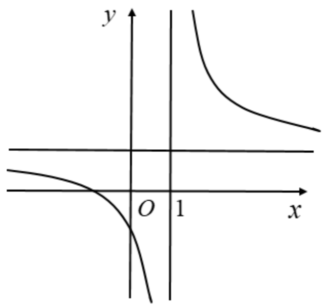
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1 NĂM HỌC 2021 - 2022

Thời gian:90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq 1$. **C.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

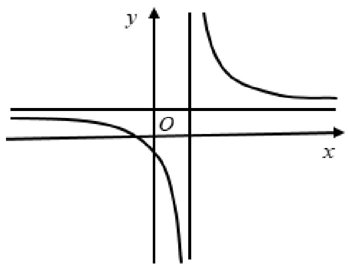
Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2020}{x-2021}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2020$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2021$. **D.** $y=0$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $ac > 0;\ bd > 0$. **B.** $ab < 0;\ cd < 0$. **C.** $bc > 0;\ ad < 0$. **D.** $ad > 0;\ bd < 0$.

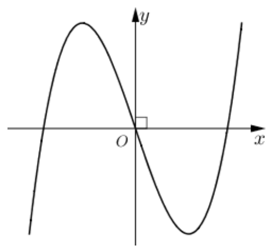
Câu 5: Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 6: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2021$ trên $[0;3]$ là

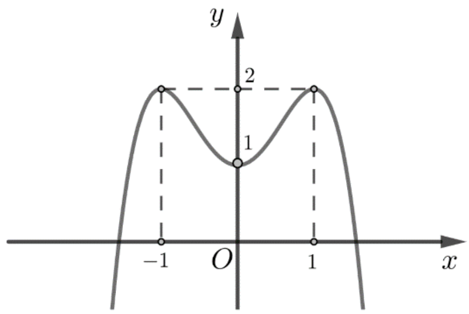
A. 1958. **B.** 2019. **C.** 2022. **D.** 2021.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

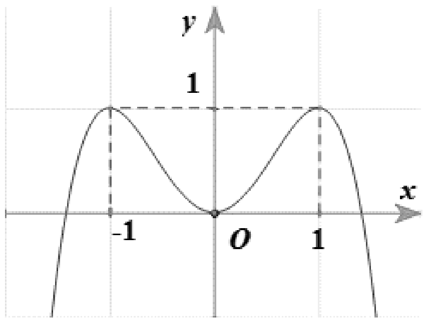
Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c\ (a,b,c \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = \dfrac{3}{5}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 11: Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{3}{4}}$ là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 14: Cho các số thực dương a,b,c với $a\neq 1$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b.\log_a c$.

C. $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$ **D.** $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$

Câu 15: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng

A. $1+\log_2 a$. **B.** $1-\log_2 a$. **C.** $2-\log_2 a$. **D.** $2+\log_2 a$.

Câu 16: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng S; chiều cao bằng h và thể tích bằng V. Thể tích khối chóp là

A. $V=Sh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Sh$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}S^2h$. **D.** $v=3Sh$.

Câu 17: Một hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 18: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt. **B.** Ba mặt. **C.** Bốn mặt. **D.** Hai mặt.

Câu 19: Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ chữ số $1,2,3,4,5$?

A. A_5^4. **B.** P_5. **C.** C_5^4. **D.** P_4.

Câu 20: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V=4\pi$. **B.** $V=12\pi$. **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=8\pi$.

Câu 21: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 22: Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình nón?

A. $\pi a^2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{8}$.

Câu 23: Xét hình trụ (T) có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

A. $S=4\pi a^2$. **B.** $S=\dfrac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S=\dfrac{3\pi a^2}{2}$. **D.** $S=\pi a^2$.

Câu 24: Cho các số thực dương a, b với $a\neq 1$ và $\log_a b>0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\0<a<1<b\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\1<a,\ b\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}0<b<1<a\\1<a,b\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\0<b<1<a\end{array}\right.$.

Câu 25: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P=a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ bằng:

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $y=3^x$

A. $y'=3^x$. **B.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **C.** $y'=3^x\ln 3$. **D.** $y'=x.3^{x-1}$.

Câu 27: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2 x$

A. $y'=\dfrac{\ln 2}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{2\ln x}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{x}$.

Câu 28: Cho một cấp số cộng có $u_1=-3; u_6=27$. Tìm công sai d ?

A. $d=5$. **B.** $d=7$. **C.** $d=6$. **D.** $d=8$.

Câu 29: Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau đặt gấp đôi lần tiền đặt cọc trước. Người đó thắng 9 lần liên tiếp và thua ở lần thứ 10. Hỏi vị khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

A. Hòa vốn. **B.** Thắng 20.000 đồng.

C. Thua 20.000 đồng. **D.** Thắng 40.000 đồng

Câu 30: Khán đài A của một sân bóng có 16 hàng ghế. Biết hàng ghế đầu tiên có 8 ghế, mỗi hàng sau nhiều hơn hàng trước 2 ghế. Hỏi khán đài A của sân bóng chứa được bao nhiêu người biết rằng mỗi người chỉ ngồi 1 ghế.

A. 365 người. **B.** 366 người. **C.** 367 người. **D.** 368 người.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 32: Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để 2 viên bi lấy được cùng màu

A. $\frac{7}{15}$.	**B.** $\frac{1}{3}$.	**C.** $\frac{6}{45}$.	**D.** $\frac{7}{9}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A',B',C',D' theo thứ tự là trung điểm của SA,SB,SC,SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{16}$.	**B.** $\frac{1}{4}$.	**C.** $\frac{1}{8}$.	**D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$ và $SA=\sqrt{3}$.Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.	**B.** $V=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.	**C.** $V=\sqrt{3}$.	**D.** $V=2\sqrt{3}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $a^3\sqrt{6}$.	**B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.	**C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.	**D.** $3\sqrt{2}a^3$.

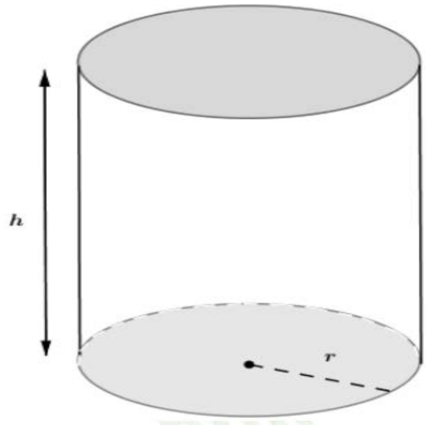
Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, $AB=1, AC=\sqrt{3}$. Tam giác SAB và SAC lần lượt vuông tại B và **C.** Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ biết khoảng cách từ C đến (SAB) là $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

A. $\frac{4\pi\sqrt{5}}{3}$.	**B.** $\frac{5\pi\sqrt{5}}{2}$.	**C.** $\frac{5\pi\sqrt{5}}{6}$.	**D.** $\frac{5\pi\sqrt{5}}{24}$.

Câu 37: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC}=45°$, $\widehat{ACB}=30°$, $AB=\frac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

A. $V=\frac{\pi\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)}{2}$.	**B.** $V=\frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{24}$.	**C.** $V=\frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{8}$.	**D.** $V=\frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{3}$.

Câu 38: Người ta làm một chiếc thùng hình trụ có thể tích V nhất định. Biết rằng giá vật liệu để làm mặt đáy và nắp là như nhau và đắt gấp hai lần giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích). Gọi h,r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của thùng. Tính tỷ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí sản xuất vật liệu là nhỏ nhất?



A. $\frac{h}{r}=4$.   **B.** $\frac{h}{r}=3\sqrt{2}$.   **C.** $\frac{h}{r}=4\sqrt{2}$.   **D.** $\frac{h}{r}=2$.

Câu 39: Cho $\lim\frac{\left(an^2-n\right)\left(2n-1\right)}{\left(1+bn^2\right)\left(5-3n\right)}=3$, với $a,\ b\neq 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**

A. $a=-\frac{9b}{2}$.   **B.** $b=-9a$.   **C.** $a=9b$.   **D.** $b=-3a$.

Câu 40: Cho $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f\left(x\right)-10}{x-1}=5$. Tính $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f\left(x\right)-10}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{4f\left(x\right)+9}+3\right)}$?

A. 1.   **B.** 2.   **C.** 10.   **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 41: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức sau thành đa thức: $f\left(x\right)=\left(2x+1\right)^7+\left(2x+1\right)^6+\left(2x+1\right)^5+\left(2x+1\right)^4$

A. 896.   **B.** 864.   **C.** 886.   **D.** 866.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi F là trung điểm cạnh AB và G là trung điểm của SF. Gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng CG và BD. Tính $\cos\alpha$?

A. $\frac{\sqrt{82}}{41}$.   **B.** $\frac{\sqrt{41}}{41}$.   **C.** $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.   **D.** $\frac{\sqrt{82}}{82}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là hàm số bậc bốn và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\frac{x^4-2x^2}{f^2\left(x\right)+2f\left(x\right)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 3.   **B.** 4.   **C.** 5.   **D.** 6.

Câu 44: Đặt ngẫu nhiên hết các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ vào 9 ô vuông của lưới (Hình vẽ lưới dưới đây) sao cho mỗi ô vuông chỉ được đặt đúng một số. Tính xác suất để tổng các số trên mỗi hàng là số lẻ và tổng các số trên mỗi cột cũng là số lẻ.

A. $\frac{2}{21}$. **B.** $\frac{5}{7}$. **C.** $\frac{5}{63}$. **D.** $\frac{1}{14}$.

Câu 45: Gọi M và m tương ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2^{|\sin x|}+2^{|\cos x|}$. Tính tổng $T=1010M+2021m$.

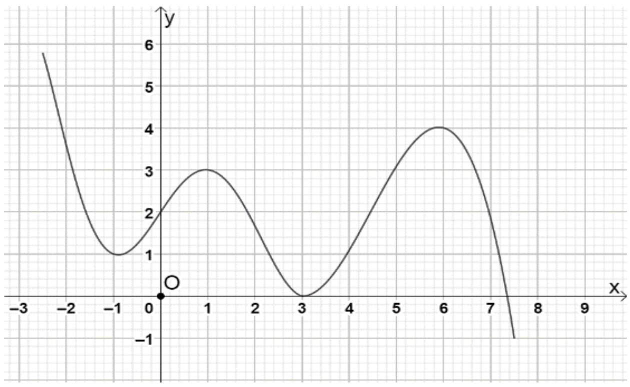
A. $T=1010\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+6063$. **B.** $T=2020\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+2021$.

C. $T=1010\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+2021$. **D.** $T=2020\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+6063$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|f(\cos x+1)+m\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4. **B.** -7. **C.** $-\frac{7}{2}$. **D.** 6.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=2021^{f(2f(x)-1)}$.



A. 18. **B.** 12. **C.** 17. **D.** 16.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=\log_2\left(x-\frac{1}{2}+\sqrt{x^2-x+\frac{17}{4}}\right)$. Tính $T=f\left(\frac{1}{2021}\right)+f\left(\frac{2}{2021}\right)+...+f\left(\frac{2020}{2021}\right)$

A. $T=2021$. **B.** $T=2019$. **C.** $T=2018$. **D.** $T=2020$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M và N lần lượt là hai điểm di chuyển trên các cạnh BC và DC sao cho $\widehat{MAN}=45°$. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 50: Cho hàm số $g(x)=f(1-x)$ có đạo hàm $g'(x)=(3-x)^{2021}(2+x)^{2022}\left[x^2+(m-2)x-3m+6\right]$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m\in(-5;5)$ để hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

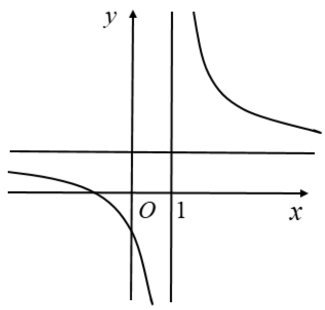
A. 2. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 6.

---------- **HẾT** ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ TĨNH
ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1 NĂM HỌC 2021 - 2022

Thời gian:90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Cho đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq 1$. **C.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **D.** $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận đứng $x=1$. Hàm số nghịch biến.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2020}{x-2021}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2020$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2021$. **D.** $y=0$.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{2021\right\}$.

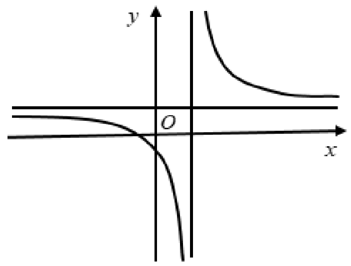
Ta có

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty}\frac{2020}{x-2021} = \lim_{x\to-\infty}\frac{\frac{2020}{x}}{1-\frac{2021}{x}} = \frac{0}{1-0} = 0,$$

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty}\frac{2020}{x-2021} = \lim_{x\to+\infty}\frac{\frac{2020}{x}}{1-\frac{2021}{x}} = \frac{0}{1-0} = 0.$$

Do đó tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y=0$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $ac>0;\ bd>0$. **B.** $ab<0;\ cd<0$. **C.** $bc>0;\ ad<0$. **D.** $ad>0;\ bd<0$.

Lời giải

Chọn C

Theo đồ thị:

Tiệm cận ngang: $y=\dfrac{a}{c}>0 \Rightarrow ac>0$. Do đó a,c cùng dấu (1)

Tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}>0 \Rightarrow \dfrac{d}{c}<0 \Rightarrow cd<0$. Do đó c,d trái dấu (2)

Cho $y=0 \Rightarrow x=-\dfrac{b}{a}<0 \Rightarrow \dfrac{b}{a}>0 \Rightarrow ab>0$. Do đó a,b cùng dấu (3)

Từ (1) và (2) suy ra a,d trái dấu nên $ad<0$.

Từ (1) và (3) suy ra b,c cùng dấu nên $bc>0$.

Câu 5: Hàm số $y=x^4+2x^2-2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3+4x=4x(x^2+1)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$\searrow$		$\nearrow$	

Từ bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 6: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 2021$ trên $[0;3]$ là

A. 1958. **B.** 2019. **C.** 2022. **D.** 2021.

Lời giải

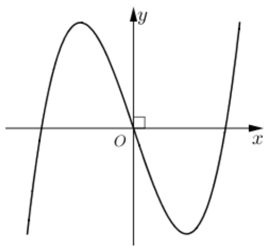
Chọn C

Ta có: $y' = -4x^3 + 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \notin (0;3) \\ x = 1 \in (0;3) \\ x = -1 \notin (0;3) \end{array}\right.$ Và:

$y(0) = 2021;\ y(1) = 2022;\ y(3) = 1958$.

Vậy: $\max\limits_{[0;3]} y = y(1) = 2022$

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

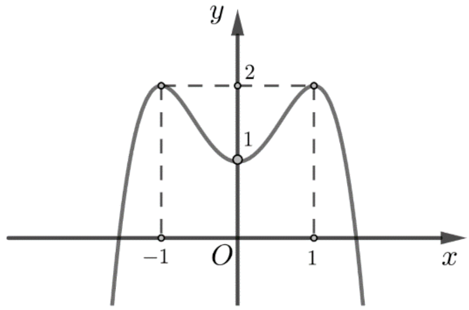
Chọn A

Dựa vào dáng đồ thị hàm số nhận thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 nên loại: **C,** **D.**

Theo dáng đồ thị thì hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ thì $a > 0$.

Vậy chọn đáp án **A**

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

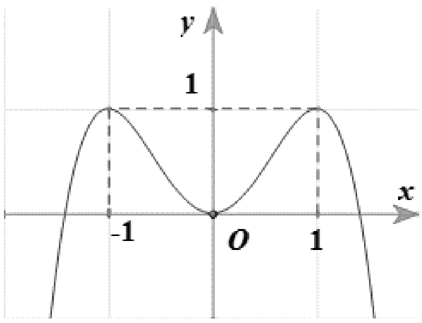
A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng: $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên.



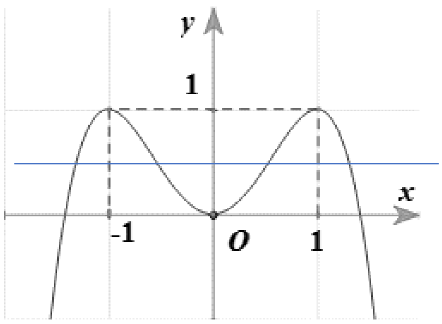
Số nghiệm của phương trình $f(x)=\frac{3}{5}$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có:



$\boxed{y=\frac{3}{5}}$

Vẽ đường thẳng $y=\frac{3}{5}$ cắt đồ thị tại 4 điểm. Nên phương trình: $f(x)=\frac{3}{5}$ có 4 nghiệm.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị là: $x=-1$ và $x=1$.

Câu 11: Công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{3}{4}}$ là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(1;+\infty)$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y=\log_2 x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x>0$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

Câu 14: Cho các số thực dương a,b,c với $a\neq 1$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau đây.

A. $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b.\log_a c$.

C. $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$ **D.** $\log_a b^{\alpha}=\alpha\log_a b$

Lời giải

Chọn B

Đáp án B sai vì $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

Câu 15: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng

A. $1+\log_2 a$. **B.** $1-\log_2 a$. **C.** $2-\log_2 a$. **D.** $2+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2 2a = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$.

Câu 16: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng S; chiều cao bằng h và thể tích bằng V. Thể tích khối chóp là

A. $V = Sh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **C.** $V = \frac{1}{3}S^2h$. **D.** $v = 3Sh$.

Lời giải

Chọn B

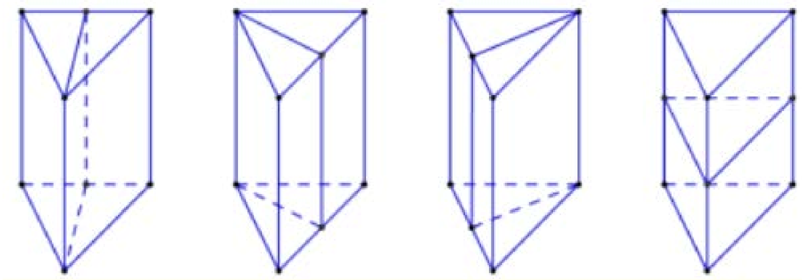
Thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3}Sh$.

Câu 17: Một hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B



Hình lăng trụ tam giác đều có 4 mặt phẳng đối xứng.

Câu 18: Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?

A. Năm mặt. **B.** Ba mặt. **C.** Bốn mặt. **D.** Hai mặt.

Lời giải

Chọn B

Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất ba mặt.

Câu 19: Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ chữ số $1,2,3,4,5$?

A. A_5^4. **B.** P_5. **C.** C_5^4. **D.** P_4.

Lời giải

Chọn A

Số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ chữ số $1,2,3,4,5$ là một chỉnh chọp chập 4 của 5 phần tử. Vậy có A_5^4 số thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 20: Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy và chiều cao đều bằng 2.

A. $V = 4\pi$. **B.** $V = 12\pi$. **C.** $V = 16\pi$. **D.** $V = 8\pi$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích V của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.2^2.2 = 8\pi$.

Câu 21: Gọi l, h, r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là

A. $S_{xq}=\pi rh$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

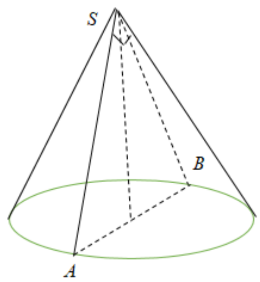
Chọn B

Câu 22: Thiết diện qua trục của hình nón là tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình nón?

A. $\pi a^2\sqrt{2}$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{8}$.

Lời giải

Chọn A



Tam giác SAB vuông cân tại S nên ta có: $AB=\sqrt{SA^2+SB^2}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}=a\sqrt{2}.$

Bán kính đáy $r=\frac{AB}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$

Vậy $S_{xq}=\pi rl=\pi.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a=\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 23: Xét hình trụ (T) có thiết diện qua trục của hình trụ là hình vuông có cạnh bằng a. Tính diện tích toàn phần S của hình trụ.

A. $S=4\pi a^2$. **B.** $S=\frac{\pi a^2}{2}$. **C.** $S=\frac{3\pi a^2}{2}$. **D.** $S=\pi a^2$.

Lời giải

Chọn C

Thiết diện qua trục là hình vuông cạnh a nên bán kính đường tròn đáy là $r=\frac{a}{2}$

$$S_{tp}=S_{xq}+2S_d=2\pi rl+2\pi r^2=2\pi.\frac{a}{2}.a+2.\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2=\pi a^2+\frac{\pi}{2}.a^2=\frac{3\pi a^2}{2}.$$

Câu 24: Cho các số thực dương a, b với $a\neq 1$ và $\log_a b>0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\0<a<1<b\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\1<a,b\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}0<b<1<a\\1<a,b\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}0<a,b<1\\0<b<1<a\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_a b > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} b > 0 \\ a > 1 \\ b > 1 \end{cases} \\ \begin{cases} b > 0 \\ 0 < a < 1 \\ b < 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a, b > 1 \\ 0 < a, b < 1 \end{array}\right..$$

Câu 25: Cho a là số thực dương. Giá trị rút gọn của biểu thức $P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}$ bằng:

A. $a^{\frac{2}{3}}$. **B.** a^5. **C.** $a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Lời giải

Chọn C

$P = a^{\frac{1}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}} = a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 26: Tính đạo hàm của hàm số $y = 3^x$

A. $y' = 3^x$. **B.** $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. **C.** $y' = 3^x \ln 3$. **D.** $y' = x.3^{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\left(a^x\right)' = a^x.\ln a$.

Câu 27: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$

A. $y' = \frac{\ln 2}{x}$. **B.** $y' = \frac{1}{x\ln 2}$. **C.** $y' = \frac{1}{2\ln x}$. **D.** $y' = \frac{2}{x}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức $(\log_a x)' = \frac{1}{x\ln a}$.

Câu 28: Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3; u_6 = 27$. Tìm công sai d?

A. $d = 5$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = 6$. **D.** $d = 8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_6 = u_1 + 5d \Rightarrow d = \frac{u_6 - u_1}{5} = \frac{27+3}{5} = 6$.

Câu 29: Một du khách vào trường đua ngựa đặt cược, lần đầu đặt 20.000 đồng, mỗi lần sau đặt gấp đôi lần tiền đặt cọc trước. Người đó thắng 9 lần liên tiếp và thua ở lần thứ 10. Hỏi vị khách trên thắng hay thua bao nhiêu?

A. Hòa vốn. **B.** Thắng 20.000 đồng.

C. Thua 20.000 đồng. **D.** Thắng 40.000 đồng

Lời giải

Chọn C

Số tiền du khách đặt cược là một cấp số nhân có $u_1 = 20.000; q = 2$.

Số tiền người đó thắng 9 lần liên tiếp là

$$S_9 = u_1 + u_2 + ... + u_9 = u_1.\frac{q^9 - 1}{q - 1} = 20000.\frac{2^9 - 1}{2 - 1} = 20000.\left(2^9 - 1\right)$$

Người đó thua ở lần thứ $10 \Rightarrow u_{10} = u_1.q^9 = 20000.2^9$.

Vậy $S_9 - u_{10} = -20000$ đồng.

Câu 30: Khán đài A của một sân bóng có 16 hàng ghế. Biết hàng ghế đầu tiên có 8 ghế, mỗi hàng sau nhiều hơn hàng trước 2 ghế. Hỏi khán đài A của sân bóng chứa được bao nhiêu người biết rằng mỗi người chỉ ngồi 1 ghế.

A. 365 người. **B.** 366 người. **C.** 367 người. **D.** 368 người.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết ta có cấp số cộng có $u_1 = 8, d = 2, n = 16$.

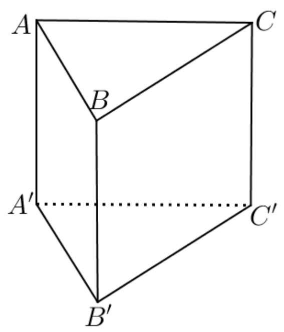
Số ghế của khán đài A của sân bóng đó là $S_{16} = \frac{n}{2}\left[2u_1 + (n-1)d\right] = \frac{16}{2}.(16 + 15.2) = 368$ ghế.

Câu 31: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \frac{a^3}{2}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.AA' = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 32: Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để 2 viên bi lấy được cùng màu

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{6}{45}$. **D.** $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi A là biến cố "2 viên bi lấy được cùng màu" ta có $n(A) = C_4^2 + C_6^2$.

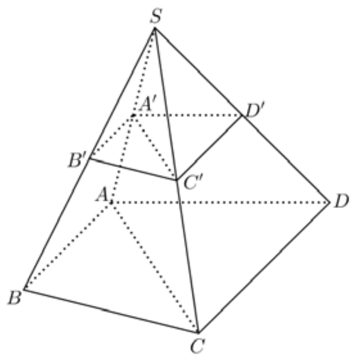
Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^2 + C_6^2}{C_{10}^2} = \frac{7}{15}$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi A', B', C', D' theo thứ tự là trung điểm của SA, SB, SC, SD. Tính tỉ số thể tích của hai khối chóp $S.A'B'C'D'$ và $S.ABCD$.

A. $\frac{1}{16}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{1}{8}; \frac{V_{S.A'C'D'}}{V_{S.ACD}} = \frac{1}{8}$.

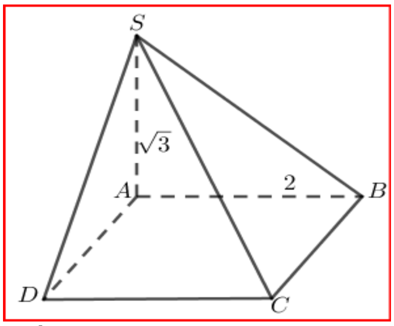
Khi đó $V_{S.A'B'C'D'} = V_{S.A'B'C'} + V_{S.A'C'D'} = \frac{1}{8}\left(V_{S.ABC} + V_{S.ACD}\right) = \frac{1}{8}V_{S.ABCD}$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $ABCD$ và $SA = \sqrt{3}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $V = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V = \sqrt{3}$. **D.** $V = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2 $\Rightarrow S_{ABCD} = 4 \Rightarrow S_{\Delta ABC} = 2$.

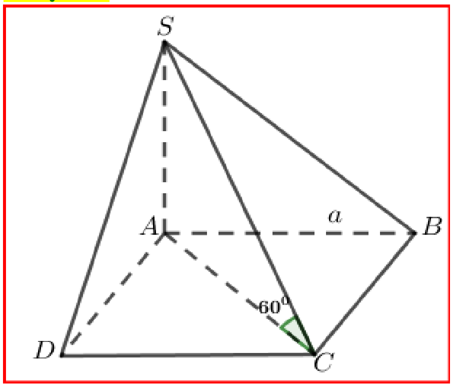
Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\sqrt{3}.2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$; góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $60°$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $a^3\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $3\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Vì hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $SA\perp(ABCD)$

Suy ra $\left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\widehat{SCA}=60^0$

Vì đáy $(ABCD)$ là hình vuông nên $\begin{cases}AC=a\sqrt{2}\\S_{ABCD}=a^2\end{cases}$. Ta có:

$\tan 60^0=\dfrac{SA}{AC}\Rightarrow SA=\tan 60^0.AC=a\sqrt{6}$.

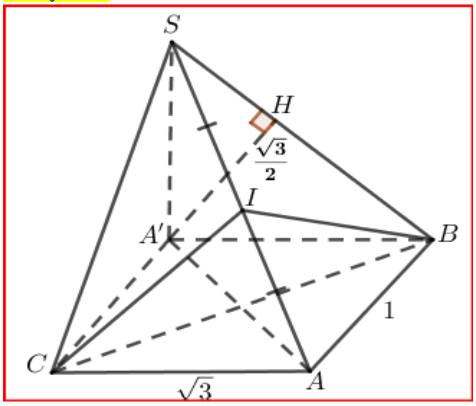
Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{6}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, $AB=1, AC=\sqrt{3}$. Tam giác SAB và SAC lần lượt vuông tại B và **C.** Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ biết khoảng cách từ C đến (SAB) là $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

A. $\dfrac{4\pi\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\dfrac{5\pi\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{5\pi\sqrt{5}}{6}$. **D.** $\dfrac{5\pi\sqrt{5}}{24}$.

Lời giải

Chọn C



Vì tam giác SAB và SAC lần lượt vuông tại B và C nên ta dựng hình chữ nhật $A'BAC$.

Khi đó $SA' \perp (A'BAC)$. Suy ra $\begin{cases} AB \perp A'B \\ AB \perp SA' \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SA'B) \Rightarrow \begin{cases} AB \perp A'H \\ A'H \perp SB \end{cases} \Rightarrow A'H \perp (SAB)$

$\Rightarrow d\left(C,(SAB)\right) = d\left(A',(SAB)\right) = A'H = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 2 = A'A$.

Xét $\Delta SA'B$ vuông tại A' có: $\dfrac{1}{A'H^2} = \dfrac{1}{SA'^2} + \dfrac{1}{A'B^2} \Leftrightarrow \dfrac{4}{3} = \dfrac{1}{SA'^2} + \dfrac{1}{3} \Rightarrow SA' = 1$.

Suy ra: $SA = \sqrt{SA'^2 + A'A^2} = \sqrt{5}$.

Gọi I là trung điểm $SA \Rightarrow IA = IB = IC = IS = R = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Ta có thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

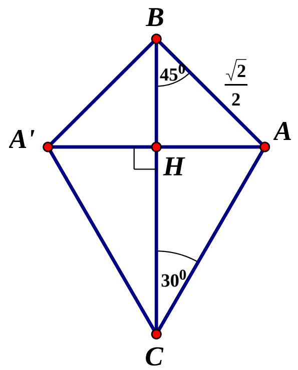
$V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\pi.\left(\dfrac{\sqrt{5}}{2}\right)^3 = \dfrac{5\pi\sqrt{5}}{6}$.

Câu 37: Cho tam giác ABC có $\widehat{ABC} = 45°$, $\widehat{ACB} = 30°$, $AB = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay có thể tích V bằng:

A. $V = \dfrac{\pi\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)}{2}$. **B.** $V = \dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{24}$. **C.** $V = \dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{8}$. **D.** $V = \dfrac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Quay tam giác ABC xung quanh cạnh BC ta được khối tròn xoay là hai khối nón có chung đáy là khối nón đỉnh B, bán kính đáy HA và khối nón đỉnh C bán kính đáy HA.

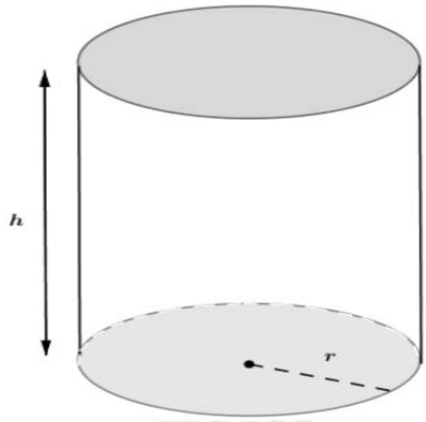
Tam giác ABH có $AB = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ và góc $\widehat{ABC} = 45° = \widehat{HBA}$ nên tam giác ABH vuông cân tại H $\Rightarrow BH = HA = \dfrac{1}{2}$ nên $V_1 = \dfrac{1}{3}.\pi.AH^2.BH = \dfrac{\pi}{24}$

Tam giác ACH có $AH = \dfrac{1}{2}$ và $\widehat{ACB} = 30° = \widehat{ACH} \Rightarrow CH = \dfrac{AH}{\tan 30°} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nên

$V_2 = \dfrac{1}{3}.\pi.AH^2.CH = \dfrac{1}{3}.\pi.\left(\dfrac{1}{2}\right)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\pi\sqrt{3}}{24}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay là $V=V_1+V_2=\frac{\pi}{24}+\frac{\pi\sqrt{3}}{24}=\frac{\pi\left(1+\sqrt{3}\right)}{24}$.

Câu 38: Người ta làm một chiếc thùng hình trụ có thể tích V nhất định. Biết rằng giá vật liệu để làm mặt đáy và nắp là như nhau và đắt gấp hai lần giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng (chi phí cho mỗi đơn vị diện tích). Gọi h,r lần lượt là chiều cao và bán kính đáy của thùng. Tính tỷ số $\frac{h}{r}$ sao cho chi phí sản xuất vật liệu là nhỏ nhất?



A. $\frac{h}{r}=4$. **B.** $\frac{h}{r}=3\sqrt{2}$. **C.** $\frac{h}{r}=4\sqrt{2}$. **D.** $\frac{h}{r}=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $V=\pi r^2h\Rightarrow h=\frac{V}{\pi r^2}$.

Có $S_{xq}=2\pi rh=2\pi r.\frac{V}{\pi r^2}=\frac{2V}{r}$ và $S_d=2\pi r^2$.

Giả sử chi phí giá vật liệu để làm mặt xung quanh của thùng A thì chi phí làm mặt đáy và nắp là $2A$.

Tổng chi phí là

$$T=2A.S_d+A.S_{xq}=2A.2\pi r^2+A.\frac{2V}{r}=A\left(4\pi r^2+\frac{2V}{r}\right)$$

$$=A\left(4\pi r^2+\frac{V}{r}+\frac{V}{r}\right)\ge A.3.\sqrt[3]{4\pi r^2.\frac{V}{r}.\frac{V}{r}}=3A\sqrt[3]{4\pi V^2}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $4\pi r^2=\frac{V}{r}\Leftrightarrow r^3=\frac{V}{4\pi}$.

Khi đó $\frac{h}{r}=\frac{\frac{V}{\pi r^2}}{r}=\frac{V}{\pi r^3}=\frac{V}{\pi.\frac{V}{4\pi}}=4$.

Câu 39: Cho $\lim\frac{\left(an^2-n\right)\left(2n-1\right)}{\left(1+bn^2\right)\left(5-3n\right)}=3$, với $a,b\ne 0$. Khẳng định nào sau đây **đúng**

A. $a=-\frac{9b}{2}$. **B.** $b=-9a$. **C.** $a=9b$. **D.** $b=-3a$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim \dfrac{(an^2-n)(2n-1)}{(1+bn^2)(5-3n)} = \lim \dfrac{\dfrac{(an^2-n)(2n-1)}{n^3}}{\dfrac{(1+bn^2)(5-3n)}{n^3}} = \lim \dfrac{\left(a-\dfrac{1}{n}\right)\left(2-\dfrac{1}{n}\right)}{\left(\dfrac{1}{n^2}+b\right)\left(\dfrac{5}{n}-3\right)} = \dfrac{2a}{-3b}$.

Mà $\lim \dfrac{(an^2-n)(2n-1)}{(1+bn^2)(5-3n)} = 3 \Rightarrow \dfrac{2a}{-3b} = 3 \Leftrightarrow a = -\dfrac{9b}{2}$.

Câu 40: Cho $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)-10}{x-1} = 5$. Tính $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)-10}{(\sqrt{x}-1)\left(\sqrt{4f(x)+9}+3\right)}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 10. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{f(x)-10}{x-1} = \lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = f'(x_0)$ suy ra $f(1)=10$ và $f'(1)=5$.

Khi đó

$$\lim\limits_{x\to 1} \frac{f(x)-10}{(\sqrt{x}-1)\left(\sqrt{4f(x)+9}+3\right)} = \lim\limits_{x\to 1}\left[\frac{f(x)-10}{x-1}.\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{4f(x)+9}+3}\right] = 5.\frac{1+1}{\sqrt{4.10+9}+3} = 1.$$

Câu 41: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển biểu thức sau thành đa thức: $f(x) = (2x+1)^7 + (2x+1)^6 + (2x+1)^5 + (2x+1)^4$

A. 896. **B.** 864. **C.** 886. **D.** 866.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(2x+1)^7 = \sum\limits_{k=0}^{7} C_7^k.2^{7-k}.x^{7-k}$ $(2x+1)^6 = \sum\limits_{k=0}^{6} C_6^k.2^{6-k}.x^{6-k}$

$(2x+1)^5 = \sum\limits_{k=0}^{5} C_5^k.2^{5-k}.x^{5-k}$ $(2x+1)^4 = \sum\limits_{k=0}^{4} C_4^k.2^{4-k}.x^{4-k}$

Khi đó hệ số của x^5 trong từng khai triển lần lượt là $C_7^2.2^5$; $C_6^1.2^5$; $C_5^0.2^5$ và 0.

Vậy hệ số của x^5 cần tìm là $C_7^2.2^5 + C_6^1.2^5 + C_5^0.2^5 = 896$.

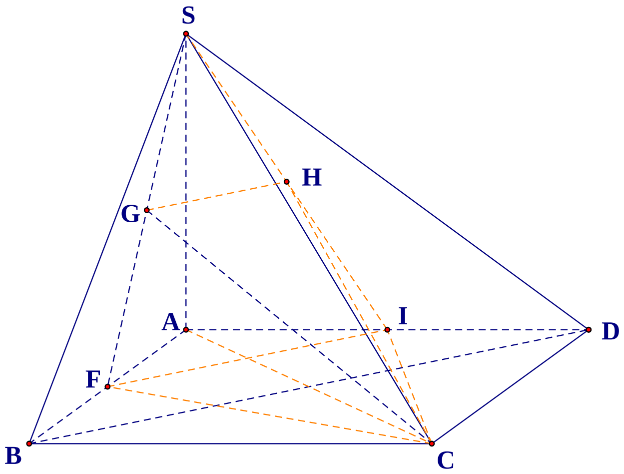
Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi F là trung điểm cạnh AB và G là trung điểm của SF. Gọi α là góc tạo bởi hai đường thẳng CG và BD. Tính $\cos\alpha$?

A. $\dfrac{\sqrt{82}}{41}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{41}}{41}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{41}}{41}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{82}}{82}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1.



Gọi I là trung điểm AD và H là trung điểm SI.

Dễ thấy $GH // FI$ (vì GH là đường trung bình của tam giác SFI)

$BD // FI$ (vì FI là đường trung bình của tam giác ABD)

Nên $GH // BD$ suy ra $(CG;BD)=(CG;GH)$.

Ta có $CI=\sqrt{CD^2+DI^2}=\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}\Rightarrow CF=CI=\frac{a\sqrt{5}}{2}$;

$SF=SI=\sqrt{SA^2+AF^2}=\sqrt{(2a)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{17}}{2}$;

$SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\sqrt{(2a)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=a\sqrt{6}$.

Khi đó

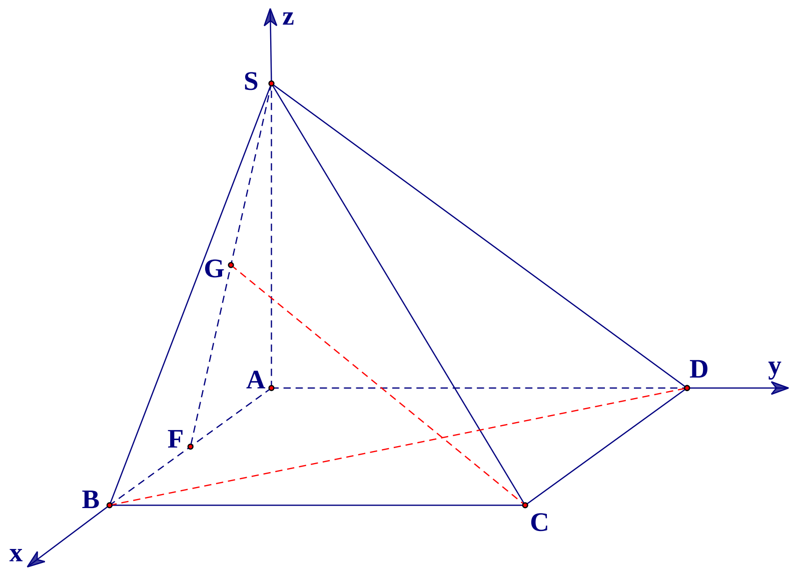
$$CG^2=\frac{CF^2+CS^2}{2}-\frac{SF^2}{4}=\frac{\frac{5a^2}{4}+6a^2}{2}-\frac{\frac{9a^2}{4}}{4}=\frac{41a^2}{16}\Rightarrow CH=CG=\frac{a\sqrt{41}}{4};$$

$$GH=\frac{1}{2}FI=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}BD=\frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

Ta có $\cos\widehat{CGH}=\dfrac{GC^2+GH^2-HC^2}{2.GC.GH}=\dfrac{\left(\frac{a\sqrt{41}}{4}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{2}}{4}\right)^2-\left(\frac{a\sqrt{41}}{4}\right)^2}{2.\frac{a\sqrt{41}}{4}.\frac{a\sqrt{2}}{4}}=\dfrac{\sqrt{82}}{82}$.

Vậy $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{82}}{82}$.

Cách 2. Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Chọn $a=1$.



Ta tìm được $C(1;1;0)$, $B(1;0;0)$, $D(0;1;0)$ và $G\left(\frac{1}{4};0;1\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{CG}=\left(-\frac{3}{4};-1;1\right)$ và $\overrightarrow{BD}=(-1;1;0)$.

Khi đó $\cos\left(\overrightarrow{CG};\overrightarrow{BD}\right)=\frac{\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{BD}}{CG.BD}=\frac{\left(-\frac{3}{4}\right)(-1)+(-1).1+1.0}{\sqrt{\left(-\frac{3}{4}\right)^2+(-1)^2+1^2}.\sqrt{(-1)^2+1^2+0^2}}=-\frac{\sqrt{82}}{82}$.

Vậy $\cos\alpha=\cos(CG;BD)=\left|\cos\left(\overrightarrow{CG};\overrightarrow{BD}\right)\right|=\frac{\sqrt{82}}{82}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc bốn và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Đồ thị hàm số $g(x)=\frac{x^4-2x^2}{f^2(x)+2f(x)-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

+ Mẫu của $g(x)$ là một đa thức bậc 8 nên $\lim\limits_{\substack{x\to-\infty \\ (x\to+\infty)}} g(x)=0$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $g(x)$ là đường thẳng $y=0$.

$+\ f^2(x)+2f(x)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=1 \\ f(x)=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{2} \\ x=\sqrt{2} \\ x=0 \\ x=a,\left(a<-\sqrt{2}\right) \\ x=b,\left(b>\sqrt{2}\right) \end{array}\right.$ do đó

$g(x)=\dfrac{x^4-2x^2}{f^2(x)+2f(x)-3}=\dfrac{x^2\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)}{x^2\left(x+\sqrt{2}\right)^2\left(x-\sqrt{2}\right)^2(x-a)(x-b)}$ nên

i) $\lim\limits_{x\to 0} g(x)=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)(x-a)(x-b)}=y_0\in R$ nên đường thẳng $x=0$ **không phải** là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

ii) $\lim\limits_{x\to(-\sqrt{2})^+} g(x)=\lim\limits_{x\to(-\sqrt{2})^+}\dfrac{1}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)(x-a)(x-b)}=+\infty$ nên đường thẳng $x=-\sqrt{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

iii) $\lim\limits_{x\to(\sqrt{2})^+} g(x)=\lim\limits_{x\to(\sqrt{2})^+}\dfrac{1}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)(x-a)(x-b)}=-\infty$ nên đường thẳng $x=\sqrt{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

iv) $\lim\limits_{x\to a^+} g(x)=\lim\limits_{x\to a^+}\dfrac{1}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)(x-a)(x-b)}=-\infty$ nên đường thẳng $x=a$ là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

v) $\lim\limits_{x\to b^+} g(x)=\lim\limits_{x\to b^+}\dfrac{1}{\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)(x-a)(x-b)}=+\infty$ nên đường thẳng $x=b$ là tiệm cận đứng của đồ thị $g(x)$.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có **5 đường tiệm cận**.

Câu 44: Đặt ngẫu nhiên hết các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ vào 9 ô vuông của lưới (Hình vẽ lưới dưới đây) sao cho mỗi ô vuông chỉ được đặt đúng một số. Tính xác suất để tổng các số trên mỗi hàng là số lẻ và tổng các số trên mỗi cột cũng là số lẻ.

A. $\dfrac{2}{21}$. **B.** $\dfrac{5}{7}$. **C.** $\dfrac{5}{63}$. **D.** $\dfrac{1}{14}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phép thử: "Đặt ngẫu nhiên hết các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ vào 9 ô vuông của lưới sao cho mỗi ô vuông chỉ được đặt đúng một số."

Mỗi cách xếp các số $1,2,3,4,5,6,7,8,9$ vào 9 ô vuông là một hoán vị của 9 phần tử.

Do đó $n(\Omega)=9!$.

Gọi biến cố A: Tổng các số trên mỗi hàng là số lẻ và tổng các số trên mỗi cột cũng là số lẻ.

Ta có các trường hợp sau:

TH1:

L	L	L
L	C	C
L	C	C

L	C	C
L	L	L
L	C	C

L	C	C
L	C	C
L	L	L

TH2:

L	L	L
C	C	L
C	C	L

C	C	L
L	L	L
C	C	L

C	C	L
C	C	L
L	L	L

TH3:

L	L	L
C	L	C
C	L	C

C	L	C
L	L	L
C	L	C

C	L	C
C	L	C
L	L	L

Mỗi mẫu trên có $A_5^3.4!.2!$ cách sắp xếp. Chín mẫu có $9.A_5^3.4!.2!=25920$ cách.

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{25920}{9!}=\dfrac{1}{14}$.

Câu 45: Gọi M và m tương ứng là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2^{|\sin x|}+2^{|\cos x|}$. Tính tổng $T=1010M+2021m$.

A. $T=1010\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+6063$. **B.** $T=2020\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+2021$.

C. $T=1010\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+2021$. **D.** $T=2020\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+6063$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=|\sin x|, t\in[0;1]$ suy ra $\sqrt{1-t^2}=|\cos x|$.

Khi đó $y=f(t)=2^t+2^{\sqrt{1-t^2}}$, với $t\in[0;1]$.

Ta có $f'(t)=2^t\cdot\ln 2-2^{\sqrt{1-t^2}}\cdot\ln 2\cdot\dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}=0$

$\Leftrightarrow 2^t\cdot\ln 2=2^{\sqrt{1-t^2}}\cdot\ln 2\cdot\dfrac{t}{\sqrt{1-t^2}}\Leftrightarrow\dfrac{2^t}{t}=\dfrac{2^{\sqrt{1-t^2}}}{\sqrt{1-t^2}}(*)$.

Đặt $g(u)=\dfrac{2^u}{u}$ với $u\in(0;1)$; $g'(u)=\dfrac{2^u\cdot\ln 2-2^u}{u^2}>0,\forall u\in(0;1)$.

Do đó g đồng biến trên $(0;1)$.

Nên $(*) \Leftrightarrow t=\sqrt{1-t^2} \Leftrightarrow t^2=1-t^2 \Leftrightarrow t^2=\frac{1}{2} \Rightarrow t=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Ta có $f(0)=3$, $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}=2\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$, $f(1)=3$.

Do đó $M=\max y=\max\limits_{[0;1]} f(t)=3$, $m=\min y=\min\limits_{[0;1]} f(t)=2\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$.

Vậy $T=1010M+2021m=2020\cdot 2^{\frac{\sqrt{2}}{2}}+6063$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^2$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|f(\cos x+1)+m\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng các phần tử của S bằng

A. 4. **B.** -7. **C.** $-\frac{7}{2}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\cos x+1$, $t\in[0;2]$. Khi đó $y=\left|t^4-2t^2+m\right|$ với $t\in[0;2]$.

Xét $f(t)=t^4-2t^2+m$ với $t\in[0;2]$.

$$f'(t)=4t^3-4t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0\ (\text{nhan}) \\ t=1\ (\text{nhan}) \\ t=-1(\text{loai}) \end{array}\right..$$

Ta có $f(0)=m$, $f(1)=-1+m$, $f(2)=8+m$.

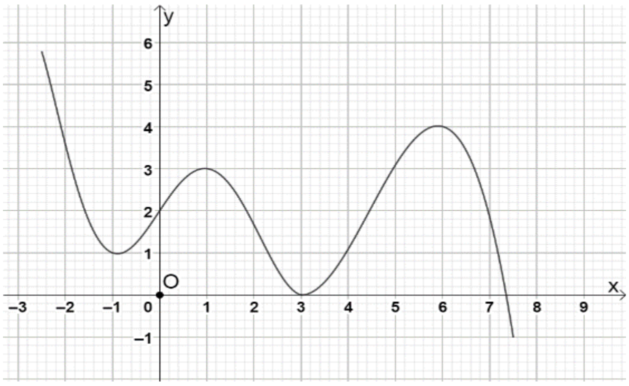
Do đó $\max\limits_{[0;2]} f(t)=8+m$, $\min\limits_{[0;2]} f(t)=m-1$.

Suy ra $\max\limits_{[0;2]}\left|f(t)\right|=\frac{|m+8+m-1|+|m+8-m+1|}{2}=\frac{|2m+7|+9}{2}$.

Ta có $\max y=\max\limits_{[0;2]}\left|f(t)\right|=\frac{|2m+7|+9}{2}\geq\frac{9}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $2m+7=0 \Leftrightarrow m=-\frac{7}{2}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=2021^{f(2f(x)-1)}$.



A. 18. **B.** 12. **C.** 17. **D.** 16.

Lời giải

Chọn D

$y' = 2021^{f(2f(x)-1)}.2f'(x).f'(2f(x)-1).\ln 2021$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f'(2f(x)-1) = 0 \end{array}\right.$.

$+\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \\ x = 6 \end{array}\right.$

$+\ f'(2f(x)-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2f(x)-1 = -1 \\ 2f(x)-1 = 1 \\ 2f(x)-1 = 3 \\ 2f(x)-1 = 6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ f(x) = 1 \\ f(x) = 2 \\ f(x) = \dfrac{7}{2} \end{array}\right.$

Phương trình $f(x) = 0$ phương trình có 1 nghiệm đơn và 1 nghiệm bội chẵn.

Phương trình $f(x) = 1$ phương trình có 3 nghiệm và 1 nghiệm bội chẵn.

Phương trình $f(x) = 2$ phương trình có 5 nghiệm.

Phương trình $f(x) = \dfrac{7}{2}$ phương trình có 3 nghiệm đơn.

$y' = 0$ có 16 nghiệm phân biệt nên hàm số $y = 2021^{f(2f(x)-1)}$ có điểm cực trị.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = \log_2\left(x - \dfrac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \dfrac{17}{4}}\right)$. Tính $T = f\left(\dfrac{1}{2021}\right) + f\left(\dfrac{2}{2021}\right) + ... + f\left(\dfrac{2020}{2021}\right)$

A. $T = 2021$. **B.** $T = 2019$. **C.** $T = 2018$. **D.** $T = 2020$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f\left(1-x\right)=\log_2\left(1-x-\frac{1}{2}+\sqrt{\left(1-x\right)^2-\left(1-x\right)+\frac{17}{4}}\right)=\log_2\left(\sqrt{x^2-x+\frac{17}{4}}-\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)$

$f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=\log_2\left(x-\frac{1}{2}+\sqrt{x^2-x+\frac{17}{4}}\right)+\log_2\left(\sqrt{x^2-x+\frac{17}{4}}-\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)$

$=\log_2\left[\left(x-\frac{1}{2}+\sqrt{x^2-x+\frac{17}{4}}\right)\left(\sqrt{x^2-x+\frac{17}{4}}-\left(x-\frac{1}{2}\right)\right)\right]=\log_2 4=2$

$\Rightarrow T=f\left(\frac{1}{2021}\right)+f\left(\frac{2}{2021}\right)+...+f\left(\frac{2020}{2021}\right)$

$=f\left(\frac{1}{2021}\right)+f\left(\frac{2020}{2021}\right)+f\left(\frac{2}{2021}\right)+f\left(\frac{2019}{2021}\right)+...+f\left(\frac{1010}{2021}\right)+f\left(\frac{1011}{2021}\right)$

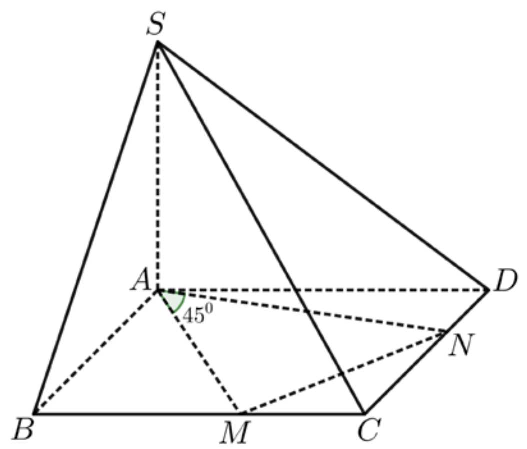
$=1010.2=2020$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M và N lần lượt là hai điểm di chuyển trên các cạnh BC và DC sao cho $\widehat{MAN}=45°$. Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMN$.

A. $\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)a^3}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Đặt $\widehat{BAM}=\alpha\Rightarrow\widehat{NAD}=45^0-\alpha$.

Ta có: $AM=\frac{a}{\cos\alpha}$; $AN=\frac{a}{\cos\left(45°-\alpha\right)}$.

$V_{S.AMN}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta AMN}=\frac{1}{6}SA.AM.AN.\sin 45°=\frac{1}{6}a.\frac{a}{\cos\alpha}.\frac{a}{\cos\left(45°-\alpha\right)}.\frac{\sqrt{2}}{2}$

$V_{S.AMN}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6\left[\cos 45°+\cos\left(45°-2\alpha\right)\right]}$

$V_{S.AMN}$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $\cos\left(45°-2\alpha\right)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 1 $\Leftrightarrow\alpha=22,5^0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $V_{S.AMN}$ là $V_{S.AMN}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1\right)}=\dfrac{\left(\sqrt{2}-1\right)a^3}{3}$.

Câu 50: Cho hàm số $g\left(x\right)=f\left(1-x\right)$ có đạo hàm $g'\left(x\right)=\left(3-x\right)^{2021}\left(2+x\right)^{2022}\left[x^2+\left(m-2\right)x-3m+6\right]$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên $m\in\left(-5;5\right)$ để hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

$g\left(x\right)=f\left(1-x\right)$.

Đặt $t=1-x\Rightarrow x=1-t$.

$g\left(x\right)=f\left(t\right)\Rightarrow g'\left(x\right)=f'\left(t\right)\left(1-t\right)'=-f'\left(t\right)$. (1)

Mặt khác, $g'\left(x\right)=\left(3-1+t\right)^{2021}\left(2+1-t\right)^{2022}\left[\left(1-t\right)^2+\left(m-2\right)\left(1-t\right)-3m+6\right]$.

$g'\left(x\right)=\left(3-1+t\right)^{2021}\left(2+1-t\right)^{2022}\left[\left(1-t\right)^2+\left(m-2\right)\left(1-t\right)-3m+6\right]$.

$g'\left(x\right)=\left(t+2\right)^{2021}\left(3-t\right)^{2022}\left(t^2-mt-2m+5\right)$. (2)

Từ (1) và (2) suy ra: $\Rightarrow -f'\left(t\right)=\left(t+2\right)^{2021}\left(3-t\right)^{2022}\left(t^2-mt-2m+5\right)$.

Vậy, $f'\left(x\right)=-\left(x+2\right)^{2021}\left(x-3\right)^{2022}\left(x^2-mx-2m+5\right)$.

Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$ $\Leftrightarrow f'\left(x\right)\le 0\ \ \forall x\in\left(0;+\infty\right)$.

Do $-\left(x+2\right)^{2021}\left(x-3\right)^{2022}\le 0\ \forall x\in\left(0;+\infty\right)$ nên

$f'\left(x\right)\le 0\Leftrightarrow x^2-mx-2m+5\ge 0\ \forall x\in\left(0;+\infty\right)$.

$\Leftrightarrow m\le\dfrac{x^2+5}{x+2}\ \ \forall x\in\left[0;+\infty\right)$.

Đặt $g\left(x\right)=\dfrac{x^2+5}{x+2}$. Ta có: $m\le\dfrac{x^2+5}{x+2}\Leftrightarrow m\le\min\limits_{\left[0;+\infty\right)}g\left(x\right)\Leftrightarrow m\le 2$.

Do m nguyên và $m\in(-5;5)$ nên có $m\in\left\{-4;-3;-2;-1;0;1;2\right\}$.

Vậy có 7 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

THI THỬ THPT CHUYÊN BẮC NINH
Lần 2 - THÁNG 11/2021
Môn: TOÁN

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(-\infty;+\infty)$

Câu 2. Cho khai triển $(a+2)^{n+6}$ $(n \in \mathbb{N})$ có tất cả 17 số hạng. Tìm n.

A. $n=12$ **B.** $n=9$ **C.** $n=10$ **D.** $n=11$

Câu 3. Một người gọi điện thoại nên quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần(giả sử người này không gọi thử hai lần với cùng số điện thoại)

A. $\frac{1}{10}$ **B.** $\frac{19}{90}$ **C.** $\frac{2}{9}$ **D.** $\frac{1}{5}$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì $f'(x) \le 0$ với mọi $x \in (a;b)$.

B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a;b)$ thì hàm nghịch biến trên $(a;b)$.

C. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a;b)$ thì hàm đồng biến trên $(a;b)$.

D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a;b)$.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có thể tích bằng $48cm^3$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh CC', BC và $B'C'$. Tính thể tích của khối chóp $A'.MNP$.

A. $8cm^3$. **B.** $12cm^3$. **C.** $24cm^3$. **D.** $\frac{16}{3}cm^3$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2}+5, & x \le 2 \\ \frac{x-2}{\sqrt{x+7}-3}, & x > 2 \end{cases}$. Tính $\lim_{x \to 2} f(x)$

Hỏi kết quả nào sau đây là đúng?

A. 4. **B.** 6. **C.** Không tồn tại. **D.** 5.

Câu 7. Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm của CD. Khoảng cách từ M đến (SAB) nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a.

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

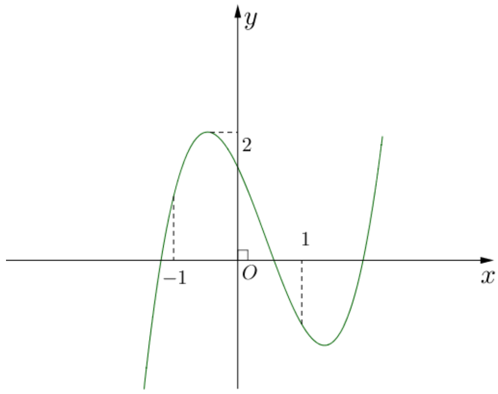
A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Câu 10. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$, $d < 0$. **B.** $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d < 0$.
C. $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$, $d > 0$. **D.** $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$, $d > 0$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA = BC = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V = a^3$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD$ và $BC = BD$. Gọi I là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) là $\widehat{CBD}$.

B. Góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc giữa hai đường thẳng AI và BI.

C. $(BCD) \perp (AIB)$.

D. $(ACD) \perp (AIB)$.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx - 8}{x + 2}$ có hai đường tiệm cận.

A. $m \neq 4$.. **B.** $m \neq -4$.. **C.** $m = 4$.. **D.** $m = -4$..

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC.

A. $\widehat{(AB, SC)} = 30^0$. **B.** $\widehat{(AB, SC)} = 90^0$. **C.** $\widehat{(AB, SC)} = 60^0$. **D.** $\widehat{(AB, SC)} = 45^0$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$		1		2		4		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	$m-1$	↘	$-\infty$ ‖ -5	↗	-2	↘	-5 ‖ $-\infty$	↗	$3-m$

Chọn khẳng định đúng:

A. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$..

C. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

D. Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

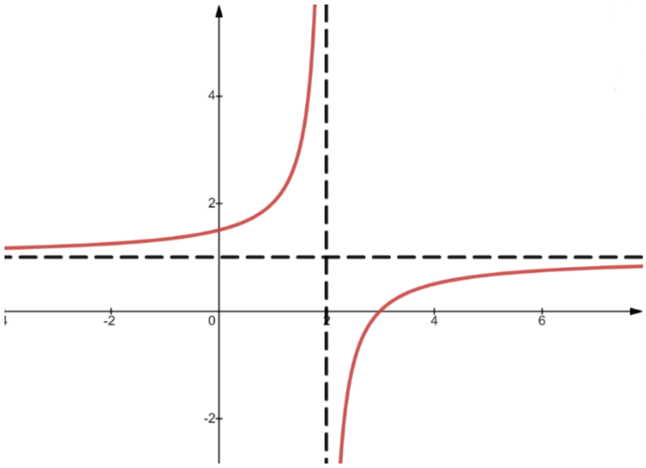
Câu 16. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên hợp với đáy những góc bằng 60^0, đáy ABC là tam giác đều cạnh a và A' cách đều A,B,C. Tính khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ.

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Câu 17. Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x-m}$ có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5.

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 5.

Câu 18. Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



A. $y=\frac{x-1}{-x+2}$. **B.** $y=\frac{x-3}{x-2}$. **C.** $y=\frac{1+3x}{x-2}$. **D.** $y=\frac{x+1}{x-2}$.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 20. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^4-x^2+1$ là

A. 1. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120°$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\frac{a^3}{8}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{a^3}{2}$. **D.** $V=2a^3$.

Câu 23. Cho hàm số $y=x+\sin 2x+2021$. Tìm các điểm cực tiểu của hàm số.

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 24. Có bao nhiêu dãy số là cấp số cộng trong năm dãy số cho sau đây

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n=n^2$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n=(-1)^n.n$ với mọi số nguyên dương n

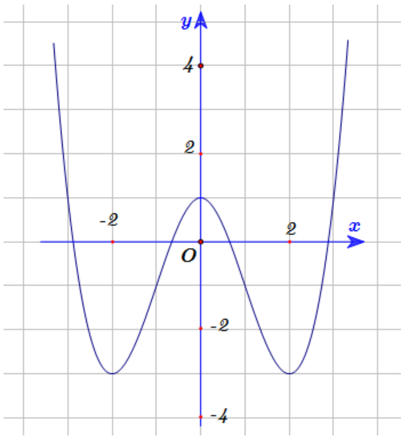
Dãy (u_n) xác định bởi $u_n=2(n+3)-5$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_0=a,\ u_1=b,u_{n+1}=\frac{u_n+u_{n-1}}{2}$ trong đó hằng số a,b khác nhau cho trước, với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_0=2022$, $u_1=2021$, $u_{n+1}=2u_n-u_{n-1}$ với mọi số nguyên dương n

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

Câu 25. Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây.



A. $y=x^4-8x^2+1$. **B.** $y=\left|x^3-3x^2+1\right|$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=|x|^3-3x^2+1$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=AC=b$ và có cạnh bên bằng b. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng

A. $\frac{b\sqrt{2}}{2}$. **B.** b. **C.** $\frac{b\sqrt{3}}{3}$. **D.** $b\sqrt{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-25)$, $x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu. **B.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-5$.

C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=5$. **D.** Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 28. Cho khai triển $(x-2)^{100}=a_0+a_1x+...+a_{100}x^{100}$. Tính hệ số a_{97}.

A. 1293600. **B.** $-2^3.C_{100}^{97}$. **C.** -19800. **D.** $-2^{98}.C_{100}^{98}$.

Câu 29. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=x^3+2021$. **B.** $y=\frac{4x+1}{x+2}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=\tan x$.

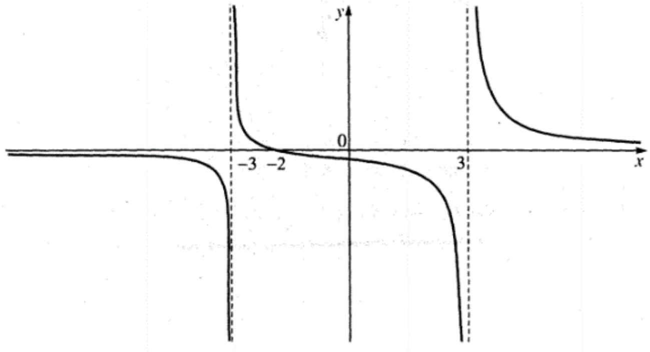
Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau

1. $\lim\limits_{x\to 0}f(x)=-2$.

2. $\lim\limits_{x\to 3^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}f(x)$.

3. Hàm số gián đoạn tại $x=3$.

4. Đồ thị hàm số có tất cả hai tiệm cận với phương trình là $x=-3; x=3$.



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60^0, cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\frac{\sqrt{41}}{41}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 7.

Câu 33. Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, trong đó $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển trên.

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 792. **D.** 924.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, độ dài cạnh $AC=2a$, các tam giác $\Delta SAB, \Delta SCB$ lần lượt vuông tại A và C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng a. Giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Biết $AC=a\sqrt{2}$, cạnh SC tạo với đáy góc bằng $60°$ và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\frac{3a^2}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC. Tính thể tích khối $H.ABCD$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 36. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$ biết $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)$.

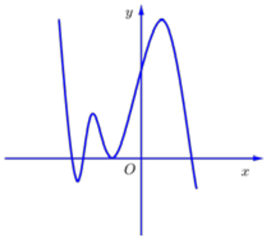
A. 313. **B.** 1303. **C.** 13129. **D.** 495.

Câu 37. Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với bốn phương án trả lời A, B, C, **D.** Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm; mỗi câu trả lời sai bị trừ 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kì thi trên.

Câu 38. Cho hàm số $y=x^3-(m+1)x^2-(2m^2-3m+2)x+2m(2m-1)$. Biết $[a;b]$ là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $[2;+\infty)$. Tổng $a+b$ bằng

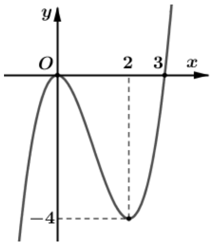
A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{3}{2}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(4\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-1\right)=m$ có nghiệm.



A. 6. **B.** 4. **C.** 3 **D.** 5.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left[f(x)+m\right]=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(\frac{m}{3}x^3+(m-4)x^2+9x+2021\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 0. **B.** 136. **C.** 68. **D.** 272

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2\left(x^2+mx+9\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x)=f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 44. Gọi S là tập giá trị nguyên $m\in[0;100]$ để hàm số $y=\left|x^3-3mx^2+4m^3-12m-8\right|$ có 5 cực trị. Tính tổng các phần tử của S.

A. 10096. **B.** 4048. **C.** 5047. **D.** 10094.

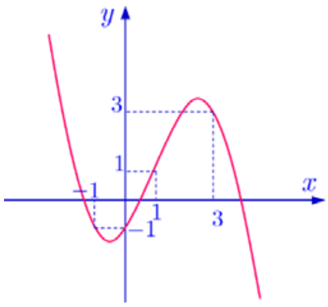
Câu 45. Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+4$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tiếp xúc với đường tròn $(C):(x-m)^2+(y-m+2)^2=5$ là

A. -11. **B.** 0. **C.** -10. **D.** -12.

Câu 46. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB=BC=a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

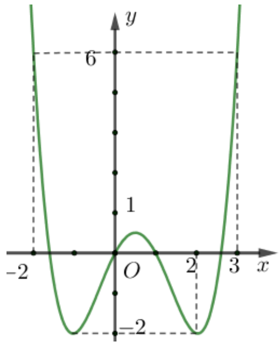
Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g(x)=2f(|x-1|)-x^2+2x+2020$ đồng biến trên khoảng nào

A. $(-2;0)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3-3x)=m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$.

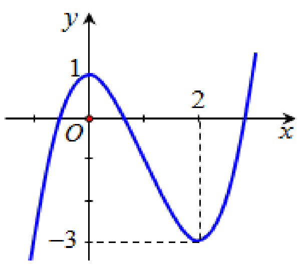


A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B; $AB=BC=a$; $AD=2a$; SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Gọi M là trung điểm của cạnh AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD là:

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{11}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{22}}{11}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{11}}{22}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{(x^2-2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)\left[f^2(x)+3f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

----HẾT----

THI THỬ THPT CHUYÊN BẮC NINH
Lần 2 - THÁNG 11/2021
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	D	A	C	B	D	D	D	B	A	B	C	B	A	C	B	C	A	C	A	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	B	A	A	C	A	B	C	C	D	B	A	C	D	A	B	A	C	D	A	D	D	B	C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$ **B.** $(-\infty;-1)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(-\infty;+\infty)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\forall x \in \mathbb{R}$, $y' = 3x^2 - 3 \Rightarrow y' < 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Vậy hàm số nghich biến trên $(-1;1)$

Câu 2. Cho khai triển $(a+2)^{n+6}$ $(n \in \mathbb{N})$ có tất cả 17 số hạng. Tìm n.

A. $n = 12$ **B.** $n = 9$ **C.** $n = 10$ **D.** $n = 11$

Lời giải

Chọn C

Ta có số số hạng là $n + 7 = 17 \Leftrightarrow n = 10$.

Câu 3. Một người gọi điện thoại nên quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần(giả sử người này không gọi thử hai lần với cùng số điện thoại)

A. $\frac{1}{10}$ **B.** $\frac{19}{90}$ **C.** $\frac{2}{9}$ **D.** $\frac{1}{5}$

Lời giải

Chọn A

+) Số phần tử không gian mẫu là $|\Omega| = 10$.

+) Vì người đó gọi không quá hai lần nên kết quả thuận lợi để gọi đúng số điện thoại là $|\Omega_A| = 1$.

Vậy xác suất $P(A) = \frac{1}{10}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai?**

A. Nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì $f'(x) \le 0$ với mọi $x \in (a;b)$.

B. Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a;b)$ thì hàm nghịch biến trên $(a;b)$.

C. Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a;b)$ thì hàm đồng biến trên $(a;b)$.

D. Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a;b)$.

Lời giải

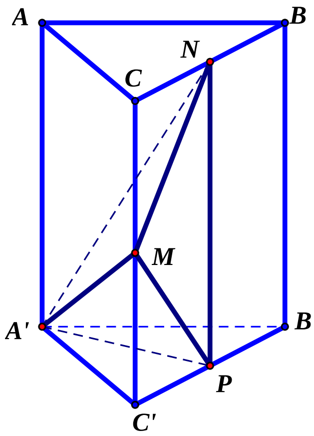
Chọn D

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABCA'B'C'$ có thể tích bằng $48cm^3$. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm các cạnh CC', BC và $B'C'$. Tính thể tích của khối chóp $A'.MNP$.

A. $8cm^3$. **B.** $12cm^3$. **C.** $24cm^3$. **D.** $\frac{16}{3}cm^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\dfrac{V_{A'.MNP}}{V_{A'.BCC'B'}}=\dfrac{S_{MNP}}{S_{BCC'B'}}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow V_{A'.MNP}=\dfrac{1}{4}V_{A'.BCC'B'}=\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{2}{3}V_{LT}\right)=\dfrac{1}{6}.48=8cm^3$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{x}{2}+5, & x\le 2\\ \dfrac{x-2}{\sqrt{x+7}-3}, & x>2\end{cases}$. Tính $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

Hỏi kết quả nào sau đây là đúng?

A. 4. **B.** 6. **C.** Không tồn tại. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(\dfrac{-x}{2}+5\right)=\dfrac{-2}{2}+5=4$.

Ta có

$$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-2}{\sqrt{x+7}-3}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{(x-2)\left(\sqrt{x+7}+3\right)}{x+7-9}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{(x-2)\left(\sqrt{x+7}+3\right)}{x-2}$$

$$=\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\sqrt{x+7}+3\right)=\sqrt{2+7}+3=6.$$

Từ đó suy ra $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)\ne\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)$. Vậy $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ không tồn tại.

Câu 7. Hình bát diện đều thuộc loại khối đa diện đều nào sau đây?

