Wang

PARAMÈTRES OPTIMAUX ESTIMÉS

Estimation des
paramètres par
une méthode
d'optimisation



Paramètre	Wittenberg	Sjöström
τ_{Ca} (ms)	45.56	30.00
C_{pre}	0.98	0.41
C_{post}	0.35	1.32
θ_d	1	1
θ_p	1.3	1.3
γ_d	370.24	330.56
γ_p	1233.51	900.21
ρ_*	0.5	0.5
D (ms)	16.40	8.40
τ (s)	712.41	450.61

Figure – Paramètres estimés
après l'optimisation

Wittenberg	Sjöström
48.8373	22.6936
1	0.5617539
0.275865	1.23964
1	1
1.3	1.3
313.0965	331.909
1645.59	725.085
0.5	0.5
18.8008	4.6098
688.355	346.3615

Figure – Paramètres du
modèle Graupner & Brunel

IMPACT DE σ SUR LES RÉSULTATS

Estimation des
paramètres par
une méthode
d'optimisation

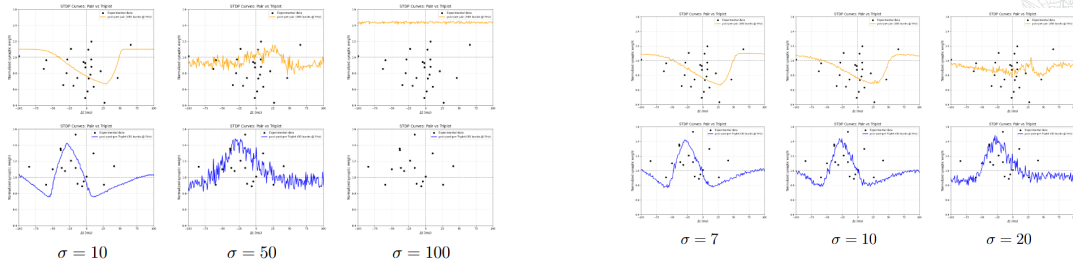


Figure – Effet de différentes valeurs de σ sur la courbe de plasticité

$$\sigma_{Wittenberg} \approx 20$$

ROBUSTESSE DE L'OPTIMISATION

Estimation des
paramètres par
une méthode
d'optimisation

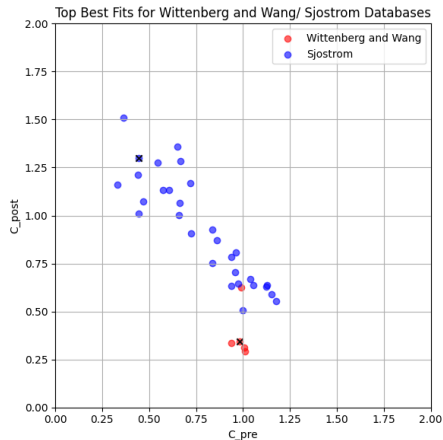


Figure – (C_{pre}, C_{post}) optimaux pour les données de Sjöström, Wittenberg et Wang

CONFRONTATION DU MODÈLE AUX DONNÉES EXPÉRIMENTALES ET AJUSTEMENT DES PARAMÈTRES

×



PARAMÈTRES DE GRAUPNER ET BRUNEL

Confrontation
du modèle aux
données
expérimentales

Paramètres

Paramètre	hippocampal slices (Wittenberg and Wang 2006)	hippocampal cultures (Wang et al. 2005)	cortical slices (Sjöström et al. 2001)
τ_{Ca} (ms)	48.8373	11.9536	22.6936
C_{pre}	1	0.58156	0.5617539
C_{post}	0.275865	1.76444	1.23964
θ_d	1	1	1
θ_p	1.3	1.3	1.3
γ_d	313.0965	61.141	331.909
γ_p	1645.59	113.6545	725.085
σ	9.1844	2.5654	3.3501
τ (sec)	688.355	33.7596	346.3615
ρ_*	0.5	0.5	0.5
D (ms)	18.8008	10	4.6098

