C. 友誼悖論

Problem ID: Friendship Time Limit: 1.5s Memory Limit: 128MiB

你是否曾經感覺,你的朋友人緣普遍都比你好,他們平均的朋友數量比你的朋友數量多?如果有的話,也許這不是錯覺,由於取樣上的偏差,這確實有不小的機率會發生。如果在一個很大的群體中,有些人朋友很多,有些人朋友比較少,那麼在朋友關係是隨機分配的情況下,你交朋友時也會有比較高的機率與這些朋友很多的人當朋友,而相對的,你與朋友比較少的人當朋友的機率也比較低。因此,你最終有很高的機率感覺到「你的朋友」的平均朋友數量,比你的朋友數量還多。

以上看似違背常理的狀況,稱作「友誼悖論 (Friendship Paradox)」。

類似的例子還有,在一間學校中,假設有兩個班級,人數分別為 40 與 10,顯然每個班級的平均人數為 25。但如果你隨機抽樣來進行調查,也就是隨機抓人問他「你的班級有多少人?」,然後將統計到的結果進行平均的話,事實上會與實際結果有所偏差,以上述例子而言,你有 0.8 的機率得到 40 的答案、0.2 的機率得到 10 的答案,最終統計結果的期望平均為 $0.8\times40+0.2\times10=34$ 。

除此之外,在塞車時容易感覺自己的車道總是塞車,別的車道很暢通也是如此,如果在一個範圍內,塞車的車道有 15 台車,另一個車道只有 5 台車,乍看之下只有 $\frac{1}{2}$ 的機會會在塞車的車道,但倘若身陷車流中,我們有 $\frac{3}{4}$ 的機率是在塞車車道的車。

所以,讓我們回到友誼悖論。

在你的生活圈中,共有 n 個人,將其編號為 1 到 n,並且其中有 m 對朋友關係,每對朋友關係包含數字 a_i,b_i ,代表 a_i 是 b_i 的朋友,而朋友關係都是互相的,因此 b_i 也會是 a_i 的朋友。可以保證朋友關係不會重複,亦即有朋友關係 a_i,b_i 時,不會存在另一個朋友關係 $a_j,b_j (i \neq j)$ 使得 $(a_i,b_i)=(a_j,b_j)$ 或 $(a_i,b_i)=(b_j,a_j)$ 。另外也保證每個人至少有一個朋友,即對於在 [1,n] 區間內的整數 x,必然存在 (a_i,b_i) 滿足 $a_i=x$ 或 $b_i=x$ 。

注意這裡的 x 是 y 的朋友,只有在 x,y 之間存在直接的朋友關係才成立,也就是如果 x,z、 z,y 存在朋友關係,但 x,y 沒有朋友關係的話 x 跟 y 就不會是朋友。

現在你想要知道,在你生活圈的這 n 個人中,有多少人會符合「友誼悖論」,也就是有多少人「朋友的平均朋友數量」大於「自己的朋友數量」。請你統計出符合友誼悖論的人數,並依序輸出這些人的編號。

- 輸入 -

輸入有多行。

第一行包含兩個正整數 n, m,分別代表生活圈中的人數以及朋友關係的數量。接下來有 m 行,每行包含兩個正整數 a_i, b_i ,代表 a_i, b_i 間存在朋友關係。

- 輸出 -

輸出兩行。

第一行包含一個整數 k,代表生活圈中符合朋友悖論的人數。 第二行包含 k 個整數,代表 k 個符合朋友悖論的人的編號,由小到大輸出。 若 k=0,則可以只輸出第一行。

- 輸入限制 -

- $1 \le n \le 2 \times 10^5$
- $0 \le m \le min(\frac{n(n-1)}{2}, 10^6)$
- $1 \le a_i, b_i \le n$
- 若將每個人與彼此的朋友關係表示成圖,保證給定的圖為一個簡單的連通圖。

- 子任務 -

編號	分數	額外限制
1	0	
2	15	$m = \frac{n(n-1)}{2}$
3	15	$n \leq 100$
4	15	$n \le 5000$
5	15	$m \le 10000$
6	40	無額外限制

- 範例輸入 1 -

- 5 6
- 1 3
- 4 2
- 3 5
- 2 1
- 4 5
- 3 4

- 範例輸出 1 -

- 3
- 1 2 5

- 範例輸入 2 -

- 9 8
- 8 7
- 1 5
- 5 4
- 3 7
- 9 8
- 6 7
- 8 2
- 6 3

- 範例輸出 2 -

- 6
- 1 2 3 4 6 9

- 範例說明 -

範例測資 1 說明:

編號為 1 到 5 的人分別有 2, 2, 3, 3, 2 個朋友。

其中編號為 1 的人跟編號為 2,3 的人是朋友,他的「朋友的平均朋友數」為 $\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$,大於他的朋友數 2。

其中編號為 2 的人跟編號為 1,4 的人是朋友,他的「朋友的平均朋友數」為 $\frac{2+3}{2}=\frac{5}{2}$,大於他的朋友數 2 。

其中編號為 3 的人跟編號為 1,4,5 的人是朋友,他的「朋友的平均朋友數」為 $\frac{2+3+2}{3}=\frac{7}{3}$,小 於他的朋友數 3 。

其中編號為 4 的人跟編號為 2,3,5 的人是朋友,他的「朋友的平均朋友數」為 $\frac{2+3+2}{3}=\frac{7}{3}$,小 於他的朋友數 3。

其中編號為 5 的人跟編號為 3,4 的人是朋友,他的「朋友的平均朋友數」為 $\frac{3+3}{2}=3$,大於他的朋友數 2 。

因此最終有3個人的「朋友的平均朋友數」嚴格大於自己的朋友數,分別為編號為1,2,5的人。

範例測資 2 說明:

編號為 1 到 9 的人分別有 1, 1, 2, 1, 2, 2, 3, 3, 1 個朋友。

因此最終有 6 個人的「朋友的平均朋友數」嚴格大於自己的朋友數,分別為編號為 1,2,3,4,6,9 的人。