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{4;3\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Lời giải

Chọn B

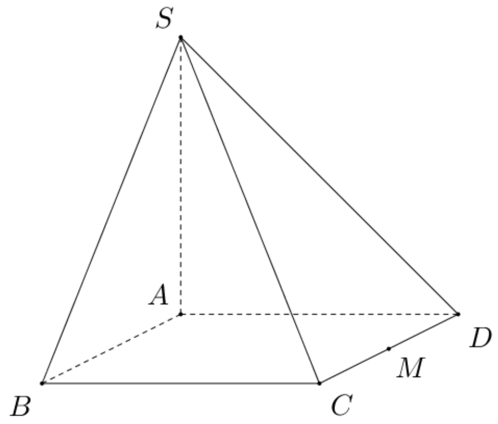
Hình bát diện đều thuộc loại $\{3;4\}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$. Gọi M là trung điểm của CD. Khoảng cách từ M đến (SAB) nhận giá trị nào trong các giá trị sau?

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $2a$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn D



Ta có $CD // AB$, mà $AB \subset (SAB)$ nên $CD // (SAB)$.

Từ đó suy ra $d(M;(SAB)) = d(D;(SAB))$

Ta có $AD \perp AB$, $AD \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$) suy ra $AD \perp (SAB)$

Suy ra $d(D;(SAB)) = AD = a$. Vậy $d(M;(SAB)) = a$.

Câu 9. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì song song với đường thẳng còn lại.

B. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

C. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

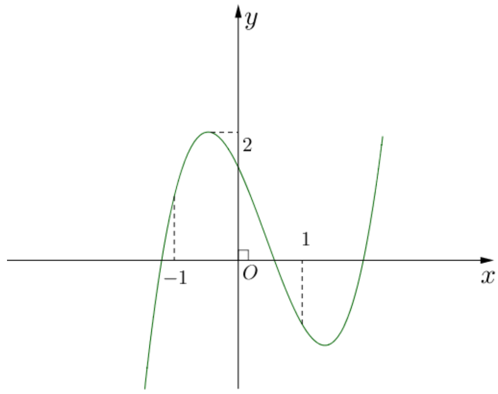
D. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

Lời giải

Chọn D

Mệnh đề đúng là " Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia "

Câu 10. Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$, $d < 0$. **B.** $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$, $d < 0$.

C. $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$, $d > 0$. **D.** $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$, $d > 0$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên suy ra $a > 0$

Nhìn vào giao điểm của đồ thị với trục tung ta thấy đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương suy ra $d > 0$.

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị x_1, x_2 với $x_1.x_2 < 0 \Leftrightarrow \dfrac{c}{3a} < 0 \Leftrightarrow c < 0$ (vì $a > 0$)

Vì $-1 < x_1 < 0$ và $x_2 > 1$ nên $x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow \dfrac{-2b}{3a} > 0 \Leftrightarrow -2b > 0 \Leftrightarrow b < 0$ (vì $a > 0$)

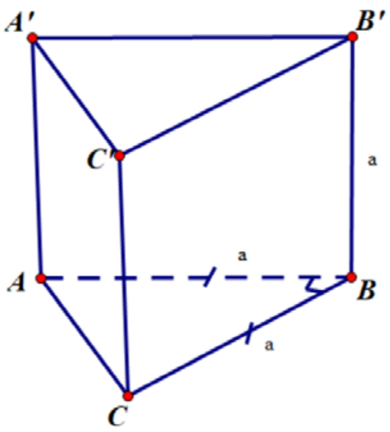
Vậy $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$, $d > 0$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA = BC = a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \dfrac{a^3}{6}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V = \dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V = a^3$.

Lời giải

Chọn B



$$V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.BB' = \frac{1}{2}BA.BC.BB' = \frac{1}{2}.a.a.a = \frac{a^3}{2}.$$

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = AD$ và $BC = BD$. Gọi I là trung điểm của CD. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) là $\widehat{CBD}$.

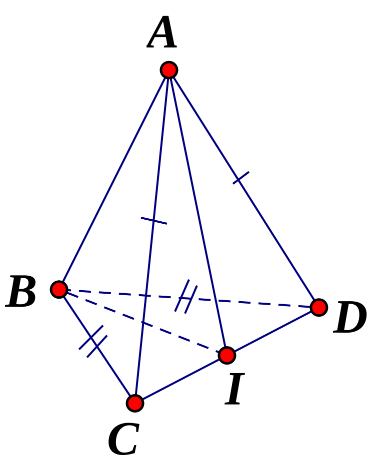
B. Góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc giữa hai đường thẳng AI và BI.

C. $(BCD) \perp (AIB)$.

D. $(ACD) \perp (AIB)$.

Lời giải

Chọn A



- Ta có: $(ABC) \cap (ABD) = AB$

Nhưng $\begin{cases} BC \perp AB \\ BD \perp AB \end{cases}$ do đó góc giữa hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) không thể là $\widehat{CBD}$.

- Ta có: $\begin{cases} (ACD) \cap (BCD) = CD \\ AI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \\ BI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \end{cases}$

Do đó góc giữa hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) là góc giữa hai đường thẳng AI và BI.

Nên **B** đúng.

- Ta có: $\begin{cases} AI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \\ BI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \end{cases}$ nên $CD \perp (AIB)$. Do đó $(BCD) \perp (AIB)$.

Vậy **C** đúng.

- Ta có: $\begin{cases} AI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \\ BI \perp CD \text{ (tính chất tam giác cân)} \end{cases}$ nên $CD \perp (AIB)$. Do đó $(ACD) \perp (AIB)$.

Vậy **D** đúng.

Câu 13. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx-8}{x+2}$ có hai đường tiệm cận.

A. $m \neq 4$.. **B.** $m \neq -4$.. **C.** $m = 4$.. **D.** $m = -4$..

Lời giải

Chọn B

Ta có $x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$

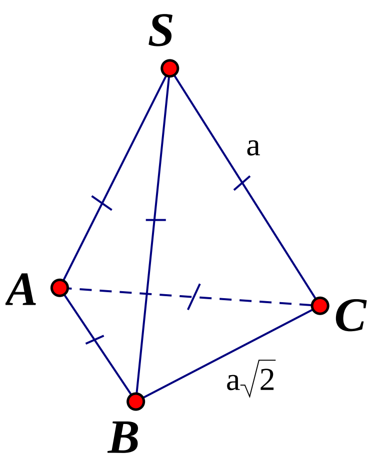
Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận $\Leftrightarrow m(-2) - 8 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -4$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC.

A. $\widehat{(AB, SC)} = 30^0$. **B.** $\widehat{(AB, SC)} = 90^0$. **C.** $\widehat{(AB, SC)} = 60^0$. **D.** $\widehat{(AB, SC)} = 45^0$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{SC} = AB.SC.\cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}\right)$

$$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{SC}\right) = \frac{\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{SC}}{AB.SC} = \frac{\left(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}\right).\overrightarrow{SC}}{AB.SC} = \frac{\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC}}{AB.SC}$$

Mặt khác $SB = SC = a; BC = a\sqrt{2} \Rightarrow BC^2 = SB^2 + SC^2 \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại S, tức $\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{SC} = 0$.

Lại có $SA = SC = AC = a \Rightarrow \Delta SAC$ đều, do đó

$$\overrightarrow{SA}.\overrightarrow{SC} = SA.SC.\cos\left(\overrightarrow{SA},\overrightarrow{SC}\right) = a.a.\cos 60^0 = \frac{a^2}{2}.$$

Vậy $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SC}\right) = \dfrac{0-\dfrac{a^2}{2}}{a.a} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{SC}\right)} = 120^0$. Do đó $\widehat{\left(AB,SC\right)} = 60^0$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$		1		2		4		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$m-1$	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ -5	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-5 $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$3-m$

Chọn khẳng định đúng:

A. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$..

C. Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

D. Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT ta có:

+ $\lim\limits_{x\to 1^-} y = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ là đường thẳng $x = 1$.

+ $\lim\limits_{x\to 4^+} y = -\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ là đường thẳng $x = 4$.

+ $\lim\limits_{x\to -\infty} y = m-1$ nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ là đường thẳng $y = m-1$.

+ $\lim\limits_{x\to +\infty} y = 3-m$ nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ là đường thẳng $y = 3-m$.

Với $m-1 \neq 3-m \Leftrightarrow m \neq 2$ thì đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ có hai đường tiệm cận ngang

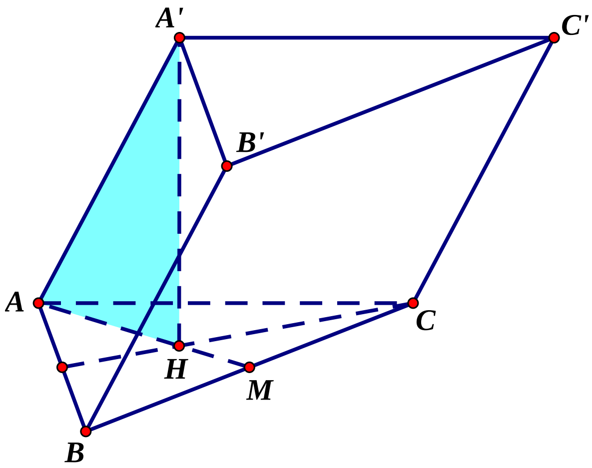
Câu 16. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có các cạnh bên hợp với đáy những góc bằng 60^0, đáy ABC là tam giác đều cạnh a và A' cách đều A, B, C. Tính khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ.

A. a. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{2a}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi H là trọng tâm tam giác đều ABC. Vì A' cách đều A, B, C nên hình chiếu vuông góc của đỉnh A' là H cũng cách đều A, B, C. Khi đó khoảng cách giữa hai đáy chính là $A'H$.



Xét tam giác $AA'H$ có: $\begin{cases} H = 90^0 \\ AH = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A'H = AH.\tan 60^0 = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = a. \\ \left(\widehat{AA',(ABC)}\right) = A'AH = 60^0 \end{cases}$

Vậy khoảng cách giữa hai đáy của hình lăng trụ là $A'H = a$.

Câu 17. Tìm tổng tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x-m}$ có hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5.

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

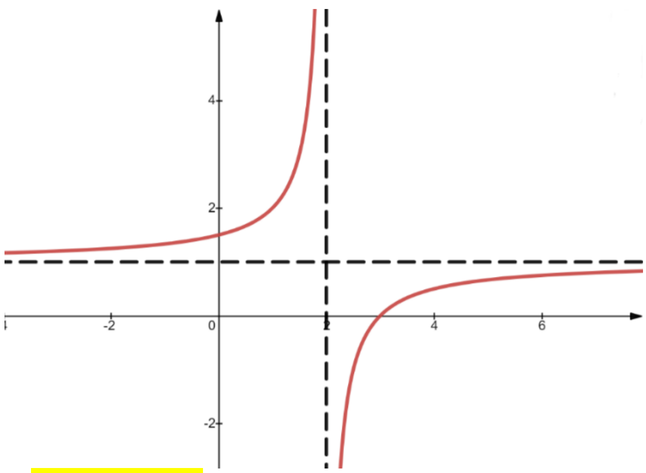
Xét hàm nhất biến $y = \dfrac{x-1}{x-m}$ có tiệm cận đứng $x = m$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Để hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 5

khi và chỉ khi: $|m|.1 = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 5 \\ m = -5 \end{array}\right.$.

Vậy có hai giá trị m thỏa mãn và tổng chúng bằng 0.

Câu 18. Đồ thị hàm số trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây



A. $y = \dfrac{x-1}{-x+2}$. **B.** $y = \dfrac{x-3}{x-2}$. **C.** $y = \dfrac{1+3x}{x-2}$. **D.** $y = \dfrac{x+1}{x-2}$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hai đường tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=1$ và giao với trục Oy tại tung độ bằng $\frac{3}{2}$ nên đáp án B thỏa.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.AB^2=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 20. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^4-x^2+1$ là

A. 1. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm trùng phương $y=x^4-x^2+1$ có: $y'=4x^3-2x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{-\sqrt{2}}{2}\Rightarrow y=\frac{3}{4}\\ x=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow y=\frac{3}{4}\\ x=0\Rightarrow y=1\end{array}\right.$.

Vậy giá trị cực đại của hàm số là 1.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

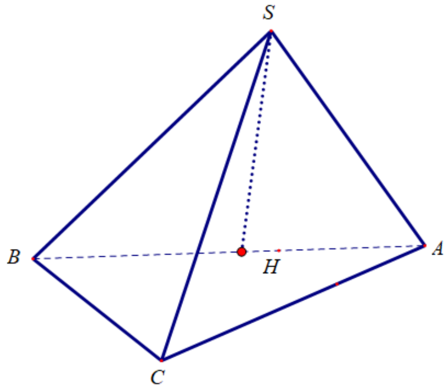
Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. Từ đó chọn **C.**

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A, $AB=AC=a$, $\widehat{BAC}=120^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\frac{a^3}{8}$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=\frac{a^3}{2}$. **D.** $V=2a^3$.

Lời giải

Chọn A



Vì tam giác SAB đều nên gọi H là trung điểm của $AB \Rightarrow SH \perp AB$. Mặt bên SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy $\Rightarrow SH \perp (ABC), SH = \frac{\sqrt{3}}{2}a.$

$S_{ABC} = \frac{1}{2}a.a.\sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \Rightarrow V = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}a.\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{a^3}{8}..$

Câu 23. Cho hàm số $y = x + \sin 2x + 2021$. Tìm các điểm cực tiểu của hàm số.

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$y = x + \sin 2x + 2021 \Rightarrow y' = 1 + 2\cos 2x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi.$

$y'' = -4\sin 2x \Rightarrow y''\left(\frac{\pi}{3} + k\pi\right) < 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ là điểm cực đại của hàm số;

$y''\left(-\frac{\pi}{3} + k\pi\right) > 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 24. Có bao nhiêu dãy số là cấp số cộng trong năm dãy số cho sau đây

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n = n^2$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n = (-1)^n.n$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_n = 2(n+3) - 5$ với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_0 = a,\ u_1 = b, u_{n+1} = \frac{u_n + u_{n-1}}{2}$ trong đó hằng số a, b khác nhau cho trước, với mọi số nguyên dương n

Dãy (u_n) xác định bởi $u_0 = 2022$, $u_1 = 2021$, $u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1}$ với mọi số nguyên dương n

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

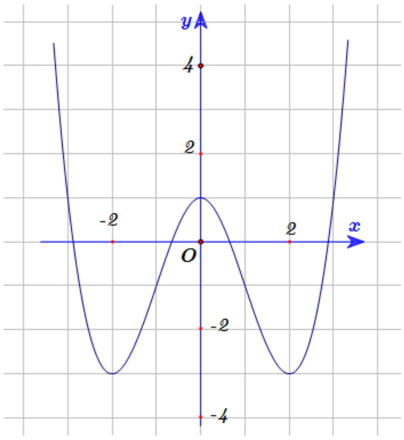
Lời giải

Chọn B

Ta có (u_n) là cấp số cộng khi và chỉ khi $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 : u_{n+1} - u_n = d$ với d là hằng số.

Do đó, các dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = 2(n+3) - 5$; dãy số (u_n) xác định bởi $u_0 = 2022$, $u_1 = 2021$, $u_{n+1} = 2u_n - u_{n-1}$ là cấp số cộng.

Câu 25. Đồ thị trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây.



A. $y = x^4 - 8x^2 + 1$. **B.** $y = \left|x^3 - 3x^2 + 1\right|$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = |x|^3 - 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn D

Đáp án B có $y \geq 0 \Rightarrow$ loại.

Đáp án C đồ thị tiếp xúc với trục hoành nên loại **C.**

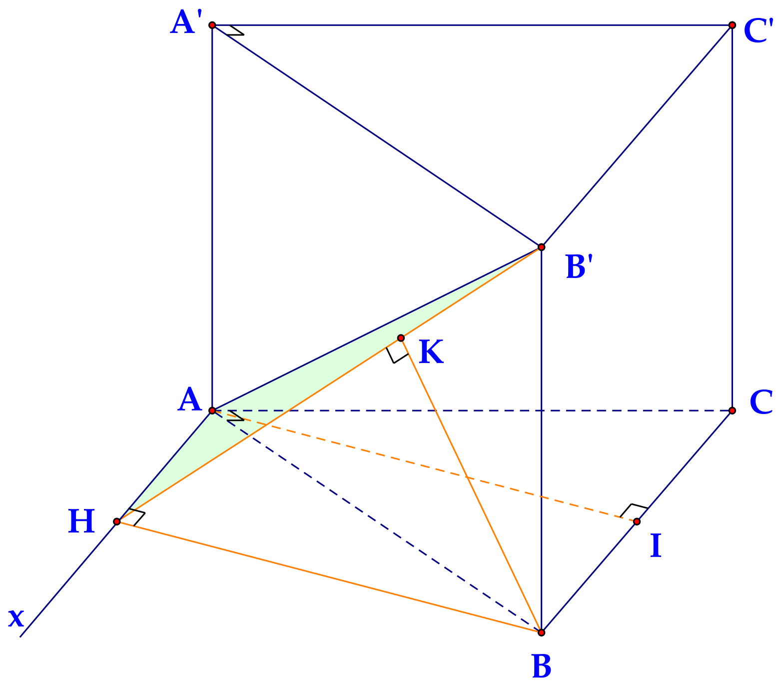
Đáp án A có $x = 2 \Rightarrow y = -15$ nên loại#A.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = AC = b$ và có cạnh bên bằng b. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và BC bằng

A. $\dfrac{b\sqrt{2}}{2}$. **B.** b. **C.** $\dfrac{b\sqrt{3}}{3}$. **D.** $b\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $Ax \,//\, BC \Rightarrow BC \,//\, (B';Ax)$ suy ra $d(BC, AB') = d(B,(B;Ax))$.

Kẻ $BH \perp Ax$ tại H và $BK \perp AB'$ tại K.

Ta có $\begin{cases} AH \perp BH \\ AH \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AH \perp (BHB')$ nên $AH \perp BK$.

Từ đó suy ra $BK \perp (AHB')$ hay $d(B;(AHB')) = BK$.

Dễ dàng thấy $BH = AI = \frac{BC}{2} = \frac{AB\sqrt{2}}{2} = \frac{b\sqrt{2}}{2}$ suy ra $BK = \frac{BH.B'B}{\sqrt{BH^2 + B'B^2}} = \frac{b\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d\left(AB'; BC\right) = \frac{b\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right) = x^2\left(x^2 - 25\right)$, $x \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.
B. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = -5$.
C. Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x = 5$.
D. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x^2\left(x^2 - 25\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 5 \\ x = -5 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-5		0		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -5$ và đạt cực tiểu tại $x = 5$.
Do vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 28. Cho khai triển $\left(x - 2\right)^{100} = a_0 + a_1x + ... + a_{100}x^{100}$. Tính hệ số a_{97}.

A. 1293600.
B. $-2^3.C_{100}^{97}$.
C. -19800.
D. $-2^{98}.C_{100}^{98}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(x - 2\right)^{100} = \sum_{k=0}^{100} C_{100}^k.\left(-2\right)^k.x^{100-k}$.

Mà $\left(x - 2\right)^{100} = a_0 + a_1x + ... + a_{100}x^{100}$ nên a_{97} là hệ số của số hạng có chứa x^{97}.

Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow 100 - k = 97 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy $a_{97} = C_{100}^{97}.\left(-2\right)^3 = -1293600$.

Câu 29. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y = x^3 + 2021$.
B. $y = \frac{4x + 1}{x + 2}$.
C. $y = x^4 + x^2 + 1$.
D. $y = \tan x$.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy hàm số $y = x^3 + 2021$ có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên nó đồng biến trên $\mathbb{R}$.

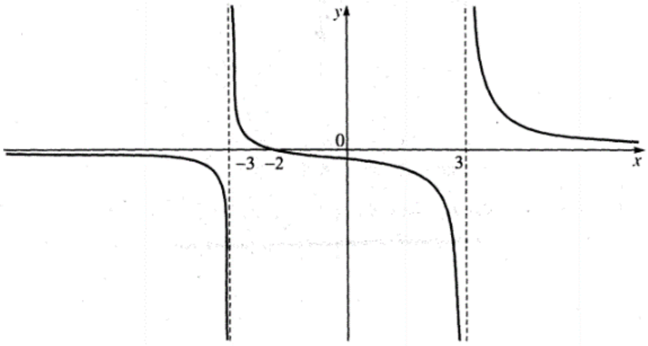
Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu khẳng định đúng trong các khẳng định sau

1. $\lim_{x \to 0} f(x) = -2$.

2. $\lim_{x \to 3^-} f(x) = \lim_{x \to 3^+} f(x)$.

3. Hàm số gián đoạn tại $x = 3$.

4. Đồ thị hàm số có tất cả hai tiệm cận với phương trình là $x = -3; x = 3$.



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Dễ thấy $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -2$ sai.

Ta có $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = +\infty \end{cases}$ nên phát biểu số 2 sai.

Đồ thị hàm số gián đoạn tại $x = 3$ nên phát biểu số 3 đúng

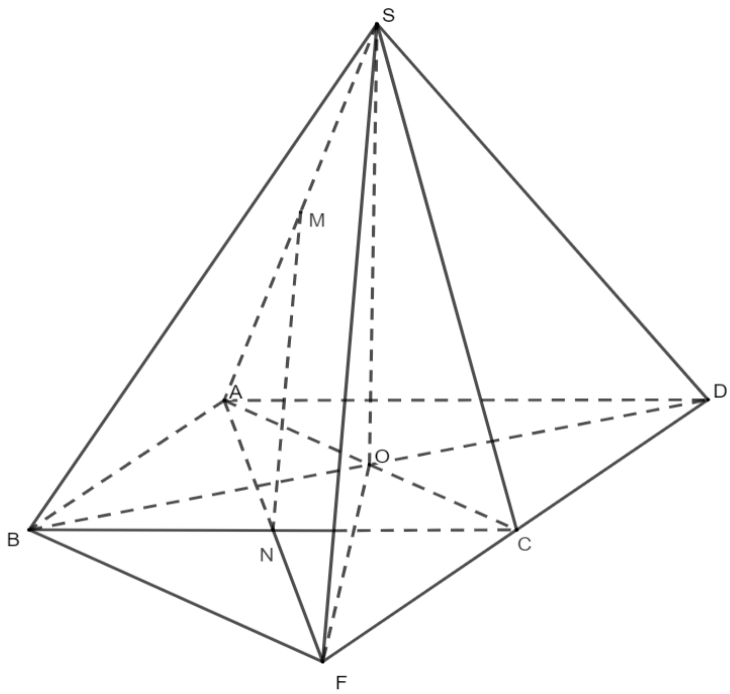
Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x = 3$; $x = -3$ và tiệm cận ngang $y = 0$ nên phát biểu số 4 sai.

Câu 31. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, tâm O. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng góc giữa MN và $(ABCD)$ bằng 60^0, cosin góc giữa MN và mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $\dfrac{\sqrt{41}}{41}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{41}}{41}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AN \cap CD = F$ (suy ra N là trung điểm của AF, NC là đường trung bình trong tam giác AFD) $\Rightarrow MN // SF$; $(MN,(ABCD)) = (SF,(ABCD)) = \widehat{SFO} = 60°$.

Với

$OC=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\sqrt{AB^2+BC^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2};CF=CD=a\Rightarrow OF=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{2}-2a\frac{a\sqrt{2}}{2}\cos 135^\circ}=\frac{a\sqrt{10}}{2}$

. Khi đó $SF=\frac{OF}{\cos 60^\circ}=\frac{a\sqrt{10}}{2}:\frac{1}{2}=a\sqrt{10}$.

Ta có $OC\perp BD, OC\perp SO\Rightarrow OC\perp (SBD)$, lại có $OC//BF\Rightarrow BF\perp (SBD)$, do vậy $(MN,(SBD))=(SF,(SBD))=\widehat{FSB}$.

$BF=2OC=a\sqrt{2}$ (OC là đường trung bình trong tam giác BDF), $SB=\sqrt{SF^2-BF^2}=2\sqrt{2}a$. Vậy $\cos\widehat{BSF}=\frac{SB}{SF}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 32. Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số có hoành độ dương sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Khi đó tổng $a+2b$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang $y=2$ và đường tiệm cận đứng $x=1$. Khi đó:

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận ngang là: $|b-2|=\left|\frac{2a-1}{a-1}-2\right|=\frac{1}{|a-1|}$ (do M thuộc (C));

+) Khoảng cách từ $M(a;b)$ đến tiệm cận đứng là: $|a-1|$.

Ta có $|a-1|+\frac{1}{|a-1|}\ge 2\sqrt{|a-1|\frac{1}{|a-2|}}=2$. Vậy tổng khoảng cách nhỏ nhất là 2 khi $|a-1|=\frac{1}{|a-1|}\Leftrightarrow (a-1)^2=1\Leftrightarrow a^2-2a=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=0\,(l)\\a=2\end{array}\right.$. Suy ra $b=\frac{2.2-1}{2-1}=3\Rightarrow a+2b=8$.

Câu 33. Cho khai triển $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$, trong đó $n\in\mathbb{N}^*$ và các hệ số thỏa mãn hệ thức $a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$. Tìm hệ số lớn nhất trong khai triển trên.

A. 1293600. **B.** 126720. **C.** 792. **D.** 924.

Lời giải

Chọn B

Ta viết $(1+2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n=\sum_{k=0}^{n}a_kx^k$. Lại có: $(1+2x)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k2^kx^k$ nên $a_k=C_n^k2^k$. Vì vậy $a_0+\frac{a_1}{2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$ hay

$$\sum_{k=o}^{n}\frac{a_k}{2^k}=4096\Leftrightarrow\sum_{k=o}^{n}\frac{C_n^k2^k}{2^k}=4096\Leftrightarrow\sum_{k=o}^{n}C_n^k=4096\Leftrightarrow(1+1)^n=4096\Leftrightarrow 2^n=4096\Leftrightarrow n=12.$$

Suy ra $a_k=C_{12}^k2^k$, $k=\overline{0,12}$. Nếu a_k lớn nhất thì:

$$\begin{cases} a_k \ge a_{k+1} \\ a_k \ge a_{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{12}^k 2^k \ge C_{12}^{k+1} 2^{k+1} \\ C_{12}^k 2^k \ge C_{12}^{k-1} 2^{k-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{12!}{k!(12-k)!} 2^k \ge \dfrac{12!}{(k+1)!(11-k)!} 2^{k+1} \\ \dfrac{12!}{k!(12-k)!} 2^k \ge \dfrac{12!}{(k-1)!(13-k)!} 2^{k-1} \end{cases};$$

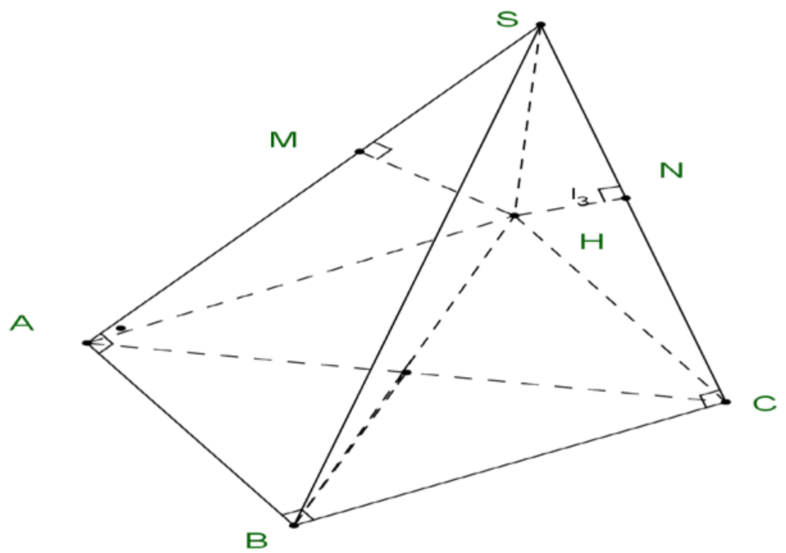
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{12-k} \ge \dfrac{2}{k+1} \\ \dfrac{2}{k} \ge \dfrac{1}{13-k} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k \ge \dfrac{23}{3} \\ k \le \dfrac{25}{3} \end{cases} \xrightarrow{k=\overline{0,12}} k = 8$$. Vậy hệ số lớn nhất là $a_8 = C_{12}^8 . 2^8 = 126720$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, độ dài cạnh $AC = 2a$, các tam giác $\Delta SAB, \Delta SCB$ lần lượt vuông tại A và C. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng a. Giá trị cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\begin{cases} BA = BC \\ SB \text{ chung} \\ \widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^0 \end{cases} \Rightarrow \Delta SAB = \Delta SCB(c.g.c) \Rightarrow SA = SC$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S xuống $(ABC) \Rightarrow \Delta SHA = \Delta SHC(c.g.c) \Rightarrow HA = HC$

$\begin{cases} SA \perp AB \\ AB \perp SH \\ SC \perp BC \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB \perp AH \\ BC \perp BH \end{cases} \Rightarrow ABCH$ là hình vuông.

Gọi M là hình chiếu vuông góc của H lên $SA \Rightarrow HM \perp SA$. Gọi N là hình chiếu vuông góc của H lên $SC \Rightarrow HN \perp SC$.

Do đó góc giữa 2 mặt phẳng (SAB) và (SCB) là góc giữa 2 đường thẳng HM, HN. Tam giác SHM vuông tại $H \Rightarrow \dfrac{1}{(HM)^2} = \dfrac{1}{(HA)^2} + \dfrac{1}{(SH)^2} = \dfrac{1}{2a^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{3}{2a^2} \Rightarrow HM = HN = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

$\Delta SMH \sim \Delta SHA \Rightarrow \frac{SM}{SH} = \frac{SH}{SA} \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{(SH)^2}{(SA)^2} = \frac{1}{3} \Rightarrow MN = \frac{1}{3}AC = \frac{2a}{3}$.

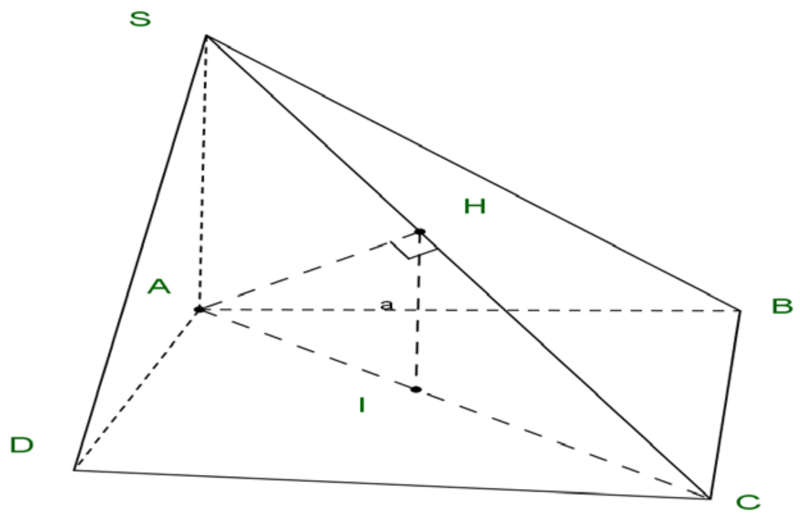
$\cos \widehat{MHN} = \frac{2HM^2 - MN^2}{2HM^2} = \frac{2}{3}$. cosin của góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCB) bằng $\frac{2}{3}$

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$. Biết $AC = a\sqrt{2}$, cạnh SC tạo với đáy góc bằng $60°$ và diện tích tứ giác $ABCD$ bằng $\frac{3a^2}{2}$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên SC. Tính thể tích khối $H.ABCD$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{6}}{8}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA} = 60^0$. Tam giác SAC vuông tại A nên $\sin 60^0 = \frac{SA}{SC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\cos 60^0 = \frac{HC}{AC} \Rightarrow HC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Trong tam giác SAC kẻ $HI // SA, HI \cap AC = I$. Ta có $\frac{CH}{SC} = \frac{HI}{SA} \Rightarrow HI = \frac{SA}{SC}.CH = \frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}$.

Ta có $HI \perp (ABCD)$. Vậy thể tích khối $H.ABCD$ bằng $V_{H.ABCD} = \frac{1}{3}.HI.\frac{3a^2}{2} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{4}.\frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 36. Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển nhị thức Niutơn của $\left(\frac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n$ biết $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 7(n+3)$.

A. 313. **B.** 1303. **C.** 13129. **D.** 495.

Lời giải

Chọn D

$C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)$. Điều kiện $\begin{cases} n\geq 0 \\ n\in \mathbb{N} \end{cases}$

$C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7(n+3)\Leftrightarrow \dfrac{(n+4)!}{(n+1)!3!}-\dfrac{(n+3)!}{n!3!}=7(n+3)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} n\in \mathbb{N} \\ (n+4)(n+2)-(n+2)(n+1)=42 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} n\in \mathbb{N} \\ 3n=36 \end{cases}\Leftrightarrow n=12.$

$\left(\dfrac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^{12}=\sum\limits_{0}^{12}C_{12}^{i}x^{-3(12-i)}.x^{\frac{5i}{2}}=\sum\limits_{0}^{12}C_{12}^{i}x^{\frac{11i}{2}-36}$.

Hệ số của số hạng chứa x^8 là T

$\begin{cases} T=C_{12}^{i} \\ \frac{11i}{2}-36=8 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} i=8 \\ T=C_{12}^{8} \end{cases}\Rightarrow T=C_{12}^{8}=495$.

Câu 37. Trong kì thi THPT Quốc Gia năm 2016 có môn thi bắt buộc là môn Tiếng Anh. Môn thi này thi dưới hình thức trắc nghiệm với bốn phương án trả lời A, B, C, **D.** Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm; mỗi câu trả lời sai bị trừ 0,1 điểm. Bạn Hoa vì học rất kém môn Tiếng Anh nên chọn ngẫu nhiên cả 50 câu trả lời. Tính xác suất để bạn Hoa đạt được 4 điểm môn Tiếng Anh trong kì thi trên.

A. $1,8.10^{-5}$. **B.** $1,3.10^{-7}$. **C.** $2,2.10^{-7}$. **D.** $2,5.10^{-6}$.

Lời giải

Chọn B

Để được 4 điểm thì học sinh Hoa phải trả lời được 30 câu đúng, và 20 câu sai

Theo đó, xác suất trả lời đúng ở 1 câu là $0,25$; xác suất trả lời sai ở mỗi câu là $0,75$

Vậy xác suất để hs Hoa được 4 điểm bằng $C_{50}^{30}(0,25)^{30}.(0,75)^{20}\approx 1,3.10^{-7}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=x^3-(m+1)x^2-(2m^2-3m+2)x+2m(2m-1)$. Biết $[a;b]$ là tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đã cho đồng biến trên $[2;+\infty)$. Tổng $a+b$ bằng

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $-\dfrac{3}{2}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\forall x\in \mathbb{R}, y'=3x^2-2(m+1)x-2m^2+3m-2$

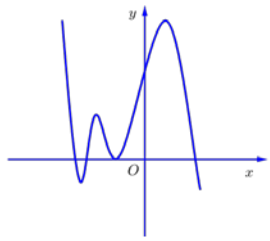
$y'=0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt $\dfrac{m+1\pm\sqrt{7m^2-7m+7}}{3}$ với mọi m

Yêu cầu bài toán $[2;+\infty)\subset\left[\dfrac{m+1+\sqrt{7m^2-7m+7}}{3}\right)$, nên $\dfrac{m+1+\sqrt{7m^2-7m+7}}{3}\leq 2$

$\Leftrightarrow \sqrt{7m^2-7m+7}\leq 5-m\Leftrightarrow -2\leq m\leq \dfrac{3}{2}$.

Vậy $a+b=-\dfrac{1}{2}$

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

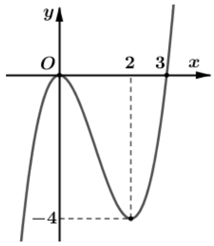
Lời giải

Chọn C

x	$-\infty$		a		b		c		d		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
y		↗		↘			↗			↘	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(4\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-1\right)=m$ có nghiệm.



A. 6. **B.** 4. **C.** 3 **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét: $t=4(\sin^6 x+\cos^6 x)-1$

Ta có: $\sin^6 x+\cos^6 x=1-3\sin^2 x.\cos^2 x=1-\frac{3}{4}\sin^2 2x=\frac{1}{4}(1+3\cos^2 2x)$

$\Rightarrow t=4(\sin^6 x+\cos^6 x)-1=4(\frac{1}{4}(1+3\cos^2 2x))-1=3\cos^2 2x$

Lại có $0\le\cos^2 2x\le 1\Rightarrow 0\le 3\cos^2 2x\le 3$ hay $t\in[0;3]\Rightarrow f(t)\in[-4;0]$

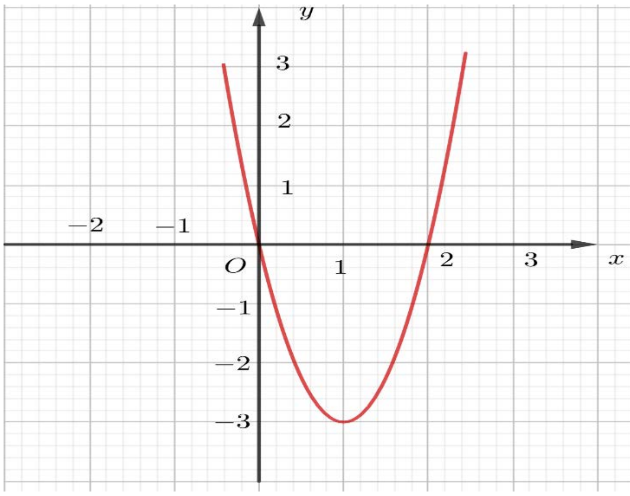
$\Rightarrow$ Để $f\left(4\left(\sin^6 x+\cos^6 x\right)-1\right)=m$ có nghiệm $m\in[-4;0]$

$\Rightarrow m\in\{-4;-3;-2;-1;0\}$

Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left[f(x)+m\right]=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.



Lời giải

Chọn A

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+m=0 \\ f(x)+m=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=-m \\ f(x)=2-m \end{array}\right.$$

Để $f(f(x)+m)=0$ có 3 nghiệm thì:

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} -m=-3 \\ 2-m>-3 \end{cases} \\ \begin{cases} -m>-3 \\ 2-m=-3 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m=3 \\ m<5 \end{cases} \\ \begin{cases} m<3 \\ m=5 \end{cases} \text{(không có m)} \end{array}\right.$$

Vậy tồn tại duy nhất $m=3$ thỏa mãn

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(\frac{m}{3}x^3+(m-4)x^2+9x+2021\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 0. **B.** 136. **C.** 68. **D.** 272

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$y'=(mx^2-2(m-4)x+9).f'(\frac{m}{3}x^3+(m-4)x^2+9x+2021)$$

Để hàm số: $y=f\left(\frac{m}{3}x^3+(m-4)x^2+9x+2021\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\le 0 \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow y'=(mx^2-2(m-4)x+9).f'(\frac{m}{3}x^3+(m-4)x^2+9x+2021)\le 0 \forall x\in\mathbb{R}$$

Lại có: $y=f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ suy ra $f'(x)\le 0 \forall \in\mathbb{R}$

Nên để hàm số: $y=f\left(\frac{m}{3}x^3+(m-4)x^2+9x+2021\right)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì:

$$mx^2-2(m-4)x+9\ge 0 \forall x\in\mathbb{R}$$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ (m-4)^2-9m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m^2-17m+16\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ m^2-17m+16\le 0 \end{cases}$

Vậy $m\in\{1,2,3,...,15,16\}$

Tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài là: $1+2+3+...+15+16=136$

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x^2+mx+9)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu số nguyên dương m để hàm số $g(x)=f(3-x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g'(x)=-f'(3-x)=(x-3)(x-2)^2\left((3-x)^2+m(3-x)+9\right)$.

$g(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$ $\Leftrightarrow$ $g'(x)\ge 0,\forall x\in(3;+\infty)$

$\Leftrightarrow (3-x)^2+m(3-x)+9\ge 0,\forall x\in(3;+\infty)$

$\Leftrightarrow t^2+mt+9\ge 0,\forall t\in(-\infty;0)$ (với $t=3-x$; $x\in(3;+\infty)$ ta có $t\in(-\infty;0)$).

$\Leftrightarrow m\le -t-\frac{9}{t},\forall t\in(-\infty;0)$.

Ta có trên $(-\infty;0)$ ta có $-t$ và $-\frac{9}{t}$ đều là các số dương nên có $-t-\frac{9}{t}\ge 6$.

Vậy $m\le -t-\frac{9}{t},\forall t\in(-\infty;0)\Leftrightarrow m\le 6$.

Câu 44. Gọi S là tập giá trị nguyên $m\in[0;100]$ để hàm số $y=\left|x^3-3mx^2+4m^3-12m-8\right|$ có 5 cực trị. Tính tổng các phần tử của S.

A. 10096. **B.** 4048. **C.** 5047. **D.** 10094.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+4m^3-12m-8$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6mx$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$

Hàm số $y=\left|x^3-3mx^2+4m^3-12m-8\right|$ có 5 cực trị $\Leftrightarrow f(x)$ có hai giá trị cực trị trái dấu $\Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \begin{cases} m\ne 0 \\ (4m^3-12m-8)(8m^3-12m^3+4m^3-12m-8)<0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ne 0 \\ (4m^3-12m-8)(-12m-8)<0 \end{cases}$.

Kết hợp với $m\in[0;100]$ và $m\in\mathbb{Z}$ ta được $m\in\{3;4;...,100\}$.

Vậy $S=\{3,4,...,100\}$.

Tổng các phần tử của S là 5047.

Câu 45. Cho hàm số $y=-x^3-3x^2+4$. Tổng tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số tiếp xúc với đường tròn $(C):(x-m)^2+(y-m+2)^2=5$ là

A. -11. **B.** 0. **C.** -10. **D.** -12.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=-x^3-3x^2+4 \Rightarrow y'=-3x^2-6x$. Nên: $y=y'.\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}\right)+2x+4$

$\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là: (Δ): $y=2x+4$.

Để đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị tiếp xúc với (C) thì:

$$d(I;\Delta)=\frac{|2m-(m-2)+4|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow |m+6|=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-11 \end{array}\right.$$

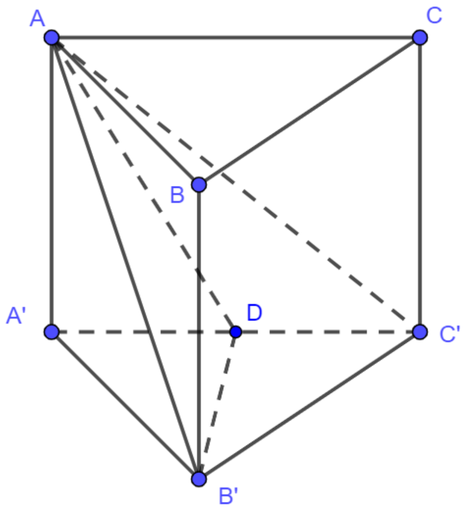
Vậy tổng các giá trị m thỏa mãn bằng: -12.

Câu 46. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông, $AB=BC=a$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng (ACC') và $(AB'C')$ bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $B'.ACC'A'$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi D là trung điểm $A'C'$ thì ta có: $B'D\perp(ACC')$. Khi đó: $S_{ADC'}=S_{AB'C'}.\cos 60°$.

Đặt $AA'=x$ $(x>0)$. Do các tam giác $A'B'C'$ và $AA'B'$ vuông nên:

$A'C'=a\sqrt{2}$; $AB'=\sqrt{a^2+x^2}$

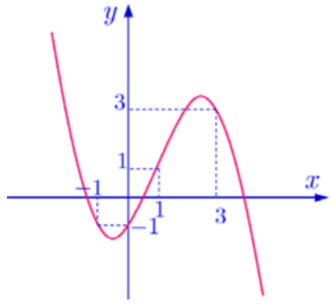
Do $B'C'\perp(ABB'A')$ nên: $S_{AB'C'}=\frac{1}{2}AB'.B'C'=\frac{1}{2}a\sqrt{a^2+x^2}$

Do $AA'\perp DC$ nên: $S_{ADC'}=\frac{1}{2}AA'.DC'=\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.x$

Nên: $\frac{a\sqrt{2}}{4}x=\frac{a\sqrt{a^2+x^2}}{4} \Leftrightarrow x\sqrt{2}=\sqrt{a^2+x^2} \Leftrightarrow x=a$.

Vậy $V_{B'.ACC'A'}=\frac{2}{3}V_{ABC.A'B'C'}=\frac{2}{3}.\frac{1}{2}.a^2.a=\frac{a^3}{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g\left(x\right)=2f\left(\left|x-1\right|\right)-x^2+2x+2020$ đồng biến trên khoảng nào

A. $\left(-2;0\right)$. **B.** $\left(-3;1\right)$. **C.** $\left(1;3\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

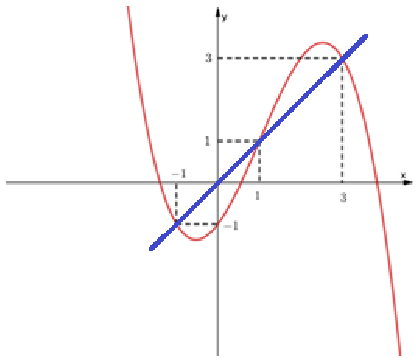
Ta có: $g\left(x\right)=2f\left(\left|x-1\right|\right)-x^2+2x+2020 \Leftrightarrow g\left(x\right)=2f\left(\left|x-1\right|\right)-\left(x-1\right)^2+2021$

Xét hàm số $k\left(x-1\right)=2f\left(x-1\right)-\left(x-1\right)^2+2021$.

Đặt $t=x-1$

Xét hàm số: $h\left(t\right)=2f\left(t\right)-t^2+2021 \Rightarrow h'\left(t\right)=2f'\left(t\right)-2t$.

Kẻ đường $y=x$ như hình vẽ.



Khi đó: $h'\left(t\right)>0 \Leftrightarrow f'\left(t\right)-t>0 \Leftrightarrow f'\left(t\right)>t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t<-1 \\ 1<t<3 \end{array}\right.$.

Do đó: $k'\left(x-1\right)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1<-1 \\ 1<x-1<3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ 2<x<4 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $k\left(x-1\right)=2f\left(x-1\right)-\left(x-1\right)^2+2021$.

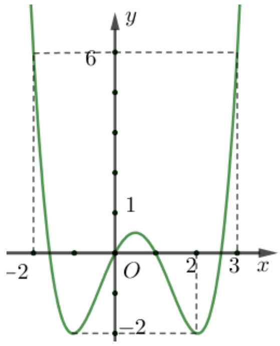
x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$k'(x-1)$		+	0	−	0	+	0	−	
$k(x-1)$		↗		↘		↗		↘	

Khi đó, ta có bảng biến thiên của $g\left(x\right)=2f\left(\left|x-1\right|\right)-\left(x-1\right)^2+2021$ bằng cách lấy đối xứng qua đường thẳng $x=1$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		1		2		4		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Vậy hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;2]$.



A. 3. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

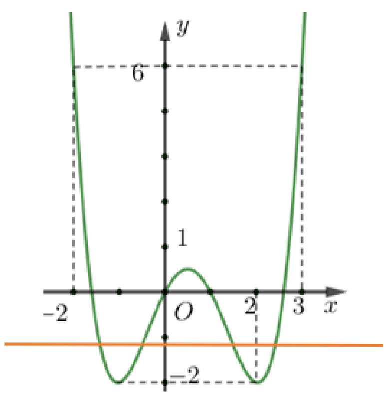
Đặt $t = x^3 - 3x, x \in [-1;2] \Rightarrow g'(x) = 3x^2 - 3, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

x	-1		1		2
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2

Suy ra:Với $t = -2$, chỉ có 1 giá trị $x \in [-1;2]$.

Với $t \in (-2;2]$ có 2 giá trị $x \in [-1;2]$.

Phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt $x \in [-1;2]$ khi phương trình $f(t) = m$ có ba nghiệm phân biệt $\in (-2;2]$.



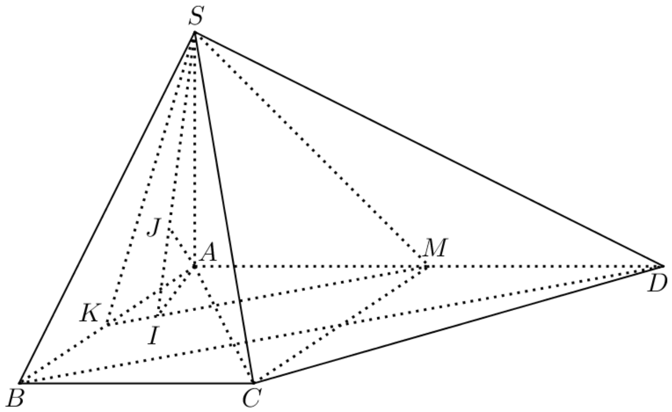
Dựa vào đồ thị và giả thiết m nguyên, suy ra $m \in \{-1;0\}$.

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B; $AB = BC = a$; $AD = 2a$; SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Gọi M là trung điểm của cạnh AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD là:

A. $\frac{a\sqrt{2}}{11}$. **B.** $\frac{a\sqrt{22}}{11}$. **C.** $\frac{a\sqrt{11}}{22}$. **D.** $\frac{a\sqrt{11}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{SCA} = 45^0 \Rightarrow SA = AC = a\sqrt{2}$

Gọi K là trung điểm của AB, khi đó AB song song với (SMK).

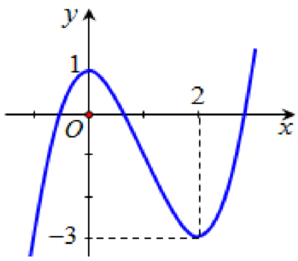
Do đó $d(BD, SM) = d(BD,(SMK)) = d(B,(SMK)) = d(A,(SMK))$.

Gọi I, J lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên MK và SI.

Khi đó $MK \perp AI, MK \perp SA \Rightarrow MK \perp AJ$. Do $AJ \perp MK$ và $AJ \perp SI$ nên $AJ \perp (SMK)$ hay $d(A,(AMK)) = AJ$.

Ta có $\frac{1}{AJ^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{4}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{11}{2a^2} \Rightarrow AJ = \frac{a\sqrt{22}}{11}$

Câu 50. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 2x)\sqrt{2-x}}{(x-3)\left[f^2(x) + 3f(x)\right]}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

ĐK xác định của $\sqrt{2-x}$ là $x \le 2$ (*).

Ta có $(x-3)\left[f^2(x) + 3f(x)\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = -3 \end{array}\right.$.

* Ta có $x = 3$ không thỏa mãn (*)

* $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a<0\\x=b\in\left(0;2\right)\\x=c>2\end{array}\right.$. Ta có $x=c$ không thỏa mãn (*)

Ta có $\lim\limits_{x\to a^+}g\left(x\right)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to b^+}g\left(x\right)=+\infty$. Vậy $x=a;x=b$ là các đường tiệm cận đứng.

* $f\left(x\right)=-3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=d<0\\x=2\end{array}\right.$.

Ta có $\lim\limits_{x\to d^+}g\left(x\right)=+\infty;\ \lim\limits_{x\to 2^-}g\left(x\right)=+\infty$ .Vậy $x=d;x=2$ là các đường tiệm cận đứng.

----HẾT----

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG – NAM ĐỊNH
ĐỀ THI KSCL LẦN 1 NĂM HỌC 2021 - 2022
TOÁN 12
Thời gian:90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Tập xác định D hàm số $y=\log_3(2x+1)$ là

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 2. Cho a,b là các số thực dương, m là một số nguyên và n là một số nguyên dương. Tìm khẳng định **sai**.

A. $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$. **B.** $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[m]{a^n}$. **C.** $\dfrac{a^m}{b^m}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^m$. **D.** $(ab)^m=a^m.b^m$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối trụ có hai đáy là hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và $A'B'C'$ là:

A. $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Câu 4. Một hình nón có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3 có diện tích toàn phần bằng:

A. 24π. **B.** 15π. **C.** 9π. **D.** 12π.

Câu 5. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng.

A. πa^3. **B.** $3\pi a^3$. **C.** $5\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và đường thẳng $y=-1$.
B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và đường thẳng $x=-1$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2-\sin x+2}$.

A. $y'=(x^2-\sin x+2)2^{x^2-\sin x+1}$. **B.** $y'=(2x-\cos x)2^{x^2-\sin x+2}\ln 2$.

C. $y'=2^{x^2-\sin x+2}\ln 2$. **D.** $y'=(2x-\cos x)2^{x^2-\sin x+2}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

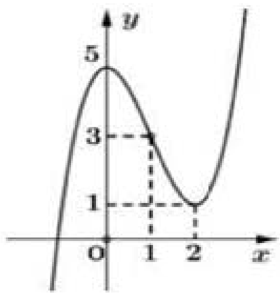
x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của tích của khối trụ có hai đáy là hai đường

A. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2$.

C. $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2$. **D.** $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$.

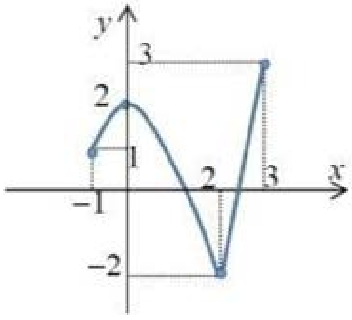
Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(x)=2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 11. Cho hàm số $y=x^3-3x+5$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $(-1;7)$. **B.** $(7;-1)$. **C.** $(3;1)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 12. Một lăng trụ có diện tích đáy bằng 5 và chiều cao bằng 6 có thể tích bằng.

A. 12. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 18.

Câu 13. Một mặt cầu có diện tích bằng 4π thì thể tích của khối cầu đó bằng:

A. $\frac{4\pi}{3}$. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** 6π.

Câu 14. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\frac{x-1}{x-2}$. **B.** $y=\frac{x+1}{x+3}$. **C.** $y=-x^3+3x^2-9x$. **D.** $y=-x^3+x+1$.

Câu 15. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=(2x^2-5x+2)^{-7}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\cup(2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2};2\right\}$. **D.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 17. Cho hình chóp $SABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=a;SB=b;SC=c$. Tính thể tích khối chóp $SABC$.

A. $\frac{abc}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}abc}{3}$. **C.** $\frac{abc}{6}$. **D.** $\frac{abc}{4}$.

Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD' bằng

A. 60^o. **B.** 120^o. **C.** 90^o. **D.** 45^o.

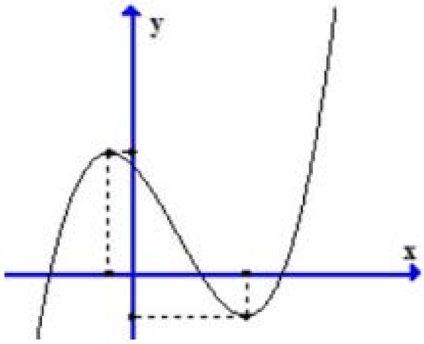
Câu 19. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m-156$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox. Tổng các giá trị của S bằng.

A. 156. **B.** 313. **C.** 312. **D.** 157.

Câu 20. Cho $\log_3 5=a;\log_5 7=b$, khi đó $\log_{45}175$ bằng.

A. $\dfrac{a(a+b)}{2+a}$. **B.** $\dfrac{a+b}{2+a}$. **C.** $\dfrac{a(2+b)}{2+a}$. **D.** $\dfrac{2(2+b)}{2+a}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **B.** $a>0,b>0,c<0,d>0$

C. $a>0,b<0,c>0,d>0$ **D.** $a<0,b<0,c<0,d>0$.

Câu 22. Cho hàm số $y=-x^3-mx^2+(4m+9)x+5$, với m là tham số. Số giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 23. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a có bán kính bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB và SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA=SB=SC=3$ Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Câu 25. Cho hai số dương $a,b,a\neq 1$, thỏa mãn $\log_{a^2}b+\log_a b^2=2$. Tính $\log_a b$.

A. 4. **B.** 2. **C.** $\dfrac{8}{5}$. **D.** $\dfrac{4}{5}$.

Câu 26. Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$ với trục Ox. Tiếp tuyến tại A với đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc là

A. $k=-\dfrac{5}{9}$. **B.** $k=\dfrac{1}{3}$. **C.** $k=\dfrac{5}{9}$. **D.** $k=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $y=x^3+(m^2+1)x+m^2-2$. Tìm số thực dương m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng 2.

A. $m=1$. **B.** $m=4$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Câu 28. Cho hàm số $y=\dfrac{x+b}{ax-2},(ab\neq -2)$. Biết rằng a,b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d:3x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 5.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-3}{x-m+3}$ có tiệm cận ngang $y=-2$ thì có tiệm cận đứng có phương trình:

A. $y=-3$. **B.** $x=6$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-6$.

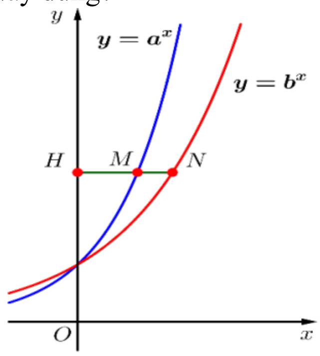
Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D với $AB=2a; AD=DC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính chu vi giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ACD$:

A. πa . **B.** $\sqrt{2}\pi a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi a$. **D.** $\dfrac{\pi a}{2}$.

Câu 31. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB = AC = a$ và có góc A bằng 120^0. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh BC thì đường gấp khúc BAC tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 32. Cho các hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ với a, b là những số thực dương khác 1, có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y = 3$ cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại H, M, N. Biết rằng $2HM = 3MN$, khẳng định nào sau đây đúng?

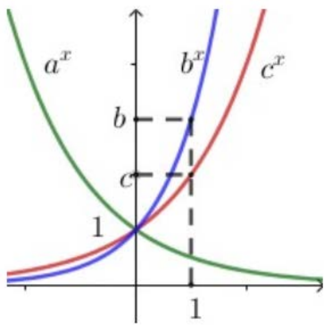


A. $a^5 = b^3$ **B.** $3a = 5b$ **C.** $a^2 = b^3$ **D.** $a^3 = b^5$

Câu 33. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác cân tại $A, AB = a$ và góc A bằng 30^0. Cạnh bên $SA = 2a$ và $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SC. Khi đó thể tích khối đa diện có các đỉnh A, B, C, M, N bằng

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{8}$.

Câu 34. Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho ở hình vẽ dưới đây. Mệnh nào nào sau đây đúng?



A. $a < b < c$. **B.** $b < c < a$. **C.** $c < a < b$. **D.** $a < c < b$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm SD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM.

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3a}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 36. Cho x và y là hai số thực dương thỏa mãn $5x^2 + 2y^2 + 5 = 2x + 4y + 4xy$. Xét các hệ thức sau:

Hệ thức 1. $\ln(x+1) + \ln(y+1) = \ln(x^2 + y^2 + 1)$.

Hệ thức 2. $\ln(x^2+1) + \ln(y+1) = \ln(y^2+1) + \ln(x+1)$.

Hệ thức 3. $\ln(x + y + 3xy + 1) = \ln(x+y)$.

Hệ thức 4. $\ln(x+y+2xy+2)=2\ln(x+y)$.

Trong các hệ thức trên, có bao nhiêu hệ thức đúng?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 37. Cho x,y là hai số nguyên thỏa mãn: $3^x.6^y=\dfrac{2^{15}.6^{40}}{9^{50}.12^{25}}$. Tính $x.y$?

A. -445. **B.** -755. **C.** -450. **D.** -425.

Câu 38. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{x+1+\ln x}$ với $x>0$. Khi đó $-\dfrac{y'}{y^2}$ bằng

A. $1+\dfrac{1}{x}$. **B.** $\dfrac{x}{x+1}$. **C.** $\dfrac{x+1}{1+x+\ln x}$. **D.** $\dfrac{x}{1+x+\ln x}$.

Câu 39. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. 102.423.000 đồng. **B.** 102.016.000đồng. **C.** 102.017.000đồng. **D.** 102.424.000 đồng.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)^2(2x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 41. Cho hàm số $y=\dfrac{x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d):2x+y=m$, với m là tham số. Biết rằng với mọi giá trị của m thì (d) luôn cắt (C) tại hai điểm A,B. Tìm độ dài nhỏ nhất của đoạn AB.

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x-6}{\ln x-2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e)$. Tìm số phần tử của S.

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, biết hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=-2$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-1)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{f(x)-f(1)}}$

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-(2m+1)x^2+(3-m)x+2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m\ge 3$. **B.** $\dfrac{-1}{2}<m$. **C.** $m>3$. **D.** $-\dfrac{1}{2}<m\le 3$.

Câu 45. Cho các số thực x,y thỏa mãn điều kiện $x>y>1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=\log^2_{\frac{x}{y}}(x^2)+3\log_y\dfrac{x}{y}$ là

A. 15. **B.** 16. **C.** 13. **D.** 14.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[1;3]$ và có bảng biến thiên như sau

x	1		2		3
$f'(x)$		+	0	–	
$f(x)$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x+1)=\dfrac{m}{x^2-4x+5}$ có nghiệm trên khoảng $(1;2)$?

A. 4. **B.** 10. **C.** 0. **D.** 5.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD. Gọi H_1 là khối đa diện có các đỉnh A, B, C, D, P, Q và H_2 là khối đa diện có các đỉnh là A, B, C, D, M, N. Tính thể tích phần chung của hai khối đa diện H_1 và H_2 theo V.

A. $\dfrac{V}{2}$. **B.** $\dfrac{3V}{8}$. **C.** $\dfrac{4V}{9}$. **D.** $\dfrac{5V}{12}$.

Câu 48. Biết đường thẳng $y=x-2$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ x_A, x_B. Giá trị của biểu thức x_A+x_B bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 49. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=(x-1)\ln x$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{e};e\right]$. Khi đó $M+m$ bằng

A. $\dfrac{e^2-1}{e}$. **B.** $\dfrac{1}{e}$. **C.** $e-1$. **D.** $\dfrac{e-1}{e}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC\cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $BC=a\sqrt{2}$ và góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

---------- **HẾT** ----------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG – NAM ĐỊNH
ĐỀ THI KSCL LẦN 1 NĂM HỌC 2021 - 2022
TOÁN 12
Thời gian:90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1. Tập xác định D hàm số $y=\log_3\left(2x+1\right)$ là

A. $D=\left(0;+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số $y=\log_3\left(2x+1\right)$ xác định khi $2x+1>0\Leftrightarrow x>-\dfrac{1}{2}$.

Câu 2. Cho a,b là các số thực dương, m là một số nguyên và n là một số nguyên dương. Tìm khẳng định **sai**.

A. $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$. **B.** $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[m]{a^n}$. **C.** $\dfrac{a^m}{b^m}=\left(\dfrac{a}{b}\right)^m$. **D.** $\left(ab\right)^m=a^m.b^m$.

Lời giải

Chọn B

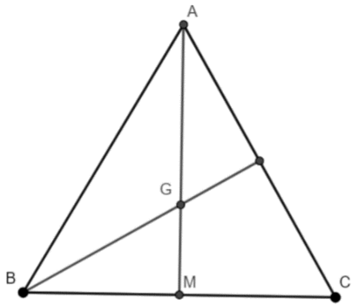
Ta có $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$.

Câu 3. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối trụ có hai đáy là hai đường tròn ngoại tiếp các tam giác ABC và $A'B'C'$ là:

A. $\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{3\pi a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{2\pi a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Khối trụ có chiều cao bằng chiều cao lăng trụ nên $h=2a$.

Xét đường tròn đáy ngoại tiếp tam giác đều ABC nên theo hình vẽ ta có:

Bán kính $R=GA=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{2}{3}\left(AB.\sin 60^\circ\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó thể tích của khối trụ là $V=\pi R^2h=\dfrac{2\pi a^3}{3}$.

Câu 4. Một hình nón có chiều cao bằng 4 và bán kính đáy bằng 3 có diện tích toàn phần bằng:

A. 24π. **B.** 15π. **C.** 9π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn A

Diện tích toàn phần của nón là $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2=\pi r\sqrt{r^2+h^2}+\pi r^2=24\pi$.

Câu 5. Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi thiết diện qua trục bằng $10a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng.

A. πa^3. **B.** $3\pi a^3$. **C.** $5\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thiết diện qua trục là một hình chữ nhật có độ dài tương ứng là $2r$ và h (r, h tương ứng là bán kính đáy và chiều cao của trụ).

Do đó $2(2r+h)=10 \Rightarrow h=3a$.

Vậy thể tích của khối trụ đã cho là: $V=\pi r^2 h=3\pi a^3$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và đường thẳng $y=-1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và đường thẳng $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ nên đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và đường thẳng $y=-1$.

Câu 7. Tính đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2-\sin x+2}$.

A. $y'=(x^2-\sin x+2)2^{x^2-\sin x+1}$. **B.** $y'=(2x-\cos x)2^{x^2-\sin x+2}\ln 2$.

C. $y'=2^{x^2-\sin x+2}\ln 2$. **D.** $y'=(2x-\cos x)2^{x^2-\sin x+2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=(x^2-\sin x+2)'\,2^{x^2-\sin x+2}\ln 2$

$=(2x-\cos x)2^{x^2-\sin x+2}\ln 2$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại $y_{CĐ}$ và giá trị cực tiểu y_{CT} của tích của khối trụ có hai đáy là hai đường

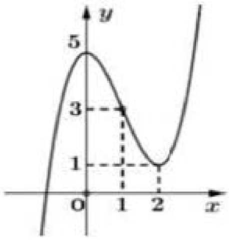
A. $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=0$. **B.** $y_{CĐ}=3$ và $y_{CT}=-2$.

C. $y_{CĐ}=-2$ và $y_{CT}=2$. **D.** $y_{CĐ}=2$ và $y_{CT}=0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.

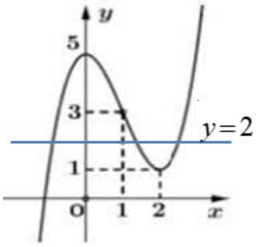


Phương trình $f\left(x\right)=2$ có bao nhiêu nghiệm thực?

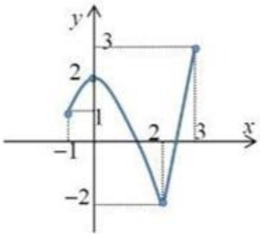
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B



Câu 10. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-1;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-1;3\right]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Ta có $M=\max\limits_{[-1;3]} f\left(x\right)=3, m=\min\limits_{[-1;3]} f\left(x\right)=-2$ suy ra $M-m=5$.

Câu 11. Cho hàm số $y=x^3-3x+5$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $\left(-1;7\right)$. **B.** $\left(7;-1\right)$. **C.** $\left(3;1\right)$. **D.** $\left(1;3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2-3$.

$$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=3 \\ x=-1\Rightarrow y=7 \end{array}\right.$$

$y''=6x$

$y''\left(1\right)=6>0$

Nên điểm cực tiểu của ĐTHS là $\left(1;3\right)$.

Câu 12. Một lăng trụ có diện tích đáy bằng 5 và chiều cao bằng 6 có thể tích bằng.

A. 12. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

$V = B.h = 5.6 = 30.$

Câu 13. Một mặt cầu có diện tích bằng 4π thì thể tích của khối cầu đó bằng:

A. $\dfrac{4\pi}{3}$. **B.** 2π. **C.** 3π. **D.** 6π.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S = 4\pi R^2 \Rightarrow R = 1$.

$V = \dfrac{4\pi}{3}R^3 = \dfrac{4\pi}{3}.$

Câu 14. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **B.** $y = \dfrac{x+1}{x+3}$. **C.** $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$. **D.** $y = -x^3 + x + 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y = -x^3 + 3x^2 - 9x \Rightarrow y' = -3x^2 + 6x - 9 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 9x$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 15. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

$y' < 0, \forall x \in (0;2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = (2x^2 - 5x + 2)^{-7}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right) \cup (2;+\infty)$.

C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{1}{2};2\right\}$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};2\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là $2x^2-5x+2\neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 2 \\ x\neq \frac{1}{2} \end{cases}.$

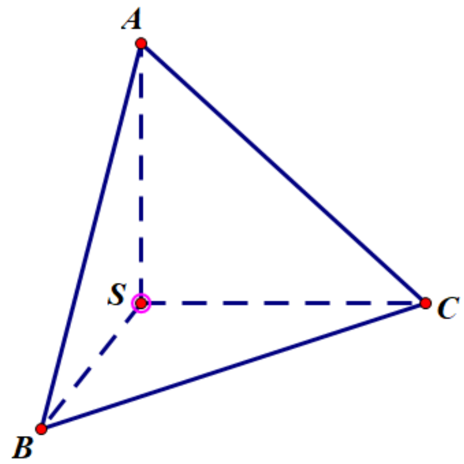
Vậy tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2};2\right\}$.

Câu 17. Cho hình chóp $SABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA=a; SB=b; SC=c.$ Tính thể tích khối chóp $SABC.$

A. $\frac{abc}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}abc}{3}$. **C.** $\frac{abc}{6}$. **D.** $\frac{abc}{4}$.

Lời giải

Chọn C



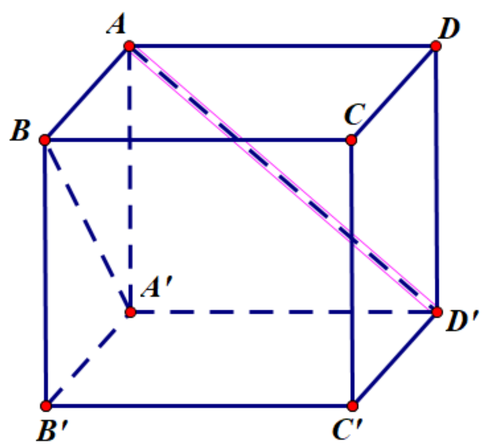
$V_{SABC}=\frac{1}{3}SA.\frac{1}{2}SB.SC=\frac{abc}{6}.$

Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD' bằng

A. 60^o. **B.** 120^o. **C.** 90^o. **D.** 45^o.

Lời giải

Chọn A



Ta có $A'B // D'C$, nên góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD' bằng góc giữa hai đường thẳng $D'C$ và AD' và là góc $\widehat{AD'C} \Rightarrow \widehat{AD'C}=60^o$;

Mà tam giác ACD' là tam giác đều nên góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD' bằng 60^o.

Câu 19. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m-156$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox. Tổng các giá trị của S bằng.

A. 156. **B.** 313. **C.** 312. **D.** 157.

Lời giải

Chọn B

Với mọi số thực x, ta có $y' = 4x^3 - 4x = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$

Ta có $y_{(0)} = m - 156;\ y_{(\pm 1)} = m - 157$.

Yêu cầu bài toán $\left[\begin{array}{l} m - 156 = 0 \\ m - 157 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 156 \\ m = 157 \end{array}\right.$. Vậy tổng các giá trị của S bằng 313.

Câu 20. Cho $\log_3 5 = a; \log_5 7 = b$, khi đó $\log_{45} 175$ bằng.

