

VERSUCH 21

Optisches Pumpen

Gordon Scholz
gordon.scholz@tu-dortmund.de

Tom Rosenstein
tom.rosenstein@tu-dortmund.de

Durchführung: 30.1.2019

Abgabe: 19.2.2019

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Energieniveaustuktur	3
2.2 Optisches Pumpen	5
3 Präzisionsmessung der Zeeman-Aufspaltung	6
4 Durchführung	8
5 Auswertung	9
5.1 Bestimmung des Landé Faktors für Rubidium 85 und 87	9
5.2 Bestimmung der Kernspins	10
5.3 Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effektes	11
5.4 Bestimmung des Erdmagnetfeldes	12
5.5 Bestimmung des Isotopengemisches	12
6 Diskussion	13
Literatur	13

1 Zielsetzung

In diesem Versuch sollen die Landé-Faktoren und die Kernspins von ^{85}Rb und ^{87}Rb , mittels der Methode des optischen Pumpens, bestimmt werden.

2 Theorie

2.1 Energieniveaustuktur

Aus der Quantenmechanik ist bekannt, dass der Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle eines Atoms mit dem magnetischen Moment $\vec{\mu}_J$ gekoppelt ist. Der Zusammenhang lautet

$$|\vec{\mu}_J| = g_J \mu_B \sqrt{J(J+1)},$$

wobei g_J der Landé-Faktor ist und μ_B das Bohrsche Magneton. Der Landé-Faktor berücksichtigt, dass sich das magnetische Moment aus dem Bahndrehimpuls \vec{L} und dem Spin \vec{S} zusammensetzt:

$$g_J = \frac{3J(J+1) + (S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)}. \quad (1)$$

Die Energieniveaus eines Atoms verändern sich, wenn ein äußeres Magnetfeld \vec{B} angelegt wird, da das magnetische Moment mit dem Feld wechselwirkt. Die Energie dieser Wechselwirkung beträgt

$$E_{\text{mag}} = -\vec{\mu}_J \cdot \vec{B}.$$

Aufgrund der Präzisionsbewegung von $\vec{\mu}_J$ ist die Energiebilanz nur von der z-Komponente abhängig. Wegen der Richtungsquantelung kann diese nur ganzzahlige Vielfache M_J des Wertes $g_J \mu_B B$ annehmen. Es folgt also

$$E_{\text{mag}} = M_J g_J \mu_B B,$$

wobei M_J die Werte $-J, -J+1, \dots, J-1, J$ besitzt. Dieses Aufspalten der Energieniveaus in $2J+1$ Unterniveaus beim Anlegen eines äußeren Magnetfeldes, wird als Zeeman-Effekt bezeichnet. Wenn das externe Magnetfeld hinreichend schwach ist und das Atom einen von Null verschiedenen Kernspin \vec{I} besitzt, koppelt der Gesamtdrehimpuls \vec{J} der Elektronenhülle ebenfalls vektoriell an den Kernspin

$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$$

Die sich daraus ergebenden energetischen Unterniveaus werden als Hyperfeinstruktur bezeichnet. Die Anzahl der Hyperfeinstrukturen ist gleich $2J+1$ oder $2I+1$, je nachdem ob $J < I$ oder $J > I$ ist. Sie werden durch die Quantenzahl F unterschieden, welche von $I+J$ bis $|I-J|$ laufen kann. In Abbildung 1 ist die Energieniveaufenspaltung für ein Alkali-Atom $\left(J = \frac{1}{2}\right)$ mit einem Kernspin von $I = \frac{3}{2}$ dargestellt.

