

ELSŐ EXCEL GYAKORLAT

MONTE-CARLO MÓDSZER

Ebben a feladatban a Pi értékét fogjuk meghatározni Excelben a Monte-Carlo módszer segítségével. A feladat megoldása során az Excel 2010 használata a javasolt, de a segédlet a 2003-as verzióhoz és Calchoz is használható.

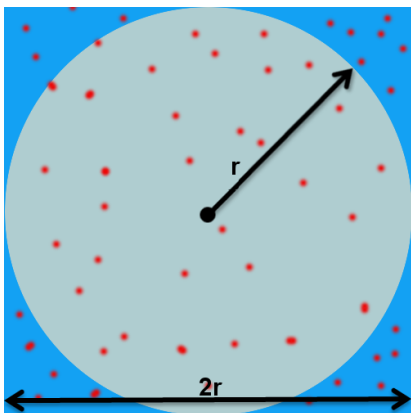
A feladat elvégzése során a következőket fogjuk gyakorolni:

- Táblázatok kialakítása Excel-munkafüzetben.
- Táblázatkezelővel történő feladatmegoldás lépéseinek megtervezése, megvalósítása.
- Képletek használata, másolása.
- Véletlenszám generálás függvénnyel.
- Nagy táblázat kezelése.
- HA(), ABS(), PI() függvény és hatványozás.

A feladat megoldása hozzávetőlegesen 80 percet vesz igénybe.

BEVEZETÉS

Ha nem jut eszünkbe a Pi értéke és épp egy lőtér közelében járunk, akkor egy négyzet alakú céltábla és egy gépfegyver segítségével megközelítőleg meg tudjuk határozni a Pi értékét. A meghatározás első lépéseként a céltáblára rajzolnunk kell egy olyan maximum kört, ami kitölti a négyzetet. Majd a rajz után véletlenszerűen célzás nélkül rá kell löni a táblára sokszor a gépfegyver segítségével. A Pi értékét pedig a véletlenszerű találatokból lehet kiszámolni, hiszen a körön belüli találatok száma úgy aránylik a négyzeten belüli találatok számához, mint a kör területe a négyzet területéhez, a Pi pedig a kör területképletéből adódik.



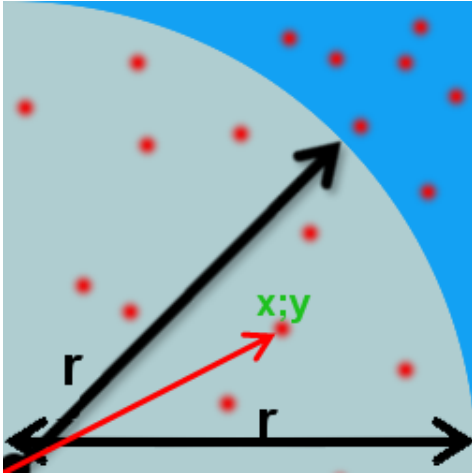
$$\frac{T_o}{T_{\square}} \approx \frac{db_o}{db_{\square}}$$

$$\frac{r^2 \pi}{(2r)^2} \approx \frac{db_o}{db_{\square}}$$

$$\frac{\pi}{4} \approx \frac{db_o}{db_{\square}}$$

$$\pi \approx 4 \frac{db_o}{db_{\square}}$$

Ha az összefüggés a teljes négyzetre igaz, akkor annak egy részére is az. A könnyebb számolás érdekében a következőekben nem a teljes céltáblával, hanem annak a jobb felső $r \cdot r$ -es négyzet alakú szeletével fogunk csak dolgozni.



A legkönnyebben úgy tudjuk megszámolni a körön belüli és kívüli pontokat, ha ezt a négyzetet egy koordináta rendszerként értelmezzük, mert akkor minden pontot azonosítani lehet egy x és egy y koordináta segítségével.

Azok a pontok helyezkednek el a körön belül, melyeknek az origótól való távolsága kisebb, mint a kör sugara. A távolságot Pitagorasz tétele szerint a $\sqrt{x^2 + y^2}$ képlettel kapjuk meg.

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2 + y^2} &< r \\ r &= 1 \\ \sqrt{x^2 + y^2} &< 1 \\ x^2 + y^2 &< 1\end{aligned}$$

LÖVÉSEK TÁBLÁZATKEZELŐBEN

Lőtér és gépfegyver híján a lövésekhez az Excelt (vagy a Calcot) fogjuk használni és abban fogunk a céltábla felső negyedére egymilliószor lőni.

