第五章 机械振动

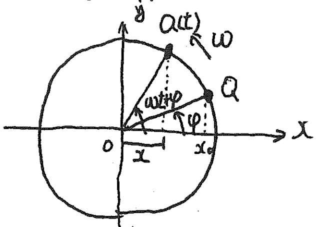
§5.1 简谐振动的描述

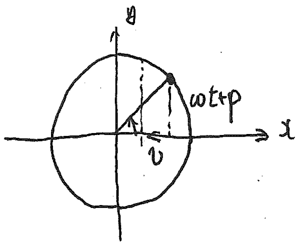
谐振动关系式 $x=A\cos(\omega t+\varphi)$

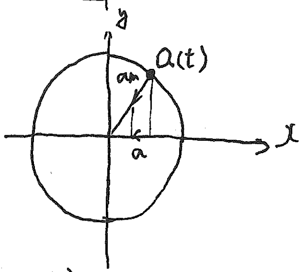
速度 $v=\frac{dx}{dt}=-\omega A\sin(\omega t+\varphi)$

加速度 $a=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2A\cos(\omega t+\varphi)$

矢量图示法







§5.2 谐运动的动力学表达

$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$

$A=\sqrt{x_0^2+(\frac{v_0}{\omega})^2}$ x_0：t_0时的位移 v_0：t_0时的速度

$\varphi=\arctan\frac{-v_0}{\omega x_0}$

谐振动的能量：

$E_p=\frac{1}{2}kA^2\cos^2(\omega t+\varphi)$

$E_k=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\sin^2(\omega t+\varphi)$

$E=\frac{1}{2}kA^2$

$\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}kA^2-\frac{1}{2}kx^2$

$v=\frac{dx}{dt}=\pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2-x^2)}$

§5.3 稳定平衡位置附近的运动

一、单摆   二、~~复~~物理摆

$\omega=\sqrt{\frac{g}{l}}$ $\omega=\sqrt{\frac{mgl}{J}}$ l：重心与水平转轴间的距离

$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ $T=2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}}$

稳定平衡位置

$\left(\frac{dE_p}{dx}\right)_0=0$ $\left(\frac{d^2E_p}{dx^2}\right)_0>0$

$F(x)=-\frac{dE_p}{dx}$

对$F(x)$在$x=0$处附近泰勒级数展开

$F(x)=F(0)+\left(\frac{dF}{dx}\right)_0x+\frac{1}{2}\left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_0x^2+\cdots$ $F(x)\approx-kx$

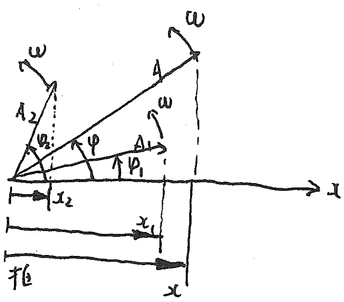
$F(0)=0$ $\left(\frac{dF}{dx}\right)_0=-\left(\frac{d^2E_p}{dx^2}\right)_0<0$ $\frac{d^2E_p}{dx^2}=k$

§5.6 振动的合成

一、同方向同频率谐振动的合成

$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2AA_2\cos(\varphi_2-\varphi_1)}$

$\varphi=\arctan\frac{A_1\sin\varphi_1+A_2\sin\varphi_2}{A_1\cos\varphi_1+A_2\cos\varphi_2}$



二、同方向、不同频率的谐振动的合成 拍

$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\omega_2-\omega_1)t}$

$A_1=A_2$时

$A=2A_1\cos\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t$

$x=2A_1\cos\left(\frac{\omega_2-\omega_1}{2}t\right)\cos\left(\frac{\omega_2+\omega_1}{2}\right)t$

2010-2011 11题

单位时间内振动忽强忽弱的次数，称为拍频

$\nu_{拍}=\frac{\omega_2}{2\pi}-\frac{\omega_1}{2\pi}=\nu_2-\nu_1$

三、相互垂直的谐振动的合成

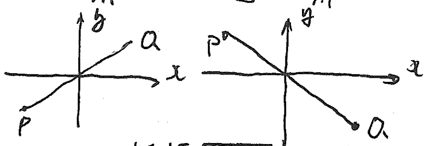
$x=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$

$y=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$

1. 如果这两个振动的初相相同

即$\varphi_1=\varphi_2$，则   反相

$y=\frac{A_2}{A_1}x$ $y=-\frac{A_2}{A_1}x$



振幅$\sqrt{A_1^2+A_2^2}$

2. 相差为$\frac{\pi}{2}$或$\frac{3\pi}{2}$

$\left(\frac{x}{A_1}\right)^2+\left(\frac{y}{A_2}\right)^2=1$

y超前$\frac{\pi}{2}$ 顺时针 y落后$\frac{\pi}{2}$ 逆时针

李萨如图形