DOI:10.3969/j. issn. 1001-3824. 2011. 01. 017

Savitzky-Golay 平滑滤波器的最小二乘拟合原理综述

蔡天净1,2,唐 瀚1

(1. 重庆邮电大学 通信与信息工程学院,重庆400065;2. 中南大学 数学科学与计算技术学院,湖南 长沙410075)

摘 要:介绍了 Savitzky-Golay 滤波器的推导方法——多项式的最小二乘拟合法及其推导过程,以及如何由 Savitzky和 Golay 提出的多项式卷积计算方法进行最小二乘拟合计算,对 Savitzky-Golay 滤波器的二维算法进行了简单介绍,对其一维和二维的 MATLAB 代码进行了分析处理,并将 Savitzky-Golay 滤波器同其他低通滤波器进行了简单比较,简要说明了其优势以及一些应用方向。

关键词:Savitzky-Golay 滤波器;数据平滑;多项式最小二乘拟合;卷积

0 引言

Savitzky-Golay 滤波器是一种特殊的低通滤波器,又称 Savitzy-Golay 平滑器。低通滤波器的明显用途是平滑噪声数据,噪声是用来描述所观察现象提取信息中附加的不易区别的任意错误,而数据平滑能消除所有带有较大误差障碍的数据点,或者从图形中作出初步而又粗糙的简单参数估算。

Savitzky-Golay 滤波器最初由 Savitzky A 和 Golay M 于 1964 年提出,被广泛地运用于数据流平滑除噪,是一种在时域内基于多项式,通过移动窗口利用最小二乘法进行最佳拟合的方法。这是一种直接处理来自时间域内数据平滑问题的方法,而不是像通常的滤波器那样先在频域中定义特性后再转换到时间域。通过这种方法,计算机的唯一功能就是充当一个平滑噪声起伏的滤波器并尽量保证原始数据的不失真。在这个过程中,计算机只需运行相对小型的程序,减少了对电脑内存和数据处理能力的要求,因此这种方法相对来说更加简单、快速,而且相对于其他类似的平均方法而言,这种方法更能保留相对极大值、极小值和宽度等分布特性[1]。

1 Savitzky-Golay 滤波器算法及推导

1.1 最小二乘法拟合与 Savitzky-Golay 算法的导出

在平面坐标系中,用一条曲线来拟合一组数据,不妨假设这条曲线为 $y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4$,当每一个点的横坐标代入这个曲线方程后,所得的值与该点的纵坐标之差的平方之和最小时,这条曲线的拟合度最高,从而可以确定所有的系数 a_i (i = 0,1,2,3,4)。

如图1所示,有9个数据点被在左边的括号包住,如果这些点均在一条曲线附近,则能近似地被所示的能描述这条曲线的方程所表示,然后就可以根据数值计算方法用具体的过程把所有的系数 x(i)确定出来。将中间点的横坐标代回到方程中,得到图中圆圈所表示的点,用这个点代替原来的点。这个过程中,获得的该点值的大小是在最小二乘法和这样一组观察数据点基础上的最佳拟合。这一过程可以对有9个数据点的每一组数重复进行,每进行一次就去掉最左边的一个点然后加上最右边的一个点,一直到最右边的区域都确定出来。通常来说,每一组9个点确定的曲线系数都不同^[2]。

现讨论由 Savtzky 和 Golay 导出的方法。设一组数据为 x(i), i 的取值为 2m+1 个连续的整值,即 $i=-m,\cdots,0,\cdots,m$ 。 现 构 造 一 个 n 阶 多 项 式 $(n \le 2m+1)$ 来拟合这一组数据

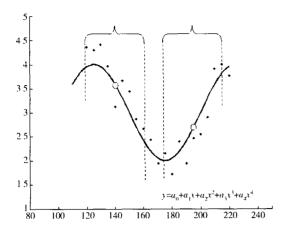


图 1 9 点表示的滑动平均多项式

$$f_{i} = \sum_{k=0}^{n} b_{nk} i^{k} = b_{n0} + b_{n1} i + b_{n2} i^{2} + \cdots + b_{nn} i^{n}$$
 (1)

