පටුන	පිටුව

බල පද්ධති

(1) ඒකතල බල n වලින් සමන්විත පද්ධතියක i වන බලයේ අචල සෘජුකෝණාස්‍ර අක්ෂ යුගලයක දිශාවකට සංරචක (X_1 , Y_1) වන අතර එහි යෙදුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (x_1 , y_1) වේ. $(i = 1,2,\ldots\ldots n)$ පද්ධතිය තනි බලයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි බව උපකල්පනය කර මෙම බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $ax + by + c = 0$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $a = -\sum Y_i$, $b = \sum X_i$, $c = \sum(x_i Y_i - y_i X_i)$ වේ.
ABCD චතුරස්‍රයක A,B,C,D ශීර්ෂවලට පිළිවෙලින් (1,4) , (3,3) , (4,7) හා (-7 , -2) යන ඛණ්ඩාංක ඇත. $\overrightarrow{AB}$, $2\overrightarrow{BC}$, $3\overrightarrow{CD}$, $4\overrightarrow{DA}$ මගින් සම්පූර්ණයෙන් නිරූපණය කර ඇති බල චතුරස්‍රයේ පැති දිගේ ක්‍රියා කරත්. ඒවායේ සම්ප්‍රයුක්තය හා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (1975)

(2) $\lambda\overrightarrow{OA}$ හා $\mu\overrightarrow{OB}$ මගින් නිරූපණය කරන ලද බල දෙකක සම්ප්‍රයුක්තය $(\lambda + \mu)\overrightarrow{OC}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි C,AC: CB = $\mu : \lambda$ වන සේ AB හි පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යි. $\lambda\overrightarrow{BC}$, $\mu\overrightarrow{CA}$, $v\overrightarrow{AB}$ මගින් සම්පූර්ණයෙන් නිරූපණය කරන ලද බල ABC ත්‍රිකෝණයක පාද දිගේ ක්‍රියා කරයි. බල තුන සාධාරණ ලෙස තනි R බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. R හි ක්‍රියා රේඛාව ABC ත්‍රිකෝණයේ පාද බෙදෙන අනුපාත සොයන්න. බල තුන බල යුග්මයකට තුල්‍ය වීමේ අවශ්‍යතාව කුමක් ද? (1976)

(3) (0,0), (1,1) හා (0,5) යන ලක්ෂ්‍යය වටා ඒකතල බල කුලකයක ඝූර්ණ පිළිවෙලින් ඒකක –45, –39 හා 0 වේ. සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. බල පිළිවෙලින් $4y = 3x + 20$ හා $y = 5$ රේඛා දිගේ ක්‍රියා කරන P හා Q බලයන්ට තුල්‍ය වේ නම් P හා Q හි විශාලත්ව සොයන්න. (1976)

(4) i) A,B,C යනු ඒකරේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍යය තුනකි. $\alpha\overrightarrow{AB}$, $\beta\overrightarrow{CA}$ හා $\gamma\overrightarrow{AE}$ මගින් බල පද්ධතියක් විශාලත්වයෙනුත් දිශාවෙනුත් පිහිටීමෙනුත් නිරූපණය කෙරෙයි. මෙ පද්ධතිය බල යුග්මයකට ඌනනය වන්නේ $\alpha = \beta = \gamma$ විට බවත් එසේ විටම පමණක් බවත් පෙන්වන්න.

ii) A,B,C,D යනු තල චතුරස්‍රයෙහි AB,BC,CD,DA පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරන $p\overrightarrow{AB}$, $q\overrightarrow{CB}$, $r\overrightarrow{CD}$, $s\overrightarrow{AD}$ බල සමතුලිතතාවේ වෙයි නම්, $pr = qs$ බව පෙන්වන්න. (1977)

(5) අචල සෘජුකෝණාස්‍ර අක්ෂ යුගලයක දිශාවලට ඒකතල බල n ඇතුළත් පද්ධතියක i වැනි බලයේ සංරචක (X_1 , Y_1) වන අතර එහි උපයෝගී ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (x_i , y_i) $i = 1,2,3,\ldots\ldots n$ වේ. පද්ධතිය තනි බලයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි නම් එම බලයේ ක්‍රියා රේඛාවෙහි සමීකරණය $ax + by + c = 0$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $a = \sum_{i=1}^{n} Y_i$ ද $b = \sum_{i=1}^{n} X_i$ ද $c = \sum_{i=1}^{n}(y_i X_i - x_i Y_i)$ ද වෙයි. (0,0) ,$(a, a/\sqrt{3})$, $(2a, 2a)$ ලක්ෂ්‍ය වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණය පිළිවෙලින් $\sqrt{3}aF$, $2a\frac{F}{\sqrt{3}}$, aF වෙයි. F විශාලත්වය ඇති තනි බලයකට මෙම පද්ධතිය තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි ක්‍රියා රේඛාව x අක්ෂය හමුවන්නේ කොතැන දී දැයි සොයන්න. (1977)

(6) i) ඒකාකාර ත්‍රිකෝණික ABC ආස්තරයක් එහි A,B ශීර්ෂවලට ගැට ගැසූ OA,OB තන්තු දෙකක් මගින් O ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා තිබෙයි. මේ තන්තුවල වූ ආතතිය ඒවායේ දිග ප්‍රමාණවලට සමානුපාතික නම් G ට O යා කරන රේඛාව AB හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය හරහා යා යුතු බව පෙන්වන්න.

ii) A,B,C,D චතුරස්‍රයෙක AC,BD විකර්ණ O හිදී ඡේදනය වෙයි. බල පද්ධතියක් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{DC}$ මගින් සම්පූර්ණයෙන් නිරූපණය කෙරෙයි. එම බල B ත් D ත් හරහා වූ AC ට සමාන්තර බල දෙකකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. තව ද $\overrightarrow{AC}$ මගින් සම්පූර්ණයෙන් නිරූපණය කෙරෙන බලය එම සමාන්තර බල දෙකේ සම්ප්‍රයුක්තය වීම සඳහා අවශ්‍යතාව විය යුත්තේ AOB, DOC ත්‍රිකෝණ වර්ගඵලයෙන් සමාන වීම බව පෙන්වන්න. (1979)

(7) ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයක AB = 8cm , BC = 6cm ද වේ. P,Q,R,S යනු පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DA පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි. නිව්ටන් 5, 10, 15, 20, λ, μ විශාලත්ව ඇති බල අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ පිළිවෙලින් PQ, QR, RS, SP, AC, BD දිගේ ක්‍රියා කරයි.

i) මේ බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙහි පැවතිය නොහැකි බවත්,

ii) මේ පද්ධතිය යුග්මයකට ඌණනය වෙයි නම් එවිට $\lambda = 10 = \mu$ බවත්,

iii) මේ පද්ධතිය C හරහා ක්‍රියා කරන තනි බලයකට ඌණනය වෙයි නම් $\mu = 35$ ද තනි බලයේ අඩුතම විශාලත්වය නිව්ටන් 24 ද බවත් පෙන්වන්න. (1980)

(8) ඒකතල බල පද්ධතියකට (0,0), (1,0), (2,1) යන ලක්ෂ්‍ය වටා පිළිවෙලින් 5,1,0 යන වාමාවර්ත ඝූර්ණ ඇත. x අක්ෂයේ ධන දිශාව ඔස්සේ මේ බලවල විභින්න වල ඓක්‍යය X ද y අක්ෂය සඳහා අනුරූප ඓක්‍යය Y ද නම් X = 3 බවත් Y = 4 බවත් පෙන්වන්න.
මේ නයින්, පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයෙහි විශාලත්වය ද එහි ක්‍රියා රේඛාවෙහි සමීකරණය ද සොයන්න. (1980)

(9) ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට P, Q, R බල ක්‍රියා කරයි. BC, CA, AB රේඛාවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x + y = 1$, $x - y = 1$ හා $x = 2$ වේ.

i) $P = Q = \frac{R}{\sqrt{2}}$ නම්, මේ පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි ඝූර්ණය සොයන්න.

ii) පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය නම්, එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (1981)

(10) P, Q, R බල ABC ත්‍රිකෝණයේ BC, CA, AB පාද ඔස්සේ පිළිවෙලින් අකුරුවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි. BC, CA, AB රේඛාවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x = 0$, $y = 0$ හා x කොස් $\theta + y$ සයින් $\theta = p$ වේ.

i) P සෙක් $\theta = Q$ කොසෙක් $\theta = R$ නම්, පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා එහි ඝූර්ණය සොයන්න.

ii) පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය නම්, එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (1981)

(11) OXY තලයෙහි පිහටි දෘඩ ආස්තරයක් මත (x_r, y_r) $r = 1,2,\ldots\ldots n$ ලක්ෂ්‍ය වල දී (X_r, Y_r) බල ක්‍රියා කරයි. (a, b) ලක්ෂ්‍යය වටා මෙම බලවල ඝූර්ණයන්හි වීජීය ඓක්‍යය M, $G = \sum_{r=1}^{n}(x_r Y_r - y_r X_r)$ ද $X = \sum_{r=1}^{n} X_r$ ද $\sum_{r=1}^{n} Y_r$ ද වන $M = G - ay + bx$ යන සමීකරණය මගින් දැක්වෙන බව සාධනය කරන්න. (3,1) ,$(-\sqrt{3},1)$, (0,2) ලක්ෂ්‍ය තුනක් වටා ඒකතල පද්ධතියක ඝූර්ණවල වීජීය ඓක්‍යය පිළිවෙලින් 2, 8, 6 වේ. මේ පද්ධතිය X- අක්ෂය සමග 60^0 කෝණයක් සාදන තනි බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (1982)

(12) p (OP) , q (OQ) විශාලත්වයෙන් යුත් බල පිළිවෙලින් OP,OQ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. ඒවායෙහි සම්ප්‍රයුක්තය R හි දී PQ කපයි නම්, p(RP) = q (RQ) බව සාධනය කරන්න. ABC යනු ත්‍රිකෝණයකි. D යනු BC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයයි. $3\overrightarrow{AB}, 4\overrightarrow{AD}, 5\overrightarrow{AC}$ ද ABC ත්‍රිකෝණයෙහි වර්ගඵලය මෙන් හතර ගුණයකින් නිරූපිත ඝූර්ණයක් සහිතව ABC අතට ක්‍රියා කරන යුග්මයක් ද මගින් ඒකතල බල පද්ධතියක් නිරූපණය කෙරෙයි නම්, මේ පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයට BC හමුවන ලක්ෂ්‍යයට D සිට ඇති දුර (BC)/12 බව පෙන්වන්න. (1983)

(13) O යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ තලය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් වන අතර G යනු A,B,C මත පිළිවෙලින් තබා ඇති m_1 , m_2, m_3 ස්කන්ධ සහිත අංශු තුනක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය වේ. $m_1\overrightarrow{OA} + m_2\overrightarrow{OB} + m_3\overrightarrow{OC} = (m_1 + m_2 + m_3)\overrightarrow{OG}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $m_1 : m_2 : m_3 = \tan A : \tan B : \tan C$ නම් $m_1\overrightarrow{OA}, m_2\overrightarrow{OB}, m_3\overrightarrow{OC}$ වල සම්ප්‍රයුක්තය ABC ත්‍රිකෝණයේ ලම්බ-කේන්ද්‍රය හරහා යන බව පෙන්වන්න. $m_1\overrightarrow{OA}, m_2\overrightarrow{OB}, m_3\overrightarrow{OC}$ වල සම්ප්‍රයුක්තය ABC ත්‍රිකෝණයේ පරි-කේන්ද්‍රය හරහා යන්නේ නම් $m_1 : m_2 : m_3$ අනුපාත සොයන්න. (1984)

(14) ඒකතල බල පද්ධතියක් එක්කෝ තනි බලයකට නැතහොත් යුග්මයකට තුල්‍ය වන බවත් එසේත් නැතහොත් සමතුලිතව පවතින බවත් පෙන්වන්න. එක්තරා ඒකතල බල පද්ධතියක් ඝූර්ණය G වන යුග්මයකට ඌණනය වේ. මෙම පද්ධතියෙහි සෑම බලයක්ම එක් එක් බලයෙහි ක්‍රියාකාරී ලක්ෂ්‍යය වටා බලයන්හි තලය මත දීම සෘජුකෝණයකින් භ්‍රමණය කළ විට පද්ධතිය ඝූර්ණය H වන යුග්මයකට පෙරලෙයි. සෑම බලයක්ම ඉහත අන්දමට එහෙත් α කෝණයකින් භ්‍රමණය කළහොත් පද්ධතිය ඝූර්ණය $G\cos\alpha + H\sin\alpha$ වන යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. (1984)

(15) ඒක රේඛීය නොවන ලක්ෂ්‍ය තුනක් අතුරෙන් එක එකක් වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණවල ඓක්‍යය ශූන්‍යය වේ නම් එම පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පවතින බව දක්වන්න. ABC ත්‍රිකෝණයක කෝණවල සමච්ඡේදක I ලක්ෂ්‍යයේ දී හමුවෙයි. P, $P, \lambda P, \mu P, \nu P$ යන බල පිළිවෙලින් BC ,CA, BA, IB සහ IC දිගේ අක්ෂර වලට අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශා එල්ලේ ක්‍රියා කරයි. බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවයෙන් වෙයි නම් λ, μ, ν යන ඒවායේ අගය සොයන්න.

$\lambda \neq 2$ ද $\mu = 2\lambda\cos\frac{B}{2}$ ද $\nu = 2\cos\frac{C}{2}$ ද නම් බල පද්ධතිය තනි බලයකට ඌන වන බව දක්වා එම බලයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න. (1985)

(16) A, B, C, D, E, F යන ලක්ෂ්‍ය සවිධි ෂඩස්‍රයක ශීර්ෂ වෙයි. 2P, P, 2P, P යන විශාලත්වයෙන් යුතු බල පිළිවෙලින් $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{ED}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. λP හා μP යනුවෙන් තවත් බල දෙකක් පිළිවෙලින් $\overrightarrow{EF}$ හා $\overrightarrow{AF}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි නම් මෙම බල හය EB ඔස්සේ ක්‍රියා කරනු ලබන බලයකට ඌනනය වනු පිණිස λ හා μ සඳහා තිබිය යුතු අගය සොයන්න. පද්ධතිය සමතුලිත වනු පිණිස λ හා μ සඳහා තිබිය යුතු අගය සෙවීම කළ නොහැකි ඇයිදැයි පැහැදිලි කරන්න. (1986)

(17) පාදයක දිග a වන සමපාද ත්‍රිකෝණයක පිළිවෙලින් AB, BC, CA පාද දිගේ අක්ෂරවලට අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශා එල්ලේ 3P, 4P, 5Pයන බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවට දික්කළ BC හමුවන ලක්ෂ්‍යයත් සොයන්න. මෙම බල පද්ධතියට ත්‍රිකෝණයේ තලයේ වූ ද CBA අභිදිශාවට වූ ද $2\sqrt{3}Pa$ විශාලත්වයක් ඇති යුග්මයකුත් Q බලයකුත් යොදනු ලැබෙයි. නව පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පවතී නම් Q බලයේ විශාලත්වයත් දිශාවත් ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න. (1987)

(18) පද්ධතියක් (x, y) තලයේ වූ (x_r ,y_r) r = 1,2,.......... n ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන (X_r ,Y_r) බලවලින් සමන්විත වෙයි. P(x, y) ලක්ෂ්‍යයක් වටා පද්ධතියෙහි ඝූර්ණයේ M වීජීය ඓක්‍යය M = G – Yx + Xy යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. මෙහි $X = \sum_{r=1}^{n} X_r$ ද $Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r$ ද $G = \sum_{r=1}^{n}(x_r Y_r - y_r X_r)$ ද වෙයි. පද්ධතිය තනි බලයකට ඌණනය වෙයි නම් සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය අපෝහනය කරන්න. (2, 1), (0, 0), (-3, 4) ලක්ෂ්‍ය වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණ පිළිවෙලින් ඒකක 11, 5, -15 වෙයි. සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. දී ඇති පද්ධතිය (3, 2) ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියාකරන බලයක් සමඟ එකතු වී යුග්මයක් සාදයි නම් එම බලයේ ක්‍රියා රේඛාව 2x – y -4 = 0 බව පෙන්වන්න. යුග්මයේ ඝූර්ණය ද සොයන්න. (1987)

(19) පාදය මීටර 2 වන ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙලින් L, M, N වෙයි නිව්ටන් 1, 2, 3, P, Q, 1 විශාලත්ව ඇති බල පිළිවෙලින් AB, BC, CA, NM, ML, LN දිගේ එම අක්ෂරවල අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශා එල්ලේ ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය සමතුලිතව තිබිය නොහැකි බව පෙන්වන්න.

i) පද්ධතිය යුග්මයට ඌණනය වෙයි නම්, P = 2 හා Q = 3 බව පෙන්වන්න.
ii) පද්ධතිය N හරහා ක්‍රියා කරන තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට ඌණනය වෙයි නම් Q = 5 බව පෙන්වන්න. P = 4 ලෙස දී ඇතිවිට සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි විශාලත්වයත් සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙන් BC කපා යන ලක්ෂ්‍යයත් සොයන්න. (1988)

(20) ත්‍රිකෝණයෙක අනුපිළිවෙලින් ගත් පාද මඟින් එක් එක් බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා පිහිටීම නිරූපණය කෙරෙන අන්දමට තිබෙන බල තුනක් යුග්මයකට තුල්‍ය වනබව ඔප්පු කරන්න. ABCDEF යනු සවිධි ෂඩස්‍රයකි. $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$, $\overrightarrow{\mathbf{BC}}$, $\overrightarrow{\mathbf{CD}}$, $\overrightarrow{\mathbf{DE}}$, $\overrightarrow{\mathbf{EF}}$, $\overrightarrow{\mathbf{FA}}$ හා $\overrightarrow{\mathbf{FC}}$ මඟින් විශාලත්වය, දිශාව හා පිහිටීම නිරූපණය කෙරෙන බල පද්ධතියක් තිබේ. මෙම පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි විශාලත්වය හා දිශාව $2\overrightarrow{\mathbf{AB}}$ මඟින් නිරූපණය කෙරෙන බව පෙන්වන්න. සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ පිහිටීම ද සොයන්න. (1988)

(21) ඒකතල බල n වලින් යුත් පද්ධතියක i වෙනි බලයේ සංරචක සෘජුකෝණාස්‍රාකාර අචල අක්ෂ යුගලයක දිශාවන්හි (X_i, Y_i) වන අතර එහි යෙදුම් ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක (x_i , y_i) , i = 1, 2, ... n වේ. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය වේ නම් මෙම බලයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය ax + by + c = 0 බව පෙන්වන්න. මෙහි $a = \sum_{i=1}^{n} Y_i$ $b = \sum_{i=1}^{n} X_i$ සහ $c = \sum_{i=1}^{n}(y_i X_i - x_i Y_i)$ වේ. P,Q යනු නියතයන් සහ θ යනු පරාමිතියක් වන $(P\cos\theta, P\sin\theta)$ සහ $(-Q\sin\theta, Q\cos\theta)$ විචල්‍ය බල දෙකක් පිළිවෙලින් (a,0) සහ (-a,0) ලක්ෂ්‍ය වලදී ක්‍රියාකරනු ලැබේ. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වා මෙම බලයේ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න. (1989)

(22) xOY තලයෙහි වන්නා වූ බල පද්ධතියක් සාධාරණ වශයෙන් G ඝූර්ණයක් ඇති යුග්මයක් සමඟ O හිදී ක්‍රියාකරන (X,Y) තනි බලයකට ඌණනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න. X හා Y අතුරෙන් යටත් පිරිසෙයින් එකක්වත් නිශ්ශුන්‍ය වෙයි නම් පද්ධතිය $Yx - Xy - G = 0$ රේඛාව ඔස්සේ ක්‍රියාකරන තනි බලයකට තුල්‍ය වන බවද පෙන්වන්න.

O,A,B,C ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක පිළිවෙලින් (0, 0), (3, 0), (3, 4),(0, 4) වෙයි. ඒකක 7, 6, 2, 4, 5 යන විශාලත්ව සහිත බල පිළිවෙලින් OA, AB, BC, CO, OB දිගා ඔස්සේ එම අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් පෙන්නුම් කෙරෙන අතට ක්‍රියාකරන අතර ඒකක 16 ක ඝූර්ණයක් ඇති යුග්මයක් OCBA අතට ක්‍රියා කරයි. බල පහ හා යුග්මය පද්ධතිය ලෙස සලකා X, Y හා G සොයන්න. ඒ නයින් මෙම පද්ධතිය $3x - 4y - 5 = 0$ රේඛාව ඔස්සේ ක්‍රියාකරන තනි සම්ප්‍රයුක්තයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න. (1990)

(23) ඕනෑම ඒකතල බල පද්ධතියක් G ඝූර්ණය සහිත යුග්මයක් සමඟ දී ඇති O ලක්ෂ්‍යයක දී ක්‍රියාකරන (Ox,Oy අක්ෂ ඔස්සේ වූ සංරචක පිළිවෙලින් X,Y ලෙස ඇති) බලයක් මඟින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි යැයි උපකල්පනය කරමින් සමාන්තර නොවන ඕනෑම දිශා දෙකක් ඔස්සේ වන විභින්නවල වීජීය ඓක්‍යය වෙන වෙනම ශුන්‍ය වෙයි නම් පද්ධතිය යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න. පාදය a වූ සවිධි ෂඩස්‍රයක පිළිවෙලින් ගත් AB, BC, CD, DE, EF, FA පාද ඔස්සේ එම අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශා එල්ලේ P, Q, R, S, T, U බල හය ක්‍රියා කරයි.

$P - S = R - U = T - Q$ නම්, පද්ධතිය $G = \frac{\sqrt{3}a}{2}[P + Q + R + S + T + U]$ ඝූර්ණය සහිත යුග්මයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න. G වලට ශුන්‍ය අගය ලැබෙයි නම් කුමක් සිදුවේ ද? (1990)

(24) n ඒකතල බල පද්ධතියක r වැනි (X_r, Y_r) බලයේ තලයේ වූ Oxy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් $A_r \equiv (x_r, y_r) r = 1,2, \ldots n$ ලක්ෂ්‍යයේ දී ක්‍රියා කරයි. $P \equiv (x, y)$ ලක්ෂ්‍යය වටා බල පද්ධතියේ G_p ඝූර්ණය $G_p = G_0 - xY + yX$ යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

$G_0 = \sum_{r=1}^{n}(x_r Y_r - y_r X_r)$, $X = \sum_{r=1}^{n} x_r$, $Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r$ වේ. ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, BC හා CA පාද පිළිවෙලින් $x + y = a$, $y - x = a$ හා $y = 2a$ මඟින් දෙනු ලැබේ. මෙහි $a > 0$ විශාලත්වය R, R හා S වූ ද පිළිවෙලින් AB, BC හා CA ඔස්සේ අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියාකරන්නා වූ ද බල තුනකින් හා ඝූර්ණය 2aS වූ ද ABC ත්‍රිකෝණයෙහි තලයේ ACB අභිදිශාවට ක්‍රියා කරන්නා වූ ද යුග්මයකින් පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි. $S \neq \sqrt{2}R$ නම් පද්ධතිය තනි බලයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා එහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. $S = \sqrt{2}R$ විට කිමෙක් සිදු වෙයි ද? (1991)

(25) A නම් ලක්ෂ්‍යයක් වටා විශාලත්වයෙන්, දිශාවෙන් හා ක්‍රියා රේඛාවෙන් BC මඟින් නිරූපණය කෙරෙන බලයෙක ඝූර්ණයේ විශාලත්වය ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය මෙන් දෙගුණයක් බව සාධනය කරන්න. ABCD යනු ත්‍රිපීසියමකි. එහි AD හා BC සමාන්තර ද E,Fයනු පිළිවෙලින් AD හා BC පාදවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය ද වෙයි. විශාලත්වයෙන්, දිශාවෙන් හා ක්‍රියා රේඛාවෙන් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{DB}$

මඟින් නිරූපණය කෙරෙන බල හයකින් පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි. P යනු දික්කළ DA මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් නම්, P වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණයේ විශාලත්වය $\frac{4|AP-BF|S}{AD+BC}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි S යනු ABCD ත්‍රිපීසියමේ වර්ගඵලයයි. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත බලයත් එහි ක්‍රියා රේඛාවට AD හමුවන පිහිටීමත් සොයන්න. (1992)

(26) සමතුලිතතාවේ නොපවතින ඒකතල බල පද්ධතියක් එක්කෝ තනි බලයකට නැතිනම් තනි යුග්මයකට ඌණනය වන බව පෙන්වන්න. පිළිවෙලින් P, 4P, 2P, 2P, 3P, 3P බල හයක් ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රයක AB, BC, CD, DE, EF හා FA පාද ඔස්සේ ක්‍රියා කරන්නේ අක්ෂරවල පටිපාටියෙන් දක්වා ඇති දිශාවලට ය. පද්ධතිය යුග්මයකට ඌණනය වන බව පෙන්වන්න. ෂඩස්‍රයේ පාදයක දිග a නම් යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න. ඒනයින් පළමුවැනි බල පහේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වයත්, දිශාවත් , ක්‍රියා රේඛාවත් සොයන්න. (1993)

(27) xOY තලයෙහි පිහිටි $A_r \equiv (x_r, y_r)$ ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන ඒකතල බල පද්ධතියට $(X_r, Y_r)\, r = 1,2,3 \ldots n$ සංරචක තිබෙයි. $P \equiv (x,y)$ ලක්ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණය $G - Yx + Xy$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $X = \sum_{r=1}^{n} x_r$, $Y = \sum_{r=1}^{n} Y_r$ හා $G = \sum_{r=1}^{n} (Y_r x_r - X_r y_r)$ වේ. $X^2 + Y^2 \neq 0$ බව දී තිබෙයි නම්, පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයෙහි ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය අපෝහනය කරන්න. $A \equiv (2a, 0)$ ලක්ෂ්‍යය වටා හා $B \equiv (0, a)$ ලක්ෂ්‍යය වටා පද්ධතියේ ඝූර්ණ පිළිවෙලින් H හා 2H වෙයි. $y = x$ රේඛාවට සමාන්තර විභින්න කොටස්වල ඓක්‍යය ශූන්‍යය යි. පද්ධතිය සඳහා X,Y හා G සොයා සම්ප්‍රයුක්තය $x + y = 3a$ රේඛාව ඔස්සේ ක්‍රියා කරන $\frac{H}{a}\left(-\underline{i} + \underline{j}\right)$ බලයක් බව පෙන්වන්න. මෙහි $\underline{i}$, $\underline{j}$ යනු පිළිවෙලින් Ox, Oy අක්ෂ ඔස්සේ වූ ඒකක දෛශිකයි. (1994)

(28) යුග්මයක ඝූර්ණය අර්ථ දක්වන්න. G_1, G_2 ඝූර්ණ සහිත ඒකතල යුග්ම දෙකක සම්ප්‍රයුක්තයත් යුග්මයක් බව පෙන්වා එහි ඝූර්ණය සොයන්න. සෘජුකෝණාස්‍ර ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක් අනුබද්ධයෙන් $i = 1, 2, 3, \ldots\ldots n$ වූ (x_i , y_i) ලක්ෂ්‍යවල දී ක්‍රියාකරන (X_i , Y_i) ඒකතල බල පද්ධතියක් එක්කෝ (X,Y) තනි බලයකට හෝ G යුග්මයකට හෝ ඌණනය වන බවත් නැතිනම් සමතුලිතතාවෙන් පවතින බවත් පෙන්වන්න. මෙහි පළමුවැනි අවස්ථාවේ දී බල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. ඕනෑම ලක්ෂ්‍ය තුනක් වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණය එක එකක් ශූන්‍ය වෙයි නම් පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පිහිටන බව අනුගමනය වේ ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. (1995)

(29) ABC යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිවෘත්තයේ කේන්ද්‍රය O ද අරය R ද වෙයි. පිළිවෙලින් BC, OA, CA, OB, AB හා OC දිශා ඔස්සේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන අතට ක්‍රියාකරන L, L;M, M;N, N විශාලත්වයෙන් යුත් බල හයකින් ද ABC ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි ACB අතට ක්‍රියාකරන ඝූර්ණය $\lambda R(L + M + N)$ වූ නිශ්-ශූන්‍ය යුග්මයකින් ද පද්ධතියක් සමන්විත වෙයි. පද්ධතිය ඌණනය වන්නේ

අ) තනි බලයකට නම්, $L^2 + M^2 + N^2 > LM + MN + NL$ බවත්,

ආ) තනි යුග්මයකට නම්, L = M= N, $\lambda \neq \frac{1}{2}$ බවත් පෙන්වන්න. මේ පද්ධතිය සමතුලිතතාවෙන් පැවතීම සඳහා අනිවාර්ය හා ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතා කාණ්ඩයක් සඳහන් කරන්න. (1996)

(30) අ) $A_i \equiv (x_i , y_i)$ හි දී xOy තලයේ ක්‍රියාකරන (X_i , Y_i) යනුවෙන් සමන්විත බල පද්ධතියක් සාධාරණ වශයෙන් G_0 යුග්මයක් සමඟ O හි දී ක්‍රියා කරන (X_0 , Y_0) තනි බලයට ඌණනය කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $i = 1, 2,\ldots n$ වේ. $X_0^2 + Y_0^2 \neq 0$ නම්, පද්ධතිය R යනුවෙන් දක්වෙන තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න. R බලය $(-1 , -1)$ හා $(4 , -2)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නේ නම් සහ $|R| = \frac{1}{2}$ බව දී තිබෙන විට X_0, Y_0 හා G_0 සොයන්න.