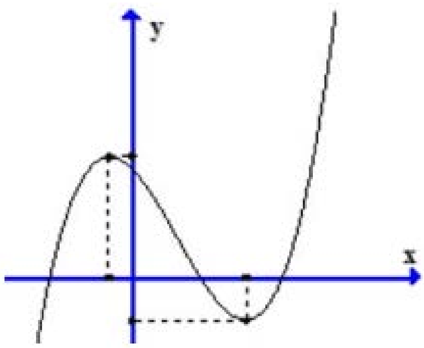
A. $\dfrac{a(a+b)}{2+a}$. **B.** $\dfrac{a+b}{2+a}$. **C.** $\dfrac{a(2+b)}{2+a}$. **D.** $\dfrac{2(2+b)}{2+a}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{45} 175 = \dfrac{\log_5 5^2.7}{\log_5 3^2.5} = \dfrac{2+b}{1+2\log_5 3} = \dfrac{2+b}{1+\dfrac{2}{a}} = \dfrac{a(2+b)}{2+a}$.

Câu 21. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$ **D.** $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy: $a > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương $\Rightarrow d > 0$.

Hàm số có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} > 0 \\ x_1 x_2 = \dfrac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{b}{a} < 0 \\ \dfrac{c}{a} < 0 \end{cases} \Rightarrow b < 0; c < 0.$$

Câu 22. Cho hàm số $y = -x^3 - mx^2 + (4m+9)x + 5$, với m là tham số. Số giá trị nguyên của m để hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow y' = -3x^2 - 2mx + 4m + 9 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 < 0 (ld) \\ \Delta' = m^2 + 3(4m+9) \le 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m^2 + 12m + 27 \le 0 \Leftrightarrow -9 \le m \le -3$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-9; -8; -7; -6; ....; -3\}$

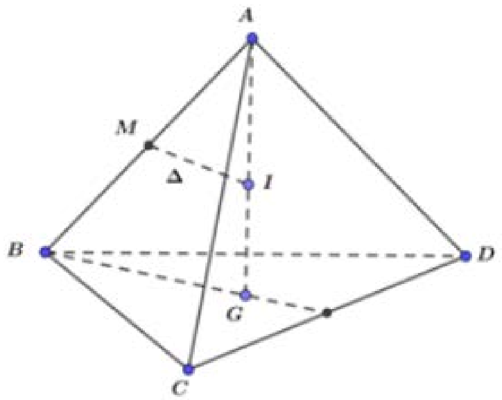
Vậy có 7 số nguyên thỏa mãn.

Câu 23. Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đều cạnh a có bán kính bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi G là trọng tâm ΔBCD, ta có $AG \perp (BCD)$ nên AG là trục của ΔBCD.

Gọi M là trung điểm của AB.

Qua M dựng đường thẳng $\Delta \perp AB$, gọi $\{I\} = \Delta \cap AG$.

Do đó mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ có tâm là I và bán kính $R = LA$.

Ta có ΔAMI và ΔAGB là hai tam giác vuông đồng dạng nên: $\frac{AI}{AB} = \frac{AM}{AG} \Rightarrow AI = AB \cdot \frac{AM}{AG}$.

Do $AB = a, AM = \frac{a}{2}, AG = \sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Khi đó $R = AI = a \cdot \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{6}}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB và SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA = SB = SC = 3$ Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Gọi $d\left(S; (ABC)\right) = h$

Ta có: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SB^2} + \frac{1}{SC^2} = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} = \frac{1}{3}$.

Suy ra $h^2 = 3 \Leftrightarrow h = \sqrt{3}$

Câu 25. Cho hai số dương $a,b,a\neq 1$, thỏa mãn $\log_{a^2}b+\log_a b^2=2$. Tính $\log_a b$.

A. 4. **B.** 2. **C.** $\frac{8}{5}$. **D.** $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^2}b+\log_a b^2=2\Leftrightarrow\frac{1}{2}\log_a b+2\log_a b=2\Leftrightarrow\log_a b=\frac{4}{5}$

Câu 26. Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{2x-1}$ với trục Ox. Tiếp tuyến tại A với đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc là

A. $k=-\frac{5}{9}$. **B.** $k=\frac{1}{3}$. **C.** $k=\frac{5}{9}$. **D.** $k=-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

+ Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại $A(2;0)$.

+ Ta có $y'=\frac{3}{(2x-1)^2}\Rightarrow y'(2)=\frac{1}{3}$.

+ Vậy tiếp tuyến tại A với đồ thị hàm số đã cho có hệ số góc là $k=\frac{1}{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $y=x^3+(m^2+1)x+m^2-2$. Tìm số thực dương m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;2]$ bằng 2.

A. $m=1$. **B.** $m=4$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2+m^2+1\Rightarrow y'>0,\forall x\in[0;2]\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên $[0;2]$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;2]$ bằng 2

$\Leftrightarrow y(0)=2\Leftrightarrow m^2-2=2\Rightarrow m=2$ (vì m dương).

Câu 28. Cho hàm số $y=\frac{x+b}{ax-2},(ab\neq -2)$. Biết rằng a,b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d:3x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có $y'=\frac{-2-ab}{(ax-2)^2}\Rightarrow y'(1)=\frac{-2-ab}{(a-2)^2}$.

+ $A(1;-2)$ thuộc đò thị hàm số nên $-2=\frac{1+b}{a-2}\Leftrightarrow 1+b=-2(a-2)\Leftrightarrow b=-2a+3$.

+ Vậy tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d:y=-3x+4$ nên

$y'(1)=-3\Leftrightarrow\frac{-2-ab}{(a-2)^2}=-3\Leftrightarrow 2+a(-2a+3)=3(a-2)^2\Leftrightarrow a^2-3a+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2\\a=1\end{array}\right.$.

+TH1: $a=2\Rightarrow b=-1\Rightarrow ab=-2$ (loại).

+TH2: $a=1\Rightarrow b=1\Rightarrow a-3b=-2$.

Câu 29. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m+1)x-3}{x-m+3}$ có tiệm cận ngang $y=-2$ thì có tiệm cận đứng có phương trình:

A. $y=-3$. **B.** $x=6$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-6$.

Lời giải

Chọn D

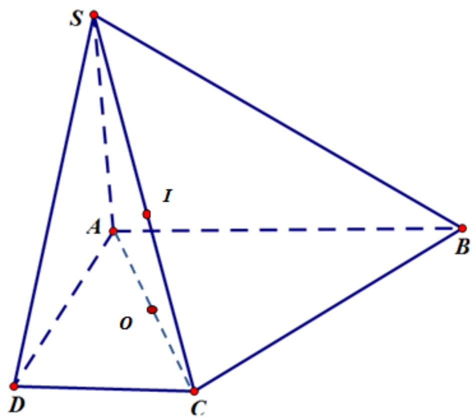
Do đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=-2$ nên $m+1=-2 \Rightarrow m=-3$. Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số có phương trình: $x=-6$.

Câu 30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D với $AB=2a; AD=DC=a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Tính chu vi giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ACD$:

A. πa. **B.** $\sqrt{2}\pi a$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\pi a$. **D.** $\dfrac{\pi a}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là trung điểm của AC, I là trung điểm của SC.

Do tam giác ADC vuông tại D nên O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ADC.

Mặt khác $OI//SA$ nên $OI \perp (DAC)$ suy ra $IA=DI=IC=SI$. Hay I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ACD$. Bán kính mặt cầu $R=\dfrac{SC}{2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Giả sử mặt phẳng (SAB) cắt mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ACD$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính r. Ta có $r=\sqrt{R^2-h^2}$ trong đó $h=d(I,(SAB))$.

Lại có $d(I;(SAB))=\dfrac{1}{2}d(C;(SAB))=\dfrac{1}{2}d(D,(SAB))=\dfrac{1}{2}DA=\dfrac{1}{2}a$.

Vậy $r=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$ nên chu vi đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ACD$ là: $C=2\pi r=\sqrt{2}\pi a$.

Câu 31. Cho tam giác ABC cân tại A có $AB=AC=a$ và có góc A bằng 120^0. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh BC thì đường gấp khúc BAC tạo thành khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi\sqrt{3}a^3}{12}$.

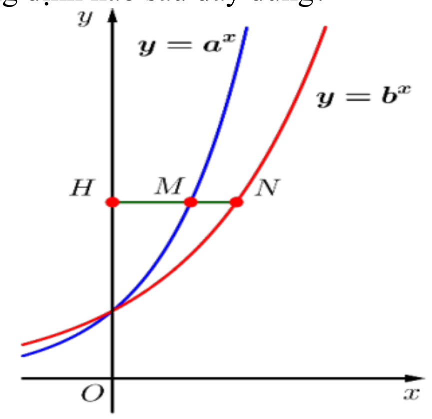
Lời giải

Chọn D

Khi quay tam giác ABC quanh cạnh BC thì đường gấp khúc BAC tạo thành hai khối nón tròn xoay có đường cao $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và bán kính $R=\dfrac{a}{2}$.

Vậy thể tích của khối tròn xoay là $V=2.\left(\dfrac{1}{3}\pi.\dfrac{a^2}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)=\dfrac{a^3\pi\sqrt{3}}{12}$.

Câu 32. Cho các hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ với a,b là những số thực dương khác 1, có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y=3$ cắt trục tung, đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ lần lượt tại H,M,N. Biết rằng $2HM=3MN$, khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a^5=b^3$ **B.** $3a=5b$ **C.** $a^2=b^3$ **D.** $a^3=b^5$

Lời giải

Chọn D

$2HM=3MN\Rightarrow HM=\dfrac{3}{5}HN$.

Gọi $M\left(x_1;3\right)\in y=a^x\Rightarrow x_1=\log_a 3$.

$N\left(x_1;3\right)\in y=b^x\Rightarrow x_2=\log_b 3$.

Khi đó

$HM=\dfrac{3}{5}HN\Leftrightarrow \log_a 3=\dfrac{3}{5}\log_b 3\Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_3 a}=\dfrac{3}{5\log_3 b}\Leftrightarrow \log_3 a=\dfrac{5}{3}\log_3 b\Leftrightarrow a=b^{\frac{5}{3}}\Leftrightarrow a^3=b^5$.

Câu 33. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác cân tại $A, AB=a$ và góc A bằng 30^0. Cạnh bên $SA=2a$ và $SA\perp\left(ABC\right)$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB và SC. Khi đó thể tích khối đa diện có các đỉnh A,B,C,M,N bằng

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3}{8}$.

Lời giải

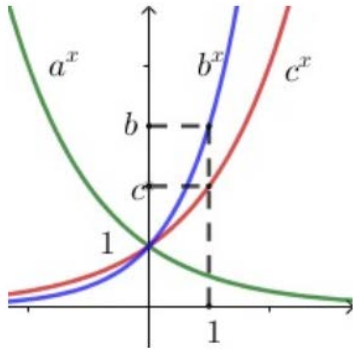
Chọn D

Ta có $V_{SABC}=\dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{1}{2}a.a.\sin 30^0=\dfrac{a^3}{6}$.

$\dfrac{V_{SAMN}}{V_{SABC}}=\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow V_{SAMN}=\dfrac{a^3}{24}$.

Vậy $V_{AMNBC} = \frac{a^3}{6} - \frac{a^3}{24} = \frac{a^3}{8}$

Câu 34. Cho a, b, c là ba số thực dương khác 1. Đồ thị hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$ được cho ở hình vẽ dưới đây. Mệnh nào nào sau đây đúng?



A. $a < b < c$. **B.** $b < c < a$. **C.** $c < a < b$. **D.** $a < c < b$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, dễ thấy $\begin{cases} 0 < a < 1 \\ b, c > 1 \end{cases}$.

Đường thẳng $x = 1$ cắt hai đồ thị $y = b^x$, $y = c^x$ lần lượt tại b, c và ta thấy $b > c$.

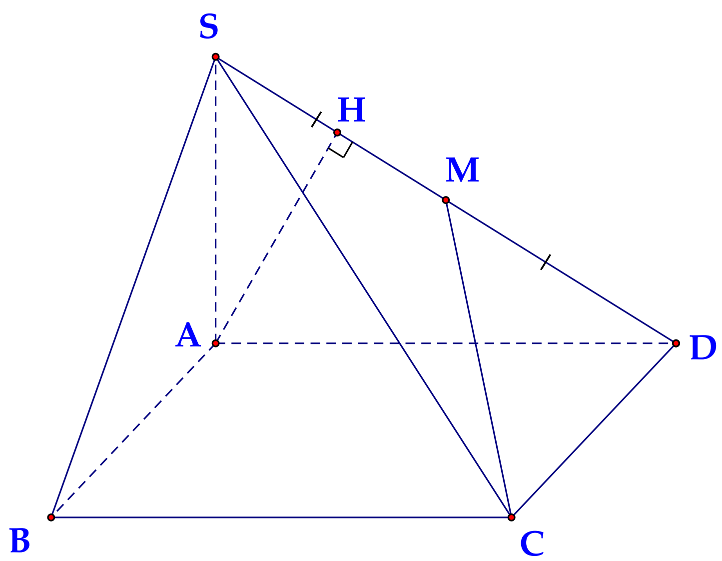
Vậy $a < c < b$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm SD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM.

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $AB // CD$ nên $AB // (SCD)$.

Khi đó $d(AB, CM) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow (SCD) \perp (SAD)$.

Trong mặt phẳng (SAD) vẽ $AH \perp SD$ tại H.

Khi đó $\begin{cases} (SAD) \perp (SCD) \\ (SAD) \cap (SCD) = SD \\ \text{Trong}(SAD): AH \perp SD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD) \Rightarrow d\left(A;(SCD)\right) = AH$.

Ta có $AH = \dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}.a}{\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 + a^2}} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(AB, CM) = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Cho x và y là hai số thực dương thỏa mãn $5x^2 + 2y^2 + 5 = 2x + 4y + 4xy$. Xét các hệ thức sau:

Hệ thức 1. $\ln(x+1) + \ln(y+1) = \ln\left(x^2 + y^2 + 1\right)$.

Hệ thức 2. $\ln\left(x^2+1\right) + \ln(y+1) = \ln\left(y^2+1\right) + \ln(x+1)$.

Hệ thức 3. $\ln(x + y + 3xy + 1) = \ln(x+y)$.

Hệ thức 4. $\ln(x + y + 2xy + 2) = 2\ln(x+y)$.

Trong các hệ thức trên, có bao nhiêu hệ thức đúng?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có $5x^2 + 2y^2 + 5 = 2x + 4y + 4xy$

$\Leftrightarrow \left(4x^2 - 4xy + y^2\right) + \left(x^2 - 2x + 1\right) + \left(y^2 - 4y + 4\right) = 0$

$\Leftrightarrow (2x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (2x-y)^2 = 0 \\ (x-1)^2 = 0 \\ (y-2)^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$.

Hệ thức 1. $\ln(x+1) + \ln(y+1) = \ln\left(x^2 + y^2 + 1\right) \Leftrightarrow \ln 2 + \ln 3 = \ln 6$ (đúng).

Hệ thức 2. $\ln\left(x^2+1\right) + \ln(y+1) = \ln\left(y^2+1\right) + \ln(x+1) \Leftrightarrow \ln 2 + \ln 3 = \ln 5 + \ln 2$ (sai).

Hệ thức 3. $\ln(x + y + 3xy + 1) = \ln(x+y) \Leftrightarrow \ln 10 = \ln 3$ (sai).

Hệ thức 4. $\ln(x + y + 2xy + 2) = 2\ln(x+y) \Leftrightarrow \ln 9 = 2\ln 3$ (đúng).

Vậy có 2 hệ thức đúng.

Câu 37. Cho x, y là hai số nguyên thỏa mãn: $3^x.6^y = \dfrac{2^{15}.6^{40}}{9^{50}.12^{25}}$. Tính $x.y$?

A. -445. **B.** -755. **C.** -450. **D.** -425.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$3^x.6^y=\frac{2^{15}.6^{40}}{9^{50}.12^{25}}\Leftrightarrow 3^x.3^y.2^y=\frac{2^{15}.2^{40}.3^{40}}{3^{100}.3^{25}.2^{50}}\Leftrightarrow 3^{x+y}.2^y=3^{-85}.2^5$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x+y=-85\\ y=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-90\\ y=5\end{cases}\Rightarrow xy=-450$$

Câu 38. Cho hàm số $y=\frac{1}{x+1+\ln x}$ với $x>0$. Khi đó $-\frac{y'}{y^2}$ bằng

A. $1+\frac{1}{x}$. **B.** $\frac{x}{x+1}$. **C.** $\frac{x+1}{1+x+\ln x}$. **D.** $\frac{x}{1+x+\ln x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=\frac{1}{x+1+\ln x}\Rightarrow\frac{1}{y}=x+1+\ln x\Rightarrow\left(\frac{1}{y}\right)'=(x+1+\ln x)'\Leftrightarrow-\frac{y'}{y^2}=1+\frac{1}{x}$.

Câu 39. Một người gửi 100 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,4% / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau 6 tháng, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. 102.423.000 đồng. **B.** 102.016.000đồng. **C.** 102.017.000đồng. **D.** 102.424.000 đồng.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức lãi kép ta có sau đúng 6 tháng, người đó lĩnh được số tiền:

Ta có: $A_n=A_0(1+r)^n=100.000.000\left(1+\frac{0,4}{100}\right)^6=102.424.128$

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)^2(2x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\\ x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có 1 cực trị.

Cách khác: Số điểm cực trị của hàm số là số nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x)=0$ nên đáp án là 1 điểm cực trị.

Câu 41. Cho hàm số $y=\dfrac{x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d):2x+y=m$, với m là tham số. Biết rằng với mọi giá trị của m thì (d) luôn cắt (C) tại hai điểm A,B. Tìm độ dài nhỏ nhất của đoạn AB.

A. $6\sqrt{2}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$$\frac{x-4}{x+1}=m-2x \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ 2x^2+(3-m)x-m-4=0 \ (*) \end{cases}$$

Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $(*)$, suy ra $A(x_1;\, m-2x_1)$, $B(x_2;\, m-2x_2)$

$$\Rightarrow AB=\sqrt{5(x_1-x_2)^2}=\sqrt{5\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]}=\sqrt{5\left(\frac{m-3}{2}\right)^2-20.\frac{-m-4}{2}}$$
$$=\frac{1}{2}\sqrt{5m^2+10m+205}=\frac{1}{2}\sqrt{5(m+1)^2+200}\geq 5\sqrt{2}$$

(vì $(m+1)^2\geq 0,\ \forall m$)

Dấu bằng xảy ra khi $m=-1$. Vậy độ dài AB nhỏ nhất bằng $5\sqrt{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x-6}{\ln x-2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;\, e)$. Tìm số phần tử của S.

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét $y=\dfrac{\ln x-6}{\ln x-2m}$ có đk $\begin{cases}\ln x\neq 2m \\ x>0\end{cases}$

Vì $x\in(1;\, e)$ nên $\ln x\in(0;1)$

Ta có $y'=\dfrac{6-2m}{(\ln x-2m)^2}.\dfrac{1}{x}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;\, e)$ $\Leftrightarrow \begin{cases}6-2m>0 \\ 2m\notin(0;1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<3 \\ m\notin\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\end{cases}$

Mà m nguyên dương nên $m\in\{1;2\}$. Vậy số phần tử của S là 2.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, biết hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=-2$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(x-1)\left(\sqrt{x}+2\right)}{\sqrt{f(x)-f(1)}}$

A. 5. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x \ge 0$.

Vì hàm số đạt cực đại tại $x = 3$ và đạt cực tiểu tại $x = -2$ nên hệ số $a < 0$.

Xét $x \to +\infty \Rightarrow f(x) - f(1) \to -\infty$. Do đó hàm số đề bài không có tiệm cận ngang.

Xét $f(x) - f(1) = 0 \Leftrightarrow f(x) = f(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = a < -2 \notin [0;+\infty) \\ x = b > 3 \end{array}\right.$.

Khi $\lim\limits_{x\to 1} y = \dfrac{0}{0}$: không xác định.

$\lim\limits_{x\to b} y = +\infty$: đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = b > 3$.

Vậy đồ thị hàm số đề bài có duy nhất 1 tiệm cận đứng.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m+1)x^2 + (3-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m \ge 3$. **B.** $\dfrac{-1}{2} < m$. **C.** $m > 3$. **D.** $-\dfrac{1}{2} < m \le 3$.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số $y = f(|x|)$ có 3 điểm cực trị thì hàm số $y = f(x)$ có đúng 1 cực trị dương.

Khi đó $f'(x) = 3x^2 - 2(2m+1)x + 3 - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm dương và nghiệm còn lại phải bé hơn hoặc bằng 0. Suy ra

$$\begin{cases} \Delta' = (2m+1)^2 - 3(3-m) > 0 \\ x_1x_2 = \dfrac{3-m}{3} \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 + 7m - 8 > 0 \\ 3 - m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 3 \\ \left[\begin{array}{l} m < \dfrac{-7-\sqrt{177}}{8} \\ m > \dfrac{-7+\sqrt{177}}{8} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 3.$$

Câu 45. Cho các số thực x, y thỏa mãn điều kiện $x > y > 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = \log^2_{\frac{x}{y}}(x^2) + 3\log_y \dfrac{x}{y}$ là

A. 15. **B.** 16. **C.** 13. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A

Ta có $T = \log^2_{\frac{x}{y}}(x^2) + 3\log_y \dfrac{x}{y} = \left(\dfrac{1}{\log_{x^2}\dfrac{x}{y}}\right)^2 + 3\log_y x - 3 = \left(\dfrac{1}{\log_{x^2} x - \log_{x^2} y}\right)^2 + 3\log_y x - 3$

$= \left(\dfrac{1}{\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\log_x y}\right)^2 + \dfrac{3}{\log_x y} - 3$.

Đặt $t=\log_x y$; do $x>y>1\Rightarrow t\in(0;1)$. Khi đó $T=\dfrac{4}{(1-t)^2}+\dfrac{3}{t}-3$.

Xét hàm số $g(t)=\dfrac{4}{(1-t)^2}+\dfrac{3}{t}-3,\ t\in(0;1)$.

$g'(t)=\dfrac{8}{(1-t)^3}-\dfrac{3}{t^2}$; $g'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{3}$.

t	0		$\frac{1}{3}$		1
$g'(t)$			0		
$g(t)$	$+\infty$	$\searrow$	15	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $\min\limits_{(0;1)} g(t)=g\left(\dfrac{1}{3}\right)=15$.

Vậy $T_{\min}=15$, khi $\log_x y=\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow y^3=x,(1<y<x)$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[1;3]$ và có bảng biến thiên như sau

x	1		2		3
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	3

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x+1)=\dfrac{m}{x^2-4x+5}$ có nghiệm trên khoảng $(1;2)$?

A. 4. **B.** 10. **C.** 0. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x+1)=\dfrac{m}{x^2-4x+5}\Leftrightarrow m=\left(x^2-4x+5\right).f\left(x+1\right)$. (1)

Xét $g(x)=\left(x^2-4x+5\right).f\left(x+1\right)$; $x\in(1;2)$.

Có $g'(x)=(2x-4)f(x+1)+\left(x^2-4x+5\right)f'\left(x+1\right)$; vì $\forall x\in(1;2)\Rightarrow\begin{cases}2x-4<0\\ f(x+1)>0\\ x^2-4x+5>0\\ f'(x+1)<0\end{cases}$.

Suy ra $g'(x)<0,\forall x\in(1;2)$.

Do đó phương trình (1) có nghiệm $x\in(1;2)\Leftrightarrow g(2)<m<g(1)\Leftrightarrow 3<m<8$.

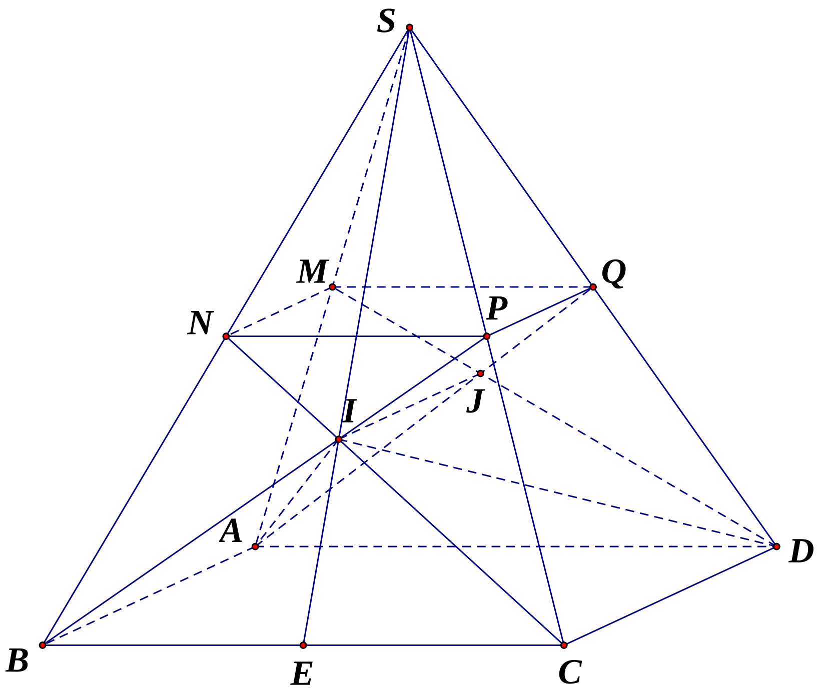
Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{4;;5;6;7\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích V và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh SA, SB, SC, SD. Gọi H_1 là khối đa diện có các đỉnh A, B, C, D, P, Q và H_2 là khối đa diện có các đỉnh là A, B, C, D, M, N. Tính thể tích phần chung của hai khối đa diện H_1 và H_2 theo V.

A. $\frac{V}{2}$. **B.** $\frac{3V}{8}$. **C.** $\frac{4V}{9}$. **D.** $\frac{5V}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E là trung điểm của BC và $I = BP \cap CN$, $J = DM \cap AQ$. Khi đó phần chung của hai khối đa diện chính là khối đa diện gồm các đỉnh A, B, C, D, I, J.

Ta có I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác SBC, SAD.

$$V_{IJABCD} = V_{IABCD} + V_{IADJ}$$

$$V_{IABCD} = \frac{1}{3}d\left(I,(ABCD)\right).S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{1}{3}d\left(S,(ABCD)\right).S_{ABCD} = \frac{1}{3}V$$

$$V_{IADJ} = \frac{1}{3}d\left(I,(ADJ)\right).S_{ADJ} = \frac{1}{3}.\frac{2}{3}d\left(E,(SAD)\right).\frac{1}{3}S_{SAD} = \frac{2}{9}.\frac{1}{3}d\left(B,(SAD)\right).S_{SAD} = \frac{2}{9}V_{BSAD} = \frac{1}{9}V$$

Vậy $V_{IJABCD} = \frac{1}{3}V + \frac{1}{9}V = \frac{4}{9}V$.

Câu 48. Biết đường thẳng $y = x - 2$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A và B có hoành độ x_A, x_B. Giá trị của biểu thức $x_A + x_B$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x - 2 = \frac{2x+1}{x-1} \Rightarrow (x-2)(x-1) = 2x+1$ với $x \neq 1$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 1 = 0 \ (*)$

x_A, x_B là hai nghiệm của phương trình $(*)$, vậy $x_A + x_B = 5$.

Câu 49. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = (x-1)\ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e}; e\right]$. Khi đó $M + m$ bằng

A. $\frac{e^2-1}{e}$. **B.** $\frac{1}{e}$. **C.** $e-1$. **D.** $\frac{e-1}{e}$.

Lời giải

Chọn C

$y' = \ln x + 1 - \frac{1}{x}$; $y'' = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} > 0 \ \forall x \in \left[\frac{1}{e}; e\right]$

$$\begin{cases} y' = \ln x + 1 - \frac{1}{x} \\ y'' = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} > 0 \ \forall x \in \left[\frac{1}{e}; e\right] \\ y'\left(\frac{1}{e}\right) = -e < 0;\ y'(e) = 2 - \frac{1}{e} > 0 \end{cases}$$

Do đó $y' = 0$ có nghiệm duy nhất $x = 1$ trên $\left[\frac{1}{e}; e\right]$

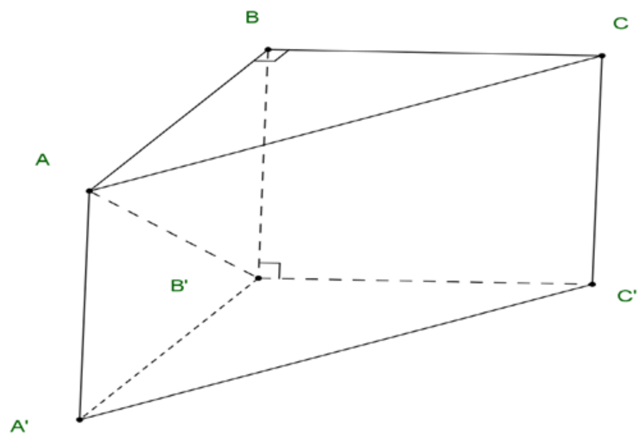
$$\begin{cases} y\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{e-1}{e} \\ y(e) = e - 1 = M \Rightarrow M + m = e - 1. \\ y(1) = 0 = m \end{cases}$$

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B có $BC = a\sqrt{2}$ và góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng 60°. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn C



$AB \perp (BB'C'C)$ nên góc giữa AB' và mặt phẳng $(ABB'A')$ đáy là $\widehat{AB'B} = 60^0$.

Tam giác ABB' vuông tại B nên $\tan 60^0 = \frac{AB}{BB'} \Rightarrow BB' = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$.

Diện tích tam giác ABC là kẻ $S_{ABC} = \frac{1}{2}BA.BC = \frac{1}{2}a\sqrt{2}.a\sqrt{2} = a^2$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $V = BB'.a^2 = \frac{a\sqrt{6}}{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

---------- HẾT ----------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI BÌNH - ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
Môn: TOÁN
Thời gian:90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?
A. 4 mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng. **C.** 2 mặt phẳng. **D.** 3 mặt phẳng.

Câu 2: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ?
A. 144. **B.** 720. **C.** 6. **D.** 72.

Câu 3: Hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ có tất cả bao nhiêu cạnh?
A. $2n-1$. **B.** $2n$. **C.** n. **D.** $2n-2$.

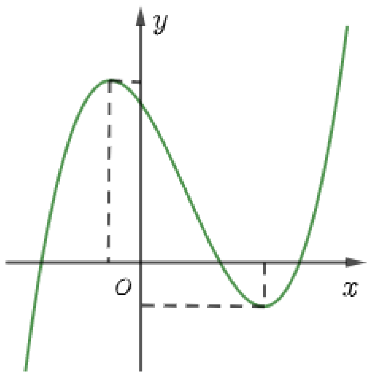
Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-1)^2(3-x)(x^2-x-1)$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu cực tiểu?
A. 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2.

Câu 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển $P(x)=\dfrac{1}{x^2}\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^{10}$.
A. $-C_{10}^3.2^7$. **B.** $C_{10}^2.2^7$. **C.** $-C_{10}^4.2^6$. **D.** $C_{10}^2.2^8$.

Câu 6: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5
A. 40. **B.** 36. **C.** 38. **D.** 32.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x^2-2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **B.** $a>0,b>0,c>0,d>0$.
C. $a>0,b<0,c>0,d<0$. **D.** $a>0,b>0,c<0,d>0$.

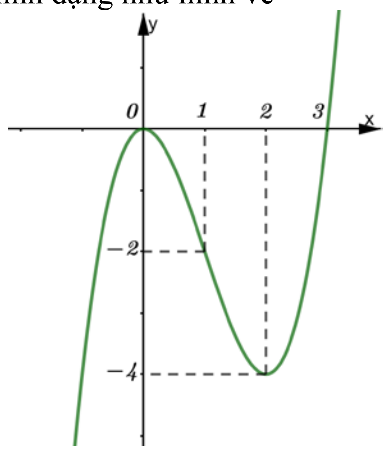
Câu 9: Tứ diện đều cạnh a có thể tích là bằng bao nhiêu
A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{18}$.

Câu 10: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^3-(m^2+1)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$. Khi đó
A. $S=\left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$. **B.** $S=\{0\}$. **C.** $S=\left\{\dfrac{3}{2};0\right\}$. **D.** $S=\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

Câu 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 12: Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ



A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=x^3-3x^2$. **D.** $y=x^3+3x^2$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$-4 \;\|\|\; +\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

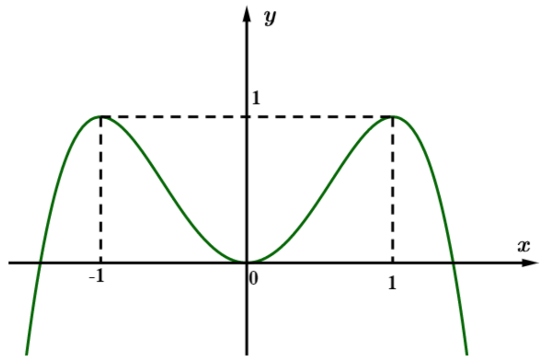
Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $x=-3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 15: Cho hàm đa thức bậc 4: $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm số nghiệm thực của phương trình $4f\left(x\right)+3=0$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 16: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và có $f'\left(x\right)=-x^2-1$ trên $\mathbb{R}$ .Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f\left(1\right)>f\left(2\right)$. **B.** $f\left(1\right)<f\left(2\right)$.

C. $f\left(0\right)+f\left(1\right)=2f\left(2\right)$. **D.** $f\left(1\right)=f\left(2\right)$.

Câu 17: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+mx^2-m-5$ có 3 điểm cực trị là

A. $m<0$. **B.** $m=1$. **C.** $m>8$. **D.** $4<m<5$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5	$\nearrow$	2

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 19: Số tập hợp con có 5 phần tử của một tập hợp có 8 phần tử khác nhau là

A. A_8^5. **B.** C_8^5. **C.** $\dfrac{8!}{5!}$. **D.** 8.

Câu 20: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

A. $f\left(x\right)=\dfrac{x-3}{x-2}$. **B.** $f\left(x\right)=\dfrac{x+3}{2-x}$ **C.** $f\left(x\right)=\dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $f\left(x\right)=\dfrac{2x-3}{x-2}$

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và $\left(SBC\right)$ vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp đó là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 22: Hàm số $y=-x^3+3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$

Câu 23: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+1$

A. $P(2;-1)$. **B.** $Q(1;3)$. **C.** $M(-1;-1)$. **D.** $N(0;1)$.

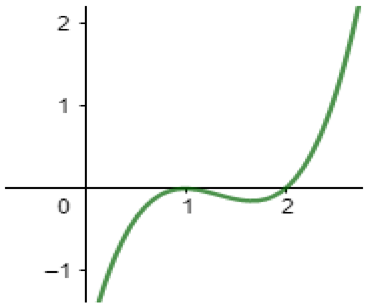
Câu 24: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$?

A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=2$.

Câu 25: Cho một khối lăng trụ có thể tích bằng $48\left(cm^3\right)$. Nếu giảm các cạnh đáy của lăng trụ đi hai lần ta được khối lăng trụ mới có thể tích là.

A. $24\left(cm^3\right)$. **B.** $12\left(cm^3\right)$. **C.** $96\left(cm^3\right)$. **D.** $48\left(cm^3\right)$.

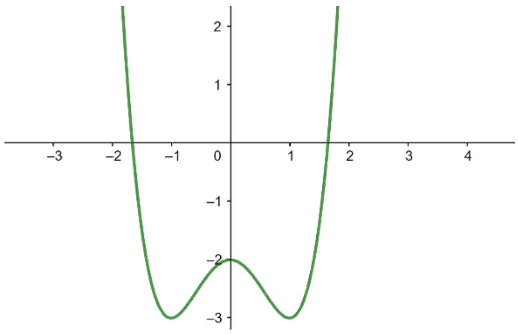
Câu 26: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 27: Đường cong của hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau.



A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^3-2x^2-2$

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$ **B.** $(-1;0)$ **C.** $(0;1)$ **D.** $(0;3)$

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B, BC = 3a, AC = a\sqrt{10}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30^o. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 31: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tỉ lệ $T = \frac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ có giá trị là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{8}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực). Gọi m_0 là giá trị của m thỏa mãn $\min_{[2;4]} y = 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 < -1$. **B.** $m_0 > 4$. **C.** $1 \le m_0 < 3$. **D.** $3 < m_0 \le 4$.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, cạnh $BC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AM, tam giác SAM vuông tại S. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{a^3}{9}$.

Câu 34: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại $A, AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm H của BC. Góc giữa AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 45^0. Thể tích khối lăng trụ là.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a, \widehat{BAC} = 120^0$. Các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng đáy góc 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{12}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **D.** $V = a^3\sqrt{2}$.

Câu 37: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{1}{x^4+1}$. **B.** $y = \frac{1}{x^2+1}$. **C.** $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $y = \frac{1}{x^2+x+1}$.

Câu 38: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $M=5$. **C.** $M=\dfrac{1}{3}$. **D.** $M=\dfrac{8}{3}$.

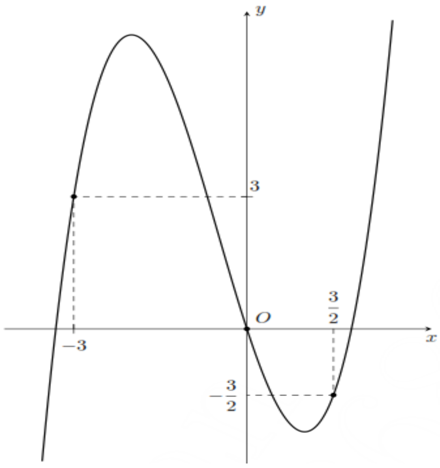
Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại $A, AB=a\sqrt{3}, AC=AA'=a$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 40: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh SA và SC; P là điểm trên cạnh SD sao cho $SP=2PD$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (MNP).

A. $\dfrac{a\sqrt{34}}{34}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{34}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{17}}{41}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{16}$.

Câu 41: Cho hàm $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Biết rằng $f(0)=0$, $f(-3)=f\left(\dfrac{3}{2}\right)=-\dfrac{19}{4}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có dạng như hình vẽ.



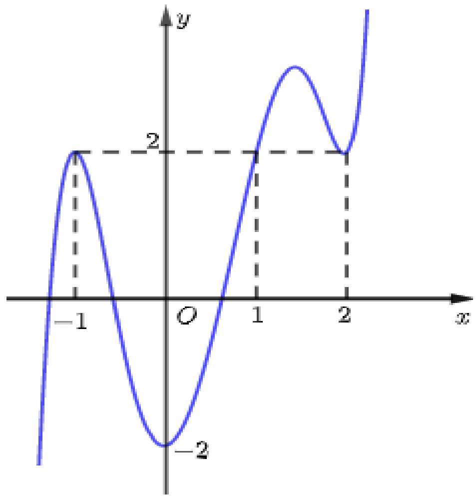
Xét hàm số $g(x)=\left|4f(x)+2x^2\right|-2m^2+1$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-50;50)$ để phương trình $g(x)=1$ có đúng hai nghiệm thực?

A. 94. **B.** 96. **C.** 47. **D.** 48.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=2a$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách từ điểm O đến SC.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

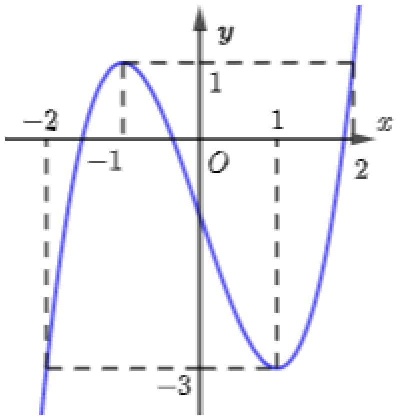
Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)=f(2x+1)-4x-3$ trên đoạn $\left[-1;\dfrac{1}{2}\right]$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(-1)+1$. **C.** $f(1)-3$. **D.** $f(2)-5$.

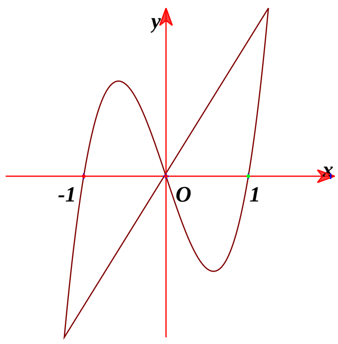
Câu 44: Cho hàm số bậc ba $f=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f\left(f(x)-m\right)=0$ có tất cả 9 nghiệm thực phân biệt?



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 45: Cho phương trình: $2x^3-mx+4=0$ (với m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất?
A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+a$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y=g(x)=f(1-2x)f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+1$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(f(x)\right)$ bằng

A. 13. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 11.

Câu 48: Cho hai số thực x,y thỏa mãn $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$

A. $P=8$. **B.** $P=10$. **C.** $P=6$. **D.** $P=4$.

Câu 49: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;...;18\}$. Chọn ngẫu nhiên 5 số từ A, xác suất để chọn được 5 số sao cho hiệu của 2 số bất kỳ trong 5 số đó có giá trị tuyệt đối không nhỏ hơn 2 bằng

A. $\frac{C_{15}^5}{C_{18}^5}$. **B.** $\frac{C_{14}^5}{C_{18}^5}$. **C.** $\frac{C_{16}^5}{C_{18}^5}$. **D.** $\frac{C_{17}^5}{C_{18}^5}$.

Câu 50: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B';BC;CC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ đã cho thành 2 phần, phần chứa điểm B có thể tích là V_1. Tỉ số $\frac{V_1}{V}$ bằng

A. $\frac{61}{144}$. **B.** $\frac{37}{144}$. **C.** $\frac{49}{144}$. **D.** $\frac{25}{144}$.

---------- **HẾT** ----------

TRƯỜNG THPT CHUYÊN THÁI BÌNH - ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
Môn: TOÁN
Thời gian:90 phút (Không kể thời gian phát đề)
HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 mặt phẳng. **B.** 1 mặt phẳng. **C.** 2 mặt phẳng. **D.** 3 mặt phẳng.

Lời giải

Chọn C

Câu 2: Có bao nhiêu cách sắp xếp 3 nữ sinh, 3 nam sinh thành một hàng dọc sao cho các bạn nam và nữ ngồi xen kẽ?

A. 144. **B.** 720. **C.** 6. **D.** 72.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Hình chóp $S.A_1A_2...A_n$ có tất cả bao nhiêu cạnh?

A. $2n-1$. **B.** $2n$. **C.** n. **D.** $2n-2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x-1)^2(3-x)(x^2-x-1)$. Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu cực tiểu?

A. 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)^2(3-x)(x^2-x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \\ x=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên ta suy ra hàm số có một cực tiểu.

Câu 5: Tìm hệ số của số hạng chứa x^2 trong khai triển $P(x)=\dfrac{1}{x^2}\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^{10}$.

A. $-C_{10}^3.2^7$. **B.** $C_{10}^2.2^7$. **C.** $-C_{10}^4.2^6$. **D.** $C_{10}^2.2^8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P(x)=\dfrac{1}{x^2}\left(2x-\dfrac{1}{x}\right)^{10}=\dfrac{1}{x^2}\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k(2x)^{10-k}.\left(\dfrac{-1}{x}\right)^k=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k.2^{10-k}.(-1)^k.x^{8-2k}$

Số hạng chứa x^2 tương ứng với $8-2k=2 \Leftrightarrow k=3$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^2 là $-C_{10}^3.2^7$.

Câu 6: Từ các chữ số $0,1,2,3,4,5$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau và chia hết cho 5

A. 40. **B.** 36. **C.** 38. **D.** 32.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên có ba chữ số khác nhau là $\overline{abc}$

Vì $\overline{abc}$ chia hết cho 5 nên $c \in \{0;5\}$.

TH 1 : $c = 0$

a có 5 cách chọn

b có 4 cách chọn

Suy ra có $5.4 = 20$ số ở trường hợp này.

TH2 : $c = 5$

a có 4 cách chọn.

b có 4 cách chọn

Suy ra có $4.4 = 16$ số ở trường hợp này.

Vậy số các số thỏa mãn bài là $20 + 16 = 36$ số.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x}{x^2 - 2x - 3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

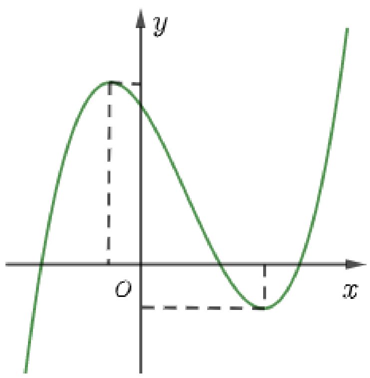
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0; \lim\limits_{x \to -1^+} y = +\infty; \lim\limits_{x \to 3^+} y = +\infty$. Vậy đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang $y = 0$, và 2 tiệm cận đứng là $x = -1; x = 3$.

Câu 8: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

C. $a > 0, b < 0, c > 0, d < 0$. **D.** $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ theo hình vẽ:

- đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0, d)$ nằm phía trên trục hoành nên $d > 0$;

- hàm số có hai cực trị trái dấu nên $ac < 0$ mà $a > 0$, do đó $c < 0$.

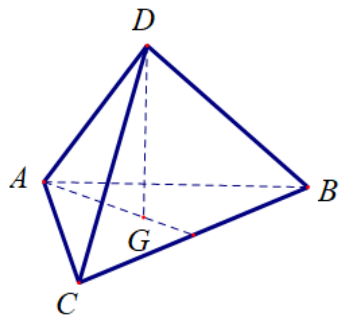
- Điểm uốn của đồ thị có hoành độ dương nên $\frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{2b}{6a} > 0 \Leftrightarrow ab < 0$. Do $a > 0$ nên $b < 0$.

Câu 9: Tứ diện đều cạnh a có thể tích là bằng bao nhiêu

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{18}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử tứ diện đều là $ABCD$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó $DG \perp (ABC)$.

$$V = \frac{1}{3}.DG.S_{ABC} = \frac{1}{3}\sqrt{DA^2 - AG^2}.S_{ABC} = \frac{1}{3}\sqrt{a^2 - \left(\frac{2}{3}a\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}.$$

Câu 10: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^3 - (m^2+1)x^2 + 2x - 3$ đạt cực tiểu tại $x = 1$. Khi đó

A. $S = \left\{-\frac{3}{2}\right\}$. **B.** $S = \{0\}$. **C.** $S = \left\{\frac{3}{2};0\right\}$. **D.** $S = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

TH1: $m = 0 \Rightarrow y = -x^2 + 2x - 3 \Rightarrow$ Hàm số chỉ có cực đại.

TH2: $m \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} y' = 3mx^2 - 2(m^2+1)x + 2 \\ y'' = 6mx - 2(m^2+1) \end{cases}$

Do hàm số đã cho là hàm bậc 3 nên điều kiện cần để hàm đạt cực tiểu tại $x = 1$ là

$$y'(1) = 0 \Leftrightarrow 3m - 2(m^2+1) + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \frac{3}{2} \end{array}\right. \Rightarrow m = \frac{3}{2}$$

Khi $m = \frac{3}{2}$ ta có

$y''(1) = 9 - 2\left(\frac{9}{4} + 1\right) = \frac{5}{2} > 0$ nên $m = \frac{3}{2}$ thỏa mãn.

Câu 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2mx^2 + 4x - 5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

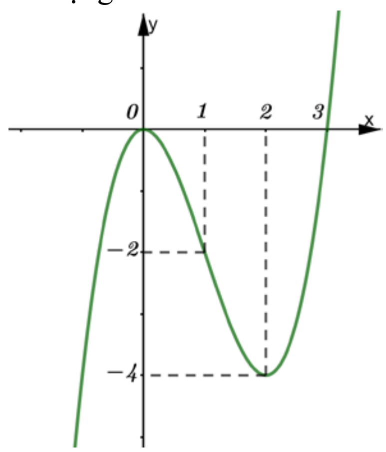
Yêu cầu bài $\Leftrightarrow y' = x^2 - 4mx + 4 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

Do y' là tam thức bậc 2 có $a = 1 > 0$ và $\Delta' = 4m^2 - 4$.

Suy ra điều kiện: $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 4m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1$

có 3 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 12: Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ



A. $y = x^3 + 3x$. **B.** $y = x^3 - 3x$. **C.** $y = x^3 - 3x^2$. **D.** $y = x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	-4 ‖ $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

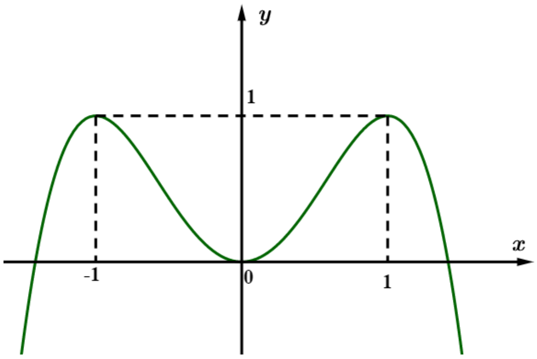
Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $x=-3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn C

Câu 15: Cho hàm đa thức bậc 4: $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

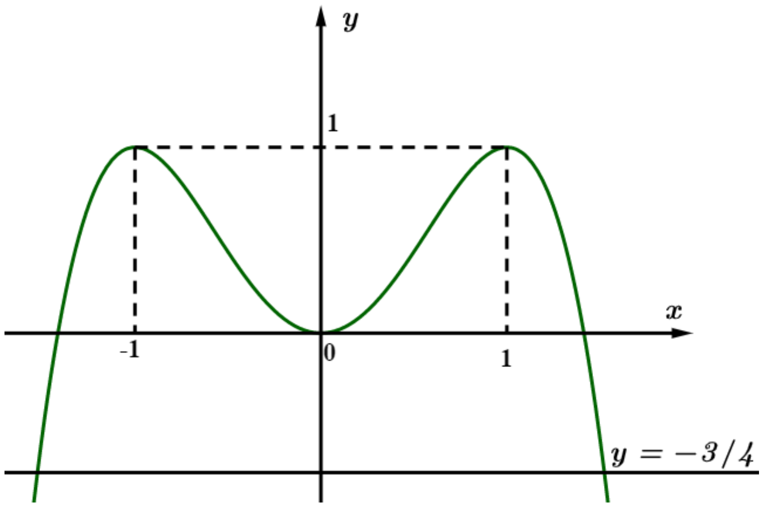


Tìm số nghiệm thực của phương trình $4f(x)+3=0$

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $4f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{4}$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có $f'(x)=-x^2-1$ trên $\mathbb{R}$ .Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(1)>f(2)$. **B.** $f(1)<f(2)$.

C. $f(0)+f(1)=2f(2)$. **D.** $f(1)=f(2)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=-x^2-1<0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $1<2 \Rightarrow f(1)>f(2)$.

Câu 17: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+mx^2-m-5$ có 3 điểm cực trị là

A. $m<0$. **B.** $m=1$. **C.** $m>8$. **D.** $4<m<5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 + 2mx = 2x\left(2x^2 + m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2x^2 = -m \end{array}\right.$.

Để hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $2x^2 = -m$ có hai nghiệm phân biệt khác 0, hay $-m > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-5	$\nearrow$	2

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Quan sát bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, giá trị cực tiểu $y = -5$.

Câu 19: Số tập hợp con có 5 phần tử của một tập hợp có 8 phần tử khác nhau là

A. A_8^5. **B.** C_8^5. **C.** $\dfrac{8!}{5!}$. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Câu 20: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	1

A. $f\left(x\right) = \dfrac{x-3}{x-2}$. **B.** $f\left(x\right) = \dfrac{x+3}{2-x}$ **C.** $f\left(x\right) = \dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $f\left(x\right) = \dfrac{2x-3}{x-2}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f\left(x\right) = 1$ suy ra đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y = 1$.

$\lim\limits_{x \to 2^-} f\left(x\right) = +\infty \Rightarrow x = 2$ mà một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Từ đó ta dễ dàng loại hai phương án B và **D.**

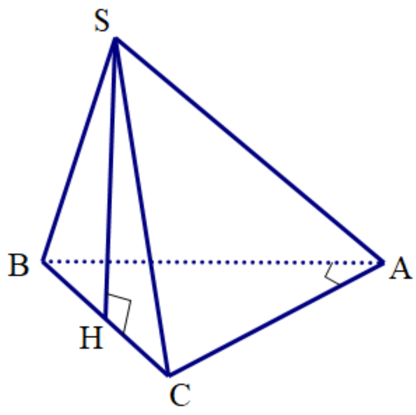
Dựa vào bảng biến thiên, nhận thấy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên đáp án A có $f'\left(x\right) = \dfrac{1}{\left(x-2\right)^2} > 0$ thỏa mãn, đáp án C có $f'\left(x\right) = \dfrac{-5}{\left(x-2\right)^2} < 0$ không thỏa mãn.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, mặt bên SBC là tam giác đều cạnh a và $\left(SBC\right)$ vuông góc với mặt đáy. Thể tích khối chóp đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của BC mà tam giác SBC đều cạnh a nên $SH \perp BC$ và $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $(SBC) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Ta có $AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC = \frac{a^2}{4}$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}\frac{a^2}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 22: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;2)$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Hàm số đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$

Câu 23: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$

A. $P(2;-1)$. **B.** $Q(1;3)$. **C.** $M(-1;-1)$. **D.** $N(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$

$y'' = -6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Mà $y''(-1)=6>0 \Rightarrow M(-1;-1)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Câu 24: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$?

A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x-1}{x-1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x-1}{x-1}=-\infty$.

Vậy đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng

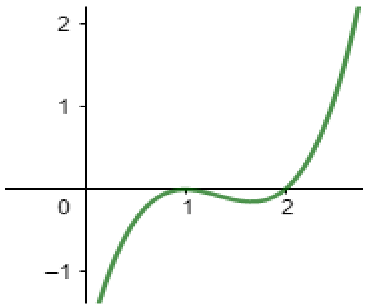
Câu 25: Cho một khối lăng trụ có thể tích bằng $48\left(cm^3\right)$. Nếu giảm các cạnh đáy của lăng trụ đi hai lần ta được khối lăng trụ mới có thể tích là.

A. $24\left(cm^3\right)$. **B.** $12\left(cm^3\right)$. **C.** $96\left(cm^3\right)$. **D.** $48\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 26: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



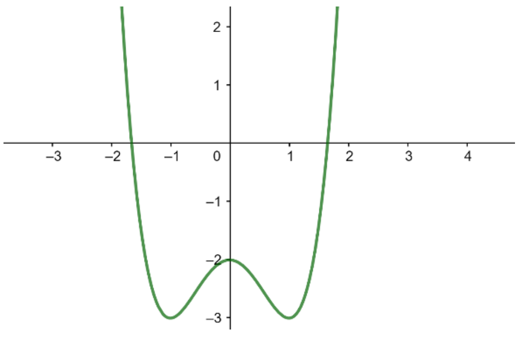
Hỏi hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 27: Đường cong của hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau.



A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=x^4-2x^2-2$. **C.** $y=-x^4+2x^2-2$. **D.** $y=x^3-2x^2-2$

Lời giải

Chọn B

Câu 28: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$ **B.** $\left(-1;0\right)$ **C.** $\left(0;1\right)$ **D.** $\left(0;3\right)$

Lời giải

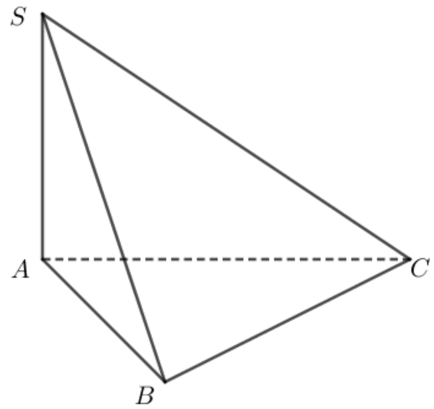
Chọn B

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại $B, BC = 3a, AC = a\sqrt{10}$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và mặt phẳng đáy bằng 30^o. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\begin{cases} AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a \\ 30^o = \widehat{SBA} \Rightarrow SA = AB.\tan 30^o = \frac{a\sqrt{3}}{3} \end{cases}$ và $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}.3a.a = \frac{3a^2}{2}$

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 30: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$ và $y'=\dfrac{m^2-9}{(x+m)^2}$.

Để hàm số $y=\dfrac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)\Leftrightarrow y'=\dfrac{m^2-9}{(x+m)^2}<0,\forall x\in(1;+\infty)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-9<0\\-m\notin(1;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<m<3\\-m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3<m<3\\m\ge -1\end{cases}\Leftrightarrow -1\le m<3.$

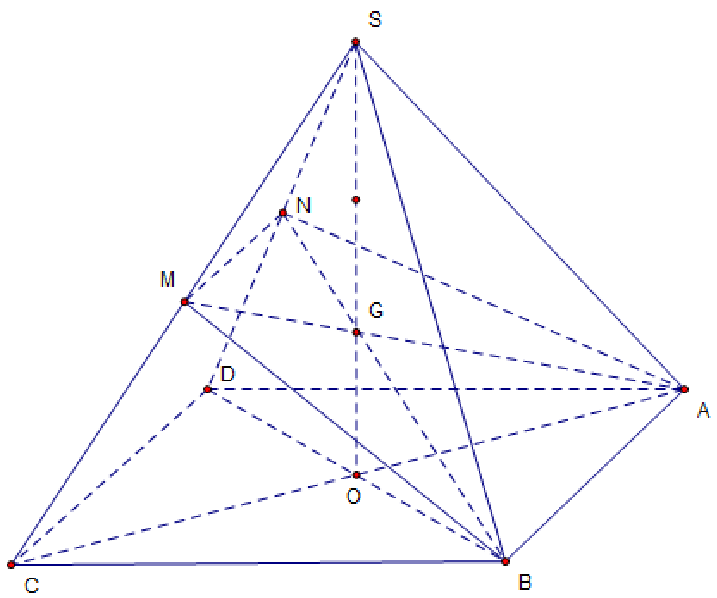
Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1;2\}$. Vậy có bốn giá trị nguyên của tham số m.

Câu 31: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Mặt phẳng (P) chứa AB và đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC,SD lần lượt tại M,N. Tỉ lệ $T=\dfrac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}$ có giá trị là

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O=AC\cap BD$. Mà $S.ABCD$ là chóp đều nên $ABCD$ là hình vuông $\Rightarrow O$ là trung điểm của AC,BD

$\Rightarrow G$ là trọng tâm của tam giác SAC thì G cũng là của tam giác SBD.

$\Rightarrow M,N$ lần lượt là trung điểm của SC,SD.

$\Rightarrow\dfrac{SM}{SC}=\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{1}{2};\dfrac{SB}{SB}=\dfrac{SD}{SD}=1$

Ta có:.

$\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SM}{SC}.\dfrac{SN}{SD}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow V_{S.AMN}=\dfrac{1}{4}V_{S.ACD}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{8}V_{S.ABCD}$.

$\dfrac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SB}{SB}.\dfrac{SM}{SC}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow V_{S.ABM}=\dfrac{1}{2}V_{S.ABC}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{4}V_{S.ABCD}$.

$V_{S.ABMN}=V_{S.AMN}+V_{S.ABM}=\dfrac{3}{8}V_{S.ABCD}\Rightarrow T=\dfrac{V_{S.ABMN}}{V_{S.ABCD}}=\dfrac{3}{8}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$ (m là tham số thực). Gọi m_0 là giá trị của m thỏa mãn $\min\limits_{[2;4]} y=3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0<-1$. **B.** $m_0>4$. **C.** $1\le m_0<3$. **D.** $3<m_0\le 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\dfrac{-m-1}{(x-1)^2}$. Với $x\neq 1$.

$+$ Nếu $-m-1>0\Leftrightarrow m<-1$

$\Rightarrow y'>0\Rightarrow$ hàm số đã cho đồng biến trên $[2;4]\Rightarrow \min\limits_{[2;4]} y=y(2)=m+2$.

Theo giả thiết: $m+2=3\Leftrightarrow m=1$(loại).

$+$ Nếu $-m-1<0\Leftrightarrow m>-1$

$\Rightarrow y'<0\Rightarrow$ hàm số đã cho nghịch biến trên $[2;4]\Rightarrow \min\limits_{[2;4]} y=y(4)=\dfrac{4+m}{3}$.

Theo giả thiết: $\dfrac{m+4}{3}=3\Leftrightarrow m=5$.

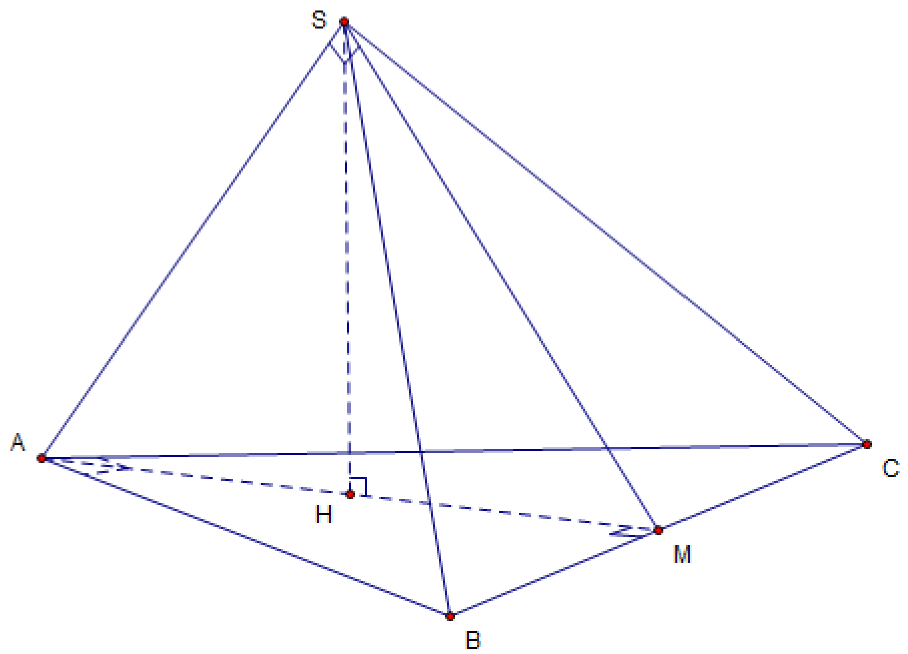
Vậy $m_0=5$..

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, cạnh $BC=2a$. Gọi M là trung điểm của BC, hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC) là trung điểm của AM, tam giác SAM vuông tại S. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của AM. Theo giả thiết: $SH \perp (ABC)$.

Ta có: $\triangle ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC = a$.

Mà $\triangle SAM$ vuông tại S và H là trung điểm của $AM \Rightarrow SH = \frac{1}{2}AM = \frac{a}{2}$.

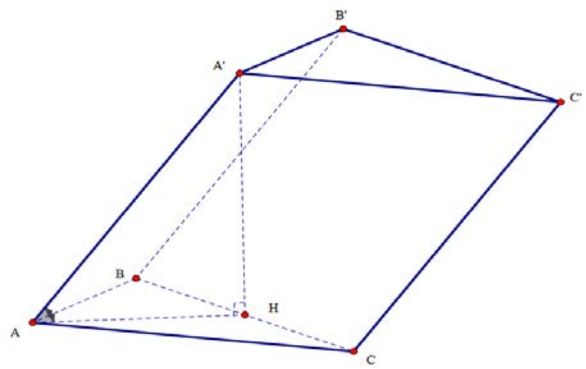
$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3}.SH.\frac{1}{2}AM.BC = \frac{a^3}{6}$.

Câu 34: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại $A, AB = a, AC = a\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) là trung điểm H của BC. Góc giữa AA' và mặt phẳng (ABC) bằng 45^0. Thể tích khối lăng trụ là.

A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{2}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

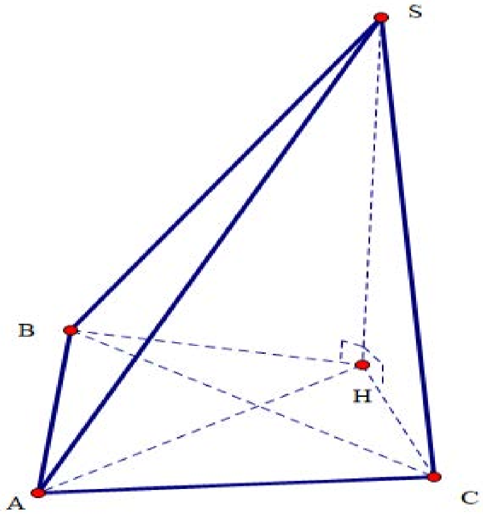


Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a, \widehat{BAC} = 120^0$. Các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng đáy góc 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là.

A. $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn D

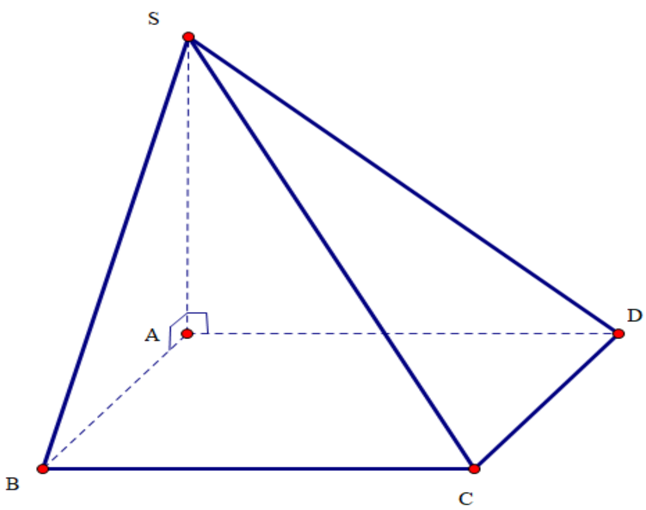


Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. SA vuông góc với đáy và SC tạo với mặt phẳng (SAB) góc 30^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **D.** $V=a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B



Câu 37: Đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ có tập xác định là $D=(0;+\infty)$.

Vì $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ có tiệm cận đứng là $x=0$.

Câu 38: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $M=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $M=5$. **C.** $M=\dfrac{1}{3}$. **D.** $M=\dfrac{8}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{-8}{(x-3)^2}<0$, với mọi $x\in[0;2]$ nên hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ nghịch biến trên đoạn $[0;2]$.

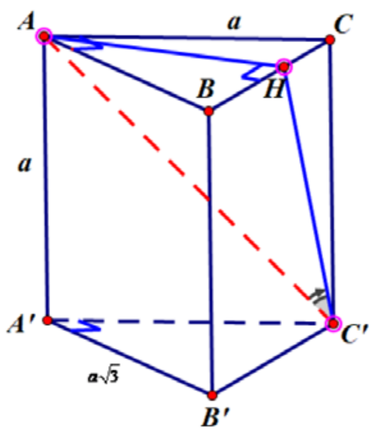
Do đó, $M=\max\limits_{[0;2]} y=y(0)=\dfrac{1}{3}$.

Câu 39: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC vuông tại $A, AB=a\sqrt{3}, AC=AA'=a$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Hạ $AH\perp BC$, ta có $AH\perp(BCC'B')$. Do đó, $(AC';(BCC'B'))=\widehat{AC'H}$.

Trong tam giác ABC, ta có $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{AC^2}=\dfrac{4}{3a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

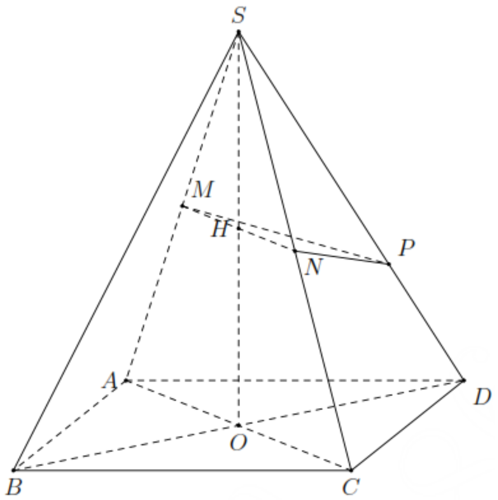
Vậy $\sin\widehat{AC'H}=\dfrac{AH}{AC'}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2a\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 40: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm các cạnh SA và SC; P là điểm trên cạnh SD sao cho $SP=2PD$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (MNP).

A. $\dfrac{a\sqrt{34}}{34}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{17}}{34}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{17}}{41}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{16}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{D.MNP}=\frac{1}{2}V_{S.MNP}=\frac{1}{2}.\frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SC}.\frac{SP}{SD}V_{S.ACD}=\frac{1}{12}V_{S.ACD}$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Suy ra $OA=\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{a^2-\frac{2a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $V_{S.ACD}=\frac{1}{3}.SO.S_{\Delta SCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{1}{2}a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}\Rightarrow V_{D.MNP}=\frac{a^3\sqrt{2}}{144}$.

Do MN là đường trung bình của tam giác SAC nên $MN=\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

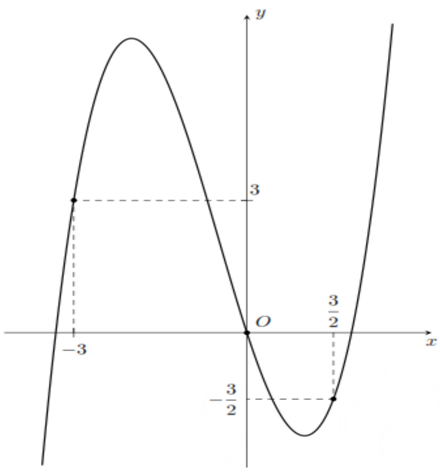
Tam giác SAD và SCD đều cạnh a nên $PM^2=PN^2=SM^2+SP^2-2SM.SP.\cos 60^o=\frac{13a^2}{36}$.

Do tam giác MNP cân tại P nên gọi H là trung điểm MN thì $PH\perp MN$.

Suy ra $PH=\sqrt{PM^2-\frac{MN^2}{4}}=\sqrt{\frac{13a^2}{36}-\frac{a^2}{8}}=\frac{a\sqrt{34}}{12}$.

Vậy $d\left(D,\left(MNP\right)\right)=\frac{3V_{D.MNP}}{S_{MNP}}=\frac{3.\frac{a\sqrt{2}}{144}}{\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{34}}{12}.\frac{a\sqrt{2}}{2}}=\frac{a\sqrt{34}}{34}$.

Câu 41: Cho hàm $y=f\left(x\right)$ là hàm đa thức bậc bốn. Biết rằng $f\left(0\right)=0$, $f\left(-3\right)=f\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{19}{4}$ và đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ có dạng như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x)=\left|4f(x)+2x^2\right|-2m^2+1$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-50;50)$ để phương trình $g(x)=1$ có đúng hai nghiệm thực?

A. 94. **B.** 96. **C.** 47. **D.** 48.

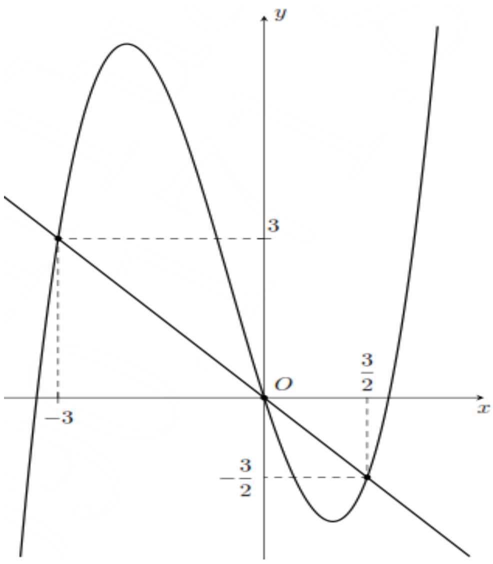
Lời giải

Chọn A

Ta có $\left|4f(x)+2x^2\right|-2m^2+1=1\Leftrightarrow\left|4f(x)+2x^2\right|=2m^2,(1)$.

Xét hàm số $h(x)=4f(x)+2x^2$, ta có $h'(x)=4\left[f'(x)-(-x)\right]$.