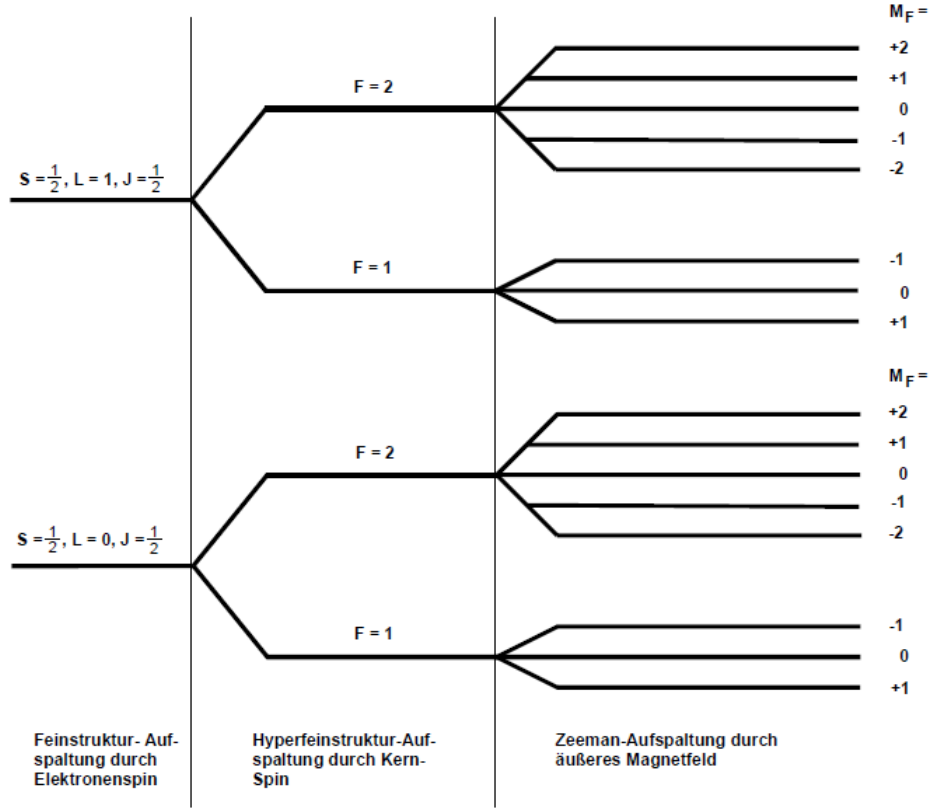


Abbildung 1: Feinstruktur-, Hyperfeinstruktur- und Zeeman-Aufspaltung der Energieniveaus eines Alkali-Atoms.[2, S. 4]

Diese Hyperfeinstrukturen spalten sich durch anlegen eines schwachen Magnetfeldes in $2F + 1$ -Zeemanniveaus auf, die durch die Quantenzahl M_F beschrieben werden, welche von $-F$ bis F laufen kann. Die Energien dieser Hyperfeinniveaus ergeben sich dann zu

$$E_{\text{HF}} = g_F \mu_B B .$$

Für den Landé-Faktor g_F ergibt sich unter Berücksichtigung des Vektordiagramms in Abbildung 2

$$g_F \approx g_J \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} . \quad (2)$$

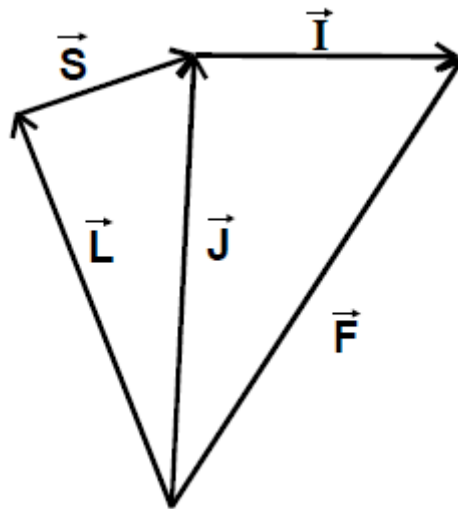


Abbildung 2: Vektordiagramm sämtlicher Drehimpulse eines Atoms. [2, S. 4]

2.2 Optisches Pumpen

Das Grundprinzip des optischen Pumpens ist es, die im Normalfall herrschende thermische Besetzung der Energieniveaus nach Boltzmann umzukehren, sodass höhere Niveaus zahlreicher besetzt sind als niedrigere. Dies geschieht durch optische Anregung. In Abbildung 3 sind die Übergänge zwischen dem S- und P-Niveaus eines hypothetischen Alkali-Atoms ohne Kernspin zu sehen.

