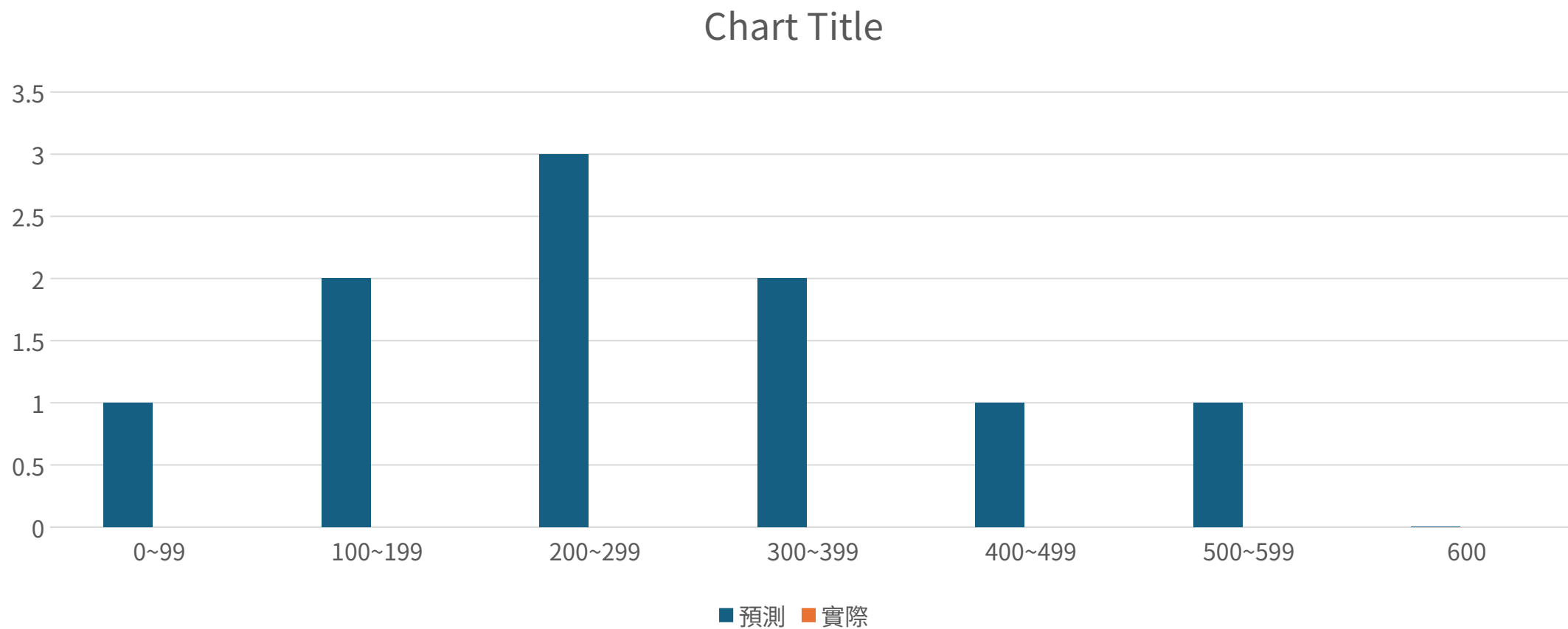


2024 能競複選題解

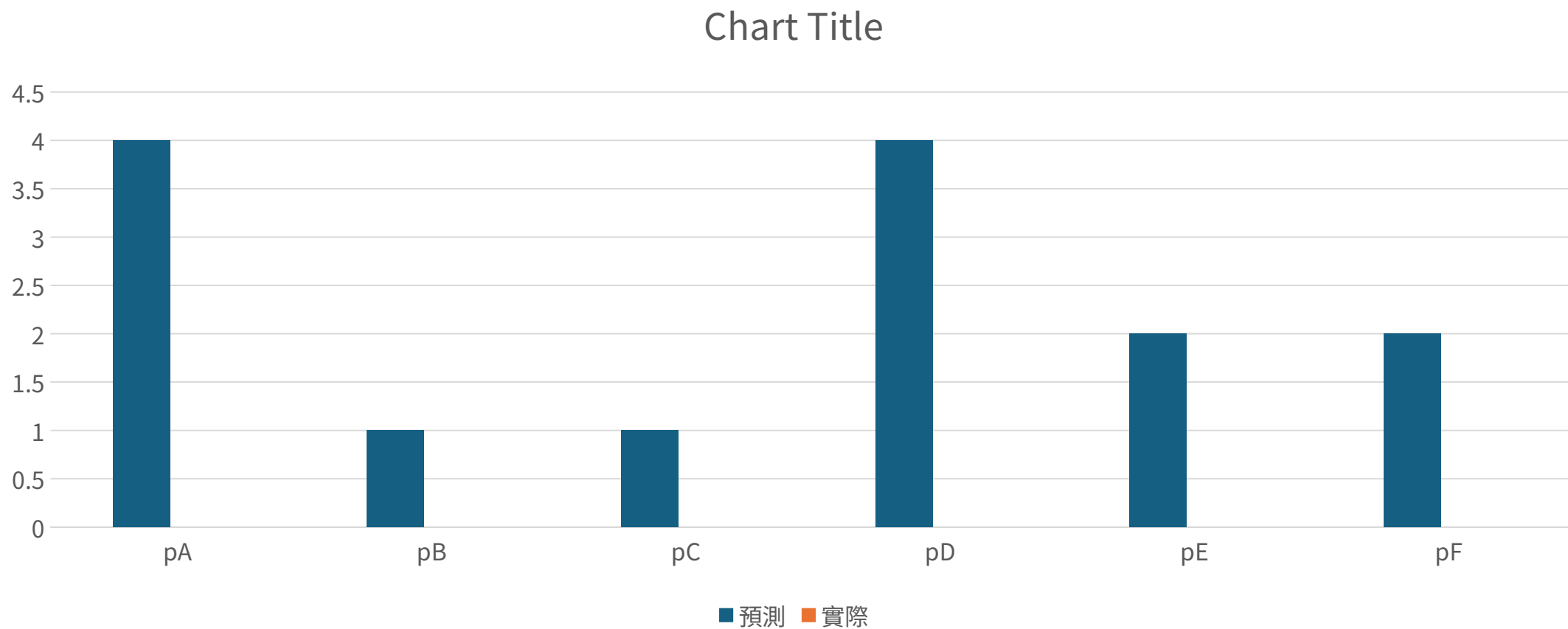
出題者想講的話

- 這次似乎沒給算是簽到題難度的題目，因為原本要出成簡單的題目最後都不小心變難了
- 但取而代之的是每題都有看完題目就可以拿的子任務，希望大家有好好把握
- 這場的數學成分明顯比初選多了不少，但除了真正以數論為考點的題目 (pC 、 pF)，其他題目應該都是基本的數學
- pF 原本的定位是位元枚舉 + 一點點的數學，結果後來發現這個做法就是數論的小步大步演算法 QQ

預測 vs 實際 分數分布



預測 vs 實際 AC ratio



pB

Subtask 2 、 3:

看完題目就能拿的分數 (24 分)

所有物品的合成都需要其他物品

直接找出所有合成方式中，合成時間 + 取得所需功能方塊時間最小

Subtask 4 、 5:

看完題目再想一下就能拿的分數 (32 分)

沒有物品的合成不需要其他物品

所以全部都是 -1

pB

Subtask 6:

把每個物品視為一個點，做拓樸排序

功能方塊可以在拓樸的同時用按位或處理

Subtask 7:

做拓樸排序的同時，要確保每樣物品的製造時間是最短的

所以需要套用最短路，此子題中 Bellman-Ford 與 Dijkstra 皆可

另外由於路徑數量較多，功能方塊需要以枚舉的方式來處理

pB

Subtask 8:

僅可使用 Dijkstra 處理最短路

注意每次取出「未確定最短路的物品」時

需要先將拓樸過程中入邊被拔光的「所有可以進行的合成方式」都計算其合成目標物品的最短路

pD

Subtask 2:

看完題目就能拿的分數 (18 分)

對於每塊田地用除法無條件進位求出達到目標的時間，取最大值

Subtask 3:

用 set 等等維護每塊田地需要達到目標的時間

執行 c 次取出花費時間最多的進行施肥

