第一章

速度、加速度

运动学问题

I.已知运动方程求速度或加速度

II.已知速度或加速度求运动方程

例. ① $v=\frac{dx}{dt}$, $a=\frac{dv}{dt}$

1.6 巧妙移项积分

② 一维运动 给出已知条件

(1) $a=f(t)$

(2) $a=f(x)$ $a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}=f(x)$

(3) $a=f(v)$ $a=\frac{dv}{dt}=f(v) \Rightarrow \frac{dv}{f(v)}=dt$

法向加速度 $a_n=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t}=\frac{v^2}{R}$ 方向改变快慢

切向加速度 $a_t=\frac{dv}{dt}$ 速度改变快慢

位矢 $\vec{r}=f(t)\vec{i}+g(t)\vec{j}$

速度 $\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=f'(t)\vec{i}+g'(t)\vec{j}$

加速度 $\vec{a}=\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}=f''(t)\vec{i}+g''(t)\vec{j}$

速率 $v=\sqrt{f'^2(t)+g'^2(t)}$

切向加速度 $a_t=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}\sqrt{f'^2(t)+g'^2(t)}$

法向加速度 $a_n=\sqrt{a^2-a_n^2}=\frac{v^2}{\rho}$

圆周运动的角量描述

(1) 角坐标 θ、x轴正向间的夹角

(2) 角位移 $\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$

(3) 角速度 $\omega=\frac{d\theta}{dt}$ rad/s

(4) 角加速度 $\beta=\frac{d^2\theta}{dt^2}$

$\vec{v}=\vec{\omega}\times\vec{R}$

$\vec{a_t}=\vec{\beta}\times\vec{R}$

$\vec{a_n}=\vec{\omega}\times(\vec{\omega}\times\vec{R})$

伽利略变换

$$\begin{cases}\vec{r}=\vec{r'}+\vec{R}\\ \vec{v}=\vec{v'}+\vec{u}\\ \vec{a}=\vec{a'}+\vec{a_I}\end{cases}$$

关于求质心：注意积分范围！

第一章难题：1.6 1.11

第二章

§2.2 牛顿第二定律

①分形

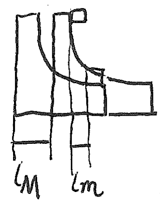
②求各自的动力学方程

③求牵连方程

惯性力的引入

一道经典题的三种做法

例 一个质量M 半径R的滑槽静止于光滑水平地面上，m小物从槽顶滑到槽底，求滑槽滑动距离



法一：微积分版

设物块相对于滑槽的速度v'，相对于地面v

动量守恒 $\begin{cases}mv_x-MV=0\\ v_x=v'\sin\theta-V\end{cases}$

$m(v'\sin\theta-V)-MV=0$

$mv'\sin\theta=(M+m)V$

$V=\frac{m}{M+m}v'\sin\theta$

而 $\int_0^t v'_x dt=R=\int_0^t v'\sin\theta dt=R$

$\int_0^t Vdt=\int_0^t\frac{m}{M+m}v'\sin\theta dt=\frac{m}{M+m}\int_0^t v'\sin\theta dt=\frac{m}{M+m}R$

法二：牵连关系

$mv_x-MV=0 \Rightarrow v_x=\frac{M}{m}V$

$l_M=\int_0^t Vdt$

$l_m=\int_0^t v_x dt=\int_0^t\frac{M}{m}Vdt$

$=\frac{M}{m}\int_0^t Vdt=\frac{M}{m}l_M$

而牵连关系 $\underbrace{l_m}_{\text{绝对位移}}=\underbrace{R}_{\text{相对位移}}+\underbrace{(-l_M)}_{\text{牵连位移}}$

$\frac{M}{m}l_M=R-l_M$

$\frac{M+m}{m}l_M=R$ $l_M=\frac{m}{M+m}R$

法三：质心法

设开始时坐标 x_{10}, x_{20} 结束时坐标 x_1, x_2

$x_c=\frac{mx_{10}+Mx_{20}}{m+M}=\frac{mx_1+Mx_2}{m+M}$

$l_m=R+(-l_M)$

$\begin{cases}x_1-x_{10}=R+[-(x_{20}-x_2)]\\ x_1-x_{10}=R+x_2-x_{20}\end{cases}$

$\frac{m(x_1-x_{10})}{m+M}=\frac{M(x_{20}-x_2)}{m+M}$

$mR+m(x_2-x_{20})=M(x_{20}-x_2)$

$mR=(M+m)(x_{20}-x_2)$

$x_{20}-x_2=\frac{m}{M+m}R$