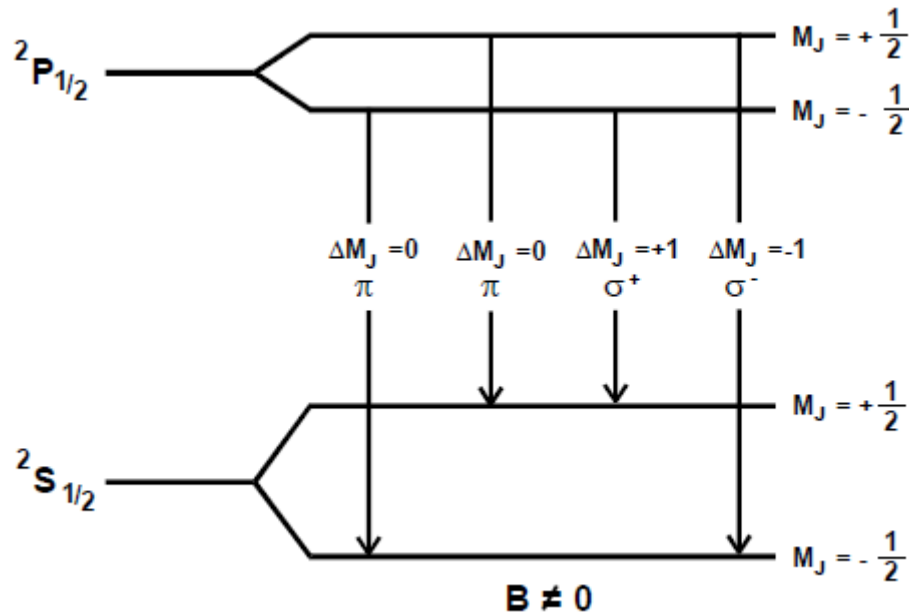


Abbildung 3: Zeeman-Aufspaltung und mögliche Übergänge eines hypothetischen Alkaliatoms ohne Kernspin.[2, S. 6]

Da in diesem Versuch rechtszirkular-polarisiertes Licht verwendet wird, also der Spin der Lichtquanten antiparallel zur Ausbreitungsrichtung ist, ist nur der σ^+ -Übergang mit der Auswahlregel $\Delta M_J = +1$ bei Anregung möglich. Wenn nun ein Dampfgemisch, bestehend aus dem hypothetischen Alkali-Atomen, in einer Zelle mit rechtszirkular-polarisiertem Licht bestrahlt wird, werden Elektronen aus dem unteren S-Niveau angeregt und gehen nach der Auswahlregel in das obere P-Niveau über. Aus diesem angeregten Zustand gehen die Elektronen durch spontane Emission wieder in der Grundzustand über, dabei werden beide S-Niveaus wieder bevölkert. Dadurch das aber aus dem höheren S-Niveau kein Elektron durch Anregung in ein anderes Niveau übergeht, füllt sich dieses langsam, während das untere S-Niveau sich leert. Daher wird eine Umkehrung der thermischen Besetzungsdichte in den beiden S-Niveaus erreicht. Dadurch das sich das untere S-Niveau immer mehr leert, werden weniger Lichtquanten absorbiert als zu Beginn. Daher steigt die Transparenz der Zelle im Laufe der Zeit. Wenn es möglich wäre das untere S-Niveau völlig leer zu Pumpen, würde die Transparenz den Wert 1 erreichen.

3 Präzisionsmessung der Zeeman-Aufspaltung

Das Verfahren kann zur Präzisionsmessung der Zeeman-Aufspaltung benutzt werden. Dabei ist die induzierte Emission von großer Bedeutung. Bei der spontanen Emission wechselt ein angeregtes Elektron nach ungefähr 10^{-8} s in den Grundzustand, wobei ein Photon mit der Energiedifferenz zwischen den beiden Niveaus abgestrahlt wird. Bei der induzierten Emission trifft ein Photon, dessen Energie der Energiedifferenz zwischen

zwei Niveaus entspricht, auf ein angeregtes Atom, wodurch ein Elektron auf ein tieferes Niveau (unter Berücksichtigung der Energiedifferenz) wechseln kann. Dabei wird ein weiteres Photon ausgestrahlt, welches die selbe Energie besitzt wie das eingehende Photon. Die beiden unterschiedlichen Emission laufen parallel, wobei hier im Energiebereich der Zeeman-Niveaus die induzierte Emission dominiert und die spontane Emission vernachlässigbar ist. Wird nun das Grundniveau einer Probe in einer Dampfzelle wie zuvor beschrieben leer gepumpt, ist diese quasi transparent für das eingestrahlte Licht. Wenn nun ein Hochfrequenzfeld mit einer Frequenz ν an die Dampfzelle angelegt wird, wird das leer gepumpte Grundniveau wieder befüllt, wenn das Magnetfeld den Wert

$$\begin{aligned} h\nu &= g_F \mu_B B_m \\ \Rightarrow B_m &= \frac{4\pi m_0}{e_0 g_F} \nu \end{aligned} \quad (3)$$

erreicht, denn es setzt die induzierte Emission ein. Nun kann das eingestrahlte σ^+ -Licht wieder absorbiert werden und die Transparenz nimmt in diesem Resonanzfall ab. Dies ist in Abbildung 4 schematisch dargestellt.