ආ) පද්ධතියක් BC,CA,AB රේඛා දිගේ එම අකුරුවල අනුපිළිවෙලට පෙන්නුම් කෙරෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියාකරන $P, \lambda P, \lambda^2 P$ බල තුනකින් සමන්විත වෙයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලය ABC සුළු කෝණික ත්‍රිකෝණයේ ලම්බකේන්ද්‍රය හරහා යයි නම්, $\frac{1}{\cos A} + \frac{\lambda}{\cos B} = \frac{\lambda^2}{\cos(A+B)}$ බව පෙන්වන්න. λ අනිවාර්යයෙන්ම ඍණ විය යුතු බව අපෝහනය කරන්න. (1997)

(31) අ) ඕනෑම ලක්ෂ්‍ය තුනක් වටා ඒකතල බල පද්ධතියක ඝූර්ණ එක එකක් ශූන්‍ය වෙයි නම්, පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව අනුගමනය වෙයි ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

ආ) ABC යනු ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද O යනු එහි පරිකේන්ද්‍රය යැයි ද සිතමු. $B\hat{O}C = 2\alpha, A\hat{O}C = 2\beta$ සහ $A\hat{O}B = 2\gamma$ වේ.

i) $\sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$ යන අනුපාතයෙන් වූ බල පිළිවෙලින් BC, CA හා AB පාද ඔස්සේ ඉංග්‍රීසි අකුරුවල පටිපාටියෙන් දක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි නම් බල පද්ධතිය යුග්මයකට ඌණනය වන බව පෙන්වන්න.

ii) $\cos\alpha : \cos\beta : \cos\gamma$ යන අනුපාතයෙන් වූ බල පිළිවෙලින් OA, OB හා OC ඔස්සේ ඉංග්‍රීසි අකුරුවල පටිපාටියෙන් දක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි. ABC යනු සමපාද ත්‍රිකෝණයක් ම නම් පමණක් බල පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව සාධනය කරන්න. (1998)

(32) ඒකතල බල පද්ධතියක් (නිව්ටන් වලින් මනින ලද) බල තුනකින් සමන්විත වන අතර ඒවා ක්‍රියා කරනුයේ පහත දක්වෙන ලෙස නියමිත ලක්ෂ්‍යවල දීය.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	2i + 5j	P (i + 3j)
B	4j	-P(2i + j)
C	-i + j	P (i – 2j)

මෙහි i, j මඟින් පිළිවෙලින් Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටිසීය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික දක්වන අතර දිග මනින ඒකකය මීටරය වේ. අදාල යෙදුම් ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක දක්වමින් මෙම බල සංරචක ආකාරයෙන් නිරූප්‍ය සටහනක ලකුණු කරන්න. ඒනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ පද්ධතිය 10P Nm ඝූර්ණය සහිත යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා මෙම යුග්මයේ අභිදිශාව දක්වන්න. D යනු 2i පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යය වෙයි. OAD ත්‍රිකෝණයේ පාද දිගේ පිළිවෙලින් යෙදූ ඒවායේ දිගට සමානුපාතික අතිරේක බල තුනකින් දෙන ලද පද්ධතිය සමතුලිතතාවයට ගෙන ආ හැකිය. මෙම බල දෛශික ආකාරයෙන් සොයන්න.

(2000)

(33) A හි දී සෘජුකෝණී වූ සහ AB = මීටර 4a, AC = මීටර 3a වූ ABC ත්‍රිකෝණයක $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CA}$ පාද දිගේ පිළිවෙලින් නිව්ටන 4P, 5P, 6P විශාලත්ව සහිත බල ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතිය සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ දිශාව ගණනය කරන්න. තව ද එහි ක්‍රියා රේඛාවට (අවශ්‍ය නම් දික්කරන ලද) AB හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. ABC තලයෙහි ඝූර්ණය M වූ යුග්මයක් දූන් එම පද්ධතියට එකතු කරනු ලබන්නේ අලුත් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව A හරහා යන පරිදිය. M හි අගයත් යුග්මයේ අභිදිශාවත් සොයන්න. (2002)

(34) ABCDEF යනු පැත්තක දිග මීටර 2ක් වූ සවිධි ෂඩස්‍රයකි. AB, BC, CD, DE සහ EF පාද ඔස්සේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරන විශාලත්ව පිළිවෙලින් නිව්ටන් 4, 3, 2, 5 සහ 6 වූ බල ක්‍රියා කරයි. තව ද FC සමඟ θ කෝණයක් සාදන දිශාවකට විශාලත්වය නිව්ටන් P වූ වෙනත් P බලයක් ද ෂඩස්‍රයේ තලය මත F හි දී ක්‍රියා කරයි.

i) ඉහත බල පද්ධතිය යුග්මයකට පමණක් ඌණනය වේ නම් P සහ θ නිර්ණය කර යුග්මයේ විශාලත්වය සොයන්න.

ii) P බලය AF ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි නම් සහ P = 7නම්, පද්ධතිය තනි බලයකට ඌණනය වන බව පෙන්වා එහි ක්‍රියා රේඛාව (අවශ්‍ය නම් දික් කරන ලද) AB සමඟ ඡේදනය වන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. (2003)

(35) දිග 1m වන ABCD සමචතුරස්‍රයක AB, CB, CD හා AD දිගේ අකුරු පටිපාටියෙන් දැක්වන දිශා අතට පිළිවෙලින් නිව්ටන 5, 6, 1 හා 2 විශාලත්වයෙන් වූ බල ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. BD දිගේ B සිට D දිශාව අතට ක්‍රියාකරන විශාලත්වය නිව්ටන $4\sqrt{2}$ වන තවත් බලයක් පද්ධතියට එකතු කෙරෙයි. පද්ධතිය විශාලත්වය 1Nm වූ යුග්මයකට ඌණනය වන බව පෙන්වන්න. (2004)

(36) AB,BC හා CD යනු B හා C හි දී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති සමාන බරින් හා දිගින් යුත් ඒකාකාර දඬු තුනක් වෙයි. A හා D කෙළවරවල් එකම මට්ටමක වූ අචල සුමට තිරස් කූරු දෙකකට අසව් කර ඇත. පද්ධතිය සමතුලිතතාවයෙන් එල්ලී ඇත. AB හා CD තිරසට එකම α කෝණයකින් ආනත වේ නම් හා β යනු A හි දී AB මත ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරසට ආනතිය නම්, $\tan\alpha = \frac{2}{3}\tan\beta$ බව පෙන්වන්න. (2004)

(37) නිව්ටන P, Q, R, P, 2P, 3P බල පැත්තක දිග මීටර 2a වූ ABCDEF ඒකතල සවිධි ෂඩස්‍රයක පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DE, EF, FA පාද දිගේ අකුරු පටිපාටියෙන් දැක්වෙන අතට ක්‍රියා කරයි.

i) පද්ධතිය බල යුග්මයකට තුල්‍ය වෙයි නම් P ඇසුරෙන් Q සහ R සොයා යුග්මයේ ඝූර්ණය ගණනය කරන්න.

ii) පද්ධතිය AD දිගේ තනි බලයකට තුල්‍ය වෙයි නම් P ඇසුරෙන් Q සහ R සොයන්න. (2005)

(38) aF, bF, aF, bF හා cF බල පිළිවෙලින් ABCD සෘජුකෝණාස්‍රයක BA, BC, DC, DA පාද දිගේ සහ BD විකර්ණය දිගේ අකුරු වල අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මෙහි $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{BC}$ සහ $\vec{c} = \overrightarrow{BD}$ වෙයි. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය වනබව පෙන්වා එහි විශාලත්වය, දිශාව සහ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. අනෙකුත් බල පළමු පරිදිම නොවෙනස්ව තිබිය දී DA දිගේ ක්‍රියා කරන බලය 2bF දක්වා වැඩි කළේ නම්, අලුත් පද්ධතිය CD දිගේ ක්‍රියා කරන aF බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. (2006)

(39) නිව්ටන් P, 7P, 8P, 7P, 3P බල පාදයක් මීටර a වන ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රයක පිළිවෙලින් AB, CB, CD, ED, FE පාද දිගේ අකුරු පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. $\overrightarrow{AB}$ සහ $\overrightarrow{AE}$ හි දිශාවලට ඒකක දෛශික පිළිවෙලින් $\underline{i}$ සහ $\underline{j}$ ලෙස ගනිමින් එක් එක් බලය $\underline{i}$, $\underline{j}$ සහ P ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. දෙන ලද පද්ධතිය $\overrightarrow{BC}$ ට සමාන්තර වූ $R = 2P(\underline{i} + \sqrt{3}\underline{j})$ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වන්න. R හි විශාලත්වය කුමක් ද? සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව DE සහ AF (දෙකම දික් කරන ලද) රේඛාවල පොදු ලක්ෂ්‍යය හරහා යන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න. පද්ධතිය A ශීර්ෂය හරහා ක්‍රියා කරන R බලයක් සමඟ යුග්මයකට තුල්‍ය වෙයි නම් මෙම යුග්මයේ ඝූර්ණය විශාලත්වයෙන් සහ අභිදිශාවෙන් සොයන්න. (2001)

(40) ABCDEF යනු කේන්ද්‍රය O සහ පැත්තක දිග මීටර a වූ සවිධි ෂඩස්‍රයකි: නිව්ටන් P, 2P, 3P, 4P හා 5P බල පහක් පිළිවෙලින් AB, BC, CD, DE, EF පාද දිගේ අකුරු පිළිවෙලට දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. AFO ත්‍රිකෝණයේ AF, FO, OA පාද දිගේ ක්‍රියා කරන නිව්ටන් Q, R, S වූ බල 3 ක් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. සංයුක්ත පද්ධතිය,

i) සමතුලිත වන පරිදි,

ii) ඝූර්ණය ABC අතට P $a\sqrt{3}$Nm හා වූ යුග්මයකට තුල්‍ය වන පරිදි, Q, R, S හි අගයන් P ඇසුරෙන් සොයන්න. (2007)

(41) ABCDEF යනු පැත්තක දිග මීටර a වූ සවිධි ෂඩාස්‍රයකි. නිව්ටන් P, 3P, 2P සහ 4P වල පිළිවෙලින් BA, EB, DE සහ AD දිගේ අකුරු පිළිවෙලට දැක්වෙන දිශා දිගේ ක්‍රියා කරයි. පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ දිශාව සොයන්න. ෂඩාස්‍රයේ එක් ශීර්ෂයක් වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන් සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. ෂඩාස්‍රය තලයේ ක්‍රියා කරන කුමන බල යුග්මයක් පද්ධතියට එකතු කිරීමෙන් පද්ධතිය $\overrightarrow{FE}$ දිගේ ක්‍රියා කරන තනි බලයකට ඌණනය වේ ද? (2009)

(42) පැත්තක දිග මීටර 2a වූ ABCDEF සවිධි ෂඩාස්‍රයක AB, BC, CD, ED, EF සහ AF පාද දිගේ විශාලත්ව පිළිවෙලින් නිව්ටන් 2P, P, 2P, 3P, 2P හා P වූ බල අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශා අතට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය විශාලත්වය නිව්ටන් මීටර $\sqrt{3}$Pa වූ බල යුග්මයක් සමඟ AC ඔස්සේ ක්‍රියා කරන නිව්ටන් $2\sqrt{3}$P වූ සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය බව සාධනය කරන්න. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය නම්, මෙම සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ ක්‍රියා රේඛාව (අවශ්‍ය නම් දික්කරන ලද) FA හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. ඒනයින් පද්ධතිය සමතුලිතතාවේ පවත්වා ගැනීම සඳහා පද්ධතියට එක් කළ යුතු තනි බලයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. (2010)

43) Ox හා Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් A,B හා C ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(\sqrt{3},0), (0,-1)$ හා $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, 1\right)$ වෙයි. විශාලත්ව නිව්ටන 6P, 4P, 2P හා $2\sqrt{3}$P වන බල පිළිවෙලින් OA,BC,CA හා BO පාද දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවට ක්‍රියා කරයි. මෙම බලවල සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව y − අක්ෂය කපන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න. ඒනයින්, සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. විශාලත්වය නිව්ටන $6\sqrt{3}$P වන වෙනත් බලයක් අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවට AB දිගේ බල පද්ධතියට යොදනු ලැබෙයි. විශාලත්වය නිව්ටන මීටර 10P යන යුග්මයකට බල පද්ධතිය ඌණනය වන බව පෙන්වන්න. (2012)

(44) ABCD යනු පැත්තක දිග $2l$ හා $BD = 2l$ වූ රොම්බසයක් යැයි ගනිමු. රොම්බසයේ විකර්ණ O ලක්ෂ්‍යයෙහි දී හමු වේ. විශාලත්ව නිව්ටන 2P, 6P, 4P, 8P හා 6P වූ බල පිළිවෙලින් AB, BC, DC, DA හා BD දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. $\overrightarrow{\mathbf{OC}}$ හා $\overrightarrow{\mathbf{OD}}$ දිශාවලට බලපද්ධතිය විභේදනය කර සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව BC ට සමාන්තර බව බව පෙන්වන්න. පද්ධතියේ O වටා ඝූර්ණයත් සොයන්න. සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවට E ලක්ෂ්‍යයේ දී දික් කරන ලද AB හමු වේ නම්, $BE = 2l$ බව පෙන්වන්න. දැන් නිව්ටන αP, βP, γP හා αP විශාලත්ව සහිත අතිරේක බල පිළිවෙලින් EB, CE, CA හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. මුළු පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ ඇත්නම් α, β හා γ හි අගයන් සොයන්න. (2013)

(45) ABCD යනු පැත්තක දිග මීටර a වූ සමචතුරස්‍රයක් යැයි ගනිමු. විශාලත්ව නිව්ටන 4, $6\sqrt{2}$, 8, 10, X හා Y වූ බල පිළිවෙළින් AD, CD, AC, BD, AB හා CB දිගේ, අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. පද්ධතිය $\overrightarrow{\mathbf{OE}}$ දිගේ ක්‍රියා කරන තනි සම්ප්‍රයුක්තයකට ඌනනය වේ. මෙහි O හා E යනු පිළිවෙළින් AC හා CD වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වේ. X හා Y අගයන් සොයා, සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය නිව්ටන 4 K බව පෙන්වන්න. එමහි $K = 2 - \sqrt{2}$ වේ.. F යනු OAFD සමචතුරස්‍රයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. ඉහත බල පද්ධතියට තුල්‍ය වන එකක් $\overrightarrow{\mathbf{AD}}$ දිගේ ද අනෙක F ලක්ෂ්‍යය හරහා ද වන **බල දෙක** සොයන්න.
බල පිහිටන තලයේ ABCD අතට ක්‍රියා කරන ඝූර්ණය නිව්ටන මීටර 6Ka වන බල යුග්මයක් මුල් පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. නව පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්ත ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. (2014)

(46) xy තලයේ O මූලය අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම් දෛශික, සුපුරුදු අංකනයෙන්, පිළිවෙළින් $\mathbf{i} + \mathbf{j}$, $2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ හා $4\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ වේ. $\overrightarrow{BP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ වන පරිදි BC මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය සොයන්න. ABCD ත්‍රපීසියමක D ශීර්ෂය ගනු ලබන්නේ BC පාදය D ට සමාන්තර වන පරිදි ද PD, AC ට ලම්බ වන පරිදි ද වේ. D හි පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{11}{4}\mathbf{i} - \frac{1}{3}\mathbf{j}$ බව පෙන්වන්න.

දුර මීටරවලින් ද, බලය නිව්ටනවලින් ද මනින ලද, xy–තලයෙහි බල හතරකින් සමන්විත වන පද්ධතියක් පහත දැක්වෙන පරිදි දී ඇත.

ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යයෙහි ඛණ්ඩාංක	බලයේ Ox, Oy දිශාවලට සංරචක
B(2, 3)	$\mathbf{F}_1 = (2, 4)$
C(4, 2)	$\mathbf{F}_2 = (3, 1)$
L(0, 1)	$\mathbf{F}_3 = (6, 12)$
M(0, 6)	$\mathbf{F}_4 = (9, 3)$

i) $\mathbf{F}_1$ හා $\mathbf{F}_2$ බල දෙකෙහි O මූලය හා A(1, 1) ලක්ෂ්‍ය වටා ඝූර්ණ ශූන්‍ය වන බව පෙන්වා, **ඒනයින්** $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$ හා $\mathbf{F}_4$ බල හතරෙන් සමන්විත පද්ධතියෙහි O මූලය වටා G ඝූර්ණය දක්ෂිණාවර්ත අතට 60 Nm විශාලත්වයෙන් යුතු වන බව පෙන්වන්න.

ii) පද්ධතියෙහි **R** සම්ප්‍රයුක්තයේ (X, Y) සංරචක සොයන්න. **ඒනයින්**, **R** හි ක්‍රියා රේඛාවට y අක්ෂය හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

iii) බල පද්ධතිය (0, -4) ලක්ෂ්‍යයෙහි ක්‍රියා කරන තනි බලයකින් හා ඝූර්ණය G_1 වූ යුග්මයකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කරනු ලැබේ. G_1 හි අගය සොයා, තනි බලයේ ක්‍රියා රේඛාව $D\left(\frac{11}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන බව පෙන්වන්න. (2015)

සරල රේඛීය චලිතය සහ ප්‍රවේග කාල වක්‍ර

සරල රේඛීය චලිතය (ප්‍රවේග කාල / සමීකරණ.)

(1) A,B දුම්රිය පොළවල් දෙකක් කි. මීටර 10 ක පරතරයකින් පිහිටා ඇත. $60 kmh^{-1}$ වේගයෙන් A පසුකර යන දුම්රියක් කි. මීටර 8 ක දුරක් යනතුරු මේ වේගය පවත්වා ගෙන ඉක්බිති ඒකාකාර ලෙස මන්දනය වී B හිදී නිශ්චලතාවයට පත්වෙයි. පළමු වැනි දුම්රිය A පසුකර යාමට මිනිත්තු 12 කට පෙර A හිදී නිශ්චලතාවේ සිට පිටත්වන දෙවැනි දුම්රියක් එක්තරා කාලයක් මිනිත්තුවට පැයට කි. මීටර 5 ක ත්වරණයෙන් ඒකාකාර ලෙස ත්වරණය වී ඉක්බිති ඒකාකාර ලෙස මන්දනය වී පළමු වැනි දුම්රිය පැමිණෙනවාත් සමගම B හිදී එකවර නිශ්චලතාවයට පත්වෙයි. එකම අක්ෂ භාවිතා කර මේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර දෙක අඳින්න. ගමන සඳහා දෙවැනි දුම්රිය මිනිත්තු 24 ක් ගන්නා බව පෙන්වන්න. එහි උපරිම වේගයත් මිනිත්තුවට පැයට කිලෝමීටර වලින් එහි මන්දනයත් සොයන්න. (1980)

(2) t කාලයේදී අංශුවක පිහිටුම් දෛශිකය r(t) ය. v ප්‍රවේග දෛශිකයත් f ත්වරණ දෛශිකයත් සඳහා අර්ථ දක්වන්න. අංශුවක පිහිටීම $r = b + \frac{gt}{k} + ce^{-kt}$ (K > 0) මගින් දැක්වේ. මෙහි b, g, c යනු නියත දෛශික වෙයි. t කාලයේදී අංශුවේ v ප්‍රවේගයත් f ත්වරණයත් නිර්ණය කරන්න. $f = g - kv$ බව පෙන්වන්න. මෙබඳු සමීකරණයකට තුඩුදෙන භෞතික අවස්ථාවක් විස්තර කරන්න. (1980)

(3) ඔසොව්වක් ගොඩනැගිල්ලක ඉහළ සිට පහළට එන ගමනේ මුල් තුනෙන් පංගුවේදී නිශ්චලතාවේ සිට නියත ත්වරණයකින් බසියි. ඊලග තුනෙන් පංගුවේදී එය ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් බසියි. අන්තිම තුනෙන් පංගුවේදී එය ගොඩනැගිල්ල පාමුලට එළෙඹෙත්ම හරියටම නිශ්චලතාවටය පමුණුවන ලබන අන්දමේ, නියත මන්දනයකින් බසියි. බැස්මට ගතවන කාලය, ඔසොව්ව බැස්ස දුර මෙන් සිව් ගුණයක දුරක් නිදැල්ලේ වැටෙන අංශුවක් ගන්නා කාලයට සමාන බව පෙනී යයි. ඔසොව්වේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල වක්‍රයේ කටු සටහනක් අඳින්න. මේ ඔසොව්ව තුළ සිටගෙන සිටින මිනිසෙක් ආරම්භයේදී සිය පාදවලදී යොදන පීඩනය ඔහුගේ බරින් 23/48 වන බව සාධනය කරන්න. අවසන් බැස්මේදී මිනිසා මත යෙදෙන පීඩනය සොයන්න. (1981)

(4) A, B දුම්රිය දෙකක් X, Y දුම්රිය පොළවල් දෙකක් අතර පිහිටි ඍජු සමාන්තර මාර්ග මත ගමන් කරයි. ඒවා X දුම්රිය පොළෙන් එකම වේලාවේදී පිටත් ව ඊට තප්පර t ට පසු Y වෙත ළඟා වෙයි. A දුම්රිය නිශ්චලතාවයෙන් ඇරඹී එහි වේගය $u\ ms^{-1}$ වනතුරු $f\ ms^{-2}$ ඒකාකාර සීඝ්‍රතාවෙකින් ත්වරණය වෙයි. ඉන් පසු එය මාර්ගයේ කොටසකදී $u\ ms^{-1}$ ඒකාකාර වේගයකින් ගමන් කර, ඒ $f\ ms^{-2}$ ඒකාකාර සීඝ්‍රතාවෙන්ම මන්දනය වී වීමෙන් පසු, අවසාන වශයෙන් Y දුම්රිය පොළෙදී නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි. B දුම්රිය නිශ්චලතාවයෙන් ඇරඹී ටික වේලාවක් $f'\ ms^{-2}$ ඒකාකාර සීඝ්‍රතාවෙකින් වේගය ලබාගෙන ඉක්බිති Y දුම්රිය පොළෙදී නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට පෙර ඒ $f'\ ms^{-2}$ ඒකාකාර සීඝ්‍රතාවෙන් ම මන්දනය වෙයි. A, B දුම්රිය වල චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රවල කටු සටහන් එකම රූපයෙහි අඳින්න.

$u\left[t-\frac{u}{f}\right] = 1/4\ f'\ t^2$ බව පෙන්වන්න. B ට සාපේක්ෂව A හි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රයේ කටු සටහනක් වෙනත් රූපයක අඳින්න. මේ එක් එක් රූපයෙහි ප්‍රවේග කාල වක්‍රවල තරමත්, හැඩයත් පැහැදිලි ලෙස දැක්විය යුතුය. (1982)

(5) $t = 0$ කාලයේදී m ස්කන්ධයෙන් යුත් කුඩා P වීදුරු බෝලයක් බිමෙහි පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක සිට u වේගයෙන් සිරස් ලෙස උඩු අතට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන අතර Aට සිරස් ලෙස ඉහළින් h උසක පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයකදී m ස්කන්ධයෙන් ම යුත් තවත් කුඩා Q වීදුරු බෝලයක් නිශ්චලතාවේ තබා ගෙන මුදා හරිනු ලැබෙයි. බෝලත් බිමත් කේවල ප්‍රත්‍යස්ථ වේ. බෝල දෙක AB මත පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයකදී සංඝට්ටනය වෙයි. එහිදී ඒවායෙහි වේග සමාන වේ.

i) AC : CB = 3.1 බව ද ii) $u^2 = 2gh$ බවද පෙන්වන්න.