Dựa vào đồ thị hàm số $f'(x)$ và đường thẳng $y=-x$.



Ta thấy: $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=0\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

và $h(-3)=4f(-3)+2(-3)^2=-1$, $h(0)=0$, $h\left(\dfrac{3}{2}\right)=4f\left(\dfrac{3}{2}\right)+2\left(\dfrac{3}{2}\right)^2=-\dfrac{29}{2}$.

Do đó ta có bảng biến thiên hàm số $h(x)$ như sau

x	$-\infty$		-3		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{29}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $\left|h(x)\right|$ như sau

x	$-\infty$		x_1		-3		0		$\frac{3}{2}$		x_2		$+\infty$
$h'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{29}{2}$	$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$
$\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$\frac{29}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Do đó để phương trình (1) có đúng hai nghiệm thực thì $2m^2 > \dfrac{29}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \dfrac{\sqrt{29}}{2} \\ m < -\dfrac{\sqrt{29}}{2} \end{array}\right.$.

Mà m là số nguyên thuộc $(-50;50)$ nên $\left[\begin{array}{l} 3 \le m \le 49 \\ -49 \le m \le -3 \end{array}\right.$.

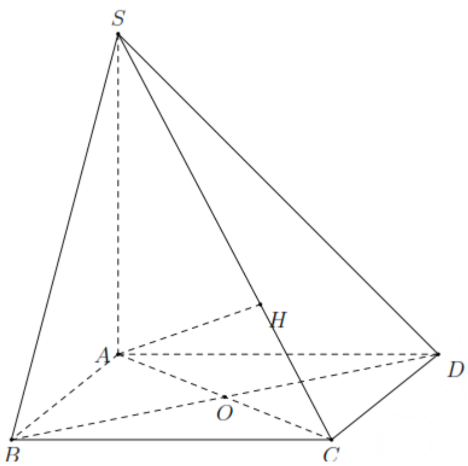
Vậy có 94 số nguyên m thỏa mãn.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2a$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách từ điểm O đến SC.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $AC = a\sqrt{2}$.

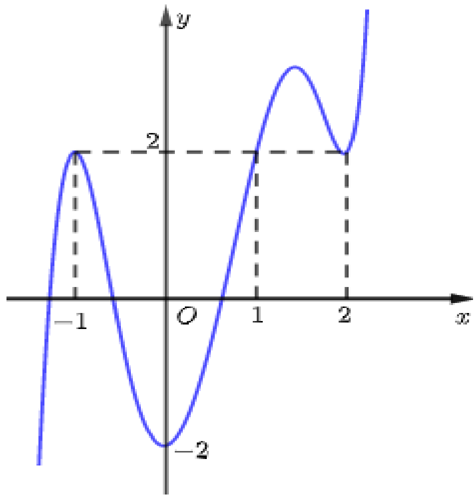
Do O là tâm của hình vuông $ABCD$ nên $d\left(O,SC\right)=\frac{1}{2}d\left(A,SC\right)$.

Trong tam giác SAC vuông tại A hạ $AH\perp SC$.

Suy ra $d\left(A,SC\right)=AH=\frac{SA.AC}{\sqrt{SA^2+AC^2}}=\frac{2a.a\sqrt{2}}{\sqrt{4a^2+2a^2}}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d\left(O,SC\right)=\frac{1}{2}d\left(A,SC\right)=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ là đường cong trong hình vẽ.



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g\left(x\right)=f\left(2x+1\right)-4x-3$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ bằng

A. $f\left(0\right)$. **B.** $f\left(-1\right)+1$. **C.** $f\left(1\right)-3$. **D.** $f\left(2\right)-5$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(2x+1\right)-4x-3$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$, ta có $g'\left(x\right)=2f'\left(2x+1\right)-4$.

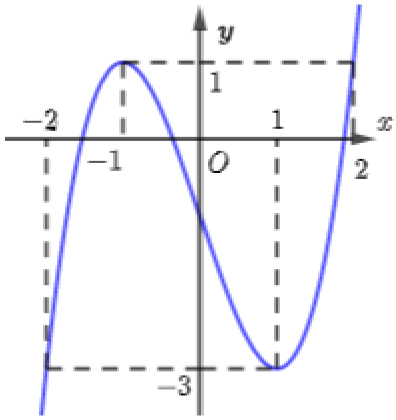
$$\text{Suy ra } g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow f'\left(2x+1\right)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+1=-1\\2x+1=1\\2x+1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=\frac{1}{2}\end{array}\right..$$

Ta có BBT của hàm số $g\left(x\right)=f\left(2x+1\right)-4x-3$ trên đoạn $\left[-1;\frac{1}{2}\right]$ như sau:

x	-1		0		$\frac{1}{2}$
g'		$-$	0	$+$	
g		↘	$g\left(0\right)$	↗	

Vậy $\min\limits_{\left[-1;\frac{1}{2}\right]} g\left(x\right) = g\left(0\right) = f\left(1\right) - 3$.

Câu 44: Cho hàm số bậc ba $f = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f\left(f\left(x\right) - m\right) = 0$ có tất cả 9 nghiệm thực phân biệt?

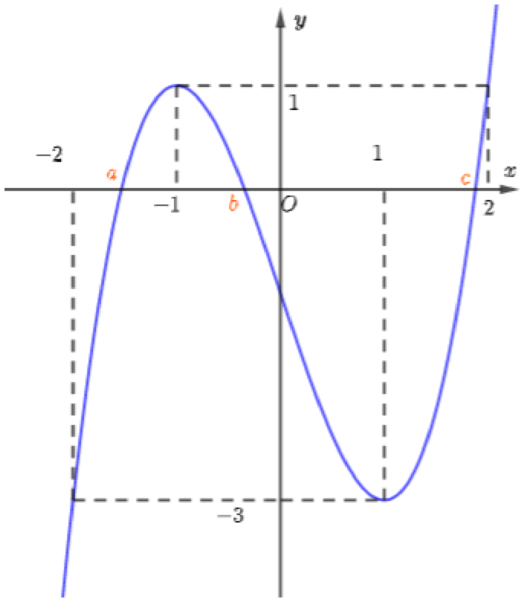


A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Gọi a, b, c là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và trục hoành.



Ta có $a \in \left(-2;-1\right)$, $b \in \left(-1;0\right)$, $c \in \left(1;2\right)$.

Xét phương trình: $f\left(f\left(x\right) - m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right) - m = a \\ f\left(x\right) - m = b \\ f\left(x\right) - m = c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right) = a + m \\ f\left(x\right) = b + m \\ f\left(x\right) = c + m \end{array}\right.$.

Ycbt $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -3 < a + m < 1 \\ -3 < b + m < 1 \\ -3 < c + m < 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -3 - a < m < 1 - a \\ -3 - b < m < 1 - b \\ -3 - c < m < 1 - c \end{array}\right. \Leftrightarrow -3 - a < m < 1 - c$.

Do $a \in \left(-2;-1\right)$, $c \in \left(1;2\right)$ và $-3 - a < m < 1 - c$ nên có 1 giá trị nguyên của $m = -1$ thỏa mãn.

Câu 45: Cho phương trình: $2x^3 - mx + 4 = 0$ (với m là tham số). Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình có nghiệm duy nhất?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy $x = 0$ không là nghiệm của phương trình.

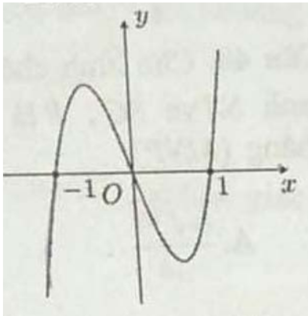
Với $x \neq 0, 2x^3 - mx + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2x^2 + \dfrac{4}{x} = f(x)$.

$f'(x) = 4x - \dfrac{4}{x^2} = \dfrac{4x^3 - 4}{x^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||		$+$	
$f(x)$	$+\infty \searrow$	$-\infty$	|| $+\infty \searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $m < 6$.
Vậy có 5 giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán là $1, 2, 3, 4, 5$.



Câu 46: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + a$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số $y = g(x) = f(1-2x)f(2-x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $(-\infty; 0)$.

C. $(0; 2)$. **D.** $(3; +\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$, theo đồ thị thì đa thức $f'(x)$ có ba nghiệm phân biệt là $-1, 0, 1$ nên $f'(x) = 4ax(x+1)(x-1) = 4ax^3 - 4ax \Rightarrow f(x) = ax^4 - 2ax^2 + a = a(x^2-1)^2$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có $a > 0$ nên $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

$g'(x) = [f(1-2x)]' f(2-x) + f(1-2x)[f(2-x)]' = -2f'(1-2x)f(2-x) - f(1-2x)f'(2-x)$

Xét $x \in \left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} 1-2x \in (-2; 0) \\ 2-x \in \left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right) \end{cases}$, dấu của $f'(x)$ không cố định trên $\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$ nên ta không kết luận được tính đơn điệu của hàm số $g(x)$ trên $\left(\dfrac{1}{2}; \dfrac{3}{2}\right)$.

Xét $x\in(-\infty;0)\Rightarrow\begin{cases}1-2x\in(1;+\infty)\\2-x\in(2;+\infty)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f'(1-2x)>0\\f'(2-x)>0\end{cases}\Rightarrow g'(x)<0$. Do đó, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

$x\in(0;2)\Rightarrow\begin{cases}1-2x\in(-3;1)\\2-x\in(0;2)\end{cases}$, dấu của $f'(x)$ không cố định trên $(-3;1)$ và $(0;2)$ nên ta không kết luận được tính đơn điệu của hàm số $g(x)$ trên $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Xét $x\in(3;+\infty)\Rightarrow\begin{cases}1-2x\in(-\infty;-5)\\2-x\in(-\infty;-1)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}f'(1-2x)<0\\f'(2-x)<0\end{cases}\Rightarrow g'(x)>0$. Do đó, hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+1$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(f(x))$ bằng

A. 13. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=12x^3-12x^2-24x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 12x^3-12x^2-24x=0\Leftrightarrow x=0,x=-1,x=2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	-31	$\nearrow$	$+\infty$

Cách 1: Ta có $y'=f'(f(x)).f'(x)$, $y'=0\Leftrightarrow f'(f(x)).f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}f'(x)=0 & (1)\\ f'(f(x))=0 & (2)\end{array}\right.$

$(1)\Leftrightarrow x=-1;x=0;x=2$.

$(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}f(x)=-1 & (3)\\ f(x)=0 & (4)\\ f(x)=2 & (5)\end{array}\right.$

Theo bảng biến thiên thì (3) và (4) có bốn nghiệm phân biệt và (5) có hai nghiệm phân biệt. Do đó phương trình $y'=0$ có 13 nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi đi qua các nghiệm đó.

Vậy hàm số đã cho có 13 điểm cực trị.

Cách 2: Sử dụng phương pháp ghép trục.

Đặt $g(x)=f(f(x))$, ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	$-\infty$				-1			0			2				$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	2	0	-1	-4	-1	0	1	0	-1	-31	-1	0	2	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	-31 ↗	1 ↘	-4 ↗	833 ↘	-4 ↗	1 ↘	-12 ↗	1 ↘	-4 ↗	$f(-31)$ ↘	-4 ↗	1 ↘	-31 ↗	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 13 điểm cực trị.

Câu 48: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$

A. $P=8$. **B.** $P=10$. **C.** $P=6$. **D.** $P=4$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $x\le 1$.

Ta có $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$

$\Leftrightarrow 2\left(y^3-3y^2+3y-1\right)+y-1=2\sqrt{1-x}\,(1-x)+\sqrt{1-x}$

$\Leftrightarrow 2\left(y-1\right)^3+y-1=2\left(\sqrt{1-x}\right)^3+\sqrt{1-x}$ (*)

Xét àm số $f(t)=2t^3+t$ có $f'(t)=6t^2+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$, suy ra $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó (*) $\Leftrightarrow f(y-1)=f\left(\sqrt{1-x}\right)\Leftrightarrow y-1=\sqrt{1-x}\Leftrightarrow x=2y-y^2$ (điều kiện $y\ge 1$).

Khi đó $P=x+2y=-y^2+4y=4-\left(y-2\right)^2\le 4$.

Đẳng thức xảy ra khi $y=2, x=0$.

Vậy $\max P=4$ khi $(x;y)=(0;2)$.

Câu 49: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;...;18\}$. Chọn ngẫu nhiên 5 số từ A, xác suất để chọn được 5 số sao cho hiệu của 2 số bất kỳ trong 5 số đó có giá trị tuyệt đối không nhỏ hơn 2 bằng

A. $\dfrac{C_{15}^5}{C_{18}^5}$. **B.** $\dfrac{C_{14}^5}{C_{18}^5}$. **C.** $\dfrac{C_{16}^5}{C_{18}^5}$. **D.** $\dfrac{C_{17}^5}{C_{18}^5}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{18}^5$.

Gọi $X=\left\{(a_i)_{i=\overline{1,5}}\,|\,a_i\in A; a_1<a_2<a_3<a_4<a_5; a_2-a_1\ge 2, a_3-a_2\ge 2, a_4-a_3\ge 2, a_5-a_4\ge 2\right\}$

Với mỗi bộ số $(a_i)_{i=\overline{1,5}}$, xét bộ số tương ứng $(b_i)_{i=\overline{1,5}}$ xác định bởi $b_1=a_1; b_2=a_2-1; b_3=a_3-2;\ b_4=a_4-3; b_5=a_5-4$ thì ta có $1\le b_1<b_2<b_3<b_4<b_5\le 14$.

Nhận xét :

+) Ứng với mỗi bộ $(a_i)_{i=\overline{1,5}}$ cho tương ứng với một bộ $(b_i)_{i=\overline{1,5}}$ được xác định bởi công thức $b_1=a_1; b_2=a_2-1; b_3=a_3-2;\ b_4=a_4-3; b_5=a_5-4$.

+) Ứng với mỗi bộ $(b_i)_{i=\overline{1,5}}$ cho tương ứng với một bộ $(a_i)_{i=\overline{1,5}}$ được xác định bởi công thức $a_1=b_1; a_2=b_2+1; a_3=b_3+2;\ a_4=b_4+3; a_5=b_5+4$.

Đặt $B=\{1;2;3;...;14\}$ thì tập các bộ $(b_i)_{i=\overline{1,5}}$ là số các tập hợp con có 5 phần tử của B suy ra $n(X)=C_{14}^5$.

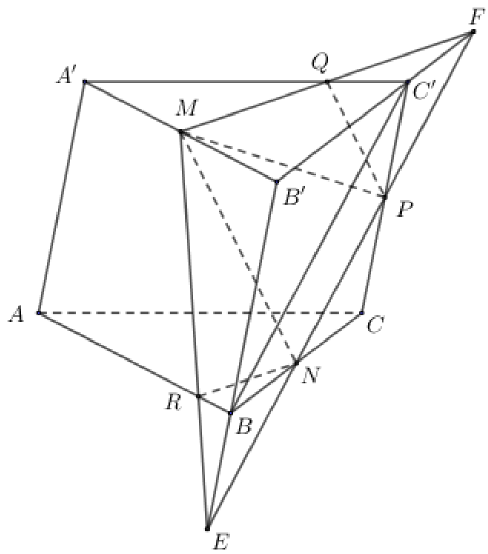
Vậy $P(X)=\dfrac{C_{14}^5}{C_{18}^5}$.

Câu 50: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $A'B'; BC; CC'$. Mặt phẳng (MNP) chia khối lăng trụ đã cho thành 2 phần, phần chứa điểm B có thể tích là V_1. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V}$ bằng

A. $\dfrac{61}{144}$. **B.** $\dfrac{37}{144}$. **C.** $\dfrac{49}{144}$. **D.** $\dfrac{25}{144}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi S và h lần lượt là diện tích đáy và chiều cao của lăng trụ $ABC.A'B'C' \Rightarrow V=Sh$.

Gọi $NP\cap BB'=E, NP\cap B'C'=F, MF\cap A'C'=Q, ME\cap AB=R$

Suy ra mặt phẳng (MNP) cắt khối lăng trụ theo thiết diện là $MRNPQ$.

Ta có $BEPC'$ là hình bình hành $\Rightarrow BE=PC'=\dfrac{1}{2}CC'=\dfrac{1}{2}BB'$, tương tự ta có $BNFC'$ là hình bình hành $\Rightarrow C'F=BN=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}B'C'$.

+) $S_{MB'F}=\dfrac{1}{2}.B'M.B'F.\sin\widehat{MB'F}=\dfrac{3}{4}.\dfrac{1}{2}.A'B'.B'C'.\sin\widehat{A'B'C'}=\dfrac{3}{4}S$

+) $d(E,(A'B'C'))=\dfrac{3}{2}d(B,(A'B'C'))=\dfrac{3}{2}h$

$\Rightarrow V_{E.B'MF}=\dfrac{1}{3}.d(E,(A'B'C')).S_{B'MF}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{2}h.\dfrac{3}{4}S=\dfrac{3}{8}V.$

Lại có $\dfrac{V_{E.BNR}}{V_{E.B'FM}}=\left(\dfrac{EB}{EB'}\right)^3=\dfrac{1}{27}\Rightarrow V_{E.BNR}=\dfrac{1}{27}.\dfrac{3}{8}V=\dfrac{1}{72}V$

Ta cũng có $\dfrac{V_{F.C'PQ}}{V_{F.B'EM}}=\dfrac{FC'}{FB'}.\dfrac{FP}{FE}.\dfrac{FQ}{FM}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{18}\Rightarrow V_{F.C'PQ}=\dfrac{1}{18}.\dfrac{3}{8}V=\dfrac{1}{48}V$.

Suy ra $V_1 = V_{E.B'MF} - \left(V_{V_{E.BNR}} + V_{F.C'PQ}\right) = \dfrac{49}{144}V$.

Vậy $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{49}{144}$.

ĐỀ THI THỬ NGUYỄN ĐĂNG ĐẠO LẦN 1

Câu 1. Thể tích của khối chóp có chiều cao là 6, diện tích đáy là 4 là

A. 24. **B.** 96. **C.** 8. **D.** 32.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 5;\ u_{10} = 26$. Tính công sai của cấp số cộng đó.

A. -1. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D. Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên D nếu

A. $f(x) \le M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

B. $f(x) \ge M$ với mọi $x \in D$.

C. $f(x) \le M$ với mọi $x \in D$.

D. $f(x) \ge M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 5. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đoạn $A'C = a$. Thể tích khối đó là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** a^3.

Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = 2a, AC = 3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. a^3. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 7. Cho khai triển $(3+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Biết rằng $a_0 - a_1 + a_2 - ... + (-1)^n a_n = 4096$. Tìm a_7.

A. 192456. **B.** 792. **C.** 673596. **D.** 1732104.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y = -x^3 - 3x$. **B.** $y = x^3 + x$. **C.** $y = \dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y = 2x^4 + 1$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \dfrac{x-3}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y = 2x + m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt ?

A. $\left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < -5 \end{array}\right.$. **B.** $-5 \le m \le 3$. **C.** $-5 < m < 3$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m \ge 3 \\ m \le -5 \end{array}\right.$.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào sau đây có hai điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu?

A. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **B.** $y = \left|x^2 - 2x\right|$. **C.** $y = x^3 - 4x$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 3$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$+\infty$		-1		3		$-\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{-5}{3}$	↗	9	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=-1$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-\dfrac{5}{3}$. **D.** $y=9$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x^2+1}$. **B.** $y=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$. **C.** $y=\dfrac{3}{x^4+1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2-x+2}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC).

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 15. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x+2$ trên đoạn $[-4;4]$ bằng

A. 20. **B.** 54. **C.** 74. **D.** 112.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

A. $m>-2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\neq -2$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-2		-1		1		3		4
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	0
$f(x)$	0	↗	10	↘	-4	↗	8	↘	1

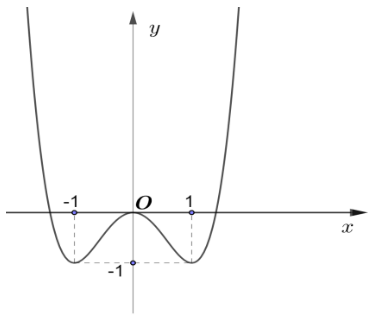
Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. -1. **B.** 10. **C.** 1. **D.** 8.

Câu 18. Cho tập hợp $A=\{0;1;2;3;4\}$. Số tập con gồm 2 phần tử của A là

A. 10. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 20.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=0$. **D.** $x=1$.

Câu 20. Mặt phẳng $(A'BC)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.
B. Hai khối chóp tam giác.
C. Hai khối chóp tứ giác.
D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, $SA=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Câu 22. Hàm số $y=\sqrt{2022x-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1011)$. **C.** $(1011;2022)$. **D.** $(2022;+\infty)$.

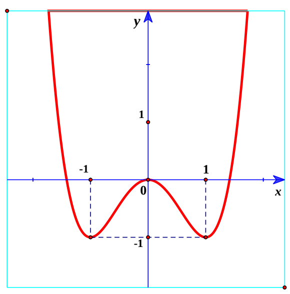
Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(-\infty;1)$, $(1;+\infty)$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)-2>0$ là

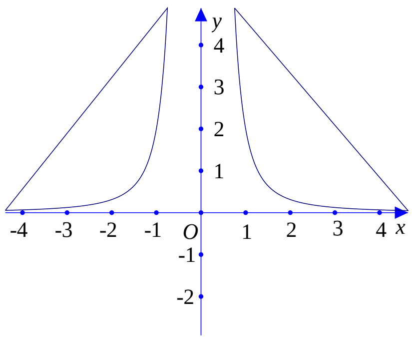
A. $(-\infty;1]$. **BA.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 24. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^4-2x^2$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

B. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

C. Hàm số gián đoạn tại $x_0=0$.

D. $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$.

Câu 26. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Biết rằng trên (C) có 2 điểm phân biệt mà các tiếp tuyến của (C) tại các điểm đó song song với đường thẳng $y=x$. Tính tổng hoành độ của 2 điểm đó.

A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=a, AD=2a, SA\perp(ABCD)$, SB tạo với đáy một góc 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

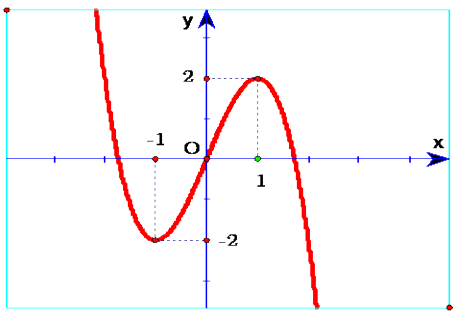
Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\min\limits_{[0;2]} f(x)=0$. **B.** $\min\limits_{[0;2]} f(x)=9$. **C.** $\min\limits_{[0;2]} f(x)=1$. **D.** $\min\limits_{[0;2]} f(x)=-4$.

Câu 29. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-\sqrt{2}}$. Các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình.

A. $x=2; y=1$. **B.** $x=\sqrt{2}; y=1$. **C.** $x=4; y=1$. **D.** $x=1; y=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 30. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=-x^3+3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Câu 31. Hàm số $y=\sqrt{x^2-3x-4}$ .Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{3}{2};4\right)$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $2SA' = SA,\ 4SB' = SB,\ 5SC' = SC$. Tính tỉ số $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{1}{40}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

Câu 33. Phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0;\pi]$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 34. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $(d): y = 1 - x$. Biết (d) cắt (C) tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3. Tính $T = x_1 + x_2 + x_3$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 35. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a, mặt bên tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

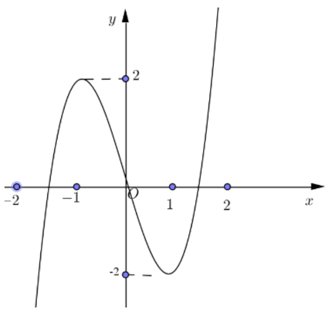
Câu 36. Cho hàm số $y = \frac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1. Mặt bên SBC là tam giác nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Các mặt phẳng $(SAB),(SAC)$ lần lượt tạo với đáy các góc 60^o và 30^o. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC). Tính $\sin\varphi$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \frac{\sqrt{61}}{8}$. **C.** $\frac{3\sqrt{61}}{28}$. **D.** $\frac{\sqrt{235}}{28}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Phương trình $f(f(x)) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 39. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số trong S. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC}=60^0$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với O của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60^0. Thể tích lăng trụ bằng

A. $\dfrac{16a^3\sqrt{3}}{9}$.　　**B.** $3a^3\sqrt{2}$.　　**C.** $3a^3\sqrt{3}$.　　**D.** $6a^3$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích là V. Gọi M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $\dfrac{AM}{AB}=x$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SA, BC. Mặt phẳng (α) chia hình chóp thành hai phần, trong đó phần chứa điểm B có thể tích là V'. Biết $V'=\dfrac{208}{343}V$. Tính tổng các giá trị của x thỏa mãn bài toán.

A. $\dfrac{135}{686}$.　　**B.** $\dfrac{3}{2}$.　　**C.** 0.　　**D.** $\dfrac{3}{7}$.

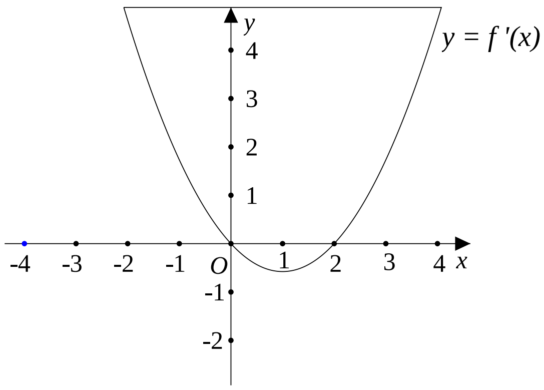
Câu 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $AB=a, AC=2a$, $\widehat{BAC}=120^0$. M,N lần lượt là hình chiếu của A trên SB,SC, góc giữa $mp(AMN)\,\&\,mp(ABC)$ bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là ?

A. $\dfrac{a^3\sqrt{7}}{3}$.　　**B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{5}}{9}$.　　**C.** $\dfrac{a^3\sqrt{21}}{9}$.　　**D.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cạnh bên có độ dài bằng 4, BB' tạo với đáy góc 60^0. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Biết khoảng cách từ điểm A' đến các đường thẳng BB' và CC' bằng nhau và bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $18\sqrt{3}$.　　**B.** $9\sqrt{3}$.　　**C.** $6\sqrt{3}$.　　**D.** $12\sqrt{3}$.

Câu 44. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có $f(-1)+f(3)=0$ và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như sau:



Hỏi hàm số $y=\left[f\left(4x^3-6x^2+2\right)\right]^4$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 4.　　**B.** 6.　　**C.** 9.　　**D.** 5.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD}=60°$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.　　**B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$.　　**C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.　　**D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\left|x^3-(6m+3)x^2+(9+18m)x-27\right|$ có ba điểm cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l} m<\dfrac{-1}{2} \\ m>1 \end{array}\right.$. **B.** $-1\le m<\dfrac{-1}{2}$. **C.** $-1\le m<1$. **D.** $-1\le m\le 1$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x-m}{x+1}$. Tìm m để $\max\limits_{x\in[1;2]} f(x)+\min\limits_{x\in[1;2]} f(x)=-8$.

A. $m=5$. **B.** $m=11$. **C.** $m=-5$. **D.** $m=-11$.

Câu 48. Cho hàm số $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d:y=-x+2$. S là tập các giá trị m thỏa mãn (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(0;2),B,C$ sao cho diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{2}$, với $M(3;1)$. Tính tổng bình phương các phần tử của S?

A. 4. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 25.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(1)=10\sqrt{2}, f(3)=9$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10;10]$ của m để bất phương trình $(x+1).\left[f(x)+1\right]\sqrt{(x+1)f(x)}>mx\left(m^2x^2+x+1\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in(1;3)$.

A. 20. **B.** 21. **C.** 12. **D.** 13.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(-3)=0$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi hàm số $g(x)=\left|2(x+1)^6-6(x+1)^2-3f\left(-x^4-4x^3-4x^2-2\right)\right|$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(1;2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Thể tích của khối chóp có chiều cao là 6, diện tích đáy là 4 là

A. 24. **B.** 96. **C.** 8. **D.** 32.

Lời giải

Chọn C

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}S.h=\frac{1}{3}.4.6=8$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=5;\ u_{10}=26$. Tính công sai của cấp số cộng đó.

A. -1. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases}u_3=5\\u_{10}=26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1+2d=5\\u_1+9d=26\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=-1\\d=3\end{cases}$.

Vậy công sai của cấp số cộng bằng $d=3$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D. Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên D nếu

A. $f(x)\le M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

B. $f(x)\ge M$ với mọi $x\in D$.

C. $f(x)\le M$ với mọi $x\in D$.

D. $f(x)\ge M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa thì số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên D nếu $f(x)\le M$ với mọi $x\in D$ và tồn tại $x_0\in D$ sao cho $f(x_0)=M$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn D

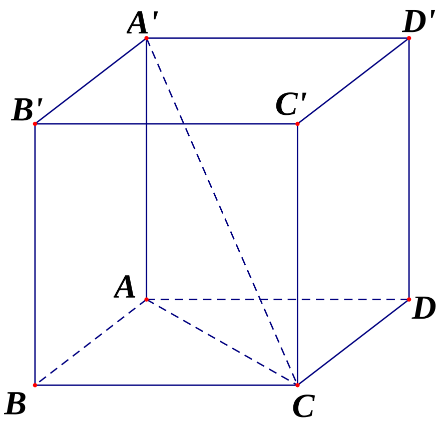
Ta có: $y'<0,\forall x\in(-\infty;-2)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

Câu 5. Khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài đoạn $A'C=a$. Thể tích khối đó là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $A'C^2 = AA'^2 + AC^2 = AA'^2 + AB^2 + BC^2 = 3AB^2$.

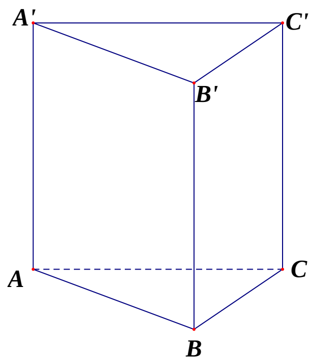
Suy ra: $AB = \dfrac{A'C}{\sqrt{3}} = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$. Do đó: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = \left(\dfrac{a}{\sqrt{3}}\right)^3 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB' = a$, đáy ABC là tam giác vuông tại A và $AB = 2a, AC = 3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. a^3. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{ABC.A'B'C'} = BB'.S_{ABC} = a.\dfrac{1}{2}.2a.3a = 3a^3$.

Câu 7. Cho khai triển $(3+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$. Biết rằng $a_0 - a_1 + a_2 - ... + (-1)^n a_n = 4096$. Tìm a_7.

A. 192456. **B.** 792. **C.** 673596. **D.** 1732104.

Lời giải

Chọn A

Từ khai triển $(3+x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ cho $x = -1$ ta có

$(3+(-1))^n = a_0 - a_1 + a_2 - ... + (-1)^n a_n = 4096 \Leftrightarrow 2^n = 4096 \Leftrightarrow n = 12$

Ta có $(3+x)^{12} = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 3^{12-k} (x)^k$

Suy ra $a_7 = C_{12}^7 3^5 = 192456$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=-x^3-3x$. **B.** $y=x^3+x$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **D.** $y=2x^4+1$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}, y=2x^4+1$ không đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3+x$ có $y'=3x^2+1>0, \forall x\in\mathbb{R}$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{x-3}{x-1}$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y=2x+m$. Tìm m để (d) cắt (C) tại 2 điểm phân biệt ?

A. $\left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<-5 \end{array}\right.$. **B.** $-5\le m\le 3$. **C.** $-5<m<3$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 3 \\ m\le -5 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y=2x+m$ và đồ thị $y=\dfrac{x-3}{x-1}$ là:

$\dfrac{x-3}{x-1}=2x+m$ với $x\neq 1 \overset{x\neq 1}{\Leftrightarrow} 2x^2+(m-3)x-m+3=0$ (1)

Để đường thẳng d cắt đồ thị $y=\dfrac{x-3}{x-1}$ tại 2 điểm phân biệt thì (1) có 2 nghiệm phân biệt khác

$1 \Leftrightarrow \begin{cases} (m-3)^2-4.2.(-m+3)>0 \\ 2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<-5 \vee m>3$ (2)

Câu 10. Đồ thị hàm số nào sau đây có hai điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu?

A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=\left|x^2-2x\right|$. **C.** $y=x^3-4x$. **D.** $y=-x^4+2x^2-3$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=-x^4+2x^2-3$

$$y'=-4x^3+4x;\ y'=0 \Leftrightarrow -4x^3+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT, hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu (thoả mãn ycbt).

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$+\infty$		-1		3		$-\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{-5}{3}$	$\nearrow$	9	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $y=-1$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-\frac{5}{3}$. **D.** $y=9$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y=-\frac{5}{3}$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\frac{1}{x^2+1}$. **B.** $y=\frac{2}{\sqrt{x}}$. **C.** $y=\frac{3}{x^4+1}$. **D.** $y=\frac{1}{x^2-x+2}$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\frac{2}{\sqrt{x}}$

TXĐ: $D=(0;+\infty)$

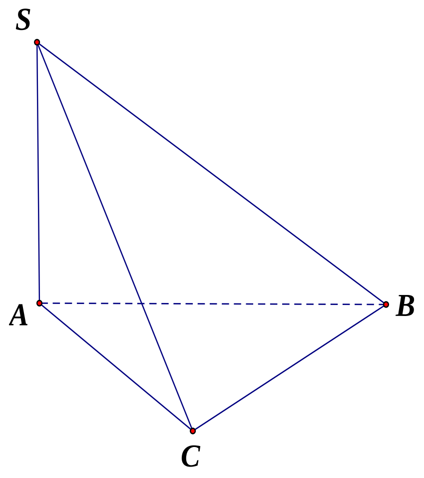
Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} y=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{2}{\sqrt{x}}=+\infty$. Suy ra $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2}{\sqrt{x}}$.

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A, $AB=a$, $SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với đáy. Tính góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC).

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn A



Góc giữa đường thẳng SC với mặt phẳng (ABC) là $\angle SCA$.Xét tam giác SAC có $\angle A=90^0, AB=AC=a, SA=a\sqrt{3}$ nên $\tan C=\frac{SA}{AC}=\sqrt{3}\Rightarrow \angle C=60$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên có 3 điểm cực trị

Câu 15. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-4;4]$ bằng

A. 20. **B.** 54. **C.** 74. **D.** 112.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x) = x^3 - 3x + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3$

Cho $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$ xét $\begin{array}{l} f(1) = 0 \\ f(-1) = 4 \\ f(-4) = -50 \\ f(4) = 54 \end{array}$

Ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-4;4]$ bằng 54

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng?

A. $m > -2$. **B.** $m = -2$. **C.** $m < -2$. **D.** $m \neq -2$.

Lời giải

Chọn D

Để $x = m$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{u(x)}{v(x)} = \dfrac{2x+4}{x-m}$ thì $\begin{cases} v(m) = 0 \\ u(m) \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m - m = 0 \\ 2m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 0 \\ m \neq -2 \end{cases} \Rightarrow m \neq -2$

Câu 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	-2		-1		1		3		4
$f'(x)$		$+$	0	-	0	$+$	0	-	0
$f(x)$	0	$\nearrow$	10	$\searrow$	-4	$\nearrow$	8	$\searrow$	1

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;4]$ bằng

A. -1. **B.** 10. **C.** 1. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy $\max\limits_{[-2;4]} f(x) = f(-1) = 10$.

Câu 18. Cho tập hợp $A = \{0;1;2;3;4\}$. Số tập con gồm 2 phần tử của A là

A. 10. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 20.

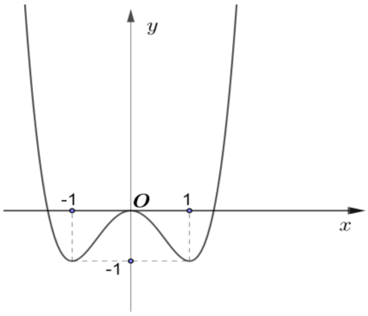
Lời giải

Chọn A

Tập hợp A gồm có 5 phần tử.

Số tập con có 2 phần tử của tập A là: $C_5^2 = 10$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f\left(x \right)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Điểm cực đại của hàm số đã cho là:

A. $x = 0$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = 1$.

Lời giải

Chọn A

Điểm cực đại của hàm số đã cho là $x = 0$.

Câu 20. Mặt phẳng $\left(A'BC \right)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành các khối đa diện nào?

A. Một khối chóp tam giác và một khối chóp ngũ giác.

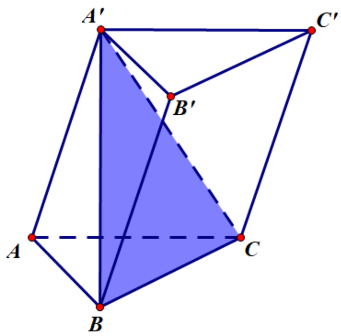
B. Hai khối chóp tam giác.

C. Hai khối chóp tứ giác.

D. Một khối chóp tam giác và một khối chóp tứ giác.

Lời giải

Chọn D



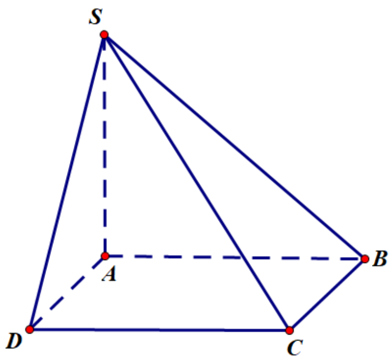
Mặt phẳng $\left(A'BC \right)$ chia khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ thành khối chóp tam giác $A'.ABC$ và khối chóp tứ giác $A'.BB'C'C$.

Câu 21. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với đáy, $SA = 3a$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D



Khối chóp $S.ABCD$ có chiều cao là $SA = 3a$, diện tích đáy là $B = a^2$.

Suy ra thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3}a^2.3a = a^3$.

Câu 22. Hàm số $y = \sqrt{2022x - x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau ?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1011)$. **<u>C</u>.** $(1011;2022)$. **D.** $(2022;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D = [0;2022]$.

$$y' = \frac{2022 - 2x}{2\sqrt{2022x - x^2}} = \frac{1011 - x}{\sqrt{2022x - x^2}}$$

$y' = 0 \Leftrightarrow 1011 - x = 0 \Leftrightarrow x = 1011$

Bảng biến thiên

x	0		1011		2022
y'		+	0	-	
y	0	↗	1011	↘	0

Suy ra hàm số nghịch biến trên $(1011;2022)$.

Câu 23. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(-\infty;1)$, $(1;+\infty)$ và có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x) - 2 > 0$ là

A. $(-\infty;1]$. **BA.** $(-\infty;1)$. **<u>C</u>.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

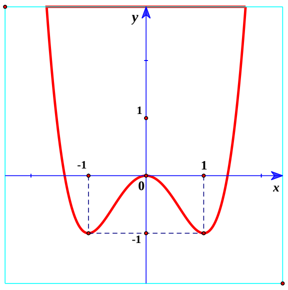
Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số ta có $f(x) - 2 > 0 \Leftrightarrow f(x) > 2 \Rightarrow x > 1$.

Suy ra $S = (1;+\infty)$.

Câu 24. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào ?



A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -x^4 - 2x^2$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = -x^3 + 3x$.

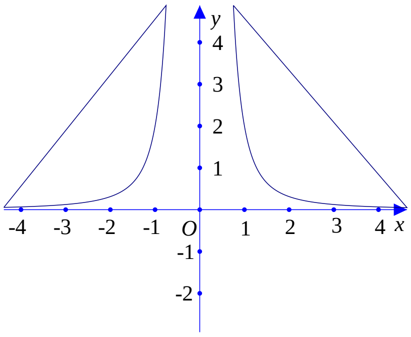
Lời giải

Chọn A

Đồ thị của hàm số đã cho là đồ thị của hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c\left(a \neq 0\right)$.

Đồ thị đã cho có hệ số $a > 0$. Suy ra chọn đáp án A

Câu 25. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. **B.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(x\right) = +\infty$.

C. Hàm số gián đoạn tại $x_0 = 0$. **D.** $\lim\limits_{x \to 0} f\left(x\right) = 0$.

Lời giải

Chọn C

Câu 26. Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là $\left(C\right)$. Biết rằng trên $\left(C\right)$ có 2 điểm phân biệt mà các tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại các điểm đó song song với đường thẳng $y = x$. Tính tổng hoành độ của 2 điểm đó.

A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-1\right\}$

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} \quad \forall x \in D$$

Vì tiếp tuyến tại $x = x_0$ song song với đường thẳng $y = x$ nên

$$y'(x_0) = 1 \Leftrightarrow \frac{3}{(x_0+1)^2} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = \sqrt{3} - 1 \\ x_0 = -\sqrt{3} - 1 \end{array}\right.$$

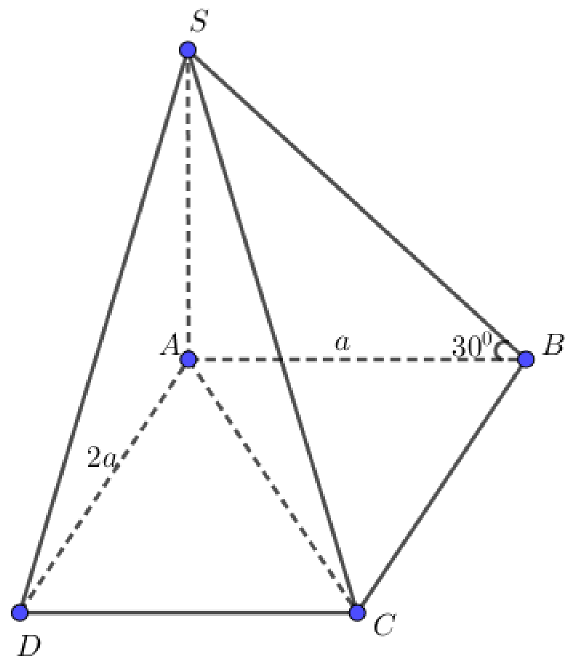
Vậy tổng hoành độ của hai điểm cần tìm là $x_{01} + x_{02} = \sqrt{3} - 1 + (-\sqrt{3} - 1) = -2$

Câu 27. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, AD = 2a, SA \perp (ABCD)$, SB tạo với đáy một góc 30^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



$\widehat{(SB;(ABCD))} = \widehat{(SB;AB)} = \widehat{SBA} = 30^0$

Xét tam giác vuông SAB: $\tan\widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} \Rightarrow SA = AB.\tan\widehat{SBA} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Diện tích tam giác ABC là: $S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.BC = \frac{1}{2}.a.2a = a^2$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{3}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$

Câu 28. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\min\limits_{[0;2]} f(x) = 0$. **B.** $\min\limits_{[0;2]} f(x) = 9$. **C.** $\min\limits_{[0;2]} f(x) = 1$. **D.** $\min\limits_{[0;2]} f(x) = -4$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên $[0;2]$.

Đạo hàm $f(x)' = 4x^3 - 4$.

Cho $f(x)' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [0;2] \\ x = 1 \in [0;2] \\ x = -1 \notin [0;2] \end{array}\right.$

Tính giá trị: $f(0) = 1$, $f(2) = 9$ và $f(1) = 0$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(1) = 0$.

Câu 29. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-\sqrt{2}}$. Các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình.

A. $x=2; y=1$. **B.** $x=\sqrt{2}; y=1$. **C.** $x=4; y=1$. **D.** $x=1; y=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\sqrt{2}\right\}$.

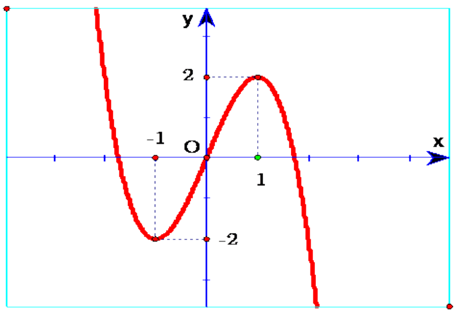
$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x+2}{x-\sqrt{2}}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x\left(1+\dfrac{2}{x}\right)}{x\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{x}\right)}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{1+\dfrac{2}{x}}{1-\dfrac{\sqrt{2}}{x}}=1$$

Nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

$$\lim_{x\to\left(\sqrt{2}\right)^+}\frac{x+2}{x-\sqrt{2}}=+\infty,\quad \lim_{x\to\left(\sqrt{2}\right)^-}\frac{x+2}{x-\sqrt{2}}=-\infty$$

Nên $x=\sqrt{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 30. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=-x^3+3x^2$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=-\infty \Rightarrow a<0$, nên B loại.

Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên loại D.

Và hàm số có hai điểm cực trị $x=-1, x=1$, nên chọn A

Câu 31. Hàm số $y=\sqrt{x^2-3x-4}$ .Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{3}{2};4\right)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định : $D=(-\infty;-1]\cup[4;+\infty)$.

$$y' = \frac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x-4}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \notin D$$

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
y'		-	||		||	+	

Kết luận :

Hàm số đồng biến trên khoảng: $(4;+\infty)$.

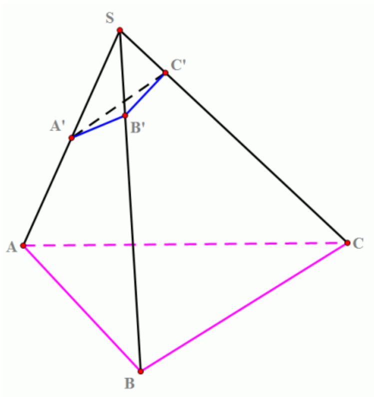
Hàm số nghịch biến trên khoảng : $(-\infty;-1)$.

Câu 32. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $2SA' = SA,\ 4SB' = SB,\ 5SC' = SC$. Tính tỉ số $\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}$

A. $\frac{1}{10}$. **B.** $\frac{1}{40}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{20}$.

Lời giải

Chọn B



$$2SA' = SA,\ 4SB' = SB,\ 5SC' = SC \Rightarrow \frac{SA'}{SA} = \frac{1}{2}, \frac{SB'}{SB} = \frac{1}{4}, \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{5}.$$

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{4}.\frac{1}{5} = \frac{1}{40}.$$

Câu 33. Phương trình $2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc $[0;\pi]$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin x = 1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{array}\right..$$

+) Với $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi\ (k \in \mathbb{Z})$, vì $x \in [0;\pi] \Rightarrow k = 0$.

+) Với $\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \sin x=\sin\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Xét $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi$, vì $x\in\left[0;\pi\right]\Rightarrow k=0$.

Xét $x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi$, vì $x\in\left[0;\pi\right]\Rightarrow k=0$.

Vậy có 3 nghiệm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+x+1$ có đồ thị là $\left(C\right)$ và đường thẳng $\left(d\right):y=1-x$. Biết $\left(d\right)$ cắt $\left(C\right)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ là x_1,x_2,x_3. Tính $T=x_1+x_2+x_3$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $\left(d\right)$ và đồ thị $\left(C\right)$ là:

$$x^3-3x^2+x+1=1-x\Leftrightarrow x^3-3x^2+2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=1 \\ x=0 \end{array}\right..$$

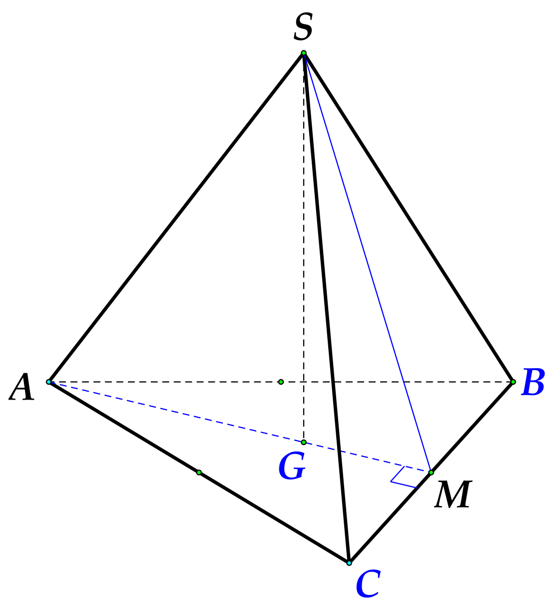
Vậy $T=x_1+x_2+x_3=2+1+0=3$.

Câu 35. Cho khối chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy là a, mặt bên tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm BC. Do ΔABC đều $\Rightarrow AM\perp BC$.

Lại có ΔSBC là tam giác cân tại S do $S.ABC$ là chóp đều $\Rightarrow BC\perp SM$.

Vậy $\widehat{\left((SBC);(ABC)\right)} = \widehat{(SM;AM)}$.

Gọi G là trọng tâm ΔABC. Do $S.ABC$ là chóp đều $\Rightarrow SG \perp (ABC)$.

Ta có: $\tan \measuredangle SMG = \dfrac{SG}{GM} \Leftrightarrow \tan 60^0 = \dfrac{SG}{GM}$.

$\Rightarrow SG = GM\sqrt{3} = \dfrac{AM\sqrt{3}}{3} = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}SG.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 36. Cho hàm số $y = \dfrac{mx-4}{x-m}$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}\setminus\{m\}$ và $y' = \dfrac{-m^2+4}{(x-m)^2}, \forall x \neq m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m^2+4>0 \\ m \notin (0;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2<m<2 \\ m \leq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow -2 < m \leq 0$.

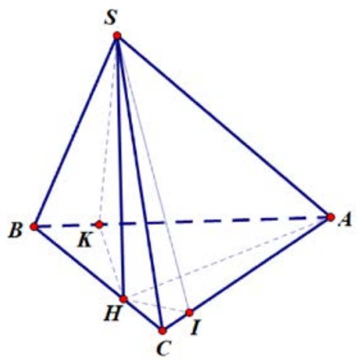
Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1;0\}$ nên có 2 giá trị nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 1. Mặt bên SBC là tam giác nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Các mặt phẳng $(SAB),(SAC)$ lần lượt tạo với đáy các góc 60^o và 30^o. Gọi φ là góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SAC). Tính $\sin\varphi$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{61}}{8}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{61}}{28}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{235}}{28}$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $SH \perp BC, HK \perp AB, HI \perp AC$.

Ta có: $\widehat{SKH} = 60^o \Rightarrow HK = SH.\cot 60^o = \dfrac{SH}{\sqrt{3}}$

$\widehat{SIH} = 30^o \Rightarrow HI = SH.\cot 30^0 = SH.\sqrt{3}$

$\Rightarrow HI = 3HK \; hay \; CH = 3BH$

$\Rightarrow HK = BH\sin 60^o = \frac{1}{4}.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8}$ và $SK = 2HK = \frac{\sqrt{3}}{4}; SH = HK\sqrt{3} = \frac{3}{8}$

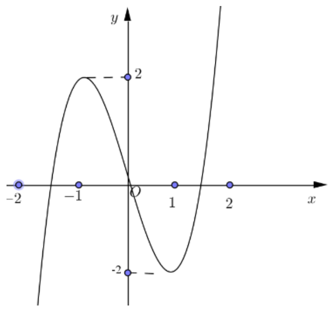
$V_{SABC} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{3}{8}.\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{32}(dvtt)$

Xét $\Delta SHA: SH = \frac{3}{8}; HA = \frac{\sqrt{13}}{4}$ nên $SA = \frac{\sqrt{61}}{8}$

Mặt khác, $V_{SABC} = \frac{2S_{SAB}.S_{SAC}.\sin\varphi}{3SA}$ nên thay vào ta tính được

$$\sin\varphi = \frac{3.\frac{\sqrt{3}}{32}.\frac{\sqrt{61}}{8}}{2.\frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{4}.\frac{1}{2}.\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{61}}{8}$$

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Phương trình $f\left(f\left(x\right)\right) = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Đặt $f(x) = t\left(t \in \mathbb{R}\right)$ ta có $f\left(f\left(x\right)\right) = 0 \Leftrightarrow f\left(t\right) = 0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $f\left(t\right) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $t_1 \in \left(-2;-1\right), t_2 \in \left(0;1\right), t_3 \in \left(1;2\right)$.

+ Với $t_1 \in \left(-2;-1\right)$, phương trình $f\left(x\right) = t_1$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ Với $t_2 \in \left(0;1\right)$, phương trình $f\left(x\right) = t_2$ có 3 nghiệm phân biệt.

+ Với $t_3 \in \left(1;2\right)$, phương trình $f\left(x\right) = t_3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right) = 0$ có 9 nghiệm thực.

Câu 39. Gọi S là tập các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số trong S. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 3.

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu: $n\left(\Omega\right) = 6.A_6^5 = 4320$.

Gọi A là biến cố "chọn được 1 số chia hết cho 3".

Gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$.

Đặt $T = a+b+c+d+e+f \Rightarrow 15 \le T \le 21$. Để $\overline{abcdef} \vdots 3$ thì $T \vdots 3 \Rightarrow T \in \left\{15;18;21\right\}$.

Nếu $T=15\Rightarrow$ số có 6 chữ số được lập từ các chữ số $\{0;1;2;3;4;5\}\Rightarrow$ có $5.5!=600$ số.

Nếu $T=18\Rightarrow$ số có 6 chữ số được lập từ các chữ số $\{0;1;2;4;5;6\}\Rightarrow$ có $5.5!=600$ số.

Nếu $T=21\Rightarrow$ số có 6 chữ số được lập từ các chữ số $\{1;2;3;4;5;6\}\Rightarrow$ có $6!=720$ số.

Do đó $n(A)=1920$.

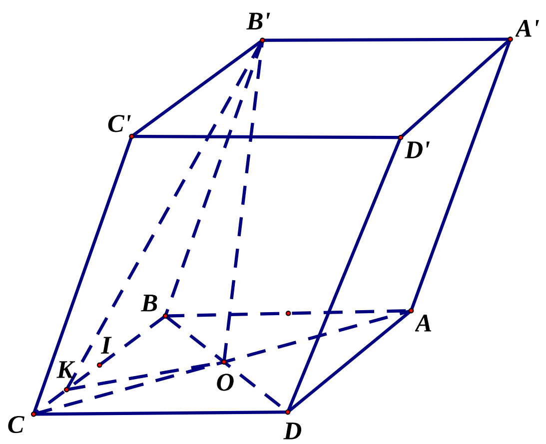
Xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{1920}{4320}=\dfrac{4}{9}$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, $\widehat{ABC}=60^0$. Chân đường cao hạ từ B' trùng với O của đáy $ABCD$, góc giữa mặt phẳng $(BB'C'C)$ với đáy bằng 60^0. Thể tích lăng trụ bằng

A. $\dfrac{16a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $3a^3\sqrt{2}$. **C.** $3a^3\sqrt{3}$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác ABC có $AB=BC=2a,\widehat{ABC}=60°$ $\Rightarrow\Delta ABC$ đều cạnh $2a$ $\Rightarrow S_{ABC}=\sqrt{3}a^2\Rightarrow S_{ABCD}=2S_{\Delta ABC}=2\sqrt{3}a^2$.

Gọi I là trung điểm của $BC\Rightarrow AI\perp BC$.

Gọi K là trung điểm của CI $\Rightarrow OK\,//\,AI$ và $OK=\dfrac{1}{2}AI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\begin{cases}AI\perp BC\\AI\,//\,OK\end{cases}\Rightarrow OK\perp CB$.

$\widehat{\left((BCC'B'),(ABCD)\right)}=\widehat{(B'K,OK)}=\widehat{B'KO}=60°$.

Tam giác $B'OK$ vuông tại O: $B'O=OK.\tan\widehat{B'KO}=\dfrac{3a}{2}$.

$V_{ABCD.A'B'C'D'}=B'O.S_{ABCD}=3\sqrt{3}a^3$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có thể tích là V. Gọi M là điểm thuộc cạnh AB sao cho $\dfrac{AM}{AB}=x$. Mặt phẳng (α) qua M và song song với hai đường thẳng SA,BC. Mặt phẳng (α) chia hình chóp thành hai phần, trong đó phần chứa điểm B có thể tích là V'. Biết $V'=\frac{208}{343}V$. Tính tổng các giá trị của x thỏa mãn bài toán.

A. $\frac{135}{686}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 0. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi N,E,F lần lượt là giao điểm của (α) với các cạnh SB,SC,AC. Khi đó từ giả thiết suy ra $MN//EF//AS$, $MF//NE//BC$. Vậy thiết diện là hình bình hành $MNEF$.

Dựng hình lăng trụ $SB'C'.ABC$, kéo dài MK,FE cắt SB,SC lần lượt tại K,H.

Ta có :

$$+)\begin{cases}\dfrac{V_{SABC}}{V_{SB'C'.ABC}}=\dfrac{1}{3}\\ \dfrac{V_{SKH.AMN}}{V_{SB'C'.ABC}}=\dfrac{AM}{AB}.\dfrac{AF}{AC}=x^2\end{cases}\Rightarrow\dfrac{V_{SABC}}{V_{SKH.AMN}}=\dfrac{1}{3x^2}\Rightarrow V_{SKH.AMN}=3x^2.V_{SABC}\ (1).$$

$$+)\ \frac{NB}{BS}=\frac{NM}{KM}=\frac{BM}{BA}=1-x;\ \frac{NM}{KM}=\frac{FE}{FH}=1-x.$$

$$+)\frac{V_{AMF.SNE}}{V_{AMF.SKH}}=\frac{1}{3}\left(\frac{NM}{KM}+\frac{SA}{SA}+\frac{FE}{FH}\right)=\frac{1}{3}(1-x+1+1-x)=\frac{1}{3}(3-2x).$$

Suy ra $V_{AMF.SNE}=\frac{1}{3}(3-2x)V_{AMF.SKH}=\frac{1}{3}(3-2x).3x^2.V_{S.ABC}$

Và $V_{BMN.CFE}=\left[1-\frac{1}{3}(3-2x).3x^2\right].V_{S.ABC}=\left(2x^3-3x^2+1\right).V_{S.ABC}$.

Từ giả thiết ta có phương trình $2x^3-3x^2+1=\frac{208}{343}\Rightarrow x=\frac{3}{7}$.

Câu 42. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, $AB=a,AC=2a$, $\widehat{BAC}=120^0$. M,N lần lượt là hình chiếu của A trên SB,SC, góc giữa $mp(AMN)\ \&\ mp(ABC)$ bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là ?

A. $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{5}}{9}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{21}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Trên mặt phẳng (ABC) kẻ hai đường thẳng lần lượt vuông góc với AB, AC tại B,C. Hai đường thẳng cắt nhau tại D.

Khi đó ta có $DB\perp AB, DC\perp AC$, lại có $SA\perp(ABC)$ nên $BD\perp(SAB), DC\perp(SAC)$.

Ta suy ra $AM\perp(SBD), AN\perp(SCD)\Rightarrow SC\perp(AMN)$.

Ta có SA vuông góc với đáy nên góc giữa $(ABC),(AMN)$ là góc giữa SD,SA và là góc $\widehat{ASD}$.

Ta có tứ giác $ABDC$ là tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AD, hay nội tiếp đường tròn bán kính R ngoại tiếp tam giác ABC, $AD=2R$.

Xét tam giác ABC:

$BC=\sqrt{AB^2+AC^2-2AB.AC.\cos A}=a\sqrt{7}$.

$\frac{BC}{\sin A}=2R\Rightarrow R=\frac{BC}{2\sin A}=\frac{a\sqrt{7}}{\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{21}}{3}\Rightarrow AD=\frac{2a\sqrt{21}}{3}$.

Xét tam giác SAD vuông tại A, ta có $SA=AD.\cot\widehat{ASD}=\frac{2a\sqrt{21}}{3}.\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{2a\sqrt{7}}{3}$.

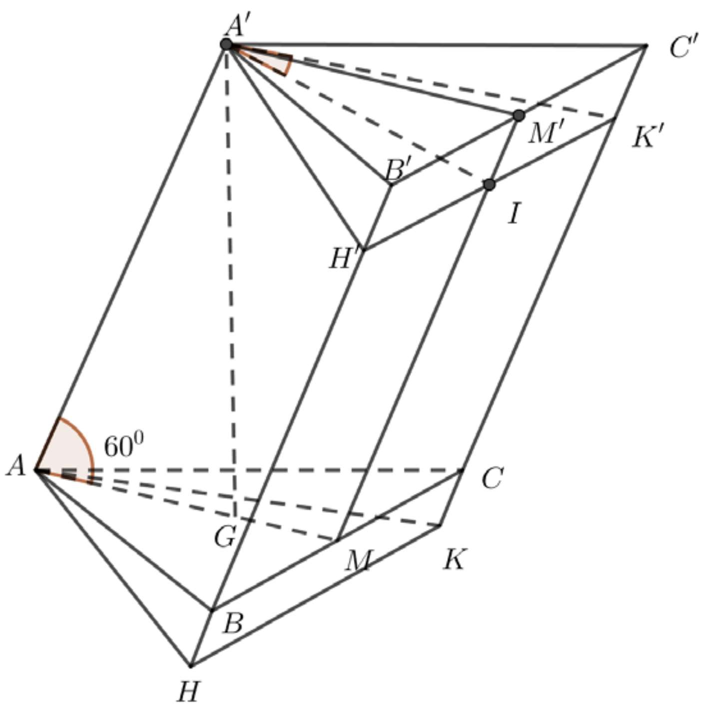
Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{SABC}=\frac{1}{3}.\frac{2a\sqrt{7}}{3}.\frac{1}{2}.a.2a.\sin 120^0=\frac{a^3\sqrt{21}}{9}$.

Câu 43. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ cạnh bên có độ dài bằng 4, BB' tạo với đáy góc 60^0. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm G của tam giác ABC. Biết khoảng cách từ điểm A' đến các đường thẳng BB' và CC' bằng nhau và bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $18\sqrt{3}$. **B.** $9\sqrt{3}$. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M,M' lần lượt là trung điểm BC và $B'C'$.

Gọi H',K' lần lượt là hình chiếu vuông góc của A' lên BB' và CC'.

H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên BB' và CC'.

Khi đó $d\left(A';BB'\right)=A'H'=3$ và $d\left(A';CC'\right)=A'K'=3$ và $AA'\perp\left(A'H'K'\right)$.

Góc giữa $\left(BB',\left(ABC\right)\right)=\left(AA',\left(ABC\right)\right)=\widehat{A'AG}=60^0$.

Trong tam giác vuông $A'AG$ ta có $A'G=\sin 60^0.AA'=2\sqrt{3}$,

$AG=\cos 60^0.AA'=2$ suy ra $AM=\dfrac{3}{2}AG=3$

Gọi $I=MM'\cap H'K'$. Khi đó I là trung điểm $H'K'$.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'}=V_{A'H'K'.AHK}$ (vì $V_{A'.B'C'H'K'}=V_{A.BCHK}$).

$A'G.S_{A'B'C'}=AA'.S_{A'H'K'}\Leftrightarrow\dfrac{S_{A'H'K'}}{S_{A'B'C'}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\cos 30^0$.

Góc giữa hai mặt phẳng $\left(\left(A'B'C'\right),\left(A'H'K'\right)\right)=\widehat{M'A'I}=30^0$.

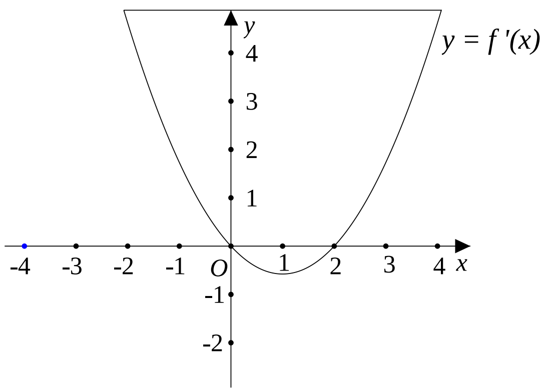
Trong tam giác vuông $M'IA'$ ta có $A'I=\cos 30^0.A'M'=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Trong tam giác vuông $A'IK'$ ta có $IK=\dfrac{3}{2}$ suy ra $H'K'=2IK'=3$.

Diện tích tam giác $S_{A'H'K'}=\dfrac{1}{2}.3.\dfrac{3\sqrt{3}}{2}=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích lăng trụ $V=AA'.S_{A'H'K'}=4.\dfrac{9\sqrt{3}}{4}=9\sqrt{3}$.

Câu 44. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có $f\left(-1\right)+f\left(3\right)=0$ và có đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ như sau:



Hỏi hàm số $y=\left[f\left(4x^3-6x^2+2\right)\right]^4$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 4. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$.

Ta có $y'=f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua các điểm $\left(0;0\right),\left(2;0\right)$ và có hệ số $a>0$.

Ta có hệ phương trình

$\begin{cases} c=0 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ b=-3a \end{cases} \Rightarrow f\left(x\right)=ax^3-3ax^2+d$.

Ta lại có $f\left(-1\right)+f\left(3\right)=0 \Leftrightarrow -a-3a+d+27a-27a+d=0 \Leftrightarrow d=2a$.

Khi đó $f\left(x\right)=a\left(x^3-3x^2+2\right)$ với $a>0$.

Ta có $f\left(x\right)=0 \Leftrightarrow x^3-3x^2+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1-\sqrt{3} \\ x=1+\sqrt{3} \\ x=1 \end{array}\right.$.

Đặt $g\left(x\right)=\left[f\left(4x^3-6x^2+2\right)\right]^4$.

Ta có $g'\left(x\right)=4.\left[f\left(4x^3-6x^2+2\right)\right]^3.\left(12x^2-12x\right)f'\left(4x^3-6x^2+2\right)$.

$$g'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(4x^3-6x^2+2\right)=0 \\ 12x^2-12x=0 \\ f'\left(4x^3-6x^2+2\right)=0 \end{array}\right..$$

$$f\left(4x^3-6x^2+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^3-6x^2+2=1+\sqrt{3} \\ 4x^3-6x^2+2=1-\sqrt{3} \\ 4x^3-6x^2+2=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1\left(x_1\approx 1.57\right) \\ x=x_2\left(x_2\approx -0.57\right) \\ x=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2} \vee x=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2} \vee x=\dfrac{1}{2} \end{array}\right..$$

$$12x^2-12x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right..$$

$$f'\left(4x^3-6x^2+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x^3-6x^2+2=0 \\ 4x^3-6x^2+2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \vee x=1\ (kep) \\ x=\dfrac{3}{2} \vee x=0\ (kep) \end{array}\right..$$

Phương trình $g'(x)=0$ có 9 nghiệm bội lẻ.

Ta thấy $g'(2)=4\left[f\left(10\right)\right]^3.f'\left(10\right).24>0$.

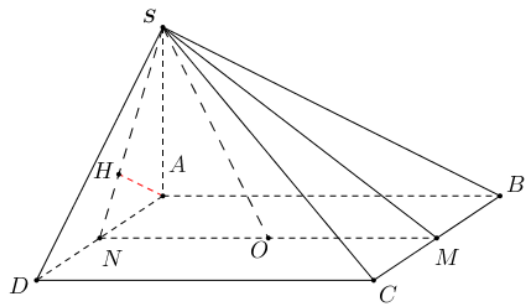
Vậy, hàm số $g\left(x\right)=\left[f\left(4x^3-6x^2+2\right)\right]^4$ có 4 điểm cực đại.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD}=60°$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO.

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD. Dựng $AH \perp SN$

Khi đó $d\left(AB; SO\right) = d\left(AB, \left(SMN\right)\right) = d\left(A, \left(SMN\right)\right) = AH$

Do tam giác SBD có $\widehat{SBD} = 60°$ và $SB = SD$ nên SBD là tam giác đều

Suy ra $SD = BD = a\sqrt{2}$, do đó $SA = \sqrt{SD^2 - AD^2} = a$.

Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AN^2} \Leftrightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{5}}{5} = d\left(AB, SO\right)$.

Câu 46. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \left|x^3 - (6m+3)x^2 + (9+18m)x - 27\right|$ có ba điểm cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l} m < \dfrac{-1}{2} \\ m > 1 \end{array}\right.$. **B.** $-1 \le m < \dfrac{-1}{2}$. **C.** $-1 \le m < 1$. **D.** $-1 \le m \le 1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = x^3 - (6m+3)x^2 + (9+18m)x - 27$, có $f'(x) = 3x^2 - 2(6m+3)x + 9 + 18m$.

Để hàm số $\left|f(x)\right|$ có ba điểm cực trị thì hàm số $f(x)$ phải có 2 cực trị cùng dấu hay phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt (1) và phương trình $f(x) = 0$ có 1 nghiệm (2).

+) Giải $(1) \Leftrightarrow \Delta'_{f'} = (6m+3)^2 - 3(9+18m) > 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

+) Giải (2): Ta có $f(x) = (x-3)\left(x^2 - 6mx + 9\right)$.

$f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x^2 - 6mx + 9 = 0 \ (*) \end{array}\right.$

$(2) \Leftrightarrow (*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm $x = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta_{(*)} \le 0 \\ 3^2 - 6m.3 + 9 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 \le m \le 1 \\ m = 1 \end{array}\right.$

Vậy $-1 \le m < \dfrac{-1}{2}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x-m}{x+1}$. Tìm m để $\max\limits_{x\in[1;2]} f(x) + \min\limits_{x\in[1;2]} f(x) = -8$.

A. $m = 5$. **B.** $m = 11$. **C.** $m = -5$. **D.** $m = -11$.

Lời giải

Chọn B

$y'=\dfrac{1+m}{(x+1)^2}$.

Do hàm số $y=f(x)=\dfrac{x-m}{x+1}$ chỉ đồng biến hoặc nghịch biến trên $[1;2]$ khi $m\neq -1$. Do đó

$\max\limits_{x\in[1;2]} f(x)+\min\limits_{x\in[1;2]} f(x)=-8$

$\Leftrightarrow y(1)+y(2)=-8\Leftrightarrow \dfrac{1-m}{2}+\dfrac{2-m}{3}=-8\Leftrightarrow 3(1-m)+2(2-m)=-48\Leftrightarrow m=11$

Câu 48. Cho hàm số $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y=-x+2$. S là tập các giá trị m thỏa mãn (d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt $A(0;2), B, C$ sao cho diện tích tam giác MBC bằng $2\sqrt{2}$, với $M(3;1)$. Tính tổng bình phương các phần tử của S?

A. 4. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 25.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và đồ thị (C):

$x^3+2mx^2+3(m-1)x+2=-x+2$

$\Leftrightarrow x^3+2mx^2+3(m-1)x+x=0$

$\Leftrightarrow x^3+2mx^2+(3m-2)x=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+2mx+3m-2=0 \end{array}\right.$ (1)

Với $x=0$, ta có giao điểm là $A(0;2)$.

(d) cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2\neq 0 \\ \Delta'=m^2-3m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq \dfrac{2}{3} \\ \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<1 \end{array}\right. \end{cases} (*)$.

Ta gọi các giao điểm của d và (C) lần lượt là $A(0;2), B(x_B;-x_B+2), C(x_C;-x_C+2)$ với x_B, x_C là nghiệm của phương trình (1).

Theo định lí Viet, ta có: $\begin{cases} x_B+x_C & =-2m \\ x_B.x_C & =3m-2 \end{cases}$.

Ta có diện tích của tam giác MBC là $S_{\Delta MBC}=\dfrac{1}{2}\cdot BC\cdot d(M,BC)=2\sqrt{2}$.

Phương trình d được viết lại là: $d: y=-x+2\Leftrightarrow x+y-2=0$.

Mà $d(M,BC)=d(M,d)=\dfrac{|3+1-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$.

