

VERSUCH 46

Faraday Effekt

Gordon Scholz
gordon.scholz@tu-dortmund.de

Tom Rosenstein
tom.rosenstein@tu-dortmund.de

Durchführung: 9.1.2019

Abgabe: DATUM

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Die effektive Masse	3
2.2 Zirkuläre Doppelbrechung	4
2.3 Der Faraday Effekt	4
3 Durchführung	5
4 Auswertung	6
4.1 Ermittlung der maximalen Kraftflussdichte des Magnetfeldes	6
4.2 Bestimmung der effektiven Masse	8
5 Diskussion	10
Literatur	10

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die effektive Masse der Leitungselektronen von Galliumarsenid unter Ausnutzung des Faraday Effekts bestimmt.

2 Theorie

2.1 Die effektive Masse

Zur Beschreibung von Halbleitern wird ihre komplexe Bandstruktur oftmals durch Näherungen beschrieben. Dies geschieht, wie in Abbildung 1 zu sehen, durch anlegen einer Parabel an das Leitfähigkeitsband. Wird nun die Dispersionsrelation $E(\vec{k})$ der

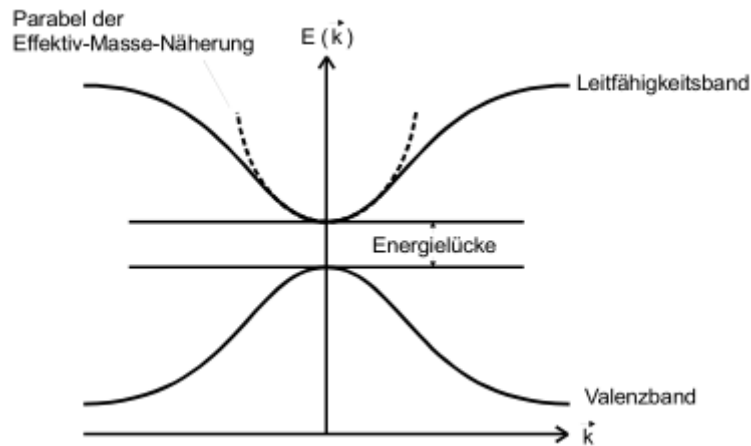


Abbildung 1: Parabolische Näherung am Leitungsband eines Halbleiters.[1]

Elektronen in diesem Band als Taylorreihe in $k = 0$ entwickelt und mit der genäherten parabolischen Dispersionsrelation verglichen lässt sich folgende Größe mit der Dimension einer Masse definieren:

$$m_i^* = \frac{\hbar^2}{\left\{ \frac{\partial^2 E}{\partial k_i^2} \right\}_{k=0}}. \quad (1)$$

Diese wird als effektive Masse des Leitungselektrons bezeichnet. Sie kann in die verschiedenen Raumrichtungen variieren, oder aber, im Falle eines hoch symmetrischen Halbleiters, gleich sein. In diesem Fall lassen sich die Elektronen im Leitungsband durch Nutzung der effektiven Masse als freie Teilchen beschreiben. Daraus ergibt sich weiterhin, dass beim Anlegen eines äußeren elektrischen oder magnetischen Feldes newtonsche Mechanik angewendet werden kann:

$$m^* \cdot \vec{b} = \vec{F}. \quad (2)$$

2.2 Zirkuläre Doppelbrechung

Sogenannte optisch aktive Kristalle verfügen über die Fähigkeit die Polarisationssebene von einfallendem Licht zu drehen. Dies ist in Abbildung 2 dargestellt. Zur quantitativen