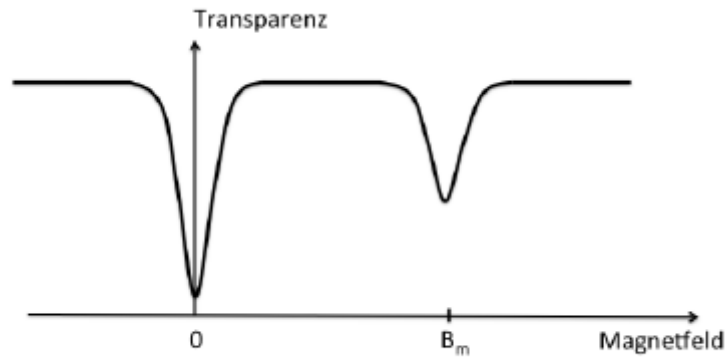


Abbildung 4: Transparenz einer Alkali-Dampfzelle in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei angelegtem Hochfrequenzfeld.[2, S. 11]

Der Nullpeak existiert, da es keine Zeeman-Aufspaltung gibt, wenn kein Magnetfeld existiert. Daher ist auch das optische Pumpen nicht möglich.

4 Durchführung

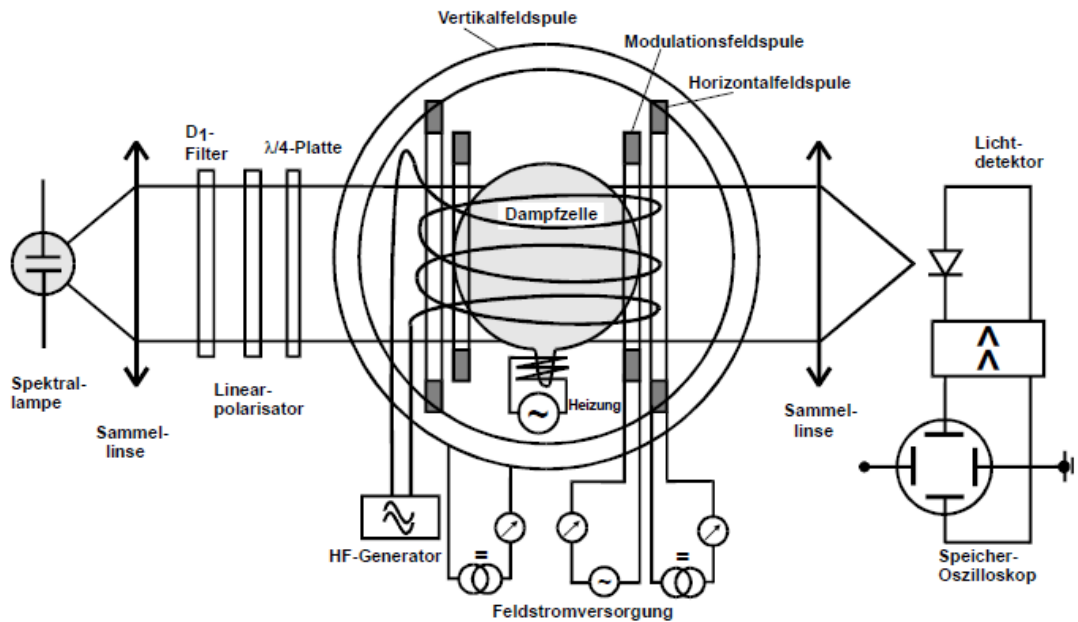


Abbildung 5: Schematischer Versuchsaufbau. [2, S. 16]

Abbildung 5 zeigt den schematischen Aufbau der Messapparatur. Die Dampfzelle ist mit dem zu untersuchenden Gas befüllt und wird durch das Licht der Rb-Dampfampe angeregt. Die rechtszirkuläre Polarisation wird durch den Linearpolarisator und die $\lambda/4$ -Platte erreicht. Der D_1 -Filter lässt nur die D_1 -Linie des Rb-Spektrums ($\lambda = 794,8 \text{ nm}$) [2, S. 15] durch und filtert alle anderen Wellenlängen heraus. Das Licht, welches durch die Dampfzelle hindurchtritt, wird von einem Si-Photoelement fokussiert und über einen Linearverstärker auf einem Oszilloskop dargestellt.