Do đó: $BC=\dfrac{2S_{\Delta MBC}}{d(M,BC)}=\dfrac{2.2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=4\Leftrightarrow BC^2=16$.

Ta lại có: $BC^2=(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2=(x_C-x_B)^2+\left[(-x_C+2)-(-x_B+2)\right]^2$.

$=\left(x_C-x_B\right)^2+\left(x_B-x_C\right)^2=2\left(x_C-x_B\right)^2=16\Leftrightarrow\left(x_C-x_B\right)^2=8$

$\Leftrightarrow\left(x_B+x_C\right)^2-4x_B.x_C=8\Leftrightarrow\left(-2m\right)^2-4\left(3m-2\right)=8$.

$\Leftrightarrow 4m^2-12m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=3\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy $S=\{0;3\}\Rightarrow 0^2+3^2=9$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, $f(1)=10\sqrt{2}, f(3)=9$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc $[-10;10]$ của m để bất phương trình $(x+1).\left[f(x)+1\right]\sqrt{(x+1)f(x)}>mx\left(m^2x^2+x+1\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in(1;3)$.

A. 20. **B.** 21. **C.** 12. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Đặt $a=\sqrt{(x+1)f(x)};b=mx$.

Ta có $(x+1).\left[f(x)+1\right]\sqrt{(x+1)f(x)}>mx\left(m^2x^2+x+1\right)$

Trở thành $a^3+(x+1)a>b^3+(x+1)b\Leftrightarrow(a-b)\left(a^2+ab+b^2+x+1\right)>0\Leftrightarrow a-b>0$

Vì $a^2+ab+b^2+x+1>0,\forall x\in(1;3)$

Khi đó ta có $\sqrt{(x+1)f(x)}>mx\Leftrightarrow m<\dfrac{\sqrt{(x+1)f(x)}}{x},\forall x\in(1;3)$

Xét hàm số $h(x)=\dfrac{(x+1)f(x)}{x^2}$ ta có $g(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}$ và $f(x)$ là hai hàm số dương cùng nghịch biến trên $(1;3)$ nên hàm số $h(x)=\dfrac{(x+1)f(x)}{x^2}$ nghịch biến với mọi $x\in(1;3)$.

x	1		3
$h'(x)$		-	
$h(x)$	$20\sqrt{2}$	$\searrow$	2

Từ bảng ta có: $m<\dfrac{\sqrt{(x+1)f(x)}}{x},\forall x\in(1;3)\Leftrightarrow m\le 2$.

Mà m nguyên thuộc $[-10;10]$ nên $m\in\{-10,-9,...,2\}$. Vậy có 13 giá trị nguyên của m.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(-3)=0$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hỏi hàm số $g(x)=\left|2(x+1)^6-6(x+1)^2-3f\left(-x^4-4x^3-4x^2-2\right)\right|$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(1;2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $h(x)=2(x+1)^6-6(x+1)^2-3f\left(-x^4-4x^3-4x^2-2\right)$. Khi đó $g(x)=|h(x)|$.

Ta có $h(x)=2(x+1)^6-6(x+1)^2-3f\left[-(x+1)^4+2(x+1)^2-3\right]$.

Suy ra $h'(x)=12(x+1)^5-12(x+1)-3\left[-4(x+1)^3+4(x+1)\right]f'\left[-(x+1)^4+2(x+1)^2-3\right]$.

Hay $h'(x)=12(x+1)\left[(x+1)^4-1\right]+12(x+1)\left[(x+1)^2-1\right]f'\left[-(x+1)^4+2(x+1)^2-3\right]$.

Hay $h'(x)=12(x+1).\left[(x+1)^2-1\right].\left\{(x+1)^2+1+f'\left[-(x+1)^4+2(x+1)^2-3\right]\right\}$.

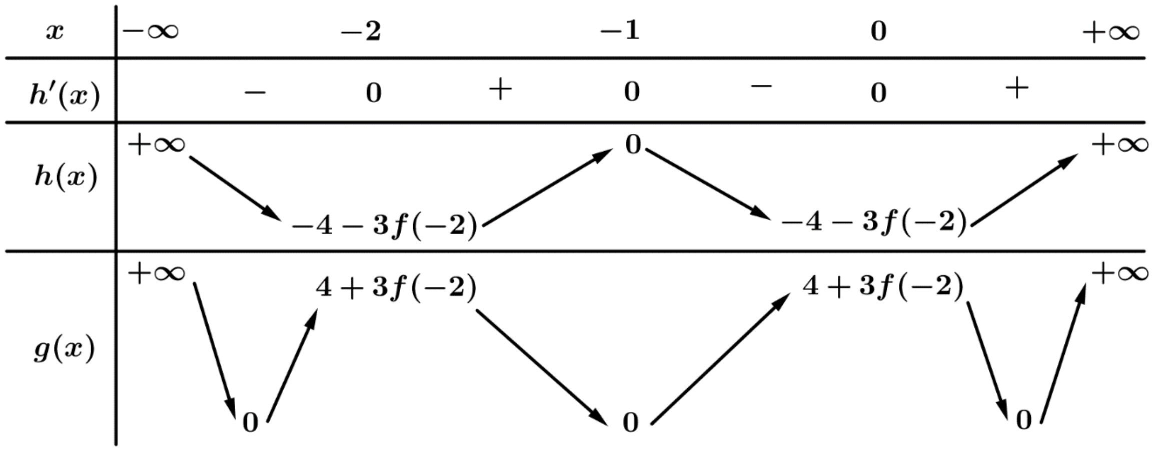
Hay $h'(x)=12(x+1).(x+2)x.\left\{(x+1)^2+1+f'\left[-(x+1)^4+2(x+1)^2-3\right]\right\}$.

Ta có $-(x+1)^4+2(x+1)^2-3=-\left[(x+1)^2-1\right]^2-2\le -2,\ \forall x$.

Từ bảng xét dấu suy ra $f'\left[-(x+1)^4+2(x+1)^2-3\right]\ge 0,\ \forall x$.

Do đó, $(x+1)^2+1+f'\left[-(x+1)^4+2(x+1)^2-3\right]>0,\ \forall x$.

Vậy $h'(x)=0\Leftrightarrow 12(x+1).(x+2)x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-2\\x=0\end{array}\right.$ và có bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên có thể khẳng định hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

SỞ GD&ĐT THANH HÓA **TRƯỜNG THPT THIỆU HÓA** *(Đề thi có 07 trang)*	**ĐỀ THI KSCL LỚP 12 LẦN 01 NĂM HỌC 2021-2022** **Môn thi: Toán** *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

Họ, tên học sinh: ………………………………………………….
Số báo danh: ……………………………………………………..

Mã đề thi 401

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm tại x_0. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'\left(x_0\right)=0$.

B. Nếu $f'\left(x_0\right)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

C. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'\left(x_0\right)<0$.

D. Hàm số đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'\left(x_0\right)=0$.

Câu 2: Khối đa diện đều loại $\left\{p;q\right\}$ là khối đa diện có đặc điểm:

A. có *q* mặt là đa giác đều và mỗi mặt có *p* cạnh.
B. có *p* mặt là đa giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng *q* cạnh.
C. có *p* mặt là đa giác đều và mỗi mặt có *q* cạnh.
D. mỗi mặt là đa giác đều *p* cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng *q* mặt.

Câu 3: Cho các hàm số: $f\left(x\right)=x^3+3x;h\left(x\right)=\sin x;g\left(x\right)=\dfrac{2x-1}{x+1};k\left(x\right)=\tan x$, Hỏi có bao nhiêu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 4: Cho đường thẳng *d* cố định. Đường thẳng Δ song song với *d* và cách *d* một khoảng không đổi. Xác định mặt tròn xoay tạo thành khi quay Δ quanh *d*.

A. Mặt nón. **B.** Mặt trụ. **C.** Hình nón. **D.** Hình trụ.

Câu 5: Hệ số của x^7 trong khai triển của $(3-x)^9$ là

A. C_9^7 **B.** $9C_9^7$ **C.** $-9C_9^7$ **D.** $-C_9^7$

Câu 6: Giá trị của biểu thức $E=2^{\sqrt{3}-1}.4^{\sqrt{3}}.8^{1-\sqrt{3}}$ bằng

A. 64 **B.** 16 **C.** 9 **D.** 4

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{1-x}$ có đường tiệm cận là

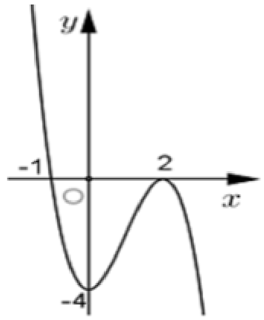
A. $y=-2$ **B.** $x=\dfrac{3}{2}$ **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$ **D.** $x=-3$

Câu 8: Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ **B.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$ **D.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$

Câu 9: Gọi *M* là giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $\left[-1;1\right]$. Khi đó giá trị của $\dfrac{1}{M}$ là

A. $-\frac{2}{3}$ **B.** $\frac{3}{2}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $-\frac{2}{3}$



Câu 10: Biết đường cong ở hình bên đây là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, **D.** Hỏi đó là hàm số nào?

A. $y=-x^3-4$ **B.** $y=x^3-3x^2-4$

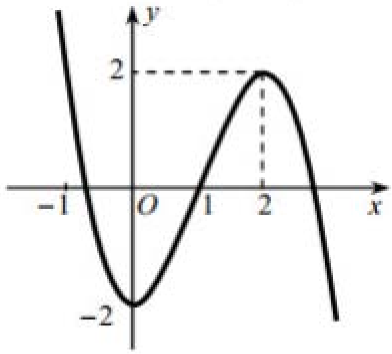
C. $y=-x^3+3x-2$ **D.** $y=-x^3+3x^2-4$

Câu 11: Cho cấp số cộng có $u_3=2$, công sai $d=-2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

A. $u_2=4$ **B.** $u_2=0$ **C.** $u_2=-4$ **D.** $u_2=3$

Câu 12: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $e^x-4=0$ **B.** $\pi^x+1=0$ **C.** $\ln(x+1)=1$ **D.** $\log(x+2)=2$



Câu 13: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$ **B.** $(-\infty;0)$

C. $(0;2)$ **D.** $(1;+\infty)$

Câu 14: Hình nào sau đây không có trục đối xứng?

A. Hình tròn. **B.** Đường thẳng. **C.** Hình hộp xiên. **D.** Tam giác đều.

Câu 15: Nếu $\log\sqrt{10a}=3$ thì $\log a$ bằng

A. 100 **B.** 5 **C.** 10 **D.** 50

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có cạnh đáy bằng *a* góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp *S.ABC***D.**

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$ **C.** $\frac{a^3}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$

Câu 17: Đồ thị hàm số $y=2x^4-3x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 18: Cho hình nón có đường sinh $l=5$, bán kính đáy $r=3$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $S_{xq}=15\pi$ **B.** $S_{xq}=20\pi$ **C.** $S_{xq}=22\pi$ **D.** $S_{xq}=24\pi$

Câu 19: Cho $f(x)=3^x$ thì $f(x+3)-f(x)$ bằng

A. 28 **B.** 189 **C.** $28f(x)$ **D.** $26f(x)$

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_3 x=\log_3(x^2-x)$ là

A. $S=\{2\}$ **B.** $S=\{0\}$ **C.** $S=\{0;2\}$ **D.** $S=\{1;2\}$

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{\sqrt{x^2-4x+5}}+\log(x-4)$ là

A. $D=(-4;+\infty)$ **B.** $D=[4;+\infty)$ **C.** $D=(4;5)\cup(5;+\infty)$ **D.** $D=(4;+\infty)$

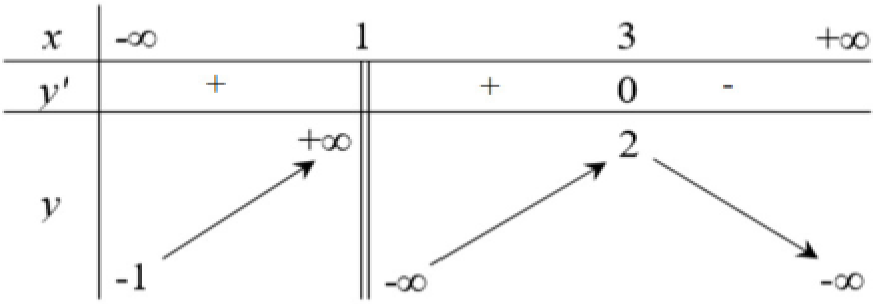
Câu 22: Gọi *m*, *M* lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{1}{2}x-\sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $S=3m+2M$.

A. $S=4$ **B.** $S=-4$ **C.** -3 **D.** $S=-\frac{7}{2}$

Câu 23: Phương trình $2^{2x}-3.2^{x+2}+32=0$ có tổng các nghiệm là

A. -2 **B.** 12 **C.** 6 **D.** 5

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (chỉ xét các tiệm cận đứng và ngang)?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số *m* để hàm số $y=\frac{mx-1}{2x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 26: Cho khối tứ diện đều *ABCD* cạnh bằng *a*, *M* là trung điểm ***BD*.** Thể tích *V* của khối chóp *M.ABC* bằng bao nhiêu?

A. $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{24}$ **B.** $V=\frac{a^3}{2}$ **C.** $V=\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$

Câu 27: Cho *a* là số thực dương. Viết biểu thức $P=\sqrt[3]{a^5}.\frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số *a* ta được kết quả

A. $P=a^{\frac{1}{6}}$ **B.** $P=a^{\frac{16}{15}}$ **C.** $P=a^{\frac{7}{6}}$ **D.** $P=a^{\frac{19}{6}}$

Câu 28: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là (C). Gọi *A*, *B* là các điểm cực trị của (C). Tính độ dài đoạn thẳng *AB*?

A. $AB=5\sqrt{2}$ **B.** $AB=5$ **C.** $AB=4$ **D.** $AB=2\sqrt{5}$

Câu 29: Cho $\log_a x=2, \log_b x=3$ với *a*, *b* là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. 6 **B.** -6 **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{-1}{6}$

Câu 30: Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình chữ nhật với $AB=a, AD=\sqrt{2}a, SA=3a$ và $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng *SC* và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $30°$ **B.** $120°$ **C.** $60°$ **D.** $90°$

Câu 31: Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng r và chiều cao bằng h. Hỏi nếu tăng chiều cao lên 3 lần và tăng bán kính đáy lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

A. 18 lần **B.** 6 lần **C.** 36 lần **D.** 12 lần

Câu 32: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+3(a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Khi đó nhận xét nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Trên khoảng $(-2;1)$ thì hàm số $f(x)$ luôn đồng biến.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 33: Một hình chóp có tất cả 2021 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu cạnh?

A. 2022 **B.** 4040 **C.** 4021 **D.** 1011

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$ $\|$ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

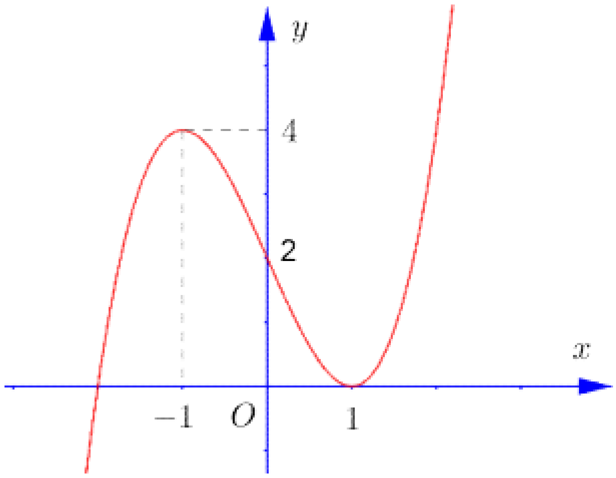
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 35: Cho $a=\log 5, b=\ln 5$, hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $10e=5^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$ **B.** $\frac{a}{b}=\frac{e}{10}$ **C.** $a^{10}=e^{b}$ **D.** $a^{10+b}=5^{10e}$

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f(x-2021)-x+2021$ là



A. 3 **B.** 1 **C.** 4 **D.** 2

Câu 37: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^{\frac{2}{3}}\left(\sqrt[3]{x^{-2}}-\sqrt[3]{x}\right)}{x^{\frac{1}{8}}\left(\sqrt[8]{x^{3}}-\sqrt[8]{x^{-1}}\right)}$ xác định trên $D=(0;+\infty)\backslash\{1\}$. Giá trị $-f\left(2021^{2022}\right)-1$ có thể viết dạng $a0ab^{b0bb}$ (với *a, b* là số tự nhiên nhỏ hơn 10). Tính $a+b$.

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 4

Câu 38: Gọi *S* là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực *m* sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m^2-30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Số phần tử của *S* là

A. 17 **B.** 8 **C.** 16 **D.** 9

Câu 39: Ông Nam cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V=8\left(m^3\right)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\dfrac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000 đ/m^2 và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\dfrac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 22.000.000 đ **B.** 22.770.000 đ **C.** 20.965.000 đ **D.** 23.235.000 đ

Câu 40: Cho đa giác đều 21 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm *O*. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân nhưng không đều.

A. $P=\dfrac{29}{190}$ **B.** $P=\dfrac{18}{95}$ **C.** $P=\dfrac{27}{190}$ **D.** $P=\dfrac{7}{190}$

Câu 41: Cho hai số thực dương *x*, *y* thay đổi thỏa mãn đẳng thức $\dfrac{xy-1}{x^2+y}=2^{x^2-2xy+y+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của *y*.

A. $y_{\min}=2$ **B.** $y_{\min}=3$ **C.** $y_{\min}=1$ **D.** $y_{\min}=\sqrt{3}$

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1 || $+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f^2(x)}-2}$ là bao nhiêu?

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 43: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(2m-3)x-(3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 10 **B.** 5 **C.** -5 **D.** -10

Câu 44: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $A'.BB'C'C$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$ **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+2x^2-bx+1$ và $y=g(x)=cx^2+4x+d$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		α				β		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	CT		$\nearrow$		1	$\searrow$	$-\infty$

Biết đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1+x_2+x_3=9$. Tính tích $T=x_1x_2x_3$.

A. $T=6$ **B.** $T=12$ **C.** $T=10$ **D.** $T=21$

Câu 46: Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $(a+b)(2a-ab+2b-2)=3ab$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{a^3b^3}(a^6+b^6)-\dfrac{9}{4a^2b^2}(a^4+b^4)$ bằng

A. $-\dfrac{23}{16}$ **B.** $-\dfrac{21}{4}$ **C.** $-\dfrac{23}{4}$ **D.** $\dfrac{17}{16}$

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC=2a, BD=4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC.

A. $\dfrac{2a\sqrt{15}}{19}$ **B.** $\dfrac{a\sqrt{165}}{91}$ **C.** $\dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$ **D.** $\dfrac{2a\sqrt{285}}{19}$

Câu 48: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+e}$. Đặt $S=f\left(\dfrac{1}{2021}\right)+f\left(\dfrac{2}{2021}\right)+f\left(\dfrac{3}{2021}\right)+...+f\left(\dfrac{2021}{2021}\right)$. Khi đó giá trị của $P=\log S$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$ **B.** $(2;3)$ **C.** $(3;4)$ **D.** $(4;5)$

Câu 49: Xác định các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+mx-m$ có các điểm cực đại và cực tiểu A và B sao cho tam giác ABC vuông tại $C\left(\dfrac{2}{3};0\right)$.

A. $m=\dfrac{1}{3}$ **B.** $m=\dfrac{1}{2}$ **C.** $m=\dfrac{1}{6}$ **D.** $m=\dfrac{1}{4}$

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABC$ có dáy là tam giác vuông cân tại ***B.*** Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}, \widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90^\circ$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $AB=3a\sqrt{2}$ **B.** $AB=a\sqrt{3}$ **C.** $AB=2a$ **D.** $AB=3a$

---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**:

A. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

C. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0)<0$.

D. Hàm số đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0)=0$.

Lời giải

Chọn A

Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 và đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

Câu 2: Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện có đặc điểm:

A. có *q* mặt là đa giác đều và mỗi mặt có *p* cạnh.
B. có *p* mặt là đa giác đều và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng *q* cạnh.
C. có *p* mặt là đa giác đều và mỗi mặt có *q* cạnh.
D. mỗi mặt là đa giác đều *p* cạnh và mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng *q* mặt.

Lời giải

Chọn D

Khối đa diện đều loại $\{p;q\}$ là khối đa diện có đặc điểm:

- Mỗi mặt là đa giác đều có *p* cạnh.
- Mỗi đỉnh là đỉnh chung của đúng *q* mặt.

Câu 3: Cho các hàm số: $f(x)=x^3+3x; h(x)=\sin x; g(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}; k(x)=\tan x$, Hỏi có bao nhiêu hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R}$, nên tập xác định là $\mathbb{R}$, suy ra chỉ có hàm số $f(x)=x^3+3x$ đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Câu 4: Cho đường thẳng d cố định. Đường thẳng Δ song song với d và cách d một khoảng không đổi. Xác định mặt tròn xoay tạo thành khi quay Δ quanh d.

A. Mặt nón. **B.** Mặt trụ. **C.** Hình nón. **D.** Hình trụ.

Lời giải

Chọn B

Quay Δ quanh d tạo thành mặt trụ tròn xoay. Đường thẳng d gọi là trục, đường thẳng Δ gọi là đường sinh.

Câu 5: Hệ số của x^7 trong khai triển của $(3-x)^9$ là

A. C_9^7. **B.** $9C_9^7$. **C.** $-9C_9^7$. **D.** $-C_9^7$.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát trong khai triển $(3-x)^9$ là $C_9^k 3^{9-k}(-x)^k$

Vì hệ số của x^7 nên $k=7$. Vậy hệ số của x^7 là $C_9^7 3^2(-1)^7$

Câu 6: Giá trị của biểu thức $E=2^{\sqrt{3}-1}.4^{\sqrt{3}}.8^{1-\sqrt{3}}$ bằng

A. 64. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $E=2^{\sqrt{3}-1}.4^{\sqrt{3}}.8^{1-\sqrt{3}}=2^{\sqrt{3}-1}.2^{2\sqrt{3}}.2^{3-3\sqrt{3}}=2^{\sqrt{3}-1+2\sqrt{3}+3-3\sqrt{3}}=2^2=4$.

Câu 7: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y=-2$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-2$ nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{1-x}$ là $y=-2$.

Câu 8: Cho lăng trụ tam giác đều có độ dài tất cả các cạnh bằng 3. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đáy là tam giác đều cạnh bằng 3 nên có diện tích là $\dfrac{3^2\sqrt{3}}{4}$, đường cao bằng 3

Thể tích khối lăng trụ là $V=\dfrac{3^2\sqrt{3}}{4}.3=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$.

Câu 9: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của $\dfrac{1}{M}$ là

A. $-\dfrac{2}{3}$ **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** $\dfrac{2}{3}$ **D.** $-\dfrac{2}{3}$

Lời giải

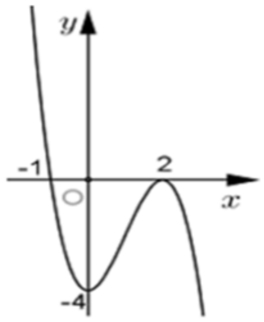
Chọn B

$$y=\frac{3x+1}{x-2}\Rightarrow y'=\frac{3.(-2)-1.1}{(x-2)^2}=\frac{-7}{(x-2)^2}<0,\forall x\neq 2.$$

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$

$$M=\max_{[-1;1]} y=y(-1)=\frac{3.(-1)+1}{-1-2}=\frac{-2}{-3}=\frac{2}{3}\Rightarrow\frac{1}{M}=\frac{3}{2}.$$

Câu 10: Biết đường cong ở hình bên đây là đồ thị của một trong bốn hàm số ở các phương án A, B, C, **D.** Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3-4$ **B.** $y=x^3-3x^2-4$ **C.** $y=-x^3+3x-2$ **D.** $y=-x^3+3x^2-4$

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta có $a<0$ nên loại đáp án **B**

Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$ nên loại đáp án **A**

$x=0 \Rightarrow y=-4$ nên loại đáp án **C.**

Câu 11: Cho cấp số cộng có $u_3=2$, công sai $d=-2$. Số hạng thứ hai của cấp số cộng đó là

A. $u_2=4$ **B.** $u_2=0$ **C.** $u_2=-4$ **D.** $u_2=3$

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_3=u_2+d=u_2+(-2)=2 \Rightarrow u_2=4.$

Câu 12: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $e^x-4=0$ **B.** $\pi^x+1=0$ **C.** $\ln(x+1)=1$ **D.** $\log(x+2)=2$

Lời giải

Chọn B

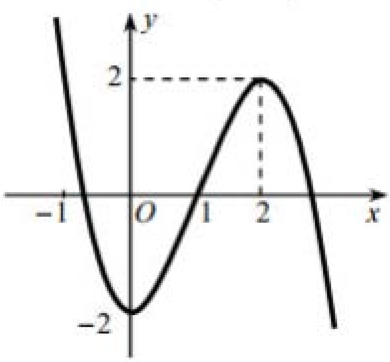
$e^x-4=0 \Leftrightarrow e^x=4 \Leftrightarrow x=\ln 4.$

$\pi^x+1=0 \Leftrightarrow \pi^x=-1$ vô nghiệm vì $\pi^x>0, \forall x\in\mathbb{R}.$

$\ln(x+1)=1 \Leftrightarrow x+1=e \Leftrightarrow x=e-1.$

$\log(x+2)=2 \Leftrightarrow x+2=10^2 \Leftrightarrow x=98.$

Câu 13: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

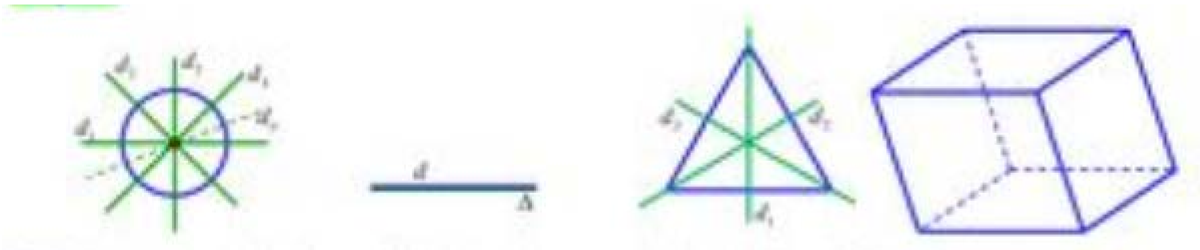
Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi xuống từ trái sang phải trên khoảng $(-\infty;0)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Câu 14: Hình nào sau đây không có trục đối xứng?

A. Hình tròn. **B.** Đường thẳng. **C.** Hình hộp xiên. **D.** Tam giác đều.

Lời giải

Chọn C



Hình tròn có vuông số trục đối xứng, các trục đối xứng đi qua tâm đường tròn.
Tam giác đều có 3 trục đối xứng. Trục này đi qua trọng tâm của tam giác đều.
Đường thẳng có 1 trục đối xứng là chính đường thẳng đó.
Lăng trụ xiên không có trục đối xứng.

Câu 15: Nếu $\log\sqrt{10a}=3$ thì $\log a$ bằng

A. 100. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 50.

Lời giải

Chọn B

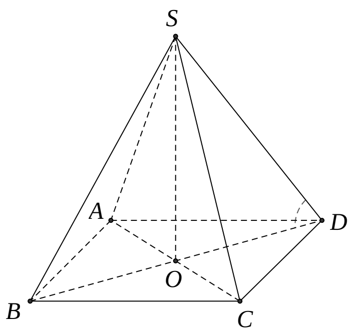
$\log\sqrt{10a}=3\Leftrightarrow\frac{1}{2}\log 10a=3\Leftrightarrow\log 10a=6\Leftrightarrow 1+\log a=6\Leftrightarrow\log a=5$.

Câu 16: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng $60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi O là tâm của đáy, ta có $SO\perp(ABCD)$.

$(SD;(ABCD))=(SD;DB)=\widehat{SDB}=60°$.

ΔSDB đều nên $SO=\frac{DB\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}a^2.\frac{a\sqrt{6}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 17: Đồ thị hàm số $y=2x^4-3x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=2x^4-3x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+2$ là số nghiệm của phương trình: $2x^4-3x^2=-x^2+2$

$$\Leftrightarrow x^4-x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x^2=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}(VN) \end{array}\right. \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}.$$

Vậy hai đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm chung.

Câu 18: Cho hình nón có đường sinh $l=5$, bán kính đáy $r=3$. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

A. $S_{xq}=15\pi$. **B.** $S_{xq}=20\pi$. **C.** $S_{xq}=22\pi$. **D.** $S_{xq}=24\pi$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_{xq}=\pi rl=\pi.3.5=15\pi$.

Câu 19: Cho $f(x)=3^x$ thì $f(x+3)-f(x)$ bằng

A. 28. **B.** 189. **C.** $28f(x)$. **D.** $26f(x)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x+3)-f(x)=3^{x+3}-3^x=3^x(3^3-1)=26f(x)$.

Câu 20: Tập nghiệm của phương trình $\log_3 x=\log_3(x^2-x)$ là

A. $S=\{2\}$. **B.** $S=\{0\}$. **C.** $S=\{0;2\}$. **D.** $S=\{1;2\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3 x=\log_3(x^2-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ x=x^2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>0 \\ \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=2$.

Câu 21: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4x+5}}+\log(x-4)$ là

A. $D=(-4;+\infty)$. **B.** $D=[4;+\infty)$. **C.** $D=(4;5)\cup(5;+\infty)$. **D.** $D=(4;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4x+5}}+\log(x-4)$ xác định khi

$$\begin{cases} x^2-4x+5>0\,(\forall x) \\ x-4>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>4.$$

Câu 22: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{1}{2}x-\sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $S=3m+2M$.

A. $S=4$. **<u>B.</u>** $S=-4$. **C.** $S=-3$. **D.** $S=-\frac{7}{2}$.

Lời giải

<u>Chọn B</u>

Tập xác định $D=[-1;+\infty)$.

$f'(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2\sqrt{x+1}}=0 \Leftrightarrow x=0\in[0;3]$.

Ta có $f(0)=-1, f(3)=-\frac{1}{2}$.

Suy ra $m=-1, M=-\frac{1}{2}$. Vậy $S=3m+2M=-4$.

Câu 23: Phương trình $2^{2x}-3.2^{x+2}+32=0$ có tổng các nghiệm là

A. -2. **B.** 12. **C.** 6. **<u>D.</u>** 5.

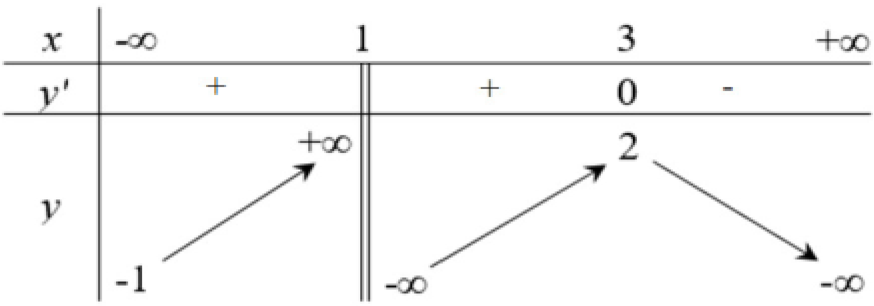
Lời giải

<u>Chọn D</u>

Ta có $2^{2x}-3.2^{x+2}+32=0 \Leftrightarrow 2^{2x}-12.2^{x}+32=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2^x=8\\2^x=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\\x=2\end{array}\right.$.

Tổng các nghiệm của phương trình là $3+2=5$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận (chỉ xét các tiệm cận đứng và ngang)?

A. 0. **B.** 1. **<u>C.</u>** 2. **D.** 3.

Lời giải

<u>Chọn C</u>

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty$ nên $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\infty} y=-1$ nên $y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy, đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{2x-1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

Ta có $y'=\dfrac{2-m}{(2x-1)^2}$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi $y'=\dfrac{2-m}{(2x-1)^2}>0,\forall x\in D\Leftrightarrow m<2$.

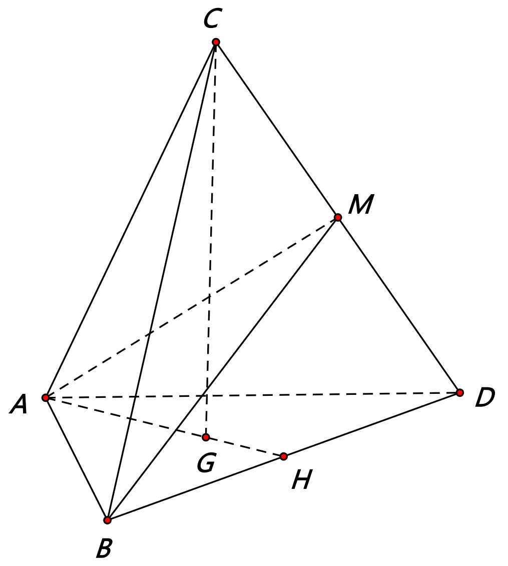
Vì m nguyên dương nên $m=1$.

Câu 26: Cho khối tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a, M là trung điểm BD. Thể tích V của khối chóp $MABC$ bằng bao nhiêu?

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{24}$ **B.** $V=\dfrac{a^3}{2}$ **C.** $V=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$ **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{24}$

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{ABCD}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. Vì M là trung điểm BD nên thể tích V của khối chóp $MABC$ bằng nửa thể tích khối chóp $ABCD$. Vậy $V_{MABC}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Cách khác:

Gọi H là trung điểm cạnh BD, G là trọng tâm của ΔABD.

Ta có: $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AG=\dfrac{2}{3}AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Xét ΔACG có $CG=\sqrt{AC^2-AG^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Do đó: $V_{CABD} = \frac{1}{3}CG.S_{ABD} = \frac{1}{3}CG.\frac{1}{2}AB.AD.\sin 60° = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Mà $\frac{V_{CABM}}{V_{CABD}} = \frac{CM}{CD} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{CABM} = \frac{1}{2}V_{CABD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 27: Cho a là số thực dương. Viết biểu thức $P = \sqrt[3]{a^5}.\frac{1}{\sqrt[5]{a^3}}$ dưới dạng lũy thừa cơ số a ta được kết quả

A. $P = a^{\frac{1}{6}}$ **B.** $P = a^{\frac{16}{15}}$ **C.** $P = a^{\frac{7}{6}}$ **D.** $P = a^{\frac{19}{6}}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $P = \sqrt[3]{a^5}.\frac{1}{\sqrt[5]{a^3}} = a^{\frac{5}{3}}.a^{-\frac{3}{5}} = a^{\frac{16}{15}}$

Câu 28: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C). Gọi A, B là các điểm cực trị của (C). Tính độ dài đoạn thẳng AB?

A. $AB = 5\sqrt{2}$. **B.** $AB = 5$. **C.** $AB = 4$. **D.** $AB = 2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;2); B(2;-2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{5}$.

Câu 29: Cho $\log_a x = 2, \log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$.

A. 5. **B.** -6. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{-1}{6}$.

Lời giải

Chọn B

$\log_a x = 2, \log_b x = 3 \Rightarrow x \neq 1$

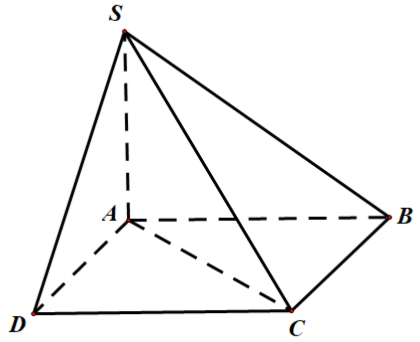
Do đó $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x = \frac{1}{\log_x \frac{a}{b^2}} = \frac{1}{\log_x a - \log_x b^2} = \frac{1}{\log_x a - 2\log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} - 2\frac{1}{\log_b x}} = -6$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a, AD = \sqrt{2}a, SA = 3a$ và $SA \perp (ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $30°$. **B.** $120°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



$\begin{cases} SC \cap (ABCD) = C \\ SA \perp (ABCD) \end{cases}$ $\Rightarrow$ Hình chiếu của SC trên $(ABCD)$ là AC.

$\Rightarrow \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$.

Tam giác ABC vuông tại $B \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{3}$.

Tam giác SAC vuông tại A $\Rightarrow \tan \widehat{SCA} = \dfrac{SA}{SC} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60°$.

Câu 31: Cho khối trụ có bán kính hình tròn đáy bằng *r* và chiều cao bằng *h*. Hỏi nếu tăng chiều cao lên 3 lần và tăng bán kính đáy lên 2 lần thì thể tích của khối trụ mới sẽ tăng lên bao nhiêu lần?

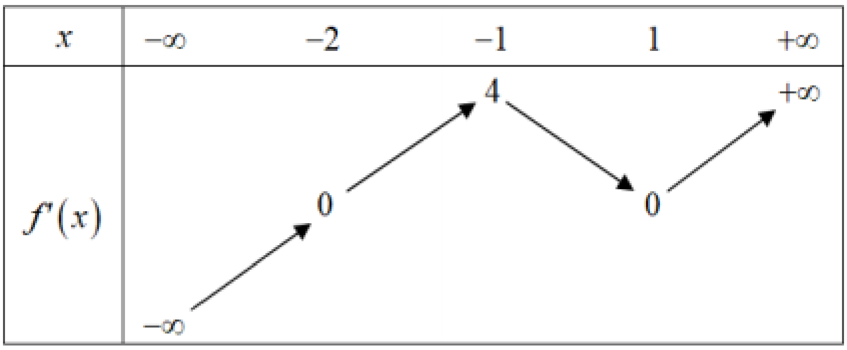
A. 18 lần **B.** 6 lần **C.** 36 lần **D.** 12 lần

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ $V = \pi.r^2.h$ nên $V' = \pi.(2r)^2.(3h) = 12V$.

Câu 32: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 3\,(a \neq 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên:



Khi đó nhận xét nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

B. Trên khoảng $(-2;1)$ thì hàm số $f(x)$ luôn đồng biến.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên trên ta có nhận xét như sau:

$+ x \in (-\infty;-2): f'(x) < 0.$

$+ x \in (-2;-1) \cup (-1;1) \cup (1;+\infty): f'(x) > 0$

Vậy trên khoảng $(-1;1)$ hàm số đồng biến.

Câu 33: Một hình chóp có 2021 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu cạnh?

A. 2022 **B.** 4040 **C.** 4021 **D.** 1011

Lời giải

Chọn B

Hình chóp có 1 mặt đáy và 2020 mặt bên nên nó có đáy là đa giác 2020 cạnh.
Do đó hình chóp có 4040 cạnh tất cả.

Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số nghịch biến trên $(-2;-1)$ và $(-1;0)$.

Câu 35: Cho $a = \log 5, b = \ln 5$, hệ thức nào sau đây là đúng?

A. $10e = 5^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$. **B.** $\frac{a}{b} = \frac{e}{10}$. **C.** $a^{10} = e^b$. **D.** $a^{10+b} = 5^{10e}$.

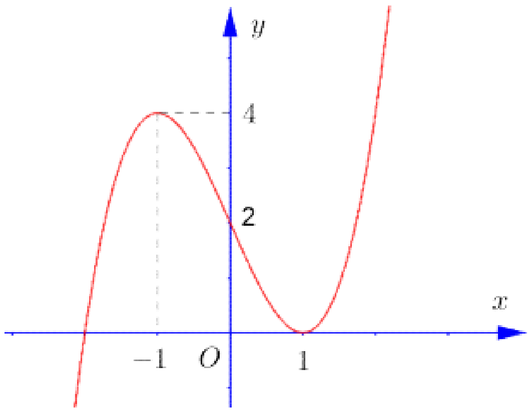
Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} a = \log 5 \\ b = \ln 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = \log_5 10 \\ \frac{1}{b} = \log_5 e \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \log_5 (10e).$$

Do đó: $10e = 5^{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f(x-2021) - x + 2021$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x) = f'(x-2021) - 1$.

Đồ thị hàm số $g'(x)$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ bằng cách tịnh tiến sang phải 2021 đơn vị và tịnh tiến xuống dưới 1 đơn vị.

Do đó đồ thị hàm số $g'(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt và $g'(x)$ đổi dấu qua 3 điểm đó nên hàm số $g(x) = f(x-2021) - x + 2021$ có 3 điểm cực trị.

Câu 37: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^{\frac{2}{3}}\left(\sqrt[3]{x^{-2}} - \sqrt[3]{x}\right)}{x^{\frac{1}{8}}\left(\sqrt[8]{x^3} - \sqrt[8]{x^{-1}}\right)}$ xác định trên $D = (0;+\infty)\setminus\{1\}$. Giá trị $-f\left(2021^{2022}\right) - 1$ có thể viết dạng $a0ab^{b0bb}$ (với *a*, *b* là số tự nhiên nhỏ hơn 10). Tính $a+b$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

Chọn C

Ta rút gọn $f(x) = \dfrac{x^{\frac{2}{3}}\left(\sqrt[3]{x^{-2}} - \sqrt[3]{x}\right)}{x^{\frac{1}{8}}\left(\sqrt[8]{x^3} - \sqrt[8]{x^{-1}}\right)} = \dfrac{1-x}{\sqrt{x}-1} = -\left(1+\sqrt{x}\right)$.

$\Rightarrow -f\left(2021^{2022}\right) - 1 = \sqrt{2021^{2022}} = 2021^{1011} \Rightarrow a = 2, b = 1 \Rightarrow a+b = 3$.

Câu 38: Gọi *S* là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực *m* sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|\dfrac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m^2 - 30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Số phần tử của *S* là

A. 17. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 9

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y = f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m^2 - 30$ liên tục trên đoạn $[0;2]$

$f'(x) = x^3 - 28x + 48$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -6 \notin [0;2] \\ x = 4 \notin [0;2] \\ x = 2 \in [0;2] \end{array}\right.$; $f(0) = m^2 - 30, f(2) = 14 + m^2$

$$\max_{[0;2]}|f(x)| = \max\{|m^2-30|;|m^2+14|\} \le 30 \Leftrightarrow \begin{cases}|m^2-30|\le 30\\ |m^2+14|\le 30\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}-30\le m^2-30\le 30\\ -30\le m^2+14\le 30\end{cases}$$

$$\begin{cases}m^2\le 60\\ m^2\le 16\end{cases} \Leftrightarrow m^2\le 16 \Leftrightarrow -4\le m\le 4 \overset{m\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow} m\in\{-4;-3;\cdots;4\}$$

Vậy: có 9 phần tử m nguyên thỏa YCBT

Câu 39: Ông Nam cần xây một bể đựng nước mưa có thể tích $V=8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000 đ/m^2 và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng nghìn).

A. 22.000.000 đ **B.** 22.770.000 đ **C.** 20.965.000 đ **D.** 23.235.000 đ

Lời giải

Chọn B

Gọi chiều rộng của bể là : $x(m)$. (với điều kiện $x>0$).

Chiều dài của bể là : $\frac{4}{3}x(m)$. Từ đó suy ra chiều cao của bể là : $\frac{6}{x^2}(m)$.

Tổng diện tích của bể là

$$S=\left(2-\frac{2}{9}\right).\frac{4}{3}x^2+2.\frac{6}{x^2}.x+2.\frac{6}{x^2}.\frac{4}{3}x$$

$$=\frac{64}{27}x^2+\frac{12}{x}+\frac{16}{x}=\frac{64}{27}x^2+\frac{28}{x}$$

Vì $x>0$ nên áp dụng BĐT Cô si cho 3 số dương $\frac{64}{27}x^2;\frac{14}{x};\frac{14}{x}$ ta có

$$\frac{64}{27}x^2+\frac{14}{x}+\frac{14}{x}\ge 3\sqrt[3]{\frac{64}{27}x^2.\frac{14}{x}.\frac{14}{x}}=3.\sqrt[3]{\frac{12544}{27}}.$$

Suy ra $S_{\min}=3.\sqrt[3]{\frac{12544}{27}} \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\frac{189}{32}}$.

Vậy chi phí thấp nhất để xây bể là : $980000.\,S_{\min}\approx 22.770.000$ đ.

Câu 40: Cho đa giác đều 21 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm *O*. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác cân nhưng không đều.

A. $P=\frac{29}{190}$ **B.** $P=\frac{18}{95}$ **C.** $P=\frac{27}{190}$ **D.** $P=\frac{7}{190}$

Lời giải

Chọn C

Số tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là $C_{21}^3=1330$ tam giác.

Nên số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=1330$.

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đều. Xét một đỉnh A bất kì của đa giác, có 10 cặp đỉnh đối xứng với nhau qua đường thẳng OA, hay có 10 tam giác tam giác cân tại đỉnh A. Như vậy với mỗi đỉnh của đa giác có 10 tam giác nhận đỉnh đó làm tam giác cân.

Số tam giác đều có 3 đỉnh là các đỉnh của đa giác đã cho là $\frac{21}{3}=7$ tam giác.

Tuy nhiên, trong số tam giác cân xác định ở trên có cả tam giác đều, do mọi tam giác đều thì đều cân tại 3 đỉnh nên các tam giác đều được đếm 3 lần.

Suy ra số tam giác cân nhưng không phải tam giác đều có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho là: $10.21-3.7=189$ tam giác.

Vậy xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều

$P=\frac{189}{1330}=\frac{27}{190}$.

Câu 41: Cho hai số thực dương x, y thay đổi thỏa mãn đẳng thức $\frac{xy-1}{x^2+y}=2^{x^2-2xy+y+1}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của y.

A. $y_{\min}=2$. **B.** $y_{\min}=3$. **C.** $y_{\min}=1$. **D.** $y_{\min}=\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\frac{xy-1}{x^2+y}=2^{x^2-2xy+y+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{xy-1}{x^2+y}=2^{x^2+y}.2^{-2xy+1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{xy-1}{2^{-2xy+1}}=\left(x^2+y\right)2^{x^2+y}$$

$$\Leftrightarrow (xy-1)2^{2xy-1}=\left(x^2+y\right)2^{x^2+y}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}(2xy-2)2^{2xy-2+1}=\left(x^2+y\right)2^{x^2+y}$$

$$\Leftrightarrow (2xy-2)2^{2xy-2}=\left(x^2+y\right)2^{x^2+y}$$

Hàm số $f(t)=t.2^t$ là hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{\ln 2};+\infty\right)$.

Nên với $x,y>0$ thì $(2xy-2)2^{2xy-2}=\left(x^2+y\right)2^{x^2+y}\Leftrightarrow 2xy-2=x^2+y\Leftrightarrow y=\frac{x^2+2}{2x-1}$.

Điều kiện $x\neq\frac{1}{2}$.

Ta có $y'=\frac{2x^2-2x-4}{(2x-1)^2}$

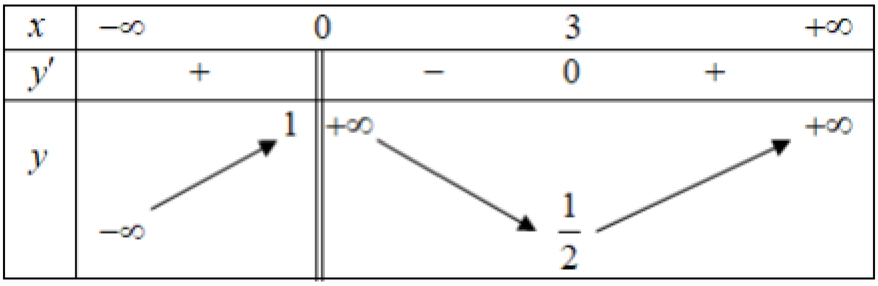
Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $y'=0\Leftrightarrow x=2$.

Bảng xét dấu:

x	0		$\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
y'		-	$\|\|$	-	0	$+$	
y	-2	$\searrow$ $-\infty$	$\|\|$	$+\infty$ $\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vì $y > 0$ nên $y_{\min} = 2$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới:



Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{e^{f^2(x)} - 2}$ là bao nhiêu?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $e^{f^2(x)} - 2 = 0 \Leftrightarrow e^{f^2(x)} = 2 \Leftrightarrow f^2(x) = \ln 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x) = \sqrt{\ln 2} & (1) \\ f(x) = -\sqrt{\ln 2} & (2) \end{array}\right.$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt, phương trình (2) có 1 nghiệm, vậy phương trình $e^{f^2(x)} - 2 = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{e^{f^2(x)} - 2}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 43: Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 10 **B.** 5 **C.** -5 **D.** -10

Lời giải

Chọn D

Ta có:

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$

+) $y' = 2m - 3 + (3m+1)\sin x$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $y' \le 0, \forall x \in (-\infty; +\infty)$

$\Leftrightarrow 2m - 3 + (3m+1)\sin x \le 0$, $\forall x \in (-\infty; +\infty)$

TH1: $3m + 1 = 0 \Rightarrow m = \dfrac{-1}{3} \Rightarrow y' = \dfrac{-11}{3} < 0, \forall x$

Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

TH2: $3m + 1 > 0 \Rightarrow m > \dfrac{-1}{3}$. Ta có:

$2m - 3 + (3m+1)\sin x \le 0$

$\Leftrightarrow (3m+1)\sin x \le 3 - 2m$

$\Leftrightarrow \sin x \le \dfrac{3-2m}{3m+1}$

Do $\sin x \le 1$ nên $\dfrac{3-2m}{3m+1} \ge 1 \Leftrightarrow 3-2m \ge 3m+1 \Leftrightarrow 5m \le 2 \Leftrightarrow m \le \dfrac{2}{5}$

Suy ra $\dfrac{-1}{3} < m \le \dfrac{2}{5}$; $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0$

TH3: $3m+1<0 \Rightarrow m < \dfrac{-1}{3}$. Ta có:

$2m-3+(3m+1)\sin x \le 0$

$\Leftrightarrow (3m+1)\sin x \le 3-2m$

$\Leftrightarrow \sin x \ge \dfrac{3-2m}{3m+1}$

Do $\sin x \ge -1$ nên $\dfrac{3-2m}{3m+1} \le -1 \Leftrightarrow 3-2m \ge -3m-1 \Leftrightarrow m \ge -4$

Suy ra $-4 \le m < \dfrac{-1}{3}$; $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-4;-3;-2;-1\}$

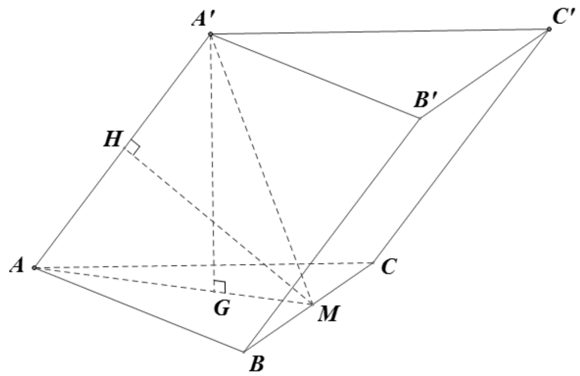
Vậy tổng các giá trị của m bằng: $(-4)+(-3)+(-2)+(-1)+0=-10$

Câu 44: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA′ và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $A'.BB'C'C$.

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$ **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$ **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$

Lời giải

Chọn B



Ta có $\left.\begin{matrix} BC \perp AM \\ BC \perp A'G \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp AA'$

Kẻ $MH \perp AA'$ tại H, suy ra MH là đoạn vuông góc chung của giữa hai đường thẳng AA' và BC

Tam giác MHA vuông tại H có $AH = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \dfrac{3}{4}a$

Tam giác $A'GA$ đồng dạng tam giác MHA nên $\dfrac{A'G}{MH} = \dfrac{GA}{HA} \Rightarrow A'G = \dfrac{MH.GA}{HA} = \dfrac{a}{3}$

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC}.A'G = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Câu 45: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+2x^2-bx+1$ và $y=g\left(x\right)=cx^2+4x+d$ có bảng biến thiên dưới đây:

x	$-\infty$		α				β		$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	CT	$\nearrow$		$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Biết đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1+x_2+x_3=9$. Tính tích $T=x_1x_2x_3$.

A. $T=6$ **B.** $T=12$ **C.** $T=10$ **D.** $T=21$

Lời giải

Đáp án B

Ta có $y=f\left(x\right)=ax^3+2x^2-bx+1\Rightarrow f'(x)=3ax^2+4x-b\Rightarrow f''(x)=6ax+4$

Cho $f''\left(x\right)=6ax+4=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-2}{3a}$ $(a\neq 0)$, $x=\dfrac{-2}{3a}$ là hoành điểm uốn.

Lại có $y=g\left(x\right)=cx^2+4x+d\Rightarrow g'(x)=2cx+4$ cho $g'\left(x\right)=2cx+4=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-2}{c}$ là trục đối xứng của parabol

Từ đó ta được $x=\dfrac{-2}{c}=\dfrac{-2}{3a}$ $\Leftrightarrow$ 3a=c

Phương trình hoành độ giao điểm: $ax^3+2x^2-bx+1=cx^2+4x+d\Leftrightarrow ax^3+(2-c)x^2-(b+4)x+1-d=0$

Theo vi-et phuong trình bậc 3: $\begin{cases} x_1x_2x_3=\dfrac{d-1}{a} \\ x_1+x_2+x_3=\dfrac{c-2}{a}=9\Leftrightarrow c-2=9a \end{cases}$ thay $x=\dfrac{-2}{c}=\dfrac{-2}{3a}$ $\Leftrightarrow$ 3a=c vào hệ

$$x_1+x_2+x_3=\frac{c-2}{a}=9\Leftrightarrow c-2=9a\Leftrightarrow 3a-2=9a\Leftrightarrow a=\frac{-1}{3}\Rightarrow c=-1$$

Mà ta có $x=\dfrac{-2}{c}=2$ thì $y=g\left(\dfrac{-2}{c}\right)=g\left(2\right)$ ta được $y=1$ thay $1=g\left(2\right)=-2.(2)^2+4.2+d\Leftrightarrow d=-3$

Thay vào $x_1x_2x_3=\dfrac{d-1}{a}=\dfrac{-4}{\frac{-1}{3}}=12$

Câu 46: Cho hai số thực dương *a*, *b* thỏa mãn $\left(a+b\right)\left(2a-ab+2b-2\right)=3ab$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{1}{a^3b^3}\left(a^6+b^6\right)-\dfrac{9}{4a^2b^2}\left(a^4+b^4\right)$ bằng

A. $-\dfrac{23}{16}$ **B.** $-\dfrac{21}{4}$ **C.** $-\dfrac{23}{4}$ **D.** $\dfrac{17}{16}$

Lời giải

Đáp án A

Xét $(a+b)(2a-ab+2b-2)=3ab \Leftrightarrow 2a^2+2b^2-a^2b-ab^2+ab-2a-2b=0$

Vì a,b dương, nên chia cho ab ta được

$$2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1-(a+b)-2\frac{1}{b}-2\frac{1}{a}=0 \Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geq 2\sqrt{2.(a+b).\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}$$

$$2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1\geq 2\sqrt{2.\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)}$$

Suy ra $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}\geq\dfrac{5}{2}$

Ta có

$$P=\frac{1}{a^3b^3}\left(a^6+b^6\right)-\frac{9}{4a^2b^2}\left(a^4+b^4\right)=\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}-\frac{9}{4}\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)\Leftrightarrow 4P=4\left(\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}\right)-9\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)$$

Đặt $t=\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}, t\geq\dfrac{5}{2}$ ta có được $4P=4(t^3-3t)-9(t^2-2)=4t^3-9t^2-12t+18$

Xét $f(\mathrm{t})=4t^3-9t^2-12t+18$ với $t\geq\dfrac{5}{2}$

$f'(t)=12t^2-18t^2-12\geq 0, \forall t\in\left[\dfrac{5}{2};+\infty\right)$ nên $f_{\min}(\mathrm{t})=f\left(\dfrac{5}{2}\right)=\dfrac{-23}{4}$

Do đó

$$4P=4(t^3-3t)-9(t^2-2)=4t^3-9t^2-12t+18\geq\frac{-23}{4}$$

$$P\geq\frac{-23}{16}$$

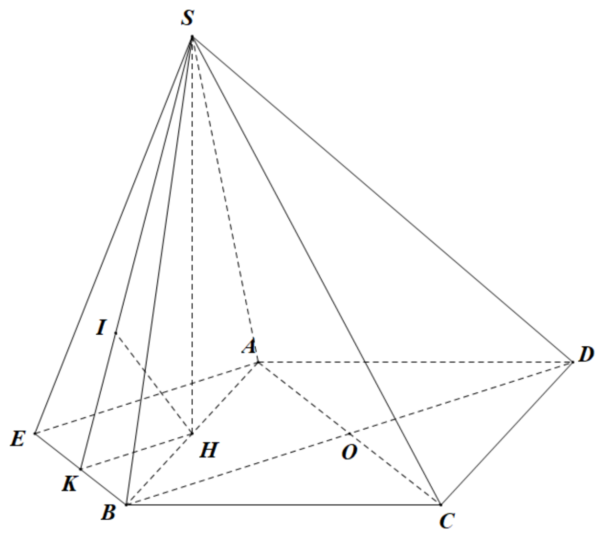
Dấu $"="$ xảy ra khi $(a,b)=(2,1)\vee(1,2)$

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết $AC=2a, BD=4a$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC.

A. $\dfrac{2a\sqrt{15}}{19}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{165}}{91}$. **C.** $\dfrac{4a\sqrt{1365}}{91}$. **D.** $\dfrac{2a\sqrt{285}}{19}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O = AC \cap BD$, H là trung điểm của AB.

Do tam giác SAB đều có SH là đường cao và nằm trong mặt phẳng vuông góc đáy $\Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Ta có: $\begin{cases} OA = \dfrac{AC}{2} = a \\ OB = \dfrac{BD}{2} = 2a \end{cases}$.

Tam giác OAB vuông tại O có: $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{a^2 + 4a^2} = a\sqrt{5}$.

Tam giác SAB đều, SH là đường cao $\Rightarrow SH = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{2}$.

Kẻ $BE // AC$ và $AE // BD$. Tứ giác $AEBO$ có: $\begin{cases} AE // BO \\ BE // AO \\ AO \perp BO \end{cases} \Rightarrow AEBO$ là hình chữ nhật.

$\Rightarrow \begin{cases} AE = BO = 2a \\ AE \perp BE \end{cases}$.

Gọi K là trung điểm BE, và có H là trung điểm AB nên HK là đường trung bình của tam giác $ABE \Rightarrow \begin{cases} HK // AE \\ HK = \dfrac{1}{2}AE = a \end{cases}$.

Mà $AE \perp BE \Rightarrow HK \perp BE$.

Lại có: $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp BE$. Suy ra $BE \perp (SHK)$.

Kẻ $HI \perp SK$, $BE \perp (SHK)$ nên $BE \perp HI$. Suy ra $HI \perp (SBE) \Rightarrow HI = d(H,(SBE))$.

Tam giác SHK vuông tại H, đường cao HI:

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{15}}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{19}{15a^2} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{285}}{19}.$$

Ta có: $BE // AC$ nên $AC // (SBE) \Rightarrow d(AC, SB) = d(AC;(SBE)) = d(A;(SBE))$.

Ta có: $AH\cap(SBE)=B\Rightarrow \dfrac{d\left(A;(SBE)\right)}{d\left(H;(SBE)\right)}=\dfrac{AB}{HB}=2$

$\Leftrightarrow d\left(A;(SBE)\right)=2d\left(\mathrm{H};(SBE)\right)=\dfrac{2a\sqrt{285}}{19}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}+e}$. Đặt $S=f\left(\dfrac{1}{2021}\right)+f\left(\dfrac{2}{2021}\right)+f\left(\dfrac{3}{2021}\right)+...+f\left(\dfrac{2021}{2021}\right)$. Khi đó giá trị của $P=\log S$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(4;5)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hai số dương a và b sao cho $a+b=1$, ta có

$$f(a)+f(b)=\frac{e^{2a}}{e^{2a}+e}+\frac{e^{2b}}{e^{2b}+e}=\frac{e^{2a}(e^{2b}+e)+e^{2b}(e^{2a}+e)}{\left(e^{2a}+e\right)\left(e^{2b}+e\right)}$$

$$\frac{e^{2(a+b)}+e^{2(a+b)}+e\left(e^{2a}+e^{2b}\right)}{e^{2(a+b)}+e\left(e^{2a}+e^{2b}\right)+e^2}=\frac{e^{2(a+b)}+e^2+e\left(e^{2a}+e^{2b}\right)}{e^{2(a+b)}+e\left(e^{2a}+e^{2b}\right)+e^2}=1 \text{ (vì } a+b=1)$$

Do đó $S=\left[f\left(\dfrac{1}{2021}\right)+f\left(\dfrac{2020}{2021}\right)\right]+\left[f\left(\dfrac{2}{2021}\right)+f\left(\dfrac{2019}{2021}\right)\right]+...+f(1)$

$=1010+f(1)=1010+\dfrac{e}{1+e}$

Vậy $P=\log S=\log\left(\dfrac{1010+1011e}{1+e}\right)\approx 3,005$.

Câu 49: Xác định các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2+mx-m$ có các điểm cực đại và cực tiểu A và B sao cho tam giác ABC vuông tại $C\left(\dfrac{2}{3};0\right)$.

A. $m=\dfrac{1}{3}$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=\dfrac{1}{6}$. **D.** $m=\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-2x+m$.

Hàm số có 2 điểm cực đại, cực tiểu $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow 1-m>0\Leftrightarrow m<1$.

Khi đó $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 với $\begin{cases}x_1+x_2=2\\ x_1x_2=m\end{cases}$.

Mặt khác phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $y=\dfrac{1}{3}(2m-2)x-\dfrac{2m}{3}$.

Do đó tọa độ 2 điểm cực trị A,B là: $A\left(x_1;\dfrac{1}{3}(2m-2)x_1-\dfrac{2m}{3}\right),B\left(x_2;\dfrac{1}{3}(2m-2)x_2-\dfrac{2m}{3}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AC}=\left(\frac{2}{3}-x_1;-\frac{1}{3}(2m-2)x_1+\frac{2m}{3}\right), \overrightarrow{BC}=\left(\frac{2}{3}-x_2;-\frac{1}{3}(2m-2)x_2+\frac{2m}{3}\right)$.

ΔABC vuông tại $C \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BC}=0$

$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}-x_1\right)\left(\frac{2}{3}-x_2\right)+\left(-\frac{1}{3}(2m-2)x_1+\frac{2m}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}(2m-2)x_2+\frac{2m}{3}\right)=0$

$\Leftrightarrow x_1x_2-\frac{2}{3}(x_1+x_2)+\frac{4}{9}+\frac{1}{9}(2m-2)^2x_1x_2-\frac{2m}{9}(2m-2)(x_1+x_2)+\frac{4m^2}{9}=0$

$\Leftrightarrow (4m^2-8m+13)x_1x_2-(4m^2-4m+6)(x_1+x_2)+4m^2+4=0$

$\Leftrightarrow (4m^2-8m+13).m-(4m^2-4m+6).2+4m^2+4=0$

$\Leftrightarrow 4m^3-12m^2+21m-8=0$

$\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$.

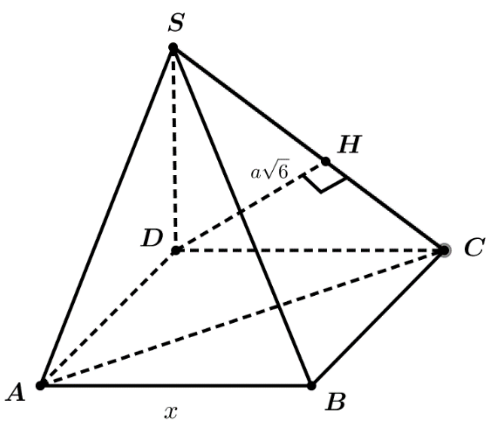
So với điều kiện suy ra $m=\frac{1}{2}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$; $\widehat{SAB}=\widehat{SCB}=90°$. Xác định độ dài cạnh AB để khối chóp $S.ABC$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $AB=3a\sqrt{2}$. **B.** $AB=a\sqrt{3}$. **C.** $AB=2a$. **D.** $AB=3a$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow SD\perp(ABCD)$.

$\Rightarrow SD\perp AB$. Mà $\widehat{SAB}=90° \Rightarrow AB\perp SA$. Do đó $AB\perp(SAD)\Rightarrow AB\perp AD$.

Chứng minh tương tự ta cũng có $BC\perp CD$. Do đó $ABCD$ là hình vuông.

Trong mặt phẳng (SDC), kẻ $DH\perp SC \Rightarrow DH\perp(SBC)$.

Vì $AD \,//\, BC \Rightarrow AD \,//\, (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC))=d(D,(SBC))=DH=a\sqrt{6}$.

Gọi $AB=x$. Vì $CD>DH=a\sqrt{6}\Rightarrow x>a\sqrt{6}$. Xét tam giác vuông SCD ta có

$\frac{1}{DH^2}=\frac{1}{SD^2}+\frac{1}{CD^2}\Rightarrow \frac{1}{SD^2}=\frac{1}{DH^2}-\frac{1}{CD^2}=\frac{1}{6a^2}-\frac{1}{x^2}\Rightarrow SD=\frac{ax\sqrt{6}}{\sqrt{x^2-6a^2}}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

$$V_{S.ABC}=\frac{1}{2}V_{S.ABCD}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{ax^3\sqrt{6}}{\sqrt{x^2-6a^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{6}.\frac{x^3}{\sqrt{x^2-6a^2}}.$$

Đặt $f(x)=\frac{x^3}{\sqrt{x^2-6a^2}};\ \left(x>a\sqrt{6}\right)$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{3x^2.\sqrt{x^2-6a^2}-\dfrac{x.x^3}{\sqrt{x^2-6a^2}}}{x^2-6a^2}=\dfrac{2x^4-18a^2x^2}{\left(x^2-6a^2\right).\sqrt{x^2-6a^2}}$.

Với $f'(x)=0\Leftrightarrow 2x^4-18a^2x^2=0\Leftrightarrow x=3a$, (vì $x>a\sqrt{6}$).

Bảng biến thiên

x	$a\sqrt{6}$		$3a$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$9a^2\sqrt{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ nhỏ nhất khi $AB=x=3a$.

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI DƯƠNG
ĐỀ KSCL LẦN 1 NĂM HỌC 2021 – 2022

MÔN: TOÁN

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;-1)$.

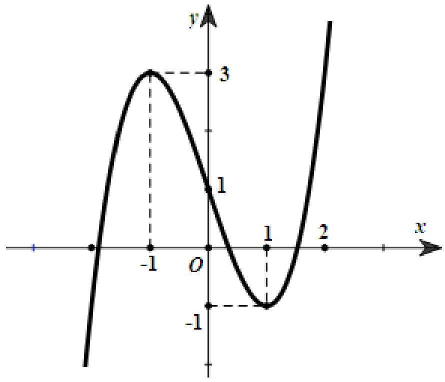
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x) = x^2(x+2)(1-x)$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(2;3)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 3: Hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

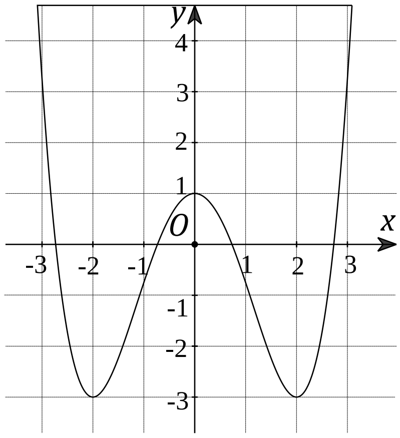
A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1;3)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(3;-1)$.

Câu 5: Tìm m để hàm số $y = x^3 + (m-1)x^2 - mx + 1$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

A. $m = -1$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$. **D.** $m \in \varnothing$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-2;2]$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -3.

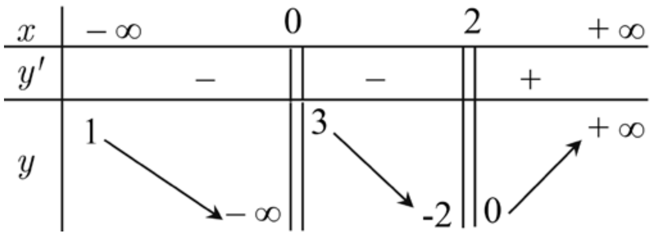
Câu 7: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ trên đoạn $[0;4]$. Tính tổng $S=M+m$.

A. $S=\frac{10}{3}$. **B.** $S=4$. **C.** $S=1$. **D.** $S=\frac{7}{3}$.

Câu 8: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{2x+1}$ là

A. $y=\frac{1}{2}$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $y=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=-\frac{1}{2}$.

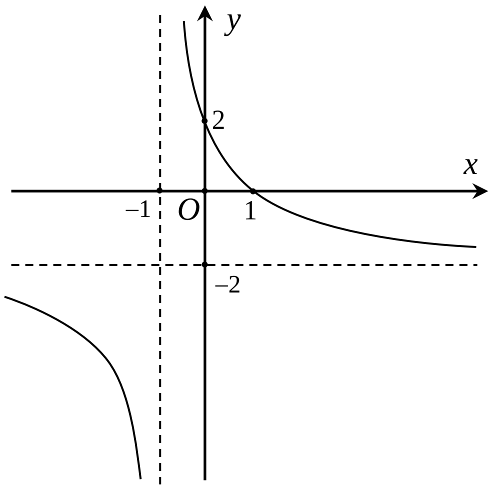
Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

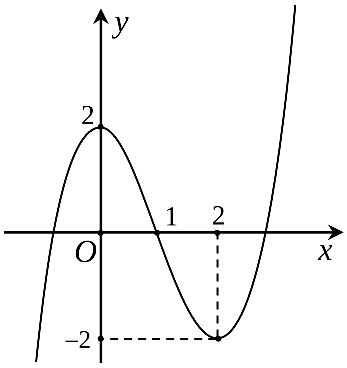
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 10: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{2-2x}{x+1}$. **B.** $y=2x^3-x+1$. **C.** $y=\dfrac{-2x+1}{x+2}$. **D.** $y=x^4+2x^2+2$.

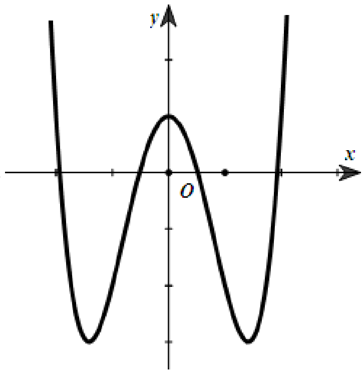
Câu 11: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-2$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 12: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, $\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a>0,b<0,c>0$. **B.** $a>0$, $b<0$, $c<0$.
C. $a>0$, $b>0$, $c<0$. **D.** $a<0$, $b>0$, $c>0$.

Câu 13: Cho x,y là hai số thực dương và m,n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai?**

A. $\dfrac{x^m}{y^n}=\left(\dfrac{x}{y}\right)^{m-n}$ **B.** $\left(xy\right)^n=x^ny^n$ **C.** $\left(x^n\right)^m=x^{n.m}$ **D.** $\dfrac{x^m}{x^n}=x^{m-n}$

Câu 14: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3.\sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{11}{3}}$ **B.** a^2 **C.** $a^{\frac{5}{3}}$ **D.** $a^{\frac{8}{3}}$

Câu 15: Hàm số nào dưới đây là hàm số lũy thừa?

A. $y = x^{\sqrt{3}}$ **B.** $y = \sqrt[3]{x^2}$ **C.** $y = 2021^x$ **D.** $y = \pi^x$

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - 3x - 10\right)^{-4}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2;5\}$. **B.** $D = (-2;5)$.

