

A. 網路連線

Problem ID: connection

AGC (Advanced Gaming Community) 是踢歐埃國數一數二盛大的電競平台，今年的全國初賽即將舉行，不過主辦方遇到了伺服器的設置問題。

AGC 總共建置了 N 台伺服器，編號為 1 至 N ，在這 N 台伺服器間共有 M 個遠端通道，第 i 條連接 (u_i, v_i) 兩台伺服器 ($u_i < v_i$)，主辦方建立的遠端通道滿足下列兩個條件：

- 沒有連接兩個相同伺服器的遠端通道，也就是對所有的通道， $u_i \neq v_i$ 。
- 沒有兩個連接相同伺服器對的遠端通道，也就是對所有 $i \neq j$ 則 $(u_i, v_i) \neq (u_j, v_j)$ 。

我們說兩個伺服器 a, b 可以**傳輸訊息**如果存在一系列的伺服器 p_0, p_1, \dots, p_t 滿足 $p_0 = a, p_t = b$ 且所有 p_i, p_{i+1} 都有遠端通道連接，換句話說，由伺服器作為點而遠端通道作為邊的圖上，兩個點是連通的。

顯而易見的，僅僅遵守主辦方的條件只能保證沒有建立重複無效的邊，而沒有保證任意兩個伺服器皆可以**傳輸訊息**，現在你身為 AGC 的工程顧問，你想要知道有多少種新增**剛好** k 個遠端通道的方法能夠使得任意兩個伺服器皆可以**傳輸訊息**。

所有方法都必須滿足原本主辦方的兩個條件，而兩個方法不同如果它們新增遠端通道的集合不同，例如方案 $(a, b), (c, d)$ 與方案 $(c, d), (b, a)$ 被視為相同。

— 輸入 —

輸入的第一行有三個整數 N, M, k ，接著有 M 行，第 i 行有兩個整數 u_i, v_i 。

— 輸出 —

輸出有多少種新增**剛好** k 個遠端通道的方法滿足主辦方的兩個條件，而且任意兩個伺服器都能傳輸訊息。

— 輸入限制 —

- $1 \leq N \leq 80000$
- $0 \leq M \leq \min\left(\frac{N(N-1)}{2}, 10^6\right)$
- $1 \leq k \leq 2$
- $1 \leq u_i < v_i \leq N$
- $(u_i, v_i) \neq (u_j, v_j) \quad (i \neq j)$

— 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	17	$k = 1$
3	23	$N \leq 20$
4	43	$N \leq 160$
5	17	無額外限制

— 範例輸入 1 —

5 6 1
3 4
2 5
2 3
1 4
1 3
1 2

— 範例輸出 1 —

4

— 範例輸入 2 —

6 4 2
1 2
2 3
4 5
5 6

— 範例輸出 2 —

54

— 範例輸入 3 —

3 3 2
2 3
1 2
1 3

— 範例輸出 3 —

0

B. 批量種田

Problem ID: farming

農夫方塊夢想著擁有一塊像各種競程題目中 $n \times n$ 的田地。不過，由於農務事業尚在起步，他現在只有一塊 $1 \times n$ 的田地。

這片田被分成一堆 1×1 的區域，編號從左至右分別是 1 到 n 的整數，第 i 塊種植的作物是 c_i 。

接下來一年一年的過去了，每次方塊會採收一段連續的區間，從編號 l_i 至 r_i 的所有區域，並且在這些區域都種下作物 x_i 。為了完成他的夢想，方塊希望能夠就現在的狀況模擬連續 q 次的採收，他好奇每一次總共有多少不同種類的作物被採收，請寫一個程式解決這個問題。

— 輸入 —

第一行有兩個正整數 n, q ，表示田地的長度與模擬採收的次數。

第二行有 n 個正整數，第 i 個表示第 i 塊田種的作物是 c_i 。

接下來有 q 行，第 i 行有三個正整數 l_i, r_i, x_i ，代表詢問第 l_i 塊區域至第 r_i 塊區域共有幾種不同的作物，並把 l_i 到 r_i 區域的作物都改為作物 x_i 。