Zu Beginn wird der Strahlengang so justiert, dass er genau auf das Photoelement fällt und die Intensität maximal ist. Die ganze Apparatur ist so auszurichten, dass sie in Nord-Süd-Richtung steht, damit die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes, minimiert werden kann. Um die vertikale Komponente zu minimieren, wird das vertikale Magnetfeld so eingestellt, dass der auf dem Oszilloskop zu sehende Nullpeak, möglichst schmall wird. Für die eigentliche Messung wird das Hochfrequenzfeld angelegt und von 100 kHz bis 1 MHz in 100 kHz Schritten variiert. Für die einzelnen eingestellten Frequenzen, wird mit dem angelegten Strom für die horizontale Sweep-Spule, die Resonanzstellen über das Oszilloskop ermittelt. Die eingestellten Stromstärken für die drei Magnetfelder werden notiert und die nächste Frequenz untersucht. Ab einer Frequenz von ca. 200 kHz ist es notwendig, ein zusätzliches horizontales Magnetfeld anzulegen, damit der Sweep-Feld-Bereich auf die Resonanzen verschoben werden kann.

5 Auswertung

5.1 Bestimmung des Landé Faktors für Rubidium 85 und 87

Die Messwerte für die Frequenz ν , den Horizontalfeldspulenstrom I_H , den Sweepfeldspulenstrom I_S , sowie die mit der bekannten Formel für Helmholtzspulen

$$B = \frac{\mu_0 8 I N}{\sqrt{125} R} \quad (4)$$

berechneten Magnetfeldstärken sind in Tabelle 1 aufgetragen. Die Werte für die Windungen und Radien der Spulen wurden aus [2] entnommen. Die Magnetfeldstärken werden

Tabelle 1: Messwerte und Magnetfeldstärken.

ν / kHz	Isotop 1			Isotop 2		
	I_S / mA	I_H / mA	B / μ T	I_S / mA	I_H / mA	B / μ T
100	571	0	34,46	689	0	41,58
200	686	0	41,40	920	0	55,52
300	369	24	43,32	725	24	64,80
400	416	36	56,68	887	36	85,10
500	224	66	71,40	818	66	107,24
600	252	81	86,24	959	81	128,91
700	88	108	100,02	918	108	150,11
800	161	120	114,95	782	141	170,84
900	218	132	128,92	881	156	189,97
1000	148	153	143,11	812	186	212,12

nun gegen die Frequenzen aufgetragen und mittels SciPy 1.1.0 [4] mit der Funktion $y = ax + b$ linear gefittet. Dies ist in Abbildung 6 dargestellt. Die bestimmten Parameter sind:

$$\begin{aligned} a_1 &= (0,127 \pm 0,006) \frac{\mu\text{T}}{\text{kHz}} \\ b_1 &= (12,264 \pm 3,752) \mu\text{T} \\ a_2 &= (0,195 \pm 0,006) \frac{\mu\text{T}}{\text{kHz}} \\ b_2 &= (13,188 \pm 3,482) \mu\text{T} \end{aligned}$$

Durch Vergleich mit Gleichung (3) lässt sich g_F folgendermaßen aus dem Parameter a bestimmen:

$$g_F = \frac{4\pi m_e}{e a} \quad (5)$$

So wurden folgende Landé Faktoren bestimmt:

$$\begin{aligned} g_{F,1} &= 0,563 \pm 0,027 \\ g_{F,2} &= 0,366 \pm 0,011. \end{aligned}$$

Die theoretischen Werte betragen $1/2$ für Rubidium 85 und $1/3$ für Rubidium 87 [3]. So lässt sich Isotop 1 als Rubidium 85 und Isotop 2 als Rubidium 87 identifizieren. Die relativen Abweichungen ergeben sich dann zu 12,6 % für Rubidium 85 und 9,8 % für Rubidium 87.