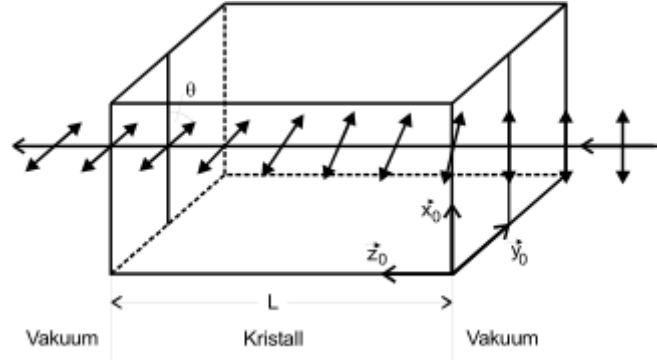


Abbildung 2: Darstellung der zirkulären Doppelbrechung optisch aktiver Kristalle.[1]

Beschreibung dieser zirkulären Doppelbrechung wird die Wellenfunktion des einfallenden Lichtes in einen rechts- und einen linkszirkulären Anteil aufgeteilt und somit eine Gleichung für den Drehwinkel θ aufgestellt. Nun werden noch die durch Lichteinfall induzierten Dipole im Festkörper und die dadurch entstehende Polarisation des Kristalls berücksichtigt woraus letztendlich folgende Gleichung

$$\theta = \frac{L\omega}{2cn} \chi_{xy}, \quad (3)$$

mit der Kristalllänge L , der Frequenz des Lichtes ω , der Lichtgeschwindigkeit c , dem Brechungsindex n und der xy Komponente des dielektrischen Suszeptibilitätstensors des Kristalles, folgt.

2.3 Der Faraday Effekt

Beim Faraday Effekt handelt es sich um die Fähigkeit optisch inaktiver Festkörper die Polarisationssebene von einfallendem Licht zu drehen, sofern ein Magnetfeld parallel zur Strahlrichtung angelegt wird. Dies geht auf die Wirkung des Magnetfeldes auf die Elektronen im Festkörper zurück. Zur Beschreibung dieses Phänomens wird analog zu 2.2 vorgegangen, jedoch muss das äußere Magnetfeld berücksichtigt werden. So lassen sich zwei Gleichungen für den Drehwinkel herleiten. Für den Fall gebundener Elektronen gilt

$$\theta_{\text{gebunden}} = \frac{2\pi^2 e_0^3 c}{\epsilon_0} \frac{1}{m^2} \frac{1}{\lambda^2 \omega_0^4} \frac{NBL}{n} \quad (4)$$

mit der Elementarladung e_0 , der Lichtgeschwindigkeit c , der elektrischen Feldkonstante ϵ_0 , der Elektronenmasse m , der Wellenlänge des einfallenden Lichtes λ , der Resonanzfrequenz

des Festkörpers ω_0 , der Elektronendichte N , der magnetischen Flussdichte B , der Länge des Festkörpers L und dem Brechungsindex n . Für den Fall quasifreier Elektronen gilt

$$\theta_{\text{frei}} = \frac{e_0^3}{8\pi^2\epsilon_0 c^3} \frac{\lambda^2}{m^2} \frac{NBL}{n}. \quad (5)$$

Unter den in diesem Versuch geschaffenen Bedingungen behält Gleichung (5), auch wenn m durch die effektive Masse m^* ersetzt wird, ihre Gültigkeit.

3 Durchführung

Zunächst wird eine Messapparatur wie in Abbildung 3 zu sehen aufgebaut. Diese besteht

