## 9.7 电势

### 一.电势能

$$A_{ab}=\int_a^b q_0\vec E\cdot d\vec l=-(W_b-W_a)=-\Delta W$$

$$W_P=A_{P\infty}=\int_P^\infty q_0\vec E\cdot d\vec l$$

### 二.电势

$$U_P=\frac{W_P}{q_0}=\int_P^\infty \vec E\cdot d\vec l$$

$$U_P=\int_P^{P_0}\vec E\cdot d\vec l$$

$$A_{ab}=q_0\int_a^b\vec E\cdot d\vec l=q_0(U_a-U_b)$$

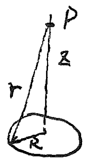
### 三.电势叠加原理

1.点电荷的电势

$$U_P=\int_P^\infty \vec E\cdot d\vec l=\int_r^\infty\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

2.点电荷系电场中的电势

$$U_P=\int_P^\infty E\cdot dl=\sum_{i=1}^n U_{Pi}=\sum_{i=1}^n\frac{q_i}{4\pi\varepsilon_0 r_i}$$

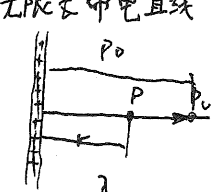



$$U_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(R^2+z^2)^{\frac12}}$$

圆环 $E_P=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qz}{(R^2+z^2)^{\frac32}}$

两种计算方法:
1. 电势定义
2. 电势叠加原理

无限长带电直线




取距离带电直线为$r_0$处$P_0$点作为电势零点。

$$U_P=-\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r_0$$

$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$

$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$

## 9.8 电场强度与电势的关系

$$\nabla U=\frac{dU}{dn}\vec e_n$$

$$\vec E=-\frac{dU}{dn}\vec e_n=-\nabla U=-\mathrm{grad}\,U$$

☆ $\vec E=-\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec i+\frac{\partial U}{\partial y}\vec j+\frac{\partial U}{\partial z}\vec k\right)$

# 第十章 静电场中的导体和电介质

## §10.2 电容 电容器

### 一.孤立导体的电容

$$C=\frac{Q}{U}$$

孤立导体球 $C=4\pi\varepsilon_0 R$

### 三.电容器电容的计算

1.平行板电容器

场强 $E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

$$U_A-U_B=Ed=\frac{\sigma d}{\varepsilon_0}=\frac{q}{\varepsilon_0 S}d$$

$$C=\frac{q}{U_A-U_B}=\varepsilon_0\frac{S}{d}$$

2.圆柱形电容器

$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$  $U_\Delta=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_B}{R_A}$

$$C=\frac{Q}{U_A-U_B}=\frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln\frac{R_B}{R_A}}$$

3.球形电容器

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$U_A-U_B=\int_{R_A}^{R_B}\vec E\cdot d\vec r=\int_{R_A}^{R_B}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_A}-\frac{1}{R_B}\right)$$

$$C=\frac{Q}{U_A-U_B}=\frac{4\pi\varepsilon_0R_AR_B}{R_B-R_A}$$

## §10.3 静电场中的电介质

极化强度、极化面密度

$\sigma_0$ 极板上的自由电荷

$\sigma'$ 电介质表面形成的极化电荷

体积元$\Delta V$  极化强度$\vec P$

分子电矩 $\vec p_i$  $\vec P=\frac{\sum\vec p_i}{\Delta V}$

$\sigma'=\sigma_0(1-\frac{1}{\varepsilon_r})$

$\sigma'=|P|\cos\theta$

$\vec P=\varepsilon_0\chi_e\vec E$  $\sum\vec p_i=\sigma'\Delta S\vec L$  $\sigma_0=D$

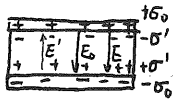
电极化率

$$|\vec P|=\frac{|\sum\vec p_i|}{\Delta V}=\frac{\sigma'\Delta SL}{\Delta SL\cos\theta}=\frac{\sigma'}{\cos\theta}$$

$$\sigma'=|\vec P|\cos\theta=P_n=\vec P\cdot\vec e_n$$

## §10.4 电介质中静电场的基本定律

平行板电容器中




$E=E_0-E'$  $E=\frac{E_0}{1+\chi_e}$

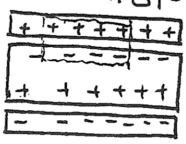
$=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}-\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$  $(1+\chi_e)=\varepsilon_r$

$\sigma'$ 极化电荷面密度

$\varepsilon_r$ 相对介电常数  $=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}-\frac{P}{\varepsilon_0}$  $\therefore E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}$ …… (I)

$\varepsilon_0$ 绝对介电常数

$\varepsilon$ 介电常数  $=E_0-\chi_eE$  $\sigma'=\sigma_0(1-\frac{1}{\varepsilon_r})$ …… (II)



$$\oint\vec E\cdot d\vec S=\frac{1}{\varepsilon_0}(\sum q_0+\sum q')$$

$\oint\vec E\cdot d\vec S=\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma_0\Delta S-\sigma'\Delta S)$  $\vec D=\varepsilon_0\vec E+\vec P$

$\oint_S\vec P\cdot d\vec S=\int\sigma'dS=\sigma'\Delta S$  $\oint\vec D\cdot d\vec S=\sum q_0$

$\oint\vec E\cdot d\vec S=\frac{1}{\varepsilon_0}\sigma_0\Delta S-\frac{1}{\varepsilon_0}\oint\vec P\cdot d\vec S$  $\vec D=\varepsilon_0\vec E+\vec P=(1+\chi_e)\varepsilon_0\vec E$

$\oint(\varepsilon_0\vec E+\vec P)\cdot d\vec S=\sum q_0$  $=\varepsilon_r\varepsilon_0\vec E$

电位移 ⟶ 场强 ⟶ 电势差 ⟶ 电容  $=\varepsilon\vec E$

## §10.6 静电场的能量

$A=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$  $W=\frac12\sum_{i=1}^n q_iU_i$

$=q_1U_1=q_2U_2$  $W=\frac12\int_V U\rho dV$ / $W=\int_S U\sigma dS$

$=\frac12 q_1U_1+\frac12 q_2U_2$