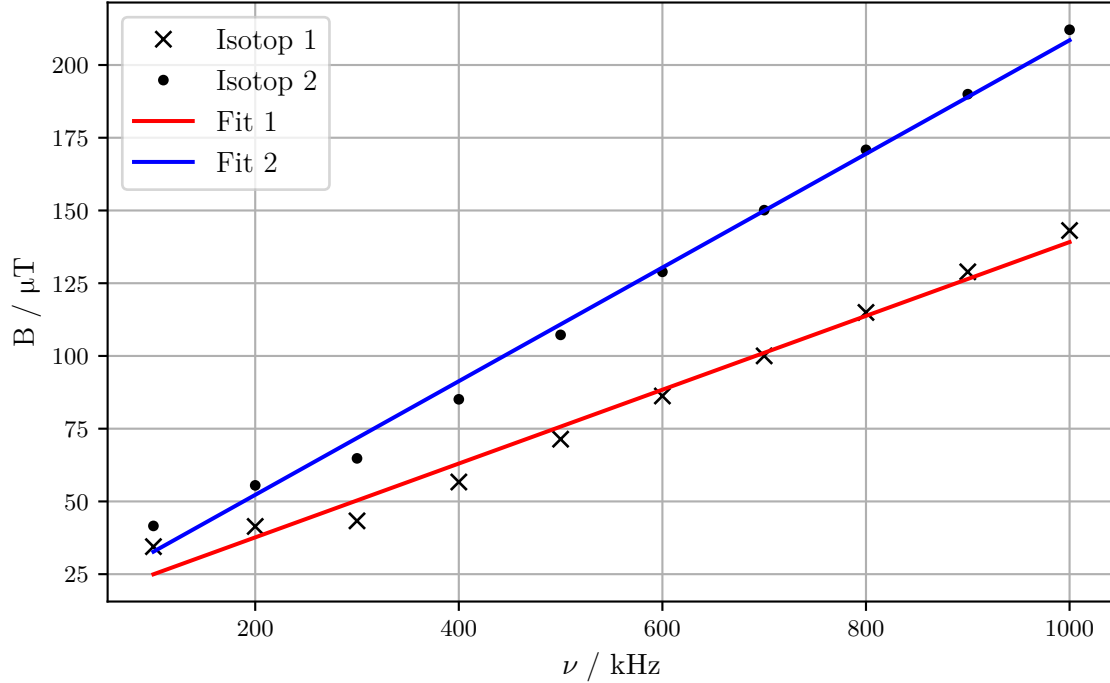


Abbildung 6: Die grafische Darstellung der Messdaten, sowie die Fits für Rubidium 85 und 87.

5.2 Bestimmung der Kernspins

Mit den bestimmten Landé Faktoren lässt sich nun auch der Kernspin der Isotope bestimmen. Dazu wird zunächst aus Gleichung (1) der Hüllen Landé Faktor g_J bestimmt. Da Rubidium ein Alkali Metall ist, ist $L = 0$, $S = 1/2$ und somit $J = 1/2$. Damit wird $g_J = 2$. Da sich die Hyperfeinniveaus aus der Kopplung von Hüllen- und Kernspin ergeben muss $F = I + 1/2$ sein. Werden nun alle diese Werte in (2) eingesetzt und nach I umgestellt ergeben sich, da es sich um eine quadratische Gleichung handelt, zwei Lösungen:

$$\begin{aligned} I_+ &= \frac{1}{g_F} - \frac{1}{2} \\ I_- &= -\frac{3}{2}. \end{aligned} \tag{6}$$

Die konstante Lösung I_- wird hierbei verworfen, da die Quantenzahl I per Definition nicht negativ sein kann. Mit Gleichung (6) lassen sich nun aus den bestimmten Werten

für g_F die Kernspins der Isotope bestimmen:

$$I_{85} = 1,28 \pm 0,08$$

$$I_{87} = 2,23 \pm 0,08.$$

Die Literaturwert für Rubidium 85 beträgt $I = 3/2$ [5] und die Abweichung 14,6 %, für Rubidium 87 ist der Literaturwert $I = 5/2$ [5] und die Abweichung 10,8 %.