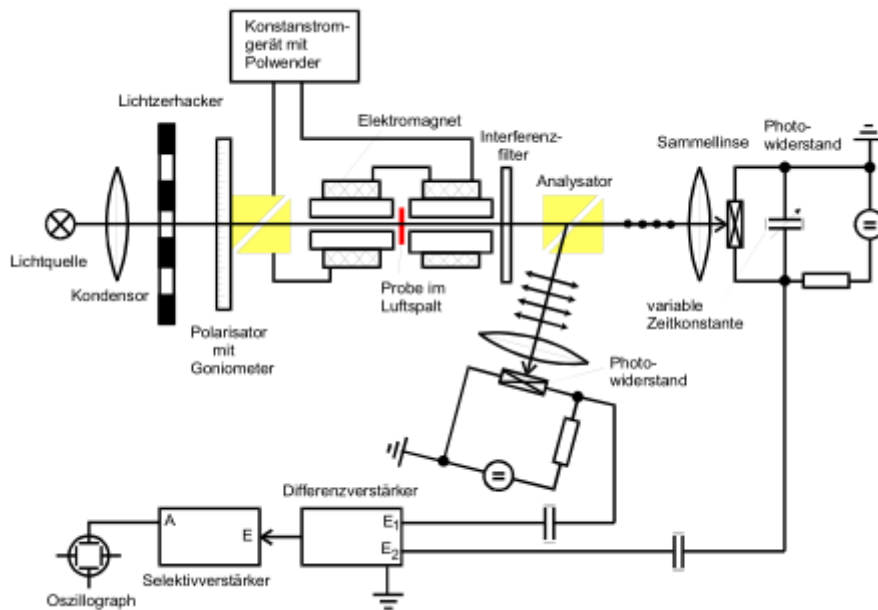


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaus.[1]

zunächst einmal aus einer Halogen-Lampe als Lichtquelle und einer Linse zur Fokussierung. Dann durchläuft der Lichtstrahl einen auf eine feste Frequenz eingestellten Lichtzerhacker, an welchen sich der drehbare Polarisator, in diesem Fall ein Glan-Thompson-Prisma, mitsamt Goniometer anschließt. Dann durchläuft der Lichtstrahl die Probe welche sich in einem, durch zwei Elektromagneten erzeugtem, Magnetfeld befindet. Anschließend wird die zu untersuchende Wellenlänge mit einem Interferenzfilter herausgefiltert und der Strahl durch ein weiteres Glan-Thompson-Prisma in zwei Strahlanteile aufgespalten. Die Intensität dieser Strahlen wird durch eine Sammellinse mit anschließendem PbS Photowiderstand gemessen und einmal über ein regelbares RC-Glied und einmal nur über einen Widerstand abgegriffen. Diese beiden Spannungen werden nun auf die Eingänge eines Differenzverstärkers gegeben, wodurch nur ihre Differenz übrig bleibt. Abschließend

wird noch ein Selektivverstärker mit der selben Filterfrequenz wie die des Lichtzerhackers angeschlossen, um Störspannungen rauszufiltern. Das so entstandene monofrequente Signal wird dann auf einem Oszilloskop ausgewertet.

Zur Kalibrierung des Gerätes wird nun der Interferenzfilter entfernt und geprüft ob der Lichtsrahl auf beide Photowiderstände trifft, und ob bei geeigneter Stellung des ersten Polarisators ein Lichtsrahl nicht mehr sichtbar und der andere maximal hell ist. Anschließend wird die Güte des Selektivverstärkers maximal eingestellt und die Verstärkung sowie die Zeitkonstante des RC-Glieds so eingeregelt, dass sich bei geeigneter Polarisatorstellung eine minimale Signalamplitude ergibt.

Zur Messung wird der Elektromagnet mit einem möglichst hohen Gleichstrom versorgt und die Probe in den Luftspalt eingebracht. Nun wird der Polarisator so eingestellt, dass sich eine minimale Signalamplitude ergibt, und der Winkel vom Goniometer notiert. Anschließend wird der Gleichstrom am Magneten, und damit das Magnetfeld, umgepolt und die Messung wiederholt. Dies wird einmal für reines Galliumarsenid und einmal für n-dotiertes Galliumarsenid mit Wellenlängen zwischen 1 und 3 μm durchgeführt.

Da durch die Umpolung des Feldes der Rotationswinkel doppelt gemessen wird, berechnet sich der eigentliche Rotationswinkel folgendermaßen

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_1 - \theta_2) \quad (6)$$

Abschließend wird noch mit einer Hallsonde das Magnetfeld innerhalb und zwischen den Elektromagneten vermessen.