$0 \leq t \leq \frac{5h}{u}$ ප්‍රාන්තරය තුළ, P, Q බෝල සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රවල කටු සටහන් පිළිවෙලින් නොකැඩී (————) රේඛාවකින් හා තිත් (.........) රේඛාවකින් දක්වමින් එකම රූප සටහනෙහි අඳින්න. P ට සාපේක්ෂ Q හි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රය වෙන ම රූප සටහනක අඳින්න. (1983)

(6) A සහ B නම් වූ දුම්රිය දෙකක් පිළිවෙලින් $3f\ ms^{-2}$ හා $f\ ms^{-2}$ නියත ත්වරණ සහිතව ඍජු සමාන්තර මාර්ග දෙකක් ඔස්සේ එකම දිශාවට ගමන් කරන අතර තත් t_1 කාලයකදී පිළිවෙලින් $u\ ms^{-1}$ හා $2u\ ms^{-1}$ වේගවලින් S_1 නැමැති දුම්රියපොළක් පසුකර යයි. A දුම්රිය S_1 දුම්රියපොළ පසුකර තත්, $(t_2 - t_1)$ කාලය දක්වා $3f\ ms^{-2}$ ක්වූ ත්වරණය රදවා තබා ගන්නා අතර, ඉන්පසු එය තත්, t_2 වන විට ලබාගෙන ඇති නියත වේගයෙන් ම දුවයි. තත් t_2 දී A හා B දුම්රිය දෙක S_2 නැමැති දෙවන දුම්රිය පොළක් ද එකවර පසුකරයි. තව ද ඉන් අනතුරුව තත්, t_3 දී නැවතත් වරක් දුම්රිය දෙක S_3 නැමැති තෙවන දුම්රිය පොළක් ද එකවර පසුකරයි. S_1 සහ S_3 දුම්රිය පොළ දෙක අතර A,B දුම්රිය දෙකෙහි චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර කටු සටහන් එකම රූප සටහනක අඳින්න.

ප්‍රවේග කාල වක්‍ර භාවිතා කර පහත සඳහන් ප්‍රතිඵල පෙන්වන්න.

i) $t_2 - t_1 = \frac{u}{f}$ s,

ii) තත් t_2 කාලයේදී A සහ B හී වේග පිළිවෙලින් $4u\ ms^{-1}$ සහ $3u\ ms^{-1}$ වේ.

iii) $t_3 - t_2 = \frac{2u}{f}$ s ,

iv) තත් t_3 කාලයේදී B හී වේගය $5u\ ms^{-1}$

v) S_1 හා S_3 දුම්රිය පොළ දෙක අතර දුර $\frac{21u^2}{2f}$ m වේ. (1984)

(7) එක්තරා මෝටර් රථ ධාවන තරඟයකදී X මෝටර් රථය දිනුම් කණුවේ සිට 1, 100 m ක් දුරකදී $0.44\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් හා $38.5\ ms^{-1}$ වේගයකින් ගමන් කරයි. එම මොහොතේදී ම Y මෝටර් රථය X ට 220 m ක් පිටු පසින් $0.55\ ms^{-2}$ ඒකාකාර ත්වරණයකින් හා $48.4\ ms^{-1}$ වේගයකින් ගමන් කරයි. දිනුම් කණුවේ සිට 242 m ක් දුර තිබියදී Y රථය විසින් X රථය පසුකෙරෙන බව පෙන්වන්න.

තවද X ට වඩා තත්. 1 කට පෙර Y දිනුම් කණුව කරා පැමිණෙන බවත් පෙන්වන්න. (1986)

(8) රළු තිරස් බිමක් දිගේ P නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට Q නම් ලක්ෂ්‍යයක් දෙසට 3u වේගයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරෙන අතර එම මොහොතේ ම Q සිට P දෙසට 7 u වේගයකින් තවත් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කෙරේ. P හා Q අතර දුර a ද එක් එක් අංශුවත් බිමත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ ද $u^2 < \frac{a\mu g}{29}$ නම්, අංශුවල ගැටීමක් ඇති නොවන බව පෙන්වන්න.

$u^2 = \frac{a\mu g}{9}$ නම් $\sqrt{\frac{a}{9\mu g}}$ කාලයකට පසු P සිට $\frac{5a}{18}$ දුරකදී අංශු දෙක ගැටෙන බව පෙන්වන්න. (1988)

(9) A ට මීටර් 380 ක් ඈතින් B ද B ට කිලෝමීටර් 1.96ක් ඈතින් C ද වන අයුරින් ඍජු ධාවන පථයක් මත A, B, C කණු තුනක් පිහිටා ඇත. ඒකාකාර ත්වරණයකින් චලනය වන X නම් රථයක් A සිට B ට ගමන් කිරීමට මිනිත්තු 1ක් ද B සිට C ට ගමන් කිරීමට මිනිත්තු 2 ක් ද ගනී. එහි ත්වරණය තත්පරයට තත්පරයට මීටර් වලින් සොයා C හි දී වේගය තත්පරයට මීටර් 23 ක් බව පෙන්වන්න.

තත්පරයට තත්පරයට මීටර් 1/5 ක ත්වරණයෙන් චලනය වන Y නම් දෙවෙනි රථයක් X ට වඩා තත්පර 10 යක් කලින් C පසුකර යනු ලබන අතර එවිට එහි වේගය තත්පරයට මීටර් 109/7 වේ. Y පසුකර X යන්නේ කොතැන දී දැයි සොයන්න. (1989)

(10) මෝටර් රථයක් ඒකාකාර අධික u වේගයකින් ගමන් ගන්නා බව පොලිස් නිලධාරියකු විසින් දක්නා ලදී. රථය ඔහු පසුකර යත්ම පොලිස් නිලධාරියා තම යතුරු පැදියට නැග රථය ලුහුබැඳ යාමට පිටත් වෙයි. පොලිස් නිලධාරියා ඔහුගේ උපරිම V වේගයට පැමිණෙන තුරු f නියත ත්වරණයක් සහිතව ගමන් කරයි. තමා පටන් ගත් ස්ථානයේ සිට $a\left[> \frac{v^2}{2f}\right]$ දුරක් ගමන් කිරීමෙන් පසු රථය පසු කිරීමට නිලධාරියාට හැකි වෙයි.

පොලිස් නිලධාරියා තමාගේ උපරිම වේගය සහිතව $\left[\frac{a}{u} - \frac{v}{f}\right]$ කාලයක් ගමන් කර තිබෙන බව ප්‍රවේග කාල වක්‍රයක් සැලකීමෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ පෙන්වන්න.

u, V, a හා f අතර සම්බන්ධයක් සොයා එනයින්, $V = \frac{af}{u}\left[1 - \left(1 - \frac{2u^2}{af}\right)^{\frac{1}{2}}\right]$ බව පෙන්වන්න. මෙම උත්තරයට ඔබ එළඹුන අන්දම පැහැදිලිව විස්තර කරන්න. (1990)

(11) ඍජු මාර්ගයක් ඔස්සේ ධාවනය කෙරෙන බස් රථයක රියදුරෙක්, එයට ඉදිරියෙන් ඇති H බස් නැවතුම් පොළේ බස් රථයට ගොඩ වීමට බලාපොරොත්තුවෙන් සිටින මගියකු දකියි. AH = මීටර a වන පරිදි වූ A නම් ලක්ෂ්‍යයකට එළැඹෙන විට බස් රථයේ ප්‍රවේගය u ms^{-1} විය. H හිදි බස් රථය නවතින පරිදි AB = BC = CH වන සේ වූ A, B, C යන ලක්ෂ්‍යවලදී රියදුරා පිට පිටම තිරිංග යොදයි. AB , BC හා CH ප්‍රාන්තවලදී බස් රථයේ මන්දන පිළිවෙලින් f, 2f හා 3f ms^{-2} වෙයි. බස් රථයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රයක් අඳින්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $f = u^2/4a$ බව පෙන්වන්න.

B හා C ලක්ෂ්‍ය වෙත පැමිණීමේදී බස් රථයේ ප්‍රවේගය, u ඇසුරෙන් සොයන්න.

A සිට H තෙක් යාමට ගතවන මුළු කාලය, $\frac{4a}{u}\left[1 - \frac{\sqrt{30}+\sqrt{2}}{12}\right]$ බව පෙන්වන්න. (1991)

(12) f නියත ත්වරණයෙකින් සෘජු රේල් පාරක ගමන් කරන l දිගැති දුම්රියකට 2V උපරිම වේගයක් ඇත. රේල් පාරට සමාන්තර පාරක, දුම්රිය යන දිශාවටම ගමන් කරන මෝටර් රථයකට 2f නියත ත්වරණයකුත් 3V උපරිම වේගයකුත් තිබේ. ආරම්භයේදී දුම්රියේ පසුපස කෙළවරක් මෝටර් රථයේ ඉදිරි පසත් එක එල්ලේ වන අතර දුම්රියේත් මෝටර් රථයේත් වේග පිළිවෙලින් V හා V/2 වෙයි. දුම්රියත් මෝටර් රථයත් ඒවායේ උපරිම වේග ලබාගන්නේ පිළිවෙලින් t_1 හා t_2 කාලවලදී ය. දුම්රියේ ඉදිරිපස හා මෝටර් රියේ ඉදිරිපස එක එල්ලේ පිහිටන්නේ t_3 ($> t_2$) කාලයේදීය. දුම්රියේ චලිතයත් මෝටර් රථයේ චලිතයත් සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එක ම රූප සටහනක අඳින්න. එනයින්, දුම්රියේ පසුපස කෙළවර, යළිත් වරක් t_1 කාලයේ දී මෝටර් රථයේ ඉදිරිපස සමග එක එල්ලේ පිහිටන බව අපෝහනය කරන්න. $t_3 = \frac{l}{V} + \frac{17V}{16f}$ බවත් $3V^2 < 16fl$ බවත් පෙන්වන්න. (1992)

(13) අ) අංශුවක් $t = 0$ කාලයේදී පොළොවේ සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස උඩු අතට ප්‍රක්ෂේපනය කෙරෙයි. පොළොවේ සිට h උසකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක්, ඉහළට යන විටත් පහළට එන විටත් පසු කිරීමට අංශුව ගන්නා කාලයන් පිළිවෙලින් t_1 හා t_2 නම් අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න. ප්‍රවේග කාල වක්‍රය උපයෝගී කරගෙන $\frac{t_1 \div t_2}{2}$ කාලයේදී අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයා,

$t_1 t_2 = \frac{2h}{g}$ බව අපෝහනය කරන්න.

ආ) නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන දුම්රියක්, ගමනින් පළමු කොටස f_1 නියත ත්වරණයෙන් ද දෙවැනි කොටස V නියත ප්‍රවේගයෙන් ද තෙවැනි කොටස f_2 නියත මන්දනයෙන් ද ගමන් කර යළිත් නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න. මුළු කාලයෙන් හතරෙන් තුනක් තුළ දුම්රිය නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි නම් ද මුළු ගමන සඳහා දුම්රියේ මධ්‍යක වේගය kV නම් ද k හි අගය සොයන්න. (1993)

(14) අංශුවක් දුනු තරාදියක් මගින් ආරෝහකයක (ඔසොවීවක) පියස්සෙන් සිරස් ලෙස එල්ලා තිබෙයි. ආරෝහකයේ උඩුකුරු චලිතය අවස්ථා තුනකින් සිදුවෙයි. පළමු වැනි අවස්ථාවේදී ආරෝහකය නිසලව සිට නියත ත්වරණයෙන් ඉහළ නගියි. එවිට දුනු තරාදි පාඨාංකය $\left(1 + \frac{a}{g}\right)$ kg කි. දෙවැනි අවස්ථාවේදී තත්පර t_0 පුරා ආරෝහකය ඉහළ නගින්නේ V ms^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙනි. එවිට දුනු තරාදි පාඨාංකය 1 kg කි. අවසාන අවස්ථාවේදී නිශ්චලතාවයට එන තෙක් ආරෝහකය නියත මන්දනයෙන් ඉහළ නගියි. එවිට දුනු තරාදි පාඨාංකය $\left(1 - \frac{a}{g}\right)$ kg කි. මෙහි $0 < a \leq g$ එම ගමනේදී ආරෝහකය ඉහළ නැගී මුළු දුර මීටර් h ද ගන්නා ලද මුළු කාලය තත්පර T ද නම්, එක් එක් අවස්ථාවේදී ආරෝහකයේ ත්වරණය සොයන්න.

i) ආරෝහකයේ චලිතය සඳහා ත්වරණ කාල වක්‍රය ඇඳ $t_0 = T - \frac{2V}{a}$ බව අපෝහනය කරන්න.

ii) ආරෝහකයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රය ඇඳ, ඒ නයින්, $V^2 - aTV + ah = 0$ බව පෙන්වන්න. $T \geq 2\sqrt{\frac{h}{g}}$ බව අපෝහනය කරන්න. (1994)

(15) වෑන් රථයක් A නගරයේ සිට B නගරය වෙත සෘජු ප්‍රධාන මාර්ගයක් ඔස්සේ ගමන් කරයි. $t = 0$ වේලාවේ දී A හි සිට නිශ්චලතාවෙන් ගමන් අරඹන වෑන් රථය, එහි $2u$ උපරිම වේගය ලබා ගැනීමට f නියත ත්වරණයෙන් චලනය වෙයි. $t = \frac{u}{2f}$ විට වෑන් රථය Aත් Bත් අතර වූ C හිදී රථවාහන පොලිස් රථයක් පසු කරයි. ඒහාම වෑන් රථය දකින පොලිස් රියදුරා තවත් $\frac{u}{2f}$ වේලාවකට පසු C හි සිට නිශ්චලතාවෙන් ගමන් අරඹා හැකි ඉක්මනින් වෑන් රථය අල්ලා ගැනීම පිණිස 2f නියත ත්වරණයෙන් පොලිස් රථය පදවයි. t_0 (> 0) කාලයක් පුරා එහි උපරිම වේගය පවත්වා ගැනීමෙන් පසු වෑන් රථය, B හිදී නිශ්චලතාවයට එළඹෙන්නේ 2f නියත මන්දනයක් යටතේය. වෑන් රථය පසුකරන තෙක් ම පවත්වා ගනු ලබන පොලිස් රථයේ උපරිම වේගය 3u නම්, වෑන් රථයේත් පොලිස් රථයේත් චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍ර එකම රූප සටහනක අඳින්න. ඒ නයින් $t_0 \geq \frac{9u}{8f}$ නම් ඒවායේ උපරිම වේග තිබෙන අතරතුරදී පොලිස් රථයට වෑන් රථය පසුකර යාමට හැකි බව පෙන්වන්න.

$t_0 < \frac{9u}{8f}$ නම්ද, $0 < t_1 < \frac{u}{f}$ වනසේ $t = \frac{2u}{f} + t_0 + t_1$ විට පොලිස් රථය වෑන් රථය පසු කරයි නම් ද $t_1 = \left[\frac{11u^2 - 8fut_0}{8f^2}\right]^{\frac{1}{2}} - \frac{u}{2f}$ බව පෙන්වන්න. (1995)

(16) පිළිවෙලින් a හා b දිගින් යුත් A හා B දුම්රිය දෙකක්, සෘජු සමාන්තර දුම්රිය පිලි මත ගමන් කරයි. ආරම්භයේදී ($t = 0$ මොහොතේදී) A හි ඉදිරිපස B හි පිටුපසට යන්තම් පිටුපසින් තිබෙන අතර නිශ්චලතාවේ සිට එක්වරම A දුම්රිය f ඒකකාර සීඝ්‍රතාවෙන් ද, B දුම්රිය $f'(< f)$ ඒකකාර සීඝ්‍රතාවෙන් ද, ත්වරණය වීමට පටන් ගනියි. $t = t_1$ මොහොතේදී A හි පිටුපස B හි ඉදිරිපස යන්තම් පසු කරන විට A දුම්රිය එතෙක් ලබාගත් ප්‍රවේගය නියතව පවත්වා ගැනීම අරඹයි. $t = t_2$ මොහොතේදී B ඉදිරිපස යළිත් A හි පිටුපස වෙත ළගා වන විට දුම්රිය දෙකම, එනම් A දුම්රිය f' ඒකකාර සීඝ්‍රතාවෙන් ද B දුම්රිය f ඒකකාර සීඝ්‍රතාවෙන් ද මන්දනය වීමට ආරම්භ වෙයි. B හා A දුම්රිය දෙක පිළිවෙලින් $t = t_3$ මොහොතේදී හා $t = t_4(> t_3)$ මොහොතේදී නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි. දුම්රිය දෙකේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වක්‍රවල දළ සටහන් එකම රූප සටහනක අඳින්න. ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ,

i) $t_1^2 = \frac{2(a+b)}{f-f'}$, ii) $t_2 = \left[\frac{2f}{f'} - 1\right] t_1$

iii) $t_4 - t_3 = \left(\frac{f-f'}{ff'}\right)^2 t_1$ බව පෙන්වන්න.

තවද, ගමන අවසානයේ දී B ට සාපේක්ෂව A ගේ පිහිටීම, $t = t_1$ මොහොතේ පිහිටීමම වෙයි නම්, $\frac{f}{f'} = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ බව පෙන්වන්න. (1996)

(17) අංශුවක් ආරෝහකයක වහලේ වූ දුනු තරාදියක් මඟින් සිරස් ලෙස එල්ලෙයි. ආරෝහකයේ උඩුකුරු චලිතය අවස්ථා තුනකින් සිදුවෙයි. මුල් අවස්ථාවේ දී ආරෝහකය f ms^{-2} නියත ත්වරණයෙන් ඉහළ නගියි. එවිට දුනු තරාදි පාඨාංකය $\left[1 + \frac{a}{8}\right]$kg ය. දෙවැනි අවස්ථාවේ දී ආරෝහකය තත්පර t_0 පුරා U ms^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙන් ඉහළ නගියි. එවිට දුනු තරාදි පාඨාංකය 1kg ය. අවසාන අවස්ථාවේ ආරෝහකය නිශ්චලතාවයට එන තෙක් f ms^{-2} නියත මන්දනයෙන් ඉහළ නගියි. එවිට දුනු තරාදි පාඨාංකය R kg ය. මෙහි $R \geq 0$ වේ.

i) a හා g ඇසුරෙන් f සහ R සොයන්න.

ii) ආරෝහකයේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල වකයේ දළ රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, $U = \dfrac{\sqrt{a^2 t_0^{\,2} + 4ah} - at_0}{2}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි h යනු මීටර්වලින් ආරෝහකය ඉහළ නැගි මුළු දුරයි. t_0 හා h අචල නම්, $U \leq \dfrac{2h}{\left[\left[t_0^{\,2} + \frac{4h}{g}\right]^{\frac{1}{2}} + t_0\right]}$ බව අපෝහනය කරන්න. (1998)

(18) S_1 නැවතුම් පොළක සිට නිශ්චලතාවයෙන් ගමන් අරඹන දුම්රියක වේගය, ශුන්‍යයේ සිට u උපරිම අගයක් දක්වා, නියත α සීඝ්‍රතාවයකින් වැඩි වෙයි. මෙම උපරිම වේගය t_1 කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ පවත්වාගෙන ගියායින් පසුව, රෝධක යෙදීමෙන් විචල්‍ය මන්දනයක් දුම්රියට ලැබේ. මෙම මන්දනය ශුන්‍යයේ සිට β දක්වා ඒකාකාරී ලෙස t_2 කාලයක් තුළ වැඩි වන අතර දුම්රිය ඊලඟ S_2 නැවම්පොළේ දී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. එකිනෙකට d දුරකින් පිහිටි S_1 සහ S_2 නැවතුම්පොළ අතර ගමන සම්පූර්ණ කිරීමට දුම්රිය ගන්නා මුළු කාලය T වෙයි.
ත්වරණ කාල වක්‍රයේ සහ ප්‍රවේග කාල වක්‍රයේ දළ රූප සටහන්, දෙකම කොටස් නම් කරමින් අඳින්න. ඒ නයින්, පහත දක්වෙන ප්‍රතිඵල පිහිටුවන්න.

i) $u = \dfrac{\beta}{2} t_2;$

ii) මන්දනය ආරම්භයේ සිට මැන්න t කාලයේදී දුම්රියේ වේගය, $V = u - \dfrac{\beta t^2}{2t^2}$ වේ. මෙහි $0 \leq t \leq t_2;$ වේ.

iii) $d = u\left[\dfrac{3}{2} + \dfrac{\beta}{4\alpha}\right] t_2 + ut_1;$

iv) $T = \dfrac{d}{u} + 2u\left[\dfrac{1}{3\beta} + \dfrac{1}{4\alpha}\right]$ (1999)

(19) කාලය $t = 0$ වන මොහොතේ දී බර අංශුවක් පොළොවේ සිට u ප්‍රවේගයක් සහිතව සිරස් ලෙස උඩු අතට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව හා පොළොව අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\ (< 1)$ නම්, $t \geq 0$ වන සියලු t අගයන් සලකා අංශුවේ චලිතය සඳහා ත්වරණ - කාල වක්‍රයේත් ප්‍රවේග - කාල වක්‍රයේත් දළ සටහන් අඳින්න.

අ) අංශුව පළමු වරට ඉහළ නගිමින් හා පහළ බසිමින් තිබෙන විට පොළොවට ඉහළින් h උසක පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් පසු කර යන්නේ t_1, t_2 වේලාවන්හි දී නම්, $t_1 t_2 = \dfrac{2h}{g}$ බව පෙන්වන්න.

ආ) අංශුව නිශ්චලතාවට පැමිණීමට පෙර මග ගෙවා යන මුළු දුර ප්‍රවේග - කාල වක්‍රය භාවිතයෙන් සොයා සම්පූර්ණ චලිත කාලය තුළ අංශුවේ මධ්‍යයක වේගය $\dfrac{\mu}{2(1+e)}$ බව අපෝහනය කරන්න. (1997)

(20) දිග මීටර 100 ක් වූ දුම්රියක් A නැවතුම් පොළකින් නිශ්චලතාවයේ සිට ගමන් අරඹා, නියත ත්වරණයකින් චලනය වෙයි. පසුව, දුම්රිය, B සංඥා කණුවක් පසු කිරීමට තත්පර 10 ක් ගනී. දුම්රියේ පිටිපස, B පසුකරන විට දුම්රිය චලනය වන්නේ $11\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකිනි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරයක් අඳින්න. මෙම ප්‍රස්ථාරය භාවිතයෙන් හෝ අන්ක්‍රමයකින්,

i) දුම්රියේ ඉදිරිපස B සංඥා කණුව පසුකර ගියේ කුමන ප්‍රවේගයකින්, කුමන කාලයේ දී දැයි සොයන්න.

ii) දුම්රියේ ත්වරණය සොයා, එහි පිටිපස B හි ඇතිවිට දුම්රිය ගමන් කළ මුළු දුර මීටර 302.5 බව පෙන්වන්න. (2000)

(21) නවතා ඇති පොලිස් - කාරයක් එය පසුකර යන, $72\ kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරන වෑන් රියක් නිරීක්ෂණය කරයි. ඉන් තත්පර 10 කට පසුව වෑන් රිය පසුපස හඹා යෑම සඳහා ගමන් අරඹන පොලිස් කාරය $f\ ms^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් 200 m දුර ගොස් $90\ km\ h^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී; අනතුරුව වෑන් රිය පසුකරක තෙක් ම එම ප්‍රවේගය පවත්වාගෙන යයි. වාහන දෙක ම සඳහා, ප්‍රවේගය - කාලය අතර දළ ප්‍රස්තාර එක ම රූප සටහනක අඳින්න.
පොලිස් - කාරයෙහි පළමු 200 m ගමනේ දී f ත්වරණයත්, එයට වෑන් රිය පසු කිරීමට, ඒවායේ ප්‍රථම හමුවීමේ සිට ගත වූ මුළු කාලයත් ගණනය කරන්න. (2001)

(22) චලනය වන දුම්රියකට කාලය $t = 0$ හිදී රෝධක යොදන ලදුව, දුම්රියට ඒකාකාර මන්දනයක් ලැබෙයි. $t = 20\ s$ සහ $t = 50\ s$ හි දී, රෝධක යෙදූ පිහිටීමේ සිට එහි විස්ථාපන පිළිවෙලින් 750 m සහ 1500m වෙයි. **දුම්රිය නිශ්චලතාවයට පැමිණීම** දක්වා එහි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.
i) දුම්රියේ මන්දනයත්, ii) $t = 50\ s$ හි දී දුම්රියේ ප්‍රවේගයත්,
iii) දුම්රිය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන විට t හි අගයත්, සොයන්න. (2002)

(23) බිම මත පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට U වේගයෙන් සිරස් ව උඩු අතට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබූ අංශුවක්, ගුරුත්ව බලයට පමණක් භාජනය වී චලනය වෙමින්, T කාලයකට පසු නැවත O ට වැටෙයි. අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.
ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරය පමණක් උපයෝගී කර ගනිමින්,
i) අංශුවේ, උඩු අතට චලිතය සඳහා ගත වූ කාලයත් යටියත් චලිතය සඳහා ගත වූ කාලයත් එකම බව ද, $\frac{U}{g}$ ට සමාන බව ද
ii) අංශුව නැගි වැඩිතම උස $\frac{1}{2}\frac{U^2}{g}$ බව ද
iii) t_1 සහ t_2 කාලවල දී අංශුව එකම උසකින් පිහිටියේ නම්, $t_1 + t_2 = T$ බව ද පෙන්වන්න. (2003)

(24) බිම සිට h උසකින් $\sqrt{2}gT$ වේගයෙන් තිරස් ව ප්‍රක්ෂේපණය කෙරෙන අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ චලනය වෙයි; මෙහි T යනු නියතයකි.
අංශුවේ ප්‍රවේගයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සඳහා වෙන වෙනම ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර අඳින්න.
අංශුව බිම පතිත වන විට එය ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{3}{2}gT^2$ දුරකින් වෙයි නම්, වේග - කාල ප්‍රස්තාර යොදා ගනිමින්, අංශුව බිමට ළඟා වීමට ගන්නා කාලය T බව හා $h = \frac{1}{2}gT^2$ බව පෙන්වන්න. (2004)

(25) පොළෙවේ සිට h උසකින්, $t = 0$ කාලයේදී, නිසලතාවයෙන් අත්හරිනු ලබන A නම් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස්ව වැටෙයි. ඒ මොහොතේ ම B නම් වෙනත් අංශුවක් පොළෙවේ ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව උඩු අතට ප්‍රක්ෂේප කරයි. එක් එක් අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරය එකම රූප සටහනේ අඳින්න.
ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන් $\frac{h}{u}$ කාලයේදී අංශු දෙක ම පොළොවෙහි සිට එකම උසකින් ඇති බව පෙන්වන්න. (2005)

(26) සෘජු පාරක සිටින මිනිසෙක්, තමාගෙන් යම් දුරක් ඉදිරියේ වූ බස් නැවතුමක නිශ්චලතාවයේ සිට නියත ත්වරණයකින් ගමන් අරඹන බස් රථයක් දකියි. ක්ෂණිකව, ඔහු බස් රථය පසු පස ඒකාකාර U ms^{-1} ප්‍රවේගයකින් දුව ගොස් තත්පර T කාලයක දී එයට යන්තමින් ගොඩවීමට සමත් වෙයි. මිනිසා සහ බස් රථය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර, එකම රූප සටහනක අඳින්න.
U සහ T ඇසුරෙන් බස් රථයේ ත්වරණයත්, බස් නැවතුමේ සිට මිනිසාගේ ආරම්භක දුරත් සොයන්න. (2006)

(27) නිශ්චලතාවයේ සිට ගමන් අරඹන දුම්රියක් $\frac{1}{3}$ ms^{-1} ඒකාකාර ත්වරණයකින් සෘජු මාර්ගයක චලනය වී V ms^{-1} ප්‍රවේගයක් ලබා ගනියි. ඊළගට, එය,V ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යම් කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ චලනය වෙයි. අවසානයේ දී, දුම්රිය 1 ms^{-2} ඒකාකාර මන්දනයකින් චලනය වී නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි. ගත වූ මුළු කාලය මිනිත්තුවක් වන අතර ගමන් කළ මුළු දුර මීටර 432 ක් වෙයි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරය ඇඳ V හි අගය සොයන්න.
ඒ නයින්, චලිතයේ අවස්ථා තුනෙහි දී ගමන් කළ දුරවල් 3 : 2 : 1 අනුපාතයට වන බව පෙන්වන්න. (2007)

(28) දුම්රියක් සෘජු මාර්ගයක, ඒකාකාර V kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සාමාන්‍යයෙන් ගමන් කරයි. මාර්ගයෙහි ඉදිරි අලුත්වැඩියාවක් නිසා දුම්රිය d km දුරක් ඒකාකාර මන්දනයකින් ගොස් U kmh^{-1} දක්වා ප්‍රවේගය අඩු කර ගනියි. ඊළගට දුම්රිය ඒකාකාර U ප්‍රවේගයෙන්, මාර්ගයේ අලුත්වැඩියා කෙරෙන 2d km දුර චලනය වෙයි. අනතුරුව, 3d km දුරක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වී, එය V ප්‍රවේගය නැවත ලබා ගනියි. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න. මාර්ගය අලුත්වැඩියාව නිසා අපතේ යන කාලය, දුම්රියේ සාමාන්‍ය චලිතය සමග සැසඳීමේ දී පැය $\frac{2d\,(V-U)(V+3U)}{UV(U+V)}$ බව සොයන්න. (2008)

(29) බැලුනයක්, පොළවට සාපේක්ෂව නියත U ප්‍රවේගයෙන් ඉහළ නගියි. කාලය $t = 0$ හි දී P අංශුවක්, බැලුනයට සාපේක්ෂව V ප්‍රවේගයෙන්, බැලුනයේ සිට සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය $t = t_1$ හි දී තවත් Q අංශුවක්, බැලුනයට සාපේක්ෂව V ප්‍රවේගයෙන් ම, බැලුනයේ සිට සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කාලය $t = t_2$ හි දී P සහ Q අංශු දෙක එකිනෙකට හමුවෙයි.
i) $0 \leq t \leq t_1$ ප්‍රාන්තරයේ දී, බැලුනයට සාපේක්ෂව P හි චලිතය සහ
ii) $t_1 \leq t \leq t_2$ ප්‍රාන්තරයේ දී, P සාපේක්ෂව Q හි චලිතය
සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන්, **වෙන වෙනම** අඳින්න.
ඒ නයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ, $t_2 = \frac{V}{g} + \frac{1}{2}t_1$ බව පෙන්වන්න.
අංශු දෙක හමුවන විට Q සහ P හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් U $\pm \frac{1}{2}gt_1$ බව, තවදුරටත් පෙන්වන්න. (2009)

(30) ස්කන්ධය M වූ P නම් අංශුවක්, පොළොව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට, $t = 0$ කාලයේ දී u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. එක එකක ස්කන්ධය ඉතා කුඩා $m \ (<< M)$ වූ P_1, P_2 හා P_3 නම් අංශු තුනක් පිළිවෙලින් $t = \frac{u}{2g}, t = \frac{u}{g},$ හා $t = \frac{3u}{2g},$ කාලවලදී P අංශුවට සාපේක්ෂව තිරස් ලෙස එකම අභිදිශාවට 2v, 3v, 6v ප්‍රවේගවලින් P අංශුවේ සිට ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි.

