In [17]:
```
# Copyright 2019 Eugene Maslovich
# ehpc@ehpc.io
```

In [18]:
```
import timeit
import pandas as pd
import numpy as np
from sklearn import linear_model
from sklearn.preprocessing import PolynomialFeatures
import matplotlib
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
import time
import datetime
import math
from mpmath import mp
import mpmath.libmp
from multiprocessing import Pool
%matplotlib inline
mpmath.libmp.BACKEND
```

Out[18]:
```
'gmpy'
```

Содержание

Задача

Найти количество различных замощений n прямоугольника (доски) axb, где a - высота, b - ширина, прямоугольниками $1x2$ (доминошками) с возможностью ротации на 90°.

Алгоритм

Попытаемся придумать алгоритм для решения поставленной задачи.

Рассмотрим в качестве примера доску размера $a \times b = 4 \times 5$:

```
  1 2 3 4 5
 +-+-+-+-+-+
1| | | | | |
 +---------+
2| | | | | |
 +---------+
3| | | | | |
 +---------+
4| | | | | |
 +-+-+-+-+-+
```

Представим, что мы уже частично покрыли доску доминошками (здесь одинаковые буквы принадлежат одной доминошке):

```
  1 2 3 4 5
 +-+-+-+-+-+
1|A|D|D| | |
 +---------+
2|A|E|E| | |
 +---------+
3|B|B| | | |
 +---------+
4|C|C| | | |
 +-+-+-+-+-+
```

Для упрощения языка, введём понятие "**конфигурация** доски". Конфигурация доски показывает, как доска покрыта доминошками. Можно заметить, что всегда есть некоторое количество **полностью** покрытых доминошками **столбцов**. А также есть **один** столбец, покрытый частично.

Полностью покрытые столбцы можно обозначить как

$$i \in \{0, 1, 2, \ldots, b\}.$$

0%

А частично покрытый столбец можно представить вектором, показывающим, какие ячейки в незаполненном столбце заполнены, а какие нет

$$v = \left[\, v_1 \ v_2 \ \ldots \ v_a \,\right], v_x \in \{\text{входит, не входит}\}$$

Так как элементы вектора принимают всего два значения, можно использовать множество $\{0, 1\}$, где 0 обозначает "не входит", а сам вектор представлять битовой маской. Таким образом получаем

$$v = \left[\, v_1 \ v_2 \ \ldots \ v_a \,\right], v_x \in \{0, 1\}$$

Саму конфигурацию обозначим как

$$f(i, v).$$

Используя введённые обозначения, текущую конфигурацию доски можно записать так:

$$f(2, 1100).$$

Представим, что для конфигурации $f(2, 1100)$ нам уже известно количество возможных замощений. То есть каким-то магическим образом, мы смогли перебрать все варианты и посчитать их количество. Пусть f будет функцией, которая возвращает это количество. Можем обозначить данное утверждение как

$$f(2, 1100) = k_{2,1100} \in \mathbb{N}.$$

Чтобы найти количество вариантов замощения всей доски, нам надо из текущей конфигурации перейти во все остальные возможные конфигурации. Попробуем для начала перейти в конфигурации $f(3, ?)$. Нарисуем все возможные варианты:

```
  1 2 3 4 5          1 2 3 4 5          1 2 3 4 5
 +-+-+-+-+-+        +-+-+-+-+-+        +-+-+-+-+-+
1|A|D|D| | |       1|A|D|D| | |       1|A|D|D| | |
 +---------+        +---------+        +---------+
2|A|E|E| | |       2|A|E|E| | |       2|A|E|E| | |
 +---------+   ->   +---------+   или  +---------+
3|B|B| | | |       3|B|B|Z|Z| |       3|B|B|Y| | |
 +---------+        +---------+        +---------+
4|C|C| | | |       4|C|C|X|X| |       4|C|C|Y| | |
 +-+-+-+-+-+        +-+-+-+-+-+        +-+-+-+-+-+
```

Как видно, чтобы полностью заполнить 3-й столбец, можно либо положить две доминошки горизонтально, либо одну вертикально.

Таким образом, из $f(2, 1100)$ мы можем перейти в две конфигурации: $f(3, 0011)$ и $f(3, 0000)$.