A feladat megoldásához először ki kell alakítanunk magát a táblázatot. A táblázat első oszlopában a találatok x , a másodikban pedig az y koordinátáit fogjuk tárolni, ezért fejlekként a táblázatkezelő **A1**-es cellájába írjunk bele egy „ x ”-et, a **B1**-be pedig egy „ y ”-t.

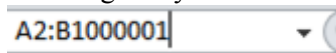
Az x és az y értékei 0 és 1 között bármik lehetnek, ezért ezeket a **VÉL()** véletlenszámot generáló függvénnyel fogjuk előállítani. A **VÉL()** argumentum nélküli függvénnyel előállított érték nagyobb vagy egyenlő, mint 0 és kisebb, mint 1.

A táblázat első sorában a feliratok vannak, ezért az x , y koordinátákat a második sortól kezdve az egymillió-egyedik sorig fogjuk elhelyezni.

Nagy táblázatot különböző módon lehet feltölteni Excelben és Calcban. A következő lépésben ezt fogjuk megmutatni.

1. Táblázat kialakítás Excellel

- Jelöljük ki az **A2:B1000001** blokkot, ezt a legkönnyebben a Név mezőben való blokkhivatkozással tudjuk megoldani.



- b. A kijelölés után írjuk be a szerkesztőlécbe az **=VÉL()** függvényt és nyomjuk le a **Ctrl+Enter** billentyűket. Ha a függvény beírása után csak az Entert ütnénk le, akkor csak a kijelölésben fehérrel jelölt aktív cellába illesztené be a program a függvényt, de ha a Ctrl+Enter billentyűkombinációt alkalmazzuk, akkor a kijelölés összes cellájába bemásolja.

A2		fx		=VÉL()	
	A	B	C	D	E
1	x	y			
2	0,014974	0,987823			
3	0,299041	0,976207			
4	0,110501	0,921844			
5	0,549552	0,311735			
999998	0,832769	0,358916			
999999	0,394995	0,719687			
1000000	0,757028	0,306616			
1000001	0,522512	0,864561			

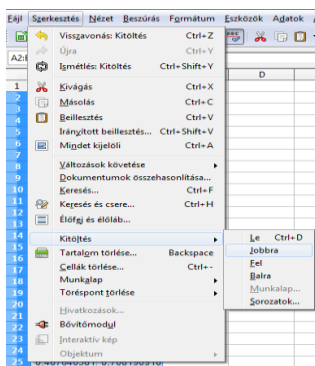
2. Táblázat kialakítás Calc-kal

A példában most is egymillió lövést fogunk készíteni, hogy az Excel és a Calc rész egyforma legyen, de a Calc lassabb számítása miatt érdemesebb csak százezer lövéssel dolgozni.

- a. Az **A2** cellába írjuk be az **=VÉL()** függvényt.
- b. Jelöljük ki az **A2:B1000001** blokkot, ezt a legkönnyebben a Névdobozban való blokkhivatkozással tudjuk megoldani.

A2:B1000001		fx		Σ =		=VÉL()	
	A	B	C				
1	x	y					
2	0,632598877						
3							
4							

- c. A kijelölés után a **Szerkesztés/Kitöltés/Le** paranccsal (vagy a Ctrl+D billentyűkombinációval) másoljuk le a képletet a kijelölés első oszlopának minden sorába, majd a **Szerkesztés/Kitöltés/Jobbra** paranccsal a második oszlopba.



A2:B1000001		fx		Σ =		=VÉL()	
	A	B	C				
1	x	y					
2	0,405273438	0,578033447					
3	0,856658936	0,039642334					
4	0,705230713	0,75189209					
5	0,920532227	0,67199707					
999998	0,228057861	0,43057251					
999999	0,791015625	0,765625					
1000000	0,963775635	0,540588379					
1000001	0,110351563	0,136688232					

Excelben is és Calcban is a véletlenszámok újragenerálását az **F9**-es billentyűvel lehet kérni, illetve újraszámolja a táblázat összes módosításánál, ha a munkafüzet kiszámítása automatikusra van állítva.

HOL A PONT?