P අංශුවේ ප්‍රවේගය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

P_1, P_2 හා P_3 අංශුවල ප්‍රවේගයන්ගේ සිරස් සංරචක එක එකක් සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර, P අංශුවේ ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරයේ කොටස් සමග සමපාත වන බව පෙන්වා, එම කොටස් හඳුනාදෙන්න.

P_1, P_2 හා P_3 අංශුවල ප්‍රවේගයන්ගේ තිරස් සංරචක එක එකක් සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර වෙනම රූප සටහනක අඳින්න.

ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරය යොදාගනිමින්,

i) අංශු හතර $t = \frac{2u}{g}$ එකම කාලයේ දී පොළොවට ළඟාවන බව.

ii) P_1, P_2 හා P_3 අංශු තුන එකම ස්ථානයකදී පොළොවට වැටෙන බව, පෙන්වන්න.

(2010)

(31) අවකාශයෙහි O වූ ලක්ෂ්‍යයක සිට P අංශුවක් 2u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. එම මොහොතේදී ම, එම O ලක්ෂ්‍යයේ ම සිට, Q අංශුවක් u ප්‍රවේගයෙන් සිරස්ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. අංශු දෙකම ගුරුත්වය යටතේ චලනය වේ. P හා Q අංශුවල චලිත සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර **එකම රූප සටහනක** ඇඳ, P අංශුව එහි උපරිම උසට ළඟාවන විට, Q අංශුවෙහි ප්‍රවේගය 3u බව පෙන්වන්න.

(2011)

(32) P අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේදී ගුරුත්වය යටතේ u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. $\frac{u}{2g}$ කාලයකට පසු Q නම් තවත් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේදී ගුරුත්වය යටතේ $v(>u)$ ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A යනු P අංශුව ළඟා වන ඉහළතම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. P හා Q අංශු A ලක්ෂ්‍යයේදී හමු වෙයි. P හා Q අංශුවල සම්පූර්ණ චලිත සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර **එකම රූප සටහනක** අඳින්න. මෙම ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාර යොදාගෙන

i) $OA = \frac{u^2}{2g}$ බව

ii) $v = \frac{5u}{4}$ හා A ලක්ෂ්‍යයේදී Q අංශුවේ ප්‍රවේගය $\frac{3u}{4}$ බව

iii) Q අංශුව ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවන විට P අංශුව, O ලක්ෂ්‍යයේ සිට පිහිටන උස $\frac{7u^2}{32g}$ බව පෙන්වන්න.

(2012)

(33) අංශුවක් අචල දෘඪ තිරස් ගෙබිමක වූ ලක්ෂ්‍යයකින් සිරස්ව උඩු අතට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගුරුත්වය යටතේ චලනය වීමෙන් පසු එය ගෙබිම හා ගැටෙයි. අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e(0 < e < 1)$ වේ.

i) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග – කාල ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ii) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුව ගන්නා කාලය $\frac{2u}{g}(1 + e + e^2)$ බව පෙන්වන්න.

iii) නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට අංශුව ගන්නා මුළු කාලය $\frac{2u}{g(1-e)}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(2013)

(34) තිරසට α $[0 < \alpha < \frac{\pi}{2}]$ කෝණයකින් ආනත අචල සුමට තලයක වූ O ලක්ෂ්‍යයක P හා Q අංශු දෙකක් තබා ඇත. O හරහා වූ උපරිම බෑවුම් රේඛාව දිගේ උඩු අතට P අංශුවට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර, එම මොහොතේ ම, Q අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශු දෙක ආනත තලය හැර නොයන බව උපකල්පනය කරමින් P හා Q හි චලිත සඳහා ප්‍රවේග–කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.

මෙම ප්‍රස්තාරය භාවිතයෙන් P අංශුව O ලක්ෂ්‍යට නැවත පැමිණෙන මොහොත් දී Q අංශුව O සිට $\frac{2u^2}{g \sin \alpha}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. (2014)

(35) P හා Q අංශු දෙකක් අචල තිරස් ගෙබිමක් මත ලක්ෂ්‍ය දෙකක සිට පිළිවෙළින් u හා $\frac{u}{\sqrt{2}}$ වේගවලින් සිරස්ව ඉහළට එන විට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගෙබිම සිට $\frac{u^2}{4g}$ උසකින් අචල සමුට තිරස් සිවිලිමක් ඇත. සිවිලිමක් එය සමග ගැටෙන P අංශුවක් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{\sqrt{2}}$ වන අතර, අංශු දෙක ගුරුත්වය යටතේ පමණක් ඉහළට හා පහළට චලනය වේ.

i) P අංශුව සිවිලිම සමග ගැටීමට මොහොතකට පෙර එහි වේගයත්, ගැටීම සිදුවන මොහොත දක්වා ගත වූ T_1 කාලයත් සොයන්න.

P අංශුව එහි ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍ය කරා $\frac{u\sqrt{3}}{2}$ වේගයෙන් ආපසු පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.

ii) Q අංශුව, සිවිලිමට යන්තමින් ළඟා වන බව පෙන්වා, එම මොහොත දක්වා ගත වූ T_2 කාලය සොයන්න.

iii) P හා Q අංශු දෙකෙහි ප්‍රක්ෂේප මොහොතේ සිට ආපසු අදාළ ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍ය වෙතට පැමිණීම දක්වා, ඒවායේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන්, එක ම රූපයක අඳින්න.

iii) P හා Q අංශු දෙකෙහි ප්‍රක්ෂේප මොහොතේ සිට ආපසු අදාළ ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍ය වෙතට පැමිණීම දක්වා, ඒවායේ චලිත සඳහා ප්‍රවේග–කාල ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන්, එක ම රූපයක අඳින්න.

iv) ප්‍රවේග–කාල ප්‍රස්තාර භාවිතයෙන්, P අංශුව සිවිලිම සමග ගැටෙන මොහොතේ දී Q අංශුව, සිවිලිමට $\frac{u^2}{2g}\left(\sqrt{2}-1\right)^2$ සිරස් දුරක් පහළින් තිබෙන බව පෙන්වන්න.

(2015)

සාපේක්ෂ ප්‍රවේගය

(1) පැ.සැ. u වූ නියත වේගයකින් උතුරු දෙසට වූ සරල රේඛීය මාර්ගයක් ඔස්සේ නැවක් ගමන් කරයි. t = 0 වේලාවේ දී, සැතපුම් d දුරකින්, නැවට සාපේක්ෂ ව උතුරෙන් නැගෙනහිරට θ වූ දිශාවකින් සතුරු සබ්මැරීනයක් දිස් වේ. සබ්මැරීනයේ උපරිම වේගය පැ.සැ. V වේ. V < u සයින් θ නම් සබ්මැරීනයට නැව හමු විය නොහැකි බව දක්වන්න. u සයින් θ < V < u නම්, $t = t_1$ හා $t = t_2$ යන වේලාවන් අතර ඕනෑම අවස්ථාවක දී සබ්මැරීනයට, නැව හමුවිය හැකි බව පෙන්වා t_1 හා t_2 සොයන්න. $t_2 - t_1$ කාල අන්තරය සොයන්න. (1976)

(2) එක් නැවක් නොට් 24 ක වේගයෙන් හරි ඊසාන දිශාවට ගමන් කරන අතර දෙවැනි නැවක් නොට් 16 ක වේගයෙන් හරි වයඹ දිශාවට ගමන් කරයි. පළමුවන නැවෙහි නැවියන්ට තෙවැනි නැවක් බටහිර දිශාවට ගමන් කරන්නා සේ පෙනෙන අතර දෙවැනි නැවෙහි නැවියන්ට එය පෙනෙන්නේ අංශක 15^0 ක් නැගෙනහිරින් උතුරු දිශාවට ගමන් කරන්නාක් මෙනි. තෙවෙනි නැවෙහි ගමන් මගත් වේගයත් සොයන්න. (1977)

(3) A, B හා C නම් ගුවන් තොටුපළ තුනක් පාදය a බැගින් වූ සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටා ඇත. නිසල දිනක, සුළඟක් නැති විට ගුවන් යානයකට උපරිම v වේගයකින් යාත්‍රා කළ හැක. AB දිශාවට u (< v) වේගයකින් සුළඟක් හමන විට ABCA පථය ඔස්සේ නොනැවතී යාමට ගුවන් යානය ගන්නා අඩුම කාලය $\left[\frac{v+\sqrt{4v^2-3u^2}}{v^2-u^2}\right]$ a බව පෙන්වන්න. නිසල දිනකදී ABCA ඔස්සේ V වේගයෙන් ගමන් කිරීමට ගුවන් යානයට ඉන්ධන ලීටර N ප්‍රමාණයක් අවශ්‍ය වේ නම් ඉහත කී බඳු සුළඟක් ඇති දිනකදී අවශ්‍ය වන ඉන්ධන ප්‍රමාණය කොපමණ ද? (1978)

(4) අහස් යානයක් ඍජු ගමන් මගක් ඔස්සේ A සිට B තෙක් ද ආපසු B සිට A තෙක් ද පියාසර කරයි. නිසල කාලගුණයේ දී එහි වේගය u ද, මෙ දෙගමනට ගත වන කාලය T ද වෙයි. එක්තරා දිනයක දී සුළඟේ ප්‍රවේගය AB ට θ කෝණයක් ආනත දිශාවක් ඔස්සේ v ය. A සිට එපිටහ යන ගමනේ දීත් A කරා ආපසු එන ගමනේ දීත් අහස් යානය AB ට $\sin^{-1}\left\{\frac{v}{u}\sin\theta\right\}$ කෝණයකින් ආනත දිශා ඔස්සේ යොමු කල යුතු බව සාධනය කරන්න. මේ දෙගමනට ගත වන කාලය $\frac{Tu\sqrt{(u^2-v^2\sin^2\theta}}{u^2-v^2}$ බව ද සාධනය කරන්න. අහස් යානයේ සම්පූර්ණ ගමන් මග ABCD තිරස් සමචතුරස්‍රයක් නම් ද සුළඟේ දිශාව විකර්ණවලින් එකකට සමාන්තර නම් ද වට ගමන සඳහා ගතවන මුළු කාලය සොයන්න. (1980)

(5) එක් නැවක් නොට් 36 ක වේගයෙන් දකුණු දෙසට යාත්‍රා කරයි. දෙවැනි නැවක් නොට් 24 ක වේගයෙන් නැගෙනහිර දෙසට යාත්‍රා කරයි. පළමු වැනි නැවේ නාවුක පිරිසට තුන්වැනි නැවක් ඊසාන දිශාවකට යාත්‍රා කරනු සේ පෙනෙයි. දෙවැනි නැවේ නාවුක පිරිසට මේ තුන්වැනි නැව 30^0 ක් දකුණින්, බටහිර දිශාවකට යාත්‍රා කරන සේ පෙනෙයි. තුන්වැනි නැවේ ගමන් මාර්ගයත්, වේගයත් සොයන්න. (1980)

(6) මිනිසකුට නිසල දියෙහි u ms^{-1} සතත වේගයකින් බෝට්ටුවක් පැදවිය හැක. බල්ලකුට නිසල දියෙහි v ms^{-1} සතත වේගයකින් පිහිනිය හැකි ය. මිනිසාත් බල්ලාත් v ms^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සතත ලෙස ගලා යන මීටර a පළලැති ඍජු ගඟක එකම ඉවුර මත පිළිවෙලින් A,B ලක්ෂ්‍ය දෙකක සිටිති. AB හි දිග මීටර d වේ. V හි $(V < u < v)$ දිශාවෙන් AB පිහිටා ඇත. A ට කෙලින්ම ප්‍රතිවිරුද්ධ ලෙස පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයේ දී අනෙක් ඉවුර වෙත එළැඹෙන සේ මිනිසා ගඟ හරහා තම බෝට්ටුව පදවයි. A සිට C කරා යාමට ඔහුට ගත වන කාලය තත්පර $\frac{a}{\sqrt{u^2-v^2}}$ බව පෙන්වන්න. මිනිසා A හි දී තම බෝට්ටුව දියත් කරන විට බල්ලා B හි දී දියට පැන ගඟේදී මිනිසා මුණගැසෙන සේ සරල රේඛාවක් ඔස්සේ පිහිනයි. ඔවුන් A සිට $\frac{d\sqrt{u^2-V^2}}{\sqrt{v^2-u^2+V^2}-V}$ m දුරින් AC මත පිහිටි D ලක්ෂ්‍යයක දී එකෙක් අනෙකාට හමුවන්නේ මේ දුර a ට අඩු නම් බව සාධනය කරන්න. (1982)

(7) ගුවන් යානයක සංචාරක වේගය v kmh^{-1} වේ. නිසල දිනයක සුළඟක් නැති විට මේ ගුවන් යානය ඉන්ධන නැවත පිරවීමක් නැතිව d km උපරිම දුරක් නොනැවතී පියාසර කිරීමට සමත්ය. සුළං හමන දිනයක u kmh^{-1} වේගයකින් උතුරෙන් හමා එන සතත ඒකාකාර මද සුළඟක් ඇති විට ගුවන යානය O කඳවුරක සිට ඊට θ^0 උතුරෙන් නැගෙනහිරට පිහිටි R ලක්ෂ්‍යයක් වෙතට නොනැවතී පියාසර කර ආපසු O කඳවුරට පැමිණෙයි. OR දුරට තිබිය හැකි උපරිම අගය $k = u/v$ වන, $\frac{d\ (1-k^2)}{2\,(1-k^2 \sin^2\theta)^{1/2}}$ km බව පෙන්වන්න.

i) $\theta = 0$ ii) $\theta = \pi/2$ iii) $\theta = \pi$ යන එක් එක් අවස්ථාවේ දී ගුවන් යානය පිටි අතට හා ඇතුළු අතට කරන පියාසැරුම්වල දී පරිභෝජනය කෙරෙන ඉන්ධනවල අනුපාතය සොයන්න. (1983)

(8) A, B, C නැමැති ගුවන් තොටුපොළ තුනක් O නැමැති තවත් ගුවන් තොටුපොළක් වටා පිහිටා ඇත. OA = OB = OC = මීටර a සහ $A\hat{O}B = B\hat{O}C = C\hat{O}A$ වේ. නිසල දිනයක සුළඟක් නැතිවිට ගුවන් යානයකට u ms^{-1} උපරිම වේගයකින් පියාසර කළ හැක. v ms^{-1} $(v < u)$ වේගයකින් OA දිශාවට සතත ඒකාකාර සුළඟක් හමා යයි නම් OAOBOCO මඟින් දැක්වෙන පථය පියාසර කිරීමට යානය ගන්නා අවම කාලය, $2a\left\{u + \sqrt{(4u^2 - 3v^2)}\right\} / (u^2 - v^2)$ s බව පෙන්වන්න. (1984)

(9) i) A, B, C, D වූ කලී පාදයක දිග a වන ABCD සමචතුරස්‍රයක ශීර්ෂවල පිහිටි ගුවන් තොටුපොළ හතරකි. නිශ්චල වාතයේදී ගුවන් යානයක වේගය u වෙයි. අනවරත ඒකාකාර සුළඟක් AB දිශාවට, v $(< u)$ වේගයෙන් හමන විට ABCDA මඟ දිගේ නොනැවතී පියාසර කිරීමට ගුවන් යානය ගන්නා කාලය සොයන්න.

ii) P, Q යනු ඒකාකාර ලෙස ගලා යන ඍජු ගඟක එකම ඉවුරේ පිහිටි තොටුපොළ දෙකකි. දුම් බෝට්ටුවක් P සිට Q තෙක් යාත්‍රා කිරීමට පැය t_1 ක් ද Q සිට P තෙක් යාත්‍රා කිරීමට පැය t_2 $(> t_1)$ ක්ද ගනී. දැව කඳක් P සිට Q තෙක් පාවී යාමට ගන්නා කාලය පැය $\frac{2t_1t_2}{t_2-t_1}$ බව පෙන්වන්න. (1986)

(10) A, B මගී අහස්යානා දෙක පිළිවෙලින් u, v $(v > u\sqrt{2})$ ඒකාකාර ප්‍රවේග සහිතව පොළොවේ සිට එකම උසකින් පියාසර කරයි. A අහස් යානය උතුරු දෙසට ගමන් කරයි. එක්තරා මොහොතක දී, B අහස් යානය, නැගෙනහිර දෙසින් d දුරකින් පිහිටා ඇති බවත් ගැටුම් ගමන් මගක පියාසර කරන බවත් A අහස් යානයේ වූ රේඩාර් තිරයේ දිස්විණි. B ගේ චලිතයේ දිශාව සොයන්න. ගැටුම වලක්වාලීම සඳහා A අහස් යානයේ වේගය හෝ උස හෝ වෙනස් නොකර වහාම එහි ගමන් මග වෙනස් කරනු ලැබේ. ජ්‍යාමිතික ක්‍රමයකින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ

i) A අහස් යානයට ඕනෑ ම මාර්ගයක ගමන් කළ හැකි බවත්,

ii) A හි ගමන් මග උතුරින් බටහිරට $\cos^{-1}\left[\frac{u}{v}\right]$ ක දිශාවට යොමු කළ විට A ට සාපේක්ෂ ලෙස B ගේ වේගය අඩුතම බවත්

iii) B අහස් යානය A ගෙන් හැකිතරම් ඈතින් තබා ගැනීම සඳහා A ගේ ගමන් මග දකුණින් බටහිරට $\pi - 2\cos^{-1}\left[\frac{u}{v}\right]$ කෝණයක් ඇති දිශාවකට යොමුකළ යුතු බවත් පෙන්වන්න.

ඉහත (ii), (iii) යන එක් එක් අවස්ථාවේ දී A සිට B ට ඇති කෙටිම දුර සොයන්න. (1987)

(11) යුධ නැවක් ඍජු මාර්ගයක් ඔස්සේ ඒකාකාර වේගයෙන් ගමන් කරයි. එක්තරා දිනෙක යුධ නැවට නැගෙනහිරින් d km දුරකින් සතුරු යාත්‍රාවක් දක්නා ලදී. යාත්‍රාව පැයට කිලෝමීටර v වන ඒකාකාර වේගයකින් උතුරු දෙසට ගමන් කරයි. යුධ නැවට ලබා ගත හැකි උපරිම වේගය පැයට කිලෝමීටර V ද (මෙහි $V < v$) එහි ඇති තුවක්කුවලින් වෙඩි තැබිය හැකි පරාසය කිලෝමීටර R ද වෙයි. $R < \frac{d}{v}\sqrt{v^2 - V^2}$ නම්, යාත්‍රාව අනතුරෙන් තොරව ඇති බව සාපේක්ෂ ප්‍රවේග මූලධර්මය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න. (1988)

(12) උතුරු දෙසට පැයට මුහුදු සැතපුම් 16 ක වේගයෙන් යාත්‍රා කරන A නම් යුධ නැවක කපිතාන්ට බටහිර දෙසින් මුහුදු සැතපුම් 8 ක දුරෙකින් B නම් සතුරු යාත්‍රාවක් 30^0 ක් දකුණින් නැගෙනහිර දිශාවකට ගමන් කරන සේ පෙනේ. B හි සැබෑ ප්‍රවේගය 60^0 ක් දකුණින් නැගෙනහිර දිශාවක් ඔස්සේය.

i) B හි සැබෑ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය සොයන්න.

ii) A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය සොයන්න.

iii) ඒවා එකිනෙකට ආසන්නතම අවස්ථාවේ දී B සිට A හි දිගංශය සොයන්න.

iv) A යුද නැවෙන් වෙඩි තැබිය හැකි පරාසයේ උපරිමය මුහුදු සැතපුම් 7 ක් වෙයි නම්, මිනිත්තු $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ ක කාලයක් තුළ B යාත්‍රාව අනතුරුදායකව පවතින බව පෙන්වන්න. (1990)

(13) අහස්යානයක්, පැය T කාලයක ගමනක් (පියාසැරුමක්) සඳහා ප්‍රමාණවත් ඉන්ධන රැගෙන යයි. නිසල කාලගුණය තිබෙන විට එහි වේගය u kmh^{-1} ය. අහස්යානයේ ගමන් (පියාසර) මඟ වෙනස් කිරීම සඳහා ගත වන්නේ නොගිණිය හැකි තරම් කාලයක් යැයි උපකල්පනය කරමින් උතුරේ සිට දකුණු දිශාවට $v(< u)$ km h^{-1} වේගයකින් හමන සුළඟක් ඇති විට θ^0 උතුරින් නැගෙනහිර දිශාවට අහස්යානයේ ක්‍රියාත්විත පරාසය (පිටතට යාම සහ ආපසු ඒම) $R = \frac{T}{2}\frac{(u^2 - v^2)}{\sqrt{(u^2 - v^2\sin^2\theta)}}$ බව පෙන්වන්න. R පරාසය උපරිමයක් වන්නේ θ හි කවර අගයක් සඳහාද? උපරිම පරාසයක් ලබාගනු වස්, පිටතට පියාසැරුමේ දීත් ආපසු පියාසැරුමේ දීත් අහස්යානයක් හැසිරිවිය යුත්තේ කවර දිශාවලින්ද ? (1991)

(14) නොට් u උපරිම වේගයක් සහිත Q නම් හොර බඩු බෝට්ටුවක් A පිහිටීමේ තිබෙයි. A ට දකුණු දෙසින් නැව් සැතැප්ම a දුරකින් වූ P මුර සංචාරක බෝට්ටුවක් නොට් $v(> u)$ නියත ප්‍රවේගයකින් උතුරු දෙසට යාත්‍රා කරන බව ආරංචි විය. P හි ගමන් මඟ වෙනස් නොකළහොත්, P ගේ ගමන් මඟට හැකි තාක් ඈතින් සිටීම සඳහා Q යාත්‍රා කළ යුතු දිශාව සොයන්න. මේ අවස්ථාවේ දී ඒවා අතර කෙටිම දුර කොපමණ ද? තවත් අවස්ථාවක දී, v ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරන P මුර සංචාරක බෝට්ටුව විසින්, නැව් සැතැප්ම b බටහිරින් පිහිටි Q හොර බඩු බෝට්ටුව, නොට් $\sqrt{v^2 - u^2}$ ප්‍රවේගයකින් නැගෙනහිරින් දකුණට $\cos^{-1}\left[\frac{u}{v}\right]$ කෝණයක් සාදන දිශාවට යාත්‍රා කරනු දක්නා ලදී. ඇත්ත වශයෙන්ම Q බෝට්ටුව එහි u උපරිම වේගයකින් ගමන් කරන බව පෙන්වන්න. එහි චලිතයේ දිශාව සොයන්න. දැන් Q බෝට්ටුව තම ගමන් මාර්ගය වෙනස් නො කළහොත්, එය අල්ලා ගැනීම සඳහා, බටහිරින් උතුරට $\sin^{-1}\left[\frac{u^2}{v^2}\right]$ කෝණයක් සාදන දිශාවට P බෝට්ටුව ගමන් කළ යුතු බවත් පැය $\frac{bv}{\sqrt{v^2 - u^2}\left[u + \sqrt{u^2 + v^2}\right]}$ කාලයකට පසු අල්ලා ගැනීම සිදු වන බවත් පෙන්වන්න. (1992)

(15) ජෙට් ගුවන් යානයකට $V \text{ km h}^{-1}$ අනවරත වේගයක් ද නිසල කාලගුණයක් තිබෙන විට කිලෝමීටර R_0 ක්‍රියාන්විත පරාසයක්ද (යාමට හා ඒමට) ඇත. උතුරු දෙසට $W(< v) \text{ km h}^{-1}$ වේගයෙන් සුළඟක් හමන විට උතුරින් θ^0 නැගෙනහිරට ජෙට් ගුවන් යානයේ ක්‍රියාන්විත පරාසය (යාමට හා ඒමට) කිලෝමීටර R වේ. ජෙට් ගුවන් යානයට රැගෙන යා හැක්කේ පැය T කාලයක ගමනකට පමණක් සෑහෙන ඉන්ධන ප්‍රමාණයක් යැයි උපකල්පනය කර $R = \frac{R_0}{v} \frac{(v^2-W^2)}{\sqrt{v^2-W^2\sin^2\theta}}$ බව පෙන්වා $R \le R_0\left[1-\frac{W^2}{v^2}\right]^{1/2}$ බව ද අපෝහනය කරන්න. (1993)

(16) $v \text{ km h}^{-1}$ කින් යාත්‍රා කරන P බෝට්ටුවක් A වරායෙන් පිටත් වන්නේ A ට $d \operatorname{cosec} \alpha$ km නැගෙනහිරින් වූ B වරායෙන් පිටත් වන Q බෝට්ටුවේ සිට d km ක පරාසයක් තුළට පිවිසෙන පරිද්දෙනි. Q බෝට්ටුව $u (< v) \text{ km h}^{-1}$ කින් දකුණු දෙසට යාත්‍රා කරයි. පරාසය තුළට පිවිසීම සඳහා P බෝට්ටුව ගමන් කළ යුතු අන්ත්‍ය දිශා දෙක අතර කෝණය 2α බව පෙන්වන්න. (1995)

(17) ගුවන් යානයක, නිසල වාතයේදී වේගය $u \text{ km h}^{-1}$ වෙයි. පෘථිවියට සාපේක්ෂව එහි ගමන් මඟ වන්නේ පාදයක් d km දිග ABCDEFA සවිධි ෂඩස්‍රයකි. AB දිශාවට $v \text{ km h}^{-1}$ $(v < u)$ ප්‍රවේගයකින් හමන සතත ඒකාකාර සුළඟක් ඇත. ෂඩස්‍රයේ පාද හය ඔස්සේ වන ගමන් සියල්ලම සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ (හැකි නම් එකම රූප සටහනක) අඳින්න. ඉංග්‍රීසි අකුරුවල අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන අතට ගමන් වාරයක් සම්පූර්ණ කිරීමට ගුවන් යානයට ගත වන මුළු කාලය, පැය $\frac{2d}{u^2-v^2}\left[u+\sqrt{4u^2-3v^2}\right]$ බව පෙන්වන්න. සුළඟට සාපේක්ෂව ගුවන් යානයේ පෙත සංවෘත වක්‍රයක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. (1996)

(18) අ) P හා Q නම් කුඩා වීදුරු බෝල දෙකක් පිළිවෙළින් $3i - j$ හා $ai - 3j$ ප්‍රවේග සහිතව oxy තලයේ චලනය වෙමින් පවතී. මෙහි a යනු නියතයක්ද, i, j යනු පිළිවෙළින් $\overrightarrow{OX}$ හා $\overrightarrow{Oy}$ අක්ෂ ඔස්සේ පිහිටන ඒකක දෛශික ද වේ. $t = 0$ වේලාවේ දී $A \equiv (-3,-2)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි P පිහිටන අතර $B \equiv (2,8)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි Q පිහිටයි. Q ට සාපේක්ෂව P හි පෙතෙහි සමීකරණයත් මෙම චලිතයේ දී වීදුරු බෝල දෙක අතර ඇති වන කෙටිම දුරත් සොයන්න. එනයින් Q සමඟ P ගැටීම සිදුවිට හැක්කේ $a = 2$ ම නම් පමණක් බව අපෝහනය කරන්න.

