

結合PYTHON程式於單變量隨機變數的轉換

學生:哲學三愛 蔡宗宏

指導老師:盧宏益老師

$$\text{例題: } f(y) = \begin{cases} 2y & 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{e.w} \end{cases}$$

求 $U=3Y-1$ 的機率密度函數

解法一:

分配函數法(The method of distribution functions):

使用方法:先求其積分再求其導函數

先求出 U 的範圍: $-1 \leq u \leq 2$

$$F_U(u) = P\left(Y \leq \frac{u+1}{3}\right)$$

$$= \int_{-\infty}^{\frac{u+1}{3}} f(y) dy$$

$$= \int_{-\infty}^{(u+1)/3} 2y dy = \left(\frac{u+1}{3}\right)^2$$

$$f(u) = \frac{dF(u)}{du} = \frac{2}{9}(u+1), -1 \leq u \leq 2$$

解法二:

轉換法(The method of distribution functions):

使用方法:將欲求的單變量隨機變數轉換後求其導函數

$$u=3y-1=h(y);$$

$$y=\frac{u+1}{3}=h^{-1}; \frac{d(u+1)/3}{du} = \frac{1}{3}$$

$$f_U(u)=f_Y(h^{-1}(u))\left|\frac{dh^{-1}}{du}\right|$$

$$= 2\left(\frac{u+1}{3}\right)\frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{9}(u+1) \quad -1 \leq u \leq 2$$

以python中的套件
sympy計算微積分值
使用方式如下

```
In [23]: from sympy import*
```

```
In [24]: y,u=Symbol("y"),Symbol("u")
```

$$\int_0^{(u+1)/3} 2y dy$$

```
In [26]: integrate(2*y,(y,0,(u+1)/3))  
Out[26]: (u/3 + 1/3)**2
```

說明:

若要積分輸入

intergrate(函數名稱,(變數,
積分下限,積分上限))

$$\frac{d\left(\frac{u+1}{3}\right)^2}{du}$$

```
In [32]: diff(((u+1)/3)**2,u)  
Out[32]: 2*u/9 + 2/9
```

說明:

若要微分輸入

diff(函數名稱,變數)

```
In [29]: diff((u+1)/3,u)  
Out[29]: 1/3
```