可微必要条件：若函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x,y) 处可微，则

(1) 函数 $z=f(x,y)$ 在点 (x,y) 处一定连续；

(2) 偏导数 $f'_x(x,y)$，$f'_y(x,y)$ 在点 (x,y) 处必定存在，且 $A=f'_x(x,y)$

$B=f'_y(x,y)$，因此 $dz=f'_x(x,y)\Delta x+f'_y(x,y)\Delta y$

证明：~~$dz=$~~

(1) $\Delta z = A\Delta x+B\Delta y+o(\rho)$

其中 $\rho=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}$，当 $\rho\to 0$ 时 $\Delta x\to 0$，$\Delta y\to 0$，于是

$$\lim_{\substack{\Delta x\to 0\\ \Delta y\to 0}} \Delta z = \lim_{\substack{\Delta x\to 0\\ \Delta y\to 0}} (A\Delta x+B\Delta y+o(\rho)) = A\cdot 0+B\cdot 0+0=0$$

$\therefore$ $z=f(x,y)$ 在 (x,y) 处连续

(2) 解：令 $\Delta y=0$，得偏增量 $\Delta_x z = A\Delta x+o(\Delta x)$

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta_x z}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{A\Delta x+o(\Delta x)}{\Delta x}$$

$$=\lim_{\Delta x\to 0}A+\lim_{\Delta x\to 0}\frac{o(\Delta x)}{\Delta x}$$

$$=A \quad \text{存在}.$$

同理 $f'_y(x,y)$ 也存在