4 Auswertung

4.1 Ermittlung der maximalen Kraftflussdichte des Magnetfeldes

Die mit der Hallsonde bestimmten Werte für die magnetische Flussdichte, in Abhängigkeit von der Position, sind in Tabelle 1 zu finden.

Tabelle 1: Die Messwerte für die magnetische Flussdichte in der Umgebung der Probe.

z / mm	B / mT
99	404
100	409
101	412
102	414
103	414
104	413
105	410
106	406
107	401
108	392
109	380
110	363

Der dazugehörige Graph ist in Abbildung 4 zu sehen. Es wird angenommen, dass der maximale Wert des Graphen, der magnetischen Flussdichte am Ort der Probe entspricht.

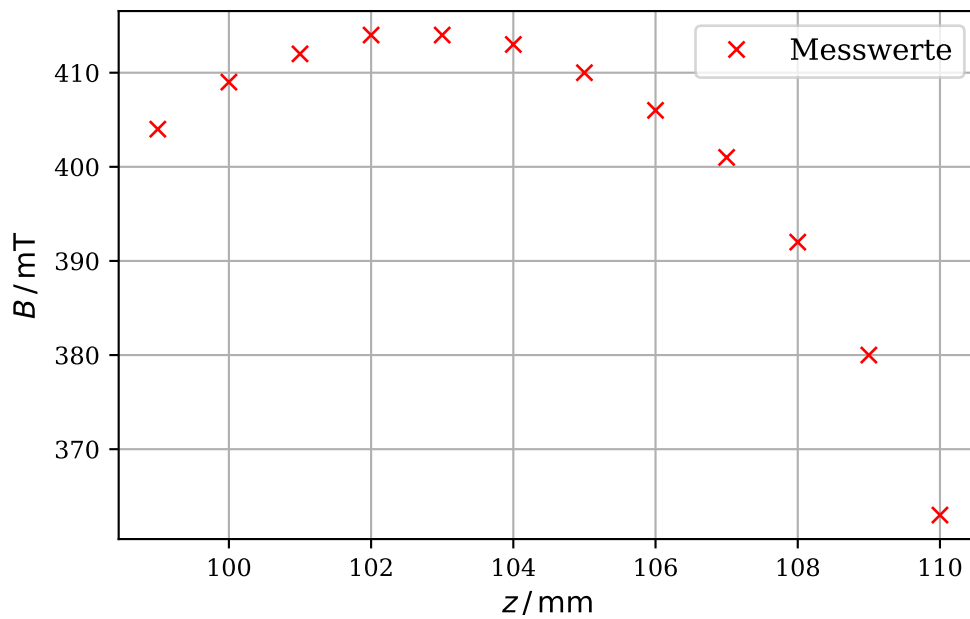


Abbildung 4: Magnetische Flussdichte in Abhängigkeit der Position zur Bestimmung der maximalen Flussdichte.

Das abgelesene Maximum und die damit folgende maximale Flussdichte am Ort der

Probe lautet

$$B_0 = 414 \text{ mT.}$$

4.2 Bestimmung der effektiven Masse

Die verwendeten Proben mit ihrer Dicke und Dotierung sind in Tabelle 2 zu sehen.

Tabelle 2: Die Daten zu den verwendeten Proben.

Bezeichnung	Dotierung $N / \frac{1}{\text{cm}^3}$	Dicke / mm
GaAs _{rein}	-	5,11
GaAs _{dotiert}	$1,2 \cdot 10^{18}$	1,36

Die gemessenen Winkel für die beiden Proben sind in der Tabelle 3 zu finden. Des Weiteren sind in der Tabelle die Drehwinkel für die beiden Proben nach Gleichung (??) berechnet und durch die jeweilige Dicke der Probe geteilt, damit die Werte normiert sind. In der letzten Spalte sind die Differenzen der normierten Winkel zu sehen, um den Faraday-Effekt der Leitungselektronen zu erhalten.

Tabelle 3: Auflistung der gemessenen Winkel zu den jeweiligen Wellenlängen und die sich daraus ergebenden Polarisationswinkel.