设点的误差平方和是

$$E = \sum_{i=-m}^{m} [f_i - x(i)]^2 = \sum_{i=-m}^{m} [\sum_{k=0}^{n} b_{nk} i^k - x(i)]^2$$
 (2)

为使 E 最小,可令 E 对各系数的导数为 0,即

$$\frac{\partial E}{\partial b_{n}} = 0, r = 0, 1, 2, \cdots, n \tag{3}$$

得

$$\frac{\partial E}{\partial b_{nr}} = \frac{\partial}{\partial b_{nr}} \left\{ \sum_{i=-m}^{m} \left[\sum_{k=0}^{n} b_{nr} i^{k} - x(i) \right]^{2} \right\} =$$

$$2 \sum_{i=-m}^{m} \left[\sum_{k=0}^{n} b_{nk} i^{k} - x(i) \right] i^{r} =$$

$$0, r = 0, 1, \dots, n$$
(4)

即

$$\sum_{k=0}^{n} b_{nk} \sum_{k=0}^{m} i^{k+r} = \sum_{k=0}^{m} x(i)i^{r}$$
 (5)

今

$$F_{r} = \sum_{i=-m}^{m} x(i)i^{r}$$

$$S_{k+r} = \sum_{i=-m}^{m} i^{k+r}$$

$$\Longrightarrow F_{r} = \sum_{k=0}^{n} b_{nk} S_{k+r} \quad (6)$$

给定需要拟合的单边点数m,多项式的阶次n及待拟合的数据 $x(-m),\cdots,x(0),\cdots,x(m)$,则可求出 F_r ,

将 S_{k+r} 代入式 $F_r = \sum_{k=0}^{n} b_n S_{k+r}$ 中,系数 b_{n0} , b_{n1} ,… , b_{nn} 就可求出,因此多项式 f_r 可以确定。

由于 r + k 是奇数时有

$$S_{r+k} = \sum_{i=-m}^{m} i^{k+r} = 0$$
(7)

所以,只有当r+k为偶数时,才能存在 $F_r=\sum_{k=0}^n b_{nk}$ S_{k+r} , $r=0,1,2\cdots n$ 的表达形式^[2-3]。

总的来说, 当 n 和 s 均为偶数或者 n 和 s 均为奇数时有

$$b_{ns} = b_{(n+1)s} \tag{8}$$

在实际应用中,往往并不需要把系数 b_{n0} , b_{n1} ,… b_{nn} 全部求出,分析可得

$$f_{i}|_{i=0} = b_{n0} = a_{n_{0}}$$

$$\frac{df_{i}}{di}|_{i=0} = b_{n1}$$

$$\frac{d^{2}f_{i}}{di^{2}}|_{i=0} = 2b_{n2}$$
...
$$\frac{d^{n}f_{i}}{di^{n}}|_{i=0} = n!b_{nn} = a_{nn}$$

$$\mathbb{RP} S!b_{ns} = a_{ns} \circ$$
(9)

Savitzky 和 Golay 使用了一种简单的多项式卷积方法,并制定了卷积系数表^[2],通过使用卷积系数表中的卷积系数来计算出系数 b_{n0} , b_{n1} ,… b_{nn} 的大小,方便而且迅速。

例如,用1个四次多项式 $f_i = b_{n0} + b_{n1}i + b_{n2}i^2 + b_{n3}i^3 + b_{n4}i^4$ 来拟合 9 个点,先使用表求 b_{n0} 。如表 1 所示,找到表 1 中 9 个点对应的一列系数为 15, -55, 30,135,179,135,30, -55,15,对应的分母为 429 。

