§2.6 密舍尔斯基方程 火箭运动

$$m\frac{dv}{dt}=F+v'\frac{dm}{dt}$$

m：主体的质量

$\frac{dv}{dt}$：加速度（主体）

F：主体所受合外力

v' 流动物相对于主体速度

$\frac{dm}{dt}$：物体质量增加速率

条件：流动物所受外力远远小于主体所受外力

§2.7 功 质点动能定理

$$A=\int_{(a)}^{(b)}\vec{F}\,d\vec{r}$$

§2.8 势能

非保守力与保守力的特点

保守力 $A=\int_{(a)}^{(b)}\vec{F}\cdot d\vec{r}=-(E_{pb}-E_{pa})=-\Delta E_p$

由势能求保守力、微分方法

$$-dE_p=\vec{F}\cdot d\vec{r}=F_x dx+F_y dy+F_z dz$$

$$若\ dy=dz=0 \Rightarrow -dE_p=F_x dx\Big|_{dy=dz=0}$$

对势能求偏导 $F_x=-\left(\frac{dE_p}{dx}\right)_{(y,z)}=-\frac{\partial E_p}{\partial x}$

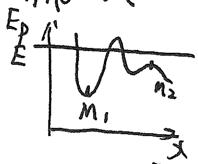
$$\vec{F}=-\left(\frac{\partial E_p}{\partial x}\vec{i}+\frac{\partial E_p}{\partial y}\vec{j}+\frac{\partial E_p}{\partial z}\vec{k}\right)=-\nabla E_p$$

保守内力等于势能梯度的负值，方向指向势能降落的

(1) 引力势能

$E_p=-G\frac{m_1m_2}{r}$ 取无穷远处为零点

一维势能曲线



稳定平衡 → 极小

不稳定平衡 → 极大

$$\vec{F}=-\frac{dE_p}{dx}\vec{i}$$

弹簧问题不要忘了原压缩量！

§2.10 碰撞

恢复系数 $e=\frac{v_2-v_1}{v_{10}-v_{20}}=\frac{分离速度}{相撞速度}$

$$v_1=\frac{m_1v_{10}+m_2v_{20}}{m_1+m_2}-e\frac{m_2(v_{10}-v_{20})}{m_1+m_2}$$

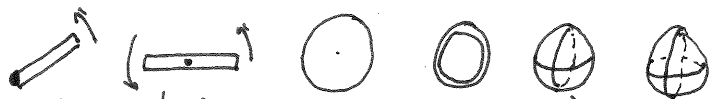
$$v_2=\frac{m_1v_{10}+m_2v_{20}}{m_1+m_2}-e\frac{m_1(v_{20}-v_{10})}{m_1+m_2}$$

§2.11 角动量定理 角动量守恒定律

角动量 $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=\vec{r}\times m\vec{v}$ 对某一固定点，若质点所受的合外力矩为零，则质点对该固定点的角动量守恒

力对点的力矩 $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$

§3.2 转动定律 §3.3 转动惯量



$\frac{1}{3}ml^2$　$\frac{1}{12}ml^2$　圆柱 $\frac{1}{2}mR^2$　mR^2　球 $\frac{2}{5}mR^2$　球壳 $\frac{2}{3}mR^2$

平行轴定理

$$J=J_c+mh^2$$

§3.4 刚体定轴转动的动能定理

$$A_{外}+A_{内非}=(E_k+E_p)-(E_{k0}+E_{p0})$$

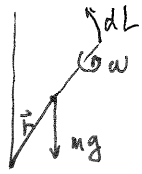
§3.5 定轴转动的角动量定理与角动量守恒定理

$$\vec{M}=J\vec{\beta}=J\frac{d\vec{\omega}}{dt}=\frac{d\vec{L}}{dt}\qquad \vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$$

$$\vec{M}=\frac{d\vec{L}}{dt}$$

§3.7 陀螺仪

$$\Omega=\frac{mgr}{J\omega}=\frac{M}{L\sin\varphi}$$



Ω 旋进角速度

J 陀螺绕自转轴的转动惯量

ω 自转角速度

$L=J\omega$ ω的方向由右手螺旋定则判定

弯曲的四指指向陀螺仪的转动方向，伸直的大拇指即为ω的方向

dL 永远与重力矩同向

§3.8 流体力学

$$p+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho gh=const$$

$\frac{1}{2}\rho v^2$：单位体积动能

ρgh：单位体积势能