

PREMIERE PRODUCTION SCOLAIRE DU PREMIER SEMESTRE
EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Contexte : Une boîte exposition

Pour l'exposition de ses produits, Kora un vendeur des produits cosmétiques utilise une boîte en forme de cube en verre $OABCDEFG$. Pour l'éclairage de sa boîte et les produits, trois lampes sont placées aux points H et I centre respectifs des faces $OCGD$ et $OABC$ puis en O' projeté orthogonal de O sur la droite (HF) . Pour certaines décorations, Kora souhaite repérer certains points. Par ailleurs, Kora voudrait connaître la distance qui sépare certaines planches qui servent de supports pour les produits et aussi un système d'équation cartésienne du rapport d'une décoration lumineuse. Kora, fils Kplonwé est élève en 1^{ère}C souhaite aider son père dans le but de tester ses connaissances mathématiques.

Tâche : Tu vas aider Kora et Kplonwé en résolvant les trois problèmes suivants.

Problème1

- 1- Démontre que les plans (OFH) et (CDF) sont perpendiculaires puis précise leur droite d'intersection
- 2- a) Justifie que $(OO') \perp (CDF)$
b) Déduis-en que O' est le projeté orthogonal de O sur la droite
- 3-a) Démontre que $(EC) \perp (BG)$
b) Démontre que $(EC) \perp (HI)$

Problème2

Pour le repérage des points, Kora considère le $\mathcal{R} = (O; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$. repère Les points auxquels les décorations sont faites sont I, H et K centre de la face $BCGF$ Kplonwé désigne aussi $\mathcal{R}' = (I; \overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IQ})$ avec Q le centre du cube.

- 4- Justifie que \mathcal{R} est un repère orthonormé de l'espace.
- 5- Détermine les coordonnées des points I, H, F et K dans le repère \mathcal{R} .
- 6-a) Justifie que les points I, H et C déterminent un plan.
b) Détermine un vecteur normal au plan (IHC) .
c) Justifie qu'une équation cartésienne du plan (IHC) dans le repère \mathcal{R} est $x + y + z - 1 = 0$.
- 7-a) Justifie par calcul que $(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}, \overrightarrow{IQ})$ est une base de \mathcal{W} .
b) Détermine les coordonnées du point H dans le repère \mathcal{R}' .
- 8-a) Détermine un système d'équation cartésienne de la droite (AG) dans le repère \mathcal{R} .
b) Justifie que les droites (AG) et (HI) sont non coplanaires par calculs.

Problème3

Kplonwé considère ici seulement le repère orthonormé $\mathcal{R} = (I; \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OD})$ avec $OA = OC = OD = 1$. L'un des plans est contenu dans l'ensemble (Γ) des points M de l'espace tel que $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = -1$, la seconde est contenue dans le plan $(\Pi): x - 2y - 2z + 3 = 0$ décoration lumineuse est contenue dans l'ensemble (D) des points M de l'espace tel que \overrightarrow{BM} et que \vec{u} soient colinéaires avec que $\vec{u}(\frac{-1}{2}; 1; 1)$.

9- a) Détermine une équation cartésienne de (Γ) .

b) Déduis-en la nature de (Γ) .

c) Quelle est la nature de (D) ? Donne une représentation paramétrique de (D)

10-a) Justifie que (Γ) et (Π) sont parallèles.

b) Justifie que (D) est orthogonale à (Π) .

11-a) Détermine les coordonnées des points d'intersection A' et B' de (D) respectivement avec (Π) et (Γ) .

b) Quelle est la distance qui sépare (Π) et (Γ) .

12- Justifie que le plan $(P): 4x + y + z - 2 = 0$ est orthogonal à (Π) puis

Détermine une représentation paramétrique de leur droite d'intersection (Δ) .

Bonne Chance !!!