5.3 Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effektes

Bei starken Magnetfeldern muss auch der Einfluss des quadratischen Zeeman-Effektes auf die Hyperfeinstrukturaufspaltung beachtet werden. Im Folgenden soll dessen Einfluss auf die durchgeführte Messung abgeschätzt werden. Die Übergangsenergie erweitert sich um einen Term zu

$$U_{\text{HF}} = g_F \mu_B B + \underbrace{g_F^2 \mu_B^2 B^2 \frac{(1 - 2M_F)}{\Delta E_{\text{Hy}}}}_{=\Delta U_{\text{HF}}}, \quad (7)$$

mit der magnetischen Quantenzahl der Hyperfeinstrukturaufspaltung M_F und der Energiedifferenz zwischen den Niveaus F und $F+1$, ΔE_{Hy} . Zur Abschätzung des quadratischen Zeeman-Effektes werden nun für M_F und B Werte eingesetzt, welche den quadratischen Term maximal werden lassen. Für Rubidium 85 wurden folgende Werte eingesetzt:

$$M_F = -(I + \frac{1}{2}) = -1,78 \pm 0,08$$

$$B = 143,11 \mu\text{T},$$

und für Rubidium 87 demnach:

$$M_F = -(I + \frac{1}{2}) = -2,73 \pm 0,08$$

$$B = 212,12 \mu\text{T}.$$

So ergeben sich mit dem bestimmten Landé Faktoren und $\Delta E_{\text{Hy},85} = 2,01 \cdot 10^{-24} \text{ J}$ und $\Delta E_{\text{Hy},87} = 4,53 \cdot 10^{-24} \text{ J}$ [2] folgende Werte:

$$\Delta U_{85} = (1,26 \pm 0,07) \cdot 10^{-30} \text{ J}$$

$$\Delta U_{87} = (7,39 \pm 0,25) \cdot 10^{-31} \text{ J}.$$

Mit denselben Werten wird nun zum Vergleich der lineare Zeeman-Effekt zu

$$U_{85} = (7,50 \pm 0,40) \cdot 10^{-28} \text{ J}$$

$$U_{87} = (7,20 \pm 0,21) \cdot 10^{-28} \text{ J}$$

berechnet. Somit ist der maximale quadratische Effekt um zwei bis drei Größenordnungen kleiner als der lineare und kann somit in guter Näherung vernachlässigt werden.

5.4 Bestimmung des Erdmagnetfeldes

Da in Abwesenheit externer Magnetfelder bei einer Frequenz von 0 auch der Spulenstrom 0 sein muss, lassen sich die Achsenabschnitte der Fits mit der Horizontalkomponente des Erdmagnetfeldes identifizieren. Diese ist dann im Mittel

$$B_{\text{Erde, hor.}} = (12,7 \pm 2,6) \mu\text{T}.$$

Die vertikale Komponente des Erdmagnetfeldes lässt sich aus dem gemessenem Vertikalspulenstrom von 226 mA und Gleichung (4) zu

$$B_{\text{Erde, vert.}} = 34,6 \mu\text{T}$$

bestimmen.

5.5 Bestimmung des Isotopengemisches

Aus der in Abbildung 7 zu sehenden Resonanzkurve wurde das Amplitudenverhältnis zu $1/2$ bestimmt. Da dieses gleich dem Isotopenverhältnis ist, ist dies auch das Isotopenverhältnis zwischen Rubidium 87 und 85. Der natürlich vorkommende Wert [5] beträgt

$$\left(\frac{{}^{87}\text{Rb}}{{}^{85}\text{Rb}} \right)_{\text{natürlich}} = 0,39.$$

Somit beträgt die relative Abweichung von der natürlichen Isotopenverteilung 28,2 %.