$\lambda / \mu\text{m}$	$\phi_{1,\text{rein}} / \text{rad}$	$\phi_{2,\text{rein}} / \text{rad}$	$\theta_{\text{rein}} / \frac{\text{rad}}{\text{m}}$	$\phi_{1,\text{dot}} / \text{rad}$	$\phi_{2,\text{dot}} / \text{rad}$	$\theta_{\text{dot}} / \frac{\text{rad}}{\text{m}}$	$\theta_{\text{norm}} / \frac{\text{rad}}{\text{m}}$
2,65	4,64	2,54	206,14	5,74	2,59	1157,88	-951,74
2,51	3,69	0,38	324,00	3,45	0,67	1024,68	-700,68
2,34	6,18	2,96	315,76	4,29	2,95	493,76	-178,00
2,16	5,54	2,57	291,14	5,77	4,79	361,96	-70,82
1,96	4,75	1,53	314,84	5,55	4,75	293,37	21,47
1,72	4,85	1,53	325,21	2,35	1,71	233,76	91,45
1,45	5,78	2,20	350,62	1,76	1,64	44,15	306,47
1,29	5,58	1,54	394,99	5,58	5,47	39,72	355,27
1,06	5,30	1,45	376,92	2,35	2,26	33,17	343,75

Die Gleichung (5) lässt sich nach dem normierten Drehwinkel umstellen:

$$\frac{\theta}{L} = \theta_{\text{norm}} = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \cdot \frac{1}{m^{*2}} \cdot \frac{NB}{n} \lambda^2. \quad (7)$$

Da auf der rechten Seite der Gleichung nur die Wellenlänge λ nicht konstant ist, gibt es einen linearen Zusammenhang zwischen dem Quadrat der Wellenlänge und dem normierten Drehwinkel θ_{norm} . Es wird daher eine lineare Regression mit der Form

$$\theta_{\text{norm}}(\lambda^2) = a \cdot \lambda^2 + b$$

verwendet. Die Messwerte und die lineare Regression sind in Abbildung 5 zu sehen.

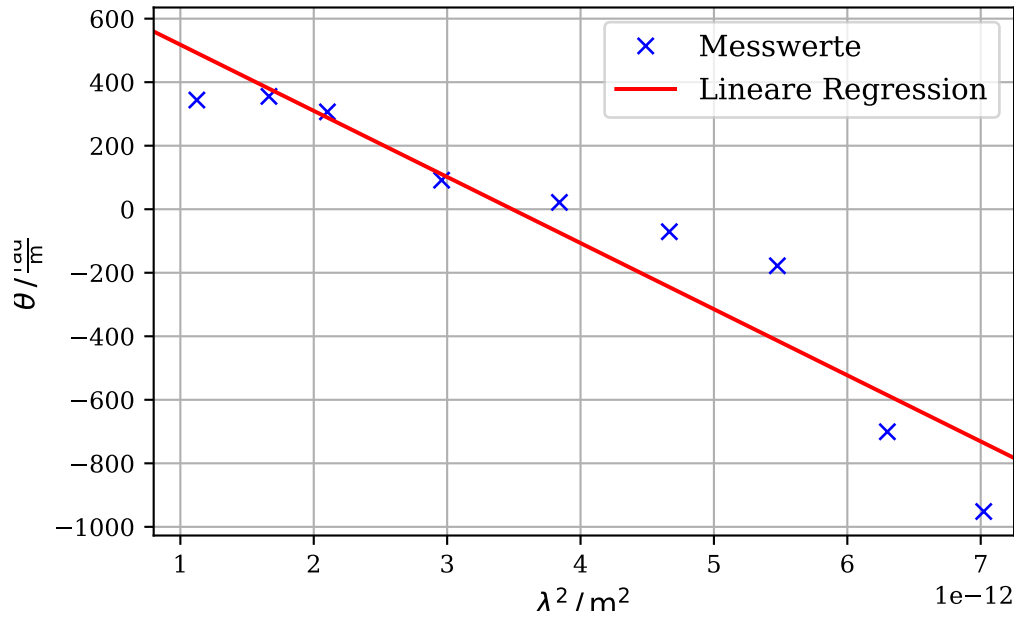


Abbildung 5: Die Differenz der normierten Drehwinkel gegen die Wellenlänge zum Quadrat.

Die Parameter für die Ausgleichsgerade sind

$$a = (2,08 \pm 0,26) \cdot 10^{14} \frac{\text{rad}}{\text{m}^3} ,$$

$$b = (726 \pm 117) \frac{\text{rad}}{\text{m}} .$$

Aus Gleichung (7) folgt nun, dass die Steigung a folgende Gleichung erfüllt:

$$a = \frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \cdot \frac{1}{m^{*2}} \cdot \frac{NB}{n} .$$

Nach der effektiven Masse m^* umgestellt, ergibt sich ein Wert von

$$m^* = \sqrt{\frac{e_0^3}{8\pi^2 \epsilon_0 c^3} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{NB}{n}} = (1,26 \pm 0,08) \cdot 10^{-32} \text{ kg} . \quad (8)$$

Für den Brechungsindex wird dabei der Wert $n = 3,3[2]$ verwendet. Der Fehler berechnet sich nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2} .$$

Mit der fehlerbehafteten Größe a ergibt sich für die effektive Masse m^* mit

$$k = \frac{e_0^3}{8\pi^2\epsilon_0 c^3} \cdot \frac{NB}{n}$$

der Fehler nach

$$\begin{aligned}\Delta m^* &= \sqrt{\left(\frac{dm^*}{da}\right)^2 \cdot \Delta a^2}, \\ &= \sqrt{\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{k}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} (ka^{-2})\right)^2 \cdot \Delta a^2}.\end{aligned}$$

5 Diskussion

Der Literaturwert für die effektive Masse von GaAs lautet $m_{\text{lit}}^* = 0,067m_0$ [3], mit der Ruhemasse eines freien Elektrons $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Der experimentelle bestimmte Wert von $m_{\text{exp}}^* = 1,26 \cdot 10^{-32} \text{ kg} = 0,014m_0$ entspricht daher einer Abweichung von 79,34 % vom Literaturwert.

Die hohe Abweichung lässt sich durch die ungenaue Messung erklären. Es war nicht möglich das Messsignal vernünftig zu nullen. Daraus folgte, dass es bei jeder Messung zwei bis drei einstellbare Winkel gab, bei denen das Oszilloskop ein Minimum angezeigt hat. Welches von diesen Minima das tatsächlich kleinste war, ließ sich nicht sagen.

Die Ungenauigkeit der Messung zeigt sich auch bei der linearen Regression in Abbildung 5. Nach der Theorie sollte der y-Achsenabschnitt der Ausgleichsgerade im Ursprung liegen. Da dies aber nicht der Fall ist, lässt sich anhand der Höhe des y-Achsenabschnittes sagen, dass die Messwerte im Allgemeinen zu groß sind.

Ein weiterer Fehler hängt mit dem Magnetfeld zusammen. Da die Messung der Magnetfeldstärke erst am Ende des Versuches stattfand, ist es Wahrscheinlich, dass die Magnetfeldstärke am Anfang des Versuches noch stärker war, da sich im Laufe der Zeit die Apparatur erhitzt und die Magnetfeldstärke damit kleiner wird.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *Anleitung zum Versuch V46: Faraday Effekt*. 2019.
- [2] GaAs - Gallium Arsenide. URL: <http://www.ioffe.ru/SVA/NSM/Semicond/GaAs/optic.html> (besucht am 14.01.2019).
- [3] Bart J. Van Zeghbroeck. *Effective mass in semiconductors*. URL: <https://ecee.colorado.edu/~bart/book/effmass.htm> (besucht am 16.01.2019).