

# 112 學年度資訊學科能力競賽臺南一中校內複選 試題本

---

## 競賽規則

1. 競賽時間：2023/9/28 13:00 ~ 17:00，共 4 小時。
2. 本次競賽試題共 5 題，每題皆有子任務。
3. 為了愛護地球，本次競賽題本僅提供電子檔，不提供紙本。
4. 每題的分數為該題所有子任務得分數加總；單筆子任務得分數為各筆繳交在該筆得到的最大分數。
5. 本次初選比照南區賽提供記分板，複選比照全國賽不提供記分板。
6. 全部題目的輸入皆為標準輸入。
7. 全部題目的輸出皆為標準輸出。
8. 所有輸入輸出請嚴格遵守題目要求，多或少的換行及空格皆有可能造成裁判系統判斷為答案錯誤。
9. 每題每次上傳間隔為 120 秒，裁判得視情況調整。
10. 所有試題相關問題請於競賽系統中提問，題目相關公告也會公告於競賽系統，請密切注意。
11. 如有電腦問題，請舉手向監考人員反映。
12. 如有如廁需求，須經過監考人員同意方可離場。
13. 不得攜帶任何參考資料，但競賽系統上的參考資料可自行閱讀。
14. 不得自行攜帶隨身碟，如需備份資料，請將資料儲存於電腦 D 槽。
15. 競賽中請勿交談。請勿做出任何會干擾競賽的行為。
16. 如需使用 C++ 的 `std::cin` 或 `std::cout` 可將以下程式碼插入 `main function` 以及將 `endl` 取代為 `'\n'` 來優化輸入輸出速度。唯須注意不可與 `cstdio` 混用。

```
std::ios::sync_with_stdio(false);  
std::cin.tie(nullptr);
```

## A. 網路連線

Problem ID: connection

AGC (Advanced Gaming Community) 是踢歐埃國數一數二盛大的電競平台，今年的全國初賽即將舉行，不過主辦方遇到了伺服器的設置問題。

AGC 總共建置了  $N$  台伺服器，編號為 1 至  $N$ ，在這  $N$  台伺服器間共有  $M$  個遠端通道，第  $i$  條連接  $(u_i, v_i)$  兩台伺服器 ( $u_i < v_i$ )，主辦方建立的遠端通道滿足下列兩個條件：

- 沒有連接兩個相同伺服器的遠端通道，也就是對所有的通道， $u_i \neq v_i$ 。
- 沒有兩個連接相同伺服器對的遠端通道，也就是對所有  $i \neq j$  則  $(u_i, v_i) \neq (u_j, v_j)$ 。

我們說兩個伺服器  $a, b$  可以**傳輸訊息**如果存在一系列的伺服器  $p_0, p_1, \dots, p_t$  滿足  $p_0 = a, p_t = b$  且所有  $p_i, p_{i+1}$  都有遠端通道連接，換句話說，由伺服器作為點而遠端通道作為邊的圖上，兩個點是連通的。

顯而易見的，僅僅遵守主辦方的條件只能保證沒有建立重複無效的邊，而沒有保證任意兩個伺服器皆可以**傳輸訊息**，現在你身為 AGC 的工程顧問，你想要知道有多少種新增**剛好**  $k$  個遠端通道的方法能夠使得任意兩個伺服器皆可以**傳輸訊息**。

所有方法都必須滿足原本主辦方的兩個條件，而兩個方法不同如果它們新增遠端通道的集合不同，例如方案  $(a, b), (c, d)$  與方案  $(c, d), (b, a)$  被視為相同。

### — 輸入 —

輸入的第一行有三個整數  $N, M, k$ ，接著有  $M$  行，第  $i$  行有兩個整數  $u_i, v_i$ 。

### — 輸出 —

輸出有多少種新增**剛好**  $k$  個遠端通道的方法滿足主辦方的兩個條件，而且任意兩個伺服器都能傳輸訊息。

### — 輸入限制 —

- $1 \leq N \leq 80000$
- $0 \leq M \leq \min\left(\frac{N(N-1)}{2}, 2 \times 10^6\right)$
- $1 \leq k \leq 2$
- $1 \leq u_i < v_i \leq N$
- $(u_i, v_i) \neq (u_j, v_j) \quad (i \neq j)$