Figure – Paramètres de Graupner et Brunel pour différentes expériences

DÉTERMINATION DE D , θ_d , θ_p

Confrontation
du modèle aux
données
expérimentales
et ajustement
des paramètres



Renormalisation des concentrations en calcium :

$$\theta_d = 1$$

Par convention :

$$\theta_p = 1.3$$

Enfin, d'après les relevés expérimentaux :

$$D = 4.6ms$$

DÉTERMINATION DE C_{pre} , C_{post} , τ_{ca}

Confrontation
du modèle aux
données
expérimentales
et ajustement
des paramètres

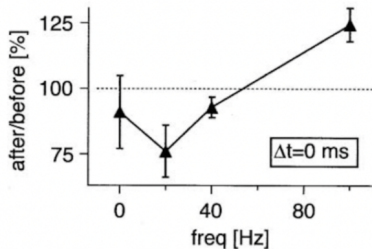


Figure – Expérience : 900 spikes synchronisés

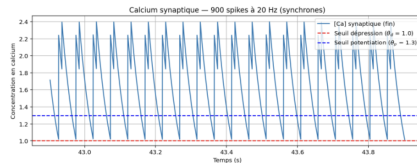


Figure – Concentration en calcium au maximum de la dépression

DÉTERMINATION DE C_{pre} , C_{post} , τ_{ca}

Confrontation
du modèle aux
données
expérimentales
et ajustement
des paramètres

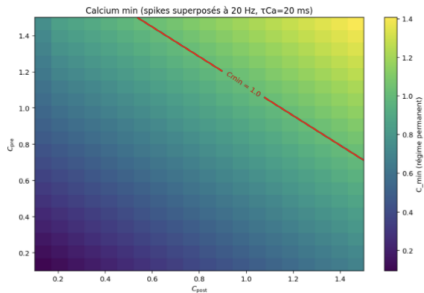


Figure – $\tau_{ca} = 20ms$

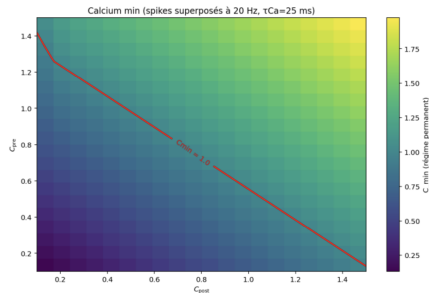


Figure – $\tau_{ca} = 24ms$

DÉTERMINATION DE C_{pre} , C_{post} , τ_{ca}

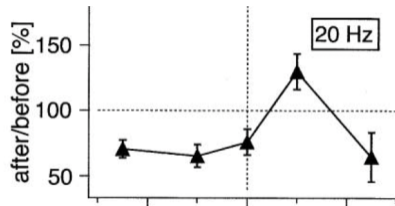


Figure – 900 spikes à 20Hz

Confrontation
du modèle aux
données
expérimentales
et ajustement
des paramètres

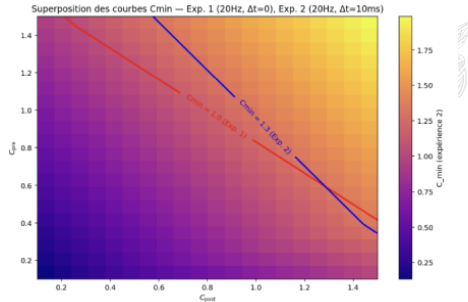


Figure – $\tau_{ca} = 23ms$

DÉTERMINATION DE C_{pre} , C_{post} , τ_{ca}

Confrontation
du modèle aux
données
expérimentales
et ajustement
des paramètres

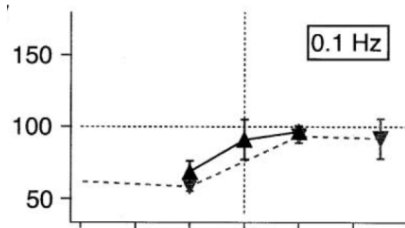