ආ) m ස්කන්ධයෙන් යුතු අංශුවක් පොළොවේ සිට සිරස් ලෙස උඩු අතට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශුවේ මුළු ශක්තිය සම්පූර්ණ චලිතය ඔස්සේම සංස්ථිතිව පවතින බව පෙන්වන්න. (1997)

(19) අ) Oxy – තලයෙහි චලනය වන අංශුවක r පිහිටුම් දෛශිකය, t කාලයේ දී, $r = (8 + 20t)\, i + (90 + 10t - 5t^2)\, j$ මඟින් දෙනු ලැබේ. මෙහි i සහ j යනු පිළිවෙළින් $\overrightarrow{ox}$ සහ $\overrightarrow{oy}$ අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශික වේ. $t = T$ වන විට අංශුව, එහි ආරම්භක චලිත දිශාවට සෘජුකෝණීව චලනය වේ. T හි අගය සහ මෙම මොහොතේ දී අංශුවෙහි පිහිටීමට ආරම්භක පිහිටීමේ සිට දුර සොයන්න. t කාලයේදී, අංශුවෙහි ත්වරණයත් සොයන්න.

ආ) මෝටර් සයිකලයක් ඍජු සමතලා පාරක එක් දාරයකට සමාන්තරව V නියත ප්‍රවේගයකින් චලනය වන අතර එම දාරයේ සිට නියත a දුරක් පවත්වා ගනී. එම දාරයේ සිටි ළමයෙක් මෝටර් සයිකලයට b දුරක් ඉදිරියෙන් පාරට පියවර තබා, පාරට θ කෝණයකින් වූ U නියත ප්‍රවේගයකින් පාරෙන් අනික් පැත්තට ඇවිදගෙන යයි. මෙහි $U < V$ වේ. මෝටර් සයිකලයට සාපේක්ෂව ළමයාගේ පෙත සොයා $U > \frac{Va}{\sqrt{a^2+b^2}}$ වෙයි නම්, මෝටර් සයිකලයට ඉදිරියෙන් අනතුරක් නැතිව ළමයාට පාරෙන් මාරු විය හැකි බව පෙන්වන්න. (1999)

(20) අ) Oxy – තලයේ P අංශුවක් චලනය වන්නේ, t කාලයේ දී එහි ප්‍රවේගය, $V = \mathbf{i}a\omega \sin\omega t + \mathbf{j}a\omega \cos\omega t$ වන පරිදිය. මෙහි a, ω නියත වන අතර i, j මගින් Ox, Oy ඍජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ දිගේ පිළිවෙලින් ගත් ඒකක දෛශික වෙයි. $t = 0$ වන විට අංශුව පිහිටුම් දෛශිකය $2a\mathbf{i}$ සහිත ලක්ෂ්‍යයෙහි ඇත. t කාලයේදී P හි පිහිටුම් දෛශිකය r සොයා $r - a\mathbf{i}$ නියත විශාලත්වයකින් යුතු බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් P හි පෙත හඳුන්වා දෙන්න. P අංශුව 0 වෙත පළමුවෙන් ළගාවන කාලය සොයන්න.

ආ) A සහ B අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් $u\mathbf{i} + v\mathbf{j}$ සහ $-4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ නියත ප්‍රවේග සහිතව Oxy තලයේ චලනය වෙයි. A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය සොයන්න. කාලය $t = 0$ වන විට A අංශුව O මූලයේද, B අංශුව $10\,\mathbf{i}$ පිහිටුම් දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යයේ ද ඇත. පසුව අංශු එකිනෙක ගැටේ.

i) v හි අගයත් A හි අඩුතම වේගයත් සොයන්න.

ii) $t = 2$ වන විට ගැටීම සිදුවෙයි නම් **u** හි අගය සොයන්න. (2000)

(21) පළල d වූ ඍජු ගඟක ජලය ඒකාකාර u වේගයෙන් ගලා යයි. ජලයට සාපේක්ෂව v වේගයකින් පිහිනීමට හැකි මිනිසෙක් ගං ඉවුරට ලම්බව ගඟ හරහා චලනය වන පරිදි පිහිනයි. ගඟ තරණය කිරීමට මිනිසා ගන්නා T කාලය සොයන්න. එම මිනිසාට d දුරක් ඉවුරට සමාන්තරව උඩුගං බලා පිහිනා ආපසු ආරම්භක ස්ථානයට පිහිනීමට ගතවන කාලය $\frac{2VT}{\sqrt{v^2-u^2}}$ බව පෙන්වන්න. $u > v$ විය යුත්තේ ඇයි ? (2000)

(22) වේගය u kmh^{-1} වූ මෝටර් බෝට්ටුවකට නියත v (< u) km h^{-1} ප්‍රවේගයෙන් වයඹ දිශාවට ගමන් කරන නැවක් ඇල්ලීමට අවශ්‍ය ව ඇත. ආරම්භයේ දී නැව මෝටර් බෝට්ටුවෙන් d km උතුරෙන් දිස් වේ. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ නැව ඇල්ලීම සඳහා මෝටර් බෝට්ටුවට චලනය විය යුතු දිශාව සොයන්න. නැව ඇල්ලීම සිදුවන්නේ පැය $\frac{\sqrt{2}d\left[\sqrt{2u^2-v^2}+v\right]}{2(u^2-v^2)}$ කාලයකට පසුව බව පෙන්වන්න. (2001)

(23) මෝටර් සයිකල් කරුවෙක් සරල රේඛීය සමතලා පාරක නියත V වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට සයිකලය පදවන විට, නියත ප්‍රවේගයෙන් හමන සුළඟක් දකුණු දිශාවේ සිට හමන්නාක් සේ පෙනෙයි. සයිකල් කරුවා ඔහුගේ ගමන් දිශාව වෙනස් නොකර වේගය දෙගුණ කළ විට සුළඟ ගිණිකොන දිශාවේ සිට හමන්නාක් සේ පෙනෙයි. මෙම අවස්ථා දෙක සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ සුළඟේ නියම ප්‍රවේගය විශාලත්වයෙන් හා දිශාවෙන් සොයන්න. (2002)

(24) උතුරු දිශාවට ඒකාකාර V ප්‍රවේගයකින් යාත්‍රා කරන A නැවකට, උතුරෙන් නැගෙනහිරට අංශක α කෝණයකින් යොමු වූ දිශාවෙන් තමා දෙසට එළැඹෙන B කුඩා දුම් නැවක් දිස් වේ. එම මොහොතේ ම A නැවට, දකුණෙන් බටහිරට අංශක α කෝණයකින් යොමු වූ දිශාවෙන් තමා දෙසට එළැඹෙන වෙනත් C දුම් නැවක් ද දිස් වේ. B හා C එක් එක් නැව නිශ්චල ජලයේ U ඒකාකාර වේගයෙන් චලනය වන අතර B නැව දකුණෙන් බටහිරට අංශක ϕ කෝණයක් සාදන දිශාවටද පදවනු ලැබේ. $0^0 < \theta < \alpha < \phi < 90^0$ නම්, A සහ B සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයද A සහ C සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයද එකම රූප සටහනක අඳින්න. එම රූප සටහන භාවිතයෙන්,

i) $\dfrac{U}{\sin\alpha} = \dfrac{V}{\sin(\alpha-\theta)} = \dfrac{V}{\sin(\phi-\alpha)}$ බව ද

ii) C ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $2\sqrt{U^2 - V^2\sin^2\alpha}$ බව ද පෙන්වන්න. (2003)

(25) පළල w වූ මෝටර් කාරයක් ඍජු පාරක් දිගේ පදික වේදිකාවේ ගැවී නොගැවී එයට සමාන්තර ව ඒකාකාරව චලනය වෙයි. කාරයට l දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ අයිනේ වූ පයින් යන මගියෙක් පාර හරහා යාම සඳහා ඒකාකාරව ගමන් කිරීමට පටන් ගනියි. පාරට සාපේක්ෂව, කාරයේ වේගය v හා මගියාගේ වේගය u නම්, $u > v \sin\alpha$ වෙතොත් මගියාට කාරය ඉදිරියෙන් ආරක්ෂාකාරීව පාර හරහා මාරුවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි $\alpha = \tan^{-1}\left[\dfrac{w}{l}\right]$ වේ. $u = v\sin\alpha$ නම්, පාරට සාපේක්ෂව කාරයේ චලිතයේ දිශාව සමග $\dfrac{\pi}{2} - \alpha$ කෝණයක් සාදන දිශාවක් දිගේ පාරට සාපේක්ෂව ඇවිදීමෙන් මගියාට යම්තමින් කාරයට ඉදිරියෙන් පාර හරහා මාරු විය හැකි බව පෙන්වන්න. (2004)

(26) නැවක් නැගෙනහිර දිශාවට සහ උතුරු දිශාවට පිළිවෙලින් ජලයට සාපේක්ෂව u හා v සංරචක සහිතව ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් යාත්‍රා කරයි. නැව, සබ්මැරීනයකට d දුරක් උතුරින් ඇති විට නැව විනාශ කිරීමේ අරමුණින් ටොර්පිඩෝව සබ්මැරීනයෙන් පත්තු කෙරෙයි. ටොර්පිඩෝව ජලයට සාපේක්ෂව w ප්‍රවේගයෙන් ඒකාකාරව චලනය වන්නේ යැයි උපකල්පනය කරමින් ටොර්පිඩෝව නැව සමඟ ගැටෙයි නම් එවිට $w > u$ බව පෙන්වා ටොර්පිඩෝව සබ්මැරීනයේ සිට නැව වෙතට චලනය වීමට ගන්නා කාලය සොයන්න. (2005)

(27) එකිනෙකට මීටර් d දුරකින් වූ ඍජු සමාන්තර ඉවුරු දෙකක් සහිත ගඟක ජලය නියත U ms^{-1} ප්‍රවේගයකින් ගලයි. ජලයට සාපේක්ෂව 2U ms^{-1} වේගයකින් චලනය වන බෝට්ටුවකට ඍජු ගමන් මගක් ඔස්සේ එක ඉවුරක A ලක්ෂ්‍යයක සිට අනෙක් ඉවුරේ B ලක්ෂ්‍යයක් වෙත ගොස් ආපසු A වෙත පැමිණීමට අවශ්‍ය වෙයි. උඩු ගං දිශාව සමඟ $\overrightarrow{AB}$ එක්තරා α සුළු කෝණයක් සාදන අතර A සිට B දක්වා ගමනට ගතවන කාලය B සිට A දක්වා ගමනට ගතවන කාලය මෙන් දෙගුණයක් වෙයි. A සිට B වෙත ගමන සහ ආපසු ගමන සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ,

i) $\sin\alpha = \sqrt{\dfrac{5}{8}}$ බව ද

ii) A සිට B වෙත ගමනේදී ඉවුරුවලට සාපේක්ෂ බෝට්ටුවේ ප්‍රවේගයෙහි විශාලත්වය $U\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ බව ද පෙන්වන්න. බෝට්ටුව ගමන් දෙකටම ගන්නා මුළු කාලය අපෝහනය කරන්න. (2006)

(28) මෝටර් බෝට්ටුවක් U kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙන් උතුරු දිශාවට ගමන් කරන නැවක් දකියි. දකින මොහොතේ දී පිළිවෙලින් නැගෙනහිර සහ උතුරු දිශාවලට වූ Ox, Oy කාටීසිය අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් නැවෙහි ඛණ්ඩාංක (6d, 2d) වෙයි ; මෙහි O මූලය බෝට්ටුවෙහි ගනු ලබන අතර දුර කිලෝමීටරවලින් මනිනු ලැබෙයි. බෝට්ටුව නැව හමුවීම සඳහා ක්ෂණිකව නැගෙනහිරින් උතුරට α සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට V kmh^{-1} නියත ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කිරීම අරඹයි. $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව දී ඇත්නම් නැවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවෙහි පෙත අඳින්න. ඒ නයින්, U ඇසුරෙන් V හි අගය සොයා හමුවීමට ගතවන කාලය පැය $\frac{5d}{2U}$ බව පෙන්වන්න. (2007)

(29) සුළඟට සාපේක්ෂව වේගය V kmh^{-1} වන හෙලිකොප්ටරයක් පාදයක දිග a km වූ ABCD සමචතුරස්‍ර ගුවන් පෙතක අකුරු පිළිවෙල මඟින් දක්වෙන අතට පියාසර කරයි. AB පාදය සමඟ θ සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවකට ඒකාකාර w (< v) kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් සුළඟක් හමයි. පෙතෙහි ශීර්ෂ වටා හැරීමේ දී කාලය අපතේ නොයන බව උපකල්පනය කර ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ A සිට B දක්වා ගතවන කාලයේත් C සිට D දක්වා ගතවන කාලයේත් එකතුව පැය $\frac{2a\sqrt{v^2-w^2\sin^2\theta}}{(v^2-w^2)}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, පූර්ණ පෙත සඳහා ගන්නා මුළු කාලය T සොයා T උපරිමයක් වන θ හි අගය සොයන්න. (2007)

(30) u kmh^{-1} වේගයෙන් ගමන් කරන සබ්මැරීනයක් දකුණින් 30^0 ක් බටහිර දිශාවට d km දුරකින් මුහුදේ වූ නැවක් දකියි. එම නැව v kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් උතුරට ගමන් කරමින් තිබෙයි. මෙහි u < v < 2u වේ. නැවට සාපේක්ෂව සබ්මැරීනයේ චලිතය සැලකීමෙන් නැව අල්ලා ගැනීම සඳහා සබ්මැරීනය දිශා දෙකකින් එකක් ඔස්සේ ගමන් කළයුතු බව පෙන්වා, එම දිශා දෙක අතර කෝණය සොයන්න. ඒවාට අනුරූප කාල, පැය $\frac{d\sqrt{4u^2-v^2}}{v^2-u^2}$ කින් වෙනස්වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න. (2009)

(31) මිනිසකුට නිශ්චල ජලයේ u වේගයෙන් පිහිනිය හැකි ය. d පළලින් යුත් ගඟක් පොළොවට සාපේක්ෂව v (< u) වේගයෙන් ගලා බසී. ගඟෙහි එක් ඉවුරක් මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක මිනිසා සිටින අතර ඔහු ගඟෙහි අනෙක් ඉවුර මත ගඟ ගලන දිශාවට විරුද්ධ දිශාවෙහි පිහිටි Q ලක්ෂ්‍යයකට පිහිනා ආපසු P ලක්ෂ්‍ය වෙත පිහිනීමට බලාපොරොත්තු වෙයි. ඉවුරු සෘජු හා එකිනෙකට සමාන්තර ද PQ ගඟ ගලන දිශාවට විරුද්ධ දිශාව සමඟ α $(0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2})$ කෝණයක් සාදයිද නම්, සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ එකම රූප සටහනක ඇඳීමෙන් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් හෝ Q ලක්ෂ්‍යයට පිහිනා ආපසු P ලක්ෂ්‍යයට පිහිනීමට මිනිසාට ගතවන කාලය $\frac{2d\sqrt{u^2\operatorname{cosec}^2\alpha-v^2}}{u^2-v^2}$ බව පෙන්වන්න.

i) Qලක්ෂ්‍ය P ලක්ෂ්‍යයේ සිට ගඟ ගලන දිශාවේද PQ ගඟ ගලන දිශාව සමඟ α $(0 < \alpha \leq \frac{\pi}{2})$ කෝණයක් සාදයිද නම්, ගන්නා ලද මුළු කාලයෙහි වෙනසක් සිදු නොවන බව

ii) මුළු කාලය අවම වන්නේ P ලක්ෂ්‍යයට සෘජු ලෙස ඉදිරිපසින් අනෙක් ඉවුර මත Qලක්ෂ්‍ය පිහිටන විට බව අපෝහනය කරන්න. (2010)

(32) පහන් කණු තුනක ඉහළම ලක්ෂ්‍ය වන A, B හා C තිරස් තලයක වූ පාදයක දිග a වන සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටා ඇත. සුළඟක් සතත u වේගයෙන් $\overrightarrow{AC}$ හි දිශාවට හමා යයි. සුළඟට සාපේක්ෂව v (> u) වේගයක් ඇති කුරුල්ලෙක් AB දිගේ A සිට B දක්වා ද BC දිගේ B සිට C දක්වාද පියාඹයි. ගමනේ කොටස් දෙක සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවල ත්‍රිකෝණ **එකම රූප සටහනක** අඳින්න. ඒනයින්, A සිට C දක්වා B හරහා වූ ගමන සඳහා ගතවන මුළු කාලය $\frac{4a}{u+\sqrt{4v^2-3u^2}}$ බව පෙන්වන්න. (2011)

(33) දකුණු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ u kmh^{-1} වේගයෙන් දුවන පිරිමි ළමයෙකුට සුළඟක් බටහිර දිශාවට හමා යනු දනේ. උතුරු දිශාවට සෘජු මාර්ගයක් දිගේ එම වේගයෙන්ම ඔහු දුවන විට ඔහුට සුළඟ නිරිත දිශාවට හමා යනු දනේ. සුළඟේ චලිත සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේගවලින් ත්‍රිකෝණ **එකම රූප සටහනක** අඳින්න. ඒ නයින්, සුළඟේ සත්‍ය වේගය හා දිශාව සොයන්න. (2012)

(34) පළල b වූ වෑන් රථයක් ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් සෘජු පාරක් දිගේ පදික වේදිකාවට සමාන්තරව එහි ගෑවී නොගෑවී ගමන් කරයි. පිරිමි ළමයෙක් වෑන් රථයට d දුරක් ඉදිරියෙන් පදික වේදිකාවේ සිට පාරට බැස වෑන් රථයේ චලිත දිශාව සමඟ α සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවට v $(u < \sec \alpha)$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ඇවිද යයි. ළමයා වෑන් රථයෙහි නොහැපී යන්තමින් බේරෙයි නම්, $bu= (b\cos \alpha + d\sin \alpha)\, v$ බව පෙන්වන්න. (2013)

(35) සෘජු සමාන්තර ඉවුරු සහිත ගඟක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් ගලා බසී. A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙක එකක් එක් ඉවුරක ද, අනෙක අනෙක් ඉවුරේ ද පිහිටා ඇත්තේ $\overrightarrow{AB}$ යන්න u සමග α සුළු කෝණයක් සාදන පරිදි ය. පිරිමි ළමයෙක් A වලින් ආරම්භ කර, ජලයට සාපේක්ෂව අචල දිශාවකට විශාලත්වය 2u වූ නියත ප්‍රවේගයකින් පිහිනමින්, B වෙත ළඟා වෙයි. මෙහි $u = |\mathbf{u}|$ වේ. ඔහු ඉන්පසු, B වලින් ආරම්භ කර A වෙත ආපසු පැමිණෙන පරිදි ජලයට සාපේක්ෂව අචල දිශාවකට එම 2u විශාලත්වය ම සහිත ප්‍රවේගයකින් පිහිනයි. A සිට B දක්වා චලිකය සඳහා ද B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා ද ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණවල දළ සටහන් එකම රූපයක අඳින්න.
ඒ නයින්, A සිට B දක්වා චලිතය සඳහා ද B සිට A දක්වා චලිතය සඳහා ද ජලයට සාපේක්ෂව ඔහුගේ ප්‍රවේගය පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BA}$ සමග එකම θ කෝණයකින් සෑදිය යුතු බව පෙන්වන්න. මෙහි $\sin\theta = \frac{1}{2}\sin\alpha$ වේ.

B සිට A දක්වා පිහිනීමට ගත් කාලය, A සිට B දක්වා පිහිනීමට ගත් කාලය මෙන් k $(1 < k < 3)$ ගුණයක් නම්, $\cos = \frac{1}{2}\, s\left[\frac{k+1}{k-1}\right]\cos\alpha$ බව පෙන්වන්න.

$\sin\theta$ හා $\cos\theta$ සඳහා වූ ඉහත ප්‍රකාශන භාවිතයෙන් $\cos\alpha = \frac{(k-1)}{2}\sqrt{\frac{3}{k}}$ බව ද පෙන්වන්න. (2014)

(36) S නැවක්, u ඒකාකාර වේගයෙන් උතුරු දිශාවට යාත්‍රා කරයි. එහි සරල රේඛීය පෙත P වරායක සිට නැගෙනහිර පැත්තට p ලම්බ දුරකින් පිහිටා ඇත. එක්තරා මොහොතක දී $\overrightarrow{PS}$ හි දිශාව නැගෙනහිරින් දකුණට 45° කෝණයක් සාදන විට දී ම, S නැව හමුවීම සඳහා B_1 හා B_2 සැපයුම් බෝට්ටු දෙකක් P වරායේ සිට වෙනස් දිශා දෙකකට $v\left(\frac{u}{\sqrt{2}} < v < u\right)$ ඒකාකාර වේගයෙන් එකවිට ගමන් අරඹයි. මෙම බෝට්ටු පිළිවෙළින් T_1 හා $T_2\ (>T_1)$ කාලවල දී S නැවට ළඟා වේ. $\frac{v}{u} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ බව තවදුරටත් දී ඇත්නම්, S නැවට සාපේක්ෂව B_1 හා B_2 බෝට්ටුවල චලිත සඳහා සාපේක්ෂ ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි දළ සටහන් එකම රූපයක ඇඳ, P වරායේ සිට S නැව වෙත ගමන් කිරීමේ දී B_1 හා B_2 බෝට්ටුවල නියම චලිත දිශා සොයන්න.
තවදුරටත් $T_2 - T_1 = \frac{2\sqrt{3}p}{u}$ බව පෙන්වන්න. (2015)

ගණිත අභ්‍යුහනය

(1) n යනු ධන නිඛිලයක් ද $f(n) \equiv 3^{2n} + r$ ද නම් $f(n+1) - f(n)$ යන්න හරියටම 8 න් බෙදිය හැකි බව පෙන්වන්න. **එනයින්**, f(n) හරියටම 8 න් බෙදෙන බව පෙන්වන්න. (1977)

(2) i) n යනු ඕනෑම ධන නිඛිලයක් විට $f(n) \equiv n^3 + 6n^2 + 8n$ නම්, f(n) යන්න 3 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න.

ii) $\sum_{r-1}^{n} \frac{1}{(2r-1)(2r+1)} = \frac{n}{2n+1}$ බව ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් සාධනය කරන්න. (1979 අතුරු)

(3) r හි සියලු ධන නිඛිල අගය සඳහා $\frac{1}{r!} \leq \frac{1}{2^{r-1}}$ බව ගණිත අභ්‍යුහනයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ පෙන්වන්න. (1977)

(4) $1.1! + 2.2! + 3.3! + \ldots\ldots\ldots + n.n! = (n+1)! - 1$ බව අභ්‍යුහනයෙන් හෝ අන් අයුරෙකින් හෝ සාධනය කරන්න. (1978)

(5) සාමාන්‍ය අංකනය අනුව ${}^nC_r < n^{n-1}C_{r-1}$, $r = 2,3,\ldots..n$ බව පෙන්වන්න. $(1+x)^n = 1 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + \ldots.. {}^nC_{n-1}x^{n-1} + x^n$ බව දී තිබෙන විට, $(a+b)^n = a^n + {}^nC_1a^{n-1}b + {}^nC_2a^{n-2}b^2 + \ldots. {}^nC_{n-1}ab^{n-1} + b^n$ බව අපෝහනය කරන්න. ඒ නයින් a ත් b ත් ධන ද $n > 2$ ද නම්, $(a+b)^n - a^n < nb(a+b)^{n-1}$ බව පෙන්වන්න. (1981)

(6) අ) n යනු ධන නිඛිලයක් නම්, ${}^nC_r = \frac{\underline{|n}}{\underline{|r}\,\underline{|n-r}}$ විට ${}^nC_r + {}^nC_{r-1} = {}^{n+1}C_r$ බව සාධනය කරන්න.