C. $D = (-\infty;-2) \cup (5;+\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus (-2;5)$.

Câu 17: Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln a^4 = 4\ln a$. **B.** $\ln(4a) = 4\ln a$. **C.** $\ln(4a) = \frac{1}{4}\ln a$. **D.** $\ln a^3 = \frac{1}{3}\ln a$.

Câu 18: Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a,b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(xy) = \log_a(x)\log_a(y)$. **B.** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $a^{\log_a b} = b$. **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Câu 19: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2}\left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}}\right) = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$.

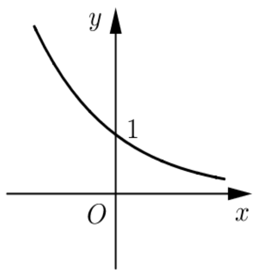
Câu 20: Cho $\log_2 5 = a$; $\log_5 3 = b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b.

A. $\log_5 24 = \frac{3+ab}{a}$. **B.** $\log_5 24 = \frac{a+3b}{a}$. **C.** $\log_5 24 = \frac{a+b}{3ab}$. **D.** $\log_5 24 = \frac{3a+b}{b}$.

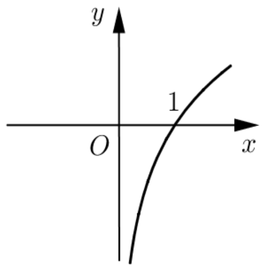
Câu 21: Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = \log x$. **B.** $y = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. **D.** $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$.

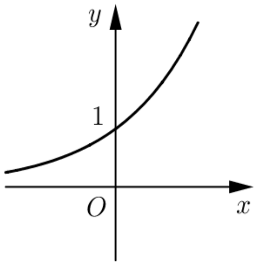
Câu 22: Cho số thực $a \in (0;1)$. Đồ thị hàm số $y = a^x$ là đường cong hình vẽ nào dưới đây

A. 

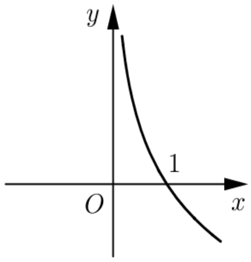
.

B. 

.

C. 

.

D. 

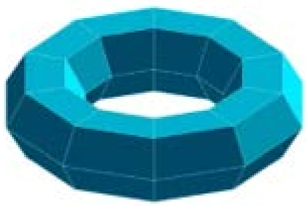
Câu 23: Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\log_3\left(2-x\right)$ là

A. $\dfrac{1}{\left(x-2\right).\ln 3}$. **B.** $\dfrac{2}{\left(x-2\right).\ln 3}$. **C.** $\dfrac{\ln 3}{x-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{\ln 3}$.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x-m+1\right)$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m<-3$. **B.** $m>3$. **C.** $m>-3$. **D.** $m<3$.

Câu 25: Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu mặt?



A. 60. **B.** 50. **C.** 48. **D.** 54.

Câu 26: Số cạnh của một bát diện đều là

A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 27: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 28: Cho khối lập phương có cạnh bằng 3. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 27. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 18.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\dfrac{1}{6}AB.AC.AD$. **B.** $\dfrac{1}{2}AB.AC.AD$. **C.** $\dfrac{1}{3}AB.AC.AD$. **D.** $AB.AC.AD$.

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA\perp\left(ABCD\right)$. Biết $SA=2a$, $AC=2a$ và $BD=3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$ **D.** $\dfrac{2a^3}{3}$

Câu 31: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy bằng 45^o. Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. 3 **B.** $4\sqrt{2}$ **C.** 6 **D.** $2\sqrt{2}$

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với đáy góc 60^o. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\frac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Hình chiếu vuông góc của A' lên $(ABCD)$ trùng với O. Biết $AB = 2a$, $BC = a$, cạnh bên AA' bằng $\frac{3a}{2}$. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{4a^3}{3}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 34: Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. $2\pi rh$. **B.** $4\pi rh$. **C.** πrh. **D.** $\frac{1}{3}\pi rh$.

Câu 35: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Thể tích của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng

A. 32π. **B.** 16π. **C.** 24π. **D.** 48π.

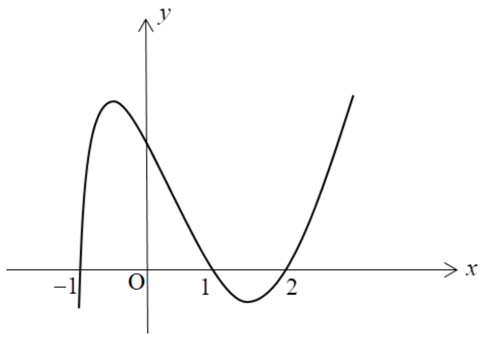
Câu 36: Quay tam giác ABC vuông tại A quanh cạnh AB. Khi đó đường gấp khúc BCA sẽ quét trong không gian một

A. hình nón. **B.** hình trụ. **C.** hình cầu. **D.** hình chóp.

Câu 37: Cho khối nón có độ dài đường cao bằng bán kính đáy. Biết thể tích khối nón bằng $\pi\sqrt{3}a^3$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $3\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 39: Cho đường cong $(C_m): y = x^3 - 3(m-1)x^2 - 3(m+1)x + 3$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho O, A, B thẳng hàng. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

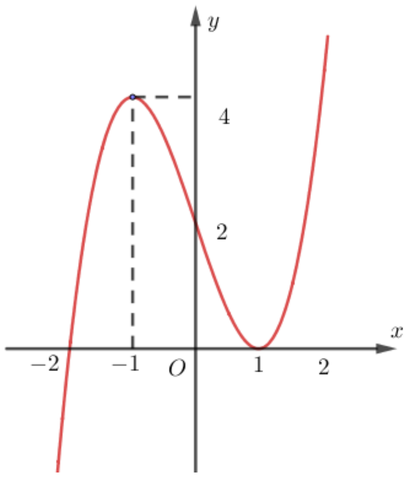
Câu 40: Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50.000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30.000 đồng.

A. 41.000 đồng. **B.** 34.000 đồng. **C.** 38.000 đồng. **D.** 45.000 đồng.

Câu 41: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m=\dfrac{a}{b}$ ($a,b\in\mathbb{N}$, $\dfrac{a}{b}$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$.

A. $a+b=7$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a+b=6$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình

$3f\left(|x|^3-3|x|+2\right)-m+1=0$ có 8 nghiệm phân biệt.

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 43: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi M là trung điểm của AA', N là trung điểm AM, P nằm trên BB' sao cho $BP=4B'P$. Gọi thể tích khối đa diện $MNBCC'P$ là V_1. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V}$ bằng

A. $\dfrac{41}{60}$. **B.** $\dfrac{37}{49}$. **C.** $\dfrac{41}{57}$. **D** $\dfrac{2}{3}$.

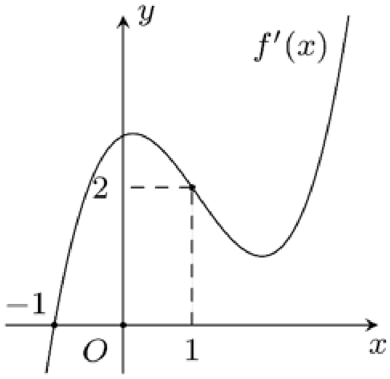
Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{2}{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng $\dfrac{a}{\sqrt{13}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45: Ông A dự định làm một cái thùng phi hình trụ (không có nắp) với dung tích $5m^3$ bằng thép không gỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép không gỉ là 500.000 đồng. Hỏi chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn) ?

A. 6424000 đồng. **B.** 5758000 đồng. **C.** 7790000 đồng. **D.** 6598000 đồng.

Câu 46: Cho $f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Hỏi hàm số $g(x) = f(\sin x - 1) + \dfrac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0; 2\pi)$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

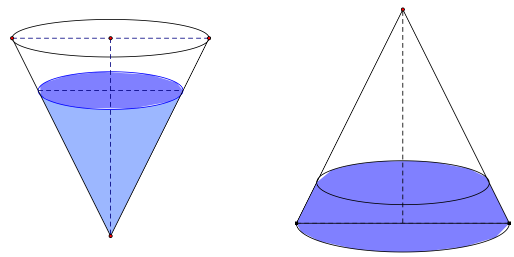
Câu 47: Cho hàm số $y = \left|\dfrac{x^2 - 2mx + 1}{x^2 - x + 2}\right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-10; 10]$ để giá trị lớn nhất của hàm số lớn hơn hoặc bằng 4.

A. 14 **B.** 10 **C.** 20 **D.** 18

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = \log_3\left(\sqrt{4x^2 + 1} + 2x\right) + 3x^{2021}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021; 2021]$ để bất phương trình $f(x^2 + 1) + f(-2mx) \geq 0$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; +\infty)$.

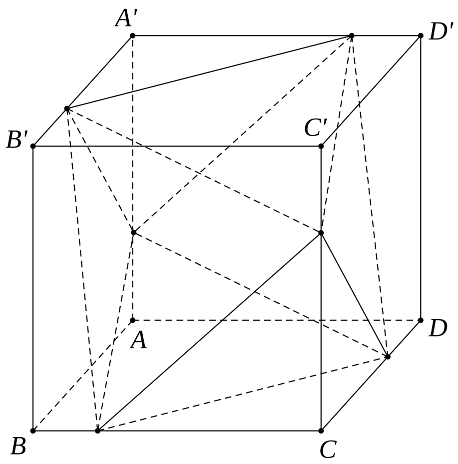
A. 2023. **B.** 4020. **C.** 4022. **D.** 2021.

Câu 49: Một cốc thủy tinh hình nón có chiều cao $20cm$. Người ta đổ vào cốc thủy tinh một lượng nước, sao cho chiều cao của lượng nước trong cốc bằng $\dfrac{3}{4}$ chiều cao cốc thủy tinh, sau đó người ta bịt kín miệng cốc, rồi lật úp cốc xuống như hình vẽ thì chiều cao của nước lúc này là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)?



A. $3,34\,cm$ **B.** $2,21\,cm$ **C.** $5,09\,cm$ **D.** $4,27\,cm$

Câu 50: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2. Thể tích V của khối bát diện đều có các đỉnh nằm trên các cạnh $BC, A'D', A'B', AA', CD, CC'$ (như hình vẽ) bằng



A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **D.** 3.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-2;-1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát bảng biến thiên ta sẽ thấy $y'>0,\forall x\in\left(-1;0\right)$.Suy ra hàm số đồng biến trên $\left(-1;0\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'\left(x\right)=x^2\left(x+2\right)\left(1-x\right)$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $\left(2;3\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$f'\left(x\right)=x^2\left(x+2\right)\left(1-x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\end{array}\right.$$

BBT:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$f(-2)$		$\nearrow$		$f(1)$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng

$\left(1;+\infty\right)\supset\left(2;3\right)$

Câu 3: Hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+2021$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-2;1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$.

Lời giải

Chọn A

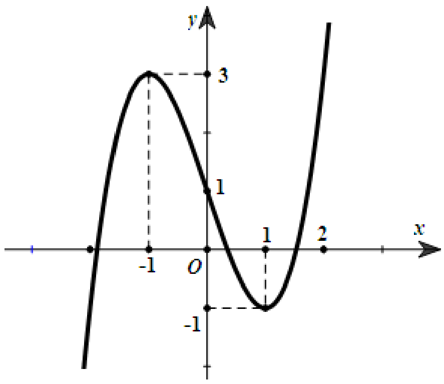
Ta có $y'=6x^2+6x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$f(-2)$	$\searrow$	$f(1)$	$\nearrow$	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(-1;3)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(3;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị ta thấy được điểm cực đại là $(-1;3)$.

Câu 5: Tìm m để hàm số $y=x^3+(m-1)x^2-mx+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=-1$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m\in\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

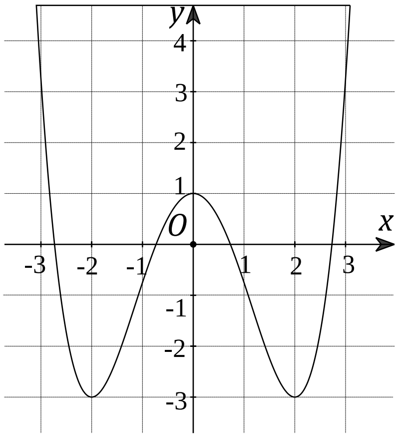
$y'=3x^2+2(m-1)x-m$

$y''=6x+2(m-1)$

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ thì $y'(1)=0\Leftrightarrow m+1=0\Rightarrow m=-1$

Kiểm tra lại với $m=-1$ thì $y''(1)>0$

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Giá trị lớn nhất của hàm số trên $\left[-2;2\right]$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị đã cho $\underset{\left[-2;2\right]}{Max}\, f\left(x\right)=f\left(0\right)=1$

Câu 7: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ trên đoạn $\left[0;4\right]$. Tính tổng $S=M+m$.

A. $S=\frac{10}{3}$. **B.** $S=4$. **C.** $S=1$. **D.** $S=\frac{7}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$y'=x^2-4x+3$

Cho $y'=x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

Ta có BBT:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\frac{7}{3}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Xét hàm số trên $\left[0;4\right]$, ta có: $f\left(0\right)=1$ và $f\left(4\right)=\frac{7}{3}$

Kết hợp với BBT, $M=\frac{7}{3}$ và $m=1$ nên

$S=M+m=\frac{10}{3}$

Câu 8: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{2x+1}$ là

A. $y=\frac{1}{2}$. **B.** $x=\frac{1}{2}$. **C.** $y=-\frac{1}{2}$. **D.** $x=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

TCN: $y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x-1}{2x+1}\right)=\dfrac{1}{2}$

$y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\dfrac{x-1}{2x+1}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	||	$+$	
y	1	↘	$-\infty$ || 3	↘	-2 || 0	↗	$+\infty$

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

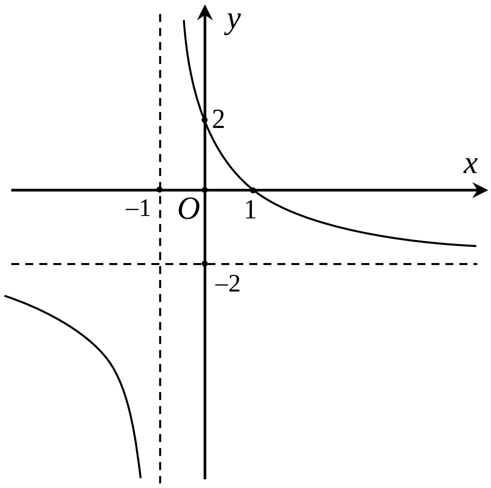
Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to0^-}f(x)=-\infty$ suy ra tiệm cận đứng $x=0$

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=1$ suy ra tiệm cận ngang $y=1$

Vậy số đường tiệm cận của hàm số đã cho bằng 2

Câu 10: Đường cong trong hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{2-2x}{x+1}$. **B.** $y=2x^3-x+1$. **C.** $y=\dfrac{-2x+1}{x+2}$. **D.** $y=x^4+2x^2+2$.

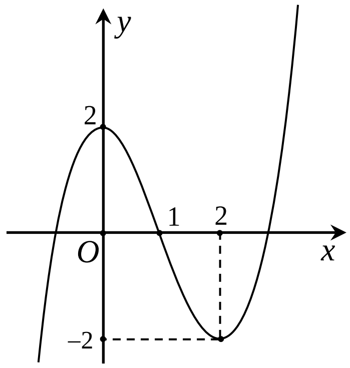
Lời giải

Chọn A

Ta có đây là đồ thị của hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$

Mặt khác đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x=-1$

Câu 11: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

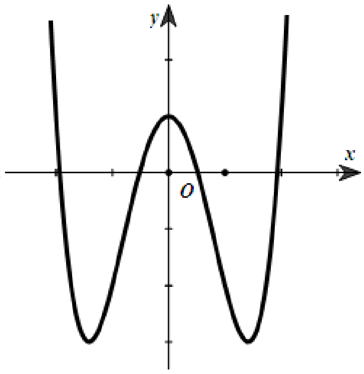
Chọn A

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -2$.

Căn cứ vào đồ thị hàm số ta có số giao điểm bằng 2

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm.

Câu 12: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, $(a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c > 0$. **B.** $a > 0$, $b < 0$, $c < 0$.
C. $a > 0$, $b > 0$, $c < 0$. **D.** $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có đồ thị hàm số đã cho có hệ số $a > 0$

Mặt khác giao điểm của đồ thị hàm số với trục Oy có tung độ dương, suy ra $c > 0$

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị, suy ra a,b trái dấu. Tức là $b < 0$.

Câu 13: Cho x, y là hai số thực dương và m, n là hai số thực tùy ý. Đẳng thức nào sau đây **sai?**

A. $\dfrac{x^m}{y^n} = \left(\dfrac{x}{y}\right)^{m-n}$ **B.** $(xy)^n = x^n y^n$ **C.** $(x^n)^m = x^{n.m}$ **D.** $\dfrac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$

Lời giải

Chọn A

Câu 14: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3.\sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{11}{3}}$ **B.** a^2 **C.** $a^{\frac{5}{3}}$ **D.** $a^{\frac{8}{3}}$

Lời giải

Chọn A

$a^3.\sqrt[3]{a^2} = a^3.a^{\frac{2}{3}} = a^{3+\frac{2}{3}} = a^{\frac{11}{3}}$.

Câu 15: Hàm số nào dưới đây là hàm số lũy thừa?

A. $y = x^{\sqrt{3}}$ **B.** $y = \sqrt[3]{x^2}$ **C.** $y = 2021^x$ **D.** $y = \pi^x$

Lời giải

Chọn A

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = \left(x^2 - 3x - 10\right)^{-4}$ là

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2;5\}$. **B.** $D = (-2;5)$.

C. $D = (-\infty;-2) \cup (5;+\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus (-2;5)$.

Lời giải

Chọn A.

Hàm số xác định khi $x^2 - 3x - 10 \neq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 5 \end{cases}$

Vậy tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2;5\}$.

Câu 17: Với a là số thực dương bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln a^4 = 4\ln a$. **B.** $\ln(4a) = 4\ln a$. **C.** $\ln(4a) = \frac{1}{4}\ln a$. **D.** $\ln a^3 = \frac{1}{3}\ln a$.

Lời giải

Chọn A.

Mệnh đề đúng là $\ln a^4 = 4\ln a$.

Câu 18: Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a,b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_a(xy) = \log_a(x)\log_a(y)$. **B.** $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

C. $a^{\log_a b} = b$. **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$.

Lời giải

Chọn A.

Mệnh đề sai là " $\log_a(xy) = \log_a(x)\log_a(y)$ ", mệnh đề đúng là $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$.

Câu 19: Cho a, b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^2}\left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}}\right) = 3$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $-\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{a^2}\left(\frac{a^3}{\sqrt[5]{b^3}}\right)=3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(\log_a a^3-\log_a b^{\frac{3}{5}}\right)=3 \Leftrightarrow 3-\frac{3}{5}\log_a b=6 \Leftrightarrow \log_a b=-5$.

Câu 20: Cho $\log_2 5=a$; $\log_5 3=b$. Tính $\log_5 24$ theo a và b.

A. $\log_5 24=\frac{3+ab}{a}$. **B.** $\log_5 24=\frac{a+3b}{a}$. **C.** $\log_5 24=\frac{a+b}{3ab}$. **D.** $\log_5 24=\frac{3a+b}{b}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_5 24=\log_5\left(3.2^3\right)=\log_5 3+3\log_5 2=\log_5 3+\frac{3}{\log_2 5}=b+\frac{3}{a}=\frac{ab+3}{a}$.

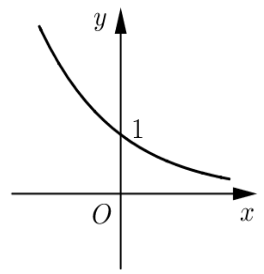
Câu 21: Trong các hàm số sau, hàm số nào luôn đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\log x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{4}\right)^x$. **C.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$. **D.** $y=\left(\frac{2}{3}\right)^x$.

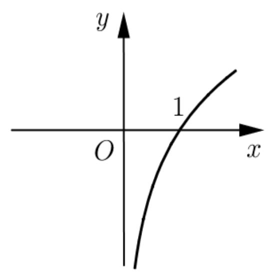
Lời giải

Chọn A

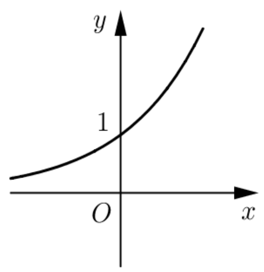
Câu 22: Cho số thực $a\in(0;1)$. Đồ thị hàm số $y=a^x$ là đường cong hình vẽ nào dưới đây



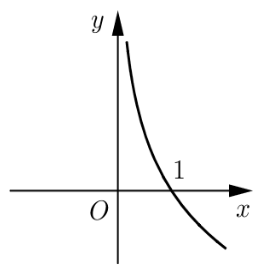
A. .



B. .



C. .



D.

Lời giải

Chọn A

Do $a\in(0;1)$ nên hàm số nghịch biến trên R.

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $f(x)=\log_3(2-x)$ là

A. $\frac{1}{(x-2).\ln 3}$. **B.** $\frac{2}{(x-2).\ln 3}$. **C.** $\frac{\ln 3}{x-2}$. **D.** $\frac{x-2}{\ln 3}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức $(\log_a u)'=\frac{u'}{u.\ln a}$.

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x-m+1\right)$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m<-3$. **B.** $m>3$. **C.** $m>-3$. **D.** $m<3$.

Lời giải

Chọn A

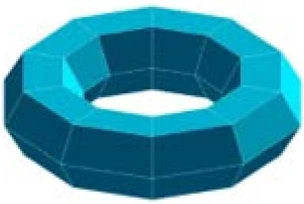
Hàm số $y=\log_3\left(x^2-4x-m+1\right)$ xác định với mọi $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-4x-m+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'<0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ 4+m-1<0\end{cases}$

$\Leftrightarrow m<-3$

Câu 25: Hình đa diện dưới đây có bao nhiêu mặt?



A. 60. **B.** 50. **C.** 48. **D.** 54.

Lời giải

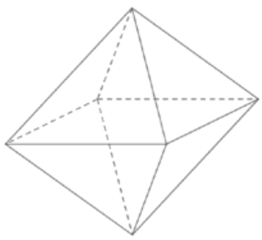
Chọn A

Câu 26: Số cạnh của một bát diện đều là

A. 12. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

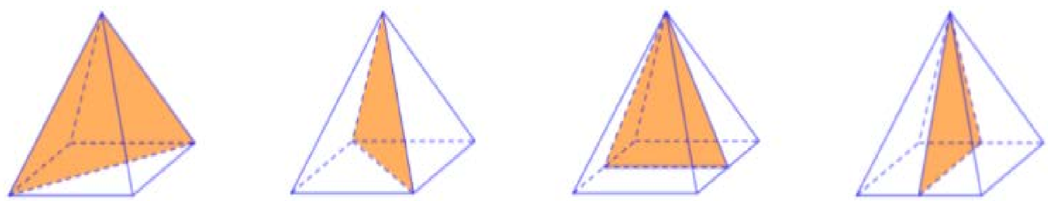


Câu 27: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A



Câu 28: Cho khối lập phương có cạnh bằng 3. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 27. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 18.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương là $V = 3^3 = 27$.

Câu 29: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{6}AB.AC.AD$. **B.** $\frac{1}{2}AB.AC.AD$. **C.** $\frac{1}{3}AB.AC.AD$. **D.** $AB.AC.AD$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tứ diện là $V_{ABCD} = \frac{1}{3}.AD.S_{ABC} = \frac{1}{3}.AD.\left(\frac{1}{2}AB.AC\right) = \frac{1}{6}AB.AC.AD$.

Tải nhiều tài liệu word hơn tại website Tailieuchuan.vn

Câu 30: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = 2a$, $AC = 2a$ và $BD = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$ **D.** $\frac{2a^3}{3}$

Lời giải

Chọn A

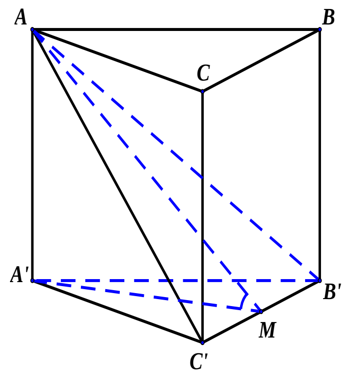
Thể tích khối chóp là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}SA.\left(\frac{1}{2}.AC.BD\right) = \frac{1}{6}.2a.2a.3a = 2a^3$.

Câu 31: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2. Mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với mặt đáy bằng 45^o. Thể tích lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. 3 **B.** $4\sqrt{2}$ **C.** 6 **D.** $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A



Xét $(AB'C')$ và $(A'B'C')$: Gọi M là trung điểm của $B'C'$, vì tam giác $A'B'C'$ đều nên $A'M \perp B'C'$, mặt khác lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $AA' \perp B'C'$. Do đó $(AA'M) \perp B'C'$. Vậy $\widehat{((AB'C'),(A'B'C'))} = \widehat{AMA'} = 45^o$.

Tam giác $AA'M$ vuông tại A' và có $\widehat{AMA'} = 45^o$ nên vuông cân tại A' do đó $AA' = A'M = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$; $S_{A'B'C'} = \frac{2^2.\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$

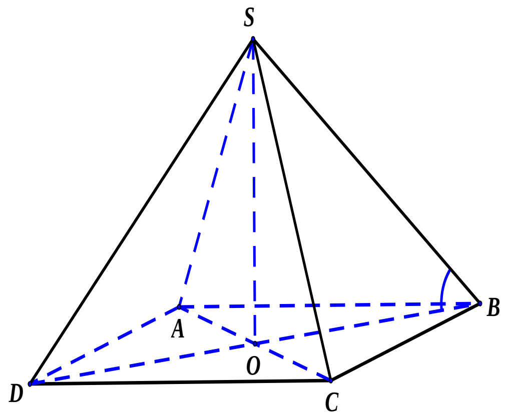
Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{A'B'C'} = \sqrt{3}.\sqrt{3} = 3$.

Câu 32: Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và cạnh bên tạo với đáy góc 60^o. Thể tích của khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{4a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. Gọi O là tâm của đáy ta có $SO \perp (ABCD)$. Khi đó tất cả các cạnh bên đều tạo với đáy các góc bằng nhau.

Xét cạnh bên SB và $(ABCD)$, ta có $\widehat{(SB,(ABCD))} = \widehat{SBO} = 60^o$.

Xét tam giác SBO vuông tại O, $\widehat{SBO} = 60^o$, $OB = \dfrac{1}{2}BD = a\sqrt{2}$, do đó

$SO = OB.\tan 60^o = a\sqrt{2}.\sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

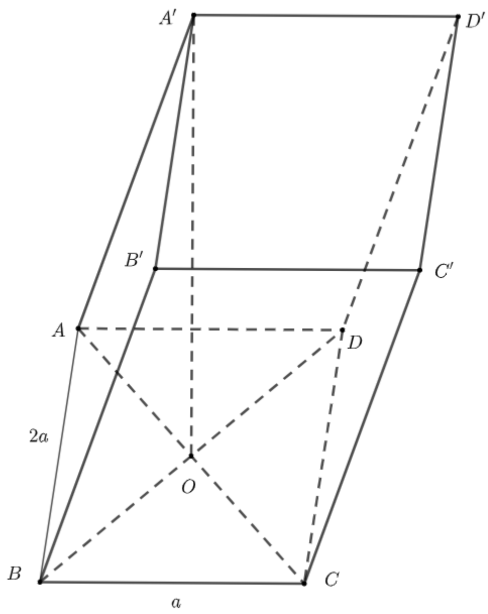
Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{6}.(2a)^2 = \dfrac{4a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 33: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Hình chiếu vuông góc của A' lên $\left(ABCD\right)$ trùng với O. Biết $AB = 2a$, $BC = a$, cạnh bên AA' bằng $\dfrac{3a}{2}$. Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\dfrac{4a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{3a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Từ giả thiết ta có $A'O \perp (ABCD)$ $\Rightarrow A'O \perp AO$

Trong hình chữ nhật $ABCD: AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{5}$ $\Rightarrow AO = \dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Trong tam giác vuông $A'AO: A'O = \sqrt{A'A^2 - AO^2}$ $= \sqrt{\dfrac{9a^2}{4} - \dfrac{5a^2}{4}} = a$.

Diện tích ABCD, $S_{ABCD} = 2a.a = 2a^2$.

Thể tích khối hôp là: $V = S_{ABCD}.A'O = 2a^2.a = 2a^3$.

Câu 34: Diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. $2\pi rh$. **B.** $4\pi rh$. **C.** πrh. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi rh$.

Lời giải

Chọn A

Hình trụ có chiều cao h, suy ra độ dài đường sinh hình trụ $l = h$.

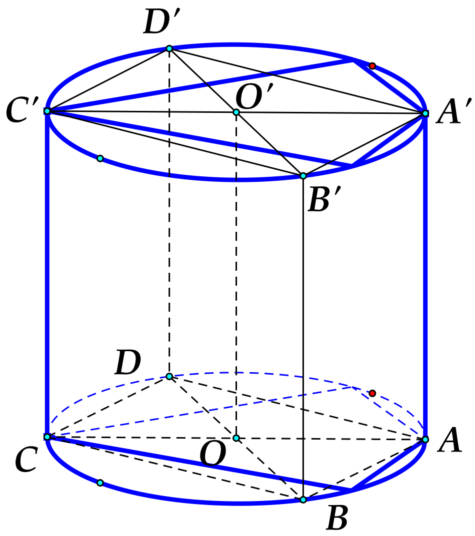
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ có chiều cao h và bán kính đáy r: $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi rh$.

Câu 35: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Thể tích của hình trụ có hai đường tròn đáy ngoại tiếp hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$ bằng

A. 32π. **B.** 16π. **C.** 24π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn A



Ta có chiều cao hình trụ bằng cạnh hình lập phương $\Rightarrow h = 4$.

Bán kính đáy của hình trụ bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp $ABCD \Rightarrow R = \dfrac{4\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$.

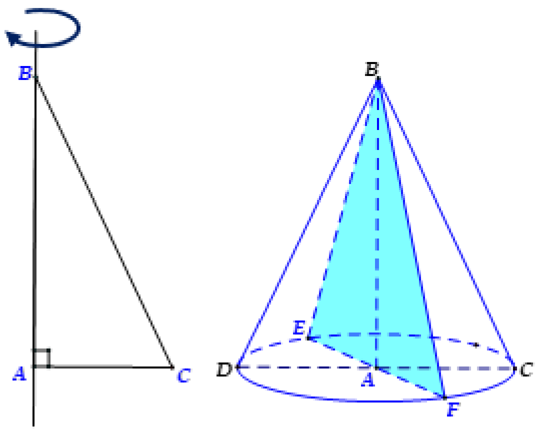
Vậy $V = \pi R^2 h = \pi.\left(2\sqrt{2}\right)^2.4 = 32\pi$.

Câu 36: Quay tam giác ABC vuông tại A quanh cạnh AB. Khi đó đường gấp khúc BCA sẽ quét trong không gian một

A. hình nón. **B.** hình trụ. **C.** hình cầu. **D.** hình chóp.

Lời giải

Chọn A



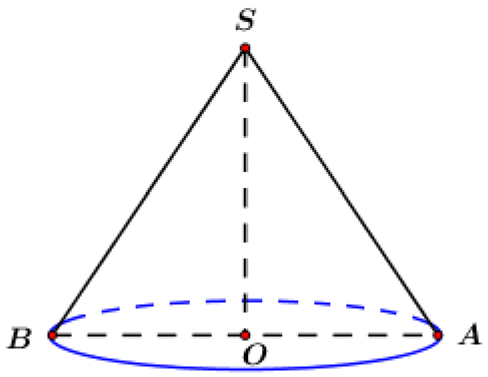
Khi quay tam giác ABC vuông tại A quanh cạnh AB thì đường gấp khúc BCA sẽ quét trong không gian một ***hình nón.***

Câu 37: Cho khối nón có độ dài đường cao bằng bán kính đáy. Biết thể tích khối nón bằng $\pi\sqrt{3}a^3$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $3\sqrt{2}\pi a^2$. **B.** $3\pi a^2$. **C.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



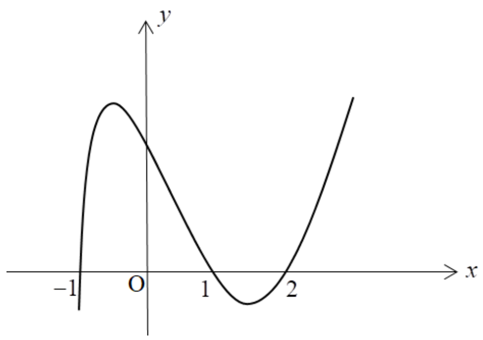
Khối nón có độ dài đường cao bằng bán kính đáy $\Rightarrow h = r$.

Thể tích khối nón $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \pi\sqrt{3}a^3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\pi r^3 = \pi\sqrt{3}a^3 \Leftrightarrow r = h = \sqrt{3}a$.

Suy ra đường sinh $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{6}a$.

Diện tích xung quanh của hình nón $S_{xq} = \pi r l = \pi.\sqrt{6}a.\sqrt{3}a = 3\sqrt{2}\pi a^2$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị đạo hàm $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = g(x) = f(x^2 - 1)$

$y' = g'(x) = 2x.f'(x^2 - 1)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'(x^2 - 1) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - 1 = -1 \\ x^2 - 1 = 1 \\ x^2 - 1 = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \pm\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

Hàm số $y=f\left(x^2-1\right)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 39: Cho đường cong $(C_m): y=x^3-3(m-1)x^2-3(m+1)x+3$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A,B sao cho O,A,B thẳng hàng. Tổng các phần tử của S bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-6(m-1)x-3(m+1)=3\left[x^2-2(m-1)x-(m+1)\right]$.

Đồ thị (C_m) có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2-2(m-1)x-(m+1)=0\ (*)$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta'=(m-1)^2+m+1>0 \Leftrightarrow m^2-m+2>0 \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

Ta có $y=y'.\left[\dfrac{1}{3}x-\dfrac{m-1}{3}\right]+\left[-2m^2+2m-4\right]x+4-m^2$.

Suy ra phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị là

$y=\left(-2m^2+2m-4\right)x+4-m^2$.

Do O,A,B thẳng hàng nên $4-m^2=0 \Rightarrow\Rightarrow m=\pm 2$.

Suy ra $S=\{2;-2\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là 0.

Câu 40: Một cửa hàng bán vải Thanh Hà với giá bán mỗi kg là 50.000 đồng. Với giá bán này thì cửa hàng chỉ bán được khoảng 25kg. Cửa hàng này dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm 4000 đồng cho một kg thì số vải bán được tăng thêm là 50kg. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận lớn nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi kg là 30.000 đồng.

A. 41.000 đồng. **B.** 34.000 đồng. **C.** 38.000 đồng. **D.** 45.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi x đồng ($30.000<x<50.000$) là giá bán vải mới để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Suy ra giá bán ra đã giảm là $(50.000-x)$ đồng.

Số lượng vải bán ra đã tăng thêm là $\dfrac{50(50000-x)}{4000}=625-0,0125.x$.

Tổng số vải bán được là $25+625-0,0125.x=650-0,0125.x$.

Doanh thu của cửa hàng là $(650-0,0125.x)x$.

Số tiền vốn ban đầu để mua vải là $(650-0,0125.x)30000$.

Vậy lợi nhuận của cửa hàng là

$(650-0,0125.x)x-(650-0,0125.x)30000=-0,0125x^2+1025x-19500000$.

Ta có: $f(x)=-0,0125x^2+1025x-19500000=-0,0125(x-41000)^2+1512500\le 1512500$.

Suy ra $\max f(x)=1512500$ khi $x=41.000$ đồng.

Vậy giá bán mỗi cân vải là 41.000 đồng thì cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 41: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-2mx-m-2}$. Biết với $m=\dfrac{a}{b}\left(a,b\in\mathbb{N}, \dfrac{a}{b}\right.$ tối giản) thì đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận. Tính $a+b$.

A. $a+b=7$. **B.** $a+b=5$. **C.** $a+b=8$. **D.** $a+b=6$.

Lời giải

Chọn A.

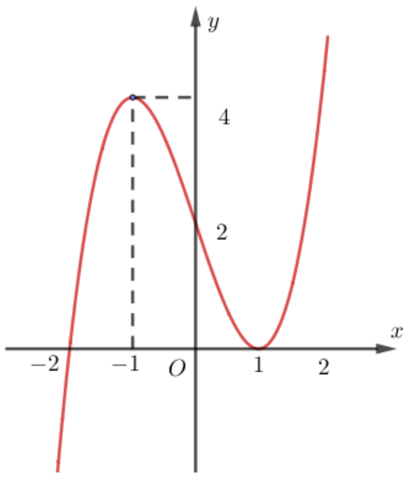
Để đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận thì hoặc phương trình $x^2-2mx-m-2=0$ có nghiệm kép $x=2$ hoặc phương trình $x^2-2mx-m-2=0$ phải có hai nghiệm (một nghiệm $x_1=2$ và một nghiệm $x_2\ne 2$).

Do $\Delta'=m^2+m+2>0,\forall m$ nên ta chỉ xét trường hợp thứ hai phương trình $x^2-2mx-m-2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Thay $x=2$ vào phương trình ta được $m=\dfrac{2}{5}$ (thỏa mãn).

Vậy $a=2,b=5,a+b=7$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(|x|^3-3|x|+2\right)-m+1=0$ có 8 nghiệm phân biệt.

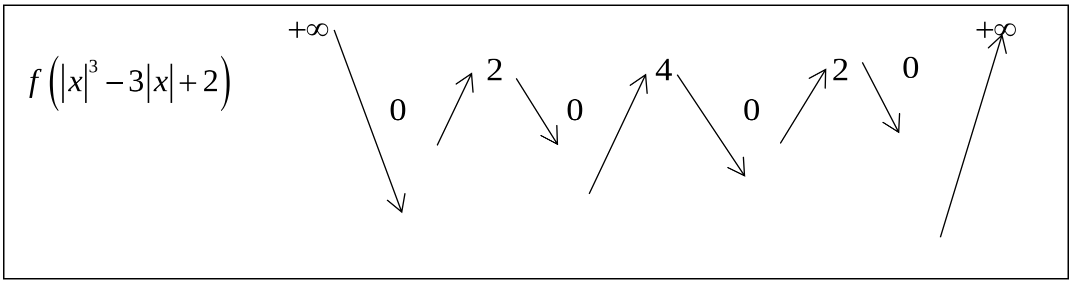
A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A.

Ta có bảng sau

x	$-\infty$		-1		2		-1		$+\infty$
$\lvert x\rvert^3-3\lvert x\rvert+2$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$



Nhìn từ kết quả trên, để phương trình $3f\left(|x|^3-3|x|+2\right)-m+1=0$ có 8 nghiệm phân biệt thì phương trình $f\left(|x|^3-3|x|+2\right)=\frac{m-1}{3}$ cũng phải có 8 nghiệm phân biệt.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi $0<\frac{m-1}{3}<2 \Leftrightarrow 1<m<7$.

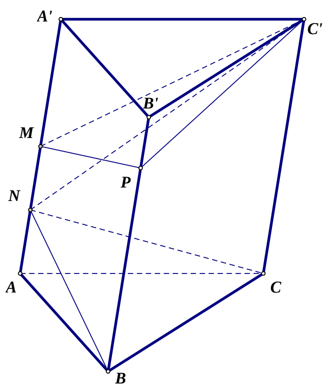
Do m nguyên nên có 5 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: Cho khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Gọi M là trung điểm của AA', N là trung điểm AM, P nằm trên BB' sao cho $BP=4B'P$. Gọi thể tích khối đa diện $MNBCC'P$ là V_1. Tỉ số $\frac{V_1}{V}$ bằng

A. $\frac{41}{60}$. **B.** $\frac{37}{49}$. **C.** $\frac{41}{57}$. **D** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\frac{V_{N.ABC}}{V_{A'.ABC}}=\frac{NA}{A'A}=\frac{1}{4} \Rightarrow V_{N.ABC}=\frac{1}{4}V_{A'.ABC}=\frac{1}{12}V$.

Mặt khác $\frac{V_{C'.A'B'PM}}{V_{C'.A'B'BA}}=\frac{S_{A'B'PM}}{S_{A'B'BA}}=\frac{A'M+B'P}{A'A+B'B}=\frac{\frac{1}{2}A'A+\frac{1}{5}A'A}{2A'A}=\frac{7}{20}$.

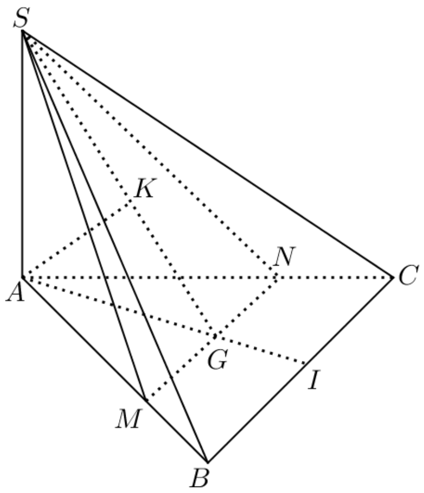
$\Rightarrow V_{C'.A'B'PM}=\frac{7}{20}V_{C'.A'B'BA}=\frac{7}{20}.\frac{2}{3}V=\frac{7}{30}V$.

Do đó $V_1=V-\left(V_{N.ABC}+V_{C'.A'B'PM}\right)=V-\left(\frac{1}{12}+\frac{7}{30}\right)V=\frac{41}{60}V$. Suy ra $\frac{V_1}{V}=\frac{41}{60}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$. Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AM}{AB}=\frac{2}{3}$. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BC bằng $\frac{a}{\sqrt{13}}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của BC, $N\in AC:\frac{AN}{AC}=\frac{2}{3}, G=MN\cap AI\Rightarrow AG=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $d(SM,BC)=d(BC,(SMN))=d(B,(SNM))=\frac{1}{2}d(A,(SMN))$, suy ra $d(A,(SMN))=\frac{2a}{\sqrt{13}}$

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A lên SG.

Khi đó $MN\perp AG, MN\perp SA\Rightarrow MN\perp(SAG)\Rightarrow MN\perp AK$. Vậy $AK\perp(SMN)$, hay $d(A,(SMN))=AK=\frac{2a}{\sqrt{13}}$.

Ta có $\frac{1}{SA^2}=\frac{1}{AK^2}-\frac{1}{AG^2}=\frac{13}{4a^2}-\frac{3}{a^2}=\frac{1}{4a^2}\Rightarrow SA=2a$. Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.2a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 45: Ông A dự định làm một cái thùng phi hình trụ (không có nắp) với dung tích $5m^3$ bằng thép không gỉ để đựng nước. Chi phí trung bình cho $1m^2$ thép không gỉ là 500.000 đồng. Hỏi chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn) ?

A. 6424000 đồng. **B.** 5758000 đồng. **C.** 7790000 đồng. **D.** 6598000 đồng.

Lời giải

Đáp án A

Gọi x, y lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của hình trụ

Ta có thể tích $V=h.S=y.x^2.\pi=5\Rightarrow y=\frac{5}{x^2.\pi}$ (1)

Lại có diện tích bề mặt hình trụ không nắp $S_{tru}=S_{xq}+S_d=2\pi xy+\pi x^2$ (2)

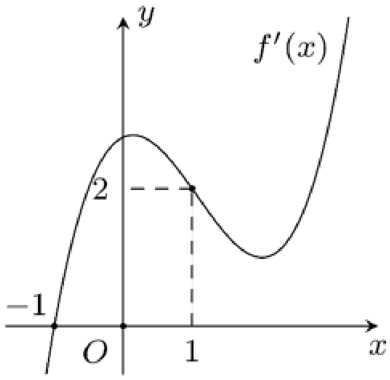
Để chi phí thấp nhất thì S_{tru} nhỏ nhất do đó

Thay (1) và (2) ta được

$$S_{tru}=S_{xq}+S_d=2\pi xy+\pi x^2=2\pi.x.\frac{5}{x^2.\pi}+\pi x^2=\frac{10}{x}+\pi.x^2\ge 3.\sqrt[3]{\frac{5}{x}.\frac{5}{x}.\pi.x^2}=3\sqrt[3]{25\pi}$$

Chi phí nguyên vật liệu làm cái thùng thấp nhất là : $S_{tru}.500000=3\sqrt[3]{25\pi}.500000\approx 6424000$

Câu 46: Cho $f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị là đường cong như hình dưới đây.



Hỏi hàm số $g(x)=f(\sin x-1)+\dfrac{\cos 2x}{4}$ có bao nhiêu điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2\pi)$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $g(x)=f(\sin x-1)+\dfrac{1}{4}-\dfrac{\sin^2 x}{2}\Rightarrow g'(x)=\cos x.f'(\sin x-1)-\sin x.\cos x$.

Xét $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}\cos x=0 & (1)\\ f'(\sin x-1)-\sin x=0 & (2)\end{array}\right.$

□ $(1)\Leftrightarrow\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$. Vì $x\in(0;2\pi)\Rightarrow 0<\dfrac{\pi}{2}+k\pi<2\pi\Leftrightarrow k\in\{0;1\}$.

□ $(2)\Leftrightarrow f'(\sin x-1)-\sin x=0\Leftrightarrow f'(\sin x-1)=\sin x$.

Đặt $t=\sin x-1, x\in(0;2\pi)\Rightarrow t\in(-2;0)$. Khi đó:

$$f'(t)=t+1, t\in(-2;0)\Leftrightarrow t=-1\Leftrightarrow \sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi,k\in\mathbb{Z}.$$

Vì $x\in(0;2\pi)\Rightarrow 0<k\pi<2\pi\Leftrightarrow k\in\{1\}$.

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị thuộc khoảng $(0;2\pi)$.

Câu 47: Cho hàm số $y=\left|\dfrac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}\right|$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để giá trị lớn nhất của hàm số lớn hơn hoặc bằng 4.

A. 14 **B.** 10 **C.** 20 **D.** 18

Lời giải

Chọn A

Theo đề ra ta có $\max\left\{\left|\dfrac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}\right|\right\}\ge 4$

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}=1$ do đó luôn tồn tại $\max\left\{\left|\dfrac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}\right|\right\}$ trên $\mathbb{R}$ thoả yêu cầu bài toán.

Ta tìm m để $\max\left\{\left|\dfrac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}\right|\right\}<4,\forall x\in\mathbb{R}$

Ta có $\left|\dfrac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}\right|<4,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}>-4,\forall x\in\mathbb{R}\\ \dfrac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}<4,\forall x\in\mathbb{R}\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}5x^2-(2m+4)x+9>0,\forall x\in\mathbb{R}\\ -3x^2-(2m-4)x-7<0,\forall x\in\mathbb{R}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+4m-41<0\\ m^2-4m-17<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2-3\sqrt{5}<m<-2+3\sqrt{5}\\ 2-\sqrt{21}<m<2+\sqrt{21}\end{cases}$

$\Leftrightarrow 2-\sqrt{21}<m<-2+3\sqrt{5}$

Khi đó

$\max\left\{\left|\dfrac{x^2-2mx+1}{x^2-x+2}\right|\right\}\ge 4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le 2-\sqrt{21}\\ m\ge -2+3\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ là $m\in\{-10;-9;...;-3;5;6;...;10\}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=\log_3\left(\sqrt{4x^2+1}+2x\right)+3x^{2021}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021;2021]$ để bất phương trình $f\left(x^2+1\right)+f(-2mx)\ge 0$ nghiệm đúng với mọi $x\in(0;+\infty)$.

A. 2023. **B.** 4020. **C.** 4022. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D=x\in\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{2\left(\sqrt{4x^2+1}+2x\right)}{\sqrt{4x^2+1}\left(\sqrt{4x^2+1}+2x\right)\ln 3}+6063x^{2020}>0\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta thấy:

$$f(-x)=\log_3\left(\sqrt{4(-x)^2+1}+2(-x)\right)+3(-x)^{2021}=\log_3\left(\sqrt{4x^2+1}+2x\right)^{-1}-3x^{2021}=-f(x)$$

Vậy $f(x)$ là hàm số lẻ. Khi đó:

$$f\left(x^2+1\right)\ge -f(-2mx)\Leftrightarrow f\left(x^2+1\right)\ge f(2mx)\Leftrightarrow x^2+1\ge 2mx\Leftrightarrow x+\frac{1}{x}\ge 2m,\forall x>0.$$

Xét $g(x)=x+\dfrac{1}{x},\forall x>0\Rightarrow g'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1(L)\\ x=1(N)\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

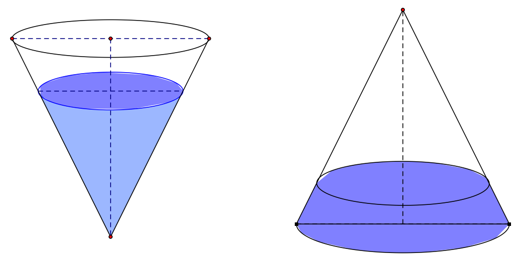
x	0 1 $+\infty$

$g'(x)$	$-$ 0 $+$
$g(x)$	$+\infty$ $+\infty$ 2

Theo yêu cầu bài toán thì $2m \le 2 \Leftrightarrow m \le 1$.

Vì $m \in [-2021;2021] \Rightarrow$ số giá trị của m bằng: $(1-(-2021))+1=2023$.

Câu 49: Một cốc thủy tinh hình nón có chiều cao $20cm$. Người ta đổ vào cốc thủy tinh một lượng nước, sao cho chiều cao của lượng nước trong cốc bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao cốc thủy tinh, sau đó người ta bịt kín miệng cốc, rồi lật úp cốc xuống như hình vẽ thì chiều cao của nước lúc này là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)?



A. $3,34cm$ **B.** $2,21cm$ **C.** $5,09cm$ **D.** $4,27cm$

Lời giải

Chọn A

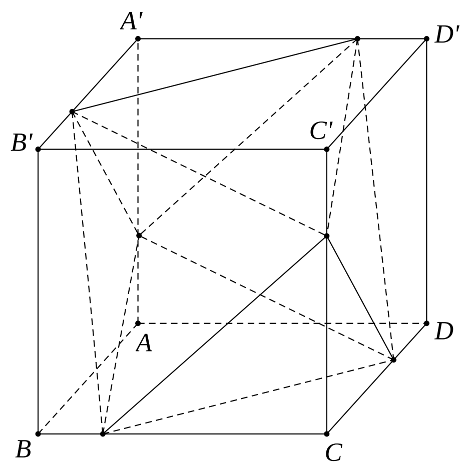
Gọi R là bán kính đáy của cái phểu ta có $\frac{3R}{4}$ là bán kính của đáy chứa cột nước

Ta có thể tích phần nón không chứa nước là $V=\frac{1}{3}\pi(R)^2.20-\frac{1}{3}\pi\left(\frac{3R}{4}\right)^2.\frac{3}{4}.20=\frac{185}{48}\pi R^2$.

Khi lật ngược phểu Gọi h chiều cao của cột nước trong phểu.phần thể tích phần nón không chứa nước là: $V=\frac{1}{3}\pi(20-h)\left(\frac{R(20-h)}{20}\right)^2=\frac{1}{1200}\pi(20-h)^3R^2$

Mà: $\frac{1}{1200}\pi(20-h)^3R^2=\frac{185}{48}\pi R^2 \Rightarrow (20-h)^3=4625 \Rightarrow h\approx 3,34$.

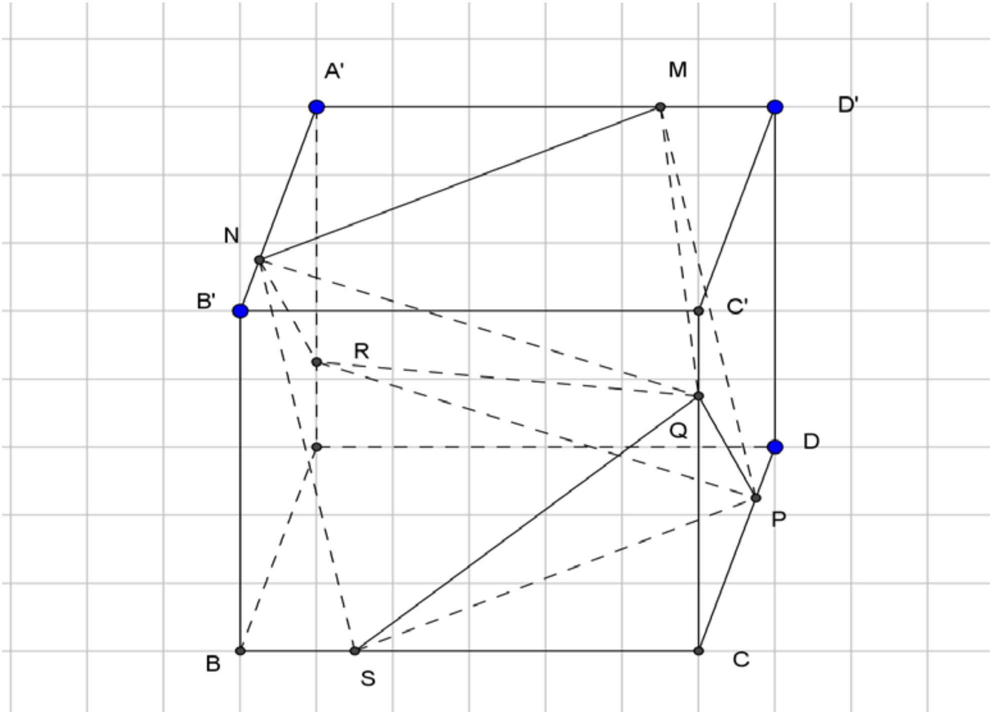
Câu 50: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 2. Thể tích V của khối bát diện đều có các đỉnh nằm trên các cạnh $BC, A'D', A'B', AA', CD, CC'$ (như hình vẽ) bằng



A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A



Do các mặt của bát diện đều là 1 tam giác đều nên chắn các góc đỉnh C và đỉnh A' những đoạn bằng nhau bằng x, đoạn còn lại bằng $2-x$.

Đặt $A'M = x\left(0<x<2\right)$. Gọi M, N, P, Q, R, S lần lượt là các đỉnh của bát diện nằm trên các cạnh $A'D', A'B', CD, CC', A'A, BC$.

Ta có $MN = x\sqrt{2}$, $MQ = \sqrt{2\left(2-x\right)^2+4}$. Do

$MN = MQ \Leftrightarrow 2x^2 = 2\left(2-x\right)^2+4 \Leftrightarrow 4x = 6 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$.

Ta có $V_{MNPQRS} = 2V_{MNPQR} = \dfrac{2}{3}.d\left(M,\left(NPQR\right)\right).\left(x\sqrt{2}\right)^2 = \dfrac{2}{3}\dfrac{x\sqrt{2}}{2}.\sqrt{2}.2x^2 = \dfrac{4}{3}x^3 = \dfrac{4}{3}\left(\dfrac{3}{2}\right)^3 = \dfrac{9}{2}$.

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 3 – NĂM HỌC 2021 – 2022

SỞ HÀ TĨNH

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\log(x-1)$ là

A. $[-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=2021^x$ là

A. $y'=2021^x.\log 2021$. **B.** $y'=\dfrac{2021^x}{\ln 2021}$. **C.** $y'=2021^x\ln 2021$. **D.** $y''=x.2021^{x-1}$.

Câu 3. Diện tích mặt cầu có bán kính $r=2$ bằng

A. 16π. **B.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **C.** 8π. **D.** 4π.

Câu 4. Khối lăng trụ có diện tích đáy là 6 cm^2 và có chiều cao là 3 cm thì có thể tích V là

A. $V=6\text{ cm}^3$. **B.** $V=108\text{ cm}^3$. **C.** $V=54\text{ cm}^3$. **D.** $V=18\text{ cm}^3$.

Câu 5. Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^3+x^2-5x+1$ là

A. $(0;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(-\dfrac{5}{3};1\right)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 6. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bàng $12a$. Thể tích của khối trụ bằng

A. πa^3. **B.** $6\pi a^3$. **C.** $5\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. $x=9$. **B.** $x=5$. **C.** $x=1$. **D.** $x=10$.

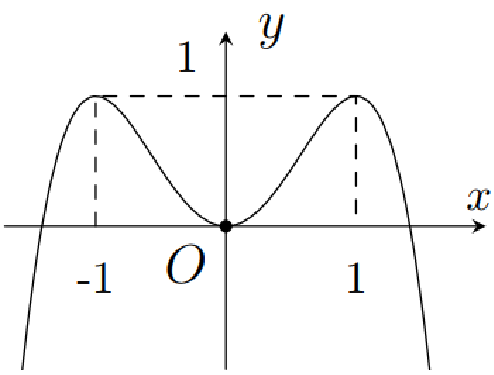
Câu 8. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng a và diện tích đáy bằng $3a^2$ là

A. $\dfrac{1}{3}a^3$. **B.** $\dfrac{1}{6}a^3$. **C.** $\dfrac{3}{2}a^3$. **D.** a^3.

Câu 9. Khối đa diện đều $\{4;3\}$ là khối

A. Mười hai mặt đều. **B.** Tứ diện đều. **C.** Bát diện đều. **D.** Lập phương.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trong khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 11. Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là

A. C_{12}^2. **B.** 12^2. **C.** A_{12}^2. **D.** 2^{12}.

Câu 12. Số cạnh của hình chóp tứ giác là

A. 12. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 13. Cho a,b là các số thực dương tuỳ ý, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b)=\log a\log b$. **B.** $\log(a+b)=\log a+\log b$.

C. $\log(ab)=\log a+\log b$. **D.** $\log(ab)=\log a\log b$.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $2^x=8$ là

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{1}{3}$.

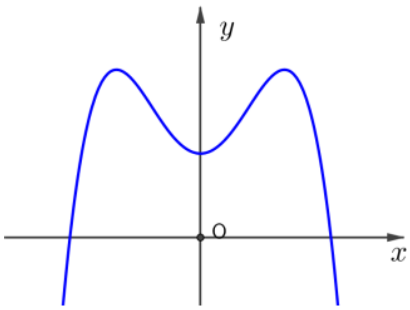
Câu 15. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\frac{-2x+3}{x+2}$. **B.** $y=\frac{x-2}{2x-3}$. **C.** $y=\frac{1-2x}{1-x}$. **D.** $y=\frac{1-x}{1-2x}$.

Câu 16. Cho cấp số nhân có số hạng thứ 2 là $u_2=4$, công bội $q=\frac{1}{2}$. Giá trị của u_{20} bằng

A. $u_{20}=\left(\frac{1}{2}\right)^{16}$. **B.** $u_{20}=\left(\frac{1}{2}\right)^{17}$. **C.** $u_{20}=\left(\frac{1}{2}\right)^{19}$. **D.** $u_{20}=\left(\frac{1}{2}\right)^{20}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a>0;b<0;c<0$. **B.** $a<0;b>0;c<0$. **C.** $a<0;b<0;c<0$. **D.** $a<0;b>0;c>0$.

Câu 18. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x-1)<2$ là

A. $S=\left[\frac{1}{2};5\right)$. **B.** $S=\left(\frac{1}{2};5\right)$. **C.** $S=(-\infty;5)$. **D.** $S=(5;+\infty)$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của bất phương trình $2f(x)+3=0$ là

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ trên đoạn $[0;2]$ là

A. $\min\limits_{x\in[0;2]} y=0$. **B.** $\min\limits_{x\in[0;2]} y=2$. **C.** $\min\limits_{x\in[0;2]} y=-1$. **D.** $\min\limits_{x\in[0;2]} y=1$.

Câu 21. Giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+2m-1}{x+m}$ đi qua điểm $M(3;1)$ là

A. $m=-3$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với (ABC), tam giác ABC đều có cạnh bằng a, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

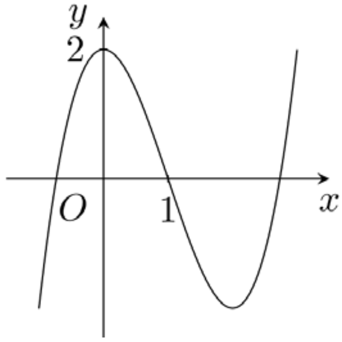
Câu 23. Giá trị của m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(3m+1)x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

A. $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 24. Thể tích của khối nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 4 là

A. 16π. **B.** $\dfrac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $8\pi\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{16\pi}{3}$.

Câu 25. Đường còn ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3+3x^2+2$.

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ và trục hoành là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

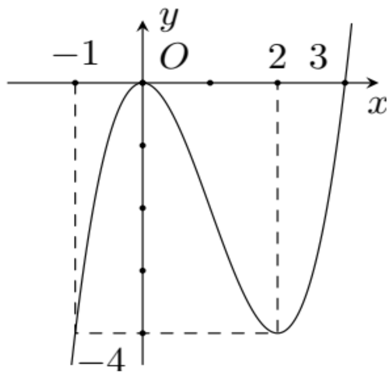
Câu 27. Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R=3$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ điểm O đén mặt phẳng (P) bằng 1. Chu vi đường tròn (C) bằng.

A. 4π. **B.** $2\sqrt{2}\pi$. **C.** 8π. **D.** $4\sqrt{2}\pi$.

Câu 28. Cho a là một số thực dương khác 1, biểu thức $a^{\frac{3}{5}}.\sqrt[3]{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $a^{\frac{14}{15}}$. **B.** $a^{\frac{1}{15}}$. **C.** $a^{\frac{17}{5}}$. **D.** $a^{\frac{2}{15}}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng



A. -1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 30. Tích các nghiệm của phương trình $2^{2x}-5.2^x+6=0$ bằng

A. 6. **B.** $\log_2 6$. **C.** $2\log_2 3$. **D.** $\log_2 3$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình bên.

x	$-\infty$		-1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3.9^x - 10.3^x + 3 \le 0$ có dạng $S = [a;b]$ trong đó $a < b$. Giá trị của biểu thức $5b - 2a$ bằng

A. 7. **B.** $\frac{43}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** 3.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 1, $SA \perp (ABCD)$, $SA = 2$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 34. Trong khuôn viên một trường đại học có 5000 sinh viên, một sinh viên vừa trở về sau kì nghỉ và bị nhiễm virus cúm truyền nhiễm kéo dài. Sự lây lan này được mô hình hóa bởi công thức $y = \frac{5000}{1 + 4999e^{-0,8t}}, \forall t \ge 0$. Trong đó y là tổng số học sinh bị nhiễm sau t ngày. Các trường đại học sẽ cho các lớp học nghỉ khi có nhiều hơn hoặc bằng 40% số sinh viên bị lây nhiễm. Sau ít nhất bao nhiêu ngày thì trường cho các lớp nghỉ học?

A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 13.

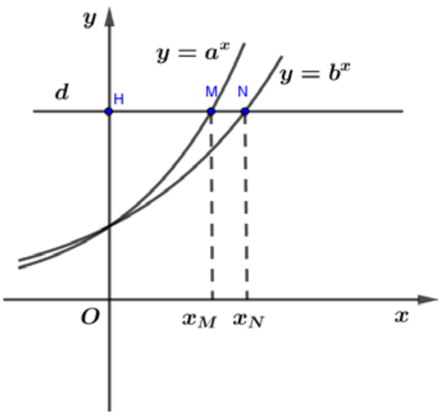
Câu 35. Một trang trại đang dùng hai bể nước hình trụ có cùng chiều cao; bán kính đáy lần lượt bằng $1,6(\text{m})$ và $1,8(\text{m})$. Trang trại làm một bể nước mới hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên; biết ba hình trụ trên là phần chứa nước của mỗi bể. Bán kính đáy của bể nước mới gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $2,4(\text{m})$. **B.** $2,6(\text{m})$. **C.** $2,5(\text{m})$. **D.** $2,3(\text{m})$.

Câu 36. Một chữ cái được lấy ra ngẫu nhiêu từ các chữ cái của từ “ASSISTANT” và một chữ cái được lấy ngẫu nhiên từ các chữ cái của từ “STATISTICS”. Xác suất để lấy được hai chữ cái giống nhau là

A. $\frac{13}{90}$. **B.** $\frac{1}{45}$. **C.** $\frac{19}{90}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Câu 37. Cho a, b là các số thực dương khác 1, đường thẳng d song song trục hoành cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$, đồ thị hàm số $y = b^x$ lần lượt tại H, M, N (như hình bên). Biết $HM = 3MN$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $4a = 3b$. **B.** $b^4 = a^3$. **C.** $b^3 = a^4$. **D.** $3a = 4b$.

Câu 38. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng $8a$. Một mặt phẳng (α) song song với trục và cách trục của hình trụ này một khoảng bằng $3a$, đồng thời (α) cắt (T) theo thiết diện là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $80\pi a^2$. **B.** $40\pi a^2$. **C.** $30\pi a^2$. **D.** $60\pi a^2$.

Câu 39. Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng 120°. Một mặt phẳng qua S và cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) bằng

A. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 120^0$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{37}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{41}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{39}}{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{35}}{6}$.

Câu 41. Cho a,b,c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a = 25^b = 10^c$. Giá trị $T = \dfrac{c}{a} + \dfrac{c}{b}$ là:

A. $T = \dfrac{1}{2}$. **B.** $T = \dfrac{1}{10}$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = \sqrt{10}$.

Câu 42. Tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trong $(-\infty;-1)$ là

A. $(-2;1]$. **B.** $(-2;-1]$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết $SB = 2AB$ và $\widehat{SBA} = 120^0$. Gọi E là chân đường phân giác trong của góc $\widehat{SBA}$, biết $BE = a$. Góc giữa cạnh bên SA với mặt phẳng đáy bằng 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{7\sqrt{14}a^3}{16}$. **B.** $\dfrac{9\sqrt{14}a^3}{16}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{14}a^3}{16}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{14}a^3}{16}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x + 1 - |x-1|\right)$ là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

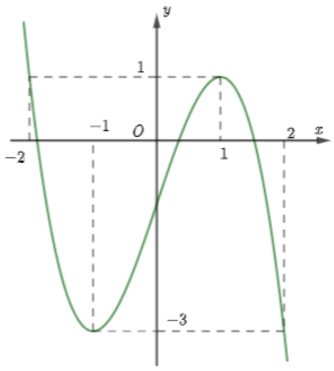
A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 7.

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m trên $(-2021;2021)$ thỏa mãn

$$\left(\sqrt{m^2 - 2m + 4} + 1 - m\right)\left(\sqrt{4^m + 3} - 2^m\right) \ge 3.$$

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 1. **D.** 0.

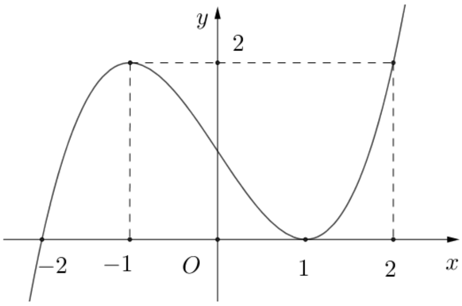
Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f\left[2 - f(x)\right] = 1$ là



A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \ne 0)$ có đồ thị như hình bên. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2019;2021)$ để đồ thị hàm số

$g\left(x\right)=\dfrac{\left(x+1\right)\sqrt{f\left(x\right)}}{\left(f\left(x\right)-2\right)\left(x^2-2mx+m+2\right)}$ có 5 đường tiệm cận (tiệm cận đứng hoặc tiệm cận ngang). Số phần tử của tập S là

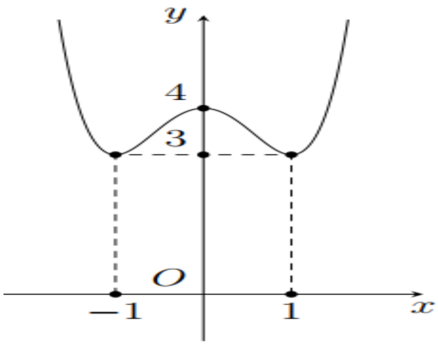


A. 4036. **B.** 4034. **C.** 2017. **D.** 2016.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm $B'A'$ và $B'B$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua MN và tạo với mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ một góc α sao cho $\tan\alpha=\sqrt{2}$. Biết $\left(P\right)$ cắt các cạnh DD' và DC. Khi đó mặt phẳng $\left(P\right)$ chia khối lập phương thành hai phần, gọi thể tích phần chứa điểm A là V_1 và phần còn lại có thể tích V_2. Tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$ là

A. $\dfrac{V_1}{V_2}=1$. **B.** $\dfrac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 49. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m và $m\in[-2021;2021]$ để phương trình $\log\dfrac{f(x)}{mx^2}+x[f(x)-mx]=mx^3-f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2020. **D.** 2019.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{3f(h)-1}{6h}=\dfrac{2}{3}$ và $f\left(x_1+x_2\right)=f\left(x_1\right)+f\left(x_2\right)+2x_1x_2\left(x_1+x_2\right)-\dfrac{1}{3},\forall x_1,x_2\in\mathbb{R}$. Tính $f(2)$.

A. 8. **B.** $\dfrac{17}{3}$. **C.** $\dfrac{95}{3}$. **D.** $\dfrac{25}{3}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP LẦN 3 NĂM 2021

SỞ HÀ TĨNH

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\log(x-1)$ là

A. $[-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=2021^x$ là

A. $y'=2021^x.\log 2021$. **B.** $y'=\dfrac{2021^x}{\ln 2021}$. **C.** $y'=2021^x\ln 2021$. **D.** $y''=x.2021^{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3. Diện tích mặt cầu có bán kính $r=2$ bằng

A. 16π. **B.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **C.** 8π. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn A

$S=4\pi r^2=4\pi.2^2=16\pi$.

Câu 4. Khối lăng trụ có diện tích đáy là 6 cm^2 và có chiều cao là 3 cm thì có thể tích V là

A. $V=6\text{ cm}^3$. **B.** $V=108\text{ cm}^3$. **C.** $V=54\text{ cm}^3$. **D.** $V=18\text{ cm}^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V=3.6=18$.

Câu 5. Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^3+x^2-5x+1$ là

A. $(0;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(-\dfrac{5}{3};1\right)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+2x-5$; $y'=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{5}{3} \vee x=1$.

x	$-\infty$		$-\dfrac{5}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$\dfrac{202}{27}$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

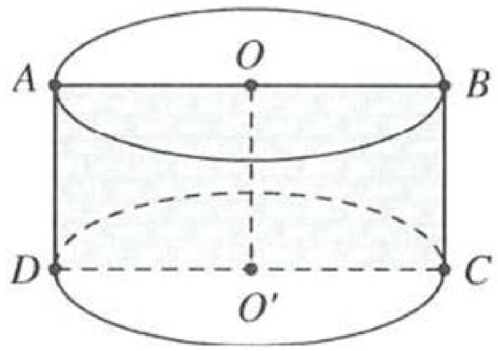
Từ bảng biến thiên, suy ra hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 6. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $12a$. Thể tích của khối trụ bằng

A. πa^3. **B.** $6\pi a^3$. **C.** $5\pi a^3$. **D.** $4\pi a^3$.

Lời giải

Chọn D



Chu vi hình chữ nhật $ABCD$ là $C = 2(AD + DC) = 12a$

$\Leftrightarrow AD + 2a = 6a \Leftrightarrow AD = 4a$

Thể tích khối trụ: $V = \pi R^2 h = \pi.a^2.4a = 4\pi a^3$.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

A. $x = 9$. **B.** $x = 5$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 10$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 1$

Ta có: $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x - 1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9(\text{TM})$.ư

Câu 8. Thể tích của khối chóp có chiều cao bằng a và diện tích đáy bằng $3a^2$ là

A. $\frac{1}{3}a^3$. **B.** $\frac{1}{6}a^3$. **C.** $\frac{3}{2}a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $V = \frac{1}{3}a.3a^2 = a^3$.

