

## C. 友誼悖論

Problem ID: Friendship

Time Limit: 1.5s

Memory Limit: 128MiB

你是否曾經感覺，你的朋友人緣普遍都比你好，他們平均的朋友數量比你的朋友數量多？

如果有的話，也許這不是錯覺，由於取樣上的偏差，這確實有不小的機率會發生。如果在一個很大的群體中，有些人朋友很多，有些人朋友比較少，那麼在朋友關係是隨機分配的情況下，你交朋友時也會有比較高的機率與這些朋友很多的人當朋友，而相對的，你與朋友比較少的人當朋友的機率也比較低。因此，你最終有很高的機率感覺到「你的朋友」的平均朋友數量，比你的朋友數量還多。

以上看似違背常理的狀況，稱作「友誼悖論 (Friendship Paradox)」。

類似的例子還有，在一間學校中，假設有兩個班級，人數分別為 40 與 10，顯然每個班級的平均人數為 25。但如果你隨機抽樣來進行調查，也就是隨機抓人問他「你的班級有多少人？」，然後將統計到的結果進行平均的話，事實上會與實際結果有所偏差，以上述例子而言，你有 0.8 的機率得到 40 的答案、0.2 的機率得到 10 的答案，最終統計結果的期望平均為  $0.8 \times 40 + 0.2 \times 10 = 34$ 。

除此之外，在塞車時容易感覺自己的車道總是塞車，別的車道很暢通也是如此，如果在一個範圍內，塞車的車道有 15 台車，另一個車道只有 5 台車，乍看之下只有  $\frac{1}{2}$  的機會會在塞車的車道，但倘若身陷車流中，我們有  $\frac{3}{4}$  的機率是在塞車車道的車。

所以，讓我們回到友誼悖論。

在你的生活圈中，共有  $n$  個人，將其編號為 1 到  $n$ ，並且其中有  $m$  對朋友關係，每對朋友關係包含數字  $a_i, b_i$ ，代表  $a_i$  是  $b_i$  的朋友，而朋友關係都是互相的，因此  $b_i$  也會是  $a_i$  的朋友。可以保證朋友關係不會重複，亦即有朋友關係  $a_i, b_i$  時，不會存在另一個朋友關係  $a_j, b_j (i \neq j)$  使得  $(a_i, b_i) = (a_j, b_j)$  或  $(a_i, b_i) = (b_j, a_j)$ 。另外也保證每個人至少有一個朋友，即對於在  $[1, n]$  區間內的整數  $x$ ，必然存在  $(a_i, b_i)$  滿足  $a_i = x$  或  $b_i = x$ 。

注意這裡的  $x$  是  $y$  的朋友，只有在  $x, y$  之間存在直接的朋友關係才成立，也就是如果  $x, z$ 、 $z, y$  存在朋友關係，但  $x, y$  沒有朋友關係的話  $x$  跟  $y$  就不會是朋友。

現在你要知道，在你生活圈的這  $n$  個人中，有多少人會符合「友誼悖論」，也就是有多少人「朋友的平均朋友數量」大於「自己的朋友數量」。請你統計出符合友誼悖論的人數，並依序輸出這些人的編號。

## — 輸入 —

輸入有多行。

第一行包含兩個正整數  $n, m$ ，分別代表生活圈中的人數以及朋友關係的數量。

接下來有  $m$  行，每行包含兩個正整數  $a_i, b_i$ ，代表  $a_i, b_i$  間存在朋友關係。

## — 輸出 —

輸出兩行。

第一行包含一個整數  $k$ ，代表生活圈中符合朋友悖論的人數。

第二行包含  $k$  個整數，代表  $k$  個符合朋友悖論的人的編號，由小到大輸出。

若  $k = 0$ ，則可以只輸出第一行。

## — 輸入限制 —

- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$
- $0 \leq m \leq \min(\frac{n(n-1)}{2}, 10^6)$
- $1 \leq a_i, b_i \leq n$
- 若將每個人與彼此的朋友關係表示成圖，保證給定的圖為一個簡單的連通圖。

## — 子任務 —

編號	分數	額外限制
1	0	範例輸入輸出
2	15	$m = \frac{n(n-1)}{2}$
3	15	$n \leq 100$
4	15	$n \leq 5000$
5	15	$m \leq 10000$
6	40	無額外限制

## — 範例輸入 1 —

5 6  
1 3  
4 2  
3 5  
2 1  
4 5  
3 4

## — 範例輸出 1 —

3  
1 2 5

## — 範例輸入 2 —

9 8  
8 7  
1 5  
5 4  
3 7  
9 8  
6 7  
8 2  
6 3

## — 範例輸出 2 —

6  
1 2 3 4 6 9

## — 範例說明 —

範例測資 1 說明：

編號為 1 到 5 的人分別有 2, 2, 3, 3, 2 個朋友。

其中編號為 1 的人跟編號為 2, 3 的人是朋友，他的「朋友的平均朋友數」為  $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$ ，大於他的朋友數 2。

其中編號為 2 的人跟編號為 1, 4 的人是朋友，他的「朋友的平均朋友數」為  $\frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$ ，大於他的朋友數 2。

其中編號為 3 的人跟編號為 1, 4, 5 的人是朋友，他的「朋友的平均朋友數」為  $\frac{2+3+2}{3} = \frac{7}{3}$ ，小

於他的朋友數 3。

其中編號為 4 的人跟編號為 2, 3, 5 的人是朋友，他的「朋友的平均朋友數」為  $\frac{2+3+2}{3} = \frac{7}{3}$ ，小於他的朋友數 3。

其中編號為 5 的人跟編號為 3, 4 的人是朋友，他的「朋友的平均朋友數」為  $\frac{3+3}{2} = 3$ ，大於他的朋友數 2。

因此最終有 3 個人的「朋友的平均朋友數」嚴格大於自己的朋友數，分別為編號為 1, 2, 5 的人。

範例測資 2 說明：

編號為 1 到 9 的人分別有 1, 1, 2, 1, 2, 2, 3, 3, 1 個朋友。

因此最終有 6 個人的「朋友的平均朋友數」嚴格大於自己的朋友數，分別為編號為 1, 2, 3, 4, 6, 9 的人。