A következő lépésben a körön belüli pontok darabszámát fogjuk meghatározni. A meghatározáshoz hozzunk létre egy új segédoszlopot a **C1** cellába írt „**Körön belül**” fejléccel. Ebbe az oszlopba, ha az adott sorban lévő pont a körön belül helyezkedik el 1-es, ha körön kívül 0-t fogunk írni, hogy a későbbiekben könnyen, egy összeadással meg tudjuk számolni a darabszámot.

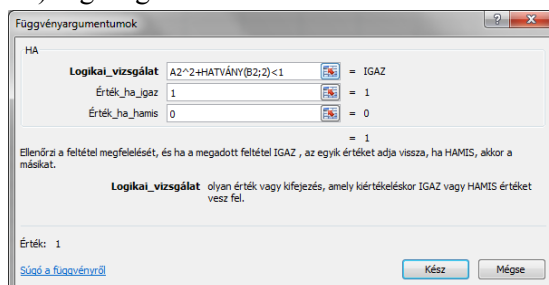
Az adott pontról a bevezetésben leírtak szerinti $x^2 + y^2 < 1$ egyenlet segítségével döntjük el, hogy a körön belül van-e. Mivel két lehetőség van, és ha a feltétel igaz 1-es, ha hamis 0-t kell írni az adott cellába a **HA()** függvényt fogjuk használni.

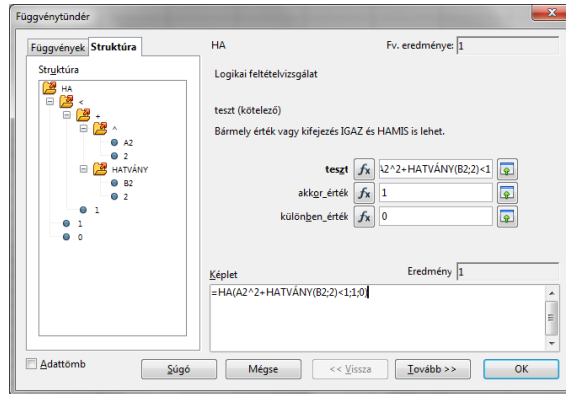
A **HA()** függvénynek három argumentuma van a *Logikai feltételvizsgálat*, az *Érték ha igaz* és az *Érték ha hamis*. A *Logikai feltételvizsgálat* mezőbe kell a vizsgálandó feltételt beírni, és ha a feltétel igaz, akkor az *Érték ha igaz*, ellenkező esetben az *Érték ha hamis* argumentumba beírt értéket adja vissza eredményül a függvény. Kötelezően csak a *Logikai feltételvizsgálatot* kell kitölteni, az *Érték ha igaz* és az *Érték ha hamis* elhagyható. Abban az esetben, ha elhagyjuk logikai **IGAZ** és **HAMIS** értékeket fog a függvény eredményül adni.

A feltételben a pontok koordinátáit négyzetre kell emelni. Excelben és Calcban hatványozni a **^** (kalap) operátor vagy a **HATVÁNY()** függvény segítségével lehet. A **HATVÁNY()** függvénynek két argumentuma van az első a szám, amit hatványozni szeretnénk, a második a kitevő, amire az alapot emelni szeretnénk. Mindkét függvényargumentum megadása kötelező.

Az előzőek alapján írjuk be a **C2**-es cellába a megfelelő **HA()** függvényt. A **C2** cellához tartozó x és y értékek az **A1** és **B1** cellákban vannak. A **C2**-be a következő függvényt írhatjuk a **^** jelet és a **HATVÁNY()** függvényt is használva **=HA(A2^2+HATVÁNY(B2;2)<1;1;0)**.

A függvényt az **f(x)** gombra kattintva grafikusán is össze lehet állítani a Függvényvarázsló (Calcban Függvénytündér) segítségével.





A **C2** cellán a kitöltőjelre való dupla kattintással másoljuk végig a függvényt a **C** oszlop összes cellájába. A kitöltőjelre való kattintás után a táblázatkezelő mindaddig lemásolja a függvényt az adott oszlopban, amíg az előtte lévő oszlopban adat található.

MENNYI A PI ÉRTÉKE?

A következő lépésben a $\pi = 4 \frac{db_o}{db_\square}$ képlet alapján az előző lövések koordinátaiból kiszámoljuk a Pi értékét. A Pit egy, tíz, száz, ezer, tízezer, százezer és egymillió lövés alapján fogjuk kiszámolni, majd a kapott eredményeket összehasonlítjuk.