ආ) n යනු ධන නිඛිලයක් නම්, $(1+x)^n = {}^nC_0 + {}^nC_1x + \ldots..{}^nC_rx^r + \ldots + {}^nC_nx^n$ බව ගණිත අභ්‍යුහනය මඟින් සාධනය කරන්න.

ඉ) $(1+x)^{2n} \equiv (1+x)^n\ (1+x)^n$ යන්න ද්විපද ප්‍රසාරණය ද භාවිතයෙන් ${}^{2n}C_n = ({}^nC_0)^2 + ({}^nC_1)^2 + \ldots\ldots\ldots + ({}^nC_n)^2$ බව පෙන්වන්න. (1982)

(7) ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාමය දර්ශකයක් සඳහා ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න. p සහ n යනු ධන නිඛිල නම්, එවිට p^n මගින් $(1+p)\,p^{n-1} - 1$ බෙදෙන බව සාධනය කරන්න. [ඉඟිය : $(1+p)\,p^n = (1+p)\,p^{n-1}(1+p)\,p^{n-1}\ldots\ldots\ldots(1+p)\,p^{n-1}$: මෙහි සාධක p ඇත.] (1984)

(8) අ) $n = 1, 2, 3\ldots\ldots..$ සඳහා $A_{n+1} = (1-\alpha)(1-A_n) + A_n$ සහ $A_1 = \beta$ යැයි ගනිමු. මෙහි α සහ β තාත්ත්වික සංඛ්‍යා වේ. ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා $A_n = 1 - (1-\beta)\alpha^{n-1}$ බව සාධනය කරන්න. $\sum_{r-1}^{n} Ar$ සොයන්න.

ආ) $1 \leq k \leq n$ වන සේ වූ k සහ n නිඛිල සඳහා $k\,{}^nC_k = n\ {}^{n-1}C_{k-1}$ බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් , ඕනෑම $x \in \mathbb{R}$ සහ $n \geq 0$ සඳහා $\sum_{k=0}^{n} k\ {}^nC_k\ x^k (1-x)^{n-k} = nx$ බව සාධනය කරන්න. (2001)

(9) ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය යොදාගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා $n! \geq 2^{n-1}$ බව සාධනය කරන්න. $\sum_{k-0}^{n} \frac{1}{k!} \leq 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$ බව අපෝහනය කරන්න. ඒ නයින්, $e \leq 3$ බව පෙන්වන්න. මෙහි e යනු ප්‍රකෘති ලඝු ගණකවල පාදය වේ. (2002)

(10) ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය යොදාගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා ම $8(n+1)! > 2^{n+1}(n+2)$ බව සාධනය කරන්න. $\sum_{k=0}^{n}\frac{k!}{2^k} > \frac{1}{16}(n^2+3n+4)$ බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්, $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k!}{2^k}$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න. (2003)

(11) ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහාම $\frac{1}{2^2-1}+\frac{1}{3^2-1}+\cdots+\frac{1}{(n+1)^2-1}=\frac{3}{4}-\frac{1}{2(n+1)}-\frac{1}{2(n+2)}$ බව සාධනය කරන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r(r+2)}$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න. (2004)

(12) ගණිත අභ්‍යුහනය පිළිබඳ මූලධර්මය යොදාගනිමින්, සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා ම $\frac{1}{1.2.3}+\frac{1}{2.3.4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2(n+1)}+\frac{1}{2(n+2)}$ බව සාධනය කරන්න.

$\frac{1}{4}-\sum_{r=1}^{\infty}\frac{1}{r(r+1)(r+2)}<\frac{1}{100}$ වන කුඩාතම n නිඛිලය සොයන්න. (2005)

(13) p යනු නිඛිලයක් යැයි ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු ධන නිඛිලමය n සඳහා $p^{n-1}+(p+1)^{2n-1}$ යන්න p^2+p+1 යන්නෙන් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න. (2006)

(14) ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද්විපද ප්‍රමේයය ප්‍රකාශ කරන්න. a,b හා d යනු $a=b+d$ වන අයුරින් වූ නිඛිල වේ. $a^n-b^{n-1}(b+nd)$ යන්න ධන නිඛිලමය n සඳහා d^2 න් බෙදිය හැකි බව පෙන්වන්න.
U යනු පළමු පදය a හා පොදු අන්තරය d වන සමාන්තර ශ්‍රේඩියක n වෙනි පදය නම්, $a^n-(a-d)^{n-1}U$ යන්න d^2 න් බෙදිය හැකි බව සාධනය කරන්න. $7^{60}-3^{64}$ යන්න 16 න් බෙදිය හැකි බව අපෝහනය කරන්න. (2007)

(15) ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින්, ධන නිඛිලමය n සඳහා $\frac{n^7}{7}+\frac{n^5}{5}+\frac{n^3}{3}+\frac{34n}{105}$ යන්න නිඛිලයක් බව සාධනය කරන්න. (2007)

(16) a) ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින්, ධන නිඛිලමය n සඳහා $5^{n+1}-2^{n+1}-3^{n+1}$ යන්න 6 න් බෙදිය හැකි බව සාධනය කරන්න.

b) $\sum_{r=1}^{\infty}C_r$ සොයා ධන නිඛිලමය n සඳහා $\frac{2^n}{n}>\frac{(n-1)}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.(2008)

(17) $P_n = n(n+1)\ldots\ldots(n+r-1)$ යැයි ගනිමු. මෙහි n සහ r ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ. $nP_{n+1} = nP_n + r\,P_n$ බව පෙන්වන්න. P_n / n යන්න $(r-1)!$ වලින් බෙදෙන බව උපකල්පනය කර $P_{n+1}-P_n$ යන්න $r!$ වලින් බෙදෙන බව පෙන්වන්න. අනුයාත ධන නිඛිල r සංඛ්‍යාවක ගුණිතය $r!$ වලින් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න. (2009)

(18) ගණිත අභ්‍යුහනය මූලධර්මය භාවිත කර ගනිමින් $(x+y)^n=\sum_{r=0}^{n}C_r x^{n-r}y^r$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවක් වන අතර ${}^nC_r=\frac{n!}{(n-r)!r!}$ වේ.
$(p+q)^n-p^n-q^n$ යන්න pq වලින් බෙදෙන බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි p, q සහ n ධන පූර්ණ සංඛ්‍යා වේ. (2009)

(19) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $n^3 + 5n$ යන්න 3 න් බෙදෙන බව සාධනය කරන්න. (2011)

(20) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය යොදාගෙන ඕනෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහා $1 + 2 + \ldots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ බව සාධනය කරන්න. (2012)

(21) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(2r+1) = n(n+2)$ බව සාධනය කරන්න. (2013)

(22) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n}(3r-1) = n^2(n+1)$ බව සාධනය කරන්න. (2014)

(23) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $8^n - 3^n$ යන්න 5 හි පූර්ණ සංඛ්‍යාමය ගුණාකාරයක් බව සාධනය කරන්න. (2015)

ප්‍රක්ෂිප්ත අභ්‍යාස

(1) පර්වතයක දාරයේ සිටින මිනිසෙක් තිරසට α කෝණයකින් U ප්‍රවේගයෙන් ගලක් විසි කරයි. T කාල අන්තරයකට පසු තවත් ගලක් පළමු ගලේ ප්‍රක්ෂේපණ දිශාව හා $\frac{\pi}{2} + \theta$ කෝණයකින් V ප්‍රවේගයෙන්, ගල් එකිනෙක සංඝට්ටනය වන පරිදි විසි කරයි. T සොයන්න. (1975)

(2) තිරසට θ කෝණයකින් හා u වේගයකින් O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. O හරහා තිරසට $\alpha(<\theta)$ කෝණයකින් අංශුවේ පථයට, ඇඳි සරල රේඛාව R ලක්ෂ්‍යයක දී හමු වේ.
R ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටීම O හි මට්ටමෙන් ඉහළ හෝ පහළ වීම අනුව, OR දුර $\frac{2u^2\cos\theta\sin(\theta-\alpha)}{g\cos^2\alpha}$ හෝ $\frac{2u^2\cos\theta\sin(\theta+\alpha)}{g\cos^2\alpha}$ හෝ මගින් දෙන බව පෙන්වන්න.
u හා α වල අචල රාශි සේ ගෙන, OR දුර උපරිමයක් වීමට θ හි අගය සොයන්න.
රේඛාව දිගේ පහළට උපරිම දුර, රේඛාව දිගේ උඩු අතට උපරිම දුර මෙන් තෙගුණයක් නම්, α සොයන්න. (1976)

(3) ගුවන් යානයක් v ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් h නියත උසකින් පියාසර කරයි. ගුවන් යානය තුවක්කුවකට හරි කෙලින් ඉහළින් ගමන් කළ පසු තුවක්කුවේ සිට පෙනෙන පරිදි එහි ආරෝහණ කෝණය α වන අවස්ථාවේ දී කෙලින්ම ගුවන් යානයට එල්ල වන සේ තුවක්කුවෙන් වෙඩිල්ලක් පත්තු කරනු ලැබේ. වෙඩි උණ්ඩයේ ආරම්භක ප්‍රවේගය kv සෙක් α, ($k > 1$) නම්, $\alpha = \tan^{-1}\left[\frac{1}{v}\sqrt{\frac{gh}{2(k-1)}}\right]$ වුවහොත් උණ්ඩය ගුවන් යානයෙහි වදින බව පෙන්වන්න. (1980)

(4) උණ්ඩයක් සමතල බිමෙහි පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයක සිට 45^0 ක ආනතියෙන් V වේගයෙන් වෙඩි තබනු ලැබේ. P සිට තිරස් දුරත් සිරස් දුරත් පිළිවෙලින් x,y විට උණ්ඩයේ පෙත $y = x - \frac{gx^2}{V^2}$ සමීකරණයෙන් දැක්වෙන බව සාධනය කරන්න. මේ උණ්ඩය $x = a$ වන Q හි දී බිමෙහි වදියි. P සිට 45^0 ක ආනතියෙන් U වේගයෙන් වෙඩි තබන ලද දෙවැනි උණ්ඩයක් Q ට සිරස් ලෙස ඉහළින් h දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යයි. $U^2 = \frac{V^4}{V^2 - gh}$ බව සාධනය කරන්න. (1981)

(5) කන්දක් මුදුනෙහි සිටින මිනිසෙක්, උඩුඅත් සිරස සමඟ α කෝණයක් සාදන දිශාවක් ඔස්සේ, u ප්‍රවේගයකින් ගලක් විසි කරයි. T ප්‍රාන්තරයකට පසුව ඔහු ඒ ස්ථානයේම සිට උඩු අත් සිරස සමඟ $\alpha + \pi/2 + \theta$ කෝණයක් සාදන දිශාව ඔස්සේ, පළමු වන ගල චලනය වන තලයෙහිම, v ප්‍රවේගයකින් තවත් ගලක් විසි කරයි. ගල් දෙක සංඝට්ටනය වෙයි නම්, u සයින් $\alpha <$ v කොස් $(\theta + \alpha)$ විට $T = \frac{2uv \cos\theta}{g\{v \cos(\theta+\alpha) + u \sin\alpha\}}$ බව පෙන්වන්න. (1981)

(6) X, Y ලක්ෂ්‍ය දෙක එකම තිරස් මට්ටමෙහි d පරතරයකින් පිහිටා තිබෙයි. කුඩා A, B ගෝල දෙකක් පිළිවෙලින් X, Y සිට එකවර ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබයි. A ගෝලය u වේගයකින් සිරස් ලෙස උඩු අතට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබෙයි. B ගෝලයත් ඒ u වේගයෙන්ම එහෙත් එහි ප්‍රක්ෂේපණ දිශාව X,Y හරහා යන සිරස් තලයෙහි පිහිටන සේ ද එය YX සමඟ $\alpha \left[< \frac{\pi}{2}\right]$ ආරෝහණ කෝණයක් සාදන සේද ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබෙයි. A ට සාපේක්ෂව B හි ප්‍රවේගය නියතයක් බව පෙන්වන්න. එහි අගය සොයන්න. මේ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ ගෝල $\frac{d}{2u} \tan\left[\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right]$ කාලයේ දී අඩුම පරතරයෙන් පිහිටන බව පෙන්වන්න. මේ පරතරය සොයන්න. (1982)

(7) ටෙනිස් බෝලයක් තිරසට α කෝණයකින් ආනත තලයක් මත පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. බෝලය O හරහා යන වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයකදී තලයෙහි වදින සේ ප්‍රක්ෂේපණ දිශාව උඩු අත් සිරසත් සමඟ θ කෝණයක් සාදයි. P ලක්ෂ්‍ය O මට්ටමට වඩා ඉහලින් පිහිටිය හොත්

$OP = \frac{2u^2 \sin\theta \cos(\theta + \alpha)}{g \cos^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න.

OP හි විශාලතම අගය ලැබෙන්නේ $\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}$ විට බවද θ හි අගය සඳහා O සිට p ට පියාසර කාලය $\frac{u}{g}$ සෙක් $\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right]$ බවද පෙන්වන්න. (1983)

(8) මුහුදු මට්ටමට h උසක් ඉහලින් වූ කඳු මුදුනක දාරයේ බලකොටුවක් පිහිටා ඇත. නැංගුරම් ලා ඇති නැවක වැදීමට බලකොටුවේ සිට $\sqrt{2\lambda gh}$ වේගයෙන් වෙඩිල්ලක් යවනු ලැබේ. එයට පිළිතුර වශයෙන් නැවේ සිට බලකොටුවට වැදීමට $\sqrt{2\mu gh}$ $(\mu > 1)$ වේගයෙන් වෙඩිල්ලක් යවනු ලැබේ. පළමු සහ දෙවැනි වෙඩිවලට ඒවා එක එකේ ඉලක්ක වල වැදීමට හැකි වන උපරිම තිරස් පරාසය R_1 සහ R_2 හි අනුපාතය $\frac{R_1}{R_2} = \frac{\sqrt{[\lambda(\lambda+1)]}}{\sqrt{[\mu(\mu-1)]}}$ බව පෙන්වන්න. (1984)

(9) යුද්ධ නෞකාවක් V ප්‍රවේගයකින් ඉදිරියට යාත්‍රා කරයි. α ආරෝහණ කෝණයකින් යුතුව පසු පසට එල්ල වන පරිදි එම නෞකාව තුළ සවි කළ කාල තුවක්කුවක් වෙයි. තුවක්කුවට සාපේක්ෂ ලෙස උණ්ඩයේ ප්‍රක්ෂේපණ වේගය u (> V) නම්, උණ්ඩයේ පරාසය $\frac{2u}{g} \sin\alpha(u \cos\alpha - V)$ බව දක්වන්න. පරාසය උපරිමයක් වන්නේ ආරෝහණ කෝණය $\cos^{-1}\left[\frac{V + \sqrt{V^2 + 8u^2}}{4u}\right]$ විට බව දක්වන්න. (1985)

(10) ක්‍රිකට් පිටියක ඈත පන්දු රකින්නකු බිම මට්ටමේ සිට විසි කළ පන්දුවක් ඔහුට R m දුරකින් සිටි කඩුලු රකින්නාගේ දෙපා මුල වැටිණි. පන්දුවේ ආරම්භක ප්‍රවේගයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක ms^{-1} වලින්, පිළිවෙලින් u හා v වෙයි නම් $uv = Rg/2$ බව පෙන්වන්න. මෙහි g යනු ms^{-2} වලින් ගුරුත්වජ ත්වරණයයි.

කඩුලු රකින්නා x m දුරක් පන්දු රකින්නා දෙසට ගියේ නම් ඔහුට බිම සිට h m උසක දී පන්දුව අල්ලා ගැනීමට තිබිණි. කඩුලු රකින්නාගේ දෙපා මුලට පන්දුව ගමන් කිරීමට ගත් කාලය $\frac{\sqrt{2h}}{gx(R-x)}$ s බව පෙන්වන්න. (1986)

(11) a අරයෙන් හා h ගැඹුරින් යුතු වෘත්තාකාර ළිඳක පතුලේ කේන්ද්‍රයේ මැඩියෙක් හිඳ ගෙන සිටියි. ඌට u උපරිම වේගයකින් ඕනෑම දිශාවක් එල්ලේ උඩු අතට පැනීමට පුළුවන.

$u^2 \geq g\left[h + \sqrt{h^2 + a^2}\right]$ නම් මැඩියාට ළිඳෙන් ඉවතට පැනීමට හැකි බව පෙන්වන්න. මෙම අවශ්‍යතාව සපුරාලිය හැකි නම් ළිඳ පතුලේ වූ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක සිට මැඩියාට ළිඳෙන් ඉවතට පැනිය හැකි බව අපෝහනය කරන්න. (1987)

(12) එකිනෙකාට 9m දුරකින් තිරස් පොළොව මත ළමෝ දෙදෙනෙක් හිටගෙන සිටිති. ඉන් එක් අයෙක් 2m උසක සිට $9ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් බෝලයක් විසිකරන අතර අනෙකා එය 1 m උසක දී අල්ලා ගනී. පළමු ළමයා බෝලය විසිකලේ තිරයට ඉහළින් කවර ආනතියක් සහිතව ද? පොළොවට ඉහළින් බෝලයට නැගිය හැකි උස 4.025 m ඉක්මවිය නොහැකි බව පෙන්වන්න. (g හි අගය 10 ms^{-2} ලෙස ගන්න.) (1988)

(13) ගොල්ෆ් පන්දුවකට පහර දෙනු ලබන්නේ එය තිරසට රේඩියන θ ආරෝහණයක් ඇතිව තත්පරයට මීටර u වේගයෙන් පොළොව මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයකින් පිටත වන ලෙසටය. පන්දුවේ තිරස් පරාසය $g^{-1}u^2 \sin 2\theta$ බවද එළඹෙන උපරිම උස $\frac{1}{2} g^{-1}u^2 \sin^2 \theta$ බව ද පෙන්වන්න.

P හා එකම මට්ටමේ පිහිටි තණ තිල්ලක් මත පන්දුව වැටේ නම් ද පන්දුව තණ තිල්ලට වැටිය හැකි ආසන්නතම සහ දුරතම ලක්ෂ්‍යයන් පිළිවෙලින් P හි සිට මීටර් $\frac{\sqrt{3}}{2} g^{-1}u^2$ සහ මීටර් $g^{-1}u^2$ නමද $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

තණ තිල්ල මතම වැටෙන පරිදි පන්දුව වැටේ නම් පන්දුවට සේන්දු විය හැකි උපරිම උස සොයන්න. (1989)

(14) පොළොව මත A නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α කෝණයක ආනතියක් සහිත ව v ($>\sqrt{gd}$) ප්‍රවේගයෙන්

අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. A සිට d දුරකින් පිහිටි h උසැති කණුවක මුදුනෙහි ගැවී නොගැවී අංශුව ගමන් කරයි.

$h = d\tan\alpha - \frac{1}{2} g \frac{d^2}{v^2}(1 + \tan^2 \alpha)$ බව පෙන්වන්න. α හි වෙනස් අගයන් සඳහා h වැඩිතම වන්නේ $\tan\alpha = \frac{v^2}{gd}$ වන විට බව ඔප්පු කරන්න. එනයින් සම්පූර්ණ පියාසැරුමේ දී α හි මෙම අගය සඳහා අංශුව නැගෙන වැඩිතම උස $\frac{v^0}{2g(v^4 + g^2d^2)}$ බව පෙන්වන්න. (1990)

(15) දුර පනින ක්‍රීඩකයෙකුට, පොළොවෙන් ඉවත් ව යන මොහොතේ දී (ඔහුගේ දිවීම නිසා) u තිරස් ප්‍රවේගයකුත් සමඟ (ඔහුගේ පැනීම නිසා) තිරසට θ ආනතියකින් ආනත λu ප්‍රවේගයකුත් තිබේ. ඔහු පනින l තිරස් දුර $l = \frac{2u^2\lambda}{g}(1 + \lambda\cos\theta)\sin\theta$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. තව දුරටත් $\lambda = 1$ ද l උපරිමයක් වන පරිදි θ තෝරාගන්නේ ද නම් පැනීමේ දී ඔහු ලගා වන වැඩිම උස ආසන්න වශයෙන් $\frac{l}{7}$ ට සමාන බව පෙන්වන්න. (1991)

(16) A අහස් යානය, තිරස සමඟ α $(\neq \frac{\pi}{2})$ කෝණයක් සාදන සරල රේඛාවක් ඔස්සේ U ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ඉහළ නගියි. අහස්යානය, පොළොවේ වූ අහස්යානා නාශක තුවක්කුවකට සිරස් ලෙස ඉහළින් h උසකින් පියාසර කරන මොහොතක දී V ප්‍රවේගයෙන් තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන දිශාවකට තුවක්කුවෙන් S වෙඩිල්ලක් තබනු ලැබෙයි. වෙඩිල්ල අහස්යානයේ වැදුනොත්, A ට සාපේක්ෂව S හි පෙත සැලකීමෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ,

i) $V^2 > U^2[1 + k^2 + 2k\sin\alpha]$ බවත්

ii) $\tan\theta > = k\sec\alpha + \tan\alpha$ බවත් පෙන්වන්න. මෙහි $k = \frac{\sqrt{2gh}}{U}$; $k > 1$ නම්

$\theta > \cos^{-1}\left[\frac{U}{\sqrt{2gh}}\right]$ බව ආපෝහනය කරන්න. (1992)

(17) අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේ සිට u ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන්, තිරසට α කෝණයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශුවේ තිරස් පරාසය, $\frac{u^2}{g}\sin 2\alpha$ බව පෙන්වන්න. දෙන ලද ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගයක් සහ දෙන ලද තිරස් පරාසයක් සඳහා සාධාරණ වශයෙන් ප්‍රක්ෂේපණ කෝණ දෙකක් තිබිය හැකි බව අපෝහනය කරන්න. වෙඩි උණ්ඩයක් නගර මධ්‍යයේ බිම O ලක්ෂ්‍යයේ වැදි කැබලිවලට කැඩී, එම කැබලි සියල්ල $450\sqrt{2}\,ms^{-1}$ එකම වේගයෙන් සියලුම දිශාවලට විසි වේ. O සිට 20 km දුරින් වූ A නම් ලක්ෂ්‍යයක්, කොපමණ කාලයක් මුළුල්ලේ අනතුරේ පවතී දැයි සොයන්න. (1993)

(18) පොළොවෙන් ඉහළ h උසක නිසලව ඇති m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් සතු ශක්තිය සොයන්න. නොගිණිය හැකි උසකින් යුත් 20 kg බර ළමයෙක් තිරසට රේඩියන් $\frac{\pi}{3}$ ක ආනතියක් සහිත ඍජු පොල් ගසක මුදුනට ගැනීමේ දී ගුරුත්වයට එරෙහිව කෙරෙන කාර්යය $2\sqrt{3}$ kJ ය. පොල් ගසේ උස සොයන්න. ගස මුදුනේ සිටින ළමයා පොල් ගෙඩියක් කඩා එහි සිට V ms^{-1} වේගයෙන් තිරස සමඟ α ආරෝහණ කෝණයකින් ගෙඩිය විසිකරන්නේ එය පොල් ගස මුලට වැටෙන පරිදිය. $\cos\alpha\sin(\alpha + 60) = \frac{25}{V^2}$ බව පෙන්වා, $V \geq 10(2 - \sqrt{3})^{1/2}$ බව අපෝහනය කරන්න. (1994)

(19) O නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට α කෝණයකින් u ප්‍රවේගයක් සහිතව ගුරුත්වය යටතේ අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කර ඇත්තේ, O මූලය සමුද්දේශයෙන් තිරස් හා සිරස් ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් x හා y ලෙස පිහිටන P නම් ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන පරිදිය. $y = x\tan\alpha - \frac{gx^2}{2u^2}\sec^2\alpha$ බව පෙන්වන්න. P හිදි අංශුවේ පෙතෙහි දිශාව තිරස සමඟ β කෝණයක් සාදයි නම්, $\tan\alpha + \tan\beta = \frac{2y}{x}$ බව අපෝහනය කරන්න.