i 次施肥時可以視為最後需要 $v + i * (i + 1) / 2$ ，每天長 $a + i$ 來計算

注意當進行上述運算後時間變長，代表無法取得更短的時間

pD

Subtask 4 、 5:

此子題的 c 值允許總是進行施肥操作

因此可以利用二分搜、公式解，搭配等差級數來求出每塊地的時間

Subtask 6:

Subtask 7 的實作複雜度較差（如多一次二分搜）的情況可以拿到

Subtask 7:

對時間二分搜，求在給定時間下，每塊地需要進行幾次施肥或者不論如何都無法在該時間達到目標，這部分正解是用公式解，再寫一次二分搜會 TLE

pF

Subtask 2:

看完題目就能拿的分數 (15 分)

單層 for 迴圈搜尋 k

Subtask 4:

小步大步算法，或者說出題者認為可以用位元枚舉的角度去看

簡單來講先算出 2^0 、 2^1 、 \dots 、 $2^{9999999}$

再用 $2^{1000000}$ 、 $2^{2000000}$ 、 \dots 、 $2^{(10^{12})}$ 的模逆元素檢查
 $2^{(k-100000)}$ 、 $2^{(k-200000)}$ 、 \dots 、 $2^{(k-10^{12})}$ 是否為 n

或者用位元枚舉的角度，拆 $0 \sim (1 \ll 20) - 1$ 次跟 $(1 \ll 20) \sim (1 \ll 40)$ 次方

pD

Subtask 3 、 5:

將 subtask 2 、 4 的答案加上循環一次的時間 $\times (m-1)$

顯然循環一次就是 2^k 同餘 1 的情況

事實上雖然費馬小定理可以知道 $2^{(mod-1)}$ 同餘 1

但可能有更小的 k ，可以用簡單的數學證明這個 k 是 $mod-1$ 的因數

因此利用 $O(mod^{0.5})$ 找 $mod-1$ 的因數，預處理出最小的 k 即可

Subtask 6:

上述做法加上大數

考慮到寫起來真的很煩，就算不寫這個子任務也有 90 分