表 1 Savitzky-Golay 卷积系数表

	10 m manage of 17 m m					
points	13	11	9	7		
-6	110					
-5	- 198	18				
-4	-160	-45	15			
-3	110	-10	- 55	5		
-2	390	60	30	- 30		
-1	600	120	135	75		
0	677	143	179	131		
1	600	120	135	75		
2	390	60	30	- 30		
3	110	-10	- 55	5		
4	- 160	-45	15			
5	- 198	18				
6	110					
norm	2 431	429	429	231_		

设多项式拟合的 9 个数据值的大小分别为 y_{-4} , y_{-3} , y_{-2} , y_{-1} , y_0 , y_1 , y_2 , y_3 , y_4 则有

$$a_{40} = \frac{15y_{-4} - 55y_{-3} + 30y_{-2} + 135y_{-1} + 179y_0 + 135y_1 + 30y_2 - 55y_3 + 15y_4}{429}$$

$$b_{40} = \frac{a_{40}}{0!} \tag{10}$$

参考以上方法利用卷积系数表^[2]可分别求得 a_{a1}, a42, a43, a44 的大小。

又

$$b_{n1} = \frac{a_{n1}}{1!}, b_{n2} = \frac{a_{n2}}{2!}$$

$$b_{n3} = \frac{a_{n3}}{3!}, b_{n4} = \frac{a_{n4}}{4!}$$
(11)

则可求得 b_{n1} , b_{n2} , b_{n3} , b_{n4} 的大小。

使用卷积系数表时,先根据所求系数 b., 找到相 应的表,每一个表中都有一个 A_u 形式的标识,其中i表示拟合多项式权数, i 表示导数的阶数, 找到相应 的表后,则根据拟合需拟合的点的个数查表确定其 卷积系数以及分母大小[2]。

1.2 一维算法实现

Savitzky-Golay 方法存在一个主要的缺点,即这 种计算方法截断了左右两端各 m 个点,这对于在两 端为零值的大量光谱来说影响不大,但是对于在两 端有极限值的数据组,该算法是不适用的。

事实上如果进行一个规范的最小二乘运算,产 生出相应的系数,用来算前m个点中任何一个点的 拟合都比计算中间的那个点简单。这种方法被 Khan 采用并使用矩阵方程进行全最小二乘拟合,但 是这样一来就失去了 Savitzky-Golay 方法的最大优 势——即计算简便、迅速[4]。

仍然构造一个 n 阶多项式

$$f(x) = \sum_{p=0}^{n} a_p x^p \tag{12}$$

令第i个数的横坐标为 x_i (0 $\leq i \leq s-1$),同时令 $x_0 = 0$ 以简化参考,并且令它的值的大小为 g., 在 对 a, 的求解过程中从简化了最小二乘的程度上优 化了 $f(x_i)$ 对 g_i 的拟合

$$\varepsilon_{i} = f(x_{i}) - g_{i}$$

$$\mu = \sum_{i=1}^{s} \varepsilon_{i}^{2}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial a_{i}} = 0, 0 \le i \le n$$
(13)

用如下的方式进行伪转置

$$f(x_1) = g_1$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & \cdots & x_1^p & \cdots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_i & \cdots & x_i^p & \cdots & x_i^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_k & \cdots & x_k^p & \cdots & x_k^n \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{a} = (a_0, \cdots a_p, \cdots a_n)^{\mathrm{T}}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a} = \mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}$$

$$S = \left(0, \cdots c!, \frac{(c+1)!}{2}x, \cdots \frac{t!}{(i-c)!}x^{i-c}, \cdots \frac{n!}{(n-c)!}x^{n-c}\right)$$

这个矢量与样本矢量g点乘的结果就是x处的c阶 导数[5]。

接下来应用 Savitzky-Golay 滤波器处理一个数 据长度为31的信号,程序代码及结果如图2所示。

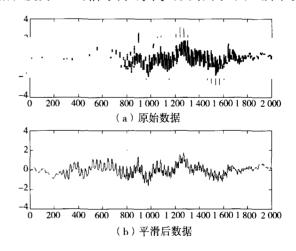


图 2 利用 Savitzky-Golay 滤波器处理信号对比

1.3 二维算法实现

Savitzky-Golay 滤波器对二维图像的处理同样 适用,此时可以用一个二维多项式来拟合图像的二 维区域,对图像进行平滑处理或者数字分化[5-6]。

构造一个 n 阶多项式

$$f(x,y) = \sum_{p=0}^{n} \sum_{q=0}^{n-p} a_{pq} x^{p} y^{q}$$
 (14)