P හරහා යන අංශුවට තිබිය හැකි මාර්ග දෙකක් වෙයි නම් හා P හිදී මෙම මාර්ග දෙක අතර කෝණය සෘජුකෝණයක් වෙයි නම්, $x^2 + 2y^2 - \frac{u^2}{g} y = 0$ බව සාධනය කරන්න. (1997)

(20) යුධ නැවක් V නියත ප්‍රවේගයෙන් ඉදිරියට යාත්‍රා කරයි. හරි කෙළින් පිටුපසට එල්ල කළ කෙටි තුවක්කුවක් යුධ නැවේ සවිකර ඇත්තේ, රේඩියන් θ ආරෝහණ කෝණයකිනි. තුවක්කුවට සාපේක්ෂ ව ප්‍රක්ෂේපණ ප්‍රවේගය $V\sqrt{3}$ නම් R පරාසය, $R = \frac{2\sqrt{3}v^2}{g}(\sqrt{3}\cos\theta - 1)\sin\theta$ මඟින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. $\theta = \frac{\pi}{o}$ විට R උපරිමයක් බව පෙන්වා, උපරිම පරාසය සොයන්න. (1998)

(21) O ලක්ෂ්‍යයක සිට ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක, පිළිවෙලින් Ox, Oy තිරස් හා උඩුසිරස් අක්ෂ දිශාවලට, ආරම්භක ප්‍රවේගයේ සංරචක u,v වේ. අංශුව x තිරස් දුරක් චලනය වූ විට එය ලබා ගන්නා සිරස් උස, $y = \left[\frac{v}{u}\right]x - \left[\frac{g}{2u^2}\right]x^2$ බව පෙන්වන්න. අංශුව O සිට a තිරස් දුරකින් පිහිටි $\frac{a}{2}$ උස සිරස් බිත්තියක් උඩින් යම්තම් යන අතර, O හරහා තිරස් තලය මත එහි පරාසය 4a වෙයි. u,v නිර්ණය කර ප්‍රක්ෂේප දිශාව තිරස සමග $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. (2001)

(22) අංශුවක්, තිරසට α කෝණයක් සාදමින් u ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන්, ගුරුත්වය යටතේ, ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. T කාලයකට පසුව එය, ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යයේ සිට s දුරකින් ප්‍රක්ෂේප දිශාවට සෘජුකෝණීව චලනය වෙමින් තිබේ.

i) $T = \frac{u}{g\sin\alpha}$ ii) $s = \frac{1}{2}gT^2$ බව පෙන්වන්න. (2002)

(23) බිමෙහි පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයක සිට, තිරසට $\alpha_1 \left[< \frac{\pi}{2}\right]$ කෝණයකින් ආනත වූ දිශාවට U ආරම්භක වේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ, P අංශුවක් ප්‍රක්ෂේපනය කරනු ලැබේ. O හි සිට d_1 සහ d_2 තිරස් දුරවල දී බිමට ඉහළින් $h\left[\leq \frac{U^2}{2g}\sin^2\alpha_1\right]$ උසකින් P අංශුව තිබෙන්නේ නම්, $d_1 + d_2 = \frac{U^2}{g}\sin 2\alpha_1$ සහ $d_1 d_2 = \frac{2hU^2}{g}\cos^2 s\,\alpha_1$ බව පෙන්වන්න. O හි සිට $OA = \frac{U^2}{2g}\sin 2\alpha_1$ තිරස් දුරක් ගෙවා ගිය පසු අංශුව උපරිම උසකට ළඟාවන බව අපෝහනය කරන්න. OA හරහා වූ සිරස් තලයේ තිරස සමඟ $\alpha_2 \left[< \frac{\pi}{2}\right]$ කෝණයක් සාදන දිශාවට එකම U වේගයෙන් ගුරුත්වය යටතේ වෙනත් Q අංශුවක් O හි සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. Q අංශුව ද O හි සිට එකම OA තිරස් දුරකින් පිහිටි විට දී උපරිම උසකට ළඟාවූයේ නම්, $\alpha_1 + \alpha_2$ සොයන්න. (2003)

(24) අංශුවක් පොළොවේ පිහිටි O ලක්ෂ්‍යයකින්, ගුරුත්වය යටතේ තිරසට α කෝණයකින් u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. ඒ මොහොතේ ම, O හි සිට d ලම්බ දුරකින් වූ ද අංශුවෙහි සිරස් චලිත තලයට ලම්බ වූ ද සිරස් පැලැල්ලක් අංශුවෙන් ඉවතට තිරස් දිශාවක් අතට ඒකාකාරව v වේගයකින් චලනය වීමට සැලැස්වෙයි. අංශුව පොළොවේ සිට h උසක දී පැලැල්ල හා ගැටෙයි නම්,

$u \cos \alpha > v$ හා $gd^2 - 2u \sin \alpha (u \cos \alpha - v) d + 2h (u \cos \alpha - v)^2 = 0$ බව පෙන්වන්න. $d > \frac{2u}{g} \sin \alpha (u \cos \alpha - v)$ නම්, අංශුව පැලැල්ල හා ගැටිය නොහැකි බව අපෝහනය කරන්න. (2004)

(25) A හා B යනු පොළොවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍ය දෙකක් වෙයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් AB තිරස් රේඛාව ඔස්සේ යන සිරස් තලයේ ABට $\alpha \left[0 < \alpha < \frac{\pi}{2}\right]$ කෝණයකින් ආනත වන අයුරින් u (> 0) ප්‍රවේගයෙන් A ලක්ෂ්‍යයෙන් ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. ස්කන්ධය λ m වූ දෙවැනි Q අංශුවක් එම සිරස් තලයේ ම BA ට $\beta \left[0 < \beta < \frac{\pi}{2}\right]$ කෝණයකින් ආනත වන අයුරින් B ලක්ෂ්‍යයේ සිට v (> 0) ප්‍රවේගයෙන් සමගාමීව ප්‍රක්ෂේප කෙරෙයි. අංශු දෙක උඩු ගුවනේදී ගැටෙයි නම්, $u \sin \alpha = v \sin \beta$ බව හා අංශු ගැටෙන තුරු ඒවාහි සිරස් ප්‍රවේග සංරචක සමානව පවතින බව පෙන්වන්න. ගැටුමට ක්ෂණයකට පෙර P අංශුව තිරස්ව චලනය වනනේ නම්, ඒ මොහොතේ Q අංශුව ද තිරස්ව චලනය වන බව අපෝහනය කරන්න. තවදුරටත්, A හා B ලක්ෂ්‍ය අතර දුර $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{g}$ වෙයි නම් සහ ගැටුමෙන් පසුව අංශු බද්ධ වෙයි නම්,

i) $u \cos \alpha = v \cos \beta$ බව

ii) සංයුක්ත අංශුව $\left[\frac{1-\lambda}{1+\lambda}\right]$ $u \cos \alpha$ ප්‍රවේගයෙන් තිරස්ව චලනය වීමට ආරම්භ කරන බව, හා

iii) සංයුක්ත අංශුව A සිට $\frac{u^2 \sin 2\alpha}{(1+\lambda)g}$ දුරකදී පොළොවට වැටෙන බව, පෙන්වන්න.

Q අංශුවෙහි ස්කන්ධය P අංශුවෙහි ස්කන්ධය සමග සැසඳීමේ දී ගිණිය නොහැකි නම්, සංයුක්ත අංශුව B හි දී පොළොවට වැටෙන බවත්, අනෙක් අතට P අංශුවේ ස්කන්ධය Q අංශුවේ ස්කන්ධය සමග සැසඳීමේ දී ගිණිය නොහැකි නම්, සංයුක්ත අංශුව A හි දී පොළොවට වැටෙන බවත් පෙන්වන්න.
P හා Q අංශුවල ස්කන්ධ සමාන වෙයි නම්, සංයුක්ත අංශුව පොළොවට වැටෙන්නේ කිනම් ලක්ෂ්‍යයක දීද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න. (2005)

(26) O ලක්ෂ්‍යයක සිට k උසකින් පිහිටි C නම් ලක්ෂ්‍යයකදී තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක් ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. ප්‍රක්ෂේපණ තලය මත O ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ තිරස් හා සිරස් රේඛා පිළිවෙලින් Ox හා Oy අක්ෂ ලෙස ගනිමින් සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු බණ්ඩාංක පද්ධතියක් සලකමු. t කාලයේ දී අංශුව (xy) ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටයි නම්, $y = k + x \tan \theta - \frac{gx^2 \sec^2\theta}{2u^2}$ බව පෙන්වන්න. h ධන වන A (0,h) ලක්ෂ්‍යයේ දී තිරසට α කෝණයකින් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් P නම් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එම මොහොතේදීම $B\left(0, \frac{h}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේ දී තිරසට β (> α) කෝණයකින් ආනතව w ප්‍රවේගයෙන් Q නම් තවත් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. තිරස් දුර d වන ලක්ෂ්‍යයේදී P හා Q අංශු දෙක හමුවෙයි නම්, $v \cos \alpha = w \cos \beta$ හා $h = 2d (\tan \beta - v \sin \alpha)$ බව ද පෙන්වන්න. අංශු හමුවීමට ගත වන කාලය $\frac{h}{2(w \sin \beta - v \sin \alpha)}$ බව ද පෙන්වන්න. (2012)

(27) අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට $\frac{\pi}{3}$ කෝණයකින් u වේගයකින් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව k දුරක් තිරස්ව ගමන් කළවිට O හි මට්ටමට ඉහළින් එහි සිරස් දුර h යැයි ගනිමු. $\sqrt{3}k = h + \frac{2gk^2}{u^2}$ බව පෙන්වන්න. (2013)

(28) තිරස් බිමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට u වේගයෙන් තිරස සමග $\frac{\pi}{4}$ කෝණයක් සාදන දිශාවකින්, උස a වූ ද, O සිට 2a තිරස් දුරකින් වූ ද සිරස් තාප්පයක් දෙසට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. $u > 2\sqrt{ga}$ නම්, අංශුව තාප්පයට ඉහළින් යන බව පෙන්වන්න. (2014)

(29) දෙකෙළවර ම විවෘත, දිග l වූ ඍජු සිහින් සුමට OA නලයක්, O ඉහළ කෙළවර තිරස් පොළොවට $h(>l)$ උසක් ඉහළින් ඇති ව, යටි අත් සිරස සමග $\frac{\pi}{3}$ කෝණයක් සාදන පරිදි සවි කර ඇත. නලය ඇතුළත, O හි සීරුවෙන් තබනු ලැබූ අංශුවක් නලය දිගේ පහළට ලිස්සා යයි. ඊළඟට අංශුව A කෙළවරින් නලයෙන් ඉවත්ව ගොස්, O සිට $\sqrt{3}l$ තිරස් දුරකින් වූ B ලක්ෂ්‍යයක දී පොළොව සමග ගැටෙයි.

i) A හිදී අංශුවේ වේගය $\sqrt{gl}$ බව ද

ii) $h = \frac{3l}{2}$ බව ද පෙන්වන්න. (2015)

සාපේක්ෂ ත්වරණය ගම්‍යතාවය

(1) කේන්ද්‍රික හරස්කඩ C හිදී ඍජුකෝණිය වූ ABC ත්‍රිකෝණයක් වන සුමට කුඤ්ඤයක් AB අයත් මුහුණත සුමට තිරස් තලයක පිහිටන සේ නිසලතාවෙන් පවතී. නිසලතාවෙන් නිදහස් කරනු ලබන අංශුවක් CA හි මුළු දිග සර්පණය කිරීමට t_1 කාලයක් ගනී. CB සඳහා අනුරූප කාලය t_2 ය. කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධය අංශුමය ස්කන්ධය මෙන් n ගුණයක් නම්, $\left(\frac{t_1}{t_2}\right)^2 = \frac{n+\sin^2 A}{n+\cos^2 A}$ කොට^{2}A බව පෙන්වන්න. කුඤ්ඤය අචලව තබන විට $\frac{T_2}{T_1} =$ ටැන් A බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි T_1හා T_2 පිළිවෙලින් CA හා CB දිගේ පහතට සර්පණය කිරීමට අංශුව ගන්නා කාලයන් වේ. (1975)

(2) පිළිවෙලින් v_1 හා v_2 වූ ප්‍රවේගවලින් ස්කන්ධය m_1 හා m_2 වූ අංශු දෙකක් සරල රේඛාවක චලනය වේ. මුළු චාලක ශක්තිය E වන අතර මුළු ගම්‍යතාව P වේ. $E - \frac{P^2}{2(m_1+m_2)} = \frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}(v_2 - v_1)^2$ බව පෙන්වන්න. තිරස් පොළොවක් මත නිදහසේ වාංගු විය හැකි ස්කන්ධය m_2 වූ තුවක්කුවකින් ස්කන්ධය m_1 වූ උණ්ඩයක් තිරස්ව පිට කරනු ලැබේ. පිපිරීමෙන් ඇති කෙරෙන මුළු චාලක ශක්තිය E වේ. උණ්ඩයේ ආරම්භක ප්‍රවේගය $\left\{\frac{2m_2 E}{P_1(m_1+m_2)}\right\}^{\frac{1}{2}}$ බව සාධනය කරන්න. මෙය නිරවද්‍ය සූත්‍රයක්ද? තේරුම් කරන්න. (1976)

(3) ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර ඝනකයකට එහි එක් එක් මුහුණතක් සුමට තිරස් මේසයක් හා ස්පර්ශ වෙමින් සර්පණය වීමට නිදහස ඇත. ඝනකය තුළින් සුමට ABC උමගක් සිදුරු කර තිබේ. උමග මධ්‍යම සිරස් හරස්කඩ තලයේ පිහිටන අතර A හා C කෙළවරවල් ඝනකයේ ප්‍රතිවිරුද්ධ මුහුනත්වල එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටයි. A හා C හි දී උමගට ඇති ස්පර්ශකය ද තිරස්ය. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් u ප්‍රවේගයකින් A සිට තලය තුළට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. අංශුව v ප්‍රවේගයකින් C කෙළවරින් පිට වේ. ශක්ති හා ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්ම මඟින් v සඳහා ප්‍රකාශනයක් ලබාගන්න. v සඳහා ලැබෙන අගයන් දෙකින් නිවැරදි අගය කුමක් ද? ඔබේ තේරීම සත්‍යාපනය කරන්න. (1976)

(4) පිළිවෙළින් M ද m ද යන ස්කන්ධ ඇති A,B අංශු දෙක සුමට කප්පියක් උඩින් යන අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මඟින් සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී සුමට තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලතාවේ A තිබෙන අතර මේසයේ සිට h උසෙක B එල්ලෙමින් තිබෙයි. ඉන්පසු තව අමතර H උසකට B ඔසවා වැටෙන්නට සලසනු ලැබෙයි. $\left(\frac{m^2}{M^2-m^2}\right)H < h$ නම් මේසය තෙක් පහළට B නොපැමිණෙන බව පෙන්වන්න. $\left(\frac{m^2}{M^2-m^2}\right)H \geq h$ නම් චලිතයේ දී $\frac{M}{(M+m)^2}\{2(M+m)h + mH\}$ නම් උපරිම උසකට A නගින බව පෙන්වන්න. (1977)

(5) M ස්කන්ධය ද α කෝණය ද ඇති කුඤ්ඤයක් එහි උඩු මුහුණත තිරස් වන සේ α කෝණයෙන් යුත් සුමට අචල ආනත තලයක් මත තබනු ලැබෙයි. මේ පද්ධතිය ආරම්භයේ දී නිශ්චලතාවෙහි තබා තිබෙයි. m ස්කන්ධය ඇති අංශුවක් කුඤ්ඤයේ සුමට තිරස් උඩු මුහුණත මත තබනු ලැබෙයි. කුඤ්ඤයේත් අංශුවේත් ත්වරණ සොයන්න. කුඤ්ඤයත් තලයත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{M(M+m)g\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න. අවකාශයෙහි අංශුවේ පෙත කවරේ ද? (1980)

(6) ප්‍රිස්මයක කේන්ද්‍රික හරස්කඩ ABC ත්‍රිකෝණයකි. $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$ ද $\angle CAB = \alpha \left(> \frac{\pi}{4}\right)$ ද AB = a ද වේ. M ස්කන්ධයෙන් යුත් ප්‍රිස්මය එහි AB පෘෂ්ඨය සුමට තිරස් මේසයක් සමඟ ස්පර්ශ වන සේ නිශ්චලතාවෙහි පවතී. එක එකක ස්කන්ධය m වූ සමාන අංශු දෙකක් උසම C ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා ප්‍රිස්මයේ CA,CB සුමට පාද දිගේ පහළට රූටා යන්නට (සර්පණය වන්නට) සලසනු ලැබේ. ප්‍රිස්මය $\sqrt{\frac{2a}{g}\cot\alpha}$ කාලයක් තුළ නිශ්චලතාවයෙහි පවතින බව ද ඉන්පසුව $\frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\cos^2\alpha}$ ත්වරණයකින් චලනය වන බව ද පෙන්වන්න. (1981)

(7) M ස්කන්ධයක් හා **α** බෑවුමක් ඇති සුමට ABC කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත චලනය වීමට නිදහසේ පවතී. m ස්කන්ධය ඇති අංශුවක් AC ආනත මුහුණත මත තබා සෙමින් මුදාහැරිය විට අවකාශයෙහි එහි පෙත තිරසත් සමඟ M ටැන් $\theta = (M+m)$ ටැන් **α** යන්නෙන් දැක්වෙන නියත θ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. (1981)

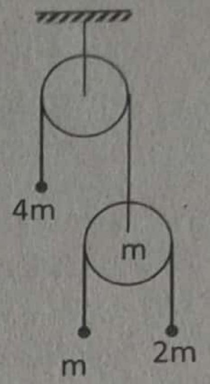
(8) ස්කන්ධ m සහ M (> m) වූ අංශු දෙකක් අවල සුමට කප්පියක් වටා යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. අවල සුමට තිරස් අප්‍රත්‍යාස්ථ මේසයකින් M හි චලිතය අවහිර කරනු ලැබ ඇති අතර මේසය මත M සට්ටනය විය හැක. මේසයට ඉහළින් H උසක M අල්වා තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. M ක්ෂණික නිශ්චලතාවට එළඹෙන අනුයාත උස පොදු අනුපාතය $\left(\frac{m}{M+m}\right)^2$ වූ ගුණෝත්තර ශ්‍රේණියක් සාදන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින්, M ගමන් කරන මුළු දුර $H\left[\frac{(M+m)^2+m^2}{(M+m)^5-m^2}\right]$ බව පෙන්වන්න. (1984)

(9) M ස්කන්ධයෙන් හා දී ඇති H ගැඹුරින් යුතු බාල්දියක් සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් වැටී ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් **M + m** ස්කන්ධයෙන් යුතු ප්‍රතිතෝලකයකට ඇදා තිබේ. **m** ස්කන්ධයෙන් යුතු මැඩියෙක් බාල්දියේ පතුළෙහි හරි මැද හිඳගෙන සිටිද්දී පද්ධතිය නිශ්චලව පවතී. මැඩියා බාල්දියේ කට මට්ටමට යන්තමින් එළැඹෙන පරිදි සිරස් ලෙස උඩ පනියි. ඌ නැවතත් බාල්දියේ පතුළ වෙත පැමිණීමට පෙර ගත වන කාලය $2\sqrt{\frac{H}{g}\left(\frac{2M+m}{M+m}\right)}$ බව පෙන්වන්න. අවකාශය තුළ මැඩියා නැගි නිරපේක්ෂ උස $\frac{H}{2}\left(\frac{2M+m}{M+m}\right)$ බව ද දක්වන්න. (1985)

(10) M ස්කන්ධයෙන් යුත් සුමට කුඤ්ඤයක කේන්ද්‍රික හරස්කඩ ABC ත්‍රිකෝණයකි. මෙහි $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$, $C\hat{A}B = \alpha$ වේ. මෙම කුඤ්ඤය සුමට තිරස් මේසයක් මත AB සමග ස්පර්ශ වෙමින් නිශ්චලතාවේ වෙයි. එක එකක ස්කන්ධය m වූ P, Q අංශු දෙකක් පිළිවෙළින් CA හා CB දිගේ නිදැල්ලේ සර්පණය වන සේ තබා ඇත. කුඤ්ඤයේ ත්වරණය සොයන්න. C හි දී සවිකරන ලද සැහැල්ලු කප්පියක් උඩින් වැටුණු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් P හා Q සම්බන්ධ කරනු ලැබේ. එවිට කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{mg\cos 2\alpha}{2M+3m-m\sin 2\alpha}$ බව පෙන්වන්න. (1986)

(11) m ස්කන්ධයෙන් යුතු ABC බටයක් B හිදී සෘජුකෝණික වන සේ නවා ඇත. AB කොටස තිරස් වන අතර, එය අවල මුදු දෙකක් තුළින් නිදැල්ලේ සර්පනය වේ. BC කොටස සිරස් ය. එක එකක ස්කන්ධය m වන P, Q අංශු දෙකක් AB, BC තුළ සර්ෂණයෙන් තොරව චලනය වන අතර, ඒවා B හි වන නොගිණිය හැකි ස්කන්ධයෙන් යුත් සුමට කප්පියක් උඩින් වැටුණු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් එකට ඇදා ඇත. ඉක්බිති මෙම පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. Q අංශුව එහි ආරම්භක පිහිටීමේ සිට y දුරක් වැටුණු පසු එහි ප්‍රවේගයේ සිරස් සංරචකය $\dot{y}$, $\dot{y}^2 = \frac{6gy}{5}$ යන්නෙන් දක්වෙන බව ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මයත් ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මයත් භාවිත කර පෙන්වන්න. එමගින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් Q හි ත්වරණයේ සංරචක සොයන්න. තන්තුවේ ආතතිය සොයා Q අංශුවත්, බටයත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{mg}{5}$ බව පෙන්වන්න. (1986)

(12) සැහැල්ලු ලනුවක් මගින් සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් සීලිමෙන් එල්ලා තිබෙයි. මෙම කප්පිය උඩින් යැවූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවෙක එක් කෙළවරකට 4m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් ඈඳා ඇති අතර අනෙක් කෙළවරෙහි m ස්කන්ධයෙන් යුත් දෙවැනි සුමට කප්පියක් ඈඳා ඇත. දෙවැනි කප්පිය උඩින් යැවූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තවත් තන්තුවෙක එක් කෙළවරක m ස්කන්ධක් ද අනෙක් කෙළවරෙහි 2m ස්කන්ධක් ද එල්ලා තිබෙයි. ආරම්භයේ දී රූප සටහනෙන් දැක්වෙන ආකාරයට පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් තබා ඉන්පසු මුදා හරිනු ලැබේ. වඩාම බර අංශුව $\frac{g}{23}$ ත්වරණයෙන් පහත බසින බව පෙන්වා අනෙකුත් අංශුවල ත්වරණ සොයන්න. සීලිම මත ඇදිල්ල ද සොයන්න.



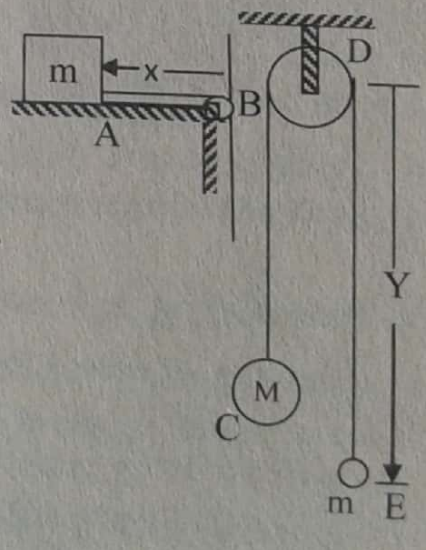
(1988)

(13) තිරස් සුමට මේසයක් මත සිටුවා ඇති කුඤ්ඤයක සුමට බෑවුම් මුහුණත සමඟ ස්කන්ධය m වන අංශුවක් ස්පර්ශව පවතී. කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධය M වන අතර බෑවුම් මුහුණත තිරසට α කෝණයකින් ආනත වේ. පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරි නම් කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M + m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වන්න. කුඤ්ඤයේ මුහුණත ඔස්සේ S දුරක් අංශුව චලනය වන කාලය තුළ දී කුඤ්ඤය d දුරක් චලනය වේ නම් $\left(1+\frac{M}{m}\right)d = s\cos\alpha$ බව පෙන්වන්න. කුඤ්ඤය සහ මේසය අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{M(M+m)g}{M+m\sin^2\alpha}$ බව ද පෙන්වන්න. (1989)

(14) α සහිත සුමට කුඤ්ඤයක් තිරස් මේසයක් මත පිහිටයි. එම කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණතේ පාමුල අංශුවක් තිබෙයි. F නියත ත්වරණයක් සහිතව කුඤ්ඤය මේසය දිගේ චලනය වීමට සළස්වනු ලැබේ. $F > g\tan\alpha$ නම්, අංශුව කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණත දිගේ ඉහළ නගින බව ඔප්පු කරන්න. කුඤ්ඤය මේ අන්දමට T කාලයක් චලනය වී ඉන්පසු නියත ප්‍රවේගයකින් චලනය වෙයි.

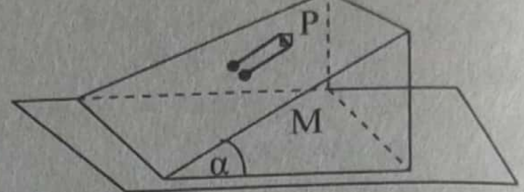
$T = \left[\frac{2gh\sec\alpha}{F(F\cos\alpha - g\sin\alpha)}\right]^{\frac{1}{2}}$ නම් අංශුව තලය දිගේ h සිරස් උසකට යම්තම් ලඟාවන බව පෙන්වන්න. (1990)

(15) ඉහත රූප සටහනින් නිරූපණය වන්නේ අචල සුමට තිරස් මේසයක් මත වන m ස්කන්ධයෙන් යුත් A වස්තුවක් m' ස්කන්ධයෙන් යුත් E අංශුවක් යා කෙරෙන ABCDE ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුව සමඟ කුඩා කප්පිවල සැකසුමකි. B හා D යන අචල සුමට කප්පි උඩින් තන්තුව යවා ඇත. C යනු තන්තුවේ කොටස් දෙක මගින් දරා සිටින ස්කන්ධය M වන චල සුමට කප්පියකි. තන්තුවේ AB කොටස තිරස් වන අතර BC,CD හා DE කොටස් සිරස්ය. t කාලයේ දී පිළිවෙලින් AB හා DE කොටස්වල දිග x ද y ද නම් m,m' හා M ස්කන්ධ සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.