Figure – 900 spikes à 0,1 Hz

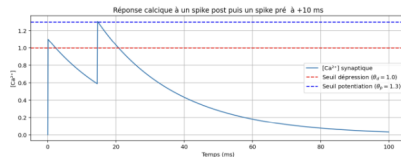


Figure – Concentration en calcium au maximum de la dépression

DÉTERMINATION DE C_{pre} , C_{post} , τ_{ca}

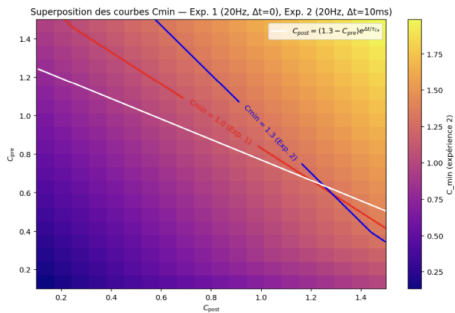


Figure – $\tau_{ca} = 23ms$

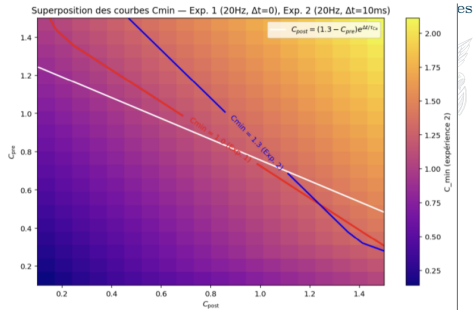


Figure – $\tau_{ca} = 24ms$

AJUSTEMENT DE γ_p , γ_d , τ

Confrontation
du modèle aux
données
expérimentales
et ajustement
des paramètres

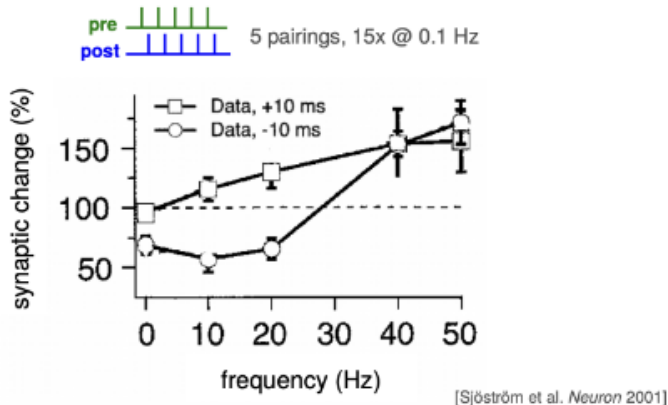


Figure – 15 trains de spikes séparés par 10s

AJUSTEMENT DE γ_p , γ_d , τ

Confrontation
du modèle aux
données
expérimentales
et ajustement
des paramètres

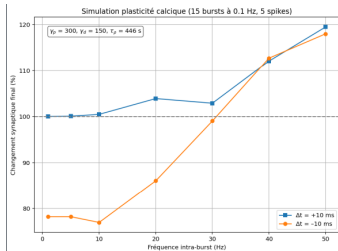


Figure –
 $\gamma_p = 300$, $\gamma_d = 150$, $\tau = 346$ s

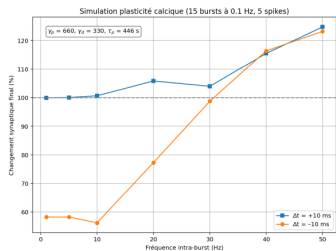


Figure –
 $\gamma_p = 660$, $\gamma_d = 330$, $\tau = 346$ s

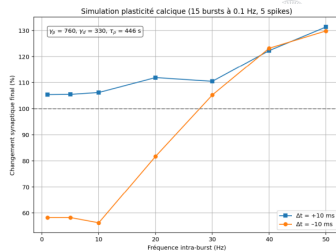


Figure –
 $\gamma_p = 760$, $\gamma_d = 330$, $\tau = 346$ s

MODÈLE DE COSTA ET AL.

X





- Séparation de l'activité synaptique en trois traces exponentielles qui augmentent de +1 à chaque spike et décroissent entre les spikes :
 - $x^+(t)$: trace présynaptique.
 - $y^+(t)$: trace postsynaptique LTP.
 - $y^-(t)$: trace postsynaptique LTD.
- Deux facteurs de plasticité :
 - P : probabilité de libération présynaptique.
 - q : amplitude quantale postsynaptique.
- La force synaptique est : $w = P \times q$.