则关于x的m阶导数为

$$\frac{\partial^m f}{\partial x^m} = \sum_{i=m}^{n_x} \sum_{0}^{n_y} \frac{i!}{(i-m)!} a_y x^{i-m} y^i$$

关于 y 的 m 阶导数为

$$\frac{\partial^m f}{\partial \gamma^m} = \sum_{i=m}^{n_x} \sum_{0}^{n_x} \frac{j!}{(j-m)!} a_{ij} x^i \gamma^{j-m}$$

假定要平滑数据或分化一个 7×7 的图像块,图像块数据 d(i)和它在坐标字中的位置如表 2 所示。

表 2 图像块数据 d(i) 和它在坐标系中的位置

у, -	x_i					
	-3	- 2		2	3	
-3	d(0)	d(1)		d(5)	d(6)	
-2	d(7)	d(8)	•••	d(12)	d(13)	
:	:	:		:	:	
2	d(35)	d(36)		d(40)	d(41)	
3	d(42)	d(43)		d(47)	d(48)	

表 2 中: d(i) 是像素值,列向量 d 代表表 2 所有的数据,即

$$d = (d(0), d(1), \cdots d(48))^{T}$$

假定要用1个二维三次多项式来拟合这些数据,多项式可设为

$$d(i) \approx f(x_{i}, y_{i}) = a_{00} + a_{10}x_{i} + a_{01}y_{i} + a_{20}x_{i}^{2} + a_{11}x_{i}y_{i} + a_{02}y_{i}^{2} + a_{30}x_{i}^{3} + a_{21}x_{i}^{2}y_{i} + a_{12}x_{i}y_{i}^{2} + a_{03}y_{i}^{3} + a_{40}x_{i}^{4} + a_{31}x_{i}^{3}y_{i} + a_{22}x_{i}^{2}y_{i}^{2} + a_{13}x_{i}^{1}y_{i}^{3} + a_{40}y_{i}^{4}$$

$$(15)$$

式(15)中: x^iy^i 的系数是 a_{ij} ; (x_i,y_i) 是 d(i) 的像素 坐标。

建立矩阵方程

$$xa = d \tag{16}$$

其中:

a 是多项式系数矢量, $a = (a_{00}, a_{10}, a_{01}, a_{20}, a_{11}, a_{02}, a_{30}, \dots, a_{03}, a_{40}, \dots, a_{04})^{\mathsf{T}}$

则有

$$\boldsymbol{a} = (\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{x})^{-1} \boldsymbol{x}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{d}$$

接下来应用 Savitzky-Golay 滤波器处理一个二维图 像信号

#001 function h =

Sg_2d(x,y,nx,ny,d,flag_coupling)

— 66 — DIGITAL COMMUNICATION/2011. 1

```
#002 if nargin < 6
```

#003 flag_coupling =
$$0$$
;

#004 end

#005 if nargin < 5

#006 d = 0:

#007 end

#008 if nargin < 4

#009 nv = 1:

#010 end

#011 if nargin < 3

#012 nx = 1;

#013 end

#014 [x,y] = meshgrid(x,y);

#015 [ly, lx] = size(x);

#016 if $nx > lx - 1 \parallel ny > ly - 1$

#017 error

(polynomial order too large!);

#018 end

#019 if d > nx

#020 error

(differentiation order too large!);

#021 end

#022 x = x(:);

#023 y = y(:);

#024 A = [];

#025 if flag_coupling

#026 for kx = nx: -1:0

#027 for ky = ny: -1:0

#028 A = $[A x.^kx. * y.^ky]$;