— 輸出 —

輸出 q 行，第 i 行表示在第 i 次種植之前，第 l_i 塊區域至第 r_i 塊區域共有幾種不同的作物。

— 輸入限制 —

- $1 \leq n, q \leq 3 \times 10^5$
- $1 \leq c_i, x_i \leq n$
- $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$

— 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	13	$n, q \leq 5000$
3	21	$c_i, x_i \leq 10$
4	24	$x_i = 1$
5	42	無額外限制

— 範例輸入 —

```
5 4
1 2 3 4 5
1 3 3
1 5 3
3 4 2
1 3 1
```

— 範例輸出 —

```
3
3
1
2
```

C. 老舊鍵盤

Problem ID: keyboard

方塊的鍵盤壞掉了！現在他的鍵盤只能鍵入數字 1，為了登入電腦，他必須要輸入一個**正整數**被 N 整除。對於給定的 N ，求出方塊最少需要按幾次 1 才能登入電腦，或者說在給定 N 的條件下，根本不可能成功。

換句話說，你需要找到最小的**正整數** M 使得 N 整除 $\overbrace{11 \cdots 1}^M$ （即 M 個連續的 1）。

— 輸入 —

第一行有一個正整數 N 。

— 輸出 —

如果方塊能夠登入電腦，輸出最少按 1 的次數 M ，否則，輸出一行 -1。

— 輸入限制 —

- $1 \leq N \leq 10^9$

— 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	7	$N \leq 10$
3	28	$N \leq 2 \times 10^5$
4	65	無額外限制

— 範例輸入 1 —

6

— 範例輸出 1 —

-1

— 範例輸入 2 —

7

— 範例輸出 2 —

6

— 範例輸入 3 —

173867

— 範例輸出 3 —

86933

— 範例輸入 4 —

918608311

— 範例輸出 4 —

26997360

— 範例說明 —

由於 $111111 = 15873 \times 7$ ，可以驗證 1, 11, 111, 1111, 11111 皆不為 7 的倍數，故當 $N = 7$ 時， $M = 6$ 。

D. 森林道路

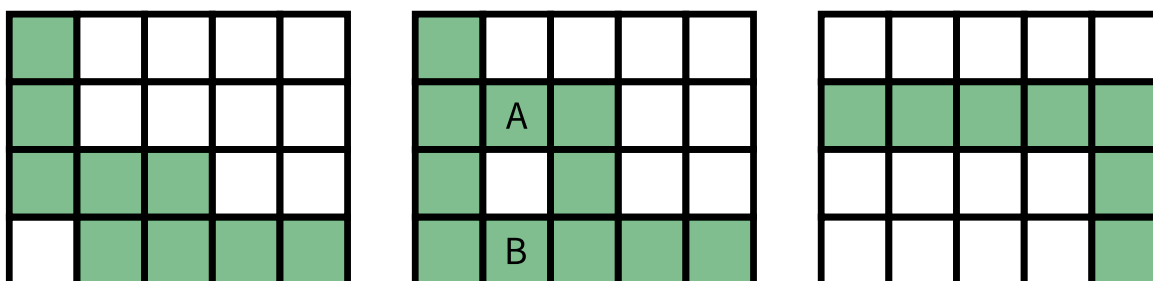
Problem ID: pathway

台南第一高級森林可以被劃分為一個 $N \times M$ 的表格，其中第 i 列第 j 行的格子被記為 (i, j) 。為了解決從左上至右下角的交通需求，台南第一高級建設公司想在上面找一塊地並將它開闢成為道路。

一個道路是一個格子的集合，這個集合必須滿足：

- $(1, 1)$ 屬於道路。
- (N, M) 屬於道路。
- 對於任意兩個屬於道路的格子 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ，如果 $x_1 \leq x_2$ 且 $y_1 \leq y_2$ ，則存在一種方法，能夠**不離開道路**，在 $x_2 - x_1 + y_2 - y_1$ 步以內從 (x_1, y_1) **移動**至 (x_2, y_2) 。在一步以內，你只能**移動**到四方位相鄰的格子。

