

문제1 $3n^2 + 5000 = O(n^2)$ 을 big-O 정의에 근거하여 증명

$n \geq n_0$ 인 모든 n 에 대해 $g(n) \leq c f(n)$ 인 양의 상수 c 와 n_0 가 존재하면 $g(n) = O(f(n))$ 이다.

$$5000 \leq 5000n \leq 5000n^2 \text{ for } n \geq n_0 = 1$$

$$3n^2 + 5000 \leq 3n^2 + 5000n^2 = 5003n^2$$

따라서 $c = 5003$, $n_0 = 1$ 인 때 모든 $n \geq n_0$ 에 대해

$$3n^2 + 5000 \leq 5003n^2 \text{ 이므로 } 3n^2 + 5000 = O(n^2) \text{ 이다.}$$

문제2 $6n^2 + 20n \neq \Omega(n^3)$ 임을 증명

$6n^2 + 20n = \Omega(n^3)$ 이면 모든 $n \geq n_0$ 에 대해 $6n^2 + 20n \geq cn^3$ 인 양의 상수 c 와 n_0 가 존재해야 한다.

$$6n^2 + 20n \geq cn^3 \text{ 에서 양변을 } n^2 \text{ 으로 나누면 } 6 + \frac{20}{n} \geq cn \text{ 인데}$$

무한대의 n 이 커지면 cn 은 계속 증가한다.

c 는 상수이어야 하므로 어떠한 c 값을 선택해도 n 이 커지면

$$6 + \frac{20}{n} \geq cn \text{ 인 수가 없게 된다.}$$

따라서 양의 상수 c 와 n_0 를 결정할 수 없기 때문에

$$6n^2 + 20n \neq \Omega(n^3) \text{ 이다.}$$