#029 end

#030 end

#031 else

#032 for k = nx : -1 : 0

#033 $A = [A x.^k]$;

#034 end

#035 for k = ny : -1 : 1

#036 A = $[A y.^k]$;

#037 end

#038 end

#039 h = inv(A'*A) * A':

#040 if flag_coupling

#041 h = h((nx + 1 - d) * (ny + 1), :);

#042 else

#043 h = h(nx + 1 - d, :);

#044 end

#045 h = reshape(h, ly, lx);

#046 h = prod(1:d) * h;

输入

Sg_2d(-3:3,-4:4,2,3,2,1) 即可得结果

ans =

2 分析讨论

2.1 Savitzky-Golay 滤波器与其它低通滤波器滤波 特性的对比

2. 1. 1 Savitzky-Golay 滤波器与 Butterworth 滤波器 Butterworth 滤波器被广泛使用并以其最大平坦的 特点而闻名,它是大小能根据方程计算的低通类型。

$$|H(jw)|^{2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_{c}}\right)^{2n}}$$

$$\omega_{c} = 2\pi f_{c}$$
(17)

级数n越高,Butterworth 滤波器特性越接近于理想低通滤波器。

如图 3 所示。一至五阶(图中编号 1-5)巴特沃斯低通滤波器频率响应曲线展示了一阶至五阶巴特沃斯低通滤波器的频率响应曲线。可见阶数 n 越高,其幅频特性越好,低频检测信号保真度越高^[7]。

Savitzky-Golay 滤波器与 Butterworth 滤波器的比较如图 4 所示。

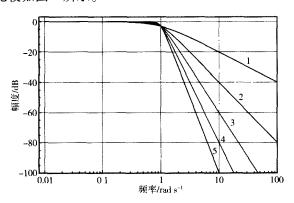


图 3 一至五阶巴特沃斯低通滤波器频率响应曲线 2.1.2 Savitzky-Golay 滤波器与移动平均滤波器

移动平均滤波器是通过输入信号的一些点来产生输出信号中数据点的方法。这是一个需要重复的过程,因此选 *M* 个点为移动窗口时可采用如下算法得到数据集的平均值^[8]。

$$y_{i} = \begin{cases} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{i+j} & i > \frac{M-1}{2} \perp i < N - \frac{M+1}{2} \\ 0 & + 1 \end{cases}$$

$$(18)$$

式(18)中: S_{i+j} 是输出信号; y_i 是输出信号; M 是移动窗口中的点数; N 是数据点总数。

作为一种替代,输入信号点可以选择围绕输出 点对称,如果这样的话, *M* 就必须是奇数,用方程表 示为

Savitzky-Golay 与移动平均滤波器的比较如图 5 所示。

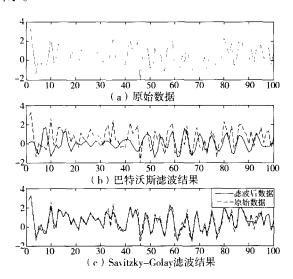


图 4 Savitzky-Golay 与 Butterworth 滤波器的比较

2.2 Savitzky-Golay 滤波器的优点

Savitzky-Golay 滤波器有如下几大优点:

- 1)利用最小二乘的多项式拟合方法非常清晰 易懂,并且在计算上来说,多项式卷积的操作比最 小二乘的计算可操作性更强;
- 2)滤波系数只需要在对应的卷积系数表中进 行查找,很容易获得;

3) Savitzky-Golay 滤波器可以有任意的长度,因此有利于采样频率通常很低的生物学或者生物力学的数据处理^[9]。

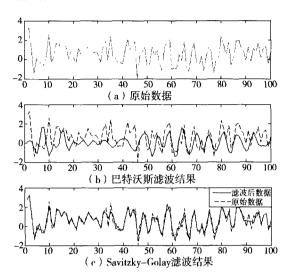


图 5 Savitzky-Golay 与移动平均滤波器的比较

2.3 实际应用状况

2.3.1 修复损坏的传感器

可以使用由合适维数滤波器产生的平滑量代替传感器中损坏的位置,以此来做一个最好的估测,同时可以忽略损坏的元素来计算空间导数。

2.3.2 图像的金字塔模型构建和多栅极问题

用于采样图像为多尺度分析建立分辨率金字塔已经使用广泛,但如果同时使用 Savitzky-Golay 方法,这个过程可以有效地扩展成包括限制极数的多栅极高维问题。网格几何形态不仅仅只是矩形,它也可能是基于三角形的,只要它们能在这个区域上形成一个重复的图案,从而能够被平滑、分化或采样。