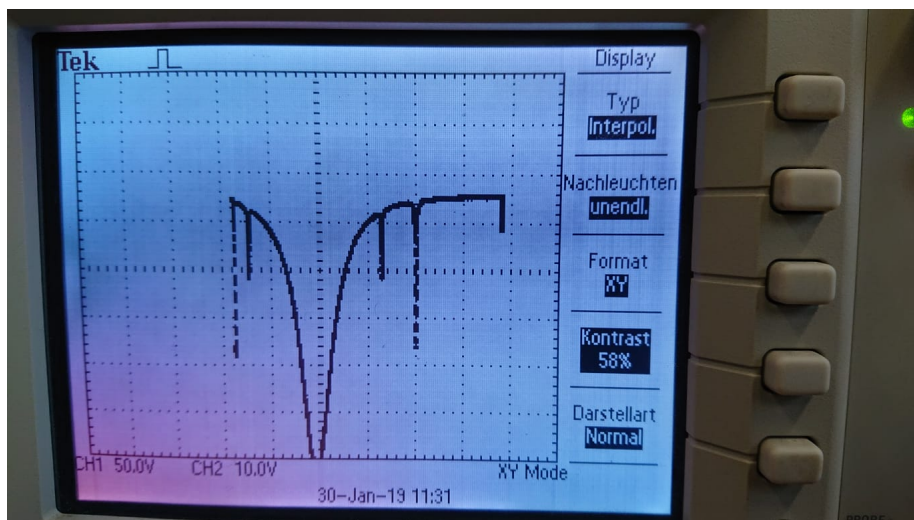


Abbildung 7: Gemessene Resonanzkurve bei 100 kHz.

6 Diskussion

Die experimentell bestimmten Werte sind

$$g_{F, 85} = 0,563 \pm 0,027$$

$$g_{F, 87} = 0,366 \pm 0,011$$

$$I_{85} = 1,28 \pm 0,08$$

$$I_{87} = 2,23 \pm 0,08$$

$$\Delta U_{85} = (1,26 \pm 0,07) \cdot 10^{-30} \text{ J}$$

$$\Delta U_{87} = (7,39 \pm 0,25) \cdot 10^{-31} \text{ J}$$

$$B_{\text{Erde, hor.}} = (12,7 \pm 2,6) \mu\text{T}$$

$$B_{\text{Erde, vert.}} = 34,6 \mu\text{T}$$

$$\left(\frac{{}^{87}\text{Rb}}{{}^{85}\text{Rb}} \right) = \frac{1}{2}.$$

Die bestimmten Landé Faktoren haben eine Abweichung von 12,6 % für Rubidium 85 und 9,8 % für Rubidium 87. Dies lässt auf eine gute Messgenauigkeit schließen. Der quadratische Zeeman-Effekt konnte als Fehlerquelle ausgeschlossen werden, da er zu klein ist um die Messung signifikant zu beeinträchtigen. Weitere mögliche Fehlerquellen sind eine unzureichende Kompensation des Erdmagnetfeldes und eventuelle Feldinhomogenitäten in den magnetischen Feldern der Helmholtzspulen, trotzdem konnte das Verfahren des optischen Pumpens erfolgreich angewendet und die Theorie der Zeeman Aufspaltung mit hinreichender Genauigkeit verifiziert werden.

Die Komponenten des Erdmagnetfeldes sind im Vergleich zu typischen Werten von $B_{\text{Erde, hor.}} = 20 \mu\text{T}$ und $B_{\text{Erde, vert.}} = 44 \mu\text{T}$ [1] circa $10 \mu\text{T}$ zu niedrig, was vermutlich auf die Inhomogenität des Erdmagnetfeldes sowie Störungen durch äußere Einflüsse zurückzuführen ist.

Das Isotopengemisch weicht mit 28,2 % deutlich vom natürlichen Zustand ab, weshalb es äußerst unwahrscheinlich ist, dass natürliches Rubidium verwendet wurde, jedoch könnte die Abweichung auch eine Folge der Messmethode ist, da das Amplitudenverhältnis aus einem Foto des Schirms des Oszilloskops bestimmt wurde, was eine geringe Genauigkeit bedingt. Um qualifiziertere Aussagen über das Isotopengemisch treffen zu können müsste deshalb eine erneute genauere Messung durchgeführt werden.

Literatur

- [1] Prof. Dr. Friedrich H. Balck. *Erdmagnetfeld*. URL: <http://www.biosensor-physik.de/biosensor/erdmagnetfeld.htm> (besucht am 19.02.2019).
- [2] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch V21: Optisches Pumpen*. 2019.
- [3] Kelley Rivoire Emily Wang. *Optical Pumping of Rubidium Vapor*. URL: <http://web.mit.edu/wangfire/pub8.14/opslides.pdf> (besucht am 16.02.2019).

- [4] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 1.1.0. URL: <http://www.scipy.org/>.
- [5] National Institute of Standards und Technology. *Atomic Data for Rubidium*. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/Tables/rubidiumtable1.htm> (besucht am 16.02.2019).