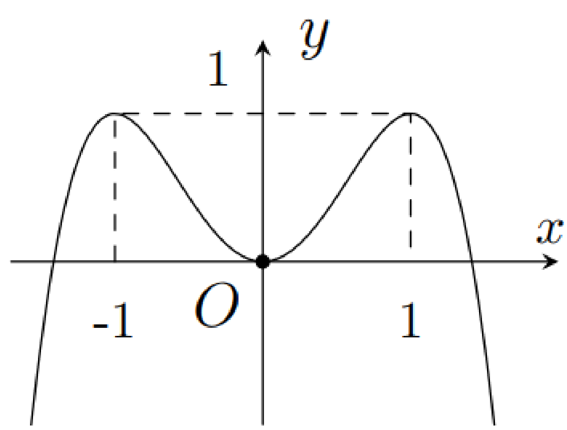
Câu 9. Khối đa diện đều $\{4;3\}$ là khối

A. Mười hai mặt đều. **B.** Tứ diện đều. **C.** Bát diện đều. **D.** Lập phương.

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-1;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, hàm số nghịch biến trong khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 11. Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là

A. C_{12}^2. **B.** 12^2. **C.** A_{12}^2. **D.** 2^{12}.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 2 học sinh từ 12 học sinh là số các tổ hợp chập 2 của 12 phần tử (học sinh).

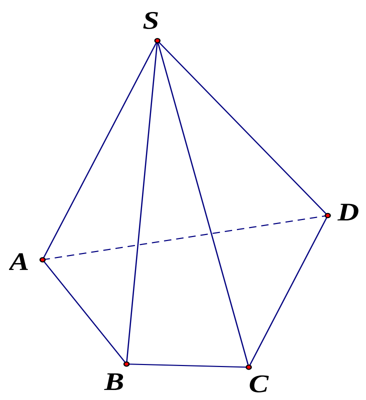
Vậy có C_{12}^2 cách thoả đề.

Câu 12. Số cạnh của hình chóp tứ giác là

A. 12. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D



Hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả 8 cạnh, đó là $SA, SB, SC, SD, AB, BC, CD, DA$.

Câu 13. Cho a,b là các số thực dương tuỳ ý, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log(a+b)=\log a\log b$. **B.** $\log(a+b)=\log a+\log b$.

C. $\log(ab)=\log a+\log b$. **D.** $\log(ab)=\log a\log b$.

Lời giải

Chọn C

Quy tắc tính lôgarit của một tích.

Câu 14. Nghiệm của phương trình $2^x=8$ là

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=2$. **D.** $x=\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$2^x=8 \Leftrightarrow 2^x=2^3 \Leftrightarrow x=3$.

Câu 15. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\frac{-2x+3}{x+2}$. **B.** $y=\frac{x-2}{2x-3}$. **C.** $y=\frac{1-2x}{1-x}$. **D.** $y=\frac{1-x}{1-2x}$.

Lời giải

Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1-2x}{1-x} = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-2x}{1-x}$.

Câu 16. Cho cấp số nhân có số hạng thứ 2 là $u_2 = 4$, công bội $q = \dfrac{1}{2}$. Giá trị của u_{20} bằng

A. $u_{20} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{16}$. **B.** $u_{20} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{17}$. **C.** $u_{20} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{19}$. **D.** $u_{20} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{20}$.

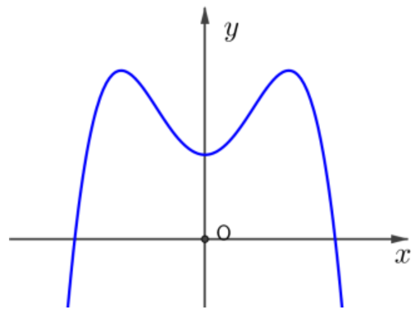
Lời giải

Chọn A

Ta có $u_1 = \dfrac{u_2}{q} = 8$.

Ta có $u_{20} = u_1.q^{19} = 8.\left(\dfrac{1}{2}\right)^{19} = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{16}$.

Câu 17. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a > 0; b < 0; c < 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c < 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c < 0$. **D.** $a < 0; b > 0; c > 0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$ ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = -\infty \Rightarrow a < 0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$.

Vậy $a < 0; b > 0; c < 0$.

Câu 18. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x-1) < 2$ là

A. $S = \left[\dfrac{1}{2}; 5\right)$. **B.** $S = \left(\dfrac{1}{2}; 5\right)$. **C.** $S = (-\infty; 5)$. **D.** $S = (5; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_3(2x-1) < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ 2x-1 < 3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \dfrac{1}{2} \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\dfrac{1}{2}; 5\right)$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của bất phương trình $2f(x) + 3 = 0$ là

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $2f\left(x\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{3}{2}$.

Số nghiệm của phương trình trên là số giao điểm của đồ thị các hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=-\dfrac{3}{2}$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình trên có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ là

A. $\min\limits_{x\in[0;2]} y=0$. **B.** $\min\limits_{x\in[0;2]} y=2$. **C.** $\min\limits_{x\in[0;2]} y=-1$. **D.** $\min\limits_{x\in[0;2]} y=1$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=x^4-2x^2+2$ liên tục trên đoạn $\left[0;2\right]$.

Ta có $y'=4x^3-4x$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\left[0;2\right]\\x=-1\notin\left[0;2\right]\\x=1\in\left[0;2\right]\end{array}\right.$$

$y\left(1\right)=1;\ y\left(0\right)=2;\ y\left(2\right)=10\ \Rightarrow\min\limits_{x\in[0;2]} y=1$.

Câu 21. Giá trị m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+2m-1}{x+m}$ đi qua điểm $M\left(3;1\right)$ là

A. $m=-3$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua điểm $M\left(3;1\right)$ nên đồ thị hàm có tiệm cận đứng là $x=3$.

Suy ra $x+m=0$ có nghiệm là 3 do vậy $3+m=0\Leftrightarrow m=-3$.

Thử lại, với $m=-3\Rightarrow y=\dfrac{2x-7}{x-3}$ có $\lim\limits_{x\to3^+} y=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{2x-7}{x-3}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to3^-} y=\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{2x-7}{x-3}=+\infty$.

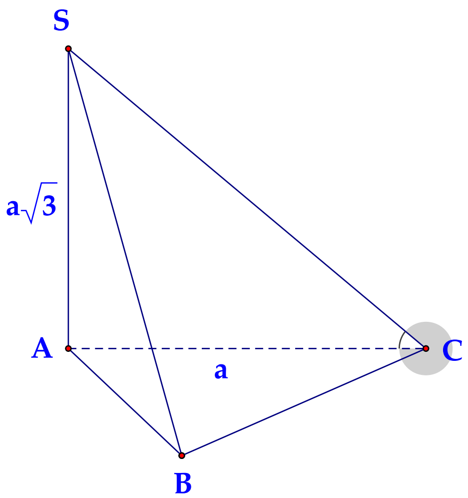
Vậy $m=-3$.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với $\left(ABC\right)$, tam giác ABC đều có cạnh bằng a, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn C



Dễ thấy $\left(SC;\left(ABC\right)\right)=\left(SC;AC\right)=\widehat{SCA}$.

Ta có $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SCA}=60^\circ\Rightarrow\left(SC;\left(ABC\right)\right)=60^\circ$.

Câu 23. Giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(3m+1\right)x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

A. $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=x^2-2mx+3m+1\Rightarrow y''=2x-2m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1\Rightarrow\begin{cases}y'\left(1\right)=0\\y''\left(1\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1^2-2m.1+3m+1=0\\2.1-2m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\m<1\end{cases}\Leftrightarrow m=-2$.

Thử lại với $m=-2$, ta có: $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-5x+1$ suy ra $y'=x^2+4x-5$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow x^2+4x-5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-5\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$ với $m=-2$.

Câu 24. Thể tích của khối nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 4 là

A. 16π. **B.** $\dfrac{8\pi\sqrt{3}}{3}$. **C.** $8\pi\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{16\pi}{3}$.

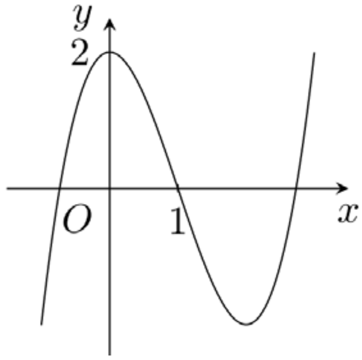
Lời giải

Chọn B

Chiều cao của hình nón là $h=\sqrt{l^2-r^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$.

Thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.2^2.2\sqrt{3}=\dfrac{8\pi\sqrt{3}}{3}$.

Câu 25. Đường còn ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+3x^2+2$. **D.** $y=x^3+3x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị bên có dạng bậc 3 nên loại A, C.

Đồ thị bên đi qua điểm $(1;0)$ nên chọn B.

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$ và trục hoành là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-2x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Câu 27. Cho mặt cầu (S) tâm O, bán kính $R=3$. Một mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khoảng cách từ điểm O đén mặt phẳng (P) bằng 1. Chu vi đường tròn (C) bằng.

A. 4π. **B.** $2\sqrt{2}\pi$. **C.** 8π. **D.** $4\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn D

Bán kính của đường tròn là $r=\sqrt{9-1}=2\sqrt{2} \Rightarrow$ chu vi của đường tròn là $2\pi.2\sqrt{2}=4\sqrt{2}\pi$.

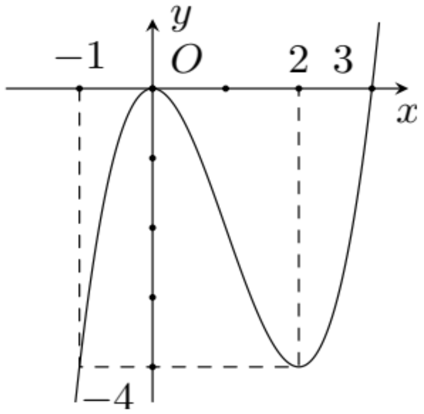
Câu 28. Cho a là một số thực dương khác 1, biểu thức $a^{\frac{3}{5}}.\sqrt[3]{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $a^{\frac{14}{15}}$. **B.** $a^{\frac{1}{15}}$. **C.** $a^{\frac{17}{5}}$. **D.** $a^{\frac{2}{15}}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng



A. -1.　　**B.** 2.　　**C.** 0.　　**D.** -4.

Lời giải

Chọn C

Câu 30. Tích các nghiệm của phương trình $2^{2x}-5.2^{x}+6=0$ bằng

A. 6.　　**B.** $\log_2 6$.　　**C.** $2\log_2 3$.　　**D.** $\log_2 3$.

Lời giải

Chọn D

$$2^{2x}-5.2^{x}+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=3 \\ 2^x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\log_2 3 \\ x=1 \end{array}\right..$$

Câu 31. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như hình bên.

x	$-\infty$		-1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 4.　　**B.** 3.　　**C.** 2.　　**D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy đạo hàm đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ một lần nên hàm số có một điểm cực đại.

Câu 32. Tập nghiệm của bất phương trình $3.9^{x}-10.3^{x}+3\le 0$ có dạng $S=\left[a;b\right]$ trong đó $a<b$. Giá trị của biểu thức $5b-2a$ bằng

A. 7.　　**B.** $\dfrac{43}{3}$.　　**C.** $\dfrac{8}{3}$.　　**D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $3^{x}=t\ \left(t>0\right)$. Bất phương trình trở thành: $3t^2-10t+3\le 0 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}\le t\le 3$.

Nên $\dfrac{1}{3}\le 3^{x}\le 3 \Leftrightarrow -1\le x\le 1$.

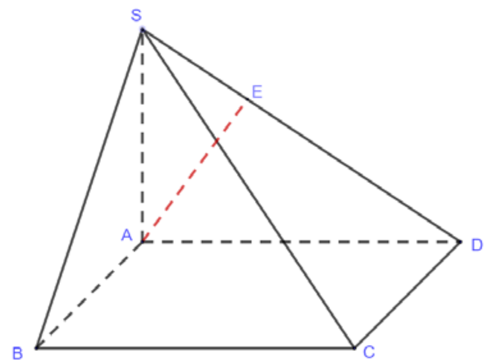
Vậy $S=\left[-1;1\right]$. Suy ra $a=1,b=-1 \Rightarrow 5b-2a=7$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh 1, $SA\perp(ABCD)$, $SA=2$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Hạ $AE\perp SD$ $(E\in SD)$. Do $CD\perp(SAD)$ nên $CD\perp AE$.

Do đó: $AE\perp(SCD)\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right)=AE$.

Xét tam giác SAD: $\dfrac{1}{AE^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AD^2}\Rightarrow AE=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Vậy: $d\left(A,(SCD)\right)=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 34. Trong khuôn viên một trường đại học có 5000 sinh viên, một sinh viên vừa trở về sau kì nghỉ và bị nhiễm virus cúm truyền nhiễm kéo dài. Sự lây lan này được mô hình hóa bởi công thức $y=\dfrac{5000}{1+4999e^{-0,8t}},\forall t\ge 0$. Trong đó y là tổng số học sinh bị nhiễm sau t ngày. Các trường đại học sẽ cho các lớp học nghỉ khi có nhiều hơn hoặc bằng 40% số sinh viên bị lây nhiễm. Sau ít nhất bao nhiêu ngày thì trường cho các lớp nghỉ học?

A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 13.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\frac{5000}{1+4999e^{-0,8t}}:5000\ge\frac{40}{100}\Leftrightarrow 1+4999e^{-0,8t}\le\frac{5}{2}\Leftrightarrow e^{-0,8t}\le\frac{3}{9998}\Leftrightarrow t\ge-\frac{\ln\frac{3}{9998}}{0,8}\approx 10,14.$$

Vậy sau ít nhất 11 ngày thì trường cho các lớp nghỉ học.

Câu 35. Một trang trại đang dùng hai bể nước hình trụ có cùng chiều cao; bán kính đáy lần lượt bằng $1,6(\text{m})$ và $1,8(\text{m})$. Trang trại làm một bể nước mới hình trụ, có cùng chiều cao và thể tích bằng tổng thể tích của hai bể nước trên; biết ba hình trụ trên là phần chứa nước của mỗi bể. Bán kính đáy của bể nước mới gần nhất với kết quả nào dưới đây?

A. $2,4(\text{m})$. **B.** $2,6(\text{m})$. **C.** $2,5(\text{m})$. **D.** $2,3(\text{m})$.

Lời giải

Chọn A

Gọi chiều cao của các hình trụ là h và bán kính đáy của hình trụ mới là R. Khi đó ta có:

$\pi R^2 h = \pi(1,6)^2 h + \pi(1,8)^2 h \Leftrightarrow R^2 = (1,6)^2 + (1,8)^2 \Leftrightarrow R = \sqrt{\dfrac{29}{5}} \approx 2,4$.

Câu 36. Một chữ cái được lấy ra ngẫu nhiêu từ các chữ cái của từ “ASSISTANT” và một chữ cái được lấy ngẫu nhiên từ các chữ cái của từ “STATISTICS”. Xác suất để lấy được hai chữ cái giống nhau là

A. $\dfrac{13}{90}$. **B.** $\dfrac{1}{45}$. **C.** $\dfrac{19}{90}$. **D.** $\dfrac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn C

Xét tập $A = \{A, A, I, N, T, T, S, S, S\}, B = \{A, C, I, I, T, T, T, S, S, S\}$.

Không gian mẫu là các các lấy từ mỗi tập hợp A, B một phần tử nên $n(\Omega) = C_9^1.C_{10}^1 = 90$.

Biến cố A: “Lấy được hai chữ cái giống nhau”.

TH1: Cùng lấy đươc chữ $A: C_2^1.C_1^1$.

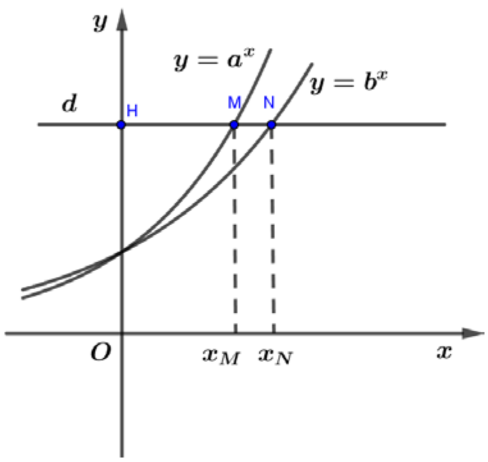
TH2: Cùng lấy đươc chữ $I: C_1^1.C_2^1$.

TH3: Cùng lấy đươc chữ $T: C_2^1.C_3^1$.

TH4: Cùng lấy đươc chữ $S: C_3^1.C_3^1$.

Suy ra: $n(A) = C_2^1.C_1^1 + C_1^1.C_2^1 + C_2^1.C_3^1 + C_3^1.C_3^1 = 19 \Rightarrow P(A) = \dfrac{19}{90}$.

Câu 37. Cho a, b là các số thực dương khác 1, đường thẳng d song song trục hoành cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$, đồ thị hàm số $y = b^x$ lần lượt tại H, M, N (như hình bên). Biết $HM = 3MN$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $4a = 3b$. **B.** $b^4 = a^3$. **C.** $b^3 = a^4$. **D.** $3a = 4b$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y = a^x$ tại điểm $M(x_M; y_M) \Rightarrow y_M = a^{x_M}$.

Đường thẳng d cắt đồ thị hàm số $y = b^x$ tại điểm $N(x_N; y_N) \Rightarrow y_N = b^{x_N}$.

Mà $y_M = y_N \Rightarrow a^{x_M} = b^{x_N}$.

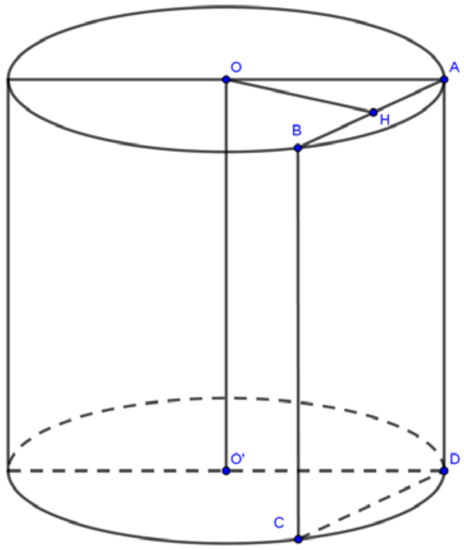
Ta có: $HM = 3MN \Rightarrow HM = \frac{3}{4}HN \Rightarrow x_M = \frac{3}{4}x_N \Rightarrow a^{\frac{3}{4}x_N} = b^{x_N} \Leftrightarrow a^{\frac{3}{4}} = b \Leftrightarrow a^3 = b^4$.

Câu 38. Cho hình trụ (T) có chiều cao bằng $8a$. Một mặt phẳng (α) song song với trục và cách trục của hình trụ này một khoảng bằng $3a$, đồng thời (α) cắt (T) theo thiết diện là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. $80\pi a^2$. **B.** $40\pi a^2$. **C.** $30\pi a^2$. **D.** $60\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A



Gọi trục của hình trụ là $OO' \Rightarrow OO' = 8a$.

Mặt phẳng (α) cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông $ABCD \Rightarrow AB = AD = 8a$

Theo giả thiết $d(OO';(ABCD)) = 3a$.

Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow OH \perp (ABCD) \Rightarrow d(OO';(ABCD)) = d(O';(ABCD)) = OH = 3a$.

Xét tam giác OAH vuông tại H ta có: $OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow OA = 5a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ bằng: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.5a.8a = 80\pi a^2$.

Câu 39. Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng 120°. Một mặt phẳng qua S và cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) bằng

A. $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C

Gọi H là trung điểm của cạnh AB $\Rightarrow OH \perp AB$.

Mà $SO \perp OH$ $\Rightarrow d\left(AB;SO\right) = OH = 3$.

Gọi đường sinh của hình nón là x $\left(x > 0\right)$ $\Rightarrow SA = x$.

Xét tam giác SOA vuông tại O ta có: $SO = SA.\cos\widehat{ASO}$ $\Rightarrow SO = x.\cos 60° = \dfrac{x}{2}$

Tam giác SAB vuông cân tại S $\Rightarrow AB = x\sqrt{2}$ $\Rightarrow SH = \dfrac{x\sqrt{2}}{2}$.

Xét tam giác SOH vuông tại O ta có: $SH^2 = SO^2 + OH^2$ $\Leftrightarrow \dfrac{x^2}{2} = \dfrac{x^2}{4} + 9$ $\Leftrightarrow x^2 = 36$ $\Leftrightarrow x = 6$.

$\Rightarrow$ $OA = SA.\sin\widehat{ASO}$ $\Rightarrow OA = 6.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$.

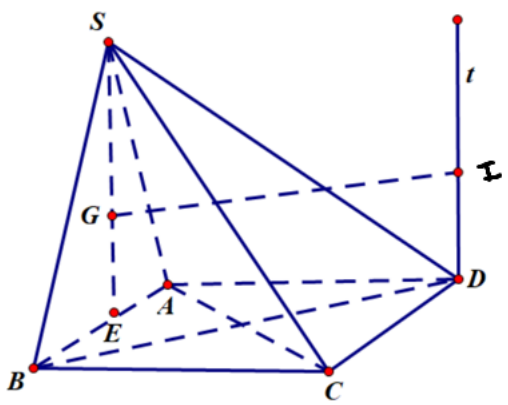
Vậy diện tích xung quanh hình nón bằng: $S_{xq} = \pi rl = \pi 3\sqrt{3}.6 = 18\pi\sqrt{3}$.

Câu 40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 120^0$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{37}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{41}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{39}}{6}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{35}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi E là trung điểm của AB, G là trọng tâm tam giác SAB.

Vì $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC}=120^0$ nên tam giác ABD đều.

Ta có: $BD=DA=DC\Rightarrow D$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Kẻ $Dt\perp(ABCD)$; d đi qua G và $d\perp(SAB)$.

Gọi $I=Dt\cap d$

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$$GE=\frac{1}{3}SE=\frac{a\sqrt{3}}{6}=ID.$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$: $R=IA=\sqrt{ID^2+DA^2}=\sqrt{\frac{3a^2}{36}+a^2}=\frac{a\sqrt{39}}{6}$.

Câu 41. Cho a,b,c là các số thực khác 0 thỏa mãn $4^a=25^b=10^c$. Giá trị $T=\frac{c}{a}+\frac{c}{b}$ là:

A. $T=\frac{1}{2}$. **B.** $T=\frac{1}{10}$. **C.** $T=2$. **D.** $T=\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $4^a=25^b=10^c\Leftrightarrow\begin{cases}10^c=4^a\\10^c=25^b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=\log 4^a\\c=\log 25^b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=a\log 4\\c=b\log 25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{c}{a}=\log 4\\\frac{c}{b}=\log 25\end{cases}$.

Vậy $T=\frac{c}{a}+\frac{c}{b}=\log 4+\log 25=\log 100=2$.

Câu 42. Tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trong $(-\infty;-1)$ là

A. $(-2;1]$. **B.** $(-2;-1]$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

$$y=\frac{mx+4}{x+m}\Rightarrow y'=\frac{m^2-4}{(x+m)^2}$$

Hàm số $y=\frac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trong $(-\infty;-1)$ khi và chỉ khi $y'<0,\forall x<-1\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\-m\ge -1\end{cases}$

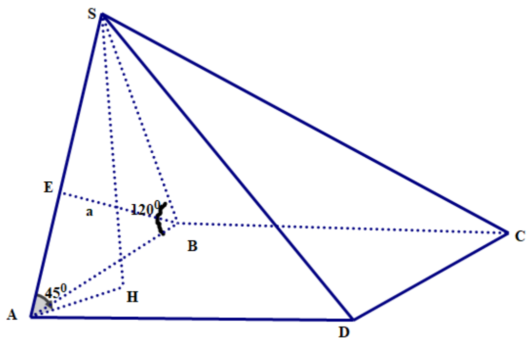
$\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le 1$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Biết $SB=2AB$ và $\widehat{SBA}=120^0$. Gọi E là chân đường phân giác trong của góc $\widehat{SBA}$, biết $BE=a$. Góc giữa cạnh bên SA với mặt phẳng đáy bằng 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{7\sqrt{14}a^3}{16}$. **B.** $\frac{9\sqrt{14}a^3}{16}$. **C.** $\frac{5\sqrt{14}a^3}{16}$. **D.** $\frac{\sqrt{14}a^3}{16}$.

Lời giải

Chọn B



Đặt $AB = x \Rightarrow SB = 2x$ .Ta có $\text{AS} = \sqrt{BA^2 + BS^2 - 2BA.BS.cos120^0} = \sqrt{7x^2} = x\sqrt{7}$

Ta có $\frac{SE}{EA} = \frac{SB}{BA} = 2 \Rightarrow AE = \frac{SA}{3} = \frac{x\sqrt{7}}{3}$.

Trong tam giác EAB có $EA^2 = BE^2 + AB^2 - 2BE.AB.cos60^0$

$\Leftrightarrow \frac{7x^2}{9} = a^2 + x^2 - 2a.x.\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2}{9}x^2 - ax + a^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3a}{2} \\ x = 3a\ (l) \end{array}\right.$.

($x = 3a$ loại vì thử lại trong tam giác SBE có $\cos\widehat{SBE} = \frac{BS^2 + BE^2 - SE^2}{2.BS.BE} = \frac{36a^2 + a^2 - 28a^2}{2.6a.a} = \frac{3}{4} \Rightarrow \widehat{SBE} \neq 60^0$)

Suy ra $AB = \frac{3a}{2} \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{9a^2}{4}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$, ta có $\widehat{SAH} = 45^0 \Rightarrow SH = \frac{SA}{\sqrt{2}} = \frac{3a\sqrt{14}}{4}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{3a\sqrt{14}}{4}.\frac{9a^2}{4} = \frac{9a^3\sqrt{14}}{16}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 2x + 1 - |x-1|\right)$ là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g(x) = f\left(x^2 - 2x + 1 - \sqrt{(x-1)^2}\right)$

có $g'(x) = \left(2x - 2 - \frac{x-1}{|x-1|}\right)f'\left(x^2 - 2x + 1 - |x-1|\right) = (x-1)\left(2 - \frac{1}{|x-1|}\right)f'\left(x^2 - 2x + 1 - |x-1|\right)$

Suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=0 \\ |x-1|=\dfrac{1}{2} \\ x^2-2x+1-|x-1|=-1 \\ x^2-2x+1-|x-1|=0 \\ x^2-2x+1-|x-1|=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{3}{2} \\ x=\dfrac{1}{2} \\ |x-1|^2-|x-1|+1=0\,(vn) \\ |x-1|^2-|x-1|=0 \\ |x-1|^2-|x-1|-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{3}{2} \\ x=\dfrac{1}{2} \\ x=1(k) \\ x=0 \\ x=2 \\ x=\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \\ x=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2} \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{5}}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$		2		$\frac{3+\sqrt{5}}{2}$		$-\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x)$ có 7 cực trị.

Đề thi bản word độc quyền thuộc về website Tailieuchuan.vn

Câu 45. Tìm tất cả các giá trị nguyên của m trên $(-2021;2021)$ thỏa mãn $\left(\sqrt{m^2-2m+4}+1-m\right)\left(\sqrt{4^m+3}-2^m\right)\geq 3$.

A. 2021. **B.** 2020. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

$\left(\sqrt{m^2-2m+4}+1-m\right)\left(\sqrt{4^m+3}-2^m\right)\geq 3 \Leftrightarrow \left[\sqrt{(m-1)^2+3}-(m-1)\right]\left(\sqrt{4^m+3}-2^m\right)\geq 3$

$\Leftrightarrow \sqrt{(m-1)^2+3}-(m-1)\geq \dfrac{3}{\sqrt{4^m+3}-2^m} \Leftrightarrow \sqrt{(m-1)^2+3}-(m-1)\geq \sqrt{4^m+3}+2^m \quad (*)$

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{x^2+3}-x>0, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f'(x)=-\dfrac{\sqrt{x^2+3}-x}{\sqrt{x^2+3}}<0, \forall x$

Mặt khác, $f(-x)=\sqrt{x^2+3}+x$.

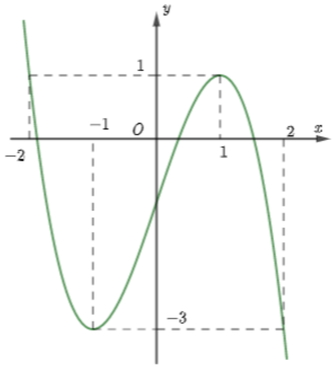
Do đó, $(*) \Leftrightarrow f(m-1)\geq f(-2^m) \Leftrightarrow m-1\leq -2^m \Leftrightarrow m+2^m-1\leq 0 \quad (**)$.

Xét hàm số $g(x)=x+2^x-1$, $g'(x)=1+2^x\ln 2>0, \forall x$ và $g(0)=0$.

Như vậy, $(**) \Leftrightarrow g(m)\leq g(0) \Leftrightarrow m\leq 0$.

Theo bài ta $m\in\mathbb{Z}\cap(-2021;2021)$ và $m\leq 0$, suy ra $m\in\{-2020;\ldots,-1;0\}$, tức là có 2021 giá trị m thỏa mãn.

Câu 46. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $f\left[2-f\left(x\right)\right]=1$ là



A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

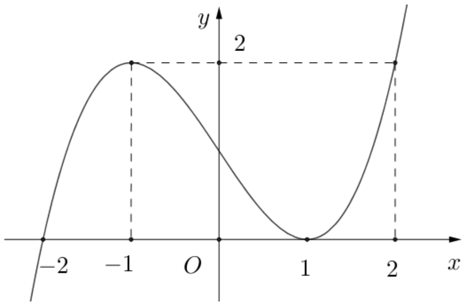
Dựa vào đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=1$, ta có

$$f\left[2-f\left(x\right)\right]=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-f\left(x\right)=-2\\2-f\left(x\right)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}f\left(x\right)=4 & (a)\\f\left(x\right)=1 & (b)\end{array}\right.$$

Xét sự tương giao của đồ thị $y=f\left(x\right)$ lần lượt với các đường thẳng $y=1;y=4$ ta thấy: phương trình (a) có nghiệm duy nhất $x_1<-2$; phương trình (b) có 2 nghiệm $x_2=-2;x_3=1$.

Vậy số nghiệm phương trình đã cho là 3.

Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d,\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên. Gọi S là tập các giá trị nguyên của m thuộc khoảng $\left(-2019;2021\right)$ để đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{\left(x+1\right)\sqrt{f\left(x\right)}}{\left(f\left(x\right)-2\right)\left(x^2-2mx+m+2\right)}$ có 5 đường tiệm cận (tiệm cận đứng hoặc tiệm cận ngang). Số phần tử của tập S là



A. 4036. **B.** 4034. **C.** 2017. **D.** 2016.

Lời giải

Chọn C **Đề thi bản word độc quyền thuộc về website Tailieuchuan.vn**

Đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ đi qua bốn điểm $\left(-2;0\right),\left(-1;2\right),\left(1;0\right),\left(2;2\right)$ nên ta có

$$\begin{cases}-8a+4b-2c+d=0\\-a+b-c+d=2\\a+b+c+d=0\\8a+4b+2c+d=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=0\\c=-\dfrac{3}{2}\\d=1\end{cases}.$$

Do đó, $f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-3x+2\right)=\frac{1}{2}(x-1)^2(x+2)$.

$$g(x)=\frac{(x+1)\sqrt{\frac{1}{2}(x-1)^2(x+2)}}{\frac{1}{2}\left(x^3-3x-2\right)\left(x^2-2mx+m+2\right)}$$

$$=\frac{\sqrt{2}(x+1)\sqrt{(x-1)^2(x+2)}}{(x-2)(x+1)^2\left(x^2-2mx+m+2\right)}=\frac{\sqrt{2}|x-1|\sqrt{x+2}}{(x-2)(x+1)\left(x^2-2mx+m+2\right)}$$

Điều kiện xác định của $g(x)$ là $\begin{cases} x\ge -2 \\ x\ne 2 \\ x\ne -1 \\ x^2-2mx+m+2\ne 0 \end{cases}$

Dễ thấy đồ thị hàm số $g(x)$ có duy nhất tiệm cận ngang là $y=0$, các đường thẳng $x=2; x=-1$ là những tiệm cận đứng. Bởi thế, để đồ thị hàm số có 5 đường tiệm cận thì đồ thị này phải có thêm 2 tiệm cận đứng nữa. Tức là, phương trình $x^2-2mx+m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $2;1;-1$ và cùng lớn hơn hoặc bằng -2.

Đặt $h(x)=x^2-2mx+m+2$, điều kiện kể trên tương đương với

$$\begin{cases} \Delta'>0 \\ h(2)h(1)h(-1)\ne 0 \\ h(-2)\ge 0 \\ x_1+x_2>-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-2>0 \\ (6-3m)(3-m)(3m+3)\ne 0 \\ 6+5m\ge 0 \\ 2m>-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ m\ne 2; m\ne 3; m\ne -1 \\ m\ge -\frac{6}{5} \\ m>-2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>2 \\ m\ne 3 \end{cases} \\ -\frac{6}{5}\le m<-1 \end{array}\right.$$

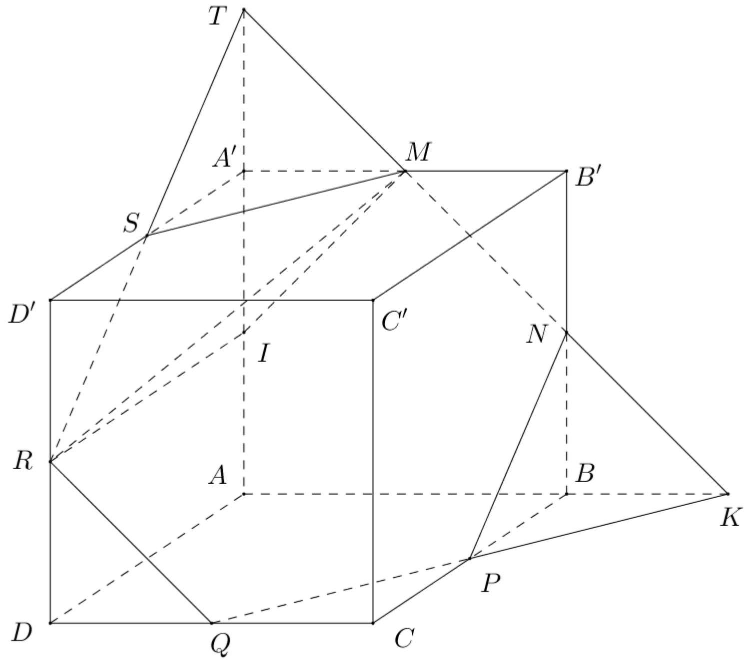
Vậy các giá trị nguyên của $m\in(-2019;2021)$ thỏa yêu cầu bài toán là $4;5;...;2020$, có 2017 giá trị nguyên.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm $B'A'$ và $B'B$. Mặt phẳng (P) đi qua MN và tạo với mặt phẳng $(ABB'A')$ một góc α sao cho $\tan\alpha=\sqrt{2}$. Biết (P) cắt các cạnh DD' và DC. Khi đó mặt phẳng (P) chia khối lập phương thành hai phần, gọi thể tích phần chứa điểm A là V_1 và phần còn lại có thể tích V_2. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

A. $\frac{V_1}{V_2}=1$. **B.** $\frac{V_1}{V_2}=2$. **C.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{V_1}{V_2}=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Không mất tính tổng quát, giả sử độ dài cạnh của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là 1.

Gọi Q, R, I lần lượt là trung điểm của các cạnh DC, DD', AA'.

Ta có $QR // MN // D'C // A'B$ nên M, N, Q, R đồng phẳng.

$(MNQR) \cap (ABB'A') = MN$. Trong $(ABB'A')$, ta có $IM \perp MN$.

$RI \perp (ABB'A') \Rightarrow RI \perp MN$. Do đó, $MN \perp (IMR) \Rightarrow MR \perp MN$.

Suy ra $\beta = \widehat{((MNQR),(ABB'A'))} = (IM, MR) = \widehat{RMI}$, $\tan\beta = \dfrac{RI}{MI} = \sqrt{2}$. Như vậy, mặt phẳng (P) chính là mặt phẳng $MNQR$.

Gọi $T = MN \cap AA', K = MN \cap AB, P = QK \cap BC, S = RT \cap A'D'$. Khi đó, thiết diện của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cắt bởi mặt phẳng (P) là lục giác $MNPQRS$.

$V_1 = V_{A.MNPQRS} + V_{AA'MS} + V_{ADRQ} + V_{ABNP}$

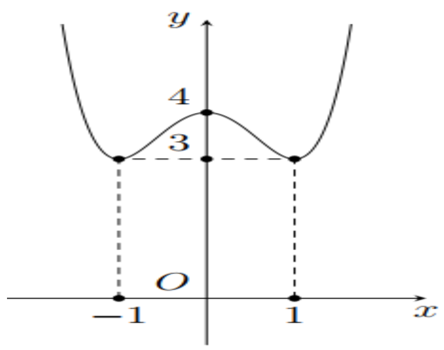
$V_2 = V_{C'.MNPQRS} + V_{C'D'RS} + V_{C'CPQ} + V_{C'MNB'}$

Dễ thấy $V_{A.MNPQRS} = V_{C'.MNPQRS}$ và

$V_{AA'MS} = V_{ADRQ} = V_{ABNP} = V_{C'D'RS} = V_{C'CPQ} = V_{C'MNB'} = \dfrac{1}{3}.1.\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{24}$.

Do đó, $V_1 = V_2 \Rightarrow \dfrac{V_1}{V_2} = 1$.

Câu 49. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m và $m\in[-2021;2021]$ để phương trình $\log\frac{f(x)}{mx^2}+x[f(x)-mx]=mx^3-f(x)$ có hai nghiệm dương phân biệt?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 2020. **D.** 2019.

Lời giải

Chọn D

Do $\begin{cases} f(x)>0 \\ x^2>0 \end{cases} \Rightarrow m>0$. Điều kiện $m>0$

$\log\frac{f(x)}{mx^2}+x[f(x)-mx]=mx^3-f(x) \Leftrightarrow \log f(x)+f(x)-\left(\log mx^2+mx^2\right)+x\left(f(x)-mx^2\right)=0\,(2)$.

Xét hàm số $y=\log t+t,(t>0)$.

$y'=\frac{1}{t.\ln 10}+1>0,\forall t>0$. Vậy $y=\log t+t,(t>0)$ đồng biến (1).

Do xét phương trình có 2 nghiệm dương nên ta xét $x>0$.

$f(x)>mx^2 \Rightarrow VT(2)>0$ nên (2) vô nghiệm.

$f(x)<mx^2 \Rightarrow VT(2)<0$ nên (2) vô nghiệm.

Do đó $f(x)=mx^2 \Leftrightarrow x^4-2x^2+4=mx^2 \Leftrightarrow x^4-(2+m)x^2+4=0$

Đặt $a=x^2\ (a>0)$, ta có phương trình $a^2-(2+m)a+4=0$. Đặt $h(a)=a^2-(2+m)a+4$.

Để phương trình $\log\frac{f(x)}{mx^2}+x[f(x)-mx]=mx^3-f(x)$ có 2 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi phương trình $x^4-(2+m)x^2+4=0\,(2)$ có 2 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi phương trình $a^2-(2+m)a+4=0$ có 2 nghiệm a_1,a_2 thỏa mãn $0<a_1<a_2$.Khi đó điều kiện là

$$\begin{cases} \Delta>0 \\ h(0)>0 \\ \frac{m+2}{2}>0 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+4m-12>0 \\ 4>0 \\ m>-2 \\ m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m>2.$$

Do $\begin{cases} m>2 \\ m\in\mathbb{Z} \\ m\in[-2021;2021] \end{cases}$ nên có 2019 giá trị của m.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim\limits_{h\to 0}\frac{3f(h)-1}{6h}=\frac{2}{3}$ và $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)+2x_1x_2(x_1+x_2)-\frac{1}{3},\forall x_1,x_2\in\mathbb{R}$. Tính $f(2)$.

A. 8. **B.** $\frac{17}{3}$. **C.** $\frac{95}{3}$. **D.** $\frac{25}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Từ $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)+2x_1x_2(x_1+x_2)-\frac{1}{3}$.

Ta cố định x_1, khi đó $f'\left(x_1+x_2\right)=f'\left(x_2\right)+2x_1^2+4x_1x_2$.

Ta cố định x_2 khi đó $f'\left(x_1+x_2\right)=f'\left(x_1\right)+2x_2^2+4x_1x_2$.

Do đó, $f'\left(x_2\right)-2{x_2}^2=f'\left(x_1\right)-2{x_1}^2, \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}$. Từ đó, ta thấy $f'(x)-2x^2$ là hàm hằng. Do đó tồn tại các hằng số a và b sao cho $f(x)=\frac{2}{3}x^3+ax+b$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Từ đẳng thức trong đề bài, thay $x_1=x_2=0$, ta có $f(0)=\frac{1}{3} \Rightarrow b=\frac{1}{3}$.

Theo bài ra $\lim\limits_{h \to 0}\frac{3f(h)-1}{6h}=\frac{2}{3} \Leftrightarrow \lim\limits_{h \to 0}\frac{3\left(f(h)-\frac{1}{3}\right)}{6h}=\frac{2}{3} \Leftrightarrow \lim\limits_{h \to 0}\frac{\left(f(h)-\frac{1}{3}\right)}{h}=\frac{4}{3}$

$\Leftrightarrow f'(0)=\frac{4}{3} \Rightarrow a=\frac{4}{3}$.

Vậy $f(x)=\frac{2x^3+4x+1}{3} \Rightarrow f(2)=\frac{25}{3}$.

---------- HẾT ----------

KSCL HỌC KÌ I – KHỐI 12
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NAM ĐỊNH
NĂM HỌC: 2020-2021

MÃ ĐỀ:103

Câu 1: Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $4,5,6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng:

A. 120. **B.** 80. **C.** 40. **D.** 60.

Câu 2: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

B. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-2;2\right)$.

C. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

D. Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 4: Cho khối chóp có thể tích $V=32$ và đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 6: Cho khối trụ có chiều cao bằng $5a$ và đường kính đáy bằng $6a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $15\pi a^3$. **B.** $60\pi a^3$. **C.** $45\pi a^3$. **D.** $180\pi a^3$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $4^{x-1}=8^{2-x}$ là:

A. $x=8$ **B.** $\dfrac{1}{8}$ **C.** $x=4$ **D.** $x=\dfrac{8}{5}$

Câu 8: Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S bằng

A. $\frac{1}{2}hS$ **B.** hS **C.** $\frac{1}{3}hS$ **D.** $3hS$

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** -2

Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-2x^2-7x+1$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng

A. -8. **B.** -7. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 11: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+3)=1$ là

A. $S=\{-1\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{0\}$. **D.** $S=\{1\}$.

Câu 12: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-4x^2+3$ bằng

A. -6. **B.** 8. **C.** -1. **D.** 4.

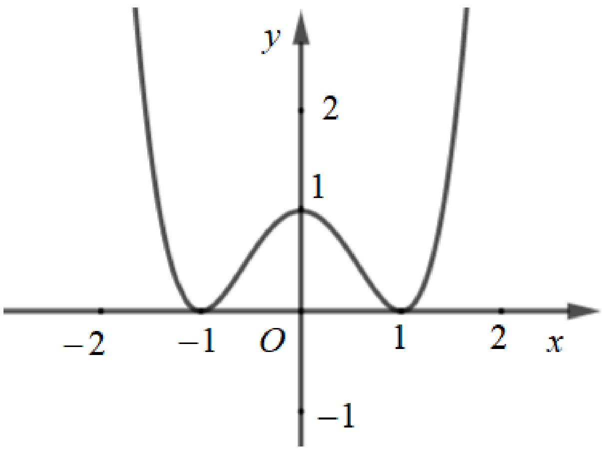
Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+2}<\left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 14: Cho hình nón có chiều cao $h=4$ và bán kính đáy $r=3$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 1. **C.** 12. **D.** 5.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 16: Cho hàm số $y=\frac{x+1}{-x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

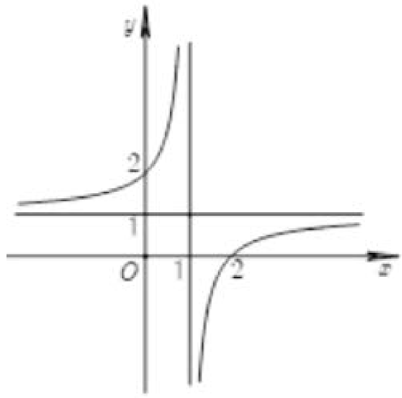
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 17: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\frac{x-2}{x+1}\cdot$ **B.** $y=\frac{x+2}{x-1}\cdot$. **C.** $y=\frac{x-2}{x-1}\cdot$. **D.** $y=\frac{x+2}{x-2}\cdot$.

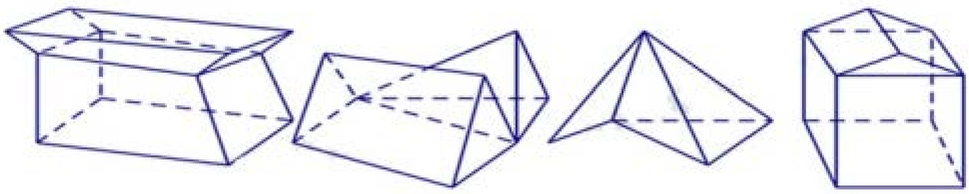
Câu 18: Cho khối trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=2$.Diện tích toàn phần của khối trụ bằng

A. 20π. **B.** 12π.. **C.** 16π.. **D.** 10π..

Câu 19: Khối mười hai mặt đều có bao nhiều cạnh?

A. 20. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 30.

Câu 20: Có bao nhiêu hình đa diện trong các hình dưới đây?



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

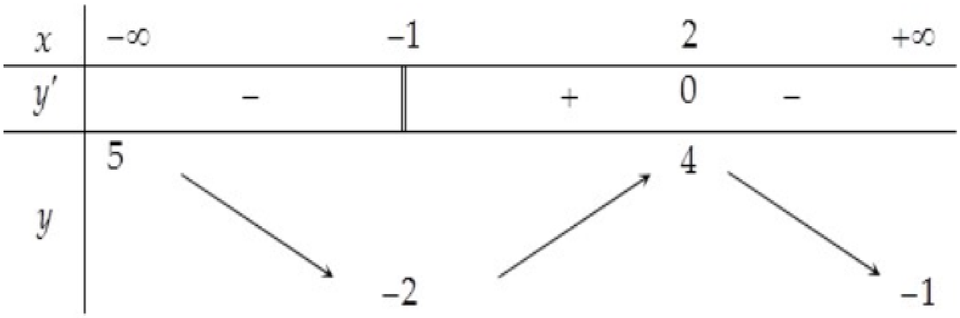
Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y			5				$+\infty$
	$-\infty$				-2		

Điểm cực đại của hàm số đã cho là.

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=5$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên



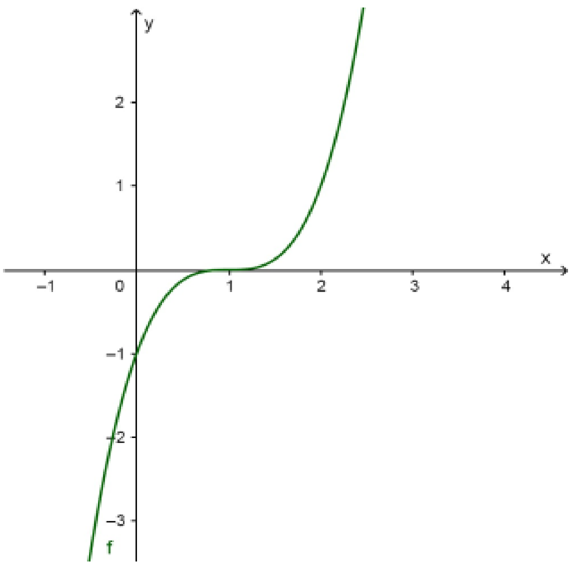
Mệnh đề nào sau đây sai

A. Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị lớn nhất.
B. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng -2.
C. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$.
D. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 5.

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y = \ln\left(1-x^2\right)$ là

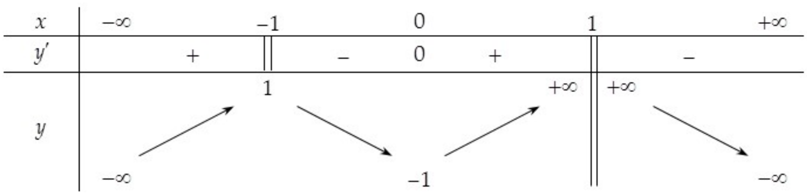
A. $\dfrac{2x}{x^2-1}$. **B.** $\dfrac{-2x}{x^2-1}$. **C.** $\dfrac{1}{x^2-1}$. **D.** $\dfrac{1}{1-x^2}$.

Câu 24: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



A. $y = (x-1)^3$. **B.** $y = x^3 + 1$. **C.** $y = (x+1)^3$. **D.** $y = x^3 - 1$.

Câu 25: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị

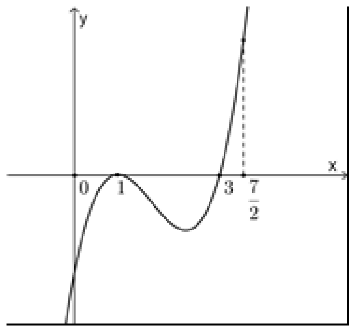


A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-2)^3$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;\frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;\frac{7}{2}\right]$ tại



A. $x = 3$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 2$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$+$	$\Vert$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$1 \;\Vert\; -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \;\Vert\; 1$	$\searrow$	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

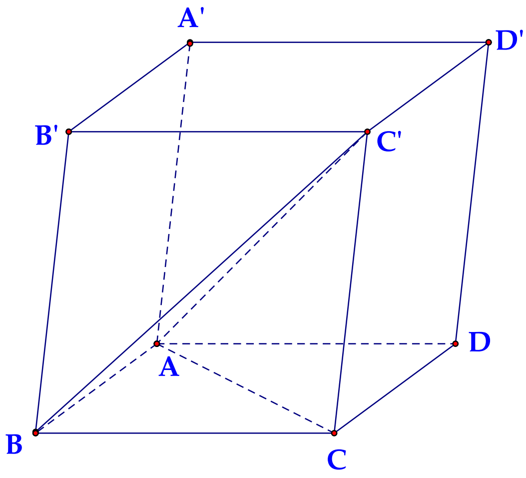
Câu 29: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{-x}$. **B.** $y = \left(\frac{e}{3}\right)^{x}$. **C.** $y = \frac{1}{5^x}$. **D.** $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^{x}$.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}}(x-2) > \log_{\frac{\pi}{6}}(7-2x)$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $\left(3;\frac{7}{2}\right)$.

Câu 31: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Thể tích của khối tứ diện $ABC'C$ bằng



A. $\dfrac{2}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 32: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ đã cho bằng

A. πa^3. **B.** $\dfrac{\pi a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

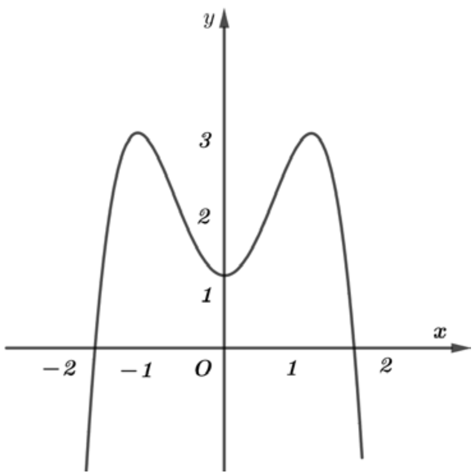
Câu 33: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB = 3a$, $\widehat{ABC} = 60°$. Diện tích xung quanh của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh AC bằng

A. $18\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $18\pi a^2$. **C.** $9\sqrt{3}\pi a^2$ **D.** $36\pi a^2$

Câu 34: Tích các nghiệm của phương trình $\log_5\left(6^{x+1} - 36^x\right) = 1$ bằng

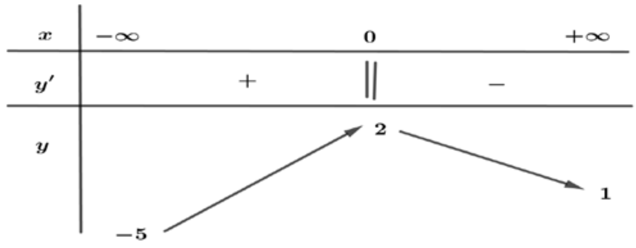
A. $\log_5 6$. **B.** 5. **C.** $\log_6 5$. **D.** 0.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ có đồ thị như trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0; b < 0; c > 0$. **B.** $a < 0; b > 0; c > 0$. **C.** $a < 0; b < 0; c > 0$. **D.** $a < 0; b > 0; c < 0$.

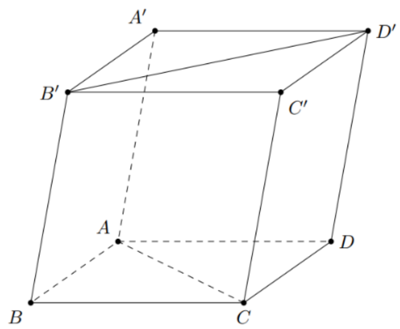
Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất?

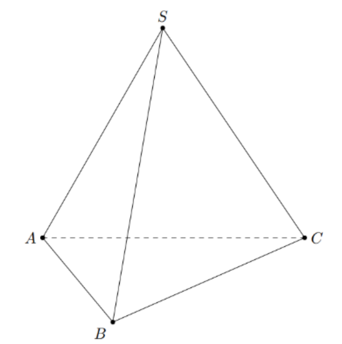
A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 37: Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=120°$, khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'D'$ và AC bằng $2a$ (minh họa như hình bên dưới). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $SA=2a$ và SA tạo với mặt đáy một góc bằng $45°$ (minh họa như hình bên dưới). Thể tích của khối chóp đã cho bằng



A. $\dfrac{\sqrt{6}}{12}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{4}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

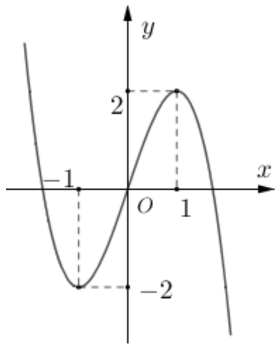
Câu 39: Cho tứ diện $SABC$ có các mặt SAB, SBC là các tam giác cân tại S và SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau, $AB=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** a^3.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{mf(x)+2021}{f(x)+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?



A. 88. **B.** 84. **C.** 86. **D.** 89.

Câu 42: Cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x + m + 2021$ có đồ thị là (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3(với $x_1 < x_2 < x_3$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1 < x_1 < 3 < x_2 < 4 < x_3$. **B.** $0 < x_1 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

C. $1 < x_1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$. **D.** $x_1 < 0 < 1 < x_2 < 3 < x_3 < 4$.

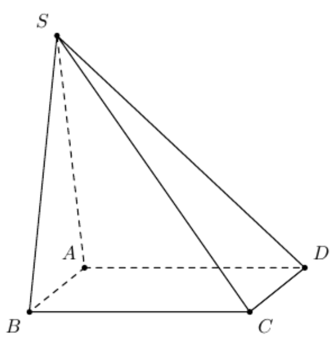
Câu 43: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ có tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + 4(m-2)x^2 - 7x + 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$ thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -4$?

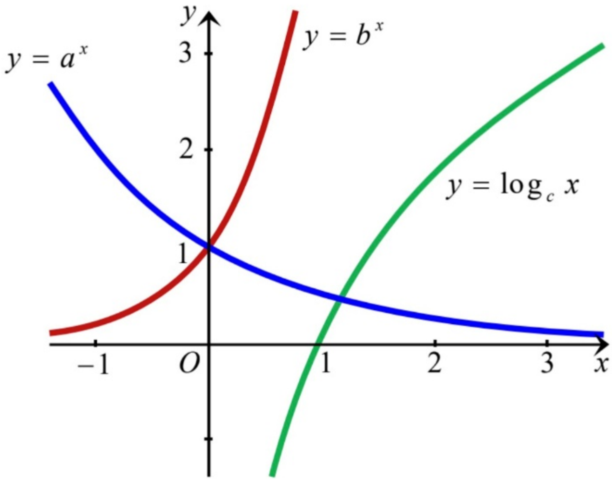
A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $(SAB) \perp (ABCD)$. Gọi α là góc tạo bởi mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD), với $\tan\alpha = 2$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa CD và vuông góc với $(ABCD)$. Trên (P) lấy điểm M bất kỳ, thể tích khối tứ diện $S.ABM$ bằng



A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 46: Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < b < c$. **B.** $a < b = c$. **C.** $b < c < a$. **D.** $a < c < b$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x) = e^x - e^{-x} + 2021x$ có bao nhiêu giá trị nguyên m để $f(3-x) + f(-x^3 + 3x^2 + x + m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 3 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 5

Câu 48: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số $g\left(x\right) = f\left(4x - x^2\right) + \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 8x + \frac{1}{3}$ trên đoạn $\left[1;3\right]$ bằng

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

A. 12. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 7.

Câu 49: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 9. Gọi M là trung điểm của AA', điểm N nằm trên cạnh BB' sao cho $BN = \frac{3}{4}BB'$. Mặt phẳng $\left(CMN\right)$ cắt đường thẳng $A'C'$ tại P và cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q. Thể tích khối đa diện $A'MPB'NQ$ bằng

A. $\frac{7}{9}$. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{21}{4}$.

Câu 50: Cho hình nón (N) có đỉnh S, chiều cao $h = 3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. 27π. **B.** 81π. **C.** 12π. **D.** 36π.

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

1.A	2.A	3.A	4.D	5.B	6.C	7.D	8.B	9.C	10.B
11.C	12.C	13.B	14.D	15.C	16.D	17.C	18.A	19.D	20.A
21.B	22.D	23.A	24.A	25.C	26.C	27.A	28.D	29.D	30.B
31.D	32.C	33.B	34.D	35	36.B	37.A	38.A	39.C	40.A
41.C	42.B	43.B	44.A	45.B	46.D	47.A	48.D	49.B	50.A

Câu 1: Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $4,5,6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng:

A. 120. **B.** 80. **C.** 40. **D.** 60.

Lời giải

Chọn A.

Thể tích khối hộp chữ nhật là: $V = 4.5.6 = 120$.

Câu 2: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x \to 1^+} y = \lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x+1}{x-1} = +\infty$; $\lim\limits_{x \to 1^-} y = \lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{2x+1}{x-1} = -\infty$.

Suy ra đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A.

Từ BBT, hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 4: Cho khối chóp có thể tích $V=32$ và đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $V=\frac{1}{3}S.h \Leftrightarrow 32=\frac{1}{3}.4^2.h \Leftrightarrow h=6$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Bản word phát hành từ website **Tailieuchuan.vn**

Câu 6: Cho khối trụ có chiều cao bằng $5a$ và đường kính đáy bằng $6a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $15\pi a^3$. **B.** $60\pi a^3$. **C.** $45\pi a^3$. **D.** $180\pi a^3$.

Lời giải

ChọnC.

Ta có $V=\pi r^2h=\pi.(3a)^2.5a=45\pi a^3$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $4^{x-1}=8^{2-x}$ là:

A. $x=8$ **B.** $\frac{1}{8}$ **C.** $x=4$ **D.** $x=\frac{8}{5}$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4^{x-1}=8^{2-x} \Leftrightarrow 2^{2x-2}=2^{6-3x} \Leftrightarrow 2x-2=6-3x \Leftrightarrow x=\frac{8}{5}$.

Vậy phương trình có duy nhất một nghiệm $x=\frac{8}{5}$.

Câu 8: Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy S bằng

A. $\frac{1}{2}hS$ **B.** hS **C.** $\frac{1}{3}hS$ **D.** $3hS$

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -3 **B.** 2 **C.** 0 **D.** -2

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ liên tục trên đoạn đoạn $[0;2]$.

Ta có $y'=\frac{3}{(x+1)^2}>0$ với $\forall x\in[0;2]$ nên hàm số đã cho đồng biến trên đoạn $[0;2]$.

Vậy $\underset{[0;2]}{Max}\, y = y(2) = 0$

Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng

A. -8. **B.** -7. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 4x - 7$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{7}{3} \notin [-2;1] \end{array}\right.$

$y(-2) = -1$; $y(-1) = 5$; $y(1) = -7$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 7x + 1$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng -7.

Câu 11: Tập nghiệm S của phương trình $\log_3(2x+3) = 1$ là

A. $S = \{-1\}$. **B.** $S = \{3\}$. **C.** $S = \{0\}$. **D.** $S = \{1\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $2x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -\dfrac{3}{2}$.

Ta có: $\log_3(2x+3) = 1 \Leftrightarrow 2x + 3 = 3 \Leftrightarrow x = 0$

Vậy Tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x+3) = 1$ là $S = \{0\}$.

Câu 12: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ bằng

A. -6. **B.** 8. **C.** -1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 8x$; $y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

Câu 13: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\dfrac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$$5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < \left(5^{-2}\right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2.$$

Vậy sau ít nhất 11 ngày thì trường cho các lớp nghỉ học.

Câu 14: Cho hình nón có chiều cao $h=4$ và bán kính đáy $r=3$. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

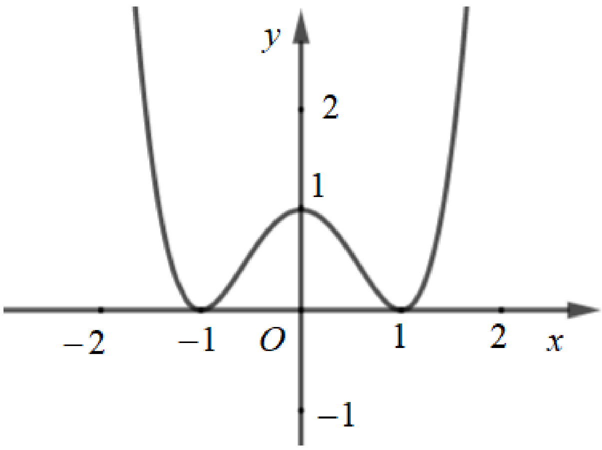
A. $\sqrt{7}$. **B.** 1. **C.** 12. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D.

Độ dài đường sinh của hình nón là: $l=\sqrt{h^2+r^2}=5$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 16: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{-x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

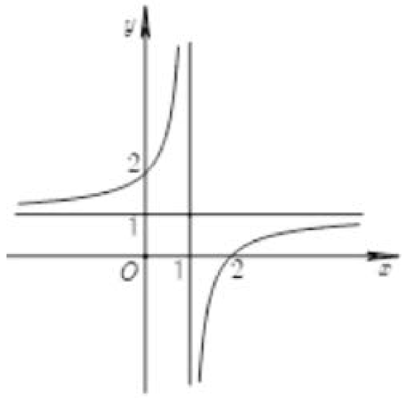
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{2}{(-x+1)^2}>0, \forall x\neq 1$. Nên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 17: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$..

Lời giải

Chọn C

Qua quan sát hình vẽ ta thấy có tiệm cận đứng $x=1$ nên ta **loại** ngay đáp án **A** và **D**

Đồ thị đi qua điểm $(2;0)$ nên ta chọn ngay đáp án **C.**

Câu 18: Cho khối trụ có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $r=2$.Diện tích toàn phần của khối trụ bằng

A. 20π. **B.** 12π.. **C.** 16π.. **D.** 10π..

Lời giải

Chọn A

Giả thiết cho $h=l=3$, $r=2$

Diện tích toàn phần của khối trụ $S_{tp}=2S_d+S_{xq}=2r^2\pi+2\pi rl=8\pi+12\pi=20\pi$.

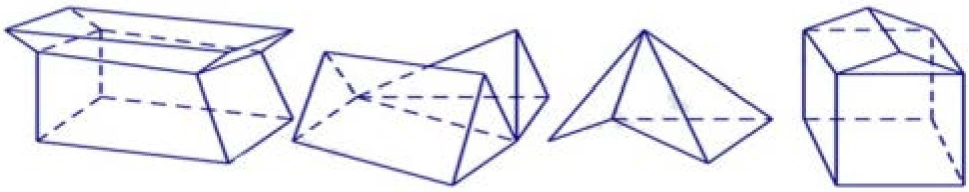
Câu 19: Khối mười hai mặt đều có bao nhiêu cạnh?

A. 20. **B.** 12. **C.** 24. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

Câu 20: Có bao nhiêu hình đa diện trong các hình dưới đây?



A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Hình 1 và hình 4 là các hình đa diện.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là.

A. $x=5$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=5$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số có điểm cực đại $x=1$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	5	$\searrow$	-2	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1

Mệnh đề nào sau đây sai

A. Hàm số $y=f(x)$ không có giá trị lớn nhất.

B. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị nhỏ nhất bằng -2.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$.

D. Hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 5.

Lời giải

Chọn D

Câu 23: Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(1-x^2\right)$ là

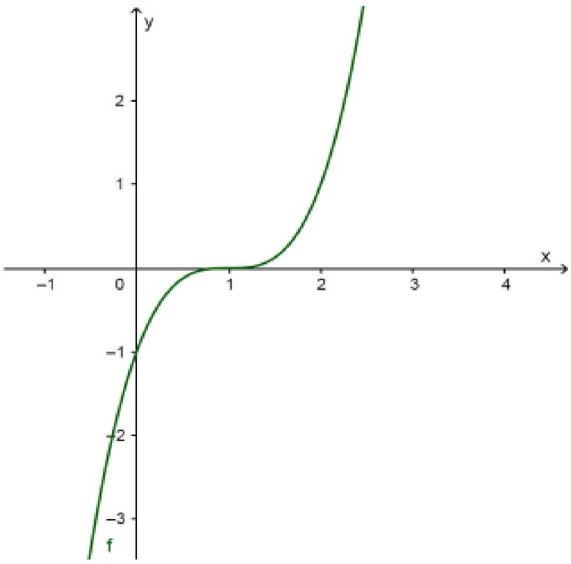
A. $\dfrac{2x}{x^2-1}$. **B.** $\dfrac{-2x}{x^2-1}$. **C.** $\dfrac{1}{x^2-1}$. **D.** $\dfrac{1}{1-x^2}$.

Lời giải

Chọn A

$$y'=\frac{-2x}{1-x^2}=\frac{2x}{x^2-1}$$

Câu 24: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình sau



A. $y=(x-1)^3$.   **B.** $y=x^3+1$.   **C.** $y=(x+1)^3$.   **D.** $y=x^3-1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

A. 3.   **B.** 4.   **C.** 2.   **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^3$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$.   **B.** $(2;+\infty)$.   **C.** $(0;1)$.   **D.** $(-\infty;0)$.

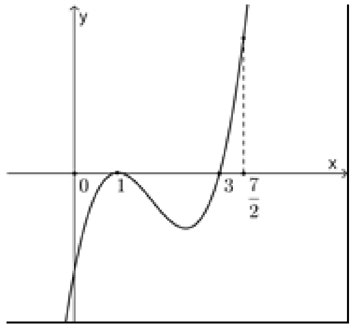
Lời giải

Chọn C.

Hàm số nghịch biến $\Rightarrow f'(x)=x(x-2)^3<0 \Leftrightarrow x(x-2)<0 \Leftrightarrow 0<x<2$.

Mà $(0;1)\subset(0;2)$. Nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 27: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;\frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;\frac{7}{2}\right]$ tại



A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘			$f(3)$	↗	$+\infty$

Quan sát BBT ta thấy hàm số đạt GTNN tại $x=3$

Câu 28: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	||	$-$	
y	$+\infty$	↘	1 || $-\infty$	↗	$+\infty$ || 1	↘	0

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Vì $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Vì $\lim\limits_{x\to0^-} y=+\infty$ nên $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 29: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{\pi}{2}\right)^{-x}$. **B.** $y=\left(\frac{e}{3}\right)^{x}$. **C.** $y=\frac{1}{5^x}$. **D.** $y=\left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^{x}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{6}}\left(x-2\right)>\log_{\frac{\pi}{6}}\left(7-2x\right)$ là

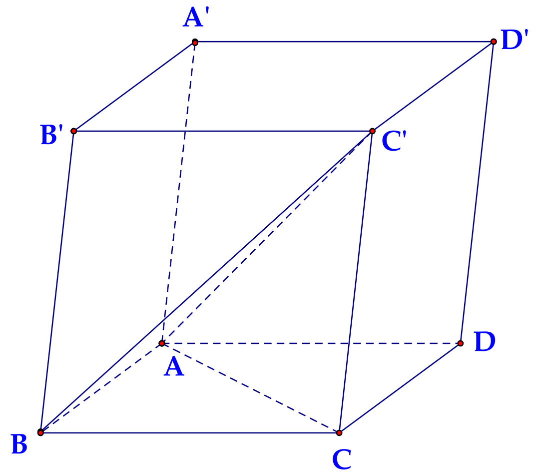
A. $\left(3;+\infty\right)$. **B.** $\left(2;3\right)$. **C.** $\left(-\infty;3\right)$. **D.** $\left(3;\frac{7}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{\frac{\pi}{6}}(x-2) > \log_{\frac{\pi}{6}}(7-2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x-2>0 \\ x-2<7-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ 3x<9 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x<3$.

Câu 31: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Thể tích của khối tứ diện $ABC'C$ bằng



A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_{ABC'C} = \frac{1}{3}.d\left(C',(ABC)\right).S_{ABC}$

$= \frac{1}{3}d\left(C',(ABC)\right).\frac{1}{2}S_{ABCD} = \frac{1}{6}d\left(C',(ABC)\right).S_{ABCD} = \frac{1}{6}.V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{6}$.

Câu 32: Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích khối trụ có hai đáy là hai hình tròn ngoại tiếp hai đáy của lăng trụ đã cho bằng

A. πa^3. **B.** $\frac{\pi a^3}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Bán kính đường tròn ngoại tiếp đáy của lăng trụ là $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

(Chú ý: Áp dụng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều cạnh bằng x là $\frac{x\sqrt{3}}{3}$).

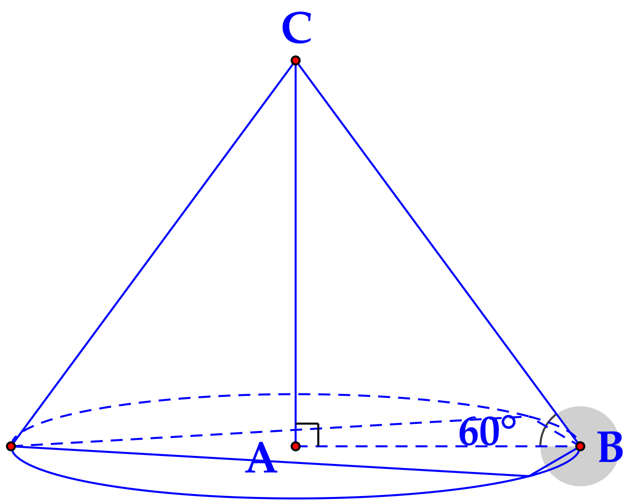
Thể tích khối trụ là $V = a.\pi\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 33: Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A, $AB=3a$, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Diện tích xung quanh của hình nón tạo thành khi quay tam giác ABC xung quanh cạnh AC bằng

A. $18\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $18\pi a^2$. **C.** $9\sqrt{3}\pi a^2$ **D.** $36\pi a^2$

Lời giải

Chọn B



Ta có $BC = \dfrac{AB}{\cos 60°} = \dfrac{3a}{\frac{1}{2}} = 6a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq} = \pi.AB.BC = \pi.3a.6a = 18\pi a^2$.

