

Figure 1 – Un nuage de points, numérotés de 0 à 11, et le bord de son enveloppe convexe.
Le calcul de l'enveloppe convexe d'un nuage de points est un problème fondamental en informatique, qui trouve des applications dans de nombreux domaines comme :
– la robotique, par exemple pour l'accélération de la détection de collisions dans le cadre de la planification de trajectoire,

Dans toute la suite on supposera que le nuage de points P est de taille $n \geq 3$ et en position générale, c'est-à-dire qu'il ne contient pas 3 points distincts alignés.
Ces hypothèses vont permettre de simplifier les calculs en ignorant les cas pathologiques, comme par exemple la présence de 3 points alignés sur le bord de l'enveloppe convexe. Nos programmes prendront en entrée un nuage de points P dont les coordonnées sont stockées dans un tableau tab à 2 dimensions, comme dans l'exemple ci-dessous qui contient les coordonnées du nuage de points de la figure 1 :

$i \backslash j$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	1	1	4	4	5	5	7	7	8	11	13
1	0	4	8	1	4	9	6	-1	2	5	6	1

Précisons que les coordonnées, supposées entières, sont données dans une base orthonormée du plan, orientée dans le sens direct. La première ligne du tableau contient les abscisses, tandis que la deuxième contient les ordonnées. Ainsi, la colonne d'indice j contient les deux coordonnées du point d'indice j . Ce dernier sera nommé p_j dans la suite.

Question 1 Ecrire une fonction `plusBas(tab,n)` qui prend en paramètre le tableau tab de taille $2 \times n$ et qui renvoie l'indice j du point le plus bas (c'est-à-dire de plus petite ordonnée) parmi les points du nuage P . En cas d'égalité, votre fonction devra renvoyer l'indice du point de plus petite abscisse parmi les points les plus bas.

Sur le tableau exemple précédent, le résultat de la fonction doit être l'indice 7.

Dans la suite nous aurons besoin d'effectuer un seul type de test géométrique : celui de l'orientation.

Définition 1 Étant donnés trois points p_i, p_j, p_k du nuage P , distincts ou non, le test d'orientation renvoie $+1$ si la séquence (p_i, p_j, p_k) est orientée positivement, -1 si elle est orientée négativement, et 0 si les trois points sont alignés (c'est-à-dire si deux au moins sont égaux, d'après l'hypothèse de position générale).