2.3.3 时间序列问题

可以以平面直角坐标系和时间建立一系列的图像模型,图形中一块正方形的区域是最普通的,除非有强制性的原因去采用另外的外貌或形状,而且可能会用了3个时间点和一个空间的立体模型来故居边缘探测,以及使用一个线性的或者时域模型来呈现两幅画之间极小的变化^[5,10-13]。

3 结 论

Savitzky-Golay 滤波器是一种时域内的低通滤波器,它的基本思路是基于多项式,通过移动窗口利用最小二乘法对数据进行最佳拟合,并且它的最初提出者 Savitzky 和 Golay 提供了一种利用多项式卷积的计

算方法来计算滤波系数,这种方法简单易懂且计算简便、迅速,可操作性非常强。Savitzky-Golay 滤波器的最初计算方法有一定的局限性,会导致部分数据丢失,但后人对该方法进行了多次改进和完善^[14],并且拓展到二维甚至多维的应用^[15-16],在高光谱分析,优化生物数据图边缘等领域的应用也有一定的研究成果,是一种实用性很强,除噪效果非常好的滤波器。

参考文献:

- [1] WIKIPEDIA. Savitzky Golay smoothing filter [EB/OL]. (2010-01-15) [2010-02-15]. http://en.wikipedia.org/wiki/Savitzky-Golay_smoothing_filter.
- [2] SAVITZKY A, GOLAY M J. Smoothing and differentiation of data by simplified leastsquares procedures [J]. Analytical Chemistry, 1964(7): 1627-1639.
- [3] WILLIAM H P, SAUL A T, WILLAM H V, et al. C++ 数值算法[M]. 胡建伟,译. 北京:电子工业出版社, 2005:117-130.
- [4] GORRY P A. General least-squares smoothing and differentiation by the convolution (Savitzky-Golay) [J]. Analytical Chemistry, 1990(3):570-573.
- [5] THORNLEY D J. Anisotropic multidimensional Savitzky Golay kernels for smoothing, differentiation and reconstruction [J]. Departmental Technical Reports, 2006 (7):1123-1127.
- [6] KRUMM J. Savitzky-Golay Filters for 2D Images. [EB/OL].
 (2001-08-01) [2010-02-15]. http://research.microsoft.com/en-us/um/people/jckrumm/SavGol/SavGol.htm.
- [7] NACHAIYAPHUM K, SUJITJORN S, RUGMAI S. Adaptive wiener filter based numerical filter with an application to beam position monitoring [J]. Wseas transactions on electronics, 2008(2); 40-52.
- [8] GUINON J L, ORTEGA E, ANTON J G, et al. Moving Average and Savitzky-Golay Smoothing [EB/OL]. (2006-10-19) [2010-10-20]. http://www.omicronrsch.com/ Art5 _ SG% 20Smoothing/Using% 20SG% 20Smoothing.htm.
- [9] LUO J W, YING K, HE P,et al. Properties of Savitzky-Golay digital differentiators. Digital Signal Processing [EB/OL]. (2006-10-20) [2010-10-20]. http://www.cs.wright.edu/~phe/Research/DigitalSignalProcessing-05.pdf.
- [10] BAKKALI S. Using savitzky-golay fliting method to optimize surface phosphate deposit disturbances [J]. Ingenierias, Abril-Junio, 2007(7): 62-67.