Câu 34: Tích các nghiệm của phương trình $\log_5\left(6^{x+1} - 36^x\right) = 1$ bằng

A. $\log_5 6$. **B.** 5. **C.** $\log_6 5$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện xác định: $6^{x+1} - 36^x > 0 \Leftrightarrow 6^x\left(6 - 6^x\right) > 0 \Leftrightarrow 6 - 6^x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

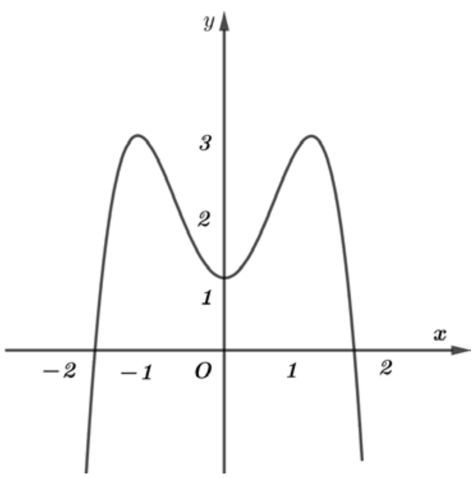
Ta có: $\log_5\left(6^{x+1} - 36^x\right) = 1 \Leftrightarrow 6^{x+1} - 36^x = 5 \Leftrightarrow 6^{2x} - 6.6^x + 5 = 0$.

Đặt $6^x = t; (t > 0)$.

Phương trình trở thành: $t^2 - 6t + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6^x = 1 \\ 6^x = 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \log_6 5 \end{array}\right.$ (thoả mãn điều kiện).

Vậy tích các nghiệm của phương trình bằng 0.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ có đồ thị như trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0;b<0;c>0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$. **C.** $a<0;b<0;c>0$. **D.** $a<0;b>0;c<0$.

Lời giải

Chọn B.

Nhìn vào đồ thị ta thấy:

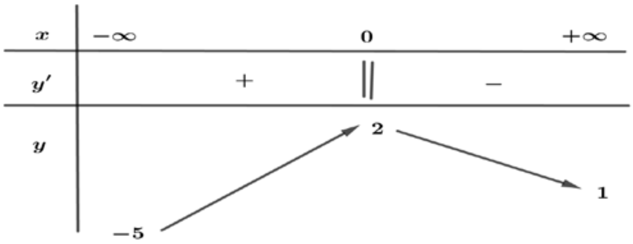
+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-\infty \Rightarrow a<0$.

+ Đồ thị giao trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 $\Rightarrow c>0$.

+ Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0 \Rightarrow b>0$.

Vậy $a<0;b>0;c>0$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



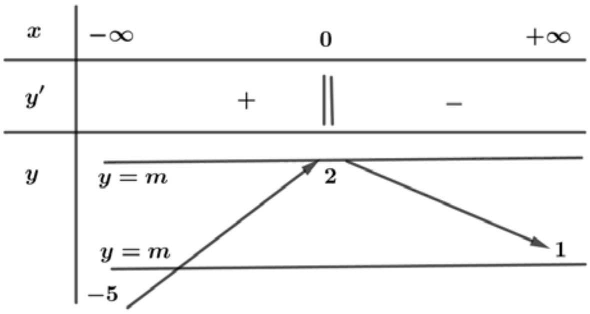
Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất?

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

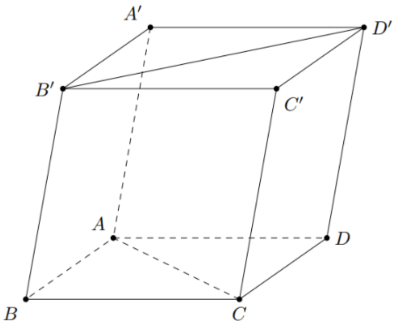


Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình $f(x)=m$ có nghiệm duy nhất

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ -5<m\le 1 \end{array}\right..$$

Vậy có 7 số nguyên m thỏa mãn ycbt.

Câu 37: Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi cạnh a, $\widehat{BAD}=120^\circ$, khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'D'$ và AC bằng $2a$ (minh họa như hình bên dưới). Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng



A. $\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A.

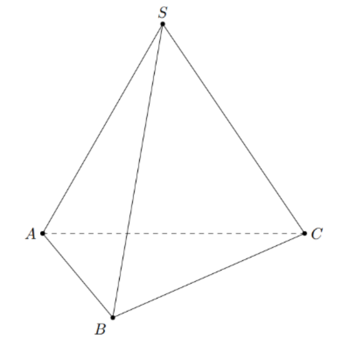
Góc $BAD = 120°$ suy ra tam giác ABC đều. Do đó diện tích hình thoi $ABCD$ là

$S = 2.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Mặt khác $d\left(A',(ABCD)\right) = d\left(B'D', AC\right) = 2a$. Suy ra thể tích khối lăng trụ là

$V = 2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = a^3\sqrt{3}$.

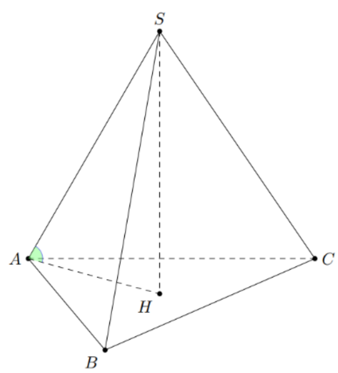
Câu 38: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên $SA = 2a$ và SA tạo với mặt đáy một góc bằng $45°$ (minh họa như hình bên dưới). Thể tích của khối chóp đã cho bằng



A. $\dfrac{\sqrt{6}}{12}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{4}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng (ABC). Suy ra $\widehat{SAH} = 45°$.

Khi đó tam giác SAH vuông cân tại H nên $SH = AH = \dfrac{SA}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác ABC bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

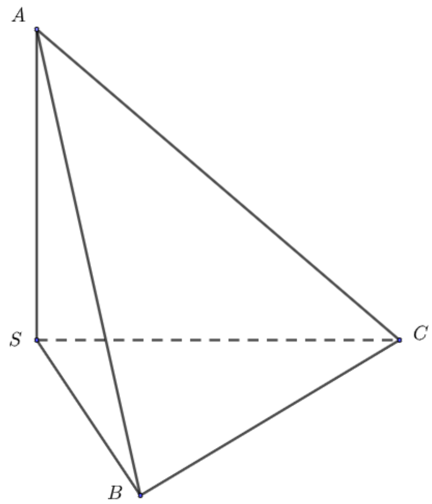
Thể tích của khối chóp bằng $V = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 39: Cho tứ diện $SABC$ có các mặt SAB, SBC là các tam giác cân tại S và SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau, $AB = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn C



Do $SA \perp SB$, ΔSAB cân tại S $\Rightarrow 2SA^2 = AB^2 = 2a^2 \Rightarrow SA = SB = a$.

Do ΔSBC cân tại S nên $SC = SB = a \Rightarrow S_{\Delta SBC} = \dfrac{1}{2}SB.SC = \dfrac{a^2}{2}$.

Thể tích khối tứ diện bằng $V = \dfrac{1}{3}SA.S_{\Delta SBC} = \dfrac{a^3}{6}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

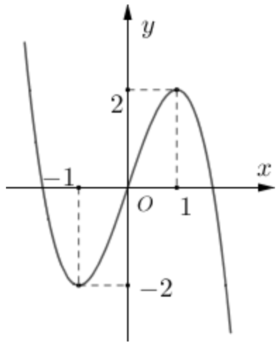
$f'(x) = x(x+1)^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = \{-1, 0, 1\}$.

Dấu của đạo hàm:

+	−1	+	0	−	1	+

Ta suy ra hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực tiểu.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên dưới. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mf\left(x\right)+2021}{f\left(x\right)+m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$?



A. 88. **B.** 84. **C.** 86. **D.** 89.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=f\left(x\right)$. Nhận thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $x\in\left(-1;1\right)$ và $f\left(x\right)\in\left(-2;2\right),\forall x\in\left(-1;1\right)$.

Do đó yêu cầu bài toán dẫn đến bài toán tìm m để hàm số $y=\dfrac{mt+2021}{t+m}$ nghịch biến trên $\left(-2;2\right)$.

Bản word phát hành từ website **Tailieuchuan.vn**

ĐK: $t+m\neq 0\Leftrightarrow t\neq -m$.

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-2021}{\left(t+m\right)^2}$

$$\text{ycbt}\Leftrightarrow\begin{cases}y'<0,\forall t\in\left(-2;2\right)\\ -m\notin\left(-2;2\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-2021<0\\ \left[\begin{array}{l}-m\geq 2\\ -m\leq -2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\sqrt{2021}<m<\sqrt{2021}\\ \left[\begin{array}{l}m\leq -2\\ m\geq 2\end{array}\right.\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\sqrt{2021}<m\leq -2\\ 2\leq m<\sqrt{2021}\end{array}\right..$$

Và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{-44;-43;...;-2;2;3;...;44\right\}$. Vậy có 86 giá trị nguyên của tham số m thỏa ycbt.

Câu 42: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m+2021$ có đồ thị là $\left(C_m\right)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3(với $x_1<x_2<x_3$). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1<x_1<3<x_2<4<x_3$.

B. $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$.

C. $1<x_1<x_2<3<x_3<4$.

D. $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa $\left(C_m\right)$ và trục hoành:

$x^3-6x^2+9x+m+2021=0\Leftrightarrow x^3-6x^2+9x+2021=-m$.

$\left(C_m\right)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=x^3-6x^2+9x+2021$ tại 3 điểm phân biệt.

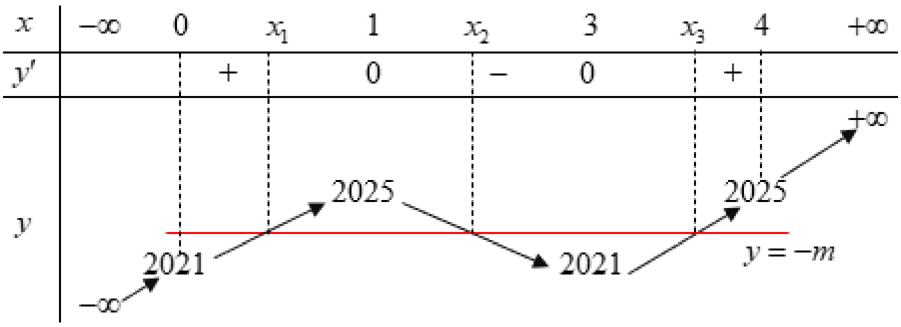
Xét $f(x)=x^3-6x^2+9x+2021$.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x)=3x^2-12x+9$

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \end{array}\right.$.

BBT:



ycbt $\Leftrightarrow 2021<-m<2025 \Leftrightarrow -2025<m<-2021$ và ta thấy các hoành độ giao điểm thỏa $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$.

Câu 43: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ có tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D=(-\infty\,;\,-2]\cup(2\,;\,+\infty)$.

Ta có

+) $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}}=+\infty \Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{|x|\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}{1-\frac{2}{x}}=1 \Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+) $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{|x|\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1-\frac{4}{x^2}}}{1-\frac{2}{x}}=-1 \Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3+4(m-2)x^2-7x+1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 $(x_1<x_2)$ thỏa mãn $|x_1|-|x_2|=-4$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=x^3+4(m-2)x^2-7x+1$ (1)

$\Rightarrow y' = 3x^2 + 8(m-2)x - 7$

Xét phương trình $3x^2 + 8(m-2)x - 7 = 0$ (2)

Suy ra hàm số (1) luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2 với mọi m.

Ta thấy $ac = -21 < 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm trái dấu

Suy ra hàm số (1) luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2 với mọi m.

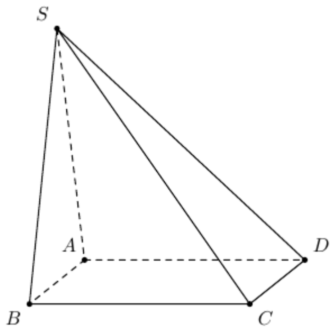
$\Rightarrow x_1 < 0;\ x_2 > 0 \Rightarrow |x_1| = -x_1;\ |x_2| = x_2$.

Ta có: $|x_1| - |x_2| = -4 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 = -4$

$\Leftrightarrow -(x_1 + x_2) = -4 \Leftrightarrow \dfrac{8(m-2)}{3} = -4 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{2}$

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa bài toán.

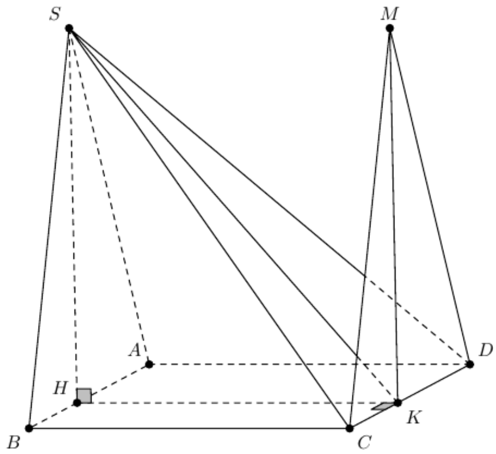
Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $(SAB) \perp (ABCD)$. Gọi α là góc tạo bởi mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD), với $\tan\alpha = 2$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa CD và vuông góc với $(ABCD)$. Trên (P) lấy điểm M bất kỳ, thể tích khối tứ diện $S.ABM$ bằng



A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của S đường thẳng AB. Suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của S đường thẳng CD.

Khi đó góc tạo bởi mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là $\widehat{HSK} = \alpha$.

Trong ΔSHK vuông tại H ta có $\tan\widehat{HSK} = \dfrac{HK}{SH} \Leftrightarrow SH = \dfrac{HK}{\tan\alpha} = a$.

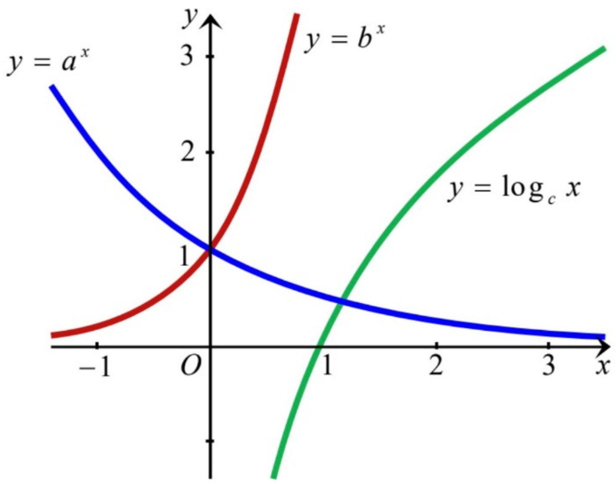
Do $\left.\begin{matrix}(P)\perp(ABCD)\\(SAB)\perp(ABCD)\end{matrix}\right\rangle \Rightarrow (P)\,//\,(SAB)$.

Khi đó $\mathrm{d}\left(M,(SAB)\right)=\mathrm{d}\left(K,(SAB)\right) = HK = 2a$.

Ta có $S_{\Delta SAB} = \dfrac{1}{2}SH.AB = \dfrac{1}{2}.a.2a = a^2$ (đvdt).

Vậy thể tích khối chóp $S.ABM$ là $V = \dfrac{1}{3}.S_{\Delta SAB}.HK = \dfrac{1}{3}.a^2.2a = \dfrac{2a^3}{3}$ (đvtt).

Câu 46: Trong hình vẽ dưới đây có đồ thị của các hàm số $y = a^x, y = b^x, y = \log_c x$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a < b < c$. **B.** $a < b = c$. **C.** $b < c < a$. **D.** $a < c < b$.

Lời giải

Chọn D

- Hàm số $y = a^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $0 < a < 1$.

- Các hàm số $y = b^x, y = \log_c x$ đồng biến biến trên tập xác định của nó nên $b, c > 1$.

Suy ra $0 < a < b, c < 1$

- Xét đồ thị hàm số $y = \log_c x$, ta có $\log_c 2 > 1 \Leftrightarrow c < 2$.

- Xét đồ thị hàm số $y = b^x$, ta có $b^1 > 2 \Leftrightarrow b > 2$.

Do đó: $0 < a < c < b$.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x) = e^x - e^{-x} + 2021x$ có bao nhiêu giá trị nguyên m để $f(3-x) + f(-x^3 + 3x^2 + x + m) = 0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. 3 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 5

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = f(x) = e^x - e^{-x} + 2021x \Rightarrow f'(x) = e^x + e^{-x} + 2021 > 0, \forall x \in R$ nên $y = f(x)$ là hàm đồng biến trên R

Lại có $\begin{cases} f(x)=e^x-e^{-x}+2021x \\ f(-x)=e^{-x}-e^x-2021x \\ -f(x)=-(e^x-e^{-x}+2021x)=e^{-x}-e^x-2021x \end{cases}$ nên $y=f(x)$ là hàm lẻ

Xét $f(3-x)+f(-x^3+3x^2+x+m)=0 \Leftrightarrow -f(3-x)=f(-x^3+3x^2+x+m)$

Do $y=f(x)$ là hàm lẻ nên $\begin{array}{l} -f(3-x)=f(-x^3+3x^2+x+m) \\ \Leftrightarrow f(x-3)=f(-x^3+3x^2+x+m) \end{array}$ và $y=f(x)$ là hàm đồng biến trên R

Suy ra $x-3=-x^3+3x^2+x+m \Leftrightarrow x^3-3x^2-3=m$ xét $g(x)=x^3-3x^2-3$

$g(x)=x^3-3x^2-3 \Rightarrow g'(x)=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \Rightarrow g(2)=-7 \\ x=0 \Rightarrow g(0)=-3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$ 0 2 $+\infty$
$g'(x)=3x^2-6x$	+ 0 − 0 +
$g(x)=x^3-3x^2-3$	-3 -7

Để có ba nghiệm phân biệt thì $g(x)=x^3-3x^2-3=m$ cắt nhau tai 3 điểm $-7<m<-3$

Nên có 3 nghiệm m

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f\left(4x-x^2\right)+\frac{1}{3}x^3-3x^2+8x+\frac{1}{3}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-4		0		$-\infty$

A. 12. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x)=(4-2x)f'\left(4x-x^2\right)+x^2-6x+8$

$=2(2-x)f'\left(4x-x^2\right)+(x-4)(x-2)$

$=(2-x)\left[2f'\left(4x-x^2\right)+4-x\right]$.

Ta thấy $3\le 4x-x^2\le 4$, $\forall x\in[1;3] \Rightarrow f'\left(4x-x^2\right)>0$.

Hơn nữa, $4-x>0, \forall x\in[1;3]$.

Suy ra $2f'\left(4x-x^2\right)+4-x>0$.

Do đó, $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$

Bảng biến thiên

x	1		2		3
g'		$+$	0	$-$	
g	$g(1)$	$\nearrow$	$g(2)$	$\searrow$	$g(3)$

Vậy $\max\limits_{[1;3]} g(x)=g(2)=f(4)+7=0+7=7$.

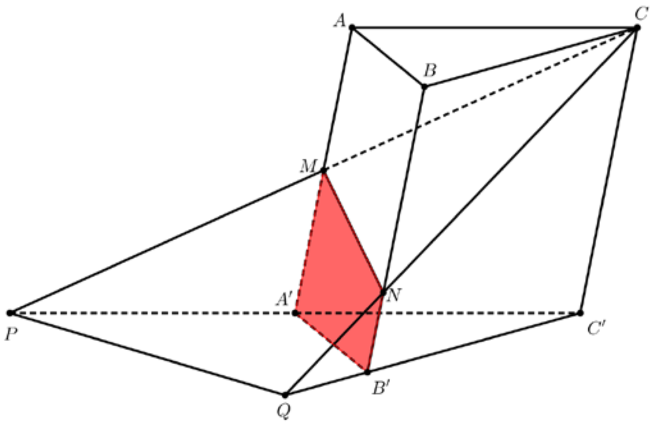
Bản word phát hành từ website **Tailieuchuan.vn**

Câu 49: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 9. Gọi M là trung điểm của AA', điểm N nằm trên cạnh BB' sao cho $BN=\frac{3}{4}BB'$. Mặt phẳng (CMN) cắt đường thẳng $A'C'$ tại P và cắt đường thẳng $B'C'$ tại Q. Thể tích khối đa diện $A'MPB'NQ$ bằng

A. $\frac{7}{9}$. **B.** $\frac{11}{4}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{21}{4}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $S,\ h$ lần lượt là diện tích đáy và chiều cao của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ $\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=S.h=9$.

Theo giả thiết M là trung điểm của AA' nên A' là trung điểm của $C'P$.

Vì $BB'\,//\,CC'$ và $BN=\frac{3}{4}BB'$ nên $\frac{B'Q}{C'Q}=\frac{NB'}{BB'}=\frac{1}{4}\Rightarrow C'Q=\frac{4}{3}B'C'$.

Ta có $S_{\Delta C'PQ}=\frac{1}{2}.C'P.C'Q.\sin\widehat{PC'Q}=\frac{1}{2}.2.C'A'.\frac{4}{3}C'B'.\sin\widehat{A'C'B'}=\frac{8}{3}S_{\Delta A'B'C'}=\frac{8}{3}S$.

Khi đó $V_{C.C'PQ}=\frac{1}{3}.S_{\Delta C'PQ}.h=\frac{1}{3}.\frac{8}{3}S.h=\frac{8}{9}.9=8$.

Mặt khác $\frac{V_{A'B'C'MN}}{V_{A'B'C'.ABC}}=\frac{1}{3}\left(1+\frac{B'N}{BB'}+\frac{A'M}{AA'}\right)=\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{7}{12}\Rightarrow V_{A'B'C'MN}=\frac{7}{12}.9=\frac{21}{4}$.

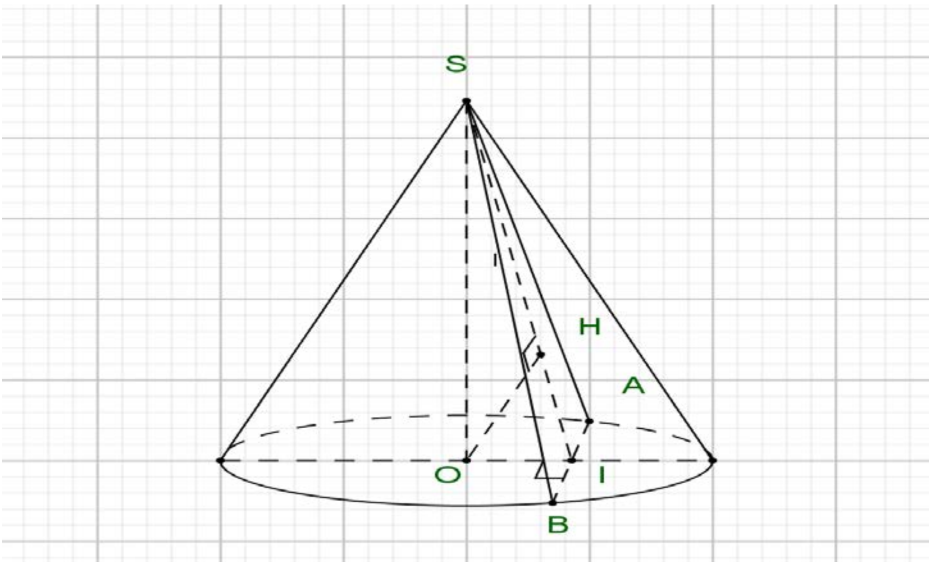
Vậy $V_{A'MPB'NQ} = V_{C.C'PQ} - V_{A'B'C'MN} = 8 - \frac{21}{4} = \frac{11}{4}$.

Câu 50: Cho hình nón (N) có đỉnh S, chiều cao $h = 3$. Mặt phẳng (P) qua đỉnh S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác đều. Khoảng cách từ tâm đáy hình nón đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{6}$. Thể tích khối nón giới hạn bởi hình nón (N) bằng

A. 27π. **B.** 81π. **C.** 12π. **D.** 36π.

Lời giải

Chọn A



Giả sử tam giác đều là SAB như hình vẽ. Gọi I là trung điểm của AB. Trong tam giác vuông kẻ $\begin{cases} OH \perp SI\,(1) \\ OH \cap SI = H \end{cases}$.

Mà $\begin{cases} OI \perp AB \\ AB \perp SO \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow OH \perp AB\,(2)$.

Từ (1) và (2) ta có $OH \perp (SAB) \Rightarrow d\left(O,(SAB)\right) = OH$.

Tam giác SOI vuông tại O nên ta có $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{h^2} + \frac{1}{OI^2} \Rightarrow OI = 3\sqrt{2}$.

Tam giác SOB vuông tại O nên ta có

$SO^2 + OB^2 = SB^2 \Leftrightarrow SO^2 + OB^2 = 4IB^2 \Leftrightarrow SO^2 + OB^2 = 4\left(OB^2 - OI^2\right) \Rightarrow OB^2 = 27$.

Gọi V là thể tích của khối chóp. $V = \frac{1}{3}\pi.OB^2.h = \frac{1}{3}\pi.27.3 = 27\pi$.

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – NĂM HỌC 2021 – 2022
THPT HỒNG LĨNH – HÀ TĨNH (Tháng 12/2021)
Môn: Toán

Thời gian:90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=16$ là

A. $x=3$. **B.** $x=5$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

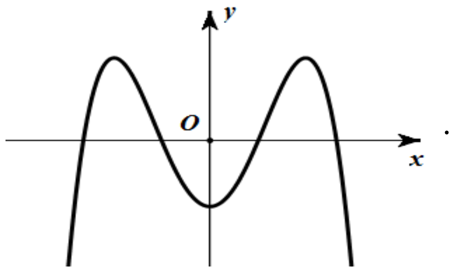
Câu 2: Tứ diện đều là đa diện đều loại

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{4;3\}$.

Câu 3: Diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy r, đường sinh l là

A. $2\pi rl+2\pi r^2$. **B.** $2\pi rl$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** πrl

Câu 4: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là hình dạng đường cong trong hình sau?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=-x^4+3x^2-1$ **D.** $y=x^4-3x^2-1$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

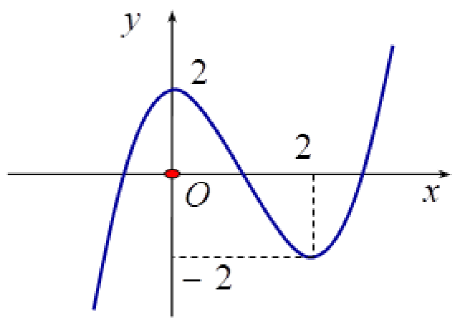
Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1. **C.** 2 **D.** 0

Câu 6: Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

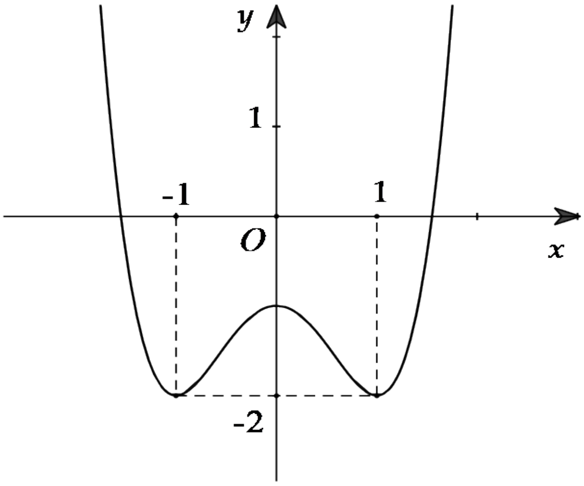
A. $3a^3$. **B.** $27a^3$. **C.** a^3. **D.** $9a^3$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là hình dạng đường cong trong hình sau?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình sau



Hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-\infty;0)$ tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3 x = 2$ là

A. $x=8$. **B.** $x=9$. **C.** $x=6$. **D.** $x=5$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(0;+\infty)\setminus\{1\}$. **C.** $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;0)$.

Câu 11: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2a^2$, chiều cao $h=5a$ bằng

A. $7a^3$. **B.** $10a^3$. **C.** $\frac{10}{3}a^3$. **D.** $20a^3$.

Câu 12: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-3)=\log_2(x+1)$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=-4$.

Câu 14: Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, $AC=2a, BC=4a$. Khi xoay tam giác *ABC* quanh cạnh *AB* thì đường gấp khúc *ABC* tạo thành một hình nón. Diện tích toàn phần của hình nón tạo thành bằng

A. $36\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

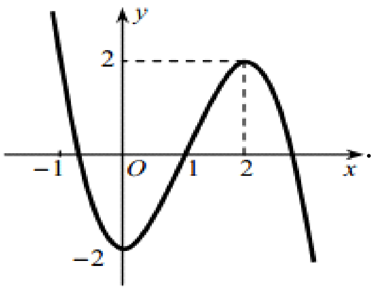
Câu 15: Thể tích khối cầu bán kính $R=3a$ bằng

A. $3a^3\pi$. **B.** $9a^3\pi$. **C.** $27a^3\pi$. **D.** $36a^3\pi$.

Câu 16: Giới hạn $\lim\frac{3n-2}{n+1}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** -1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;2)$

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

.

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+5) > 2$ là:

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-4)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;\frac{3}{2})$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy hình chữ nhật, $AB=a, BC=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} < 1$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 23: Biết hàm số $y=x^4+bx^2+3$ (b là số thực cho trước) có ba điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $b<0$. **B.** $b\in\mathbb{R}$. **C.** $b>0$. **D.** $b\le 0$.

Câu 24: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2, u_2=6$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+2}{x+1}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{11}{4}$. **D.** 2.

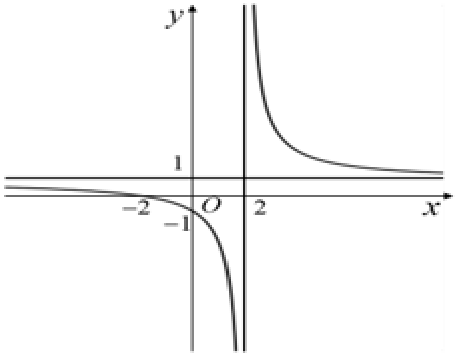
Câu 26: Giá trị của biểu thức $P=\sqrt[3]{x\sqrt{x}}\,(x>0)$ bằng

A. $x^{\frac{4}{3}}$. **B.** $x^{\frac{1}{2}}$. **C.** $x^{\frac{1}{6}}$. **D.** $x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 27: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 - x - 2$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 28: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+2}{x+b}$ (với a, b là các số thực) có đồ thị như hình sau



Giá trị $a - b$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -4.

Câu 29: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 30: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x+1} = 2^{2x+1}$ là

A. $\{0;1\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\{0;3\}$. **D.** $\{1\}$.

Câu 31: Trên khoảng $(0;+\infty)$ đạo hàm của hàm số $f(x) = \log_2 x$ là

A. $f'(x) = x.\ln 2$. **B.** $f'(x) = \dfrac{x}{\ln 2}$. **C.** $f'(x) = \dfrac{1}{x\ln 2}$. **D.** $f'(x) = \dfrac{x}{\ln 2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y = e^x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 33: Cho khối trụ có bán kính đáy r, chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng.

A. $\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $3\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $3\sqrt{2}\pi a^3$. **D.** $3\pi a^3$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm AB**.** Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a}{6}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AD bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36: Đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{x^2-3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 37: Biết phương trình $\log_2^2(x-2)-(2m+1)\log_2(x-2)+m+4=0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1x_2-2(x_1+x_2)=28$. Số nghiệm nguyên thuộc khoảng $(-8;8)$ của bất phương trình $e^{\sqrt{x+m+2}}<e^{x-m}+x-\sqrt{x+m+2}+5m-12$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 15.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy hình thoi cạnh a, góc $\widehat{ABC}=60°$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng $30°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 39: Trung tâm y tế thị xã H có 5 bác sỹ và 7 y tá trực. Cần thành lập ngay một đội có 4 người từ các bác sỹ và y tá trực của trung tâm y tế thị xã H để đi lấy mẫu để test nhanh COVID_19. Xác suất để đội lập được có cả bác sỹ và y tá

A. $\frac{8}{99}$. **B.** $\frac{31}{33}$. **C.** $\frac{68}{99}$. **D.** $\frac{91}{99}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-4)(x-9)^2$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(1;9)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 41: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3^2(x-1)-\log_3(x-1)^3+2\le 0$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, các mặt bên $\left(SAB\right)$ và $\left(SAC\right)$ cùng vuông góc với mặt đáy, $SA=\frac{a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Câu 43: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x+2^{5-x}-12>0$ là

A. $\left(-\infty;2\right]\cup\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)\cup\left(3;+\infty\right)$.

C. $\left(-\infty;4\right)\cup\left(8;+\infty\right)$. **D.** $\left(2;3\right)$.

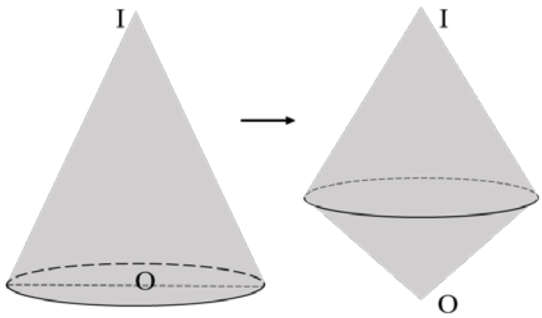
Câu 44: Đặt $m=\log_a a\sqrt{b}$ (với a, b là các số thực thoả mãn $1<a<b$). Giá trị của m để biểu thức $P=\log_{a^2}a^2b+\log_{\sqrt{b}}a$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. 0. **B.** 3. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 2.

Câu 45: Cho hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 2m - 1\right|$. Khi tham số m thay đổi thì hàm số đã cho có số điểm cực trị được chia thành ba mức là a, b, c với $a > b > c$. Giá trị $a - b - c$ bằng

A. -1. **B.** 15. **C.** -2. **D.** 3.

Câu 46: Một người thợ mộc có một khối gỗ dạng khối nón có đỉnh I, tâm đáy là O, bán kính đáy khối gỗ bằng $0,3m$, chiều cao bằng $0,9m$. Người thợ đó bắt đầu tiện phần đáy bằng cách lấy O làm đỉnh để tạo thêm một đầu khối nón và dừng lại khi bán kính đáy của phần khối nón mới bằng $\frac{2}{3}$ bán kính của khối gỗ ban đầu (tham khảo hình vẽ).



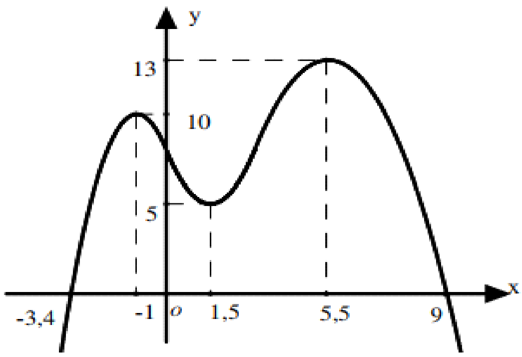
Thể tích phần gỗ bị tiện bỏ đi gần bằng với giá trị nào sau đây?

A. $0,047\ m^3$. **B.** $0,06\ m^3$. **C.** $0,085\ m^3$. **D.** $0,072\ m^3$.

Câu 47: Tập nghiệm của bất phương trình $x - \log_2(4^x - 5.2^x + 8) > 0$ có dạng $(a;b)$. Giá trị $a + b$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau.



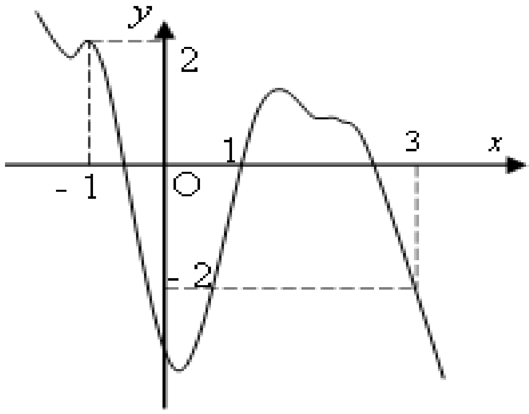
Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\frac{9m^3 + m}{f^2(x) + 4} = \sqrt{3f^2(x) + 11}$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 49: Cho phương trình $9^x + \frac{1}{6}(7x^2 - 14x - 2m^2 + 4m - 5)3^{x+1} - \frac{1}{2}(7x^2 - 14x - 1) + (m-1)^2 = 0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như sau:



Hàm số ho hàm số $g(x)=2f(|x-1|)+x^2-2x-2|x-1|+2022$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

---------- HẾT ----------

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT – NĂM HỌC 2021 – 2022
THPT HỒNG LĨNH – HÀ TĨNH (Tháng 12/2021)
Môn: Toán

Thời gian:90 phút (Không kể thời gian phát đề)

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=16$ là

A. $x=3$. **B.** $x=5$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x+1}=16 \Leftrightarrow x+1=\log_2 16 \Leftrightarrow x=3$

Câu 2: Tứ diện đều là đa diện đều loại

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{3;4\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{4;3\}$.

Lời giải

Chọn A

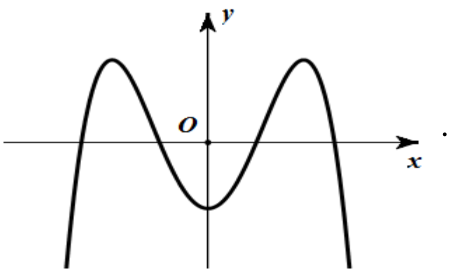
Câu 3: Diện tích xung quanh hình trụ có bán kính đáy r, đường sinh l là

A. $2\pi rl+2\pi r^2$. **B.** $2\pi rl$. **C.** $\pi r^2 h$. **D.** πrl

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là hình dạng đường cong trong hình sau?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=-x^4+3x^2-1$ **D.** $y=x^4-3x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy hàm số chẵn nên loại A và B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-\infty$ nên chọn C

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 1. **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Chọn B

Đạo hàm đổi dấu 1 lần từ âm sang dương khi qua $x=-2$.

Câu 6: Thể tích khối lập phương cạnh $3a$ bằng

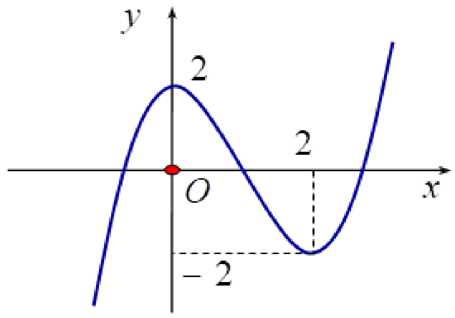
A. $3a^3$. **B.** $27a^3$. **C.** a^3. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối lập phương $V=(3a)^3=27a^3$.

Câu 7: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là hình dạng đường cong trong hình sau?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=x^4-2x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Lời giải

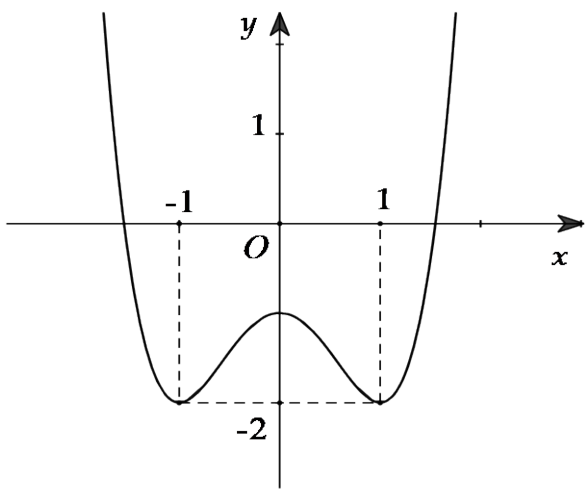
Chọn B

Đồ thị hàm số đã cho là của hàm số dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow$ Loại A,C.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0 \Rightarrow$ Loại D.

Vậy chọn B.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau



Hàm số đã cho đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-\infty;0)$ tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị đã cho, ta có hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(-\infty;0)$ tại $x=-1$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_3 x=2$ là

A. $x=8$. **B.** $x=9$. **C.** $x=6$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn B

+ $\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 3^2 = 9$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=(0;+\infty)\backslash\{1\}$. **C.** $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$

Suy ra TXĐ: $D=\left(0;+\infty\right)$.

Câu 11: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2a^2$, chiều cao $h=5a$ bằng

A. $7a^3$. **B.** $10a^3$. **C.** $\frac{10}{3}a^3$. **D.** $20a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=B.h=2a^2.5a=10a^3$.

Câu 12: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{-1\}$

$\lim\limits_{x\to -1^+} y=-\infty$ nên $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\log_2(2x-3)=\log_2(x+1)$ là

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=-4$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x>\frac{3}{2}$

PT tương đương: $2x-3=x+1 \Leftrightarrow x=4\ (t/m)$

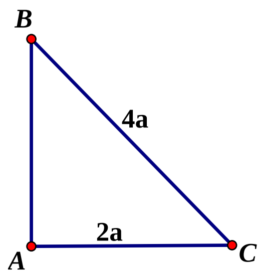
Vậy phương trình có nghiệm $x=4$.

Câu 14: Cho tam giác *ABC* vuông tại *A*, $AC=2a, BC=4a$. Khi xoay tam giác *ABC* quanh cạnh *AB* thì đường gấp khúc *ABC* tạo thành một hình nón. Diện tích toàn phần của hình nón tạo thành bằng

A. $36\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $8\pi a^2$. **D.** $12\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



$AB=\sqrt{(4a)^2-(2a)^2}=2a\sqrt{2}$

Khi quay tam giác quanh AB tạo thành hình nón có $h=2a\sqrt{2}, r=2a,\ l=4a$

Khi đó $S_{tp}=\pi.2a.4a+\pi(2a)^2=12\pi a^2$.

Câu 15: Thể tích khối cầu bán kính $R=3a$ bằng

A. $3a^3\pi$. **B.** $9a^3\pi$. **C.** $27a^3\pi$. **D.** $36a^3\pi$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối cầu cần tìm là:

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.(3a)^3=36a^3\pi.$$

Câu 16: Giới hạn $\lim\frac{3n-2}{n+1}$ bằng

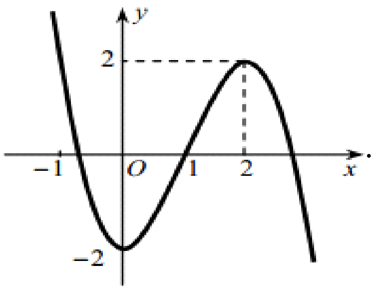
A. $\frac{2}{3}$. **B.** -1. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\frac{3n-2}{n+1}=\lim\frac{n\left(3-\frac{2}{n}\right)}{n\left(1+\frac{1}{n}\right)}=\lim\frac{3-\frac{2}{n}}{1+\frac{1}{n}}=3.$

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;2)$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số thì hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

.

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có giá trị cực đại là $y_{CD} = 4$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+5) > 2$ là:

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-4)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$\log_3(x+5) > 2 \Leftrightarrow x+5 > 9 \Leftrightarrow x > 4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(4;+\infty)$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm $f^{'}(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;\frac{3}{2})$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 21: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy hình chữ nhật, $AB = a, BC = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = 3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn A

$S_{ABCD} = AB.BC = 2a^2$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3a.2a^2 = 2a^3$

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} < 1$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$5^{x-1} < 1 \Leftrightarrow 5^{x-1} < 5^0 \Leftrightarrow x-1 < 0 \Leftrightarrow x < 1$

Câu 23: Biết hàm số $y = x^4 + bx^2 + 3$ (b là số thực cho trước) có ba điểm cực trị. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $b < 0$. **B.** $b \in \mathbb{R}$. **C.** $b > 0$. **D.** $b \le 0$.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số có ba điểm cực trị: $1.b<0 \Leftrightarrow b<0$

Câu 24: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2, u_2=6$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Ta có $d=u_2-u_1=4$.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+2}{x+1}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{11}{4}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$y=\frac{x^2+2}{x+1} \Rightarrow y'=\frac{2x(x+1)-(x^2+2)}{(x+1)^2}=\frac{x^2+2x-2}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2-3}{(x+1)^2}>0\,\forall x\in[2;3]$

Vậy hàm số đồng biến trên đoạn $[2;3] \Rightarrow \min\limits_{x\in[2;3]} y=f(2)=2$.

Câu 26: Giá trị của biểu thức $P=\sqrt[3]{x\sqrt{x}}\,(x>0)$ bằng

A. $x^{\frac{4}{3}}$. **B.** $x^{\frac{1}{2}}$. **C.** $x^{\frac{1}{6}}$. **D.** $x^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

$P=\sqrt[3]{x\sqrt{x}}=\sqrt[3]{x^{\frac{3}{2}}}=x^{\frac{1}{2}}$.

Câu 27: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ với trục hoành là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

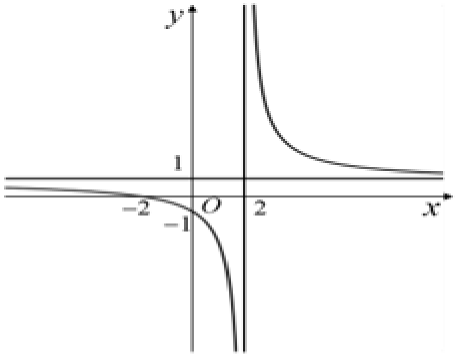
Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+2x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Suy ra số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-x-2$ với trục hoành là 3.

Câu 28: Cho hàm số $y=\frac{ax+2}{x+b}$ (với a, b là các số thực) có đồ thị như hình sau



Giá trị $a-b$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nên $a=1$.

Ta có $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nên $b=-2$.

Suy ra $a-b=1-(-2)=3$.

Bản word phát hành từ website **Tailieuchuan.vn**

Câu 29: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

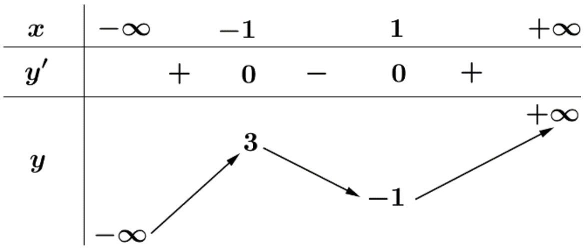
Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=3x^2-3; y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy

☞ hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(1;+\infty)$.

☞hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$

Câu 30: Tập nghiệm của phương trình $2^{x^2-x+1}=2^{2x+1}$ là

A. $\{0;1\}$. **B.** $\{0\}$. **C.** $\{0;3\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải

Chọn C

$2^{x^2-x+1}=2^{2x+1}\Leftrightarrow x^2-x+1=2x+1\Leftrightarrow x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=0\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm $S=\{0;3\}$.

Câu 31: Trên khoảng $(0;+\infty)$ đạo hàm của hàm số $f(x)=\log_2 x$ là

A. $f'(x)=x.\ln 2$. **B.** $f'(x)=\frac{x}{\ln 2}$. **C.** $f'(x)=\frac{1}{x\ln 2}$. **D.** $f'(x)=\frac{x}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn C

$f'(x)=\frac{1}{x\ln 2}$.

Câu 32: Cho hàm số $y=e^x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tập xác định: $D=R$

Ta có: $y'=e^x>0,\forall x\in R$, tức hàm số $y=e^x$ đồng biến trên R

Câu 33: Cho khối trụ có bán kính đáy r, chiều cao $h=a\sqrt{3}$. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng đi qua trục được thiết diện có diện tích bằng $6a^2$. Thể tích khối trụ đã cho bằng.

A. $\sqrt{3}\pi a^3$. **B.** $3\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $3\sqrt{2}\pi a^3$. **D.** $3\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thiết diện qua trục là một hình chữ nhật có độ dài hai kích thước lần lượt là h và $2R$.

Diện tích hình chữ nhật là $2Rh=6a^2\Leftrightarrow R=a\sqrt{3}$.

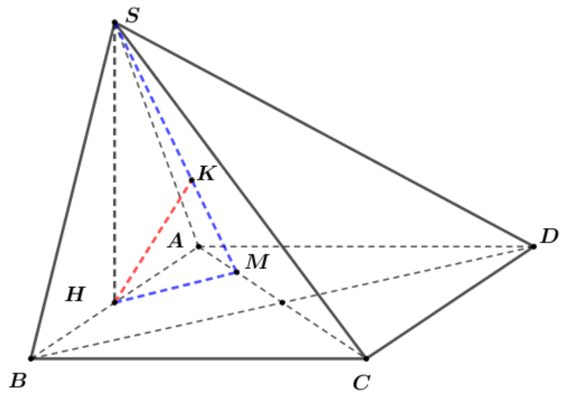
Thể tích của khối trụ là $\pi R^2h=3\pi a^3\sqrt{3}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a. Mặt bên SAB là tam giác vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm AB. Khoảng cách từ H đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a}{6}$.

Lời giải

Chọn C



Tam giác SAB vuông cân tại S, H là trung điểm của AB nên $SH \perp AB$.

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \\ SH \subset (SAB), SH \perp AB \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Từ H dựng $HM \perp AC$ tại M, từ H dựng $HK \perp SM$ tại K. Ta có

$\begin{cases} AC \perp HM \\ AC \perp SH \ \left(SH \perp (ABCD)\right) \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SHM) \Rightarrow AC \perp HK$.

Khi đó $\begin{cases} HK \perp SM \\ HK \perp AC \end{cases} \Rightarrow HK \perp (SAC)$ tại K nên $d\left(H,(SAC)\right) = HK$.

Ta có $\begin{cases} SH = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2} \\ HM = \dfrac{BD}{4} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} \end{cases}$. Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SHM. Ta có

$\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HM^2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{4}{a^2} + \dfrac{8}{a^2} \Leftrightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

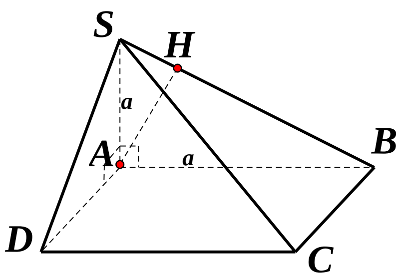
Vậy $d\left(H,(SAC)\right) = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và AD bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AD // BC \Rightarrow AD // mp(SBC)$

Kẻ $AH \perp SB$ suy ra $AH \perp mp\left(SBC\right)$ hay $AH = d\left(A; mp\left(SBC\right)\right)$.

Suy ra $d\left(AD; SC\right) = d\left(AD; mp\left(SBC\right)\right) = d\left(A; mp\left(SBC\right)\right) = AH$.

Trong tam giác SAB, $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{x^2 - 3x + 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y = 0$.

Nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Xét $\lim\limits_{x \to 2^+} y = +\infty$ nên đồ thị có 1 tiệm cận đứng $x = 2$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 37: Biết phương trình $\log_2^2(x-2) - (2m+1)\log_2(x-2) + m + 4 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thoả mãn $x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 28$. Số nghiệm nguyên thuộc khoảng $(-8;8)$ của bất phương trình $e^{\sqrt{x+m+2}} < e^{x-m} + x - \sqrt{x+m+2} + 5m - 12$ là

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 15.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết $x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) = 28 \Leftrightarrow \left(x_1 - 2\right)\left(x_2 - 2\right) = 32 \Leftrightarrow \log_2\left(x_1 - 2\right) + \log_2\left(x_2 - 2\right) = 5$.

$\Leftrightarrow 2m + 1 = 5 \Leftrightarrow m = 2$. Thử lại $m = 2$ thỏa yêu cầu.

Thay $m = 2$ vào ta được $e^{\sqrt{x+4}} < e^{x-2} + x - \sqrt{x+4} - 2 \Leftrightarrow e^{\sqrt{x+4}} + \sqrt{x+4} < e^{x-2} + \left(x - 2\right)$.

Xét hàm số $f\left(t\right) = e^t + t$, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $e^{\sqrt{x+4}} + \sqrt{x+4} < e^{x-2} + \left(x - 2\right)$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x+4} < x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2 > 0 \\ x + 4 \geq 0 \\ x + 4 < x^2 - 4x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 5.$$

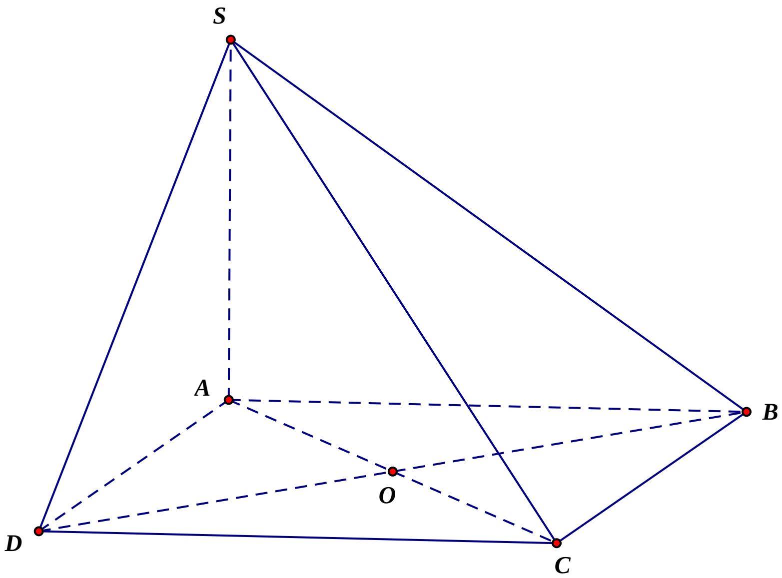
Kết hợp với điều kiện $x \in \mathbb{Z}; x \in (-8;8) \Rightarrow x \in \left\{6;7\right\}$.

Câu 38: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy hình thoi cạnh a, góc $\widehat{ABC} = 60°$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng $30°$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $AC \cap BD = \{O\}$. Tam giác ABC cân tại B và $\widehat{ABC} = 60°$ nên ΔABC đều.

Suy ra $AC = AB = BC = a$ và $BO = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BD = 2BO = a\sqrt{3}$.

Do đó $S_{ABCD} = \dfrac{AC.BD}{2} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Lại có góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\widehat{SCA} = 30°$.

Tam giác SAC vuông tại A nên $SA = AC.\tan 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3}{6}$.

Câu 39: Trung tâm y tế thị xã H có 5 bác sỹ và 7 y tá trực. Cần thành lập ngay một đội có 4 người từ các bác sỹ và y tá trực của trung tâm y tế thị xã H để đi lấy mẫu để test nhanh COVID_19. Xác suất để đội lập được có cả bác sỹ và y tá

A. $\dfrac{8}{99}$. **B.** $\dfrac{31}{33}$. **C.** $\dfrac{68}{99}$. **D.** $\dfrac{91}{99}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu bằng $n(\Omega) = C_{12}^4 = 495$.

Gọi A là biến cố "4 người được chọn có cả bác sỹ và y tá".
Khi đó có các trường hợp:
TH1: chọn 1 bác sỹ và 3 y tá;
TH2: chọn 2 bác sỹ và 2 y tá;
TH3: chọn 3 bác sỹ và 1 y tá.
Từ đó tính được $n(A) = C_5^1C_7^3 + C_5^2C_7^2 + C_5^3C_7^1 = 455$.

Xác suất cần tìm bằng $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{91}{99}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-4)(x-9)^2$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(1;9)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=4 \\ x=9 \end{array}\right.$ trong đó $x=1$ và $x=4$ là nghiệm đơn còn $x=9$ là nghiệm kép.

Từ đó ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		4		9		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	0	+	
y	$-\infty$	↗		↘		↗		↗	$+\infty$

Theo bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 41: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_3^2(x-1)-\log_3(x-1)^3+2\le 0$ là

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x-1>0$

Ta có

$\log_3^2(x-1)-\log_3(x-1)^3+2\le 0 \Leftrightarrow \log_3^2(x-1)-3\log_3(x-1)+2\le 0 \Leftrightarrow 1\le \log_3(x-1)\le 2$

$\Leftrightarrow 3\le x-1\le 9 \Leftrightarrow 4\le x\le 10$

Vì $x\in\mathbb{Z} \Rightarrow x\in\{4;5;6;7;8;9;10\}$

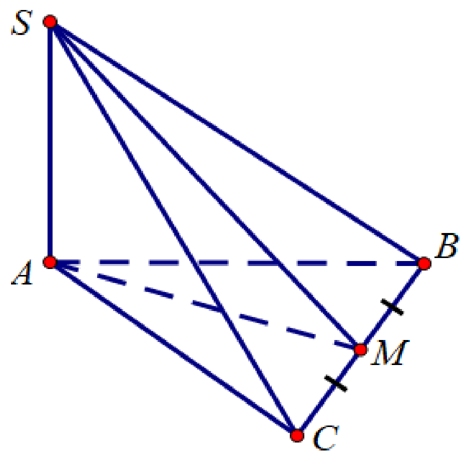
Vậy có 7 nghiệm nguyên dương của bất phương trình đã cho.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, các mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy, $SA=\frac{a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn B



Do các mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với mặt đáy suy ra $SA \perp (ABC)$.

Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Do tam giác ABC đều, nên ta có $AM \perp BC$. Do đó $BC \perp (SAM)$ suy ra $BC \perp SM$.

Từ đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SMA}$.

Xét tam giác SAM vuông tại A, ta có: $\tan \widehat{SMA} = \dfrac{SA}{AM} = \dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SMA} = 30^0$.

Câu 43: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x + 2^{5-x} - 12 > 0$ là

A. $(-\infty;2] \cup [3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2) \cup (3;+\infty)$.

C. $(-\infty;4) \cup (8;+\infty)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\forall x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $2^x + 2^{5-x} - 12 > 0 \Leftrightarrow 2^x + \dfrac{32}{2^x} - 12 > 0 \Leftrightarrow (2^x)^2 - 12.2^x + 32 > 0 \quad (1)$

Đặt $t = 2^x > 0$, ta có bất phương trình (1) trở thành: $t^2 - 12t + 32 > 0 \Leftrightarrow t \in (-\infty;4) \cup (8;+\infty)$.

Kết hợp điều kiện $t > 0$ ta có: $\left[\begin{array}{l} 0 < t < 4 \\ t > 8 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x < 4 \\ 2^x > 8 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < 2 \\ x > 3 \end{array}\right.$.

Câu 44: Đặt $m = \log_a a\sqrt{b}$ (với a, b là các số thực thoả mãn $1 < a < b$). Giá trị của m để biểu thức $P = \log_{a^2} a^2 b + \log_{\sqrt{b}} a$ đạt giá trị nhỏ nhất là

A. 0. **B.** 3. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

- $1 < a < b \Rightarrow \log_a b > 1$.
- $m = \log_a a\sqrt{b} = 1 + \dfrac{1}{2}\log_a b \Leftrightarrow \log_a b = 2m - 2 > 1 \Leftrightarrow m > \dfrac{3}{2}$.

Ta có

$P=\log_{a^2} a^2b+\log_{\sqrt{b}} a=\log_{a^2} a^2+\log_{a^2} b+2\log_b a=1+\frac{1}{2}(2m-2)+\frac{2}{2m-2}$

$=1+(m-1)+\frac{1}{m-1}\ge 3$.

Suy ra $P_{\min}=3$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m>\frac{3}{2} \\ (m-1)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\frac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m=2$.

Câu 45: Cho hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+2m-1\right|$. Khi tham số m thay đổi thì hàm số đã cho có số điểm cực trị được chia thành ba mức là a,b,c với $a>b>c$. Giá trị $a-b-c$ bằng

A. -1. **B.** 15. **C.** -2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số: $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+2m-1$

Ta có: $f'(x)=12x^3-12x^2-24x=12x\left(x^2-x-2\right)$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$2m-6$	$\nearrow$	$2m-1$	$\searrow$	$2m-33$	$\nearrow$	$+\infty$

TH1: Nếu $2m-33\ge 0 \Leftrightarrow m\ge\frac{33}{2}$, hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 3 điểm cực trị.

TH2: Nếu $\left[\begin{array}{l} 2m-33<0\le 2m-6 \\ 2m-1\le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3\le m<\frac{33}{2} \\ m\le\frac{1}{2} \end{array}\right.$, phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm đơn (hoặc có thêm một nghiệm bội hai)

$\Rightarrow$Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 5 điểm cực trị.

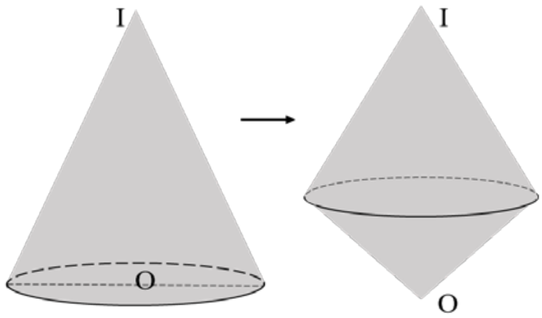
TH3: $2m-6<0<2m-1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}<m<3$, phương trình $f(x)=0$ có bốn nghiệm đơn

$\Rightarrow$ Hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 7 điểm cực trị.

Theo giả thiết, ta có: $a=7,b=5$ và $c=3$

$\Rightarrow$ $a-b-c=-1$

Câu 46: Một người thợ mộc có một khối gỗ dạng khối nón có đỉnh I, tâm đáy là O, bán kính đáy khối gỗ bằng $0,3m$, chiều cao bằng $0,9m$. Người thợ đó bắt đầu tiện phần đáy bằng cách lấy O làm đỉnh để tạo thêm một đầu khối nón và dừng lại khi bán kính đáy của phần khối nón mới bằng $\frac{2}{3}$ bán kính của khối gỗ ban đầu (tham khảo hình vẽ).

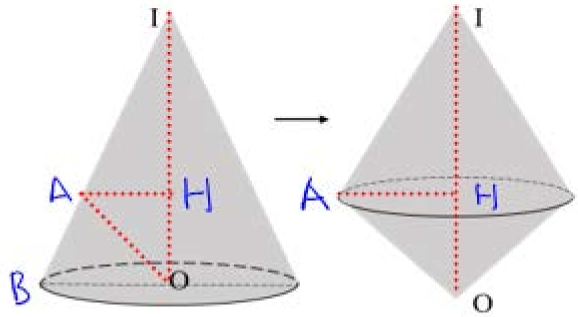


Thể tích phần gỗ bị tiện bỏ đi gần bằng với giá trị nào sau đây?

A. $0,047\ m^3$. **B.** $0,06\ m^3$. **C.** $0,085\ m^3$. **D.** $0,072\ m^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi thêm các điểm như hình vẽ.

Gọi V là thể tích phần gỗ bị tiện bỏ đi; V_1 là thể tích khối nón cụt có chiều cao là OH, bán kính hai đáy là HA, OB; V_2 là thể tích khối nón có chiều cao là OH, bán kính đáy là HA.

Khi đó: $V = V_1 - V_2$.

Theo bài ra: $HA = \frac{2}{3}OB = 0,2\text{m}$; $\frac{IH}{IO} = \frac{AH}{OB} = \frac{2}{3} \Rightarrow OH = \frac{1}{3}IO = 0,3\text{m}$.

Suy ra: $V = V_1 - V_2 = \frac{1}{3}\pi OH\left(HA^2 + OB^2 + HA.OB\right) - \frac{1}{3}\pi AH^2.OH$

$= \frac{1}{3}\pi.0,3\left(0,2^2 + 0,3^2 + 0,2.0,3\right) - \frac{1}{3}\pi.0,2^2.0,3 \approx 0,047\text{m}^3$

Câu 47: Tập nghiệm của bất phương trình $x - \log_2(4^x - 5.2^x + 8) > 0$ có dạng $(a;b)$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $4^x - 5.2^x + 8 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Bất phương trình:

$x - \log_2(4^x - 5.2^x + 8) > 0$

$\Leftrightarrow \log_2(4^x - 5.2^x + 8) < x$

$\Leftrightarrow 4^x - 5.2^x + 8 < 2^x$

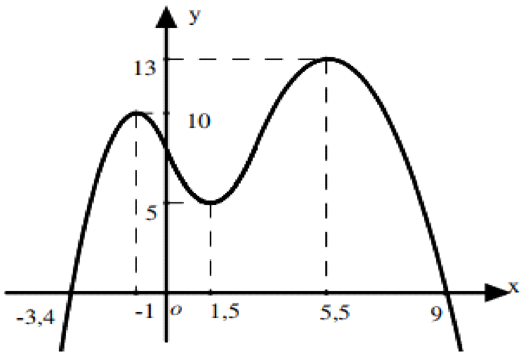
$\Leftrightarrow 4^x - 6.2^x + 8 < 0$

$\Leftrightarrow 2 < 2^x < 4$

$\Leftrightarrow 1 < x < 2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(1;2)$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau.



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\dfrac{9m^3+m}{f^2(x)+4}=\sqrt{3f^2(x)+11}$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$\dfrac{9m^3+m}{f^2(x)+4}=\sqrt{3f^2(x)+11}$

$\Leftrightarrow 27m^2+3m=\left[3f^2(x)+12\right]\sqrt{3f^2(x)+11}$

$\Leftrightarrow (3m)^3+3m=\left[3f^2(x)+11\right]\sqrt{3f^2(x)+11}+\sqrt{3f^2(x)+11}$

$\Leftrightarrow (3m)^2+3m=\left(\sqrt{3f^2(x)+11}\right)^2+\sqrt{3f^2(x)+11}$ (*)

Xét hàm số $f(t)=t^3+t$

$f'(t)=3t^2+1>0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó phương trình $(*)\Leftrightarrow 3m=\sqrt{3f^2(x)+11}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 0 \\ 9m^2=3f^2(x)+11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 0 \\ f^2(x)=\dfrac{9m^2-11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} f(x)=\sqrt{\dfrac{9m^2-11}{3}} \\ f(x)=-\sqrt{\dfrac{9m^2-11}{3}} \end{array}\right. \end{cases}$$

Vì $f(x)=-\sqrt{\dfrac{9m^2-11}{3}}\le 0$ với mọi $m\ge 0$ nên từ đồ thị ta thấy phương trình này có 2 ngiệm phân biệt.

Để phương trình ban đầu có 4 nghiệm phân biệt thì phương trình $f(x)=\sqrt{\dfrac{9m^2-11}{3}}$ có 2 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow 10<\sqrt{\dfrac{9m^2-11}{3}}<13$

$\Leftrightarrow \dfrac{311}{9}<m^2<\dfrac{518}{9}$

Mà $m \ge 0 \Rightarrow \dfrac{\sqrt{311}}{3} < m < \dfrac{\sqrt{518}}{3}$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{6;7\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Cho phương trình $9^x + \frac{1}{6}(7x^2 - 14x - 2m^2 + 4m - 5)3^{x+1} - \frac{1}{2}(7x^2 - 14x - 1) + (m-1)^2 = 0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm dương phân biệt?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$$9^x + \frac{1}{6}(7x^2 - 14x - 2m^2 + 4m - 5)3^{x+1} - \frac{1}{2}(7x^2 - 14x - 1) + (m-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 9^x + \left[\frac{1}{2}(7x^2 - 14x - 1) - (m-1)^2 - 1\right]3^x - \frac{1}{2}(7x^2 - 14x - 1) + (m-1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(3^x - 1\right)\left[3^x + \frac{1}{2}(7x^2 - 14x - 1) - (m-1)^2\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = 1 \Leftrightarrow x = 0\ (KTM) \\ 3^x + \frac{1}{2}(7x^2 - 14x - 1) = (m-1)^2 \quad (*) \end{array}\right.$$

Để phương trình đã cho có hai nghiệm dương phân biệt thì phương trình (*) phải có hai nghiệm dương phân biệt.

Xét $f(x) = 3^x + \frac{1}{2}(7x^2 - 14x - 1)$, $x > 0$. Ta có: $f'(x) = 3^x.\ln 3 + 7x - 7$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3^x.\ln 3 + 7x - 7 = 0 \Leftrightarrow 3^x.\ln 3 = 7 - 7x$.

Vì vế trái là hàm đồng biến và vế phải là hàm nghịch biến nên phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = x_0 \approx 0,67$ và $f(x_0) \approx -1,53$.

Bảng biến thiên:

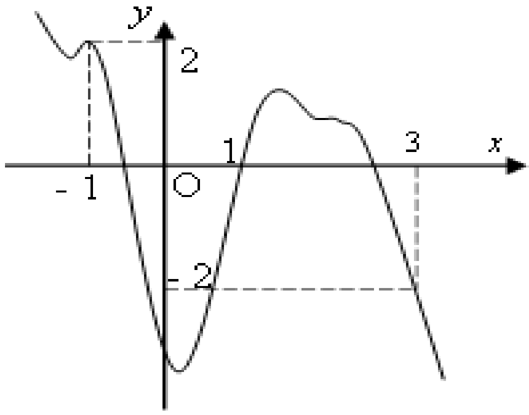
x	0		x_0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	$f(x_0)$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình (*) có hai nghiệm dương phân biệt khi

$$f(x_0) < (m-1)^2 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow (m-1)^2 < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{2}}{4} < m < \frac{2+\sqrt{2}}{4}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 1$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như sau:



Hàm số ho hàm số $g(x) = 2f(|x-1|) + x^2 - 2x - 2|x-1| + 2022$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x) = 2f(|x-1|) + x^2 - 2x - 2|x-1| + 2022$

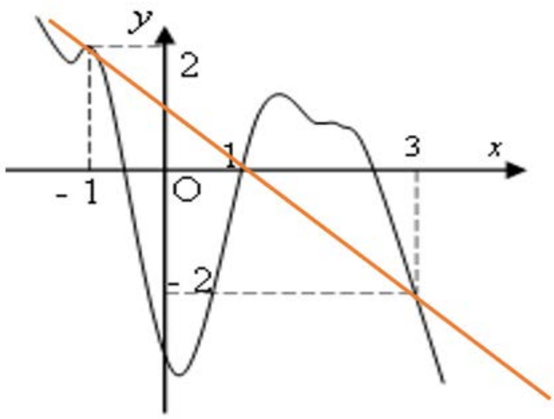
$\Leftrightarrow g(x) = 2f\left(\sqrt{(x-1)^2}\right) + x^2 - 2x - 2\sqrt{(x-1)^2} + 2022$

$\Rightarrow g'(x) = 2\dfrac{x-1}{|x-1|}\left[f'(|x-1|) + |x-1| - 1\right], \forall x \neq 1.$

$\Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(|x-1|) = -|x-1| + 1$

Đặt $t = |x-1|, t \geq 0$ ta được phương trình $f'(t) = -t + 1$ (1)

Phương trình (1) là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và đường thẳng $y = -t + 1$.



Vì $t \geq 0$ nên $f'(t) = -t + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} |x-1| = 1 \\ |x-1| = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x = 4 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		1		2		4		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên $(1;2)$.

---------- HẾT ----------

Tải nhiều đề hơn tại link sau:
https://tailieuchuan.vn/document/c46/nam-2022.html?tlc=wordtoan