### — 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	17	$k = 1$
3	23	$N \leq 20$
4	43	$N \leq 160$
5	17	無額外限制

## — 範例輸入 1 —

5 6 1  
3 4  
2 5  
2 3  
1 4  
1 3  
1 2

## — 範例輸出 1 —

4

## — 範例輸入 2 —

6 4 2  
1 2  
2 3  
4 5  
5 6

## — 範例輸出 2 —

54

## — 範例輸入 3 —

3 3 2  
2 3  
1 2  
1 3

## — 範例輸出 3 —

0

## C. 老舊鍵盤

Problem ID: keyboard

方塊的鍵盤壞掉了！現在他的鍵盤只能鍵入數字 1，為了登入電腦，他必須要輸入一個**正整數**被  $N$  整除。對於給定的  $N$ ，求出方塊最少需要按幾次 1 才能登入電腦，或者說在給定  $N$  的條件下，根本不可能成功。

換句話說，你需要找到最小的**正整數**  $M$  使得  $N$  整除  $\overbrace{11 \cdots 1}^M$ （即  $M$  個連續的 1）。

### — 輸入 —

第一行有一個正整數  $N$ 。

### — 輸出 —

如果方塊能夠登入電腦，輸出最少按 1 的次數  $M$ ，否則，輸出一行 -1。

### — 輸入限制 —

- $1 \leq N \leq 10^9$

### — 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	7	$N \leq 10$
3	28	$N \leq 2 \times 10^5$
4	65	無額外限制

## — 範例輸入 1 —

6

## — 範例輸出 1 —

-1

## — 範例輸入 2 —

7

## — 範例輸出 2 —

6

## — 範例輸入 3 —

173867

## — 範例輸出 3 —

86933

## — 範例輸入 4 —

918608311

## — 範例輸出 4 —

26997360

## — 範例說明 —

由於  $111111 = 15873 \times 7$ ，可以驗證 1, 11, 111, 1111, 11111 皆不為 7 的倍數，故當  $N = 7$  時， $M = 6$ 。

## D. 森林道路

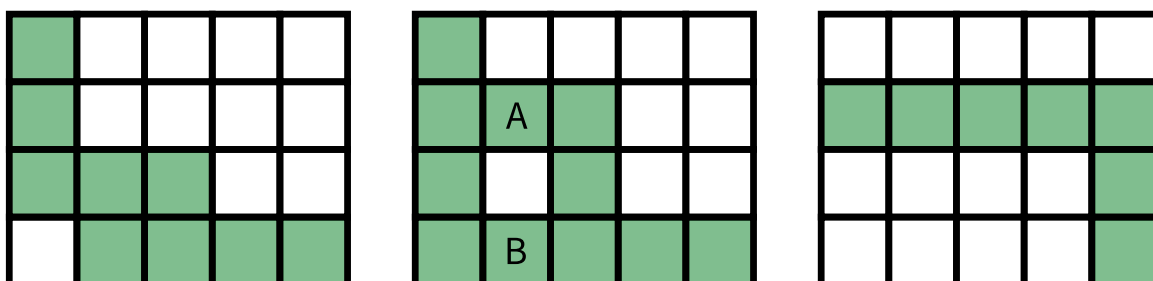
Problem ID: pathway

台南第一高級森林可以被劃分為一個  $N \times M$  的表格，其中第  $i$  列第  $j$  行的格子被記為  $(i, j)$ 。為了解決從左上至右下角的交通需求，台南第一高級建設公司想在上面找一塊地並將它開闢成為道路。

一個道路是一個格子的集合，這個集合必須滿足：

- $(1, 1)$  屬於道路。
- $(N, M)$  屬於道路。
- 對於任意兩個屬於道路的格子  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ，如果  $x_1 \leq x_2$  且  $y_1 \leq y_2$ ，則存在一種方法，能夠**不離開道路**，在  $x_2 - x_1 + y_2 - y_1$  步以內從  $(x_1, y_1)$  **移動**至  $(x_2, y_2)$ 。在一步以內，你只能**移動**到四方位相鄰的格子。