(下转第82页)

大的提高,算法效果理想。

4.2.2 手写测试

把算法程序封装成一个单独的函数供驱动程序调用,结合 LCD 画点函数在 PC 机上交叉编译后,动态加载到 ARM9 开发板上。当触摸笔在屏上滑过时,笔迹在液晶屏上显示出来。

图 3 是触摸笔在屏上书写汉字时,液晶屏上显示效果的截图。图 3(a)是未做数据处理时字体效果,飞点现象明显,图 3(b)是经过消抖滤波算法处理后的效果,线条更趋向于平滑,飞点基本消除。

(a) 未做数据处理

(h)消抖滤波算法处理

图 3 触摸屏数据处理效果对比图

5 结束语

结合实际的硬件平台,详细地介绍了基于 μC/OS-II 操作系统下触摸屏驱动程序的开发流程^[6]。同时,针对当前触摸屏数据采样中存在的飞点和抖

动问题,从软硬件设计角度提出了切实可行的解决 方案,增强了触摸屏的抗干扰性能,提高了触摸屏 定位识别精度。

参考文献:

- [1] 蔡海蛟, 危峻. 便携式红外相机中触摸屏原理与应用 [J]. 计算机工程与设计, 2008, 29(7): 1808-1813.
- [2] 史蕊,蔡浩,王振,等.基于 S3C44B0X + μC/OS-II 的触 摸屏设计[J]. 电测与仪表,2007,44(494):50-53.
- [3] 张毅,王海涛. 基于 S3C2410A 的 WinCE5.0 下触摸屏 驱动的实现[J]. 重庆邮电大学学报:自然科学版, 2008,20(6):742-745.
- [4] 张颖超,杨乐,叶小玲,等. 基于 Linux 的触摸屏[J]. 仪 表技术与传感器,2008(2):71-73.
- [5] 李海青,李树广. Windows CE. NET 下触模屏操作系统 优化与研究[J]. 测控技术,2009,28(4):91-94.
- [6] 张毅,王海涛. 基于 S3C2410A 的 WinCE5.0 下触摸屏 驱动的实现[J]. 重庆邮电大学学报:自然科学版, 2008,20(16):742-745.

作者简介:

陈 勇(1963-),男,博士,教授,主要研究方向为智能 仪器仪表和自动化装置与系统, E-mail: chenyong@ cqupt. edu. cn.

(上接第68页)

- [11] ARVOR D, JONATHAN M, MEIRELLES M, et al. Comparison of multitemporal MODIS-EVI smoothing algorithms and its contribution to crop monitoring [EB/OL]. (2008-01-20) [2010-10-20]. http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp? arnumber = 04779155.
- [12] HARGITTAI S. Savitzky-Golay least-squares polynomial filters in ECG signal processing [EB/OL]. (2005-01-01) [2010-10-20]. http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp? arnumber = 1588216.
- [13] ZHAO H, YANG Z W, DI L P, et al. Crop phenology date estimation based on NDVI derived from the reconstructed MODIS daily surface reflectance data [EB/OL]. (2009-03-15) [2010-10-20]. http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp? arnumber = 05293522.
- [14] WAYT H J, KHAN T R. Integrated Savitzky-Golay filter from inverse taylor series approach [EB/OL]. (2007-10-

- 15) [2010-10-20]. http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp? arnumber = 04288597.
- [15] RUFFIN C, KING R L. The analysist of hyperspectral data using savitzky-golay flitering [EB/OL]. (1999-01-01) [2010-10-20]. http://www.ece.msstate.edu/~rking/downloads/savitzky%20golay%202.pdf.
- [16] CHINRUNGRUENG C, TOONKUM P. Real-time speckle reduction and coherence enhancement of ultrasound images based on mixture of anisotropic Savitzky-Golay filters [EB/OL]. (2004-10-20) [2010-10-20]. http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp = &arnumber = 1466820&userType = inst.

作者简介:

蔡天净(1990-),女,安徽安庆人,本科,主要研究方向 为通信工程,E-mail; anderenya@ yahoo. com. cn。