1. Az **F1** cellába írjuk bele fejlécként, hogy „**Lövések**”, majd soroljuk fel alája az 1, 10, 100... 100000 számokat. A **G1**-es cellába pedig írjuk azt, hogy „**Becsült pi**”.
2. A **G2**-es cellába pedig írjuk be a megfelelő $4 \frac{db_o}{db_\square}$ képletet. A db_\square az mindig az összes lövés, mert a véletlenszerű találatokat úgy alakítottuk ki, hogy az négyzetben belüli találat legyen. A db_o pedig az előbb létrehozott körön belüli találat oszlop adatainak összege. Egy lövés esetében a db_o értéke a **C2**-es cellában található szám, tehát a **G2**-be a $=4*(C2/F2)$ képletet kell írni.
3. A **G3**-as cellába, ahol a 10 lövésre akarjuk kiszámolni a Pit, a képlet annyiban változik, hogy a db_o értéke nem egy cellában van, hanem úgy kapjuk meg, hogy a **SZUM()** függvénnyel összeadjuk a „**Körön belül**” oszlop első 10 celláját, **C2**-től **C11**-ig. Tehát a **G3**-as cellába az $=4*SZUM(C2:C11)/F3$ képletet kell írni.
4. A **G** oszlop kitöltésénél arra kell figyelni, hogy a db_o -nél a **C** oszlop adataiból, mindig annyit kell összeadni, amennyi lövést vizsgálunk és a db_\square -nél mindig a megfelelő lövésszámmra kell hivatkozni.

F	G	H
Lövések	Becsült Pi	Pi képlettel
1	4,000000	=4*C2/F2
10	3,200000	=4*SZUM(C2:C11)/F3
100	3,320000	=4*SZUM(C2:C101)/F4
1000	3,056000	=4*SZUM(C2:C1001)/F5
10000	3,104800	=4*SZUM(C2:C10001)/F6
100000	3,137720	=4*SZUM(C2:C100001)/F7
1000000	3,141810	=4*SZUM(C2:C1000001)/F8

A LEGJOBB KÖZELÍTÉS

A feladat legvégén azt fogjuk megvizsgálni, hogy az előzőek közül melyik közelítés áll a legközelebb a Pi valódi értékéhez.

A Pi értékét Excelben és Calcban a Monte Carlo módszernél egyszerűbben is meg lehet adni a **PI()** függvény segítségével. A **G13** cellába írjuk be, hogy „**Pi valódi értéke:**”, a **H13**-ba pedig az **=PI()** függvényt. A **H13**-as cellát a Név mező segítségével (Calcban: Névdoboz) nevezzük át **PI**-nek.

A különböző lövésekből számított Pi és a valódi Pi közötti eltéréseket az **I** oszlopba fogjuk kiszámítani, ezért az **I1**-es cellába írjuk be fejlécként, hogy „**Eltérés**”. Az egy lövésből számított Pi eltérését az **I2**-es cellába úgy kapjuk meg, hogy **PI**-ből kivonjuk a **G2**-es cellában található számított Pi értéket. Az eltérés lehet pozitív és negatív irányú is, ezért a könnyebb összehasonlítás érdekében az **ABS()** függvény segítségével vegyük a kapott szám abszolút értékét. Az előzőek alapján írjuk az **I2**-es cellába az **=ABS(PI-G2)** függvényt, majd kattintsunk duplán a kitöltőjelre, hogy az egész oszlopba végigmásoljuk a függvényt.

F	G	H	I
Lövések	Becsült Pi	Pi képlettel	Eltérés
1	4,000000	=4*C2/F2	0,858407
10	3,200000	=4*SZUM(C2:C11)/F3	0,058407
100	3,320000	=4*SZUM(C2:C101)/F4	0,178407
1000	3,056000	=4*SZUM(C2:C1001)/F5	0,085593
10000	3,104800	=4*SZUM(C2:C10001)/F6	0,036793
100000	3,137720	=4*SZUM(C2:C100001)/F7	0,003873
1000000	3,141810	=4*SZUM(C2:C1000001)/F8	0,000217

Megfigyelhető, hogy minél több lövéssel próbálkozunk annál jobban meg tudjuk közelíteni a Pi valódi értékét a Monte-Carlo módszerrel.

FELADAT BEFEJEZÉSE

Végezetül mentjük el a munkafüzetet a táblázatkezelő saját formátumában pi néven. Gratulálunk! Ezzel elérkeztünk a példa végéhez.