考慮以下三個  $N = 4, M = 5$  的範例：



在三個範例中，考慮有綠色網底的格子。

左邊的範例是一個合法的道路。在中間的範例中，從格子 A 移動至 B 在不離開道路上的最少步數為 4，超過  $4 - 2 + 2 - 2 = 2$  步，因此不是合法的方案。在右邊的範例中，雖然任意兩個屬於道路的格子都滿足最少步數的條件，但是因為集合沒有包含格子  $(1, 1)$ ，因此也不是合法的方案。

為了兼顧環境與生態保育，每個格子經過評估有不同的權重，格子  $(i, j)$  的為權重  $a_{i,j}$ ，而一個道路的權重總和被定義為道路上所有格子的權重總和。

請輸出最大可能的道路權重總和。

### — 輸入 —

輸入的第一行有兩個整數  $N, M$ ，接下來有  $N$  行，每行有  $M$  個整數。

第  $i$  行的第  $j$  個整數表示格子  $(i, j)$  的權重  $a_{i,j}$ 。

### — 輸出 —

輸出道路最大可能的權重總和。

### — 輸入限制 —

- $1 \leq N \times M \leq 10^5$
- $-10^9 \leq a_{i,j} \leq 10^9$

### — 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	15	$a_{i,j} \in \{-1, 1\}$ ，至少有一個 $a_{i,j} = 1$
3	23	$N \times M \leq 50$
4	27	$N \times M \leq 5000$
5	35	無額外限制

在子任務 2 當中，你只需要判斷「所有權重為 1 的格子合起來是否為合法的道路？」即可拿到分數，也就是說

- 所有權重為 1 的格子合起來是合法的道路，輸出**權重為 1 的格子數量**會被判斷為正確，否則為錯誤。
- 所有權重為 1 的格子合起來不是合法的道路，輸出**任意不是「權重為 1 的格子數量」的數字**會被判斷為正確，否則為錯誤。

請注意輸出的數字絕對值仍然不能超過  $10^{18}$ 。



**－ 範例輸入 1 －**

```
4 5
3 0 1 1 1
4 -5 2 1 1
1 -2 1 -8 1
-4 1 1 4 1
```

**－ 範例輸出 1 －**

```
14
```

**－ 範例輸入 2 －**

```
3 3
1 1 1
1 -1 1
1 1 1
```

**－ 範例輸出 2 －**

```
7
```

**－ 範例說明 2 －**

請注意範例 2 滿足子任務 2 的條件，也就是說在這個測試資料如果你輸出的答案不是 8 也可以通過該測資。

## E. 宗教戰爭

Problem ID: religion

朋友拿了一個字串  $bpqddq$ ，當她拿給我們看時，一位對圖論十分感興趣的同學說：

「啊，好像  $bppbdq$  似的。」

「我看倒有點像  $pbdqqd$ 。」我說。

「真像  $pbbpqd$ 。」一位外號叫「幾何超人」的同學緊接著說。

我們不禁哄堂大笑，同樣的一個字串，每個人卻有不同的感覺。那位朋友連忙字串包進測試資料裡面，不過她開始好奇，兩個只有由  $b$ 、 $d$ 、 $p$ 、 $q$  組成的字串，有沒有可能經過旋轉或翻轉之後長的一樣？

為了避免字體因素，在此我們定義  $b$  旋轉之後是  $q$ ， $b$  上下翻轉之後是  $p$ ，而  $b$  左右翻轉之後是  $d$ 。

### — 輸入 —

輸入第一行有一個正整數  $T$ ，代表接下來有  $T$  筆資料，每一筆由兩行組成，第一行為  $s$ ，第二行為  $t$ 。

### — 輸出 —

對於每一筆資料，如果  $s$  可能在經過數次（包含零次）旋轉或翻轉之後與  $t$  相等，輸出一行 Yes，否則輸出一行 No。

### — 輸入限制 —

- $1 \leq T \leq 5 \times 10^4$
- $1 \leq |s|, |t| \leq 10$
- $s, t$  只由  $b$ 、 $d$ 、 $p$ 、 $q$  組成。

### — 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	35	$ s  =  t  = 1$
3	65	無額外限制

**— 範例輸入 —**

6  
bpqddq  
bppbdq  
dpdq  
bpdp  
qdqpp  
dpdd  
qdd  
dqq  
pbqpq  
dqbdb  
dd  
q

**— 範例輸出 —**

Yes  
Yes  
No  
Yes  
No  
No

# 112 學年度資訊學科能力競賽臺南一中校內複選 試題本

---