Évolution des traces :

$$\frac{dx^+}{dt} = -\frac{x^+}{\tau_{x^+}} + X(t)$$

$$\frac{dy^+}{dt} = -\frac{y^+}{\tau_{y^+}} + Y(t) \quad \frac{dy^-}{dt} = -\frac{y^-}{\tau_{y^-}} + Y(t)$$

- $X(t)$ et $Y(t)$: spikes pré- et postsynaptiques (δ -pics).
- Chaque spike ajoute +1, puis la trace décroît exponentiellement.

Mise à jour de q (spike post) :

$$q_{l+1} = q_l + c_+ \cdot x_k^+ \cdot e^{-\frac{\Delta t_{\text{post-pre}}}{\tau_{x^+}}} \cdot y_l^- \cdot e^{-\frac{\Delta t_{\text{post}}}{\tau_{y^-}}}$$

Mise à jour de P (spike pré) :

$$\begin{aligned} P_{k+1} = P_k - d_- \cdot y_l^- \cdot e^{-\frac{\Delta t_{\text{pre-post}}}{\tau_{y^-}}} \cdot y_l^+ \cdot e^{-\frac{\Delta t_{\text{pre-post}}}{\tau_{y^+}}} \\ + d_+ \cdot x_k^+ \cdot e^{-\frac{\Delta t_{\text{pre}}}{\tau_{x^+}}} \cdot y_l^+ \cdot e^{-\frac{\Delta t_{\text{pre-post}}}{\tau_{y^+}}} \end{aligned}$$

avec $x_{k+1}^+ = x_k^+ \exp\left(-\frac{\Delta t_{\text{pre}}}{\tau_{x^+}}\right) + 1$ (De même pour y^+ et y^-)



COMPARAISON DES DEUX MODÈLES

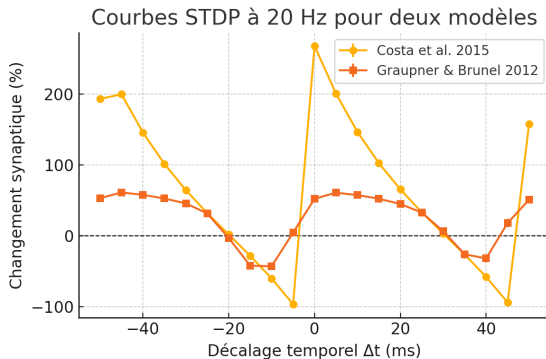


Figure – STDP des deux modèles à 20 Hz

LIMITES DU MODÈLE DE GRAUPNER ET BRUNEL

Modèle De
Costa et Al.

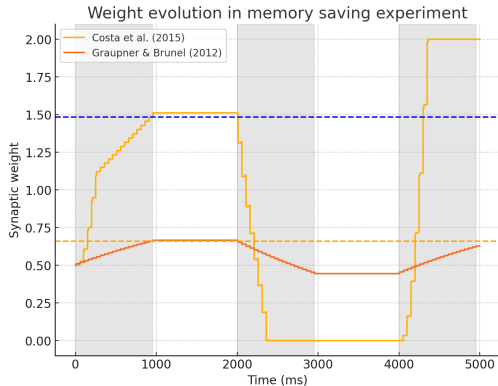


Figure – Évolution du poids synaptique des deux modèles dans l'expérience de memory saving

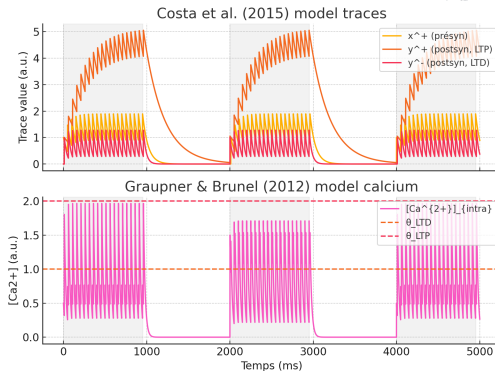


Figure – Concentrations des traces dans les deux modèles au cours des phases A-B-A

MERCI POUR VOTRE ATTENTION!