Заметим, что $f(3, 0011) = f(3, 0000) = f(2, 1100) + 1 = k_{2,1100} + 1$. То есть, количество замощений на следующем шаге зависит от предыдущих шагов. Это означает, что задачу можно попытаться решить рекурсивно.

Но для начала рассмотрим два крайних случая: полностью замощённая доска и полностью пустая доска.

Полностью замощённая доска

Представим, что наша доска полностью замощена. Эту конфигурацию можно записать как

$$f(5, 0000).$$

По сути это означает, что все 5 столбцов заполнены доминошками, а 6-й столбец не содержит ни одной доминошки. Понятно, что 6-го столбца на самом деле нет, но именно конфигурация $f(5, 0000)$ является единственной корректно завершающей замощение.

Если каким-то образом, мы окажемся, например в состоянии $f(5, 0011)$, то такое состояние нельзя считать успешным, так как оно соответствует следующей доске:

```
  1 2 3 4 5
 +-+-+-+-+-+
1|A|A|E|E|I|
 +---------+
2|B|D|F|H|I|
 +---------+
3|B|D|F|H|J|J
 +---------+
4|C|C|G|G|K|K
 +-+-+-+-+-+
```

То есть две доминошку выходят за пределы доски, что является некорректным.

Конфигурацию $f(b, 0)$ можно рассматривать как условие завершения рекурсии.

Полностью пустая доска

Представим, что наша доска пустая.

```
   1 2 3 4 5
  +-+-+-+-+-+
 1| | | | | |
  +---------+
 2| | | | | |
  +---------+
 3| | | | | |
  +---------+
 4| | | | | |
  +-+-+-+-+-+
```

Эту конфигурацию можно записать как

$$f(0, 0000).$$

Именно из этого состояния мы начинаем все попытки замощения доски. Поэтому, состояние $(f0, 0)$ можно рассматривать как начальные параметры рекурсии.

Рекурсивный алгоритм

Попробуем представить рекурсивный алгоритм. Нам уже известны два параметра, которые необходимы для передачи состояния рекурсии: i и v, а также начальные параметры и условие завершения. На данном этапе допустим, что мы также знаем способ получения следующих состояний через векторы. Объединив все эти данные, получаем следующий алгоритм:

```
def count_tilings(i, v):
    if i == b:       # Если мы находимся в конечном состоянии f(b, ?)
        if v == 0:   # Если конечное состояние корррективно f(b, 0)
            return 1 # Счетчик корректных замощений добавит 1 к общему числу
        else:
            return 0 # Счетчик корректных замощений получит 0, то есть не добавит ничего к общему числу
    counter = 0      # Счетчик корректных замощений, начинающихся с конфигурации f(i, v)
    for v_next in range(0, 2**a):       # Из текущего вектора мы пробуем перейти во все возможные другие вектора
        if can_go_to_v_next(v, v_next): # Если мы можем перейти из вектора v в вектор v_next
            counter += count_tilings(i + 1, v_next) # Считаем все возможные замощения из конфигурации f(i+1, v_next)
    return counter   # Возвращаем все возможные замощения из конфигурации f(i, v)

answer = count_tilings(0, 0)  # Запускаем рекурсию с начальным состоянием f(0, 0)
```

Оптимизация рекурсии

Представим следующие варианты замощения:

```
  1 2 3 4 5      1 2 3 4 5
 +-+-+-+-+-+    +-+-+-+-+-+
1|A|D|D| | |   1|A|D|D|H|H|
 +---------+    +---------+
2|A|E|E| | |   2|A|E|E|I|I|
 +---------+ -> +---------+
3|B|B|F|F| |   3|B|B|F|F| |
 +---------+    +---------+
4|C|C|G|G| |   4|C|C|G|G| |
 +-+-+-+-+-+    +-+-+-+-+-+
 f(3, 0011)     f(4, 1100)


  1 2 3 4 5      1 2 3 4 5
 +-+-+-+-+-+    +-+-+-+-+-+
1|A|C|C| | |   1|A|C|C|H|H|
 +---------+    +---------+
2|A|D|D| | |   2|A|D|D|I|I|
 +---------+ -> +---------+
3|B|E|F|F| |   3|B|E|F|F| |
 +---------+    +---------+
4|B|E|G|G| |   4|B|E|G|G| |
 +-+-+-+-+-+    +-+-+-+-+-+
 f(3, 0011)     f(4, 1100)
```

Можно заметить, что отличие состоит лишь в том, как расположены доминошки в нижнем левом квадранте. В первом случае они лежат горизонтально, во втором - вертикально.

Допустим, что мы получили ответ для первого варианта - количество возможных замощений из конфигурации $f(3, 0011)$ при условии горизонтального расположения доминошек в левом нижнем квадранте.

Теперь при проходе второго варианта, нам придётся снова решить ту же самую задачу - найти количество возможных замощений из конфигурации $f(3, 0011)$.

Мы можем воспользоваться этим фактом, чтобы оптимизировать рекурсивный алгоритм, сохраняя уже найденные ответы для различных конфигураций. Тем самым мы сможем избежать повторных вычислений.

Сохранять значения можно в **таблицу** размерностью $b \times 2^a$. Назовём эту таблицу F.

Таким образом, для примера выше, попав в первом варианте в конфигурацию $f(3, 0011)$, мы пройдем алгоритм полностью и запишем:

$$F[3, 0011_2] = k,$$

где k - количество возможных замощений из конфигурации $f(3, 0011)$.

Во втором варианте, дойдя до $f(3, 0011)$, мы прекратим рекурсивные вызовы и возьмём уже готовое значение k из таблицы.

Оптимизированный рекурсивный алгоритм

```
def count_tilings_recursive_optimized(i, v):
    if i == b:       # Если мы находимся в конечном состоянии f(b, ?)
        if v == 0:   # Если конечное состояние корррректно f(b, 0)
            return 1 # Счетчик корректных замощений добавит 1 к общему числу
        else:
            return 0 # Счетчик корректных замощений получит 0, то есть не добавит ничего к общему числу
    counter = 0      # Счетчик корректных замощений, начинающихся с конфигурации f(i, v)
    for v_next in range(0, 2**a):       # Из текущего вектора мы пробуем перейти во все возможные другие вектора
        if can_go_to_v_next(v, v_next): # Если мы можем перейти из вектора v в вектор v_next
            if not F[i + 1][v_next]: # Если замощения из текущей конфигурации ещё не посчитаны
                F[i + 1][v_next] = count_tilings_recursive_optimized(i + 1, v_next) # Считаем все возможные замощения из конфигурации f(i+1, v_next) и добавляем их в таблицу
            counter += F[i + 1][v_next] # Берём готовое количество замощений из таблицы
    return counter   # Возвращаем все возможные замощения из конфигурации f(i, v)

answer = count_tilings_recursive_optimized(0, 0)  # Запускаем рекурсию с начальным состоянием f(0, 0)
```

Переходы для векторов

Остался еще один неисследованный вопрос: "Как нам узнать, в какие конфигурации мы можем перейти из текущей?".

По сути, этот вопрос сводится к вопросу: в какие вектора v_{i+1} можно перейти из вектора v_i? Так как i + 1 у нас одно для всех.

Собственно, чтобы перейти из одного вектора в другой, должна существовать такая расстановка доминошек, после которой первый вектор стал бы полностью заполненным. При этом мы должны всегда стараться заполнить первый вектор, не пытаясь заполнить второй вектор. Это нужно, чтобы получить минимально возможное покрытие обоих векторов, что позволит не пропустить варианты.

Данные условия можно формализовать:

1. v_i в итоге должен быть полностью заполнен;
2. Если $v_i[z] = 0$ и $v_i[z+1] = 0$, то мы можем разместить доминошку либо вертикально, что даст $v_{i+1}[z] = 0$ и $v_{i+1}[z+1] = 0$, либо две доминошки горизонтально, что даст $v_{i+1}[z] = 1$ и $v_{i+1}[z+1] = 1$;
3. Если $v_i[z] = 0$ и $v_i[z+1] = 1$, то мы можем разместить доминошку только горизонтально, что даст $v_{i+1}[z] = 1$ и $v_{i+1}[z+1] = 0$;
4. Если $v_i[z] = 1$ и $v_i[z+1] = 0$, то мы можем разместить доминошку только горизонтально, что даст $v_{i+1}[z] = 0$ и $v_{i+1}[z+1] = 1$;
5. Если $v_i[z] = 1$ и $v_i[z+1] = 1$, то доминошка в данные элементы вектора не влазит, что даст $v_{i+1}[z] = 0$ и $v_{i+1}[z+1] = 0$.

Алгоритм переходов для векторов

Зная, что вектор являет собой бинарную маску, можем свести вышеобозначенные условия к побитовым операциям над двумя числами:

```python
def can_go_to_v_next(v1, v2, height):
    if v1 & v2 == 0: # Если в v1 стоит 1, то в v2 обязательно должен быть 0, это горизонтальная доминошка
        c = 0 # Счетчик замощения нулевых битов
        v = v1 | v2 # Сливаем единицы в маске, чтобы посчитать нули
        for _ in range(0, height): # Вычленяем вектор размером height из чисел и проверяем каждый бит отдельно
            if v & 1 == 0: # Предположительно вертикальная доминошка
                c += 1 # Увеличиваем счетчик вертикального замощения
            elif c % 2 == 0: # Вертикальные замощения закончились корректно (четное количество бит)
                c = 0
            else: # Вертикальное замощение закончилось на половине доминошки
                return False
            v = v >> 1 # Переходим к следующему биту
        if c % 2 == 0: # Вертикальные замощения закончились корректно
            return True
        else:
            return False # Вертикальное замощение закончилось на половине доминошки
    else: # Некорректное горизонтальное замощение
        return False
```

0%

Реализация

Анализ производительности функций

In [19]:
```python
def measure(func, args_table, n=1, pred_size=50, degree=3):
    """
    Анализирует производительность поданной на вход функции, строя график, предсказывающий производительность.
    :param func: Функция для анализа
    :param args_table: Список входящих аргументов
    :param n: Количество запусков функции
    :param pred_size: Глубина предсказания
    :param degree: Степень многочлена для аппроксимации
    """
    t = []
    # Запускаем измерения
    for args in args_table:
        t.append(timeit.timeit(lambda: func(*args), number=n) / n)
    args_x = [x[0] for x in args_table]

    # С DataFrame удобнее работать
    df = pd.DataFrame({'args': args_x, 't': t})
    if func.__name__ != '<lambda>':
        with open((func.__name__) + '.csv', 'a') as f:
            df.to_csv(f, mode='a', header=f.tell()==0)
    X = df[['args']]
    y = df.t

    # Т.к. зависимость сложная, нужна регрессия с полиномом
    polynomial_features = PolynomialFeatures(degree=degree)
    X_poly = polynomial_features.fit_transform(X)

    # Обучаем линейную регрессию
    model = linear_model.LinearRegression()
    model.fit(X_poly, y)

    # Предсказываем
    X_pred = np.linspace(0, pred_size, pred_size*100).reshape(-1, 1)
    X_pred_poly = polynomial_features.fit_transform(X_pred)
    y_pred = model.predict(X_pred_poly)

    # Делаем красивой ось времени
    fig, ax = plt.subplots()
    formatter_y = matplotlib.ticker.FuncFormatter(lambda x, pos: datetime.timedelta(seconds=x))
    ax.yaxis.set_major_formatter(formatter_y)
```

0%

```
    # Делаем красивой ось входящих аргументов
    delta = args_table[1][0] - args_table[0][0]
    formatter_x = matplotlib.ticker.FuncFormatter(lambda x, pos: pos)
    #ax.xaxis.set_major_formatter(formatter_x)

    plt.title(func.__name__)
    # Выводим входные аргументы
    plt.xlabel(str([[y for y in x if type(y) is int] for x in args_table]))

    # Рисуем график
    plt.scatter(args_x, t)
    plt.plot(X_pred, y_pred)
```

Работа с векторами

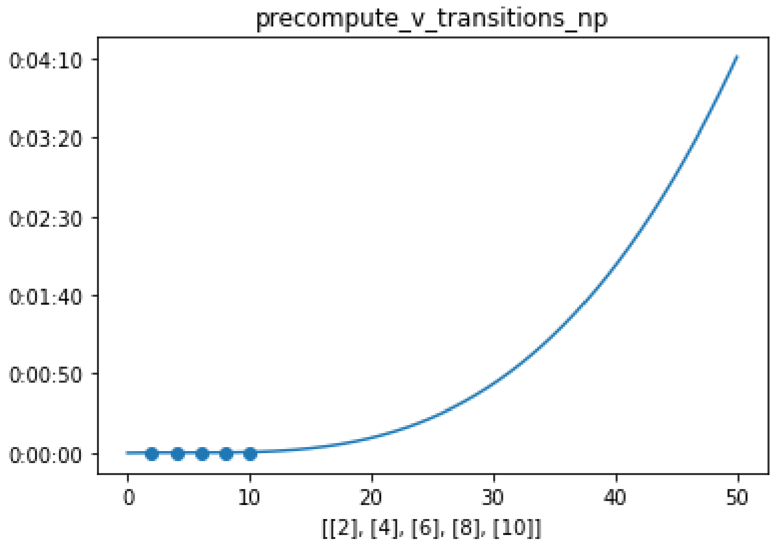
In [20]:
```
def can_go_to_v_next(v1, v2, height):
    """
    Проверяет, можно ли перейти из одного вектора v1 размерностью height в другой v1.
    :param v1: Исходный вектор
    :param v2: Предполагаемый вектор
    :param height: Размер вектора
    """
    # Исключаем ситуации, когда нет места горизонтальной доминошке
    if v1 & v2 == 0:
        c = 0
        v = v1 | v2
        # Проверяем, что есть место для вертикальных доминошек
        for _ in range(0, height):
            if v & 1 == 0:
                c += 1
            elif c % 2 == 0:
                c = 0
            else:
                return False
            v = v >> 1
        return True if c % 2 == 0 else False
    else:
        return False
```

Разумно заранее вычислить все возможные переходы из одного вектора в другие, чтобы сократить количество однотипных вычислений. Для этого мы составим таблицу размером $2^a \times 2^a$, где индексы будут являться числами, равными значениям векторов.

Мы можем использовать либо список, что увеличит потребление ресурсов, либо двумерный массив numpy, что будет более экономно. Преимущество списка - возможность работы за пределами оперативной памяти.

In [21]:
```
def precompute_v_transitions_np(a):
    """
    Заполняет таблицу возможности перехода из одних векторов в другие с помощью numpy array.
    :param a: Размер вектора
    """
    height = 2**a
    table = np.empty((height, height), dtype='?')
    for v_from in range(0, height):
        for v_to in range(0, height):
            table[v_from, v_to] = can_go_to_v_next(v_from, v_to, a)
    return table
```

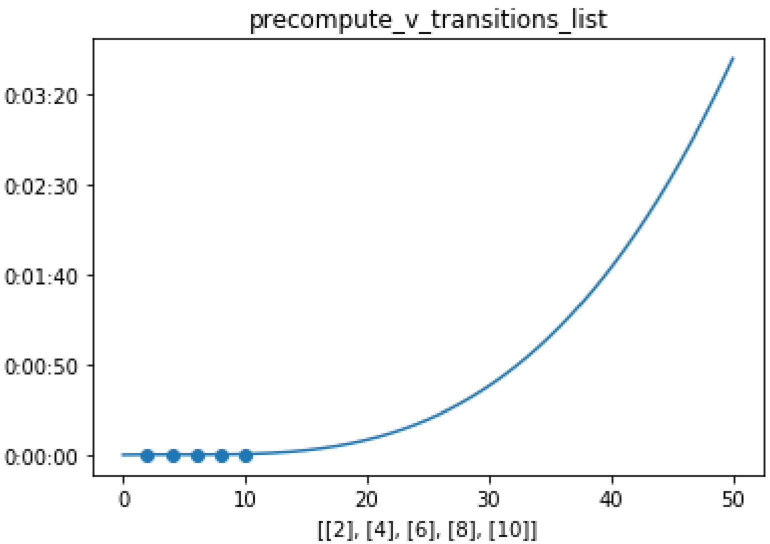
In [89]:
```
a = 10
measure(precompute_v_transitions_np, [[x] for x in range(2, a + 1, 2)], n=1, pred_size=50)
```



0%

In [87]:
```
def precompute_v_transitions_list(a):
    """
    Заполняет таблицу возможности перехода из одних векторов в другие с помощью list.
    :param a: Размер вектора
    """
    height = 2**a
    return [[can_go_to_v_next(v_from, v_to, a) for v_to in range(0, height)] for v_from in range(0, height)]
```

In [90]:
```
a = 10
measure(precompute_v_transitions_list, [[x] for x in range(2, a + 1, 2)], n=1, pred_size=50)
```



Последовательность A004003

Для проверки работы алгоритма мы возьмем готовую таблицу значений из [http://oeis.org/A004003 (http://oeis.org/A004003)](http://oeis.org/A004003).

In [40]:
```
seq_a004003 = ['2', '36', '6728', '12988816', '258584046368', '53060477521960000', '112202208776036178000000',
               '244488877025089279580207917081 6', '548943583215388338077567813208427340288',
               '126998401125623583424260275310229393429857624985 6']
```

0%

Рекурсивный алгоритм

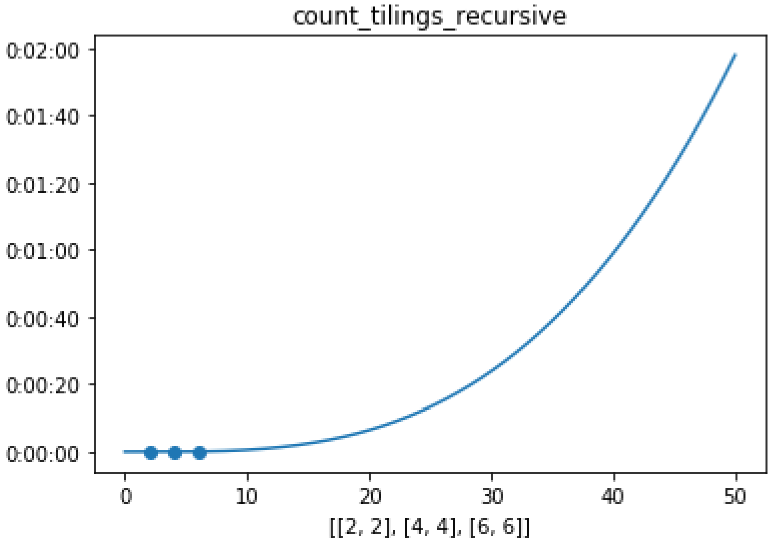
In [25]:
```
def count_tilings_recursive(a, b, i=0, v=0, transitions=None):
    """
    Рекурсивный алгоритм.
    :param a: Размер доски по вертикали
    :param b: Размер доски по горизонтали
    :param i: Количество полностью покрытых столбцов
    :param v: Вектор частично заполненного столбца
    :param transitions: Предрассчитанные переходы векторов

    """
    if transitions is None:
        transitions = precompute_v_transitions_np(a)
    if i == b:
        if v == 0:
            return 1
        else:
            return 0
    counter = 0
    for v_next in range(0, 2**a):
        if transitions[v, v_next]:
            counter += count_tilings_recursive(a, b, i + 1, v_next, transitions)
    return counter

a = 6
b = 6
answer = count_tilings_recursive(a, b)
print(answer)
```

6728

In [26]:
```
a = b = 6
measure(
    count_tilings_recursive,
    [[x, x] for x in range(2, a + 1, 2)],
    n=10,
    pred_size=50
)
```



Оптимизированный рекурсивный алгоритм

In [99]:

```
def count_tilings_recursive_optimized(a, b, i=0, v=0, iv_table=None, transitions=None, precompute_v_transitions=precom
pute_v_transitions_np):
    """
    Оптимизированный рекурсивный алгоритм.
    :param a: Размер доски по вертикали
    :param b: Размер доски по горизонтали
    :param i: Количество полностью покрытых столбцов
    :param v: Вектор частично заполненного столбца
    :param iv_table: Сохраненные ответы
    :param transitions: Предрассчитанные переходы векторов
    :param precompute_v_transitions: Функция предрасчета таблицы переходов
    """
    if iv_table is None:
        iv_table = [[-1 for _ in range(0, 2**a)] for i in range(0, b + 1)]
    if transitions is None:
        transitions = precompute_v_transitions(a)
    if i == b:
        if v == 0:
            return 1
        else:
            return 0
    counter = 0
    for v_next in range(0, 2**a):
        if transitions[v][v_next]:
            if iv_table[i + 1][v_next] == -1:
                iv_table[i + 1][v_next] = count_tilings_recursive_optimized(a, b, i + 1, v_next, iv_table, transitions
)
            counter += iv_table[i + 1][v_next]
    return counter

a = 8
b = 8
answer = count_tilings_recursive_optimized(a, b)
print(answer)
```

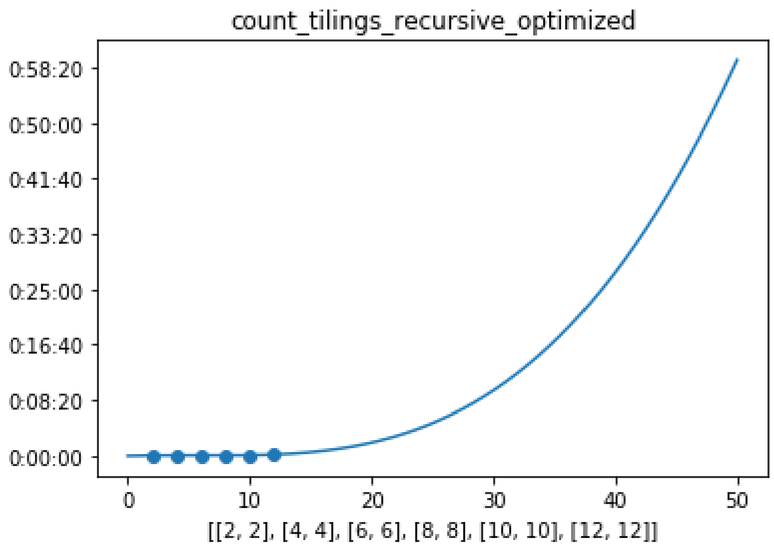
```
12988816
```

In [94]:
```
def test_count_tilings_recursive_optimized():
    for index, precomputed in enumerate(seq_a004003[:5], start=1):
        a = b = index * 2
        answer = count_tilings_recursive_optimized(a, b)
        print("count_tilings_recursive_optimized({}, {}) = {}. {}.".format(
            a,
            b,
            answer,
            "PASS" if str(answer) == precomputed else "FAIL"
        ))

test_count_tilings_recursive_optimized()
```

```
count_tilings_recursive_optimized(2, 2) = 2. PASS.
count_tilings_recursive_optimized(4, 4) = 36. PASS.
count_tilings_recursive_optimized(6, 6) = 6728. PASS.
count_tilings_recursive_optimized(8, 8) = 12988816. PASS.
count_tilings_recursive_optimized(10, 10) = 258584046368. PASS.
```

In [66]:
```python
a = b = 12
measure(
    count_tilings_recursive_optimized,
    [[x, x] for x in range(2, a + 1, 2)],
    n=1,
    pred_size=50
)
```



Вычисленные числа в данной тетрадке

Данные вычисления были произведены прямо в текущей тетрадке, затраченное время можно увидеть в *Wall time*.

In [61]:
```python
%%time
count_tilings_recursive_optimized(12, 12)
```

```
Wall time: 7.69 s
```

Out[61]:
```
53060477521960000
```

Для $a = b = 12$ получаем $n = 53060477521960000$.

In [71]:
```
%%time
count_tilings_recursive_optimized(14, 14)
```

```
Wall time: 2min 10s
```

Out[71]:
```
1122022087760361780000000
```

Для $a = b = 14$ получаем $n = 1122022087760361780000000$.

In [73]:
```
%%time
count_tilings_recursive_optimized(16, 16)
```

```
Wall time: 35min 45s
```

Out[73]:
```
2444888770250892795802079170816
```

Для $a = b = 16$ получаем $n = 2444888770250892795802079170816$.

In [75]:
```
%%time
count_tilings_recursive_optimized(17, 18)
```

```
Wall time: 2h 25min 40s
```

Out[75]:
```
3023972648453090098847701387683202369
```

Для $a = 17, b = 18$ получаем $n = 3023972648453090098847701387683202369$.

In [101]:
```
%%time
count_tilings_recursive_optimized(15, 30)
```

```
Wall time: 23min 45s
```

Out[101]:
```
923928802526649277978986699734118237839301236744758561
```

0%

Для $a = 15, b = 30$ получаем $n = 9239288025266492779789866997341182378393012367447585 61.$

In [103]:
```
%%time
count_tilings_recursive_optimized(15, 60)
```

```
Wall time: 46min 2s
```

Out[103]:
```
6161980077253528077935036258159799807001056897362244183716344604115730310552059430381432666396939141778344731
```

Для $a = 15, b = 60$ получаем
$n = 6161980077253528077935036258159799807001056897362244183716344604115730310552059430381432666396939141778344731.$

In [104]:
```
%%time
count_tilings_recursive_optimized(15, 120)
```

```
Wall time: 1h 28min 32s
```

Out[104]:
```
274087410487651644890503453398936105844296709708243041850099877547358645899534187744929239863538441564174711709017699
16171195347912555429867853722886242417442756535708191184146719790844463408079698792993997662219956217
```

Для $a = 15, b = 120$ получаем
n
$= 27408741048765164489050345339893610584429670970824304185009987754735864589953418774492923986353844156417471170901769916$

In [106]:

```
%%time
count_tilings_recursive_optimized(15, 1600)
```

```
Wall time: 18h 37min 6s
```

Out[106]:

```
123799655921793409784621295599193685986402515328546993037957295190422435658308786034397213425013056284836872910454801
158367073437699889541633222266757606504182924037710817158911834034201275190987628889782749221638426734842918398835776
321666671019226507274539310742264233243536180063394758550525059034678103276106972740080970033243447681497909939149920
056471210821890288918623571908580853572111362656264437967276279499881626841761428695156167140144895119823503478166215
403117071823040394490591658660314689902015040395374082698009822819184576386266708713247788829976362611016371559374663
802747611011330485648283670584833335244551547151702742732185865721943688010479977712867321467780859415808100627261190
414836600425076095750747065254212424232563244406235203621974498814449392188732159233201165560890809548615251504762473
101227710614561901120748858074991114161648242602175283422248774913509476465452255834468331956204958898547483894477074
554087460999613656116391253084984881437031586714610381548227125184418858566254158741602196655906095961678447736590523
949805792650928528852339590024465557163282257815547333822846654672355257377918349296526331086992053363185737968796735
790423871658158314497786563097015627784562881285832700574436175453631479079485522975358463098275170719868263913728629
770557629804548061285232169180554047384316144166781066942279671059551307266917936039250507311278318364197198948792562
774262774792236012329650858126372743560361670116726167904466253106319543783493047828055832863188388700901556032585084
502504318962870535353006837186782747347803734166360065272336114735063525444415520658712915160877573374664532417792642
472995398282115434205164154949758936362642295050635725522438937746042777179691646900113250835082492211266540460809497
104000876257891963314208499234943174530481877101482805209527672157306851032888568954490551058657704883985501920004337
692796915986321572437902849916819554541823128540419018753104504099007746555512196485252284383285217060019199831537581
999963381065868524571816199873269146026320640433100029019927244053941945166816119798449652836586255856908838973955334
203090765136578900536515469815986942756780791890800268983140484734561837409555066993741963039138510630685299375084282
834068702870257044983152646789411021887518917004384557880122757527329514951876691853911319073948729050183615663236976
501641609147911460616432775167089836631838599551177674082716110271610356750738360953171987979321234995997876103257128
142701376942901738156984534426782878848227053310756827196982749171423811425026764661112024092379736941495902206513293
561594853847153611460375268778371533889757939509639537182793159412003337826828659946761498472322751605748744250683963
721738331120046614573499144511774033947567748217107491150362048929200262547523749113927069861692471152941787546176627
70706363589367087455944560520106693509009954497854637234434726861077414249546704087621931421339886562316570587202497
```

Для $a = 15, b = 1600$ получаем

n

$= 12379965592179340978462129559919368598640251532854699303795729519042243565830878603439721342501305628483687291045480115$

0%