තන්තුවේ T ආතතිය $T\left[\frac{4}{M} + \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}\right] = 3g$ යන්නෙන් ලැබෙන බව අපෝහනය කරන්න. ඒ නයින්, $\frac{2}{M} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}$ නම්, C කප්පිය ස්ථාවර ව පවතින බව පෙන්වන්න. (1991)

(16) α ආනතියෙන් යුත් සුමට කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා තිබෙයි. දෙකෙළවර m හා m' $(m > m')$ ස්කන්ධ ඈඳූ 2ℓ දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කුඤ්ඤයේ ඉහළ ආනත මුහුණතින් නෙරා තිබෙන කුඩා සුමට P නාදත්තක් වටා යවා ඇත. අංශු කුඤ්ඤයේ මුහුණත සමග ස්පර්ශ වෙමින් පවතියි. ආරම්භයේ දී අංශු එකක් අනෙකට ආසන්නව ද නාදත්තේ සිට ℓ දුරකින් පිහිටන පරිදි ද තබා තිබෙයි. තන්තුවේ එක් එක් කොටස නොබුරුල්ව ද ආනත මුහුණතේ උපරිම බෑවුම් රේඛාවක ද පිහිටා ඇත. බරින් අඩු m' අංශුව P නාදැත්ත වෙතට ඒමට පෙර කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\dfrac{(m-m')^2 g \sin\alpha\cos\alpha}{M(m+m')+4mm'+(m-m')^2\sin^2\alpha}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි M යනු කුඤ්ඤයේ ස්කන්ධය යි. (P නාදෑත්තේ සිට කුඤ්ඤයේ පහළ දාරය තෙක් දුර 2ℓ ට වැඩි බව උපකල්පන කළ යුතු ය.) බරින් අඩු අංශුව නාදෑත්ත වෙත පැමිණෙන විට කුඤ්ඤය $\dfrac{\ell(m-m')\cos\alpha}{M+m+m'}$ දුරක් මේසය මත ගමන් කර ඇති බව අපෝහනය කරන්න. (1992)



(17) M ස්කන්ධයෙන් හා $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ ආනතියෙන් යුත් කුඤ්ඤයක් රළු තිරස් තලයක තබා ඇත. මෙහි ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. $m\ (\geq M)$ ස්කන්ධයෙන් යුත් සුමට අංශුවක් වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ කුඤ්ඤයේ මුහුණතෙහි කෙළින්ම ඉහළට V ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. කුඤ්ඤය චලනය වෙයි නම්, එහි ත්වරණය $\left[\dfrac{m\cos\alpha\sin(\alpha-\lambda)-M\sin\lambda}{m\sin\alpha\sin(\alpha-\lambda)+M\cos\lambda}\right]g$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\mu = \tan\lambda$ $0 \leq \lambda < \alpha$ ද වෙයි. අංශුව ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය වෙත ආපසු ඒමට ගන්නා කාලය ද සොයන්න. (1993)

(18) M ස්කන්ධයෙන් ද h උසින් ද $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ ආනතියෙන් ද යුත් කුඤ්ඤයකට ආරෝහකයක (ඔසොව්වක) විශාල සුමට තිරස් බිමක් මත එහි දාරයට ලම්බ දිශාවක් ඔස්සේ චලනය වීමට නිදහස ඇත. ආරෝහකය a නියත ත්වරණයෙන් ඉහළ නගියි. kM ($k \geq 1$) ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් කුඤ්ඤයේ පහළ දාරයෙන් ආරම්භ කර එහි මුහුණත දිගේ ඉහළට ප්‍රක්ෂේපණය කෙරෙන්නේ V ප්‍රවේගයෙනි. අංශුවේ චලිතය සිදුවන්නේ කුඤ්ඤයේ ආනත මුහුණතේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව ඔස්සේ යැයි උපකල්පනය කරමින් ඕනෑම වේලාවක දී කකුඤ්ඤයත් අංශුවත් අතර R ප්‍රතික්‍රියාව $R = \dfrac{kM(g+a)\cos\alpha}{1+k\sin^2\alpha}$ යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. $V > \left[\dfrac{2(1+k)(g+a)h}{1+k\sin^2\alpha}\right]^{\frac{1}{2}}$ නම් අංශු ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යයට ආපසු පැමිණෙන්නේ නැති බව සාධනය කරන්න. ඕනෑම වේලාවක දී කුඤ්ඤයත් ආරෝහකයේ බිමත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව කිමෙක් ද? (1995)

(19) ස්කන්ධය M හා ආනතිය $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ වන කුඤ්ඤයක් ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu(<\tan\alpha)$ වන රළු තිරස් තලයක් තබා ඇත. ස්කන්ධය kM ($k \geq 1$) වන සුමට අංශුවක් කුඤ්ඤයේ මුහුණතේ මත වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව දිගේ V ප්‍රවේගයකින් උඩු අතට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කුඤ්ඤය චලනය වෙයි නම්, ඕනෑම මොහොතක අංශුව හා කුඤ්ඤය අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\dfrac{kMg(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)}{1+k\sin^2\alpha-\mu k\sin\alpha\cos\alpha}$ බව පෙන්වන්න. T කාලයක දී අංශුව ප්‍රක්ෂේපණ ලක්ෂ්‍යය වෙත ආපසු පැමිණෙන්නේ නම්, μ සොයන්න. $\mu = \frac{1}{2}\tan\alpha$ නම්, $T \geq \dfrac{4\sqrt{2}V}{g}\left[\dfrac{1}{k^{\frac{1}{2}}}+\dfrac{1}{k^{\frac{1}{2}}}\right]^{-1}$ බව අපෝහනය කරන්න. (1997)

(20) 4m ස්කන්ධයෙන් ද $\alpha \left(< \frac{\pi}{2}\right)$ ආනතියෙන් යුත් කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තිබෙයි. පිළිවෙලින් 2m හා m ස්කන්ධයෙන් යුත් A හා B සුමට අංශු දෙකක් දෙකෙළවරට ඈඳූ දිග 2ℓ වූ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කුඤ්ඤයේ ආනත උඩත් මුහුණතෙන් උඩු අතට නෙරා ගිය P කුඩා සුමට නාදත්තක් වටා යයි. අංශු කුඤ්ඤයේ මුහුණත සමඟ ස්පර්ශව තිබෙයි. ආරම්භයේ දී අංශු එකක් අනෙකට ආසන්නව නාදත්තේ සිට l දුරකින් ද තන්තුවේ එක් එක් කොටස නොබුරුල් ව හා ආනත මුහුණතේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව මත ද නාදත්ත මේසයේ සිට $h(> 2l\sin\alpha)$ උසකින් ද තිබෙන සේ පිහිටා ඇත. B අංශුව P නාදත්ත වෙත පැමිණීමට පෙර කුඤ්ඤයේ F ත්වරණය $F = \frac{g\sin 2\alpha}{41-\cos 2\alpha}$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න. ඒ නයින් F හි උපරිම අගය $\frac{g}{4\sqrt{105}}$ බව පෙන්වන්න. F උපරිම අගය ගතහොත් නාදත්ත වෙත ඒමට B අංශුව ගන්නා කාලය සොයන්න.

(1998)

(21) රේඛීය ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය සහ යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය ප්‍රකාශ කරන්න. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ස්කන්ධය M සහ ආනතිය α වූ සුමට කුඤ්ඤයක ආනත තලය දිගේ පහළට සර්පණය වන අතර කුඤ්ඤයට සුමට තිරස් මේසයක් මත චලනය වීමට නිදහස ඇත. ආරම්භයේ දී පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ පවතී. කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ v වේගය, $V^2 = \frac{2(M+m)g\,x\sin\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වීමට ඉහත සංස්ථිති නියම යොදන්න. මෙහි x යනු කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුව චලනය වී ඇති දුරයි. ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණය සොයා ආරම්භක නිශ්චල පිහිටීමේ සිට කුඤ්ඤය ගමන් කර ඇති දුර $\frac{mx\cos\alpha}{M+m}$ බව පෙන්වන්න.

(1999)

(22) ස්කන්ධය M වූ R අංශුවක් සුමට තිරස් සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මේසයක් මත නිශ්චලව ඇත. එය සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකකින් ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m, m' $(m' > m)$ වූ P,Q අංශු දෙකකට ඈඳා ඇත. මේසයේ දාර දෙකක සවිකළ LN කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් උඩින් තන්තු යමින් P,Q අංශු සිරස්ව එල්ලෙන අතර LRN රේඛාව මේසයේ සම්මුඛ පැති දෙකකට සමාන්තර වෙයි. තන්තු නොබුරුල්ව තිබිය දී පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. Q අංශුව x දුරක් චලනය වීමෙන් අනතුරුව අප්‍රත්‍යස්ථ ගෙබිමක් සමඟ ගැටේ. P අංශුව ඉහළ නගින අතිරේක y දුර, $y = \frac{(M+m)(m'-m)x}{m(M+m+m')}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. P වැටීම නිසා Q නැවත ගැස්සී චලනය වීමට පටන්ගත් පසු එය ඉහළ නගින දුර $\left(\frac{M+m}{M+m+m'}\right)^2 x$ බව තව දුරටත් පෙන්වන්න. (P, Q, R අංශු කිසිවක් කප්පි සමඟ නොගැටෙන බව උපකල්පනය කෙරේ.)

(2000)

(23) ස්කන්ධය M වූ හිම ක්‍රීඩකයෙක් සුමට විශාල තිරස් හිම තහඩුවක් මත සිටගෙන නිශ්චලව සිටී. එක එකක ස්කන්ධය m බැගින් වූ බර ගෝලාකාර කුඩා බෝල දෙකක් ඔහු අත ඇත.

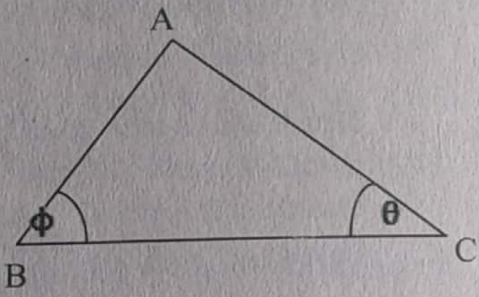
i) හිම ක්‍රීඩකයා මෙම බෝල දෙක සමගාමීව තිරස් දිශාවකට u සාපේක්ෂ ප්‍රවේගයක් සහිතව විසි කරයි. හිම ක්‍රීඩකයා ලබාගන්නා ප්‍රවේගයත් ඔහු විසින් වැය කරන ලද ශක්තියත් සොයන්න.

ii) හිම ක්‍රීඩකයා මෙම බෝල දෙක එක් එක් අවස්ථාවේ දී u සාපේක්ෂ ප්‍රවේගයක් සහිතව එකම තිරස් දිශාවකට අනුයාතව විසි කරයි. හිම ක්‍රීඩකයා ලබාගන්නා ප්‍රවේගය $\frac{(2M+3m)mu}{(M+2m)(M-m)}$ බවත් ඔහු විසින් වැය කරන ලද ශක්තිය $\frac{1}{2}\left[\frac{(2M^2+4Mm+m^2)}{(M+m)(M+2m)}\right]mu^2$ බවත් පෙන්වන්න. (1997)

(24) ස්කන්ධය M සහ කෝණය α වූ සුමට කුඤ්ඤයක් තිරසට ආනතිය α වූ අචල සුමට තලයක් තබා ඇත්තේ කුඤ්ඤයෙහි උඩත් මුහුණත තිරස් වන පරිදිය. මෙම තිරස් මුහුණත මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුවේ සහ කුඤ්ඤයේ ත්වරණ නිර්ණය කිරීම සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය $\frac{(M+m)g\sin^2\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ බව සාධනය කරන්න. (2000)
එහි දිශාව කුමක් ද?

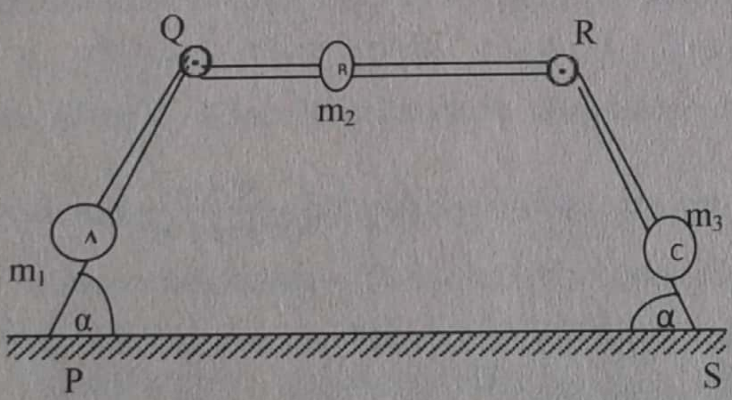
(25) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් ස්ක්නධය M වූ කුඤ්ඤයක තිරසට ආනතිය α වූ සුමට මුහුණතක පහළට ලිස්සා යන අතර කුඤ්ඤයට සුමට තිරස් මේසයක් මත චලනය වීමට නිදහස ඇත. කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වා අංශුව සහ කුඤ්ඤය අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. (2001)

(26) රූප සටහනෙහි දක්වෙන්නේ තිරසට පිළිවෙලින් ϕ සහ $\theta (\sin 2\phi > \sin 2\theta)$ කෝණවලින් ආනත වූ AB සහ AC සුමට මුහුණත් දෙකක් සහිත ස්කන්ධය M වූ කුඤ්ඤයක ABC සිරස් හරස් කඩකි. එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ P සහ Q අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් AB සහ AC ඔස්සේ පහළට ලිස්සා යයි. කුඤ්ඤය සවිකොට ඇත්නම් P සහ Q හි ත්වරණ සොයන්න.



කුඤ්ඤය සුමට නම් හා සුමට අචල තිරස් තලයක් මත නිදහසේ චලනය විය හැකි නම් තලයට සාපේක්ෂව කුඤ්ඤයේත් අංශුවලත් ත්වරණ නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණ ලියන්න. කුඤ්ඤය $\frac{mg(\sin 2\phi - \sin 2\theta)}{2[M+m(\sin^2\theta+\sin^2\phi)]}$ ත්වරණයකින් චලනය වන බව පෙන්වන්න. $\theta = \phi$ විට කුඤ්ඤය ඒකාකාර ප්‍රවේගයකින් චලනය වන බව පෙන්වා ඒ නයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ P සහ Q හි ත්වරණ සොයන්න. (2003)

(27)



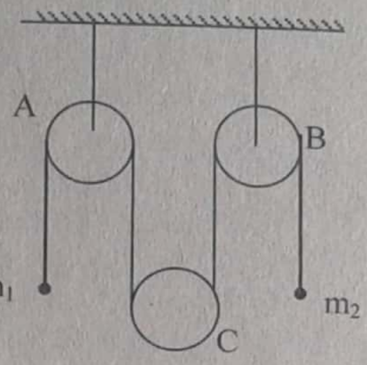
රූප සටහනෙන් ස්කන්ධය M වූ සුමට කොටසක සිරස් හරස්කඩක් දක්වෙයි. මෙහි QR හා PS තිරස් වන අතර PQ හා RS තිරසට α කෝණයකින් ආනත වේ. සුමට ලුහු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් Q හා R හි කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් උඩින් යයි. තන්තුවේ කෙළවරට ස්ක්නධ පිළිවෙලින් m_1 හා m_3 වූ A හා C කුඩා සුමට අංශු දෙකක් ඇඳා ඇත. ස්කනධය m_2 වූ තෙවැනි කුඩා සුමට B අංශුවක් Q හා R අතර දී තන්තුවට ඇඳා ඇත. කොටයට සුමට තිරස් තලයක නිදහසේ චලනය විය හැකිය. තලයට සාපේක්ෂ ව කොටයේ ත්වරණය කොටයට සාපේක්ෂව අංශුවල ත්වරණය සහ තන්තුවේ AB හා BC කොටස්වල ආතති නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

B අංශුවේ ස්කන්ධය නොගිණිය හැකි නම් තන්තුවේ AB හා BC කොටස් දෙකෙහි ආතති එකම බව පෙන්වන්න. වැඩි දුරටත් කොටයේ ස්කන්ධය ද නොගිණිය හැකි නම් A හා C මත කොටයේ ප්‍රතික්‍රියාවන්හි විශාලත්ව එක එකක් $\frac{2m_1m_3}{m_1+m_3}g\cos\alpha$ ට සමාන බව පෙන්වන්න.

(2004)

(28) ස්කන්ධ පිළිවෙලින් M_1 හා M_2 වූ A හා B සුමට කප්පි දෙකක් සිරස් ලුහු දඬු දෙකක් මගින් සීලිමකට සවිකර ඇත. රූපයෙහි දක්වෙන පරිදි ලුහු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් A,B හා ස්කන්ධය M_3 වූ චලනය කළ හැකි සුමට C කප්පියක් වටා යන අතර තන්තුවෙහි දෙකෙළවරට m_1 හා m_2 ස්කන්ධ සහිත අංශු දෙකක් ඈඳා ඇත. තන්තුවෙහි ආතතිය $\frac{4m_1m_2M_3g}{4m_1m_2+M_3(m_1m_2)}$ බව පෙන්වා පද්ධතිය මගින් සීලිම මත ඇති කෙරෙන බලය සොයන්න.

(2005)



(29) ස්කන්ධය M වූ සුමට කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. ආරම්භයේ දී එහි තිරසට ආනතිය α වූ තලය මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සීරුවෙන් තබනු ලැබේ. ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිතයෙන් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව v ප්‍රවේගයක් අංශුව ලබාගන්නා විට කුඤ්ඤයේ ප්‍රවේගය $\frac{mv\cos\alpha}{M+m}$ බව පෙන්වන්න. මෙම මොහොතේ දී කුඤ්ඤයට සවිකර ඇති අප්‍රත්‍යාස්ථ බාධකයක ගැටී අංශුව කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි නම්, කුඤ්ඤයේ ප්‍රවේගයත් මේසය මත ආවේගයත් සොයන්න.

(2006)

(30) සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් සෝපානයක සිවිලිමට සවිකරන ලද සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් යන අතර තන්තුවේ දෙකෙළවර ස්කන්ධ m සහ Km (k > 1) වූ අංශු දරයි. සෝපානය F නියත ත්වරණයකින් සිරස්ව ඉහළට චලනය වීමට සලස්වනු ලබන අතර එම වේලාවේම අංශු නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබෙයි. සෝපානයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුවේ ත්වරණය සොයා තන්තුවේ ආතතිය $\frac{2Km}{K+1}(g+F)$ බව පෙන්වන්න. වඩා බර අංශුව නිශ්චලතාවයෙහි තිබෙන පරිදි F හි අගය සොයන්න.

(2007)

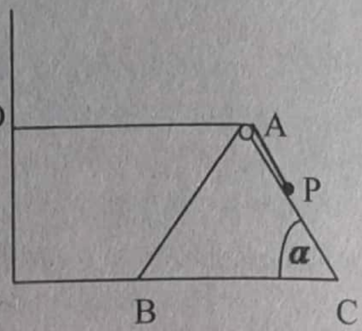
(31) ස්කන්ධය M වූ සුමට කුඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් කුඤ්ඤයෙහි තිරසට α ආනතියක් සහිත මුහුණතක් මත තබා මුහුණතෙහි වැඩිතම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ ඉහළට V ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. කුඤ්ඤයේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සහ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය නියත අනුපාතයකින් යුක්ත වන බව පෙන්වන්න. අංශුව $\frac{2V(M+m\sin^2\alpha)}{(M+m)g\sin\alpha}$ කාලයකට පසුව කුඤ්ඤය මත අංශුවේ ආරම්භක ලක්ෂ්‍යය වෙත ආපසු පැමිණෙන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(2008)

(32) ස්කන්ධය 2m වූ සුමට කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වූ හරස්කඩ C හි දී සෘජුකෝණී වූ ABC ත්‍රිකෝණයකි. $B\hat{A}C$ කෝණය 60^0 වන පරිදි වූ A ශීර්ෂයෙහි කුඩා සුමට කප්පියක් සවිකර ඇත. සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කප්පිය උඩින් යන අතර එහි දෙකෙළවරට ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 3m සහ m වූ P සහ Q අංශු ඈඳා ඇත. කුඤ්ඤය එහි BC මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක ස්පර්ශ වන පරිදි තබා ඇත.

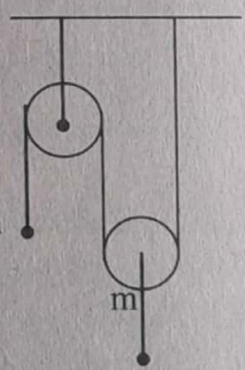
Q අංශුව AC සිරස් මුහුණත සමඟ ස්පර්ශ වන පරිදි A ට සිරස්ව පහළින් අල්ලා තබන අතර P අංශුව AB ආනත තලය මත තබා ඇත. දැන් Q නිදහස් කරනු ලැබේ නම්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{\sqrt{3}g}{23}$ බව පෙන්වා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. (2009)

(33) සිරස් බිත්තියක් මත O ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇති දිග ℓ වන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් BC ඔස්සේ යන මුහුණත තිරස් අචල සුමට බිමක් මත පිහිටි ස්කන්ධය M වූ සුමට කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන ABC ත්‍රිකෝණාකාර සිරස් හරස්කඩෙහි A ශීර්ෂයේ වූ අචල සුමට කප්පියක් මතින් යයි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් තන්තුවෙහි අනෙක් කෙළවරට සම්බන්ධ කර ඇති අතර රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති ආකාරයට OA තිරස් වන පරිදි තන්තුව නොබුරුල්ව තබා ඇත.

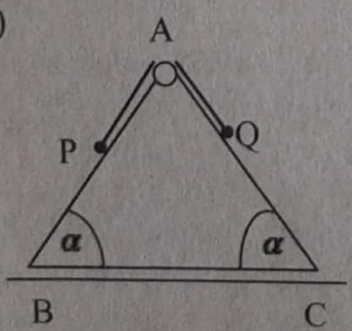


F යනු බිමට සාපේක්ෂව කුඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වය ද f යනු කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය ද නම්, f = F බව පෙන්වන්න. AC තිරසට α කෝණයකින් ආනත නම්, P අංශුව සඳහා AC ඔස්සේ ද පද්ධතිය සඳහා තිරසට ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. ඒ නයින් හෝ වෙනත් ආකාරයකින් හෝ, $\frac{mg\sin\alpha}{M+2m(1-\cos\alpha)}$ ත්වරණයකින් කුඤ්ඤය බිත්තිය දෙසට චලනය වන බව පෙන්වන්න.
ආරම්භයේ දී සිරස් බිත්තියේ සිට තිරස් d දුරකින් B පිහිටන පරිදි පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ පවතී. d ට වඩා PC විශාල නම්, $\sqrt{\frac{2d\{M+2m(1-\cos\alpha)\}}{mg\sin\alpha}}$ කාලයකට පසු $\sqrt{\frac{2dmg\sin\alpha}{M+2m(1-\cos\alpha)}}$ වේගයෙන් B බිත්තියෙහි ගැටෙන බව පෙන්වන්න. බිත්තියෙහි B ගැටීමට මොහොතකට පෙර බිමට සාපේක්ෂව P අංශුවේ වේගය $2\sqrt{\frac{dmg\sin\alpha(1-\cos\alpha)}{M+2m(1-\cos\alpha)}}$ බවත් පෙන්වන්න. (2010)

(34) සුමට අචල කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් එක් කෙළවරකින් ස්කන්ධය 2m වූ අංශුවක් දරා සිටී. තන්තුව ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් දරා සිටින සැහැල්ලු කප්පියක් යටින් යයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි සිවිලිමකට සවිකර ඇත. පද්ධතිය ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය වෙයි. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{2}{3}mg$ බව පෙන්වන්න. (2011)



(35)



ස්කන්ධය 2m වූ සුමට කුඤ්ඤයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන ABC ත්‍රිකෝණාකාර සිරස් හරස්කඩෙහි A ශීර්ෂයේ දී කුඩා සුමට කප්පියක් සවිකර ඇත. BC ඔස්සේ යන මුහුණත අචල සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. AB සහ AC යනු අදාළ මුහුණත්වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා යැයි ද, $A\hat{B}C = A\hat{C}B = \alpha$ යැයි ද දී ඇත. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m හා $\lambda m(\lambda > 1)$ වූ P හා Q සුමට අංශු දෙකක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට ඈඳා ඇත.

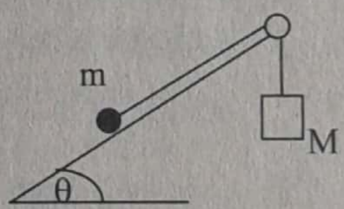
තන්තුව කප්පිය මතින් යන අතර P හා Q අංශු පිළිවෙලින් AB හා AC මත රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි තන්තුව නොබුරුල්ව පවතින සේ තබා ඇත. පද්ධතිය නිසලතාවෙන් මුදා හැරේ. P හා Q අංශු සඳහා පිළිවෙලින් BA හා AC ඔස්සේ ද පද්ධතිය සඳහා තිරසට ද චලිත සමීකරන ලබාගන්න. කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P හා Q අංශු එක එකක ත්වරණයේ විශාලත්වය $\dfrac{(\lambda-1)(\lambda+3)g\sin\alpha}{(\lambda+1)[(\lambda+3)-(\lambda+1)\cos^2\alpha]}$ බව පෙන්වන්න.

Q අංශුව C වෙත එළඹෙන විට තන්තුව හදිසියේම කැඩී යයි. P අංශුව කප්පිය වෙත ළඟා වී නොමැති බව උපකල්පනය කරමින් තන්තුව කැඩීයාමෙන් මොහොතකට පසු කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව P අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය ලියා දක්වන්න. (2011)

(36) තිරස් පොළොවක සිට මීටර 3 ක් උසකින් පිහිටි සිවිලිමකට සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සවිකර ඇති චලනය විය හැකි සැහැල්ලු සුමට P නම් කප්පියක් යටින් ද, සිවිලිමට සම්බන්ධ කර ඇති සැහැල්ලු සුමට කප්පියක් උඩින් ද යවා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය M (>m) වූ Q නම් අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. චලනය විය හැකි P කප්පිය හා Q අංශුව පොළොවේ සිට පිළිවෙළින් මීටර $\frac{1}{2}$ ක හා මීටර 1 ක උසින් ද, කප්පි සමග ස්පර්ශ නොවන තන්තු කොටස සිරස්ව ද පිහිටන විට පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හැරේ.
Q අංශුවේ ත්වරණය හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. Q අංශුව තත්පර $\sqrt{\frac{4M+m}{(2M-m)g}}$ කාලයකට පසුව පොළොවට ළඟා වන බව හා P කප්පිය පොළොවේ සිට මීටර $\frac{1}{2}\frac{3M}{4M+m}$ උසකට ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න. (2012)

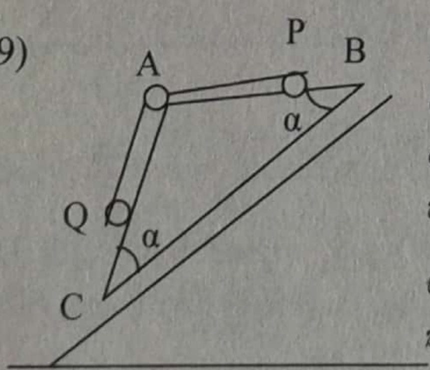
(37) වැඩිතම බෑවුම් රේඛාව තිරසට α කෝණයකින් ආනත බෑවුමක් දිගේ එහි මුදුනේ සිට නිශ්චලතාවයෙන් ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් මුදා හැරේ. මුදුනේ සිට d දුරක් පහළට චලනය වීම සඳහා අංශුවට තත්පර එකක් ගත වේ නම්, අංශුවේ චලිතයට එරෙහිව මුදුනේ සිට ගමන් කරන ලද දුර d වන විට, අංශුවේ ප්‍රවේගය ද සොයන්න. (2012)

(38) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තිරසට ආනතිය α වූ අචල සුමට තලයක් මත නිසලව ඇති අතර එය තලයේ ඉහළම කෙළවරෙහි වූ කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය මඟින් නිදහසේ එල්ලෙන M ($M > m\sin\alpha$) ස්කන්ධයකට සම්බන්ධ කර ඇත. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි M ස්කන්ධය කප්පිය ආසන්නයේ තබා ආනත තලයේ



උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ තන්තුව තදව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. ස්කන්ධය m වූ අංශුව තලය දිගේ ඉහළට d දුරක් චලනය වූ විට එහි වේගය v යන්න $(M + m)v^2 = 2gd(M - m\sin\alpha)$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. (2013)

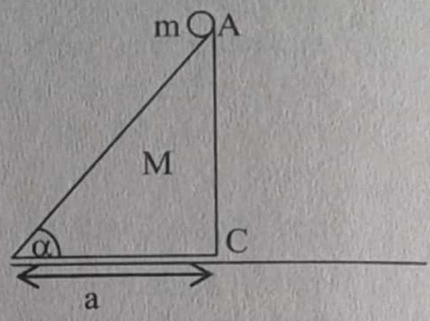
(39)



ABC ත්‍රිකෝණය ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වූ සිරස් හරස්කඩකි. AC හා BC රේඛා අදාළ මුහුණත්වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා වන අතර BA හා AC රේඛා BC සමග සමාන $\alpha\left(0 < \alpha < \frac{\pi}{4}\right)$ කෝණ සාදයි. තිරසට α කෝණයක ආනතියකින් යුතු අචල සුමට තලයක් මත BC අන්තර්ගත මුහුණත ඇතිව ද AB තිරස්ව ද කුඤ්ඤය රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තබා ඇත.

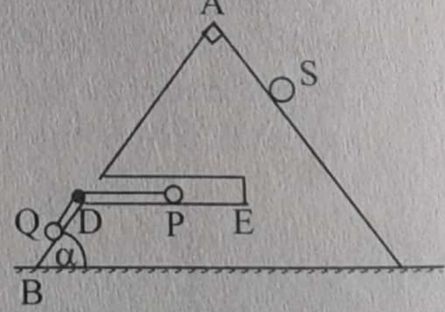
ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m_1 හා m_2 වන P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙලින් AB හා AC මත තබා A ශීර්ෂයෙහි වූ කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව තද ව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙහි සිට මුදා හරිනු ලැබේ. එක් එක් අංශුවේ කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂ ව ත්වරණයