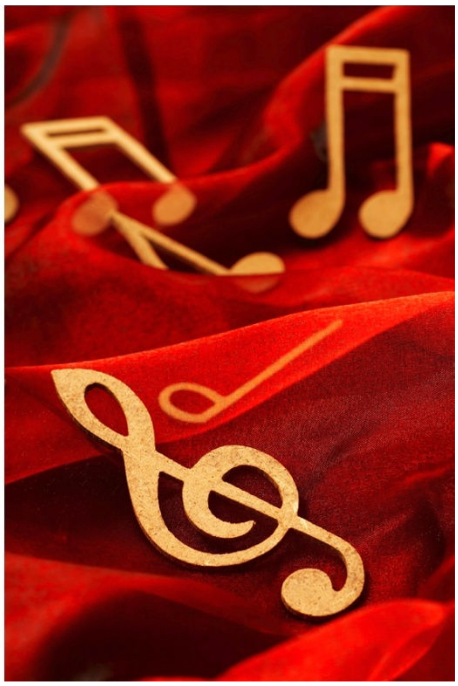
Fysik & musik



© Erik Vestergaard

© Erik Vestergaard, 2015. Opdateret 2019.

Billeder:

Forside: ©iStock.com/demo10 (højre)
Desuden egne illustrationer

1. Indledning

I denne note skal vi beskrive visse aspekter indenfor musik ved hjælp af fysik. Det viser sig, at nogle fundamentale begreber som *bølger*, *frekvens*, *bølgelængde*, *periode*, *amplitude*, *bølgehastighed*, *interferens*, *superpositionsprincippet*, *rene toner*, *sammensatte toner*, *stående bølger* og *stødtoner* kan hjælpe til at forstå de fysiske mekanismer, som gør sig gældende indenfor musikken.

2. Lydbølger

Som bekendt er lydbølger *longitudinalbølger*, også kaldet *længdebølger*, hvorved menes bølger, hvor svingningerne foregår langs med bølgens udbredelse. Lydbølger udbreder sig ved at luftmolekyler sættes i svingninger omkring en ligevægtsposition. Når de enkelte luftmolekyler sættes i svingninger, skubber de til de næste luftmolekyler, som skubber til de næste luftmolekyler. På denne måde udbreder der sig en bølge, men bemærk, at de enkelte luftmolekyler *ikke* flytter sig over stor afstand – de vibrerer kun omkring en ligevægtsstilling. Det er ikke *stof*, som udbreder sig, men *energi*. Lydens (udbredelses-)hastighed afhænger både af *stoffet*, det udbreder sig i, samt *temperaturen*. I luft ved stuetemperatur (20°C) udbreder lyden sig med en hastighed af 343 m/s. Man kan vise, at der gælder følgende sammenhæng mellem lydens hastighed v, temperaturen T og stoffets molære masse M:

(1) $$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}}$$

hvor $\gamma = c_p / c_v$ er forholdet mellem den specifikke varmekapacitet ved konstant tryk, c_p, og den specifikke varmekapacitet ved konstant volumen, c_v. I tilfældet med atmosfærisk luft er $\gamma = 1,4017$. $R = 8,3145\ \mathrm{J/(mol \cdot K)}$ er den såkaldte gaskonstant. Husk, at T skal regnes i Kelvin!

Eksempel 1

Den atmosfæriske luft består af ca. 21% ilt (O_2), 78% nitrogen (N_2) og 1% Argon (Ar). Den molære masse af ilt, nitrogen og argon er henholdsvis 16, 14 og 40 gram. Der er 2 atomer af de to førstnævnte i et molekyle, hvorfor deres molære masse er henholdsvis 32g og 28g. Det vejede gennemsnit af molekylernes molære masser er derfor:

$$(0,21 \cdot 32 + 0,78 \cdot 28 + 0,01 \cdot 40)\ \mathrm{g/mol} = 28,96\ \mathrm{g/mol}$$

Det betyder, at vi får følgende værdi for hastigheden af lyd i atm. luft ved 20°C:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot R \cdot T}{M}} = \sqrt{\frac{1,4017 \cdot 8,3145\ \mathrm{J/(mol \cdot K)} \cdot 293\ \mathrm{K}}{0,02896\ \mathrm{kg/mol}}} = 343\ \mathrm{m/s}$$

3. Matematisk beskrivelse af bølger

En *ren* tone, også kaldet en *harmonisk* tone, kan frembringes ved hjælp af en højttaler eller en *tonegenerator* eller en stemmegaffel. En ren tone har en bestemt *frekvens* og kan tidsmæssigt beskrives ved følgende sinus-funktion:

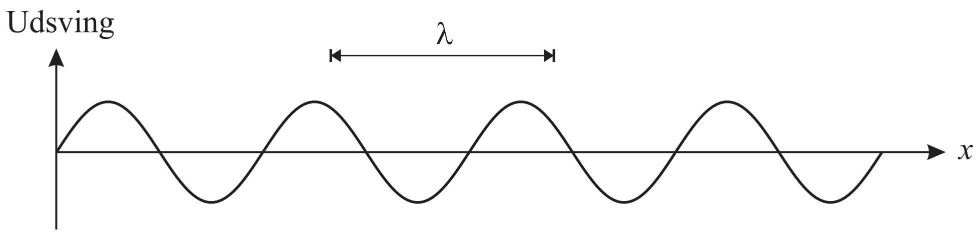
(2) $$y(t) \;=\; A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$$

hvor $y(t)$ er udsvinget, A er amplituden, f er frekvensen og t er tiden. Amplituden hænger sammen med lydens styrke, mens f fortæller om hvilken *tone*, der er tale om: Om det er en lys diskant-tone eller en dyb baslyd. Det skal nævnes, at i ovenstående beskrivelse skal vinklen, man tager sinus til, regnes i *radianer*. Frekvensen f angiver, hvor mange svingninger, som forekommer pr. sekund, og enheden er Hz (Hertz). *Svingningstiden*, også kaldet *perioden*, er tiden for én svingning. Den betegnes med T, og vi får:

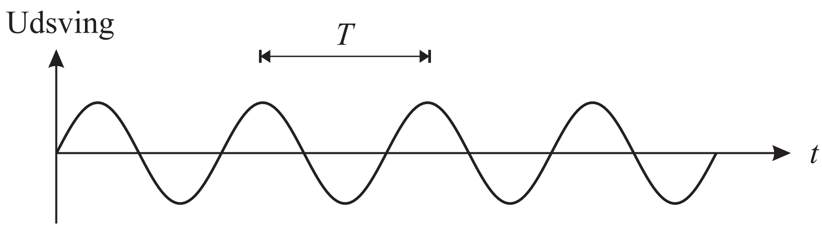
(3) $$f \;=\; \frac{1}{T}$$

Udover at kunne beskrives ved et tidsmæssigt forløb (for fastholdt sted), har lydbølgen også et *stedmæssigt forløb*, hvor tiden fastholdes. Både *stedkurven* og *tidskurven* er vist på figuren nedenfor. Afstanden mellem toppene på tidskurven angiver perioden T, mens afstanden mellem toppene på stedkurven angiver *bølgelængden* λ.

Bølgens stedkurve (fast tidspunkt)



Bølgens tidskurve (fast sted)

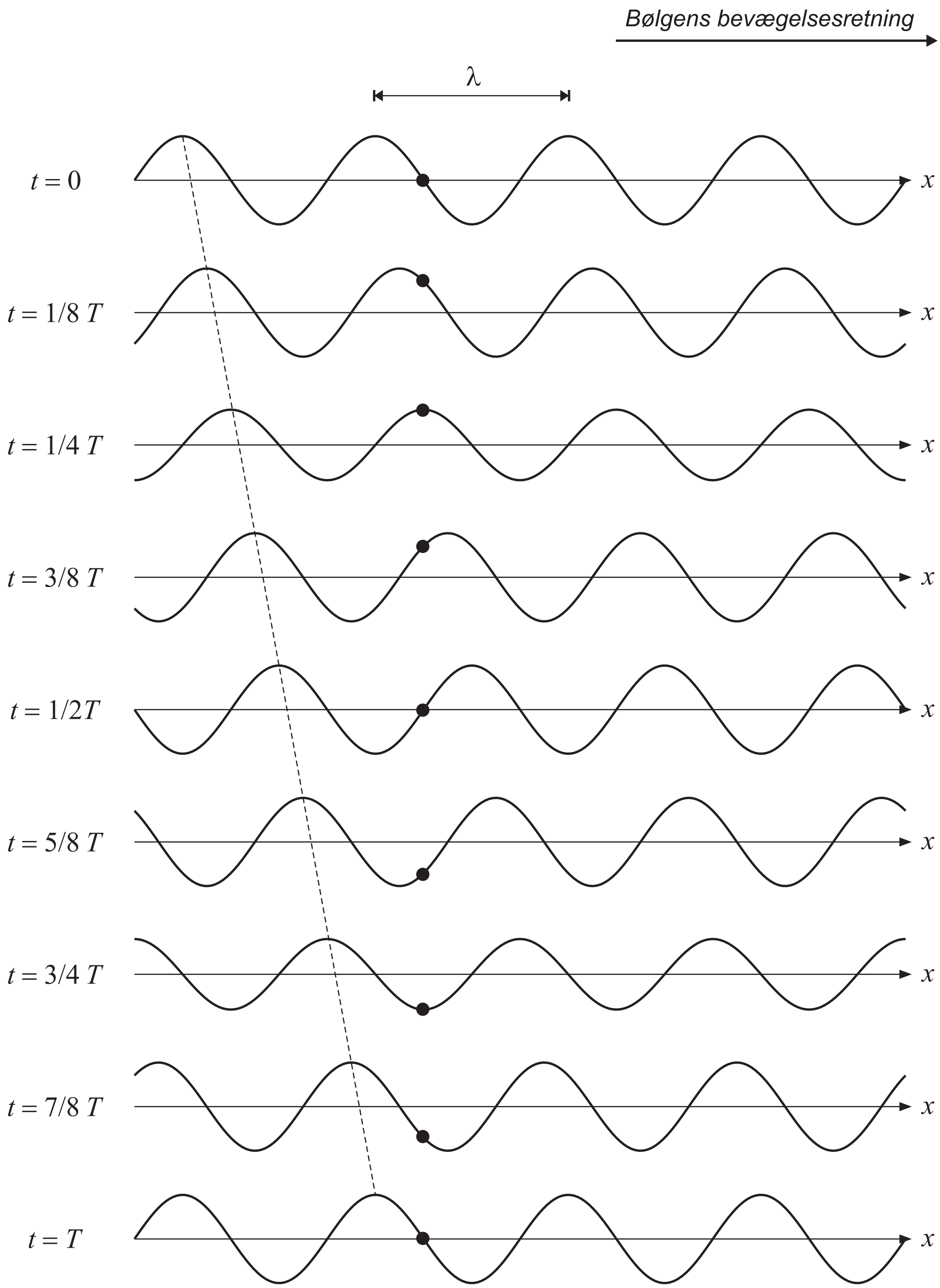


I løbet af én periode kommer bølgen en bølgelængde, dvs. stykket λ, fremad. Bølgens hastighed kan da nemt beregnes, idet hastighed er strækning tilbagelagt pr. tidsenhed:

(4) $$v \;=\; \frac{\Delta s}{\Delta t} \;=\; \frac{\lambda}{T} \;=\; \lambda \cdot \frac{1}{T} \;=\; \lambda \cdot f$$

Det er en meget vigtig formel, som gælder for alle bølger, ikke blot lydbølger: $v = f \cdot \lambda$.

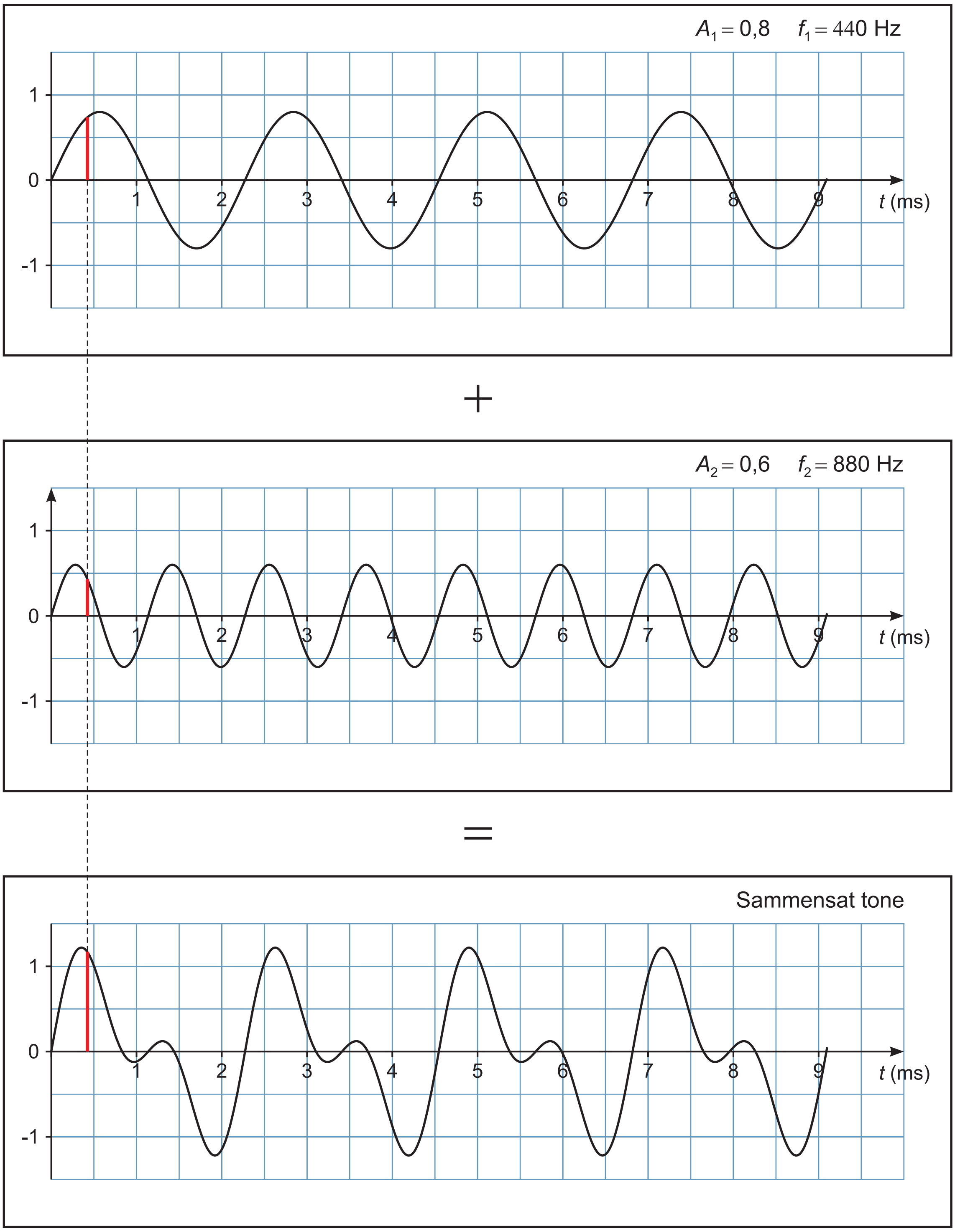
Tegneserie af bølgebevægelse



Bølgens bevægelse kan eventuelt beskrives ved ovenstående tegneserie, hvor bølgens stedkurve er afbildet til forskellige tidspunkter. Der er afbildet et punkt på hver kurve. Det viser bølgens tidsmæssige forløb for et fast sted (overvej!).

4. Interferens

Når to eller flere bølger befinder sig på samme sted til samme tidspunkt, så siges de at *interferere*, dvs. *vekselvirke*. Her kan benyttes *superpositionsprincippet*, som siger, at den resulterende bølges udsving på det pågældende sted til det pågældende tidspunkt fås ved at lægge udsvingene fra hver bølge sammen (med fortegn). På figuren nedenfor er vist en sammensat tone, sammensat af to rene toner med frekvenserne 440 Hz (kammertonen) og 880 Hz (en oktav højere) med amplituder henholdsvis 0,8 og 0,6.



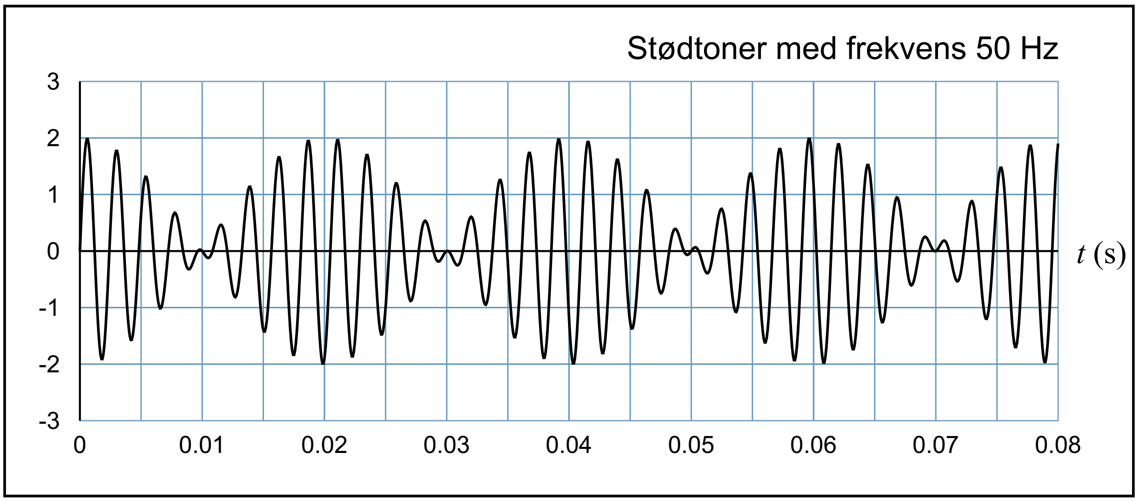
Den sammensatte tone ovenfor kan matematisk beskrives ved:

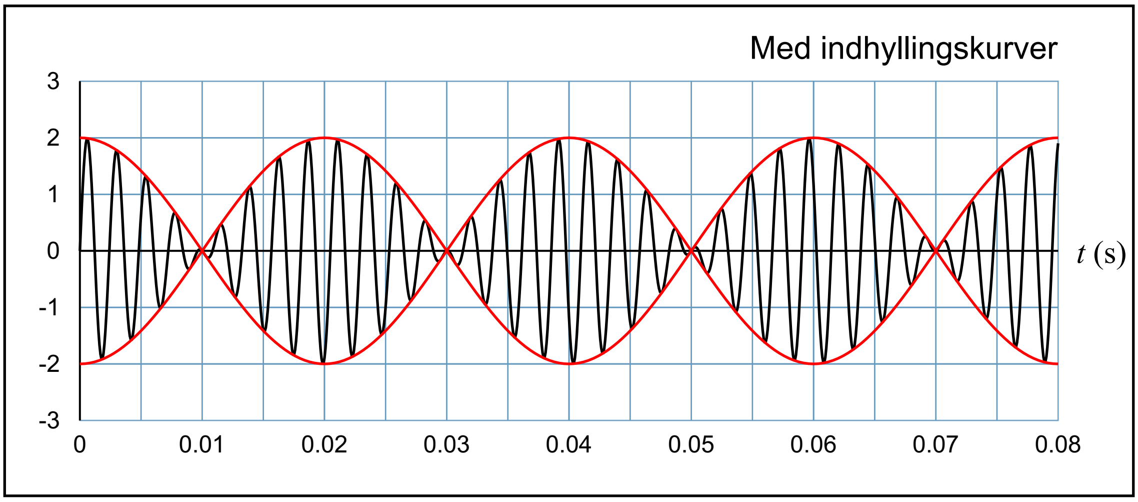
$$y(t) \;=\; 0{,}8 \cdot \sin(2\pi \cdot 440\,\text{Hz} \cdot t) \;+\; 0{,}6 \cdot \sin(2\pi \cdot 880\,\text{Hz} \cdot t)$$

Toner fra musikinstrumenter er generelt set sammensatte. Det er faktisk denne egenskab, som gør dem interessante at høre på. Rene toner lyder ofte monotone og lidt kedelige. Takket være fysikeren *Jean Baptiste Joseph Fourier* (1768–1830) er man i dag i stand til at gå den anden vej: At adskille en sammensat tone i dens ”bestanddele”, nogle rene toner. Man taler om *grundtonen* og en række *overtoner*. Mere om dette senere.

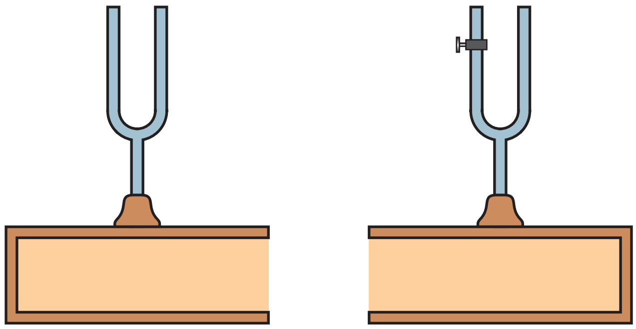
5. Stødtoner

Stødtoner, også kaldes *svævninger*, er et fænomen, som opstår når to bølger med samme amplitude, men med lidt forskellig frekvens, interfererer. Nedenfor ser vi resultatet når to lyde med frekvenser henholdsvis $f_1 = 390\,\text{Hz}$ og $f_2 = 440\,\text{Hz}$ og samme amplitude interfererer. Det lyder som om lyden *pulserer* i styrke, lidt ligesom *stød*. Man kan vise, at stødene forekommer med en frekvens $f_{\text{stød}}$ givet ved formlen $f_{\text{stød}} = f_2 - f_1$. Det kræver et ret teknisk matematisk apparat at vise dette. Ikke mere herom.





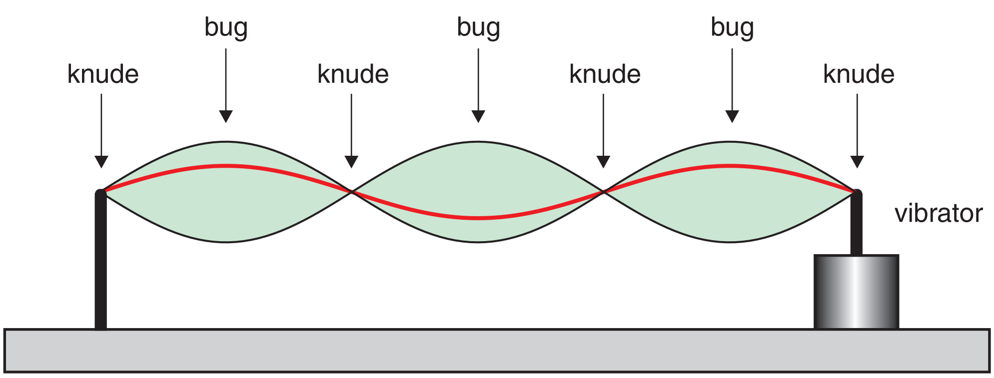
Rent praktisk kan stødtoner demonstreres ved at fremskaffe to ens stemmegafler med tilhørende resonanskasser, anbringe en lille skrue på den ene for at reducere dens frekvens og endelig anslå stemmegaflerne med en lille hammer:



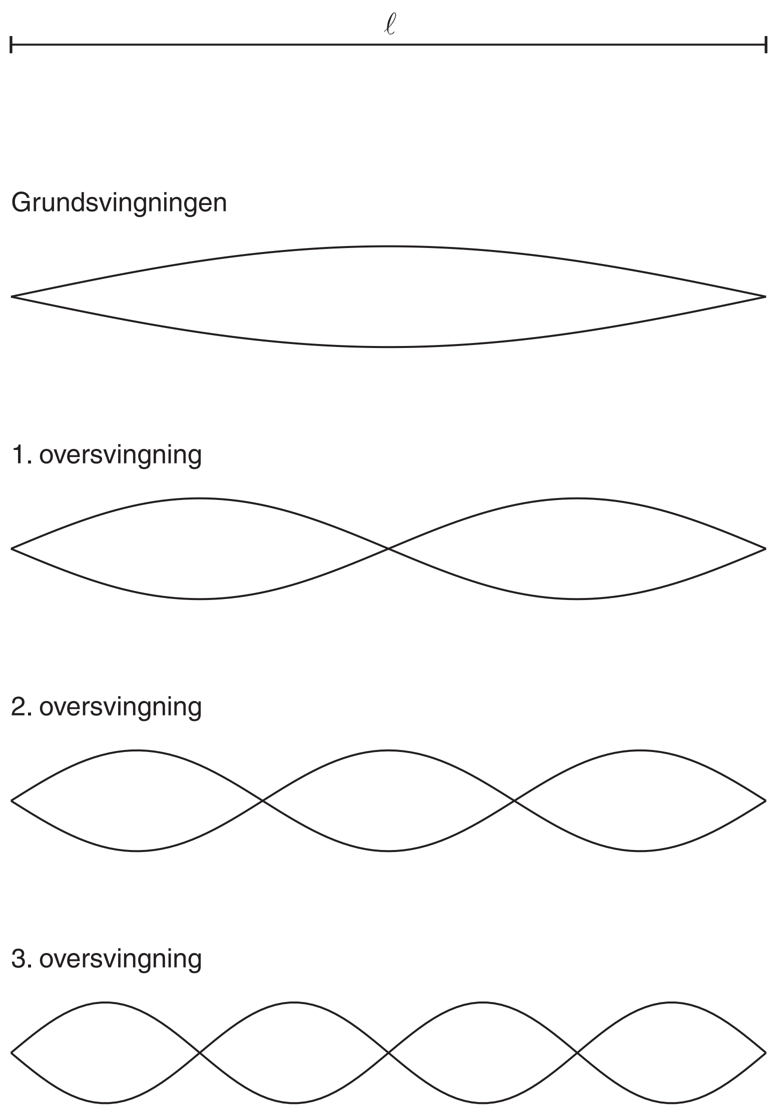
Fænomenet stødtoner kan udnyttes til at stemme en guitar med: Når man anslår en streng og holder den næste streng nede på et bestemt bånd, er det meningen, at strengene skal give den samme frekvens. Hvis de ikke gør det, er guitaren ikke stemt korrekt. I så fald vil man opleve stød, når strengene anslås samtidigt, og jo nærmere strengene er på at give den samme frekvens, jo længere vil stødene lyde, regnet i tid (overvej!). Frekvensen af strengen justeres ved at dreje på stemmeskruerne på guitarens hoved, så strengenes udspændthed ændres.

6. Stående bølger på en streng

Fænomenet *stående bølger* kan illustreres ved følgende forsøg: En snor er forbundet mellem en fast stang og en vibrator (se figuren nedenfor). Vibratoren begynder at vibrere og sender bølger hen mod stangen. Bølgerne reflekteres og *interferer* med de nye bølger, som er på vej frem. Herved vil der lynhurtigt fremkomme et stort antal bølger, som reflekterer frem og tilbage mellem stang og vibrator. Deres udsving lægges sammen efter *superpositionsprincippet*. Normalt vil det give anledning til svingninger, som kan forekomme kaotiske, forstået på den måde, at en del bølger delvist vil udslukke hinanden, så udsvinget til et givet tidspunkt på et givet sted ikke er specielt stort. Vibrerer snoren derimod med en ganske bestemt frekvens, dvs. i en ganske bestemt takt, så opstår et mærkeligt fænomen: *Stående bølger*.



Vi siger også, at der er opstået *resonans*. Situationen kan beskrives ved, at der visse steder forekommer kraftige udsving (*bug*) og visse steder intet udsving (*knude*). Situationen er illustreret på figuren på forrige side. Bemærk, at der er tale om et øjebliksbillede, hvor snoren er kraftigt optrukket. Snoren svinger op og ned indenfor de markerede "indhyllingskurver". Dette øjebliksbillede kan eksperimentelt "fastfryses" ved at benytte et *stroboskop*, indstillet til at blinke med den samme frekvens, som vibratorens (overvej!). Der kan imidlertid opnås andre resonanser end den, som er vist på figuren ovenfor. Indstilles vibratoren på andre frekvenser, så kan en række resonanser eller stående bølger opnås. De er vist skematisk på følgende figur:



Den resonans, som er vist på figuren på forrige side er altså den, som kaldes 2. oversvingning. Resonansen med størst bølgelængde og mindst frekvens er den såkaldte *grundsvingning*. Bemærk, at resonanserne alle har knude i endepunkterne, da snoren (stort set) ikke kan bevæge sig her!

Eksempel 2

Antag snorens længde er $\ell = 0,75\text{ m}$ og at grundsvingning forekommer, når vibratoren vibrerer med en frekvens på 55 Hz. Bestem Bølgehastigheden.

Løsning: Husk, at en hel bølgelængde er ”en bue op og en bue ned”. Derfor repræsenterer grundsvingningen kun en halv bølgelængde, dvs. $\ell = \frac{1}{2}\lambda$. Dette giver en bølgelængde på $\lambda = 2 \cdot \ell = 2 \cdot 0,75\text{ m} = 1,50\text{ m}$. Via den velkendte formel for bølgehastigheden fås:

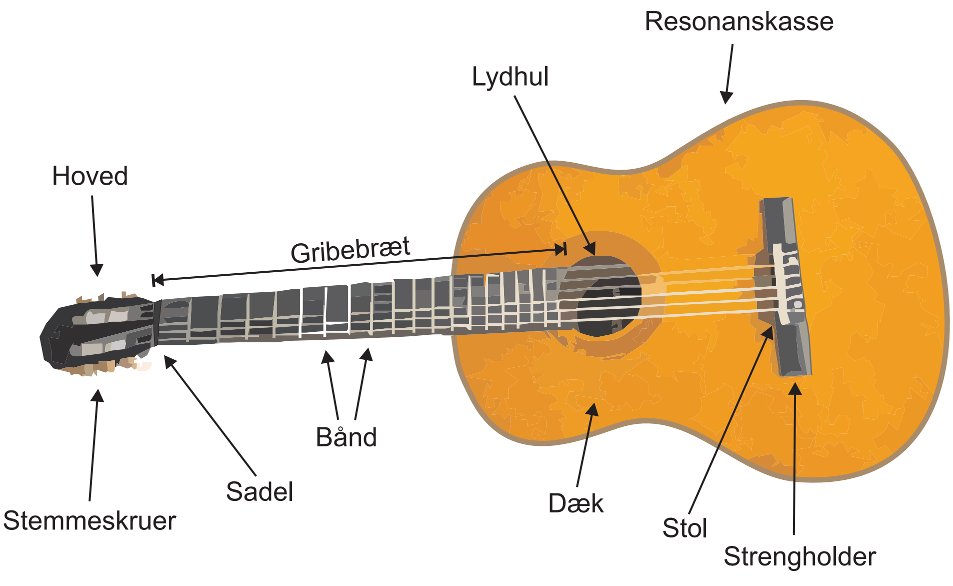
$$v \;=\; f \cdot \lambda \;=\; 55\text{ Hz} \cdot 1,50\text{ Hz} \;=\; 82,5\text{ m/s}$$

Det er altså en ganske høj hastighed. Hastigheden i tilfældet med de andre resonanser kan findes på lignende vis.

□

7. Guitaren

Her kan vi lære en del af øvelsen med snorbølger. Snoren gør det ud for guitarstrengen og loddet svarer til stemmeskruerne, hvormed strengen spændes ud. Der er dog en væsentlig forskel mellem vores forsøg og det, der sker på en guitar. I snorbølgeforsøget tvang vi snoren til at svinge med en ganske bestemt frekvens ved hjælp af vibratoren.



På en rigtig guitar skabes lydbølgerne derimod ved, at en person knipser med fingeren på strengen. Derved dannes en mængde bølger, som har forskellig frekvens. De farer hurtigt frem og tilbage på strengen og interfererer med hinanden. Imidlertid vil kun de bølger, som giver anledning til stående bølger på strengen, få betydning. Resten vil mere eller mindre udslukke hinanden. Men det betyder dog ikke, at der kun er én slags stående bølger på strengen, som tilfældet er i snorbølgeforsøget. Nej, de forskellige stående bølger findes der alle samtidigt. Lyden fra strengen er altså en *sammensat tone*, som har en *grundtone* og en række *overtoner*, jvf. figuren på side 9. At lyden fra en guitarstreng ikke er en *ren tone* (*sinus-tone*) gør, at lyden bliver interessant og ikke forekommer monoton.

Tilstedeværelsen af overtoner afgør instrumentets såkaldte *klang*. Amplituden af grundtonen og de forskellige overtoner vil afhænge lidt af, hvor på strengen, der knipses, og hvordan. Bølgerne på strengen kan i sig selv ikke høres. For at vi kan høre noget kræver det, at der opstår *lydbølger*. Dette sker ved at strengen skubber til de omkringliggende luftmolekyler, som skubber til de næste luftmolekyler etc. Frekvenserne af lydbølgerne vil være de samme som frekvenserne af bølgerne på strengen, mens bølgelængden vil være ændret (Overvej!). Man tilføjer imidlertid en *resonanskasse* til en guitar. Uden den ville lyden ikke være særlig kraftig. Resonanskassens funktion er, at den skal forstærke lydbølgerne, der dannes omkring guitaren. Kassens særlige form gør, at den kan forstærke mange forskellige bølgelængder, idet der kan opstå stående bølger (resonans) på mange leder i kassen. Man kan vise, at der gælder følgende sammenhæng mellem bølgehastigheden v på strengen, den kraft F, hvormed snoren er spændt ud, og snorens masse pr. meter, m_l:

(5) $$v = \sqrt{\frac{F}{m_l}} \quad \Leftrightarrow \quad F = m_l \cdot v^2$$

Eksempel 3

En guitarstreng vejer 1,2 g pr. meter. Guitarstrengens frie længde fra sadel til stol på guitaren oplyses at være 61 cm.

a) Hvor kraftigt skal guitarstrengen spændes, for at kunne give en grundtone på 262,6 Hz, svarende til et C?
b) Hvad er frekvensen af de første to overtoner?
c) Hvad sker der med grundtonens frekvens, hvis man holder strengen nede på et bånd, så strengens længde halveres?

Løsning:

a) Af figuren på side 9 ser vi, at der for grundsvingningen gælder: $\frac{1}{2}\lambda = \ell \;\Leftrightarrow\; \lambda = 2\ell$, hvilket giver følgende bølgelængde på strengen: $\lambda = 2\ell = 2\cdot 0{,}61\,\text{m} = 1{,}22\,\text{m}$. Frekvensen skal være 261,6 Hz, hvorefter bølgehastigheden fås ved brug af en velkendt formel:

$$v = f\cdot\lambda = 261{,}6\,\text{Hz}\cdot 1{,}22\,\text{m} = 319{,}15\,\text{m/s}$$

Herefter anvendes formel (5) ovenfor til at bestemme den kraft, som strengen skal spændes med:

$$F = m_l\cdot v^2 = 0{,}0012\,\text{kg/m}\cdot(319{,}15\,\text{m/s})^2 = 122{,}2\,\text{N}$$

b) Af figuren på side 9 ser vi, at bølgelængden af 1. overtone er halvt så stor som bølgelængden for grundtonen. Det betyder, at frekvensen må være dobbelt så stor, for at bølgehastigheden er den samme, ifølge $v = f\cdot\lambda$. Derfor er frekvensen af 1. overtone lig med $2\cdot 261{,}6\text{ Hz} = 523{,}2\text{ Hz}$. Med lignende argumenter fås, at 2. overtone har den tredobbelte frekvens af grundtonen, dvs. 784,8 Hz.

c) Hvis strengen halveres, så halveres bølgelængden af grundsvingningen også, idet $\lambda = 2\ell$. Da bølgehastigheden er uændret, ifølge (5), og $v = f \cdot \lambda$, vil frekvensen blive fordoblet.

□

Hvordan kan man ændre frekvenserne af tonerne på en guitar?

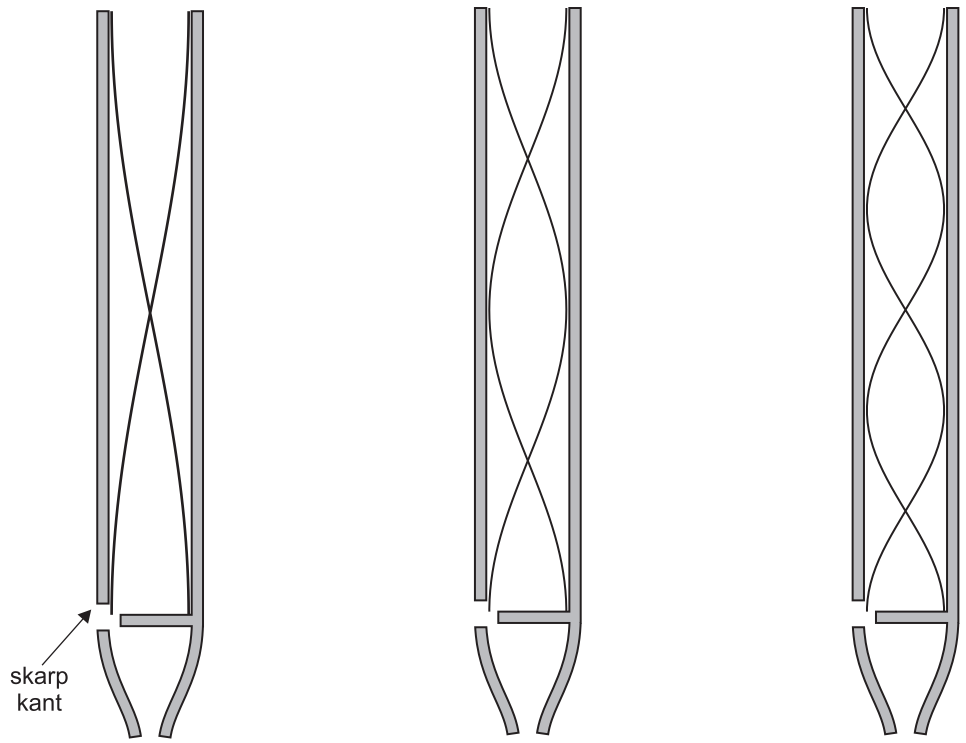
a) Som vi ser af spørgsmål c) i eksempel 3, så kan man frembringe andre toner ved at holde strengen nede på et bånd. Faktisk er der en hel serie af bånd, så man kan frembringe mange forskellige frekvenser.
b) Frekvenserne kan justeres via stemmeskruerne.
c) Man kan vælge en streng med en anden masse pr. meter.

8. Fløjter og orgelpiber

Stående bølger kan også benyttes til at beskrive, hvordan lyd skabes i en orgelpibe. Tænk på øvelsen med resonansrøret. Her anslog vi en stemmegaffel med kammertonen 440 Hz over mundingen og fandt de rørlængder, som gav anledning til stående bølger, altså resonans. Princippet i en orgelpibe eller fløjte er lidt anderledes. Her pustes luft ind i et mundstykke. Luften bevæger sig hen over en skarp kant, hvorved luften sættes i svingninger i et hulrum bagved. Lydsvingninger med bestemte bølgelængder kan forstærkes, nemlig de bølgelængder, som giver anledning til stående bølger i hulrummet. Der findes to typer orgelpiber: Den *åbne orgelpibe* og den *lukkede orgelpibe*. Princippet i dem er vist på figuren på næste side. Den første type er åben i den øverste ende, mens den anden er lukket her. For begge typer orgelpiber er betingelsen, at der skal være bug i enden med den skarpe kant, da luften er i stor bevægelse her. En åben orgelpibe har bug i nærheden af orgelpibens øverste ende. Det giver en række muligheder for stående bølger, hvoraf de tre første er vist på figurens øverste del. Det viser sig, at bugen befinder sig et lille stykke udenfor røret – dette stykke betegnes *mundingskorrektionen*. For simpelheds skyld har jeg ignoreret den på figururen. En lukket orgelpibe skal derimod have knude i den øverste ende, da luften er forhindret i at svinge her. Den nederste del af figuren viser de tre første muligheder for stående bølger i en lukket orgelpibe. Man bør bemærke, at der *ikke* bare befinder sig én af de stående bølger i røret ad gangen, som tilfældet var i øvelsen med stemmegaflen og resonansrøret. De stående bølger er i røret på samme tid. Det giver anledning til en *sammensat tone*, hvor diverse overtoner bidrager til instrumentets klang. Man bemærker, at en lukket orgelpibe kun behøver at være halvt så lang som en åben orgelpibe for at kunne give den samme grundtone!

Den skematiske måde at vise stående bølger på i et rør på side 13 skal ikke misforstås: Lydbølger er *længdebølger*, så der hvor der vises et stort udsving, svarer det til at luftmolekylerne kan bevæge sig kraftigt frem og tilbage! *Ikke* svingninger på tværs!

Åben orgelpibe

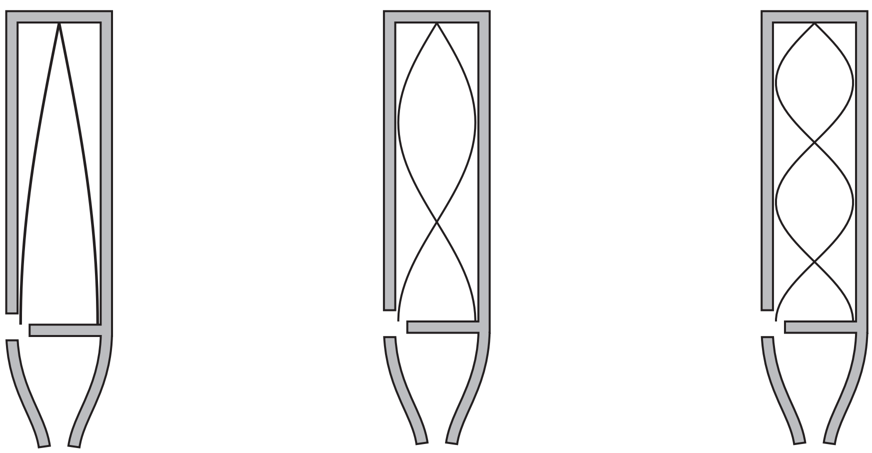


Grundtone $\ell = \frac{1}{2}\lambda$

1. overtone $\ell = \lambda$

2. overtone $\ell = \frac{3}{2}\lambda$

Lukket orgelpibe

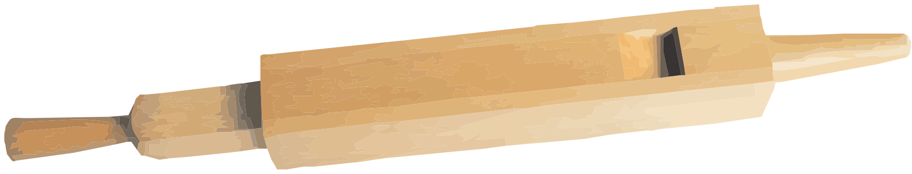


Grundtone $\ell = \frac{1}{4}\lambda$

1. overtone $\ell = \frac{3}{4}\lambda$

2. overtone $\ell = \frac{5}{4}\lambda$

Et minus ved den lukkede orgelpibe er dog, at den kun har de overtoner, som har en frekvens, som er et *ulige* multiplum af grundtonefrekvensen (overvej!). Fløjten herunder svarer til en lukket orgelpibe. Hvordan reguleres tonen?



Eksempel 4

En åben orgelpibe skal levere en grundtonefrekvens på 670 Hz. Hvor lang skal den være, hvis man ser bort fra mundingskorrektion? Hvad er frekvensen af dens to første overtoner?

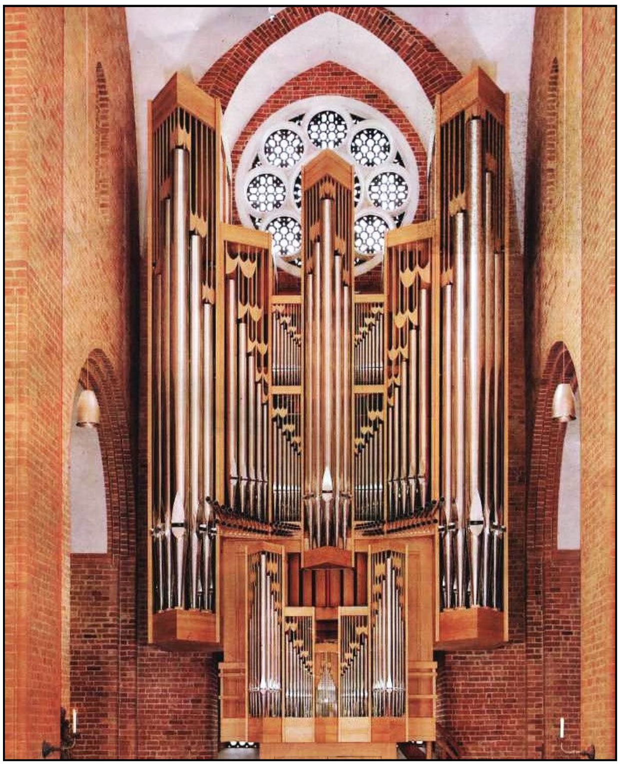
Løsning: Lydens hastighed ved stuetemperatur er 343 m/s. Det betyder, at bølgelængden af lydbølgen skal være:

$$v = f \cdot \lambda \quad \Leftrightarrow \quad \lambda \;=\; \frac{v}{f} \;=\; \frac{343\,\text{m/s}}{670\,\text{Hz}} \;=\; 0,51\,\text{m}$$

Ifølge figuren på side 9, skal rørets længde være: $\ell = \frac{1}{2} \cdot \lambda = \frac{1}{2} \cdot 0,51\,\text{m} = 0,26\,\text{m}$. Da bølgelængderne af de efterfølgende overtoner er 2 henholdsvis 3 gange så små som grundtonens, så er overtonernes frekvenser henholdsvis 2 og 3 gange så store som grundtonens. Det betyder, at 1. overtone får frekvensen 1340 Hz og 2. overtone 2010 Hz.

□

På figuren til højre ser du billeder af et kirkeorgel med en lang række orgelpiber af meget forskellige længder. Dette er nødvendigt, for at orglet kan gengive det store spektrum af toner, som man ønsker. Forklaringen findes ovenfor.



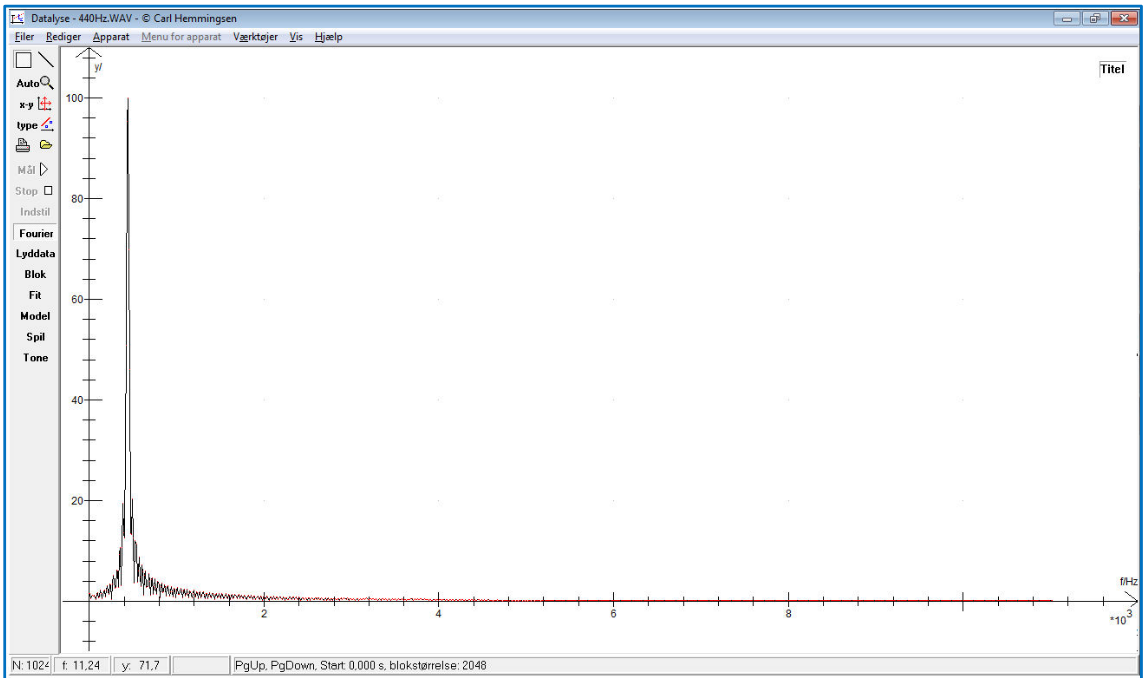
9. Fourieranalyse

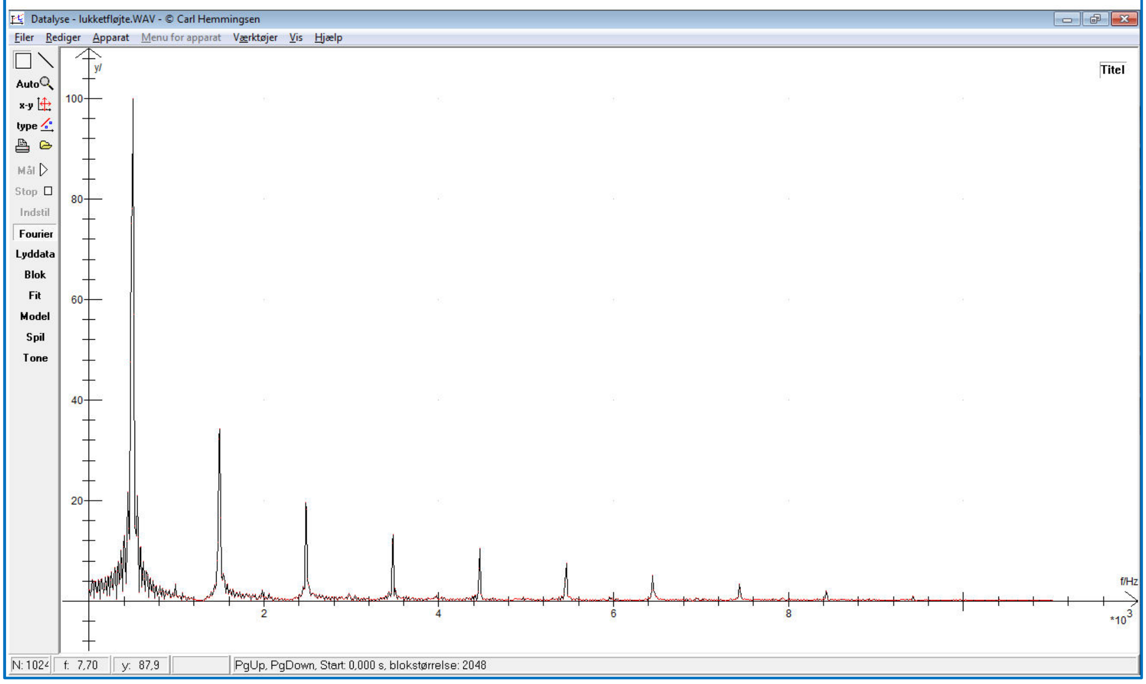
Som nævnt i forrige afsnit, frembringer de fleste musikinstrumenter sammensatte toner, og det er interessant at finde ud af hvilke rene toner, "de består af". Hertil er udviklet en ret indviklet matematisk teori, som går under betegnelsen *Fourieranalyse*, opkaldt efter den fremragende franske matematiker og fysiker *Jean Baptiste Joseph Fourier* (1768–1830). Løst sagt, så siger en sætning i Fourieranalysen, at enhver stykvis kontinuert periodisk funktion med periode T kan skrives som en sum af sinus-led, cosinus-led og en konstant, og frekvenserne af de trigonometriske funktioner opfylder, at der er en mindste frekvens, og at alle de øvrige frekvenser er multipla heraf. Vi skal kun betragte ulige periodiske funktioner, og i dette tilfælde viser det sig, at funktionen kan opløses i udelukkende sinus-led:

$$(6) \qquad y(t) = A_0 \cdot \sin(2\pi \cdot f_0 \cdot t) + A_1 \cdot \sin(2\pi \cdot 2 f_0 \cdot t) + A_2 \cdot \sin(2\pi \cdot 3 f_0 \cdot t) + \ldots$$

Det første led på højre side i (6) betegnes *grundtonen*. Det er en ren tone med en frekvens f_0, som vi vil betegne *grundtone-frekvensen*. Næste led kaldes *1. overtone* og har den dobbelte frekvens af grundtonen. Det tredje led kaldes *2. overtone* og har den tredobbelte frekvens af grundtonen etc. Der eksisterer computerprogrammer, som kan foretage en Fourieranalyse af lyden fra et musikinstrument – via en mikrofon tilsluttet computerens lydkort. Hvis musikinstrumenters toner var rene toner, ville det have lydt kedeligt og monotont. Men nu er lydene altså sammensatte, og det er tilstedeværelsen af *overtoner*, som giver lyden karakter. Man siger, at de bestemmer instrumentets *klang*.

På næste side ses Fourieranalyser af to forskellige toner. Den første figur stammer fra et forsøg med en stemmegaffel på 440 Hz (kammertonen). Her ses en enkelt top ved 440 Hz, svarende til at der er tale om en *ren* tone, altså en tone med kun én frekvens. Den anden figur stammer fra et forsøg med en fløjte som afbildet på side 14. Det svarer til en lukket orgelpibe, da enden af fløjten er lukket med et stempel. Vi observerer, at der er en grundtone på ca. $f_0 = 498\ \mathrm{Hz}$. Desuden er der toppe for de *ulige* multipla af grundtonefrekvensen, dvs. $3f_0, 5f_0, 7f_0$ .... hvilket helt svarer til erfaringerne med lukkede orgelpiber! Højden af de enkelte toppe afspejler hvor kraftige de pågældende overtoner er. Vi ser at grundtonen er kraftigst og de efterfølgende overtoner er af aftagende styrke.


Datalyse - 440Hz.WAV - © Carl Hemmingsen
Filer Rediger Apparat Menu for apparat Værktøjer Vis Hjælp
Auto
x-y
type
Mål
Stop
Indstil
Fourier
Lyddata
Blok
Fit
Model
Spil
Tone
Titel
y/
100
80
60
40
20
2
4
6
8
f/Hz
*10³
N: 1024 f: 11,24 y: 71,7
PgUp, PgDown, Start: 0,000 s, blokstørrelse: 2048


Datalyse - lukketfløjte.WAV - © Carl Hemmingsen
Filer Rediger Apparat Menu for apparat Værktøjer Vis Hjælp
Auto
x-y
type
Mål
Stop
Indstil
Fourier
Lyddata
Blok
Fit
Model
Spil
Tone
Titel
y/
100
80
60
40
20
2
4
6
8
f/Hz
*10³
N: 1024 f: 7,70 y: 87,9
PgUp, PgDown, Start: 0,000 s, blokstørrelse: 2048

10. Begrebet lydstyrke

Som bekendt kan en ren tone beskrives ved en sinusbølge. Lydstyrken ved en sådan lydbølge har noget med bølgens amplitude A at gøre, ikke dens frekvens. Jo større amplitude, jo højere lydstyrke. Vi skal være lidt mere præcise i det følgende:

Som tidligere nævnt sker der ved udbredelsen af en bølge en *transport af energi*, ikke af stof. I tilfældet med en højttaler betyder det, at der ikke flyttes luftmolekyler. Højttalermembranen får derimod luftmolekylerne til at *vibrere* omkring en ligevægtsposition. Derved skubber de vibrerende luftmolekyler til de næste luftmolekyler, som skubber til de næste etc. Derved sker der en udbredelse af energi. Man kunne for eksempel stille en ramme på 1 kvadratmeter op vinkelret på lydbølgens udbredelsesretning og måle, hvor meget energi, der strømmer igennem rammen pr. sek. Men da energi pr. sek. er det samme som effekt, så kan vi også sige, at vi måler den effekt, der strømmer igennem rammen på 1 m^2. Dette kaldes *lydintensitet*:

$$\text{Lydintensitet} \;=\; \frac{\text{effekt}}{\text{areal}} \tag{7}$$

Lydintensiteten betegnes ofte med bogstavet I (for intensitet). Enheden for lydintensitet er dermed W/m^2. Ud fra lydintensiteten kan *lydstyrken* L bestemmes ved formlen:

$$L \;=\; 10\cdot\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \tag{8}$$

hvor $I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$ er den svageste lyd, som kan opfattes af et menneske. Man har valgt at definere lydstyrken ved at inddrage logaritmefunktionen, fordi man så får mindre tal at arbejde med frem for store tipotenser. Endvidere viser det sig, at det menneskelige øre som en grov tilnærmelse "hører logaritmisk", idet øret meget bedre kan adskille styrken af en lyd i det lave område end i det kraftige område. Bemærk, at lydstyrken ikke har nogen enhed; det er bare et tal. Man plejer dog at skrive dB efter, hvilket står for *decibel*. Lad os kigge på et eksempel.

Eksempel 5

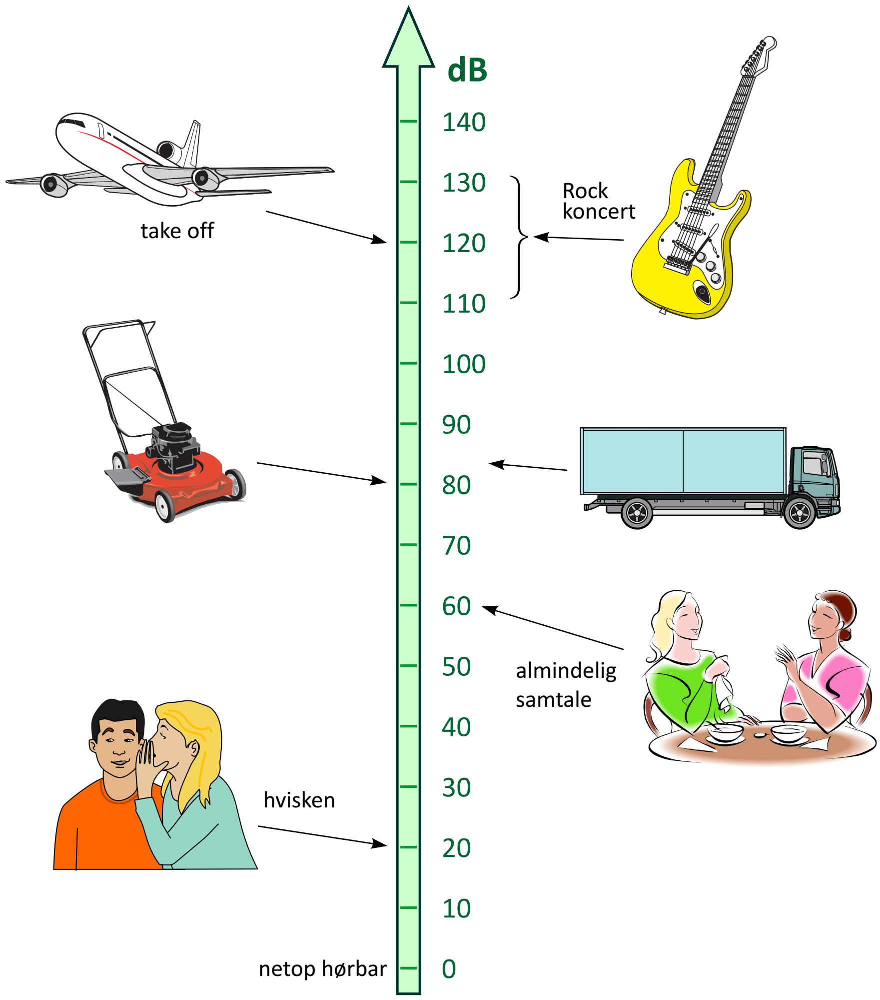
En højttaler giver en lydintensitet på $3\cdot 10^{-5}\ \mathrm{W}/\mathrm{m}^2$. Bestem den lydstyrke det svarer til.

Løsning: Vi indsætter blot i formlen (8):

$$L \;=\; 10\cdot\log\left(\frac{I}{I_0}\right) \;=\; 10\cdot\log\left(\frac{3\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{W}}{10^{-12}\ \mathrm{m}^2/\mathrm{W}}\right) \;=\; 10\cdot\log(3\cdot 10^{8}) \;=\; 85$$

Så lydstyrken er 85 dB.

Det skal dog tilføjes, at øret ikke helt opfatter lyde med samme lydstyrke og med forskellig frekvens, som værende lige kraftige. Faktisk vil øret opfatte en lyd på 1000 Hz ved 60 Hz som værende kraftigere end en lyd på 100 Hz ved 60 Hz. Derfor arbejder man undertiden med tilpassede dB-skalaer, for eksempel den såkaldte dBA-skala. Den interesserede læser henvises til mere herom andetsteds. Lad os slutte af med en figur, som viser dB-skalaens niveau i forskellige situationer.


dB
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
take off
Rock
koncert
almindelig
samtale
hvisken
netop hørbar

Opgaver

Opgave 1 (Lydens hastighed)

a) Nævn to ting, som lydens hastighed afhænger af.
b) Brug formel (1) side 3 til at vise hvad lydens hastighed i atmosfærisk luft er ved frysepunktet, dvs. 0°C? Husk at regne temperaturer i Kelvin!
c) Hvad er lydens hastighed i CO_2 ved 20°C? Det oplyses, at $\gamma = 1{,}2937$ for CO_2. *Hjælp*: Hvad er molarmassen af CO_2 omtrent, når der er et kulstofatom og to iltatomer? Se evt. i det periodiske system!

Opgave 2 (Lydhastighedens temperaturafhængighed)

En konsekvens af formel (1) side 3 er, at der for fastholdt gas gælder følgende forhold mellem lydens hastigheder v_1 og v_2 ved to forskellige temperaturer T_1 og T_2 :

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} \quad \Leftrightarrow \quad v_2 = \left(\sqrt{\frac{T_2}{T_1}}\right) \cdot v_1$$

a) Benyt formlen til at bestemme luftens temperatur ved –10°C, givet at lydens temperatur ved 20°C er 343 m/s. *Hjælp*. Husk at omregne til Kelvin!
b) (svær) Prøv at vise formlen ovenfor ved hjælp af formel (1) side 3.

Opgave 3 (lydens hastighed i to gasser)

Som bekendt er lydens hastighed forskellig i forskellige gasser.

a) Benyt formlen (1) side 3 til at bestemme lydens hastighed i ren helium ved stuetemperatur (20°C). Oplysninger: Molarmassen af helium H_2 er 0,00400 kg/mol (overvej mon hvorfor?) og $\gamma = 1{,}63$.
b) Bestem lydens hastighed i svovlhexafluorid (SF_6) ved stuetemperatur. Oplysninger: Molarmassen af SF_6 er 0,1461 kg/mol og $\gamma \approx 23/21 = 1{,}095$.

Opgave 4 (Tale i helium og svovlhexafluorid)

I forlængelse af resultaterne fra opgave 3 skal du her beregne det skifte i frekvens, der sker, når en person taler med ren *helium* i lungerne, henholdsvis *svovlhexafluorid* i lungerne. Mennesket kan frembringe lyde ved hjælp af *stemmelæberne*, som sidder i strubehovedet. Da mænds stemmelæber er længere end kvinders, kan de frembringe dybere lyde/toner. Da stemmelæbernes længde er fast ved skiftet fra luft til gas, kan vi regne bølgelængden λ som værende uændret. Ifølge den velkendte formel $v = f \cdot \lambda$, kan vi derfor med rimelighed antage, at der gælder:

$$\frac{v_{gas}}{f_{gas}} = \frac{v_{luft}}{f_{luft}} \quad \Leftrightarrow \quad f_{gas} = \frac{v_{gas}}{v_{luft}} \cdot f_{luft}$$

a) Normalt vil en stemme indeholde en masse overtoner. For nemheds skyld antager vi i det følgende, at en mand frembringer en ren tone med frekvensen 110 Hz. Hvad vil frekvensen ændre sig til, hvis han taler i helium? (antaget med stemmelæberne havende nøjagtigt den samme anspændelse). Vil tonen bliver dybere eller lysere?

b) Samme spørgsmål, når manden taler i svovlhexafluorid. Vil tonen bliver dybere eller lysere?

Opgave 5

a) En stemmegaffel med frekvensen 256 Hz anslås i almindelig atmosfærisk luft ved stuetemperatur. Hvor stor er lydbølgernes bølgelængde?

b) Hvor stor er *perioden* eller *svingningstiden* for lydbølgen?

Opgave 6 (Ultralyd)

Ultralydsscannere benyttes som bekendt på hospitaler til for eksempel fosterdiagnostik. Her udsendes *ultralyd*, dvs. lyd med en frekvens over 20 kHz. På grund af den lille bølgelængde er man i stand til at fokusere en smal stråle og derved opnå højere intensitet. Bestem bølgelængden af ultralyd med frekvensen 23 kHz (i atm. luft ved stuetemperatur).

Opgave 7 (Stroboskop)

Forklar, hvordan et *stroboskop*, som jo anvendes på diskotekerne, kan benyttes til at vise, at fænomenet med stående bølger, vist på figuren på side 8.

Opgave 8 (Stående bølger på snor)

Figuren på side 9 viser fire stående bølger på en snor. Bestem hvor mange bølgelængder, der i hvert tilfælde går på en snorlængde ℓ.

Opgave 9 (Snorbølgeforsøg)

Ved et snorbølgeforsøg er snoren 1,35 m lang og grundsvingningen forekommer, når vibratorens frekvens er 62 Hz.

a) Bestem bølgehastigheden på strengen.

b) Ved hvilken frekvens vil 1. oversvingning forekomme?

Opgave 10 (Guitar)

Benyt formel (5) til at bestemme bølgehastigheden på en streng, som vejer 0,82 gram pr. meter og som er spændt ud med en kraft på 300 N.

Opgave 11 (Guitar)

En guitarstreng vejer 1,45 gram pr. meter. Guitarstrengens længde er 64 cm.

a) Hvor kraftigt skal guitarstrengen spændes, for at kunne give en grundtone på 659,3 Hz, hvilket svarer til tonen E?
b) Hvad er frekvensen af den første overtone?
c) Hvis man holder strengen nede på et bånd, så snorens længde reduceres til 2/3 længde, hvad ændres grundtonens frekvens da til?

Opgave 12 (Guitar)

En guitarstreng vejer 0,69 gram pr. meter og er 60 cm lang. Den spændes ud med en kraft på 250 N. Hvilken grundtonefrekvens vil den give?

Opgave 13 (Guitar)

Vil det resultere i en højere eller dybere tone fra en guitar, hvis man

a) Halverer længden af strengen ved at holde ned på et bånd?

b) Strammer stemmeskruerne?

c) Udskifter tråden med en tungere?

Prøv først at besvare spørgsmålet udfra din intuition. Prøv dernæst at argumentere udfra formlerne, herunder (5).

Opgave 14 (Orgelpibe)

Hvor lang skal en åben orgelpibe være, for at kunne give en grundtonefrekvens på 880 Hz? Der ses bort fra mundingskorrektion. Samme spørgsmål for en lukket orgelpibe.

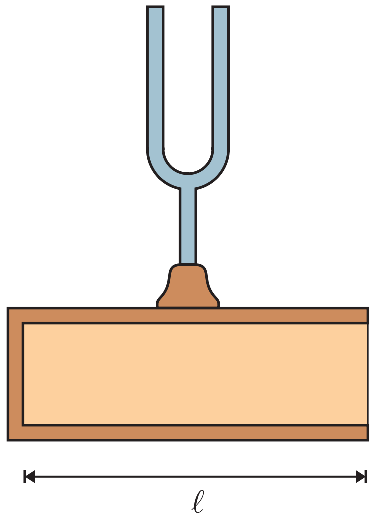
Opgave 15 (Orgelpibe)

En åben orgelpibe er 2,3 m lang. Hvor høj vil frekvensen af grundtonen og 1. overtone være?

Opgave 16 (Orgelpibe)

En fløjte som på figuren øverst side 14 skal kunne levere en grundtone på 540 Hz. Hvor lang skal hulrummet være?

Opgave 17 (Stemmegaffel)



En stemmegaffel kan levere en ren tone med frekvensen 440 Hz (kammertonen). Hvor langt skal hulrummet i resonanskassen være, for at kunne forstærke stemmegaflens svingninger? Der ses bort fra mundingskorrektion.

Hjælp: Hvor skal der være knude, og hvor skal der være bug for den stående bølge? Sammenlign med en bestemt orgelpibe. Samme spørgsmål for en stemmegaffel på med tonen C på 256 Hz.

Opgave 18 (Lydstyrke)

a) Hvilken lydstyrke svarer en lydintensitet på $6\cdot 10^{-7}\ \mathrm{W/m^2}$ til?

b) Den svageste lyd et menneske kan høre er på $10^{-12}\ \mathrm{W/m^2}$. Hvilken lydstyrke svarer det til?

c) Lydstyrken fra en højttaler er på 98 dB. Hvilken lydintensitet svarer det til? *Hjælp*: Her skal du regne den anden vej. Isoler I i formel (2).

Opgave 19 (Lidt sværere)

En given højttaler kan give en maksimal lydstyrke på 110 dB. Et interessant spørgsmål er nu: Hvor stor en lydstyrke vil to af de samme højttalere kunne give tilsammen, hvis de stilles op ved siden af hinanden? *Hjælp*: Det går ikke at lægge lydstyrker i dB sammen! Derimod kan man lægge energier sammen og dermed også intensiteter. Du skal altså vejen om ad lydintensiteterne.

Opgave 20

Søg på Internettet for at besvare følgende spørgsmål:

a) Hvad er grænserne for tilladte lydstyrker på arbejdspladser? Hvad kan man gøre for at begrænse lydniveauet her? Giv nogle forslag.

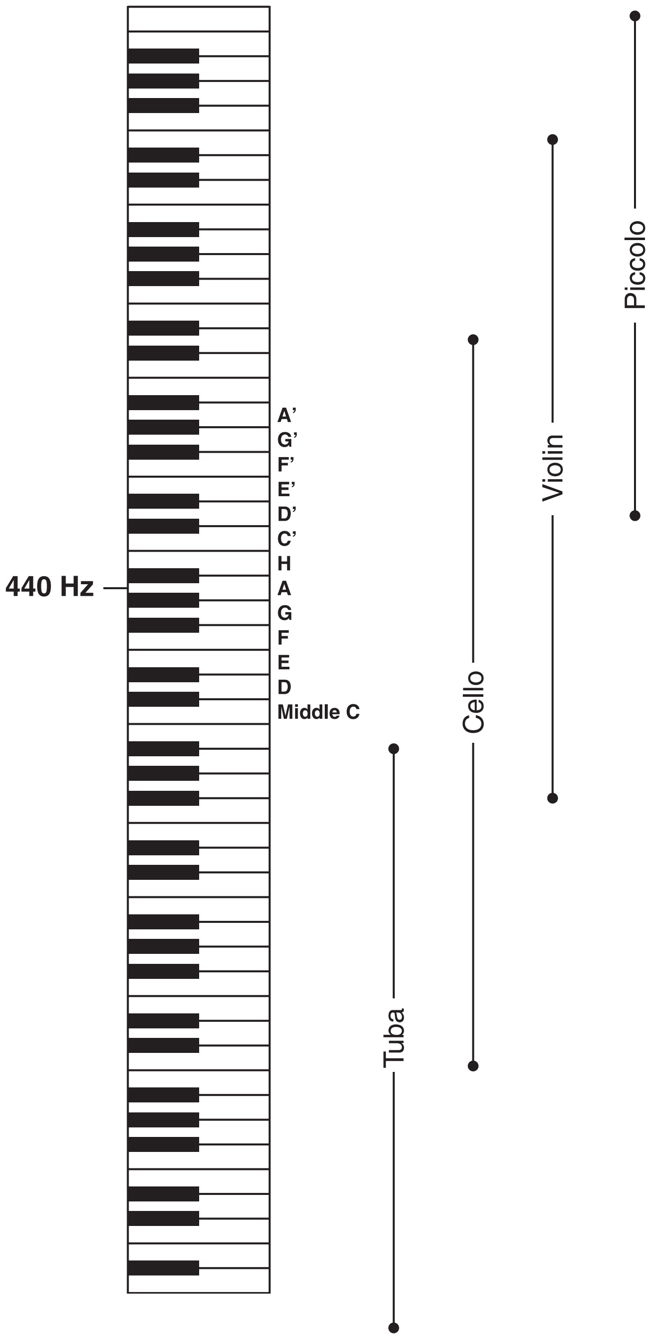
b) Nævn nogle ting i hverdagen, hvor man skal være forsigtig med lydstyrken.

c) Hvad er smertegrænsen?

d) Hvad er *akustik*?

e) Hvad er *efterklang*?

f) Hvordan er øret indrettet. Beskriv de vigtigste dele og forklar, hvordan man hører!



Opgave 21 (Klaver – tempereret stemning)

Hver tangent på et klaver giver en tone med en bestemt frekvens, når vi ser bort fra tilstedeværelsen af overtoner. Et klaver i dag er meget tæt på at være det vi kalder *tempereret* stemt. Med en ren tempereret stemning menes, at forholdet i frekvens mellem den højre og den venstre tangent for to nabo-tangenter er et fast tal. De sorte tangenter skal her tælles med! Lad os kalde det tal, man skal gange frekvensen af den venstre tangent med for at få frekvensen af den højre tangent, for *multiplikationsfaktoren*. Endvidere gælder der, at hvis man går 12 tangenter mod højre på klaveret, så fordobles frekvensen.

Intervallet på 12 tangenter startende med C og sluttende med H, kaldes for en *oktav*. De næste tolv tangenter herefter danner en ny oktav osv. Tonerne i den nye oktav betegnes med de samme bogstaver, dog kan man finde på at give dem et mærke for at skelne mellem dem. Årsagen til, at de får tildelt samme bogstav er, at de som toner lyder ensartede.

Den rene tempererede stemning

a) Vis at multiplikationsfaktoren er lig med 1,05946. *Hjælp*: Kald fx multiplikationsfaktoren for a og opstil en ligning og løs den.
b) Find frekvenserne for de hvide tangenter i oktaven, hvori *kammertonen A* (440 Hz) ligger. Du skal altså bestemme frekvenserne for C, D, E, F, G, A og H, som angivet på figuren på forrige side. Brug Kammertonen til at regne ud fra!
c) Hvad er frekvensen af den højeste og den dybeste tone på det afbildede klaver?
d) Pythagoræerne i det gamle Grækenland fandt, at toner, hvis frekvenser forholder sig som for eksempel 3:2 (en *kvint*) og 4:3 (en *kvart*) lød indbyrdes harmoniske. Find en tangentkombination med udgangspunkt i C, der tilnærmelsesvist giver frekvensforholdet 3:2. Samme spørgsmål for forholdet 4:3.
e) Angiv omtrentligt det frekvensinterval, som en violin ifølge figuren spænder over.

Tilføjelser til ovenstående

Som nævnt ovenfor bliver et klaver ikke stemt fuldstændigt tempereret i dag - man foretager så afvigelser. Det mener man lyder bedre. Vi skal ikke komme nærmere ind på dette her. *Klangfarven* eller bare *klangen* af en tone karakteriseres som tidligere nævnt af overtonerne, som frembringes samtidigt med grundtonen. sammensætningen af de enkelte overtoner er vigtig, og der tages hensyn til dette i konstruktionsfasen.

Opgave 22

Afprøv animationerne på hjemmesiden *PhET Interactive Simulations*:

https://phet.colorado.edu/da/simulations/category/physics/sound-and-waves

Der er blandt andet en god en med *Fourier – Bølgeanalyse*.

Opgave 23

Benyt et CAS-værktøj som for eksempel Maple til at tegne bølge-graferne for nogle forskellige toner i delopgaverne nedenfor. Som bekendt kan det tidsmæssige forløb af en ren tone med frekvensen f beskrives ved funktionen $y(t) = A \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$, hvor A er bølgens amplitude.

a) Betragt en ren tone med frekvensen 100 Hz og amplituden 2,1. Bestem svingningstiden T, dvs. perioden for bølgen. Benyt denne viden til at plotte grafen for sinusbølgen i et interval, så der vises ca. 5 perioder. Undlad for nemheds skyld enheder når du plotter. Lad størrelserne være underforstået i SI-enheder.
b) Gentag successen med en tone med frekvens på 200 Hz og amplitude 1,7. Benyt samme tidsinterval som under a).
c) Plot grafen for den sammensatte tone bestående af summen af de rene toner fra a) og b). Hvilken periode har den sammensatte tone? Altså hvor lang tid går der før bølgen gentager sig selv?

d) Prøv at tegne de to grafer i samme koordinatsystem. Hvis du bruger *Maple* kan du kalde det ene plot for plot1 og det andet for plot2 og så benytte følgende kommando: *plots*[*display*](*plot1*,*plot2*). Det bliver mest overskueligt, hvis du giver hver af de oprindelige plots forskellige farver. Det kan gøres med en farveoption a lá *color* = *green*.

Opgave 24

Prøv at afbilde stødtonerne i afsnit 5 med de talværdier, som er angivet der.