考慮以下三個 $N = 4, M = 5$ 的範例：



在三個範例中，考慮有綠色網底的格子。

左邊的範例是一個合法的道路。在中間的範例中，從格子 A 移動至 B 在不離開道路上的最少步數為 4，超過 $4 - 2 + 2 - 2 = 2$ 步，因此不是合法的方案。在右邊的範例中，雖然任意兩個屬於道路的格子都滿足最少步數的條件，但是因為集合沒有包含格子 $(1, 1)$ ，因此也不是合法的方案。

為了兼顧環境與生態保育，每個格子經過評估有不同的權重，格子 (i, j) 的為權重 $a_{i,j}$ ，而一個道路的權重總和被定義為道路上所有格子的權重總和。

請輸出最大可能的道路權重總和。

— 輸入 —

輸入的第一行有兩個整數 N, M ，接下來有 N 行，每行有 M 個整數。

第 i 行的第 j 個整數表示格子 (i, j) 的權重 $a_{i,j}$ 。

— 輸出 —

輸出道路最大可能的權重總和。

— 輸入限制 —

- $1 \leq N \times M \leq 10^5$
- $-10^9 \leq a_{i,j} \leq 10^9$

— 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	15	$a_{i,j} \in \{-1, 1\}$ ，至少有一個 $a_{i,j} = 1$
3	23	$N \times M \leq 50$
4	27	$N \times M \leq 5000$
5	35	無額外限制

在子任務 2 當中，你只需要判斷「所有權重為 1 的格子合起來是否為合法的道路？」即可拿到分數，也就是說

- 所有權重為 1 的格子合起來是合法的道路，輸出**權重為 1 的格子數量**會被判斷為正確，否則為錯誤。
- 所有權重為 1 的格子合起來不是合法的道路，輸出**任意不是「權重為 1 的格子數量」的數字**會被判斷為正確，否則為錯誤。

請注意輸出的數字絕對值仍然不能超過 10^{18} 。

－ 範例輸入 1 －

```
4 5
3 0 1 1 1
4 -5 2 1 1
1 -2 1 -8 1
-4 1 1 4 1
```

－ 範例輸出 1 －

```
14
```

－ 範例輸入 2 －

```
3 3
1 1 1
1 -1 1
1 1 1
```

－ 範例輸出 2 －

```
7
```

－ 範例說明 2 －

請注意範例 2 滿足子任務 2 的條件，也就是說在這個測試資料如果你輸出的答案不是 8 也可以通過該測資。

E. 宗教戰爭

Problem ID: religion

朋友拿了一個字串 $bpqddq$ ，當她拿給我們看時，一位對圖論十分感興趣的同學說：

「啊，好像 $bppbdq$ 似的。」

「我看倒有點像 $pbdqqd$ 。」我說。

「真像 $pbbpqd$ 。」一位外號叫「幾何超人」的同學緊接著說。

我們不禁哄堂大笑，同樣的一個字串，每個人卻有不同的感覺。那位朋友連忙字串包進測試資料裡面，不過她開始好奇，兩個只有由 b 、 d 、 p 、 q 組成的字串，有沒有可能經過旋轉或翻轉之後長的一樣？

為了避免字體因素，在此我們定義 b 旋轉之後是 q ， b 上下翻轉之後是 p ，而 b 左右翻轉之後是 d 。

— 輸入 —

輸入第一行有一個正整數 T ，代表接下來有 T 筆資料，每一筆由兩行組成，第一行為 s ，第二行為 t 。

— 輸出 —

對於每一筆資料，如果 s 可能在經過數次（包含零次）旋轉或翻轉之後與 t 相等，輸出一行 Yes，否則輸出一行 No。

— 輸入限制 —

- $1 \leq T \leq 5 \times 10^4$
- $1 \leq |s|, |t| \leq 10$
- s, t 只由 b 、 d 、 p 、 q 組成。

— 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	35	$ s = t = 1$
3	65	無額外限制

— 範例輸入 —

6
bpqddq
bppbdq
dpdq
bpdp
qdqpp
dpdd
qdd
dqq
pbqpq
dqbdb
dd
q

— 範例輸出 —

Yes
Yes
No
Yes
No
No

112 學年度資訊學科能力競賽臺南一中校內複選 試題本
