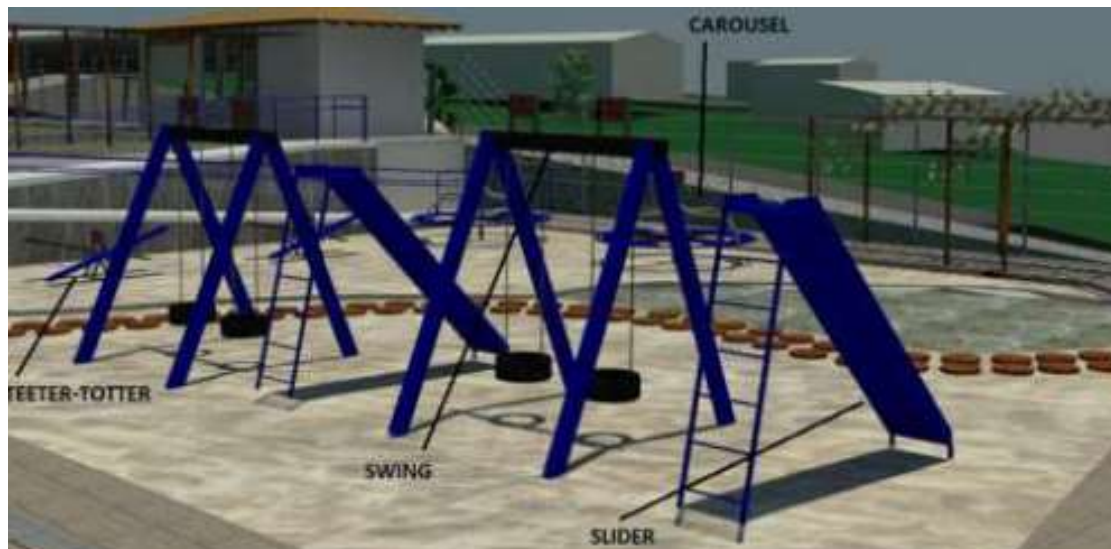
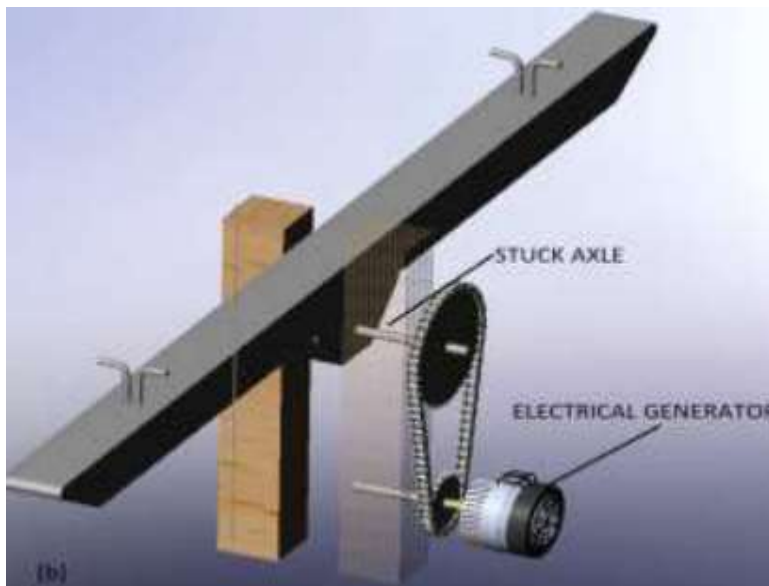
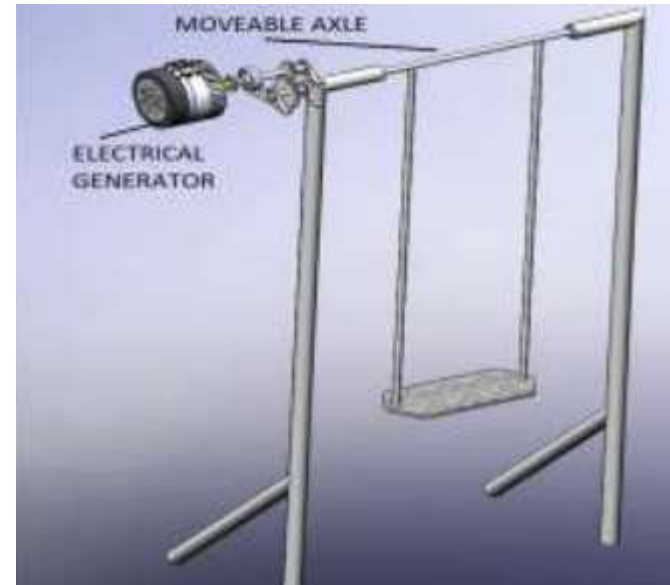
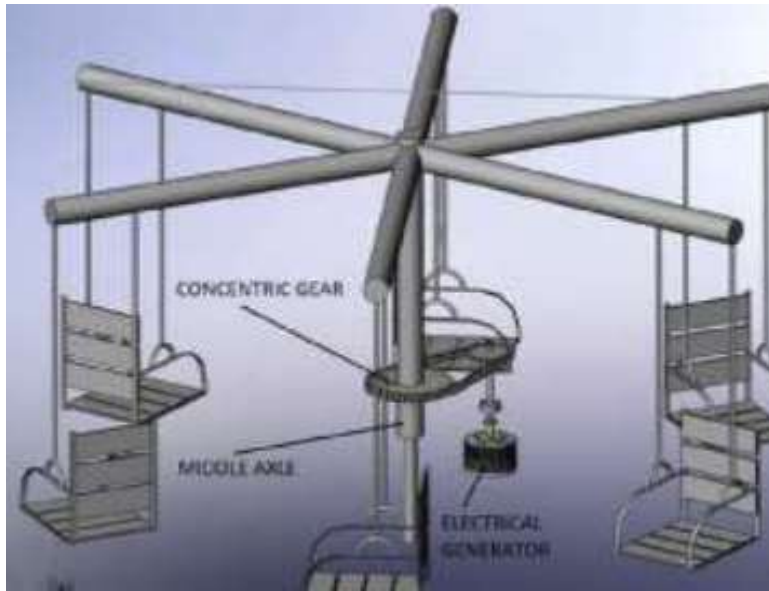


# Aires de jeux générant de l'énergie électrique

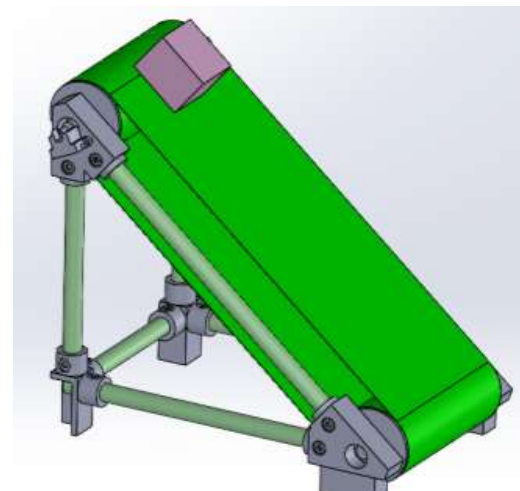
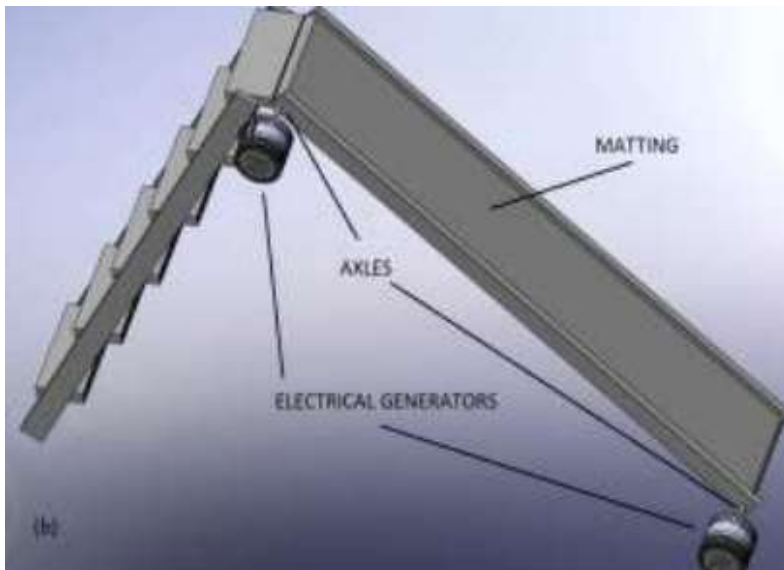
# Contexte





- Jeux couplés avec un générateur et reliés à des batteries
- Energie produite par l'activité physique des enfants
- Nécessité d'une force initiale pour mettre l'utilisateur en mouvement

# PRESENTATION DU TOBOGGAN A TAPIS ROULANT



# PROBLÉMATIQUE RETENUE

De quelle manière peut-on générer de l'énergie à partir de l'activité physique des enfants dans les terrains de jeux ?

# DÉROULEMENT DU PROJET

## PARTIE I :

Modélisation : mise en équation sous python

## PARTIE II :

Expériences sur la maquette

## PARTIE III :

Conclusion et études supplémentaires

# PARTIE I : MODELISATION

I.a) Présentation de la maquette

I.b) Bilan de Puissances et Mise en équation

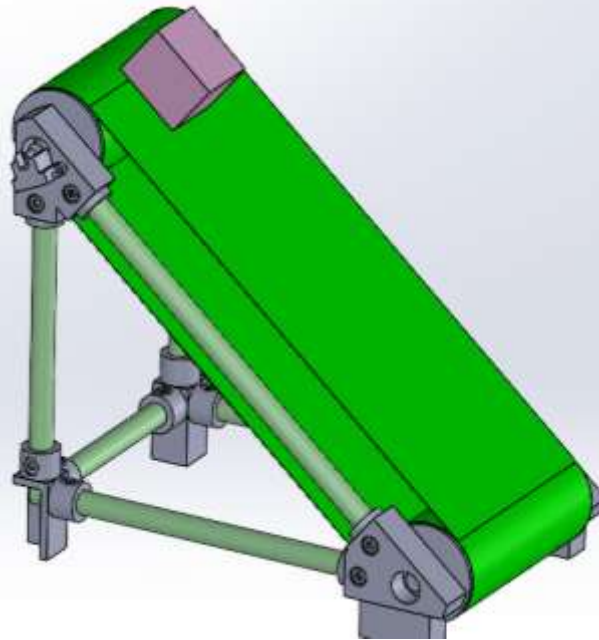
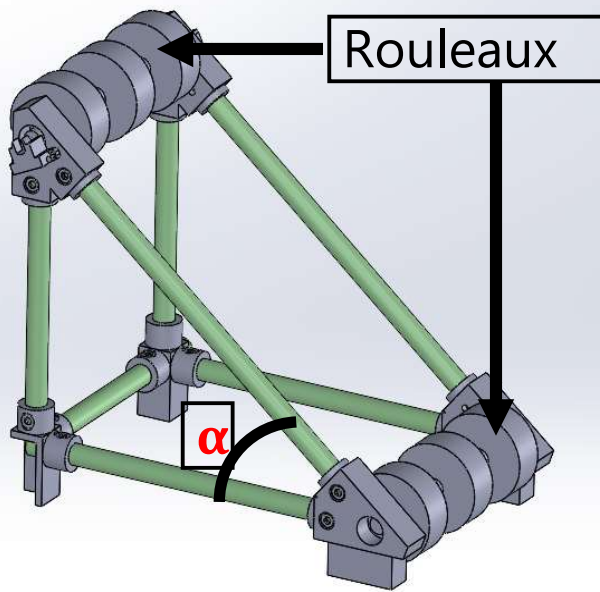
I.c) Affichage théorique de la vitesse de descente



# I)a) MAQUETTE



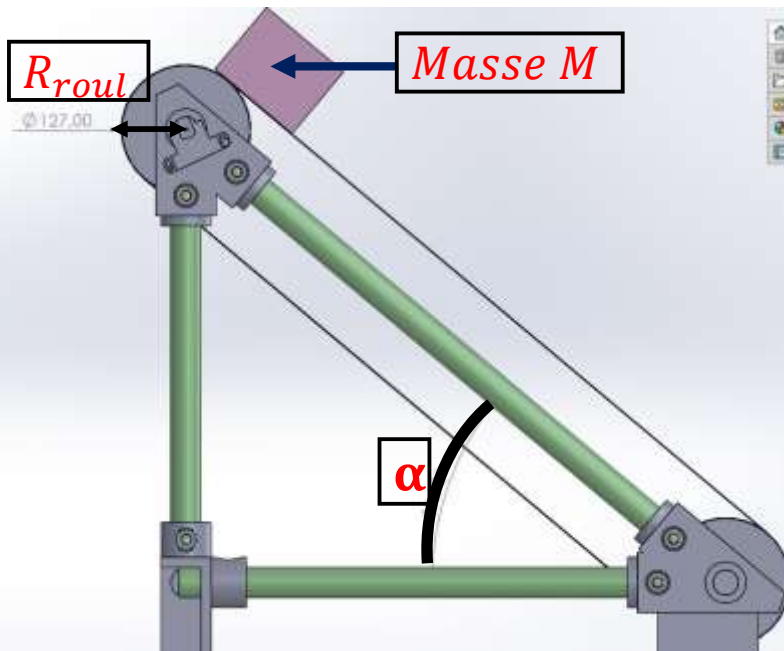




Angle  $\alpha$  maximal de  $50^\circ$   
(imposé par le CDC)

Spécification 5.3.6.3.4 :

Aucune section du toboggan ne doit avoir une pente dépassant  $50^\circ$



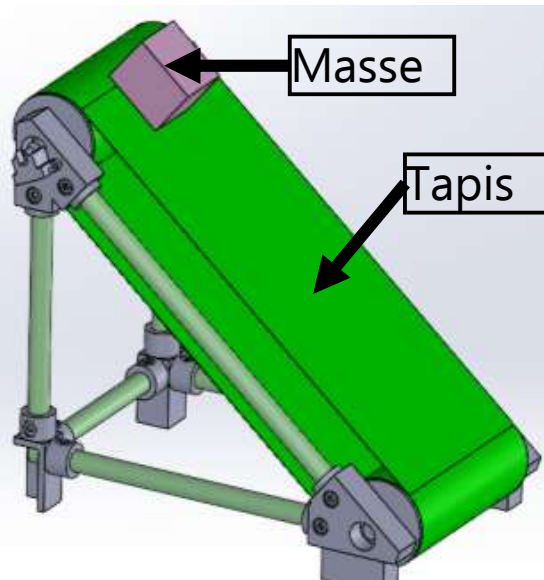
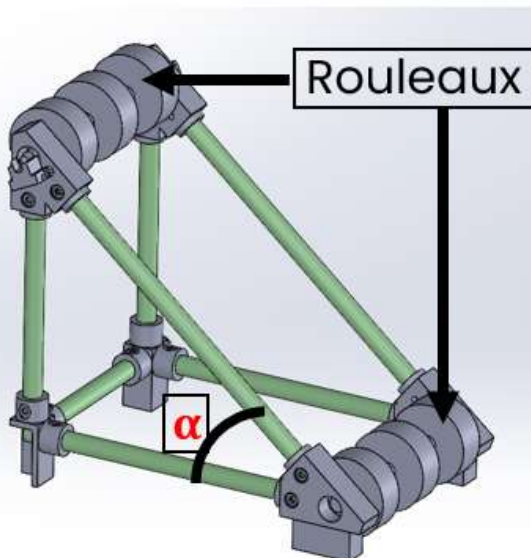
# I)b) BILAN DE PUISSANCES

- $P_{res} = C_r \omega = Mg \sin(\alpha) R_{roul} \omega$
- $P_{mot} = C_{mot} * \omega$
- $P_f = C_f \omega = -f \omega^2$

*Système: {Tapis + Rouleaux + Masse}*  
*Référentiel terrestre supposé galiléen*

$$\frac{dEc}{dt} = \sum_{i=0}^n P_i$$

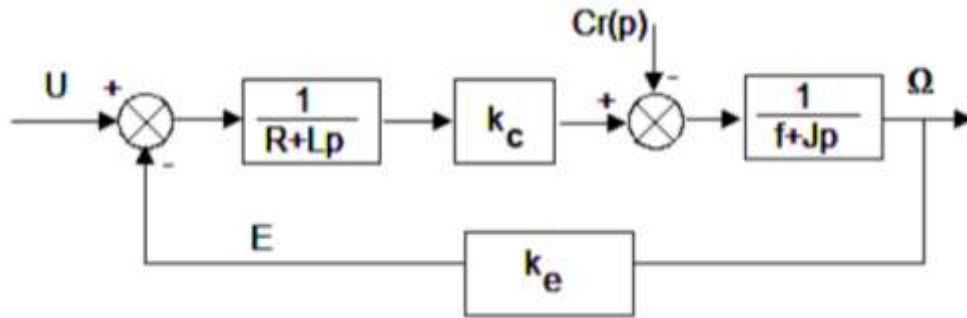
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2} J_{roul} \omega^2 + \frac{1}{2} J_{tapis} \omega^2 + \frac{1}{2} M R_{roul}^2 \omega^2 \right) = \sum_{i=0}^n P_i$$



$$J_{eq} = J_{roul} + J_{tapis} + M R_{roul}^2$$

$$J_{tapis} \approx m_t \left( \frac{L}{2\pi} \right)^2 \quad 10$$

## I)b) MISE EN EQUATION



- $C_m - C_r - f\omega = J_{eq} \frac{d\omega}{dt}$
- $C_m = k_c i$  •  $E = k_e \omega$
- $U - E - Ri - L \frac{di}{dt} = 0$
- $C_r(t) = Mg \sin(\alpha) R_{roul}$

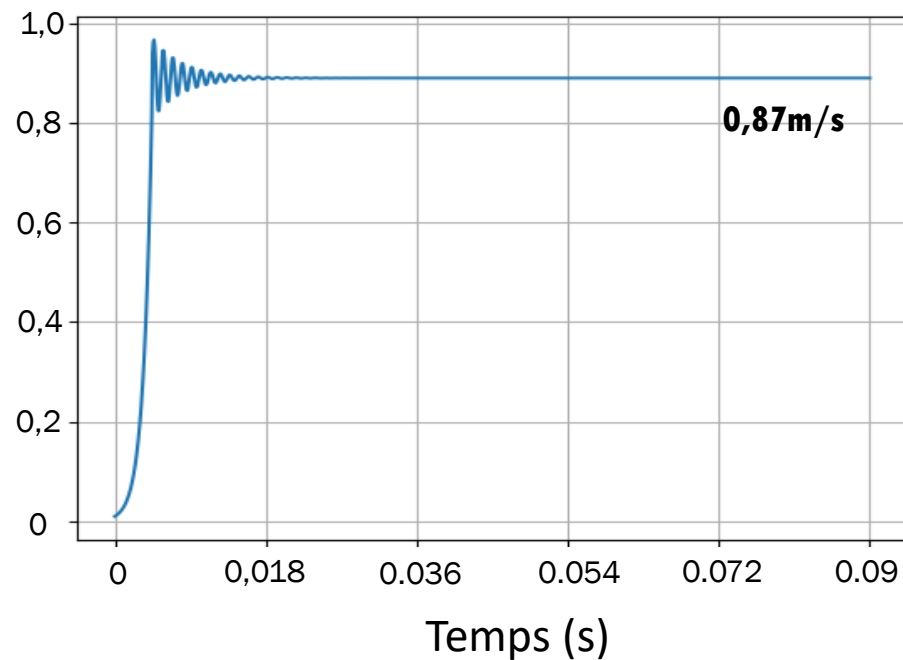
$$\omega(t) = e^{-z\omega_0 t} \left( A \cos(\omega_0 \sqrt{1-z^2} t) + B \sin(\omega_0 \sqrt{1-z^2} t) \right) + \frac{RMg \sin(\alpha) R_{roul}}{fR + k_e k_c}$$

Conditions initiales:  $\omega(0) = 0$  ;  $\frac{d\omega(t)}{dt} = 0$

$$U = \frac{d^2\omega}{dt^2} \left( \frac{LJ_{eq}}{k_c} \right) + \frac{d\omega}{dt} \left( \frac{J_{eq}R + fL}{k_c} \right) + \omega \left( k_e + \frac{Rf}{k_c} \right) + \frac{C_r(t)R}{k_c}$$

# I)c) AFFICHAGE THEORIQUE DES GRANDEURS EN SORTIE

Vitesse de descente (m/s)

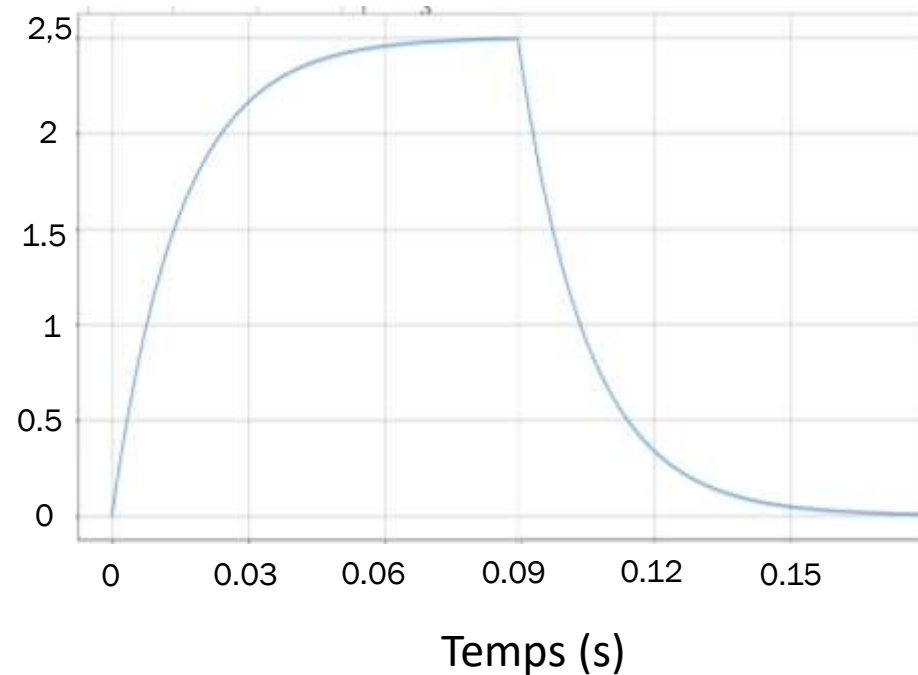


Hypothèse :

Domaine transitoire négligeable

$$T_{5\%} \approx 0,17s$$

Tension (V)



Hypothèse :

Domaine stationnaire négligeable

$$T_{5\%} \approx 0,86s$$

# PARTIE II : EXPERIENCES



II.a) Mesure de la masse minimale pour mettre en mouvement le système

II.b) Mesure des grandeurs caractéristiques du moteur

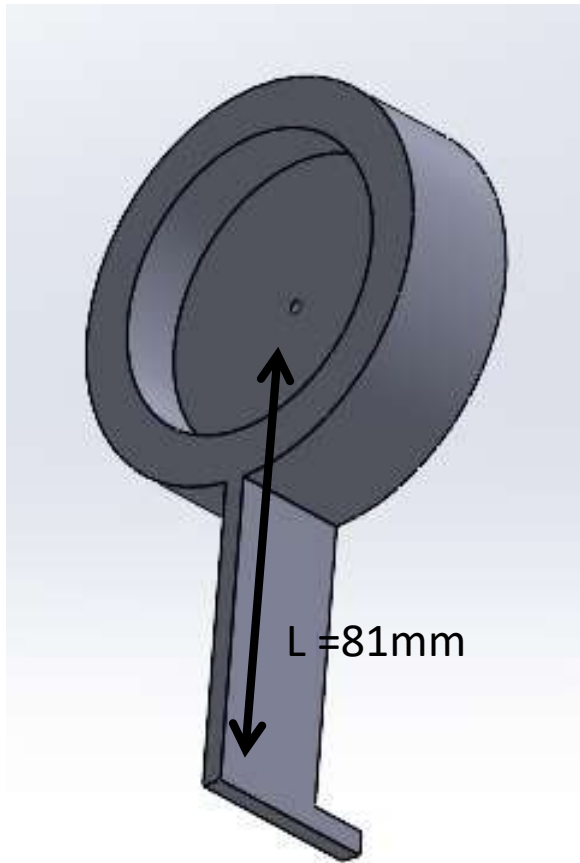
II.c) Expérience des frottements de coulomb

II.d) Etude de la vitesse de descente et de la tension en sortie

# MOTEUR ET ROULEMENTS

Moteur :	Roulements:
Motoréducteur 12V (1:19) Référence : TRENZ - 24142	XiKe 4 pièces 6005- 2RS 25x47x12mm,
	

## II)a) MESURE DE LA MASSE MINIMALE POUR METTRE EN MOUVEMENT LE SYSTEME





# MASSE OBTENUE

Masses utilisées (g)	Mouvement observé
64,65	Oui
49,53	Oui
49,24	Oui
48,32	Oui
48,04	Oui
47,69	Non
46,96	Non
39,88	Non
29,84	Non



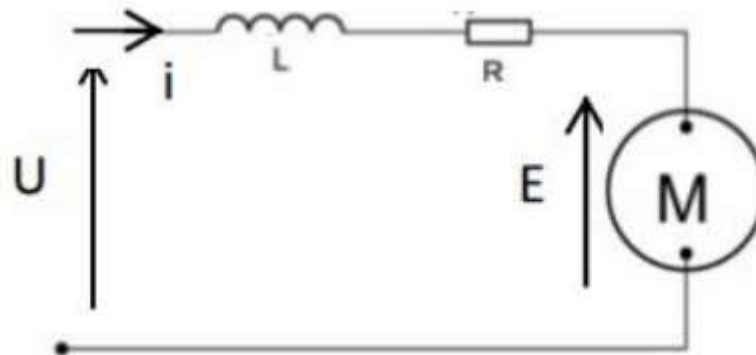
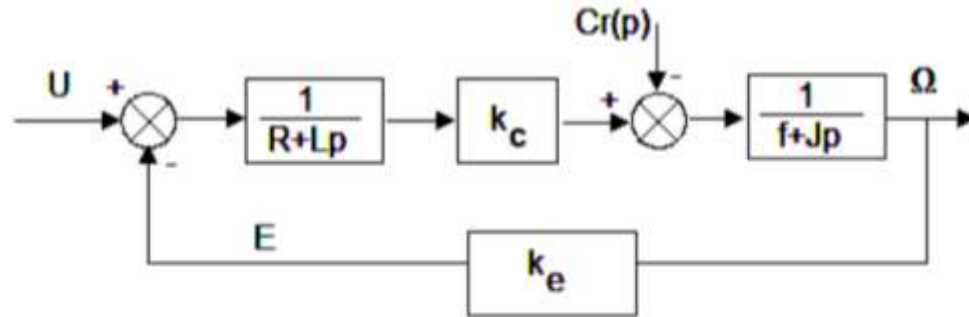
$$\bar{m} = 47,85g$$

$$u(m) = 0,09g$$

*Couple obtenu :  $C = \bar{m}gL$*

$$A.N: C = 0,04 Nm$$

## II)b) MESURE DES GRANDEURS CARACTERISTIQUES DU MOTEUR



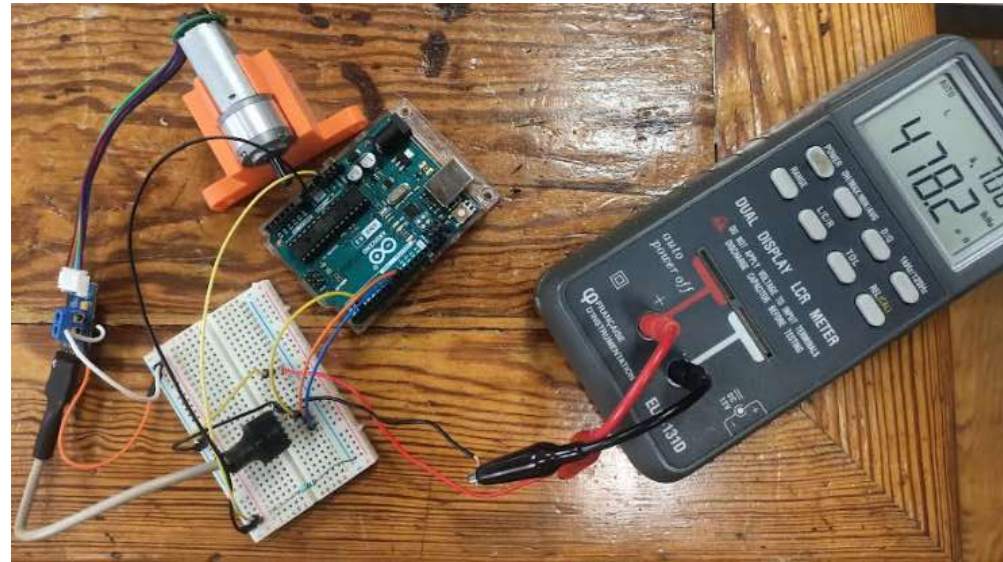
# MESURE DE LA RESISTANCE INTERNE ET DE L'INDUCTANCE



$$R_{min} = 2,5 \Omega$$

$$R_{max} = 2,9 \Omega$$

$$\bar{R} = 2,7 \Omega$$
$$u(R) = 0,1 \Omega$$

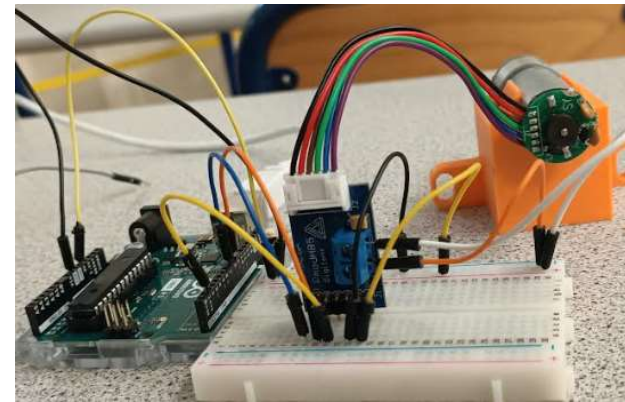
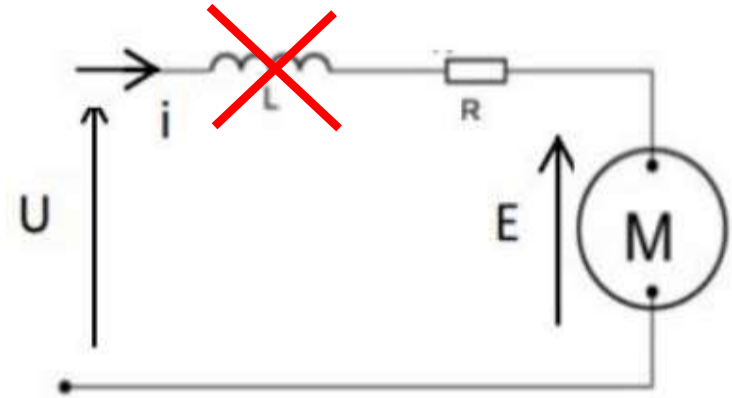


$$L_{min} = 477,9 \mu H$$

$$L_{max} = 478,3 \mu H$$

$$\bar{L} = 477,1 \mu H$$
$$u(L) = 1 \mu H$$

# MESURE DES CONSTANTES DE FEM ET DE COUPLE



$$\overline{k_c} = 0,11 \text{ Nm/A}$$

$$u(k_c) = 0,006 \text{ Nm/A}$$

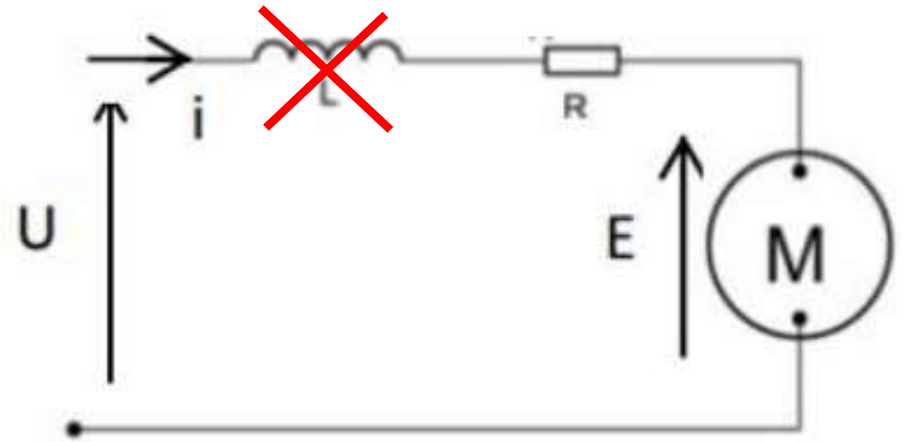
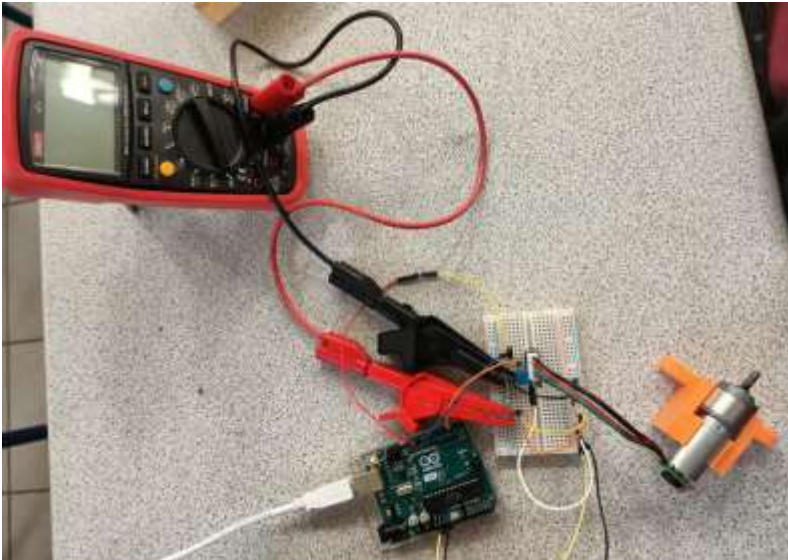
$$Z(\overline{k_c}, k_{c_{ref}}) = 3,64$$

$$\overline{k_e} = 0,091 \text{ V/rad/s}$$

$$u(k_e) = 0,004 \text{ V/rad/s}$$

$$Z(\overline{k_e}, k_{e_{ref}}) = 2,51$$

# MESURE DU COEFFICIENT DE FROTTEMENTS

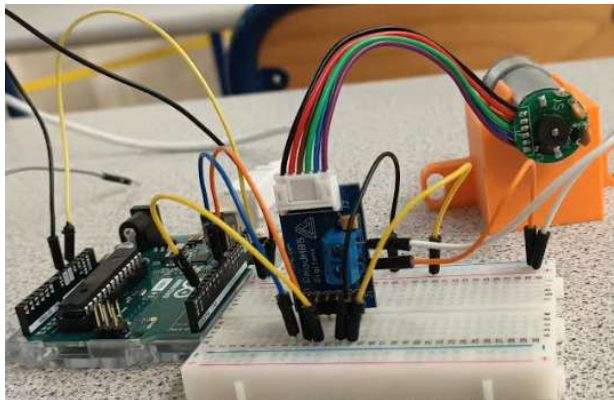
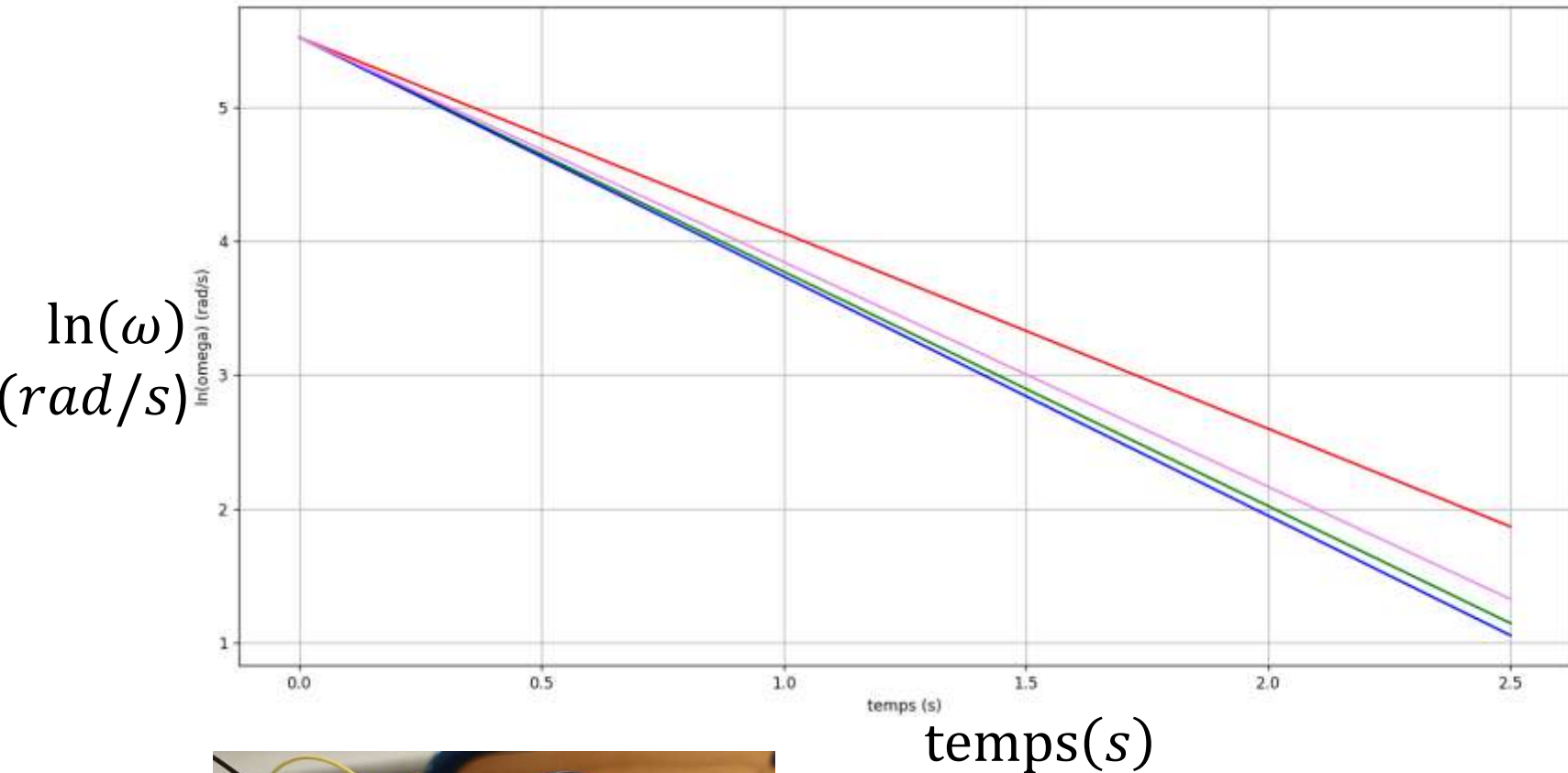


$$\bar{f} = \frac{ki}{\omega} \approx 3,85 \times 10^{-5} Nm/s$$

$$u(f) = 0,00217 \times 10^{-5} Nm/s$$

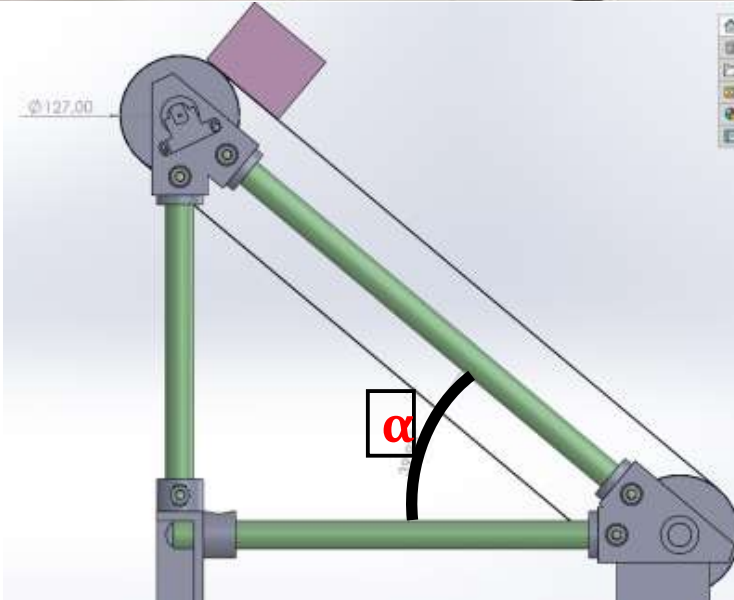


# MESURE DE L'INERTIE EQUIVALENTE



$$\bar{J} = 3,13 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$
$$u(J) = 0,0291 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

## II)c) EXPERIENCE DES FROTTEMENTS DE COULOMB



$$\bar{\alpha} = 42^\circ$$

$$u(\alpha) = 0,4^\circ$$

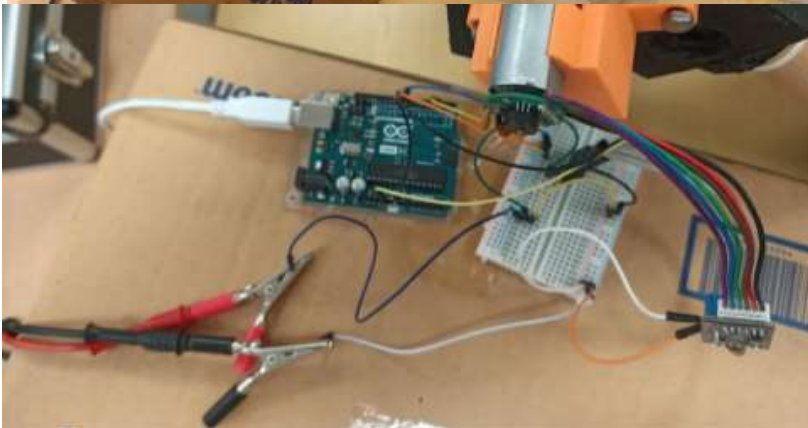
$$\mu = 0,9$$

$$Z(\mu, \mu_{ref}) = 1,8$$

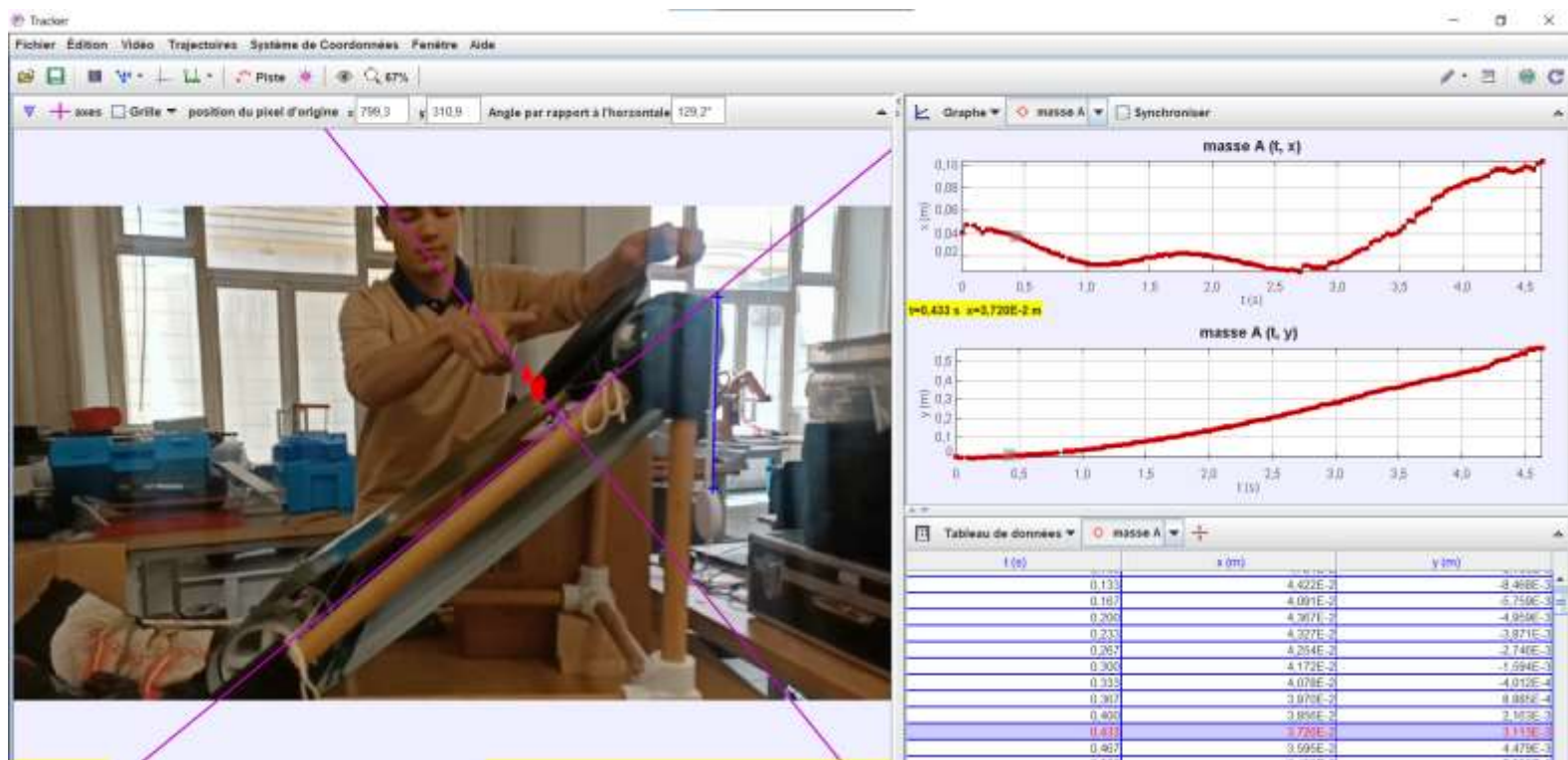
$$\mu_{ref} = 0,896 \text{ (Caoutchouc/pvc)}$$



## II)d) EXPERIENCES DE LA DESCENTE DE LA MASSE



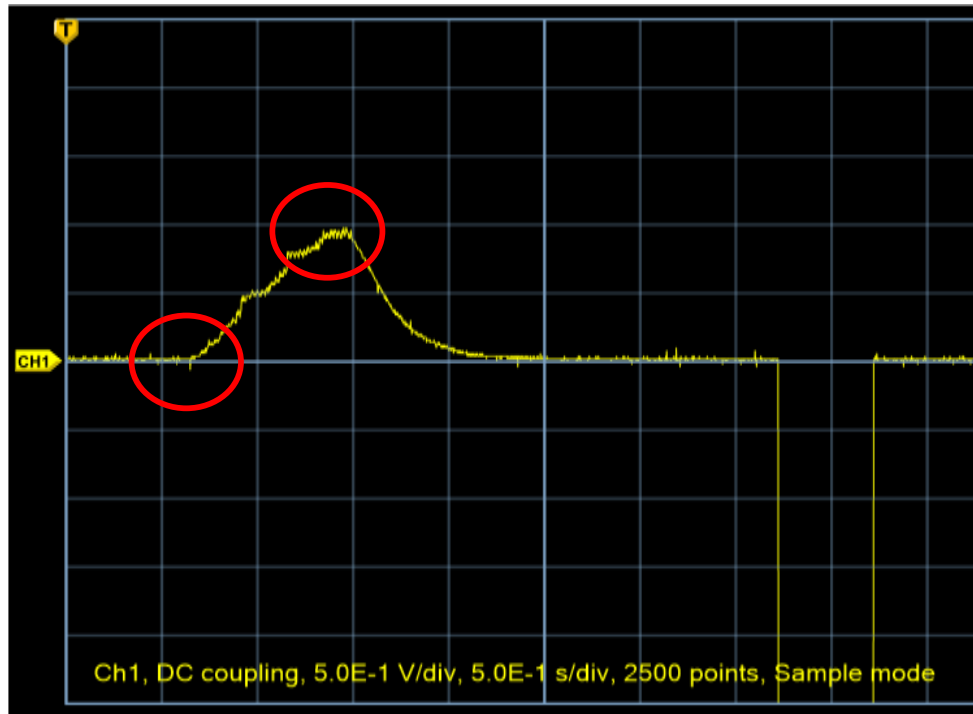
- Masses variant de 100g à 5kg



- Acquisition de la tension avec un oscilloscope avec TektronixOpenchoice™
- Acquisition de la vitesse de descente avec Tracker

# Masse : 1kg

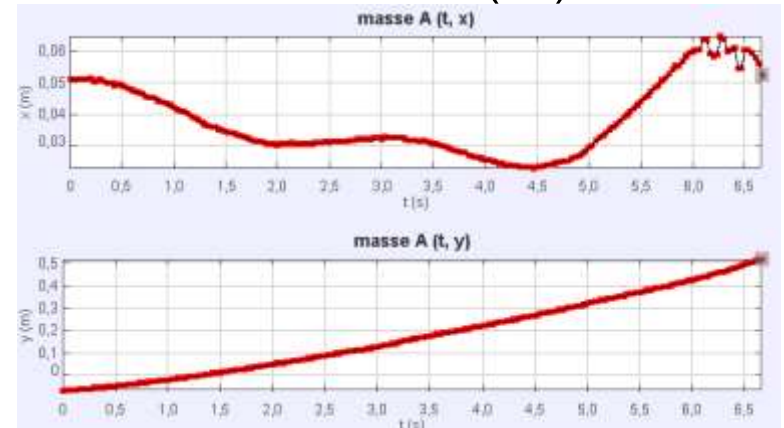
Tension (V)



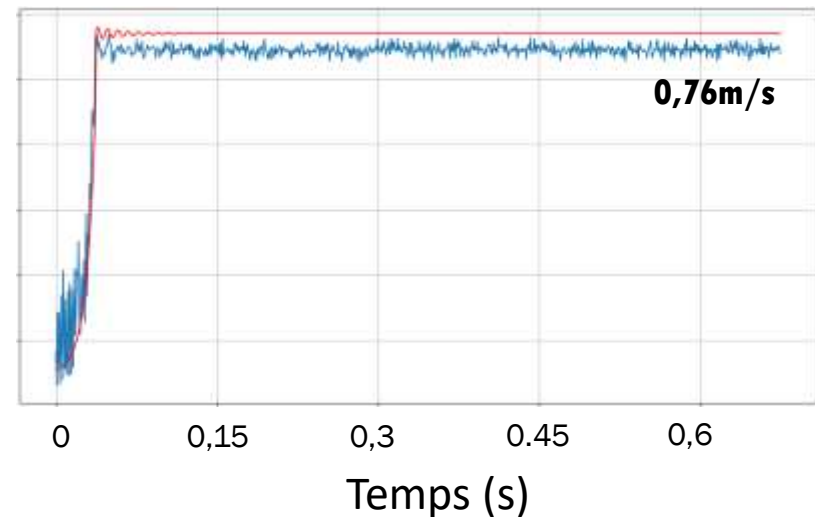
Pic de tension à  $\approx 0,7s$   
Valeur :  $\approx 0,1V$

Vitesse en régime  
stationnaire  $\approx 0,76m/s$

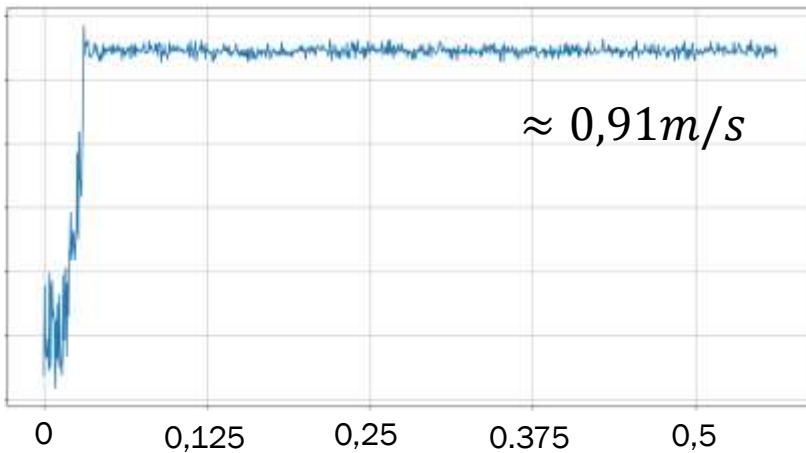
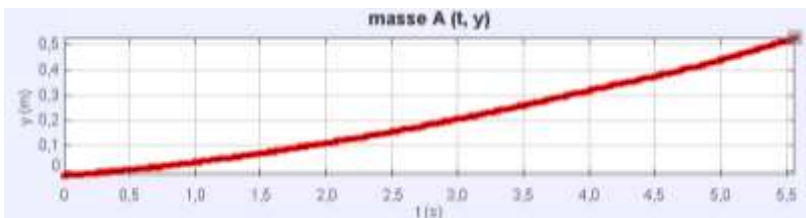
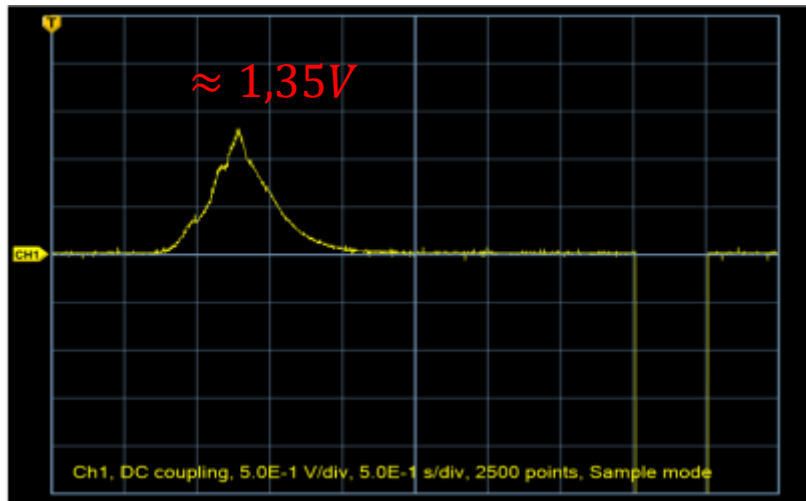
Position (m)



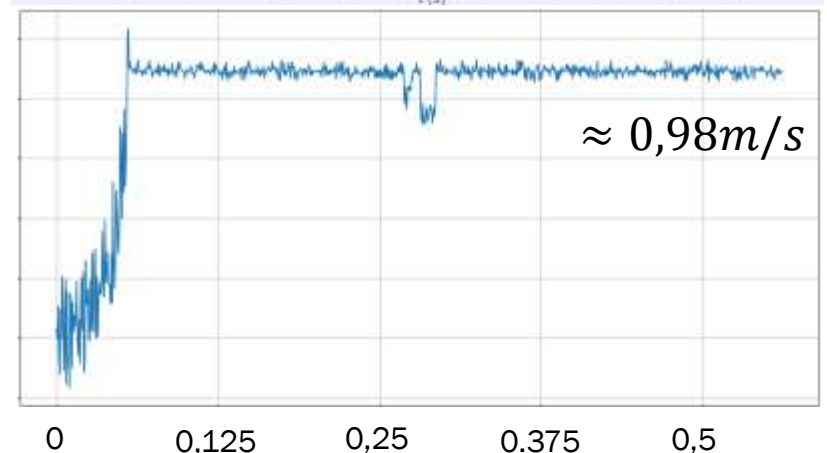
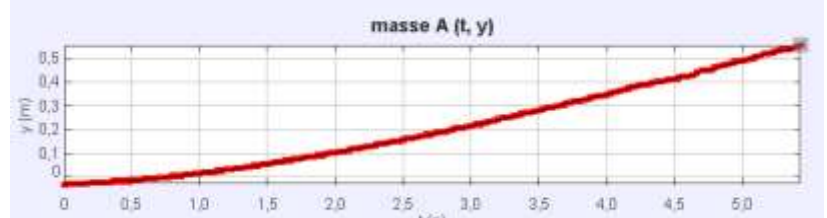
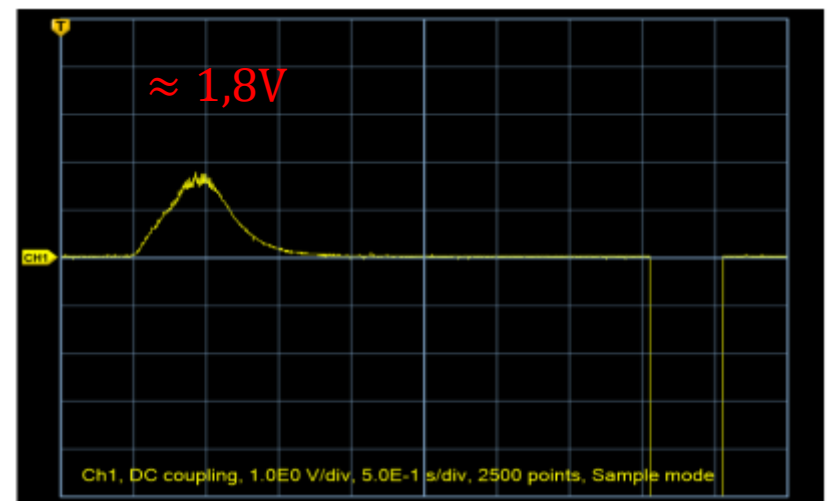
Vitesse (m/s)



Masse : 1,5kg



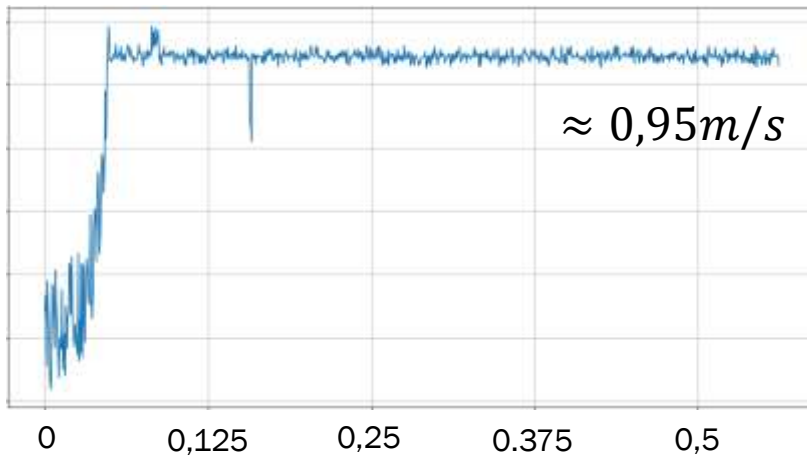
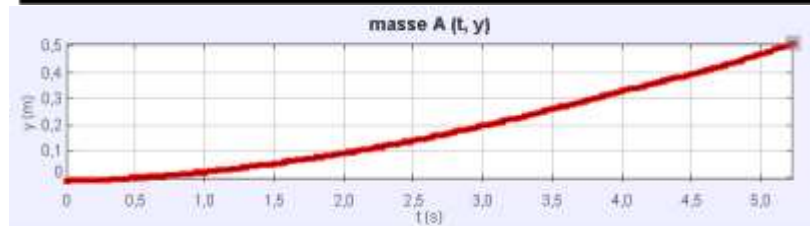
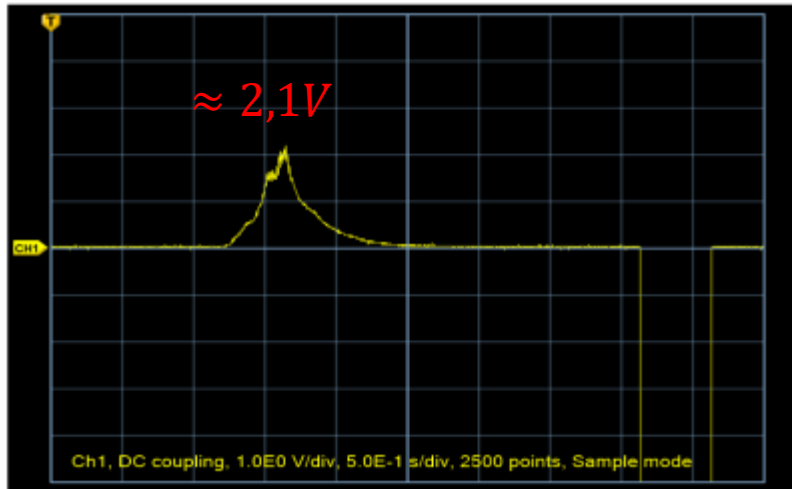
Masse : 2kg



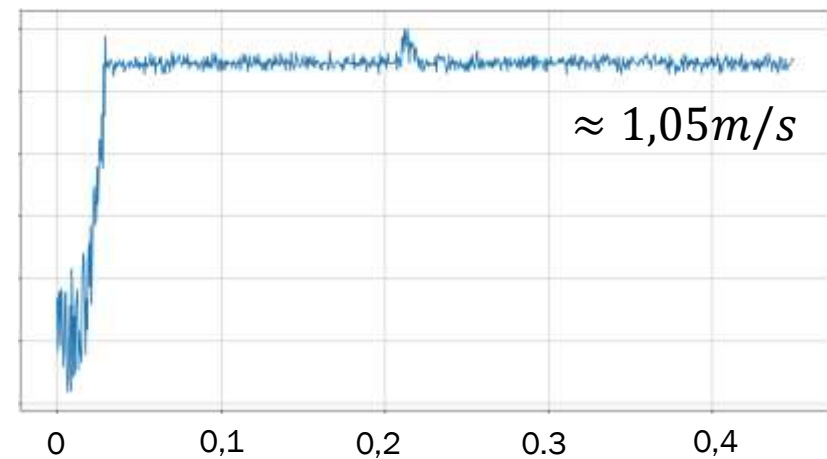
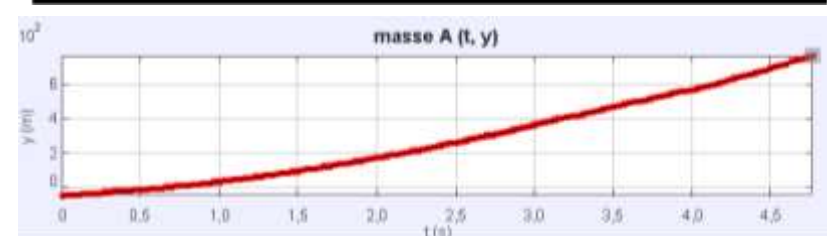
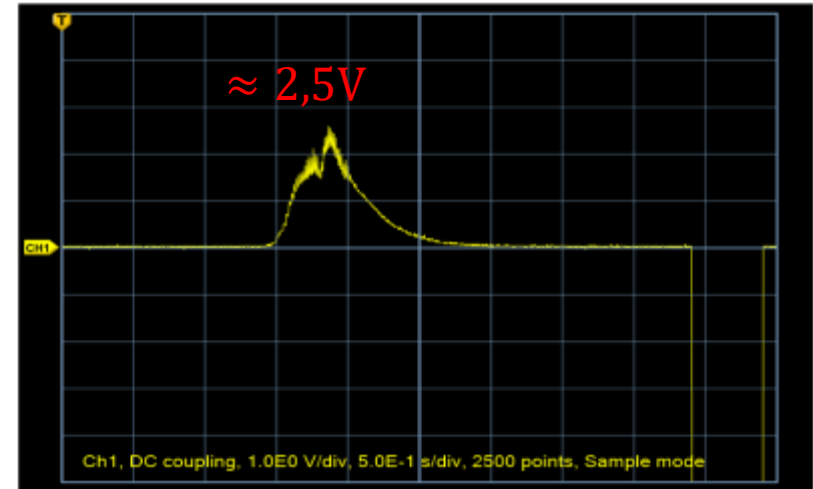
Temps (s)



Masse : 2,5kg

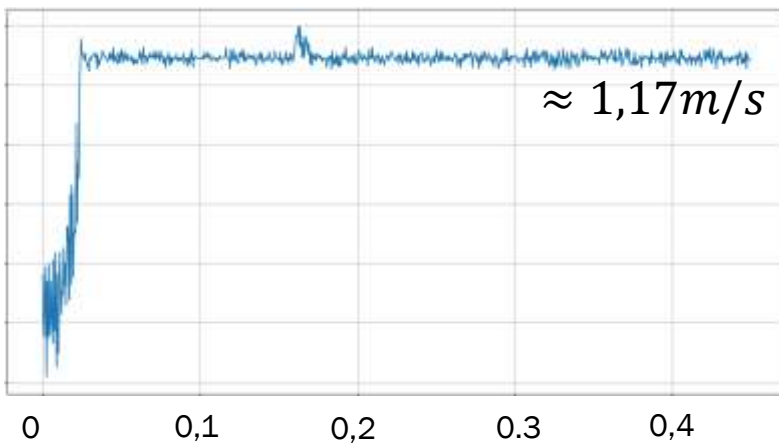
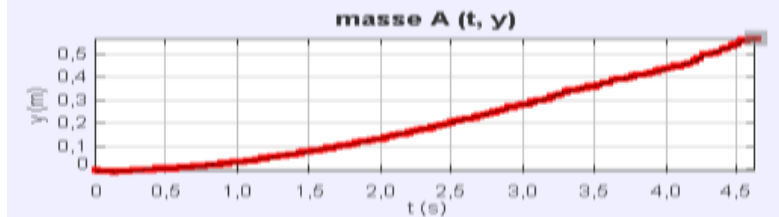
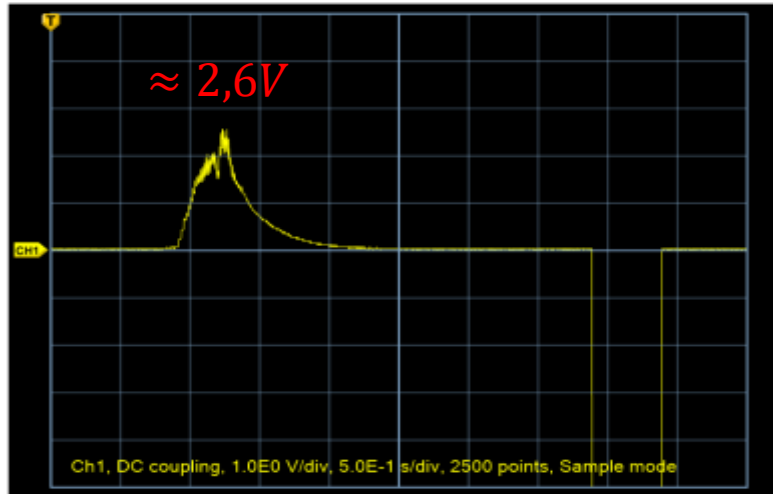


Masse : 3kg



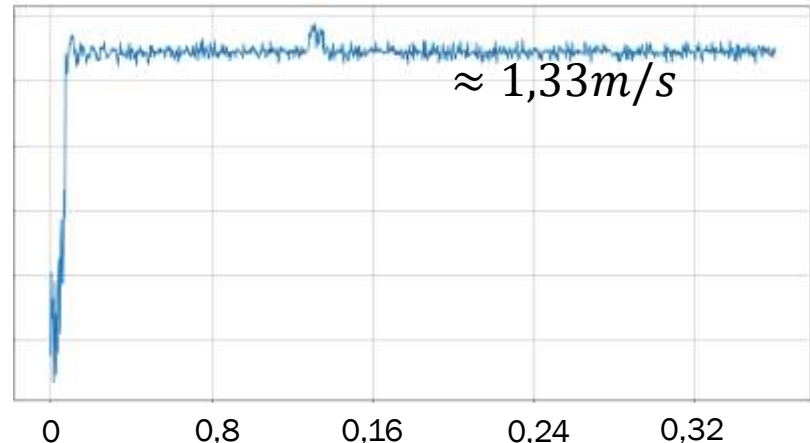
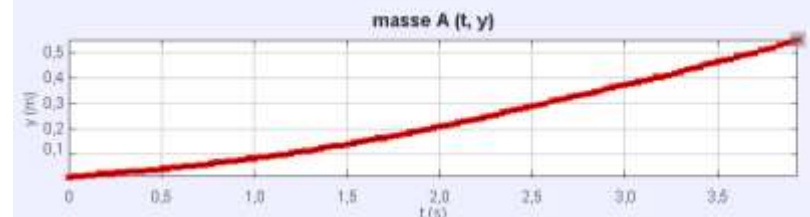
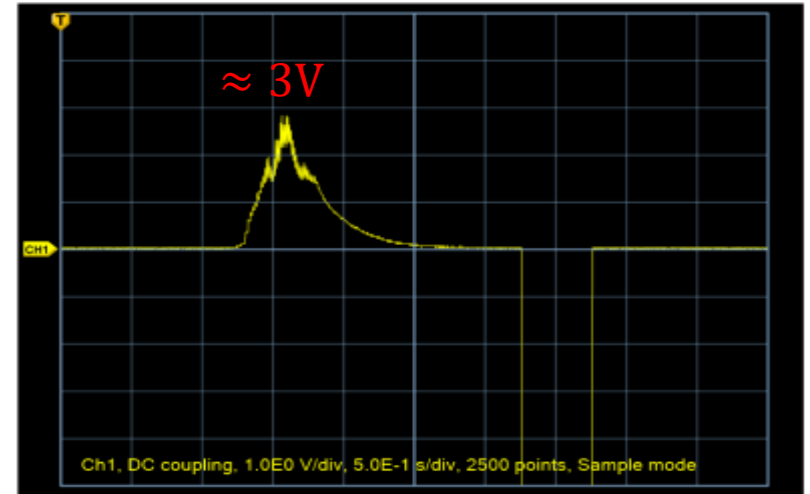
Temps (s)

## Masse : 4kg



Temps (s)

## Masse : 5kg



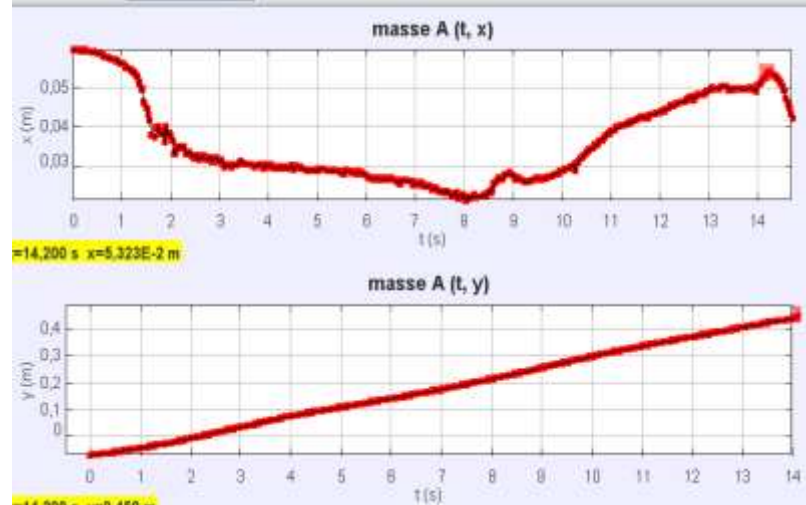
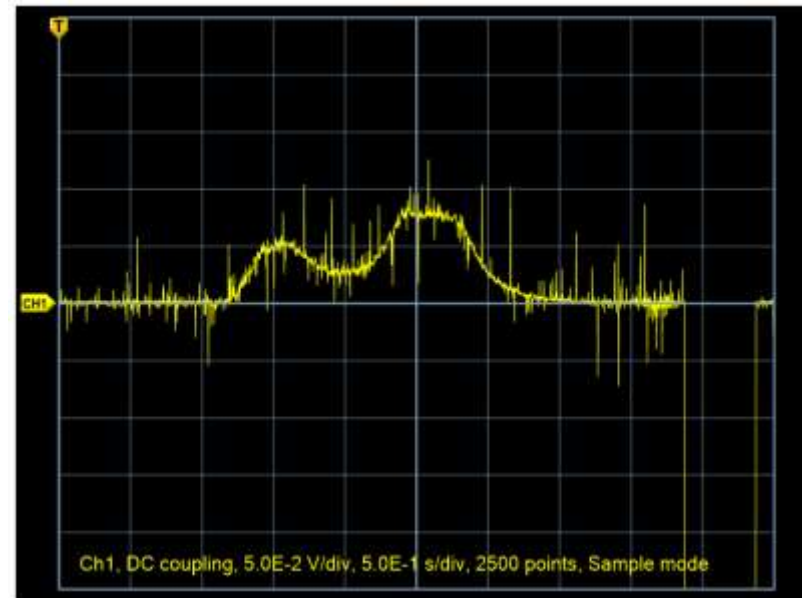
# PARTIE III : CONCLUSION

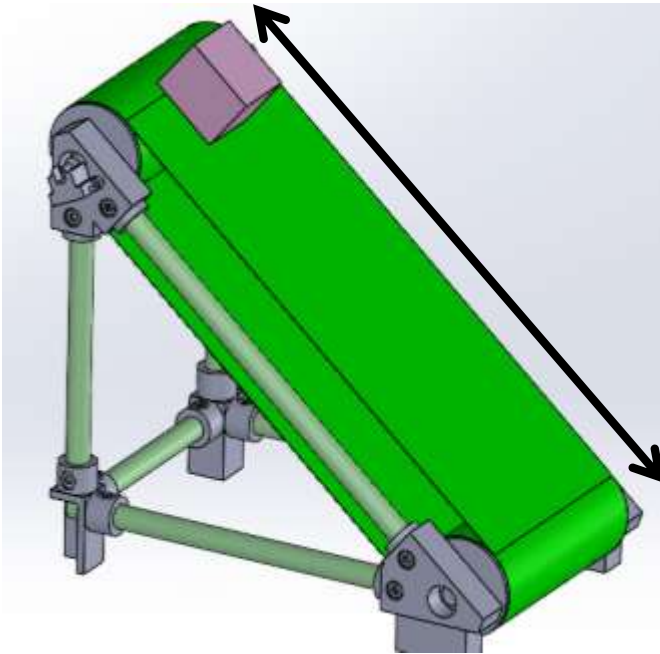
III.a) Courbes atypiques et explications

III.b) Limites et autres expériences

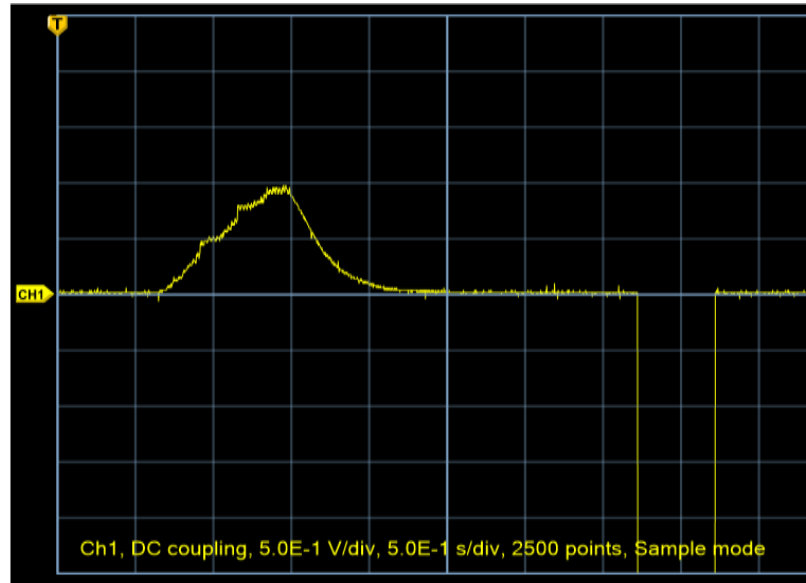


Masse : 0,5kg





Longueur de descente  
trop petite



Aucun régime stationnaire  
observable

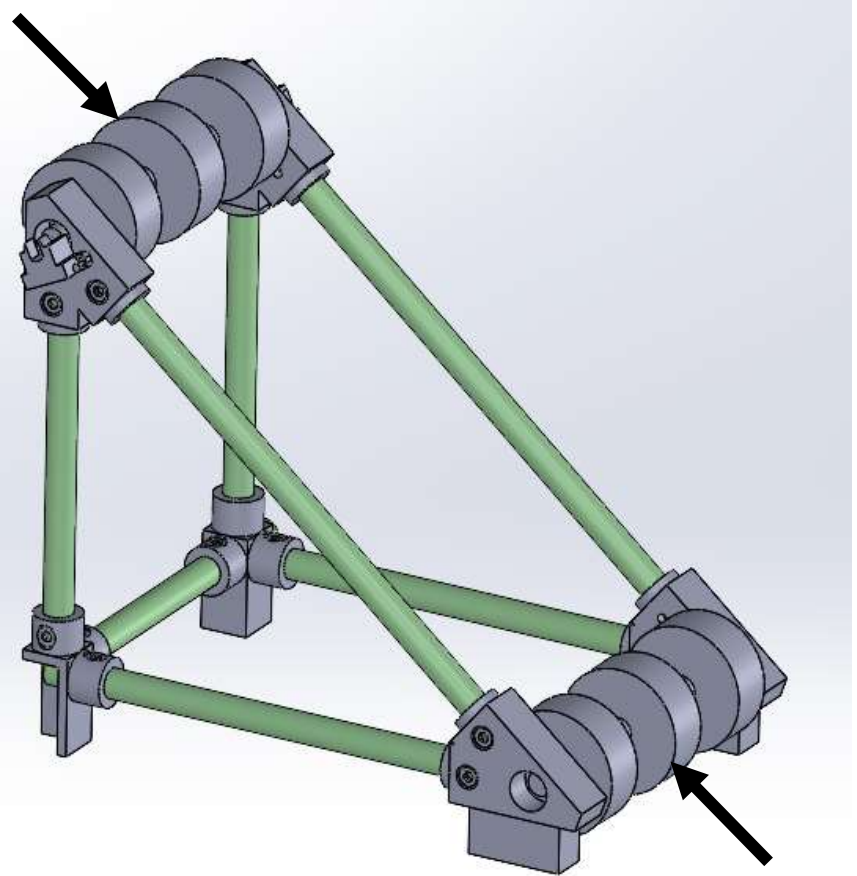
Conséquence:

Sortie en tension peu exploitable

Solutions:

Toboggans en série/parallèle?

## RDM sur les poutres en bois et rouleaux



# FIN DE LA PRESENTATION

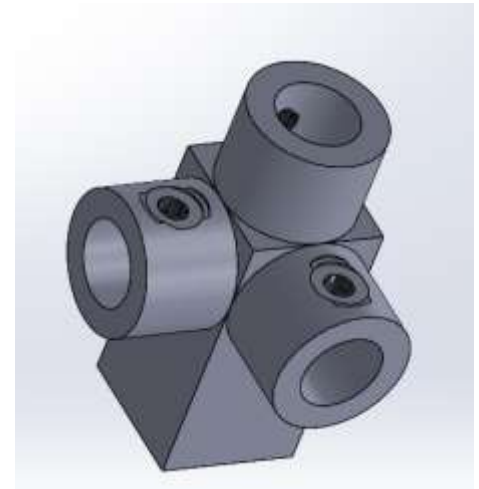
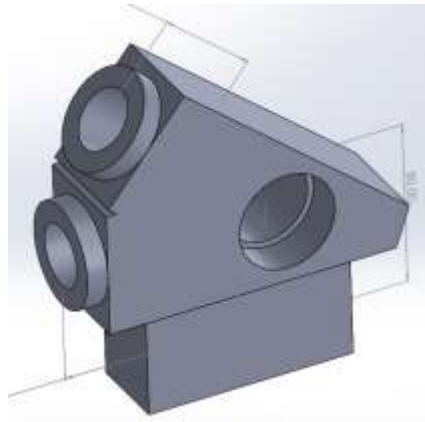
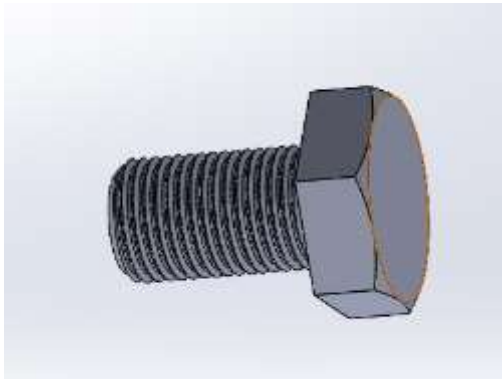
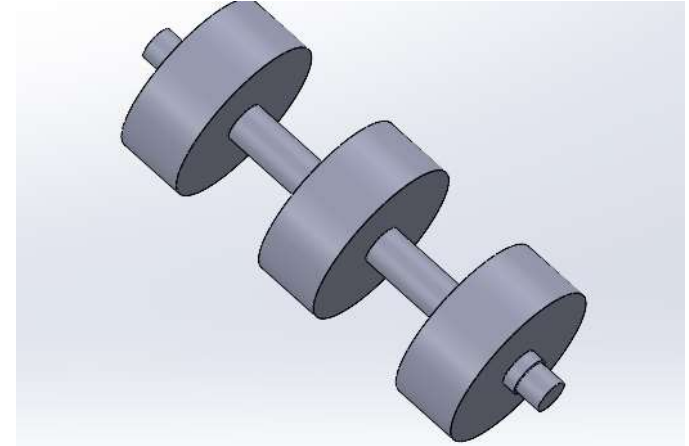
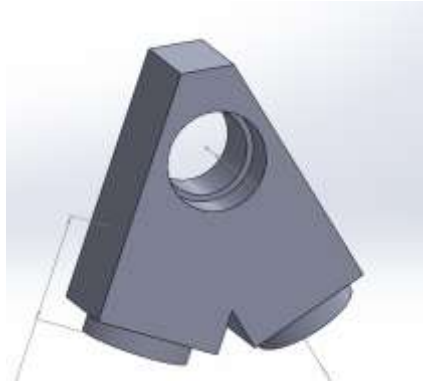
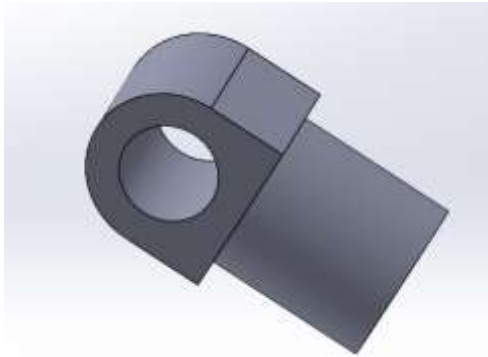
Merci de m'avoir écouté



# Annexes

<u>A) Montage du toboggan, matériel utilisé et notices</u>	
.....	P.35
<u>B) Mise en équation + programmes python</u>	
.....	P.44
<u>C) Détails des expériences+ incertitudes + programmes python</u>	
.....	P.50
<u>D) Consignes du cahier des charges</u>	
.....	P.78

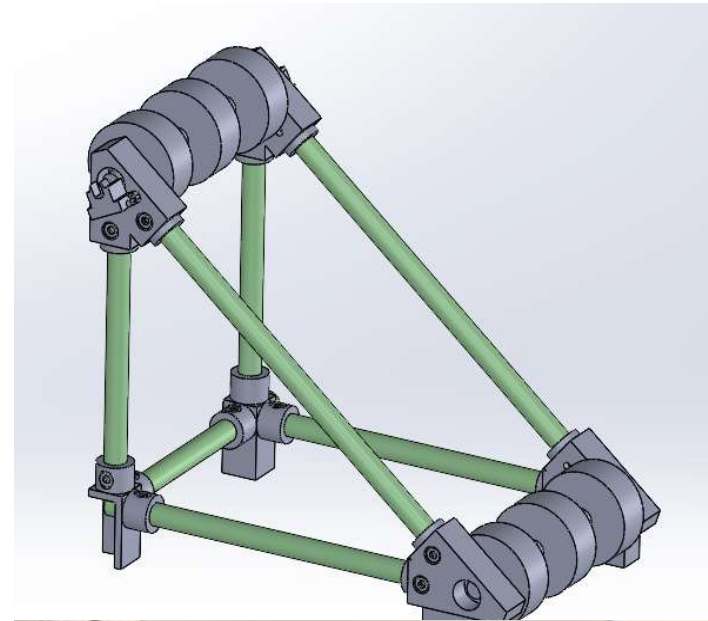
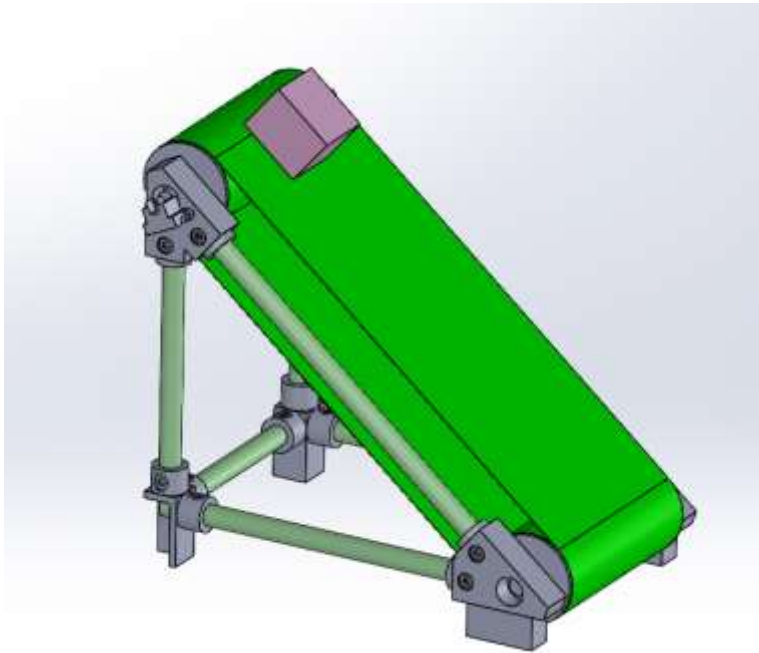
## A) Montage du toboggan

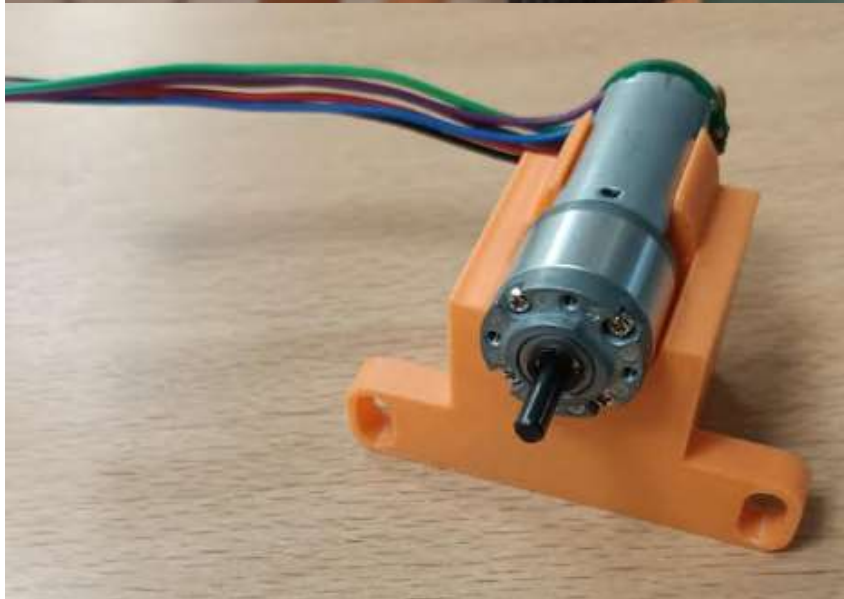


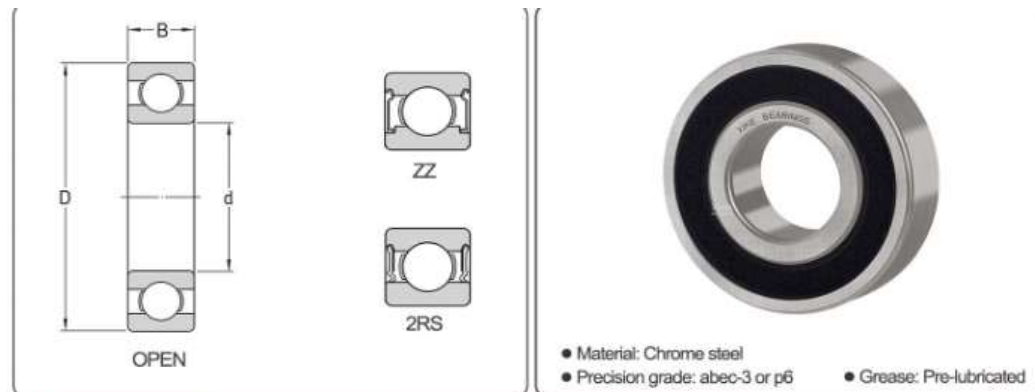






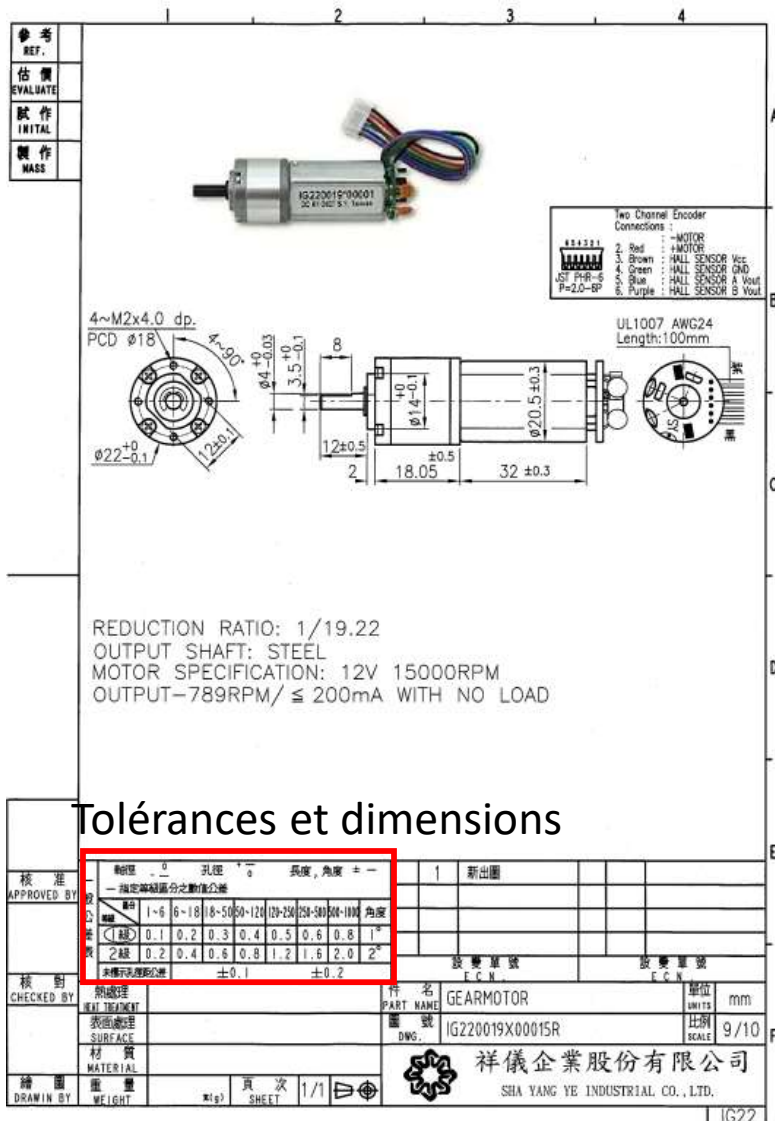






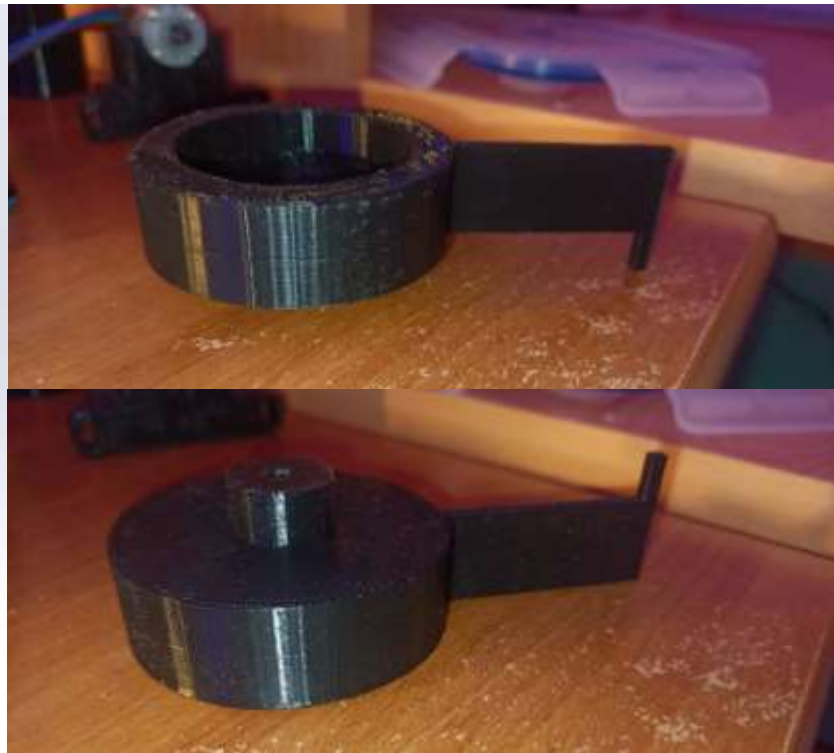
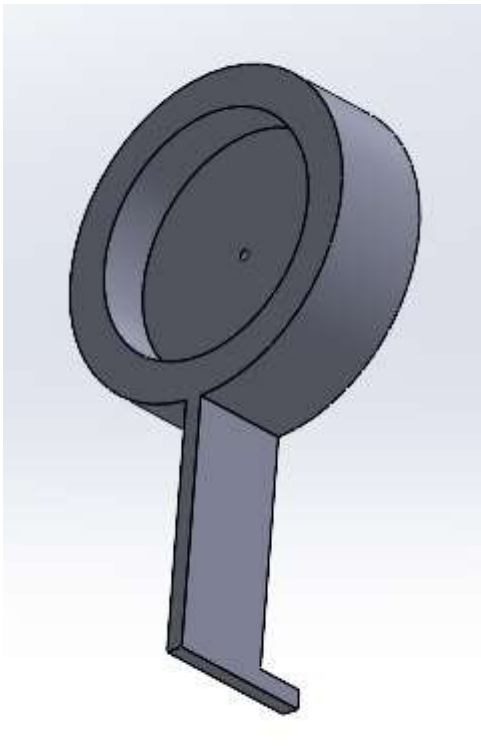
↑ ↓	XIKE MODEL	Main Dimensions			Reference Data				
		d	D	B	Dynamic Loads	Static Loads	Grease Speed	Oil Speed	Weight
		MM			KN	KN	RPM	RPM	KG
	6000-2RS	10	26	8	4.1	1.79	21000	25000	0.018
	6001-2RS	12	28	8	4.8	2.15	22000	27000	0.022
	6002-2RS	15	32	9	5.3	2.57	18000	22000	0.031
	6003-2RS	17	35	10	5.7	2.95	17000	20000	0.041
	6004-2RS	20	42	12	8.9	4.54	14000	17000	0.068
▶	6005-2RS	25	47	12	9.6	5.31	13000	15000	0.079
	6006-2RS	30	55	13	13	7.54	11000	13000	0.116
	6007-2RS	35	62	14	15	9.36	9100	11000	0.151
	6008-2RS	40	68	15	16	10.5	8400	9800	0.195
	6009-2RS	45	75	16	20	13.8	7000	8400	0.241





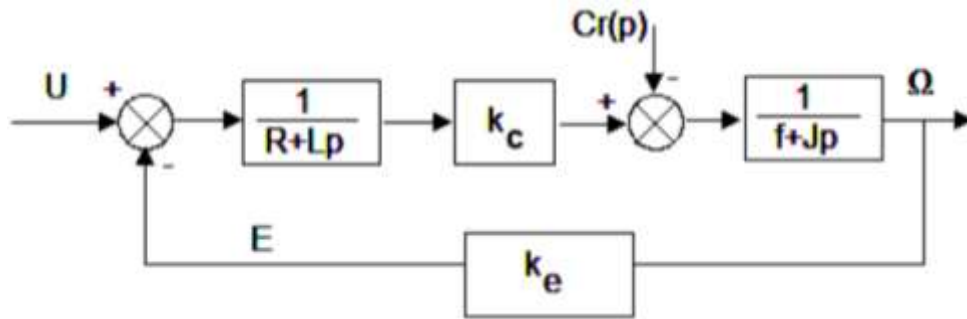
Function	Range	Resolution	Accuracy $\pm ( [ \% \text{ of Reading } ] + [ \text{ Counts } ] )$
AC Volts (Average responding)	6.000 V 60.00 V 600.0 V 1000 V	0.001 V 0.01 V 0.1 V 1 V	2.0 % + 2 (45 Hz to 1 kHz)
DC mV	600.0 mV	0.1 mV	0.3 % + 1
DC Volts	6.000 V 60.00 V 600.0 V 1000 V	0.001 V 0.01 V 0.1 V 1 V	0.3 % + 1
Continuity	600 $\Omega$	1 $\Omega$	Meter beeps at <25 $\Omega$ , beeper turns off at >250 $\Omega$ ; detects opens or shorts of 250 $\mu$ s or longer.
Ohms	600.0 $\Omega$ 6.000 k $\Omega$ 60.00 k $\Omega$ 600.0 k $\Omega$ 6.000 M $\Omega$ 50.00 M $\Omega$	0.1 $\Omega$ 0.001 k $\Omega$ 0.01 k $\Omega$ 0.1 k $\Omega$ 0.001 M $\Omega$ 0.01 M $\Omega$	0.5 % + 2 0.5 % + 1 0.5 % + 1 0.5 % + 1 0.5 % + 1 2.0 % + 1
Diode test	2.400 V	0.001 V	1 % + 2
Capacitance	1000 nF 10.00 $\mu$ F 100.0 $\mu$ F 9999 $\mu$ F <sup>[1]</sup>	1 nF 0.01 $\mu$ F 0.1 $\mu$ F 1 $\mu$ F	1.2 % + 2 1.2 % + 2 1.2 % + 2 10 % typical
AC Amps (Average responding) <sup>[2]</sup>	60.00 mA 400.0 mA <sup>[3]</sup> 6.000 A 10.00 A <sup>[4]</sup>	0.01 mA 0.1 mA 0.001 A 0.01 A	2.5 % + 2 (45 Hz to 1 kHz)
<p>[1] In the 9999 <math>\mu</math>F range for measurements to 1000 <math>\mu</math>F, the measurement accuracy is 1.2 % + 2.</p> <p>[2] Amps input burden voltage (typical): 400 mA input 2 mV/mA, 10 A input 37 mV/A.</p> <p>[3] 400.0 mA accuracy specified up to 600 mA overload.</p> <p>[4] &gt;10 A unspecified.</p>			

100mH	40.00mH~399.99mH	1.5%+5 digits	1.5%+5 digits	En parallèle
40mH	4.000mH~39.999mH	1.5%+2 digits	1.5%+2 digits	En parallèle
4mH	400.0uH~3.9999mH	0.5%+2 digits	0.5%+2 digits	----
400μH	40.00uH~399.99μH	0.5%+2 digits	0.5%+2 digits	En séries
40μH	4.000uH~39.999μH	0.8%+5 digits	0.8%+5 digits	En séries
4μH	0.000uH~3.999μH	2.5%+10 digits	Non spécifié	En séries





## B) Mise en équation



- $C_m - C_r - f\omega = J_{eq} \frac{d\omega}{dt}$
- $C_m = k_c i$  •  $E = k_e \omega$
- $U - E - Ri - L \frac{di}{dt} = 0$
- $C_r(t) = Mg \sin(\alpha) R_{roul}$

$$\frac{\Omega(p)}{C_r(p)} = \frac{\frac{R + Lp}{fR + k_e k_c}}{1 + \frac{J_{eq}R + fL}{fR + k_e k_c} p + \frac{J_{eq}L}{fR + k_e k_c} p^2}$$

$$\Omega(p) \left( 1 + \frac{J_{eq}R + fL}{fR + k_e k_c} p + \frac{J_{eq}L}{fR + k_e k_c} p^2 \right) = \frac{R + Lp}{fR + k_e k_c} C_r(p)$$

$$\omega(t) + \frac{J_{eq}R + fL}{fR + k_e k_c} \frac{d\omega}{dt} + \frac{J_{eq}L}{fR + k_e k_c} \frac{d^2\omega}{dt^2} = \frac{R}{fR + k_e k_c} C_r(t)$$

# Résolution de l'équation différentielle

$$\omega(t) + \frac{2z}{\omega_0^2} \frac{d\omega}{dt} + \frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2\omega}{dt^2} = \frac{R}{fR + k_e k_c} C_r(t)$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{fR + k_e k_c}{J_{eq} L}}$$

$$z = \frac{1}{2} \frac{J_{eq} R + fL}{\sqrt{J_{eq} L} \sqrt{fR + k_e k_c}}$$

$$z = \frac{1}{2} \frac{J_{eq} R + fL^2}{\sqrt{J_{eq} L} \sqrt{fR + k_e k_c}} \quad A.N: \quad \begin{array}{l} z = 0,85 \\ z < 1 \end{array}$$

$$(EC): \frac{1}{\omega_0^2} X^2 + \frac{2z}{\omega_0^2} X + 1 = 0 \quad \Delta = \frac{4(z^2 - 1)}{\omega_0^2} < 0 \quad X = \omega_0(-z \pm j\sqrt{1 - z^2})$$

$$\omega(t) = e^{-z\omega_0 t} \left( A \cos(\omega_0 \sqrt{1 - z^2} t) + B \sin(\omega_0 \sqrt{1 - z^2} t) \right) + \frac{R}{fR + k_e k_c} C_r(t)$$

$$\omega(t) = e^{-z\omega_0 t} \left( A \cos \left( \omega_0 \sqrt{1 - z^2} t \right) + B \sin \left( \omega_0 \sqrt{1 - z^2} t \right) \right) + \frac{R}{fR + k_e k_c} C_r(t)$$

*Conditions initiales:*  $\omega(0) = 0$  ;  $\frac{d\omega(t)}{dt} = 0$

$$A = -\frac{RC_r(t)}{fR + k_e k_c} \quad B = -\frac{zRC_r(t)}{\sqrt{1 - z^2}(fR + k_e k_c)}$$

*Or :*  $C_r(t) = Mg \sin(\alpha) R_{roul}$

$$\omega(t) = e^{-z\omega_0 t} \left( A \cos \left( \omega_0 \sqrt{1 - z^2} t \right) + B \sin \left( \omega_0 \sqrt{1 - z^2} t \right) \right) + \frac{RMg \sin(\alpha) R_{roul}}{fR + k_e k_c}$$

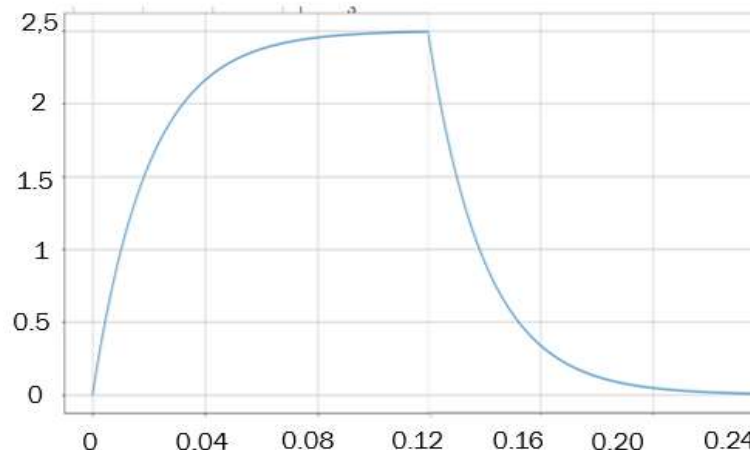
# Obtention de la courbe de tension

- $C_m + C_r + f\omega = J_{eq} \frac{d\omega}{dt}$
- $C_m = k_c i$
- $U - E - Ri - L \frac{di}{dt} = 0$
- $C_r(t) = Mg \sin(\alpha) R_{roul}$

$$U = \frac{d^2\omega}{dt^2} \left( \frac{LJ_{eq}}{k_c} \right) + \frac{d\omega}{dt} \left( \frac{J_{eq}R + fL}{k_c} \right) + \omega \left( k_e + \frac{Rf}{k_c} \right) + \frac{C_r(t)R}{k_c}$$

```
def fonctionderiv(t,alpha,m):
    -z*w0*np.exp(-z*w0*t)*(A(alpha,m)*np.cos(w0*((1-z**2)**0.5)*t)+B(alpha,m)*np.sin(w0*((1-z**2)**0.5)*t)) + (R*Cr(alpha,m))/(f*R+ke*kc)+-z*w0*np.exp(-z*w0*t)*(A(alpha,m)
def fonctionderiv2(t,alpha,m):
    -z*w0**2*np.exp(-z*w0*t)*(A(alpha,m)*np.cos(w0*((1-z**2)**0.5)*t)+B(alpha,m)*np.sin(w0*((1-z**2)**0.5)*t)) + (R*Cr(alpha,m))/(f*R+ke*kc)+-z*w0*np.exp(-z*w0*t)*(A(alpha,m)
def Tension(t,alpha,m):
    return fonctionderiv2(t,alpha,m)*(J*L)/(kc) + fonctionderiv(t,alpha,m)*(J*R + f*L)/(kc) + fonction((t,alpha,m))*(ke+R*f)/(kc)
```

Tension (V)



Temps (s)

# Programmes python

## Affichage de la vitesse de rotation

```
29 J = 2.77 * 10**-6
30 R = 0.5
31 f = 10**-5
32 L = 10**-3
33 ke = 2.510**-2
34 kc = 2.510**-2
35 Rroul = 0.0635
36 alpha0 = np.pi/4
37 M0 = 5
38 g = 9.81
39 Cr0 = M0*g*np.sin(alpha0)*Rroul
40 z = 0.5 * (J*R + f*L)/(((J*L)**0.5)*(f*R + ke*kc)**0.5)
41 w0 = ((f*R + ke*kc)/(J*L))**0.5
42 A0 = -(R*Cr0)/(f*R + ke*kc)
43 B0 = -(z*R*Cr0)/((f*R + ke*kc)*np.sqrt(1-z**2)**0.5))
44
45
46 def Cr(alpha,m):
47     return m*g*np.sin(alpha)*Rroul
48
49 def A(alpha,m):
50     return -(R*Cr(alpha,m))/(f*R + ke*kc)
51
52 def B(alpha,m):
53     return -(R*Cr(alpha,m))/(f*R + ke*kc)
54
55
56 T = np.linspace(0,300,100)
57
58 def fonction(t,alpha,m):
59     return np.exp(-z*t)*(A(alpha,m)*np.cos(w0*((1-z**2)**0.5)*t)+B(alpha,m)*np.sin(w0*((1-z**2)**0.5)*t)) + (R*Cr(alpha,m))/(f*R+ke*kc)
60
61 # omega = fonction(T,alpha0,M0)
62
63 plt.grid()
64
65 ALPHA = np.linspace(0,np.pi/4,100)
66 MASSE = np.linspace(0.05,5,100)
67 # plt.subplot(2,2,1)
68 plt.plot(T,fonction(T,alpha0,M0 ),"r")
69
```

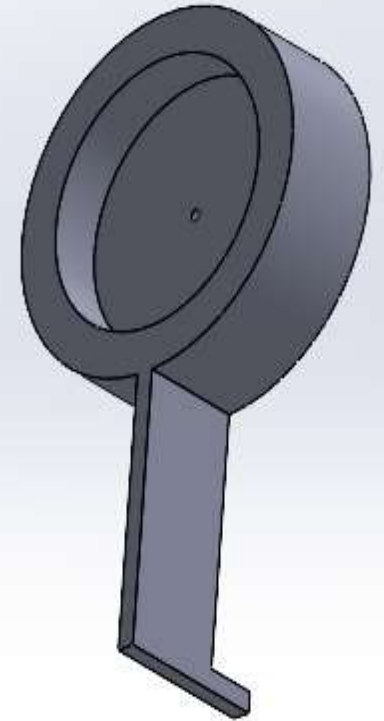
## Affichage de la vitesse de descente

```
71 v = []
72 L = fonction(T,alpha0,M0 )
73 for k in L:
74     v.append(k*0.0635)
75
76
77 plt.plot(T,v,"b")
78 plt.show()
```

## Affichage de la vitesse maximale en fonction des paramètres

```
70 v = []
71 L = fonction(T,alpha0,M0 )
72 for k in L:
73     v.append(k*0.0635)
74 # plt.plot(T,v,"b")
75
76 # plt.subplot(2,2,2)
77 plt.plot(ALPHA,v,"g")
78 # plt.subplot(2,2,3)
79 plt.plot(MASSE, v,"b")
80
81
82 plt.show()
```

## C) Détails des expériences





# Couple de démarrage obtenu

Masses utilisées (g)	Mouvement observé
64,65	Oui
49,53	Oui
49,24	Oui
48,32	Oui
48,04	Oui
47,69	Non
46,96	Non
39,88	Non
29,84	Non

Estimateur :  $\bar{m} = \frac{m_{max} + m_{min}}{2} = 47,86g$

Incertitude due à la variabilité du système

$$u_1(m) = \frac{m_{max} - m_{min}}{2\sqrt{3}} = 0,09 g$$

Incertitude type de résolution:

$$u_2(m) = \frac{0,01}{\sqrt{3}} = 0,006 g$$



$$u(m) = \sqrt{u_1(m)^2 + u_2(m)^2} = 0,09g$$

# Mesure de la résistance interne



$$\bar{R} = \frac{R_{max} + R_{min}}{2} = 2,7\Omega$$
$$u(R) = 0,2\Omega$$

$$R_{min} = 2,6\Omega$$

$$R_{max} = 2,8\Omega$$

# Mesure de la résistance interne (incertitudes)

Incertitude due à la variabilité du système

$$u_1(R) = \frac{R_{max} - R_{min}}{2\sqrt{3}} = 0,1\Omega$$

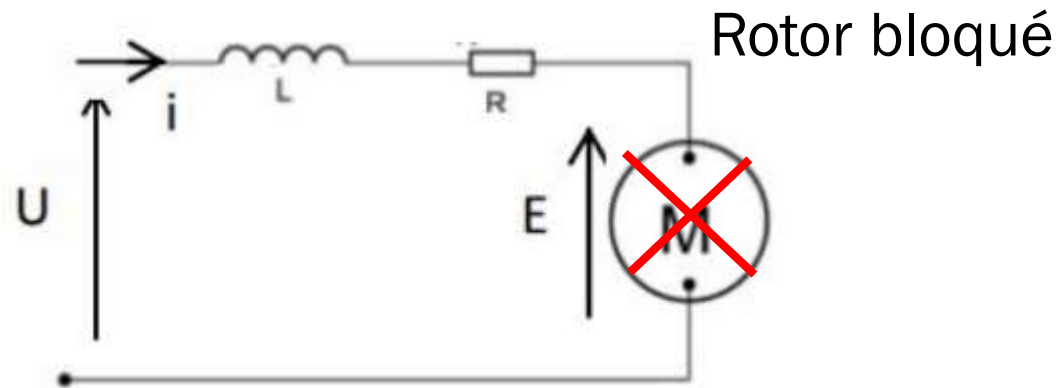
Incertitude type due à l'instrument de mesure

$$u_2(R) = \frac{2,7 \times \frac{0,5}{100} + 2 \times 0,1}{\sqrt{3}} = 0,1\Omega$$

Incertitude composée

$$u(R) = \sqrt{u_1(R)^2 + u_2(R)^2} = 0,1\Omega$$

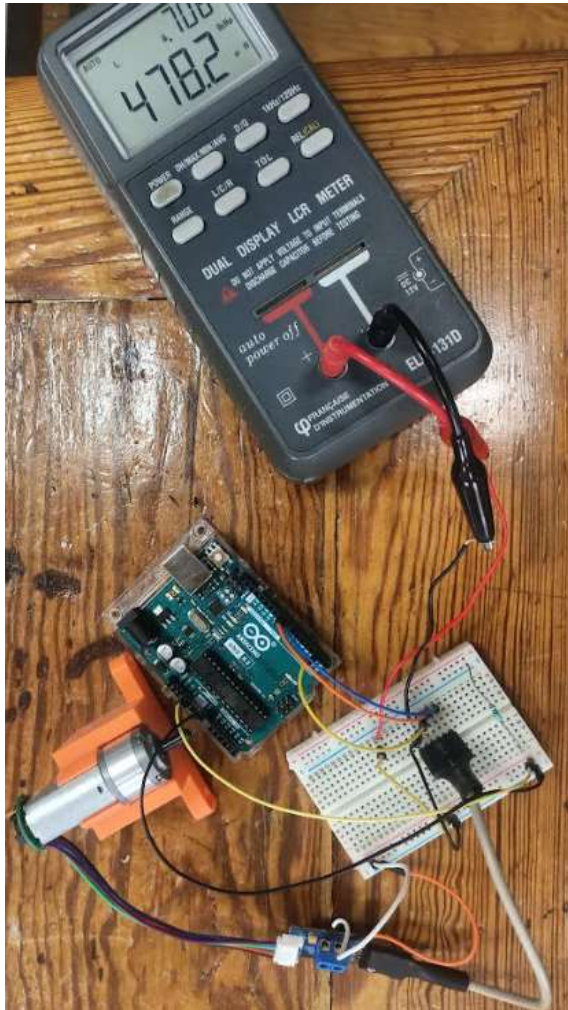
# Mesure de l'inductance



Autre Protocole:

- On bloque le rotor
- On alimente le moteur à l'aide de l'arduino
- On mesure sa tension à ses bornes à l'aide d'un oscilloscope
- On trace l'évolution temporelle de  $i$
- On identifie  $3\tau = 3 \frac{L}{R}$
- On calcule  $L = \frac{3\tau R}{3}$

# Mesure de l'inductance



$$L_{min} = 477,9 \mu H$$

$$L_{max} = 478,3 \mu H$$

$$\bar{L} = \frac{L_{max} + L_{min}}{2} = 477,1 \mu H$$
$$u(L) = 1 \mu H$$

Incertitude due à la variabilité du système

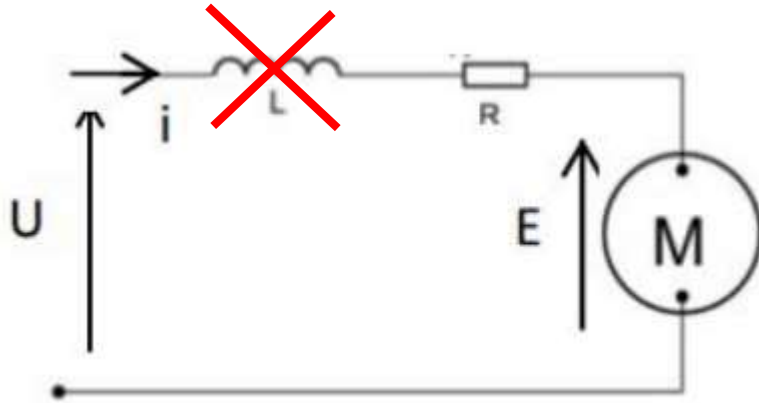
$$u_1(L) = 0,1 \mu H$$

Incertitude type due à l'instrument de mesure

$$u_2(L) = 1 \mu H$$

$$u(L) = \sqrt{u_1(R)^2 + u_2(R)^2} = 1 \mu H$$

# Mesure de la constante de FEM (incertitudes)



$$\overline{k_e} = \frac{U - Ri}{\omega} = 0,091 \text{ V/rad/s}$$

$$\bar{i} = \frac{i_{max} + i_{min}}{2} = 0,045 \text{ A}$$

$$i_{min} = 0,044 \text{ A}$$

$$i_{max} = 0,046 \text{ A}$$

$$\omega_{min} = 17,9 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{max} = 18,1 \text{ rad/s}$$

$$U_{min} = 1,78 \text{ V}$$

$$U_{max} = 1,82 \text{ V}$$

$$u_1(i) = \frac{i_{max} - i_{min}}{2\sqrt{3}} = 0,00058 \text{ A}$$

$$u_2(i) = \frac{0,045 \times \frac{2,5}{100} + 2 \times 0,001}{\sqrt{3}} = 0,001 \text{ A}$$



## Mesure de la constante de FEM (incertitudes)

$$u_1(\omega) = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{2\sqrt{3}} = 0,058 \text{ rad/s}$$

$$u_2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,58 \text{ rad/s} \qquad \bar{\omega} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 18,0 \text{ rad/s}$$

$$u_1(U) = \frac{U_{max} - U_{min}}{2\sqrt{3}} = 0,01 \text{ V} \qquad \bar{U} = \frac{U_{max} + U_{min}}{2} = 1,80 \text{ V}$$

$$u_2(U) = \frac{1,80 \times \frac{3}{100} + 1 \times 0,001}{\sqrt{3}} = 0,03 \text{ V}$$

## Mesure de la constante de FEM (incertitudes)

$$u(i) = \sqrt{u_1(i)^2 + u_2(i)^2} = 0,001A$$

$$u(U) = \sqrt{u_1(U)^2 + u_2(U)^2} = 0,03V$$

$$u(\omega) = \sqrt{u_1(\omega)^2 + u_2(\omega)^2} = 0,58rad/s$$

$$\begin{aligned} u(k_e) &= k_e \sqrt{\left(\frac{u(\omega)}{\bar{\omega}}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{\bar{i}}\right)^2 + \left(\frac{u(U)}{\bar{U}}\right)^2 + \left(\frac{u(R)}{\bar{R}}\right)^2} \\ &= 0,004 V/rad/s \end{aligned}$$

$$Z(\bar{k}_e, k_{e_{ref}}) = \frac{|\bar{k}_e - k_{e_{ref}}|}{|u(k_e)|} = 2,5$$

# Mesure de la constante de couple



$$k_c = \frac{C_m}{i} = \frac{R_{Poulie} \times m \times g}{i}$$

$$i \in [0,083A; 0,085A] \quad \bar{i} = 0,084 A$$

$$\bar{m} = 60 g \quad \overline{R_{Poulie}} = 20mm$$

$$\overline{k_c} = \frac{\overline{R_{Poulie}} \times \bar{m} \times g}{\bar{i}} = 0,11 Nm/A$$

# Mesure de la constante de couple (incertitudes)

$$u(i) = \sqrt{u_1(i)^2 + u_2(i)^2} = 0,001A$$

$$u(R_{Poulie}) = 0,5 \text{ mm}$$

$$u(m) = \sqrt{u_1(m)^2 + u_2(m)^2} = 0,1g$$

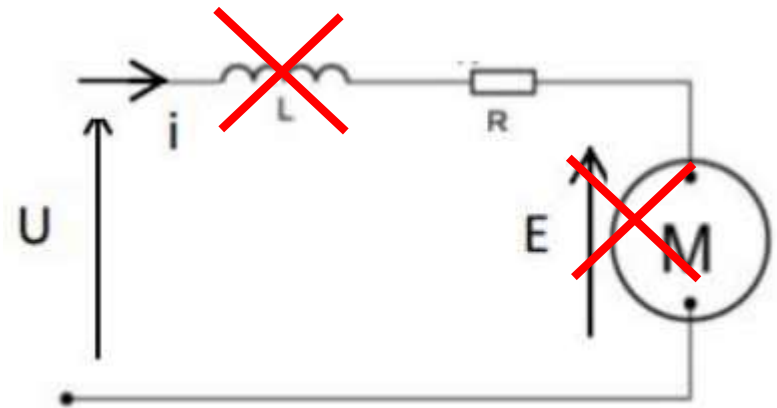
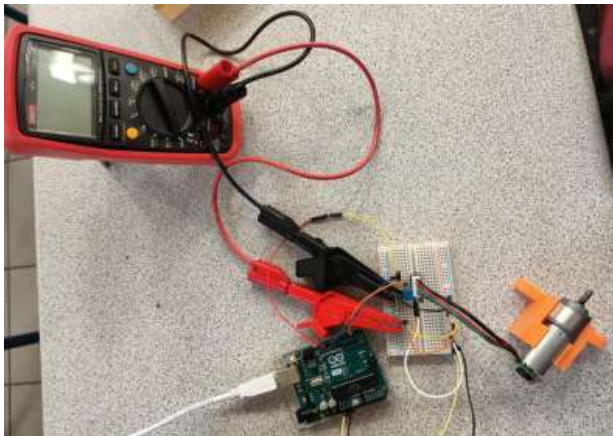
$$u(k_c) = \overline{k_c} \sqrt{\left(\frac{u(\omega)}{\overline{\omega}}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{\overline{i}}\right)^2 + \left(\frac{u(U)}{\overline{U}}\right)^2} = 0,006 \text{ Nm/A}$$

$$Z(\overline{k_c}, k_{c_{ref}}) = 3,64$$

# Mesure du coefficient de frottements

## Protocole:

- On alimente le moteur et on suppose le être en régime permanent
- Le moteur tourne à vide donc  $C_r = 0Nm$
- D'après les lois du moteur :  $k_c i - f\omega = 0$
- On mesure  $\omega$  avec le capteur à effet hall du moteur
- On mesure  $i$  avec un ampèremètre et  $k_c$  est connu
- On calcule  $f = \frac{k_c i}{\omega}$



# Mesure du coefficient de frottements

$$i_{min} = 8,31 \text{ mA}$$

$$i_{max} = 8,25 \text{ mA}$$

$$\omega_{min} = 18,9 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{max} = 19,3 \text{ rad/s}$$

$$\bar{i} = \frac{i_{max} + i_{min}}{2} = 8,28 \text{ mA}$$

$$u(i) = \frac{i_{max} - i_{min}}{2\sqrt{3}} = 0,0173 \text{ mA}$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} = 19,1 \text{ rad/s}$$

$$u(\omega) = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{2\sqrt{3}} = 0,0115 \text{ rad/s}$$

$$\bar{f} = \frac{k_c \bar{i}}{\bar{\omega}} \approx 3,85 \times 10^{-5} \text{ Nm/s}$$

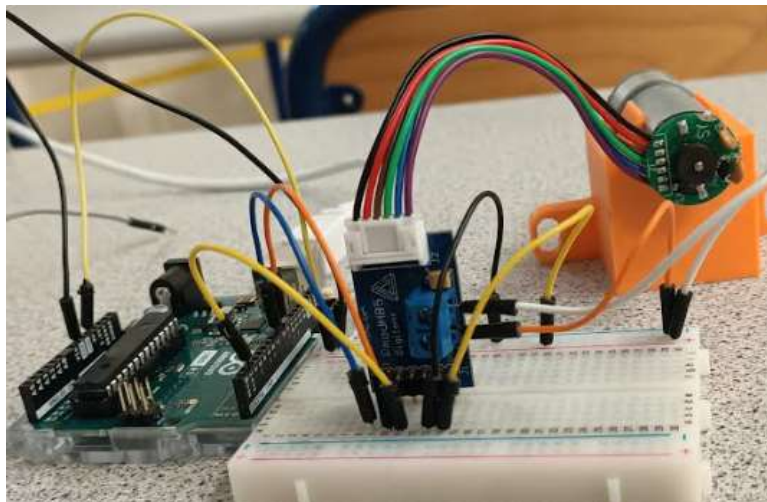
$$u(f) = \bar{f} \sqrt{\left(\frac{u(\omega)}{\bar{\omega}}\right)^2 + \left(\frac{u(i)}{\bar{i}}\right)^2 + \left(\frac{u(k_c)}{k_c}\right)^2} = 0,00217 \times 10^{-5} \text{ Nm/s}$$



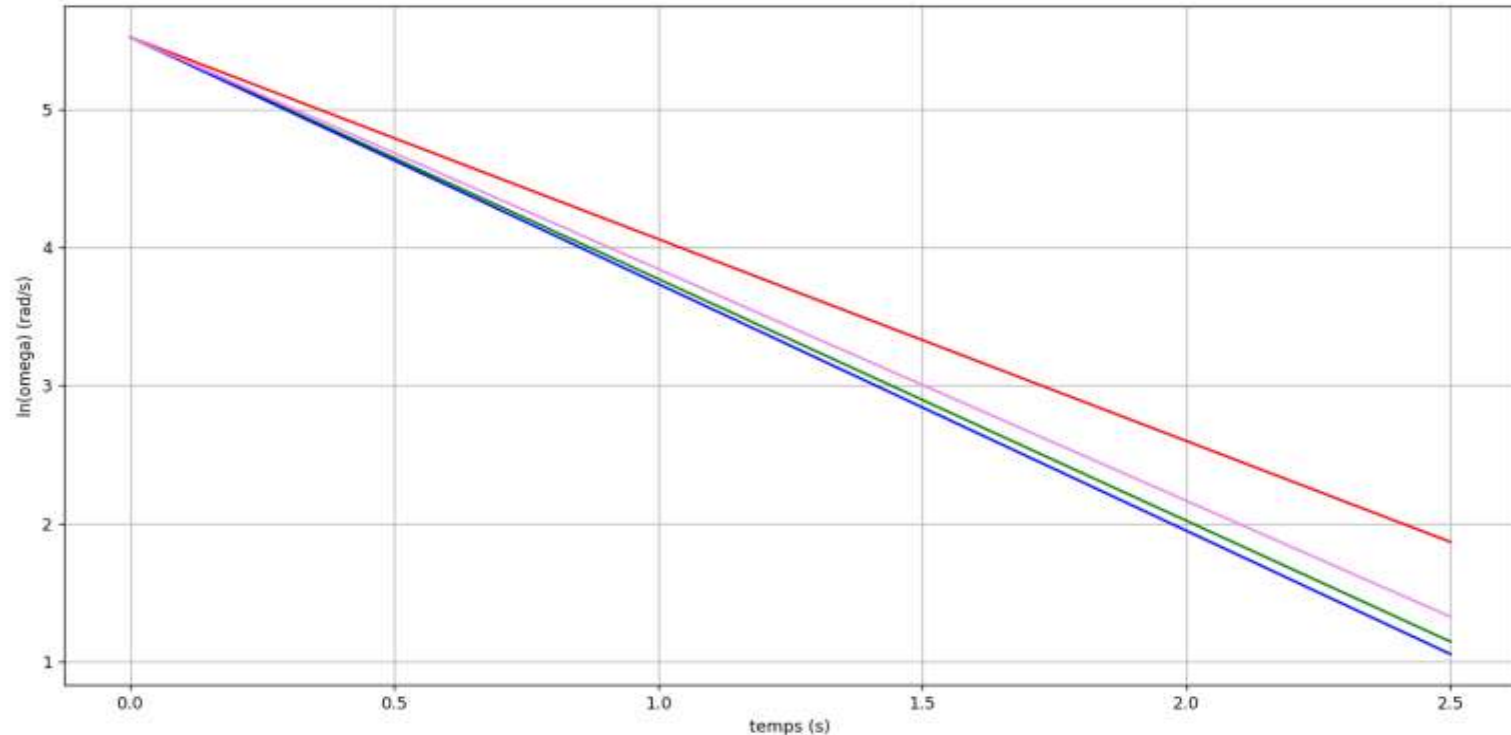
# Mesure de l'inertie équivalente

## Protocole:

- On fait tourner le moteur à vide à une vitesse angulaire  $\omega_0$
- On coupe l'alimentation à  $t = 0s$  donc  $i = 0V$  et  $C_m = 0Nm$
- D'après les lois du moteur:  $J \frac{d\omega}{dt} = -f\omega$
- L'équation différentielle donne :  $\ln(\omega) = \ln(\omega_0) - \frac{f}{J} t$
- On mesure  $\omega$
- On trace  $\ln(\omega)$  en fonction de  $t$
- La pente de cette droite donne directement  $-\frac{f}{J}$ , avec  $f$  connu



# Mesure de l'inertie équivalente



$$u(f) = \bar{f} \sqrt{\left(\frac{u(\omega)}{\bar{\omega}}\right)^2 + \left(\frac{u(f)}{\bar{f}}\right)^2 + \left(\frac{u(p)}{\bar{p}}\right)^2} = 0,0291 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

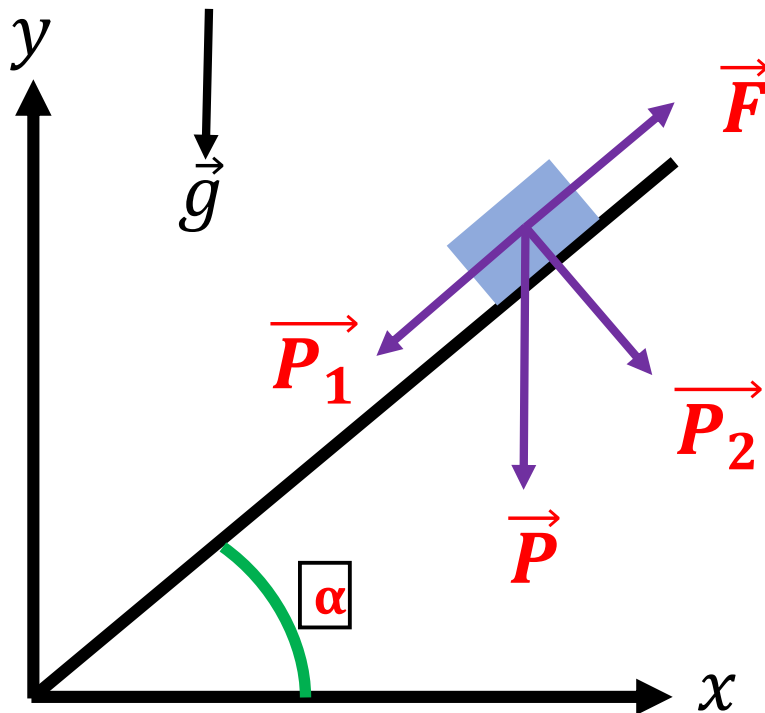
$$\bar{J} = 3,13 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

$$u(J) = 0,0291 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

$$p_{\min} = -1,21 \text{ rad/s}^2 \quad J_{\max} = 3,18 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

$$p_{\max} = -1,25 \text{ rad/s}^2 \quad J_{\min} = 3,08 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2$$

# Expérience des frottements de coulomb



$$\|\vec{P}_1\| = \|\vec{P}\|\sin(\alpha)$$

$$\|\vec{P}_2\| = \|\vec{P}\|\cos(\alpha)$$

$$\|\vec{F}\| = \mu\|\vec{P}_2\|$$

*A l'équilibre*

$$\|\vec{F}\| = \|\vec{P}_1\| = \mu\|\vec{P}_2\|$$

$$\mu = \frac{\|\vec{P}_1\|}{\|\vec{P}_2\|} = \tan(\alpha)$$

# Expérience des frottements de coulomb

Expérience	Angle de glissement
1	38°
2	40°
3	39°
4	46°
5	41°
6	43°
7	40°
8	45°
9	39°
10	42°

$$u_1(\alpha) = \frac{\alpha_{max} - \alpha_{min}}{2\sqrt{3}} = 0,1^\circ$$

$$u_2(\alpha) = \frac{1^\circ}{\sqrt{3}} = 0,2^\circ$$

$$u(\alpha) = \sqrt{u_1(\alpha)^2 + u_2(\alpha)^2} = 0,4^\circ$$

$$\bar{\alpha} = 42^\circ$$

$$u(\alpha) = 0,4^\circ$$

$$\mu = \tan(\bar{\alpha}) = 0,9$$

$$Z(\mu, \mu_{ref}) = 1,8$$

$$\mu_{ref} = 0,896 \text{ (Caoutchouc/pvc)}$$

# Affichage de la vitesse de rotation sur arduino

```
1 #define HALL_SENSOR_PIN 2
2 #define MOTOR_PWM_PIN 9
3 #define MOTOR_DIR_PIN 8
4 volatile unsigned long pulseCount = 0;
5
6 void setup() {
7     Serial.begin(9600);
8
9     // Configure the motor control pins
10    pinMode(MOTOR_PWM_PIN, OUTPUT);
11    pinMode(MOTOR_DIR_PIN, OUTPUT);
12
13    // Configure the hall sensor pin
14    pinMode(HALL_SENSOR_PIN, INPUT_PULLUP);
15
16    // Attach interrupt to hall sensor pin
17    attachInterrupt(digitalPinToInterrupt(HALL_SENSOR_PIN), countPulses, FALLING);
18
19    // Initialize motor
20    digitalWrite(MOTOR_DIR_PIN, HIGH); // Set motor direction
21    analogWrite(MOTOR_PWM_PIN, 128); // Set motor speed (0-255)
22 }
23
24 void loop() {
25     // Print pulse count every second
26     static unsigned long lastPrintTime = 0;
27     if (millis() - lastPrintTime > 1000) {
28         lastPrintTime = millis();
29         Serial.print("Pulse Count: ");
30         Serial.println(pulseCount);
31         pulseCount = 0; // Reset pulse count for the next interval
32     }
33 }
34 void countPulses() {
35     pulseCount++;
36 }
```

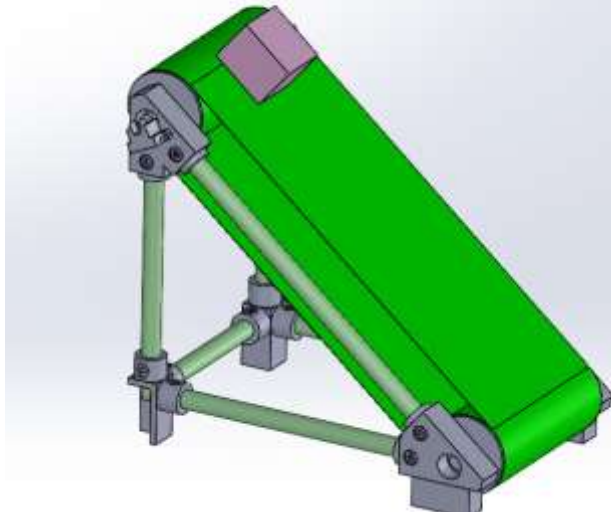
# Mesure de l'inertie équivalente sur arduino

```
17 temps = np.linspace(0,2.5,200)
18 omega1 = [250.0, 244.56097270918136, 239.2402774898438, 234.03533989652266, 228.94364149366987, 223.962718637096, 219.0901612819236, 214.3236118
19 omega2 = [250.0, 244.450081827391, 239.0233700216726, 233.71712944182647, 228.52868566606966, 223.45542364390735, 218.49478637810986, 213.644273
20 omega3 = [250.0, 245.44991262134386, 240.98263842330135, 236.5966701770409, 232.2905280858224, 228.06275928572373, 223.91193735545386, 219.8366
21 87.74932384100022, 86.15225547742205, 84.58425431625975, 83.04479132426992, 81.53334709679916, 80.04941168254022, 78.59248441147793, 77.16207372
22 9.506298141560924, 9.33328019279429, 9.16341123116751, 8.99663394401403, 8.832892061777837, 8.67213033902853, 8.514294535821827, 8.3593313993994
23 omega4 = [250.0, 244.7829054072227, 239.6746831184053, 234.6730611451147, 229.775814911632, 224.98076626552609, 220.285782508875, 215.6887754497
24 31.649402415071, 30.988930710253793, 30.342241978876128, 29.709048592633202, 29.08906892555646, 28.482027228754667, 27.887653507768782, 27.30568
25 22.585137543556087, 22.113822347733613, 21.65234273574962, 21.200493454919055, 20.75807353584758, 20.3248862030462, 19.900738787411303, 19.48544
26 9.715514478153237, 9.512767445953145, 9.314251415534622, 9.11987809275161, 8.92956102601368, 8.743215567834914, 8.56075883718516, 8.382109682626
27
28 ln_de_omega1 = []
29 ln_de_omega2 = []
30 ln_de_omega3 = []
31 ln_de_omega4 = []
32 for i in omega1:
33     ln_de_omega1.append(np.log(i))
34 for i in omega2:
35     ln_de_omega2.append(np.log(i))
36 for i in omega3:
37     ln_de_omega3.append(np.log(i))
38 for i in omega4:
39     ln_de_omega4.append(np.log(i))
40 plt.grid()
41 plt.xlabel('temps (s)')
42 plt.ylabel('ln(omega) (rad/s)')
43 plt.plot(temps,ln_de_omega1,'green')
44 plt.plot(temps,ln_de_omega2,'blue')
45 plt.plot(temps,ln_de_omega3,'red')
46 plt.plot(temps,ln_de_omega4,'violet')
47 plt.show()
```

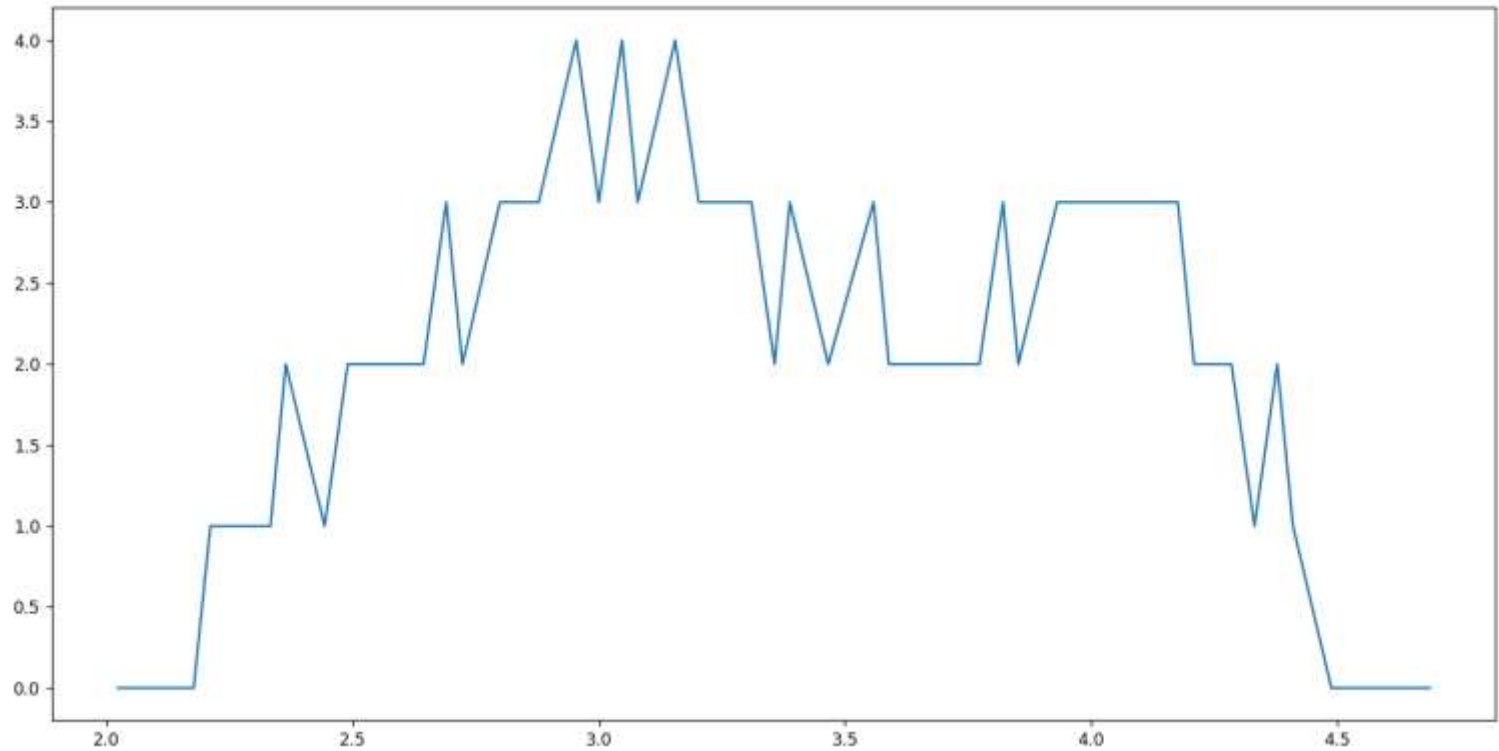
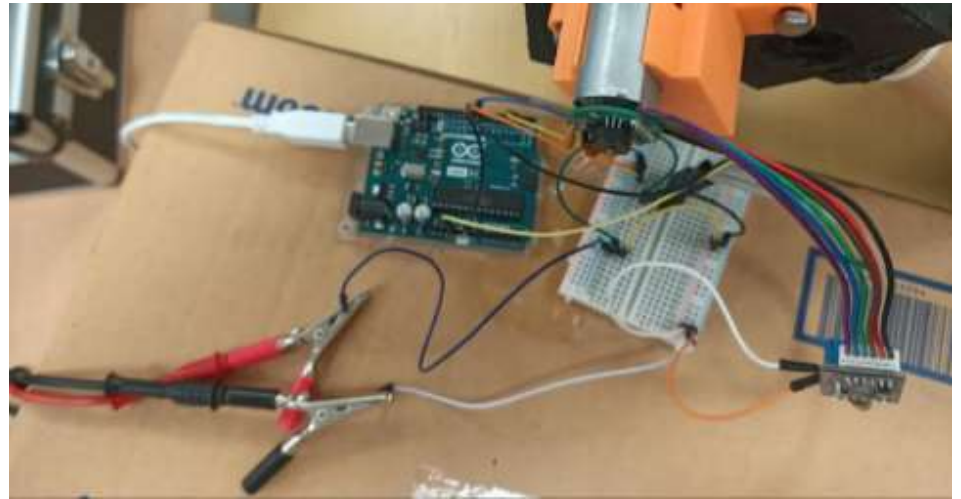


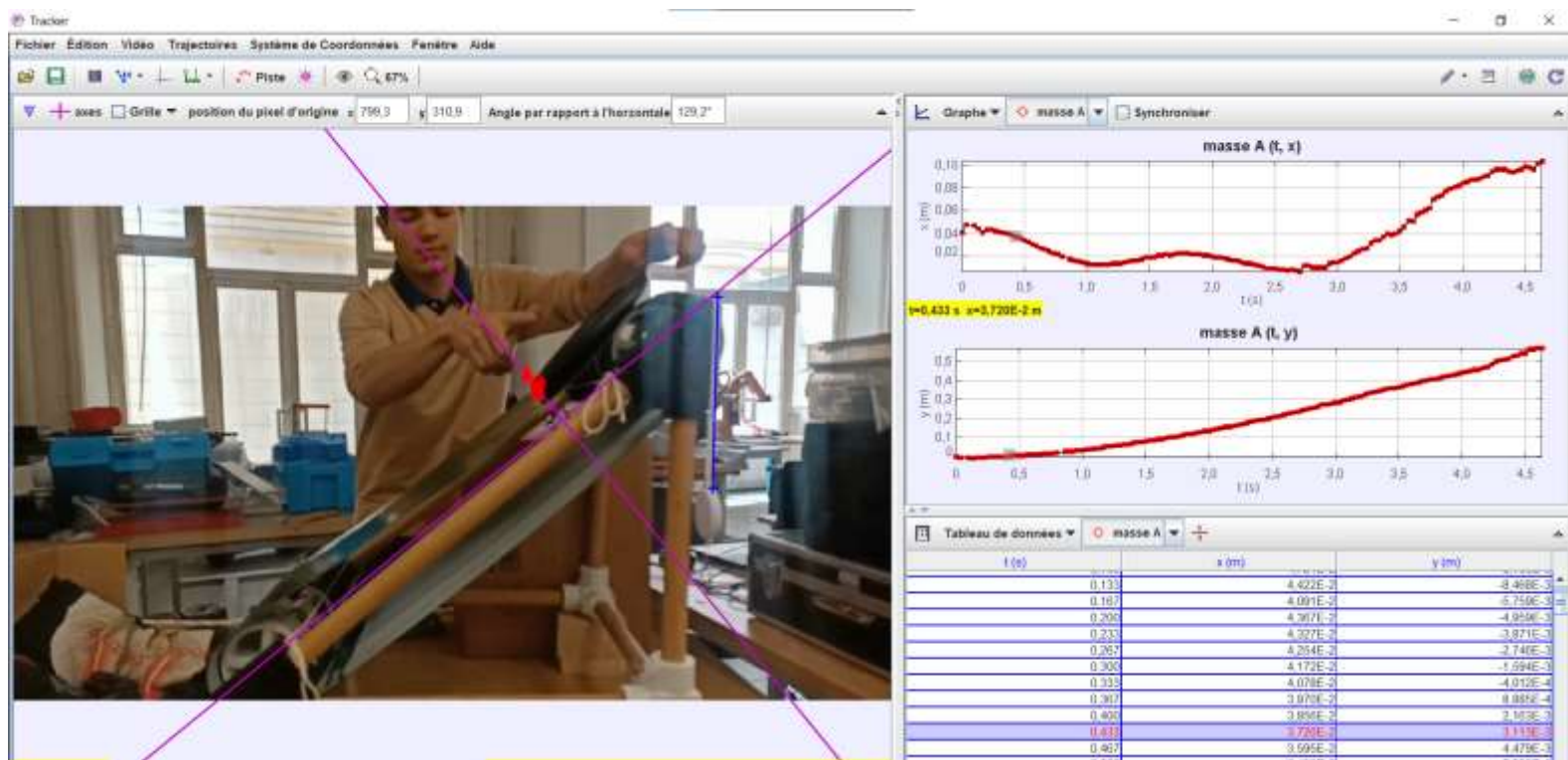
# Expérience de la descente de la masse

Affichage de la tension



Affichage de la vitesse:  
Données peu exploitables



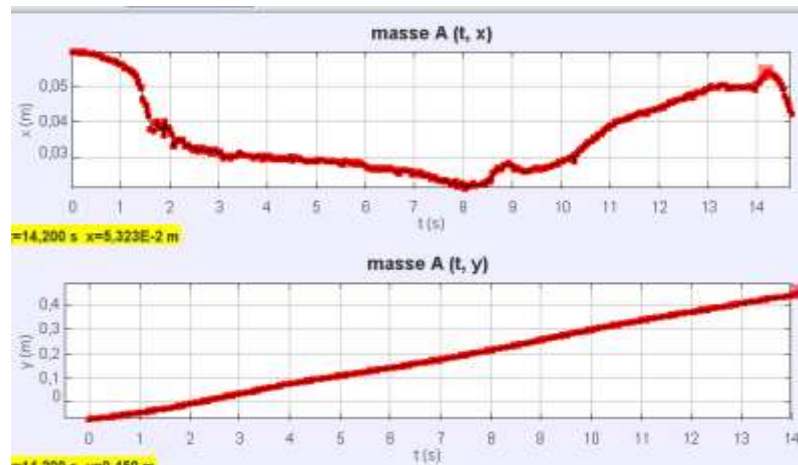
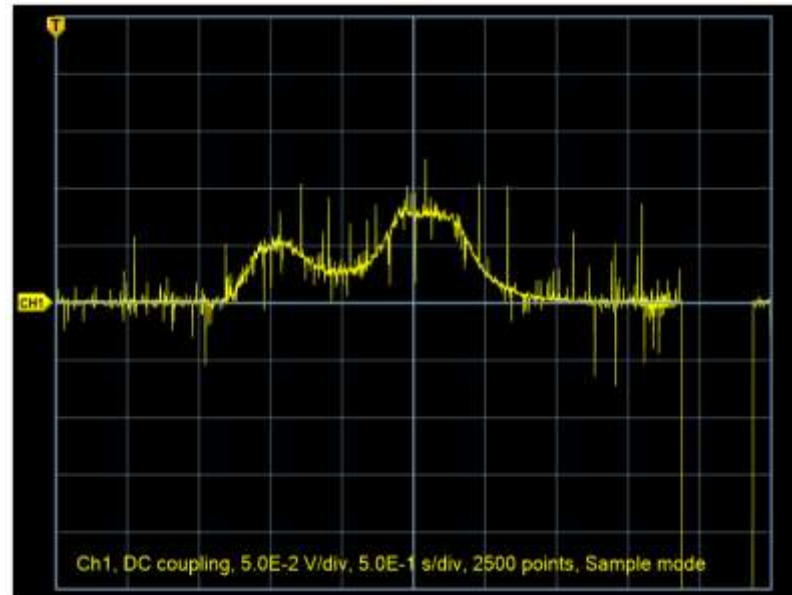


- Acquisition de la tension avec un oscilloscope avec TektronixOpenchoice
- Acquisition de la vitesse de descente avec Tracker



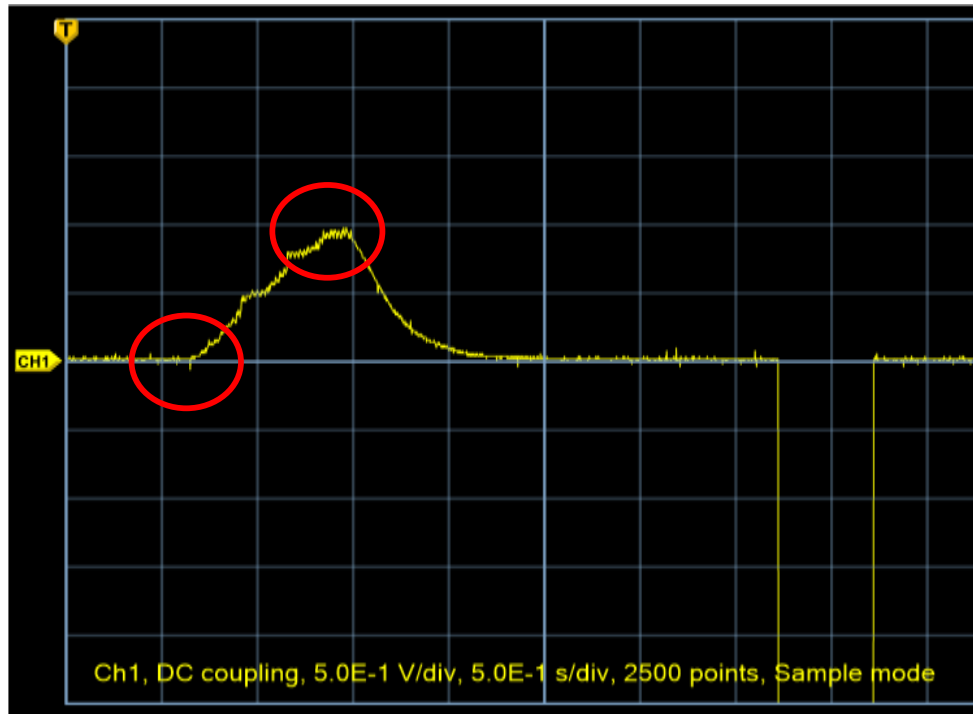
# RESULTATS

Masse : 500g



# Masse : 1Kg

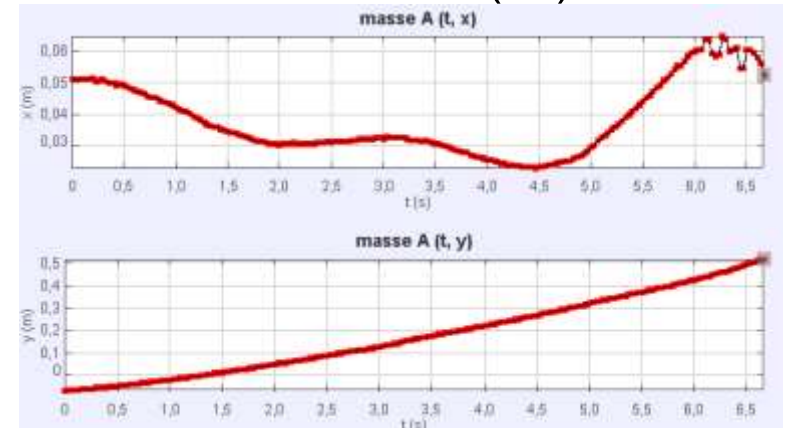
## Tension (V)



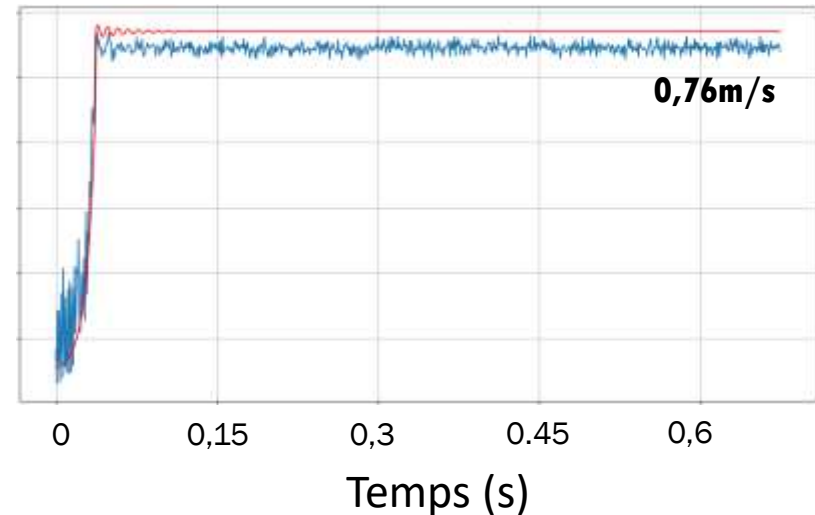
Pic de tension à  $\approx 0,7s$   
Valeur :  $\approx 0,1V$

Vitesse en régime  
permanent  $\approx 0,76m/s$

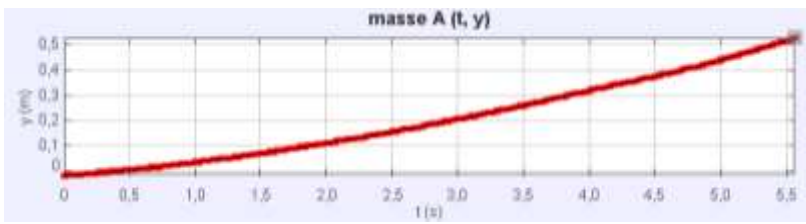
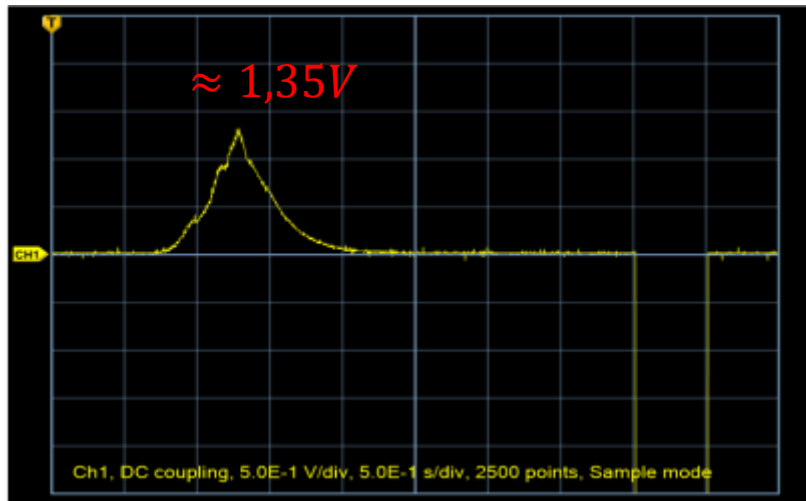
## Position (m)



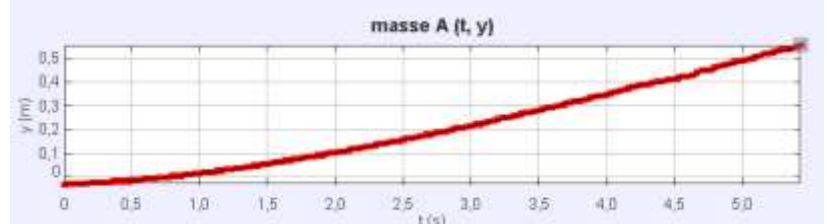
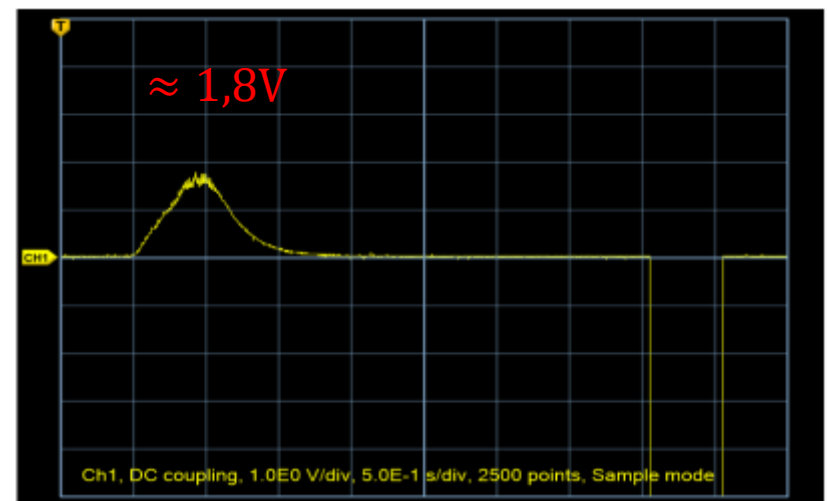
## Vitesse (m/s)



Masse : 1,5Kg

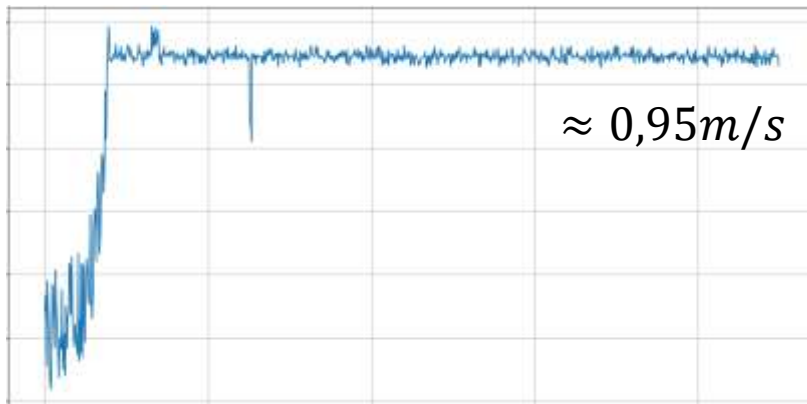
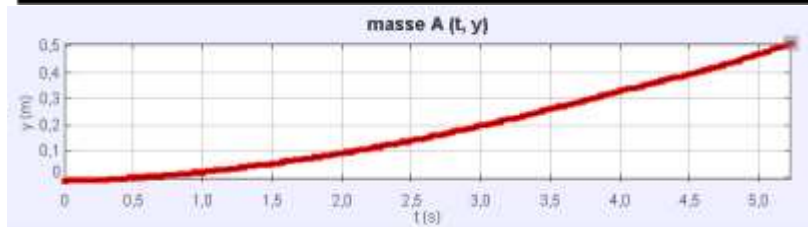
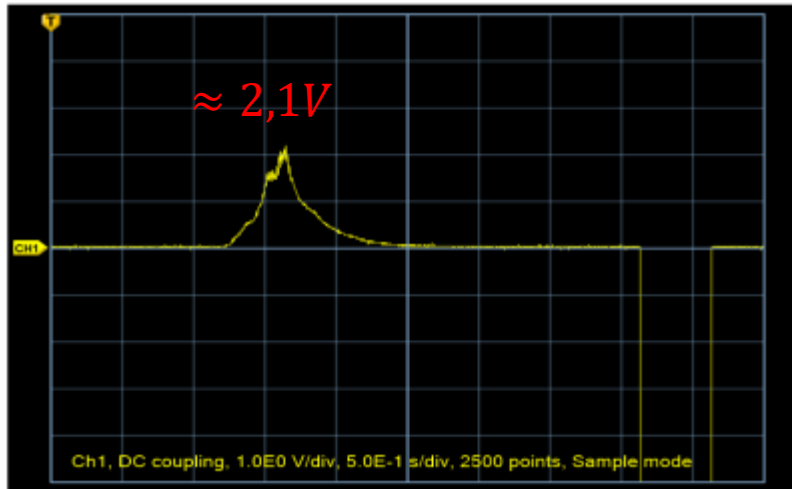


Masse : 2Kg

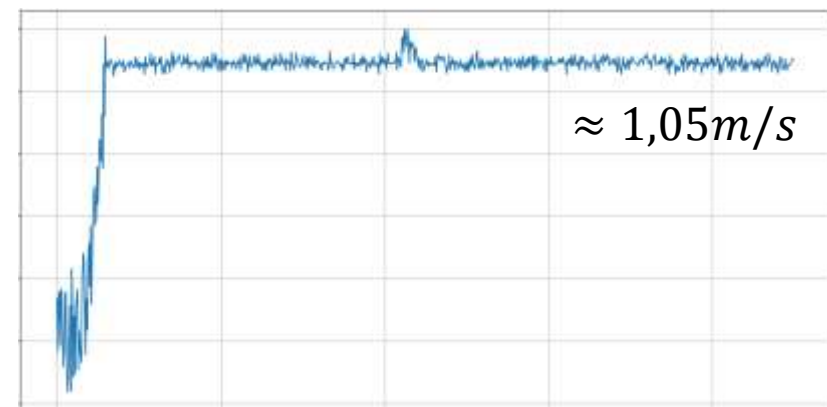
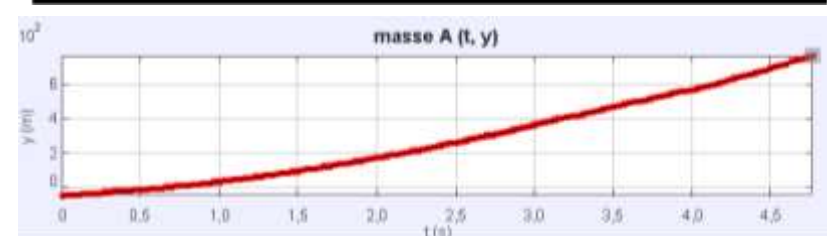
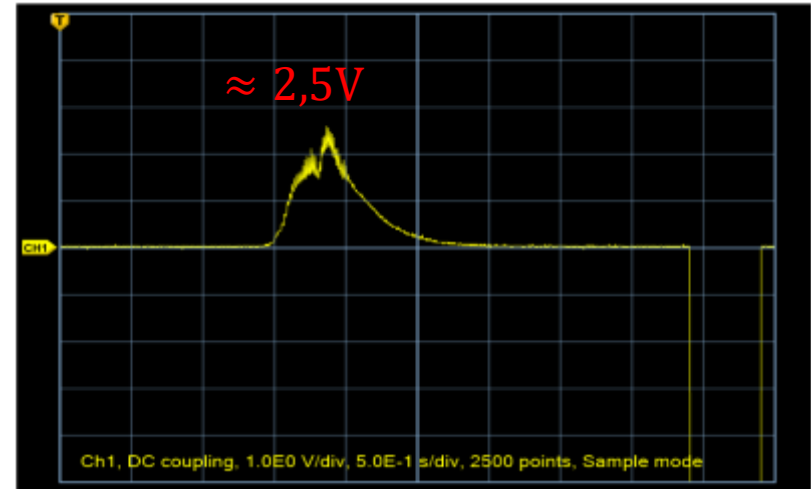




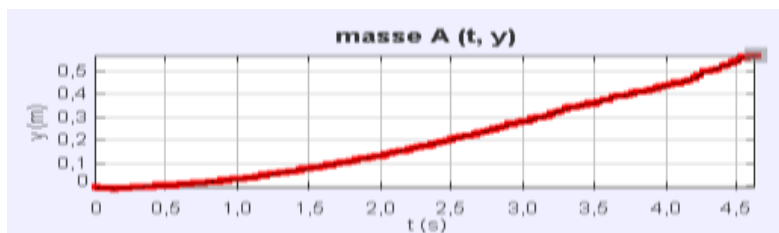
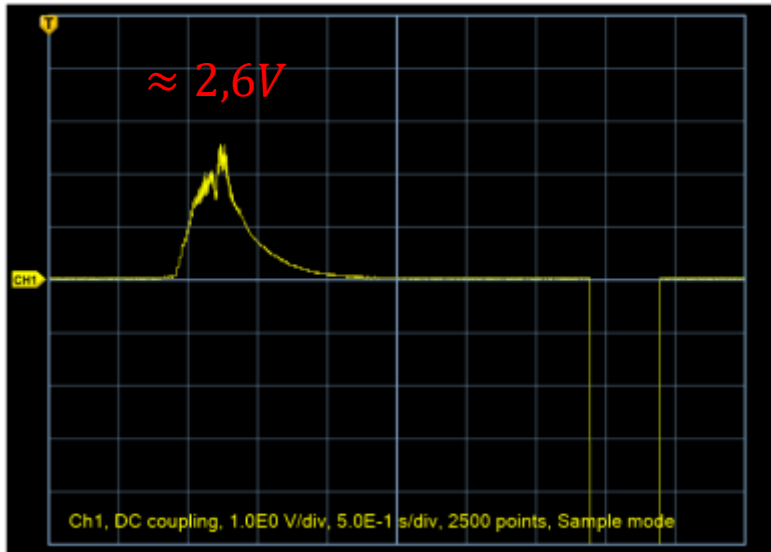
## Masse : 2,5Kg



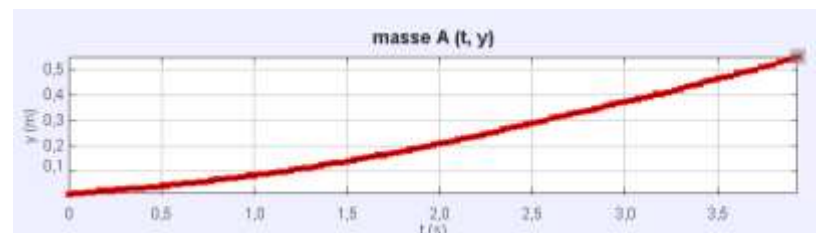
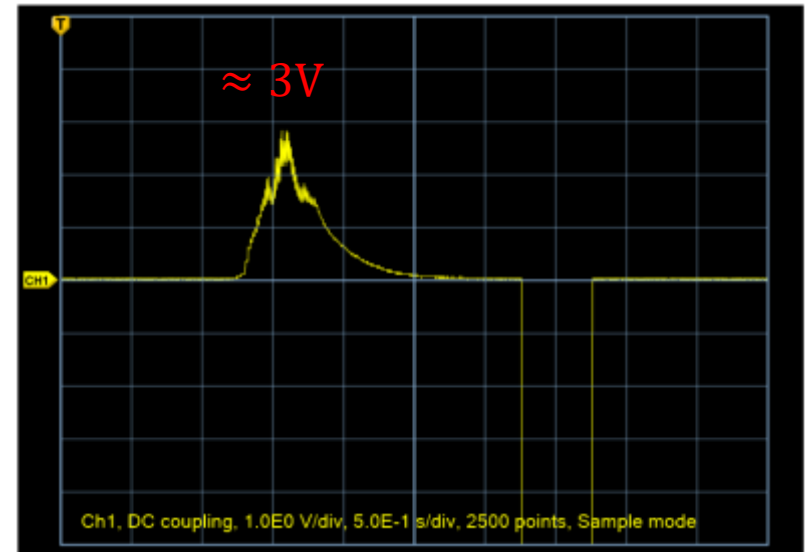
## Masse : 3Kg



## Masse : 4Kg

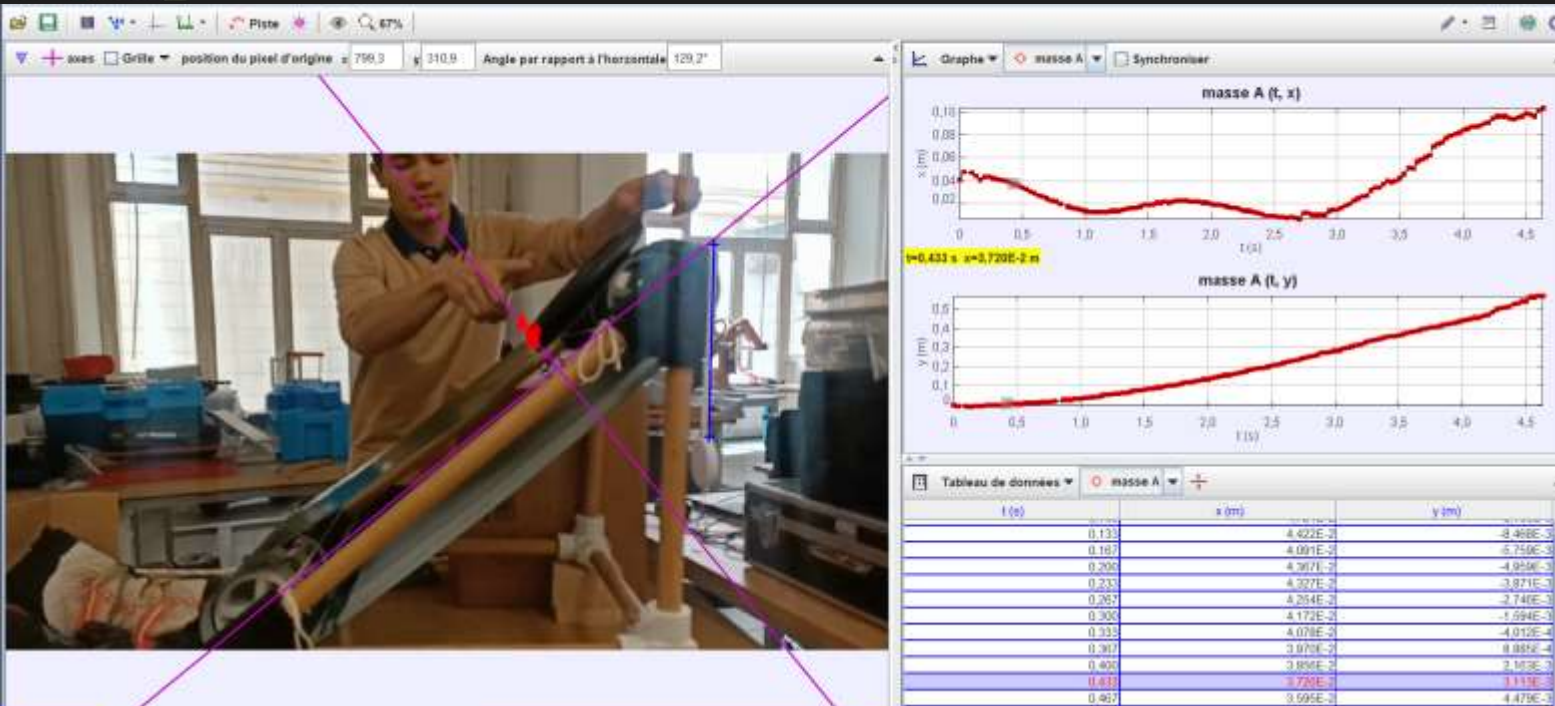


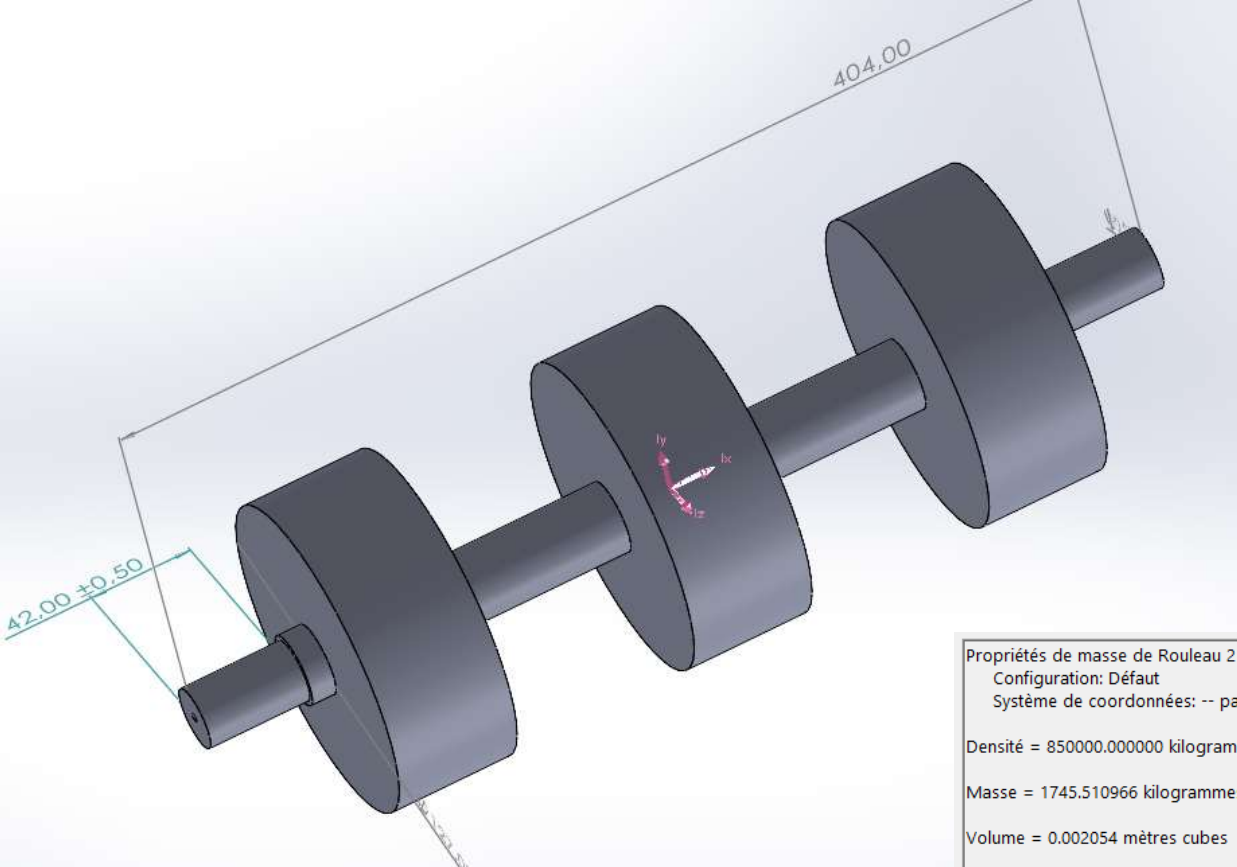
## Masse : 5Kg



# Programmes de traçage des courbes de vitesse

```
104 f = open("données.txt")
105 texte = f.read()
106 lignes = f.readlines()
107 f.close()
108
109 vitesse = [0]
110 temps = []
111 for i in range(1, len(lignes)):
112     vitesse.append(lignes[i-1][0]-lignes[i][0])
113     temps.append(lignes[i][1])
114
115 plt.plot(temps, vitesse)
116 plt.grid()
117 plt.show()
```





#### Propriétés de masse de Rouleau 2 avec moteur

Configuration: Défaut

Système de coordonnées: -- par défaut --

Densité = 850000.000000 kilogrammes par mètre cube

Masse = 1745.510966 kilogrammes

Volume = 0.002054 mètres cubes

Superficie = 0.155478 mètres carrés

Centre de gravité: ( mètres )

X = 0.000000

Y = 0.000000

Z = -0.149993

Principaux axes et moments d'inertie: ( kilogrammes \* mètres carrés )

Pris au centre de gravité.

Ix = ( 0.000000, 0.000000, 1.000000)

Iy = ( 0.000000, -1.000000, 0.000000)

Iz = ( 1.000000, 0.000000, 0.000000)

Px = 3.269076

Py = 20.582608

Pz = 20.582608

Moments d'inertie: ( kilogrammes \* mètres carrés )

Pris au centre de gravité et aligné avec le système de coordonnées de sortie. (En utilisant la notation de tenseur positive.)

Lxx = 20.582608

Lxy = 0.000000

Lxz = 0.000000

Lyx = 0.000000

Lyy = 20.582608

Lyx = -0.000000

Lzz = 0.000000

Lzy = -0.000006

Lzz = 3.269076

Moments d'inertie: ( kilogrammes \* mètres carrés )

Pris au système de coordonnées de sortie. (En utilisant la notation de tenseur positive.)

Ixx = 59.853104

Ixy = 0.000000

Ixz = 0.000000

Iyx = 0.000000

Iyy = 59.853104

Iyz = -0.000010

Izz = 0.000000

Izy = -0.000010

Izz = 3.269076

$$J_{roul} = 3,27 \text{ kg/m}^2$$

# CONSIGNES DU CDC

## 5.3.6.3.4 Straight Slides

- *For preschool- and school-age children:*
  - The average incline of a slide chute should be no more than 30° (that is, the height to horizontal length ratio shown in Figure 20 does not exceed 0.577).
  - No section of the slide chute should have a slope greater than 50°.