문제 1 　　　　　　　　　　　　　　　　20191583 김태곤

연속된 네 수의 합 $a_1+a_2+a_3+a_4$ 는 $(a_3 \times a_4)-(a_2 \times a_1)$ 임을 보여라. (연역)

$4a_1+6 = a_1+a_2+a_3+a_4$ 이다 (대전제)

$\because a_1+a_2+a_3+a_4 = a_1+(a_1+1)+(a_1+2)+(a_1+3) = 4a_1+6$

$(a_3 \times a_4)-(a_2 \times a_1) = 4a_1+6$ (소전제)

$\because (a_3 \times a_4)-(a_2 \times a_1) = (a_1+2)\times(a_1+3) - (a_1+1)\times a_1$

$= (a_1^2+5a_1+6) - (a_1^2+a_1) = 4a_1+6$

$\therefore$ $a_1+a_2+a_3+a_4 = (a_3 \times a_4) - (a_2 \times a_1)$ 이다 (결론)

문제 2

If $T_1=2$ and $T_{n+1}=1-2T_n$ for $n \geq 1$, then $T_n = \frac{1}{3}(1+5(-2)^{n-1})$ 증명 (수학적 귀납법)

Induction Basis

$k=n=1$ 인 경우 $T_n=2$ 이고, $\frac{1}{3}(1+5(-2)^{n-1}) = \frac{1}{3}(1+5(-2)^{0}) = 2$ 이므로 $T_n = \frac{1}{3}(1+5(-2)^{n-1})$이다.

Induction Hypothesis

$k \leq n-1$ 일 때 $T_k = \frac{1}{3}(1+5(-2)^{k-1})$ 라고 가정하자

Induction Step

$k=n$ 일때 $T_k = 1-2T_{k-1}$

Induction Hypothesis 에 의하여 $T_{k-1} = \frac{1}{3}(1+5(-2)^{k-2})$ 이므로

$T_k = 1-2T_{k-1} = 1-\frac{2}{3}(1+5(-2)^{k-2}) = \frac{1}{3} - \frac{2}{3}\cdot 5(-2)^{k-2} = \frac{1}{3}(1-5(-2)^{k-1})$.

따라서 모든 $n \geq 1$ 에 대해 $T_n = \frac{1}{3}(1+5(-2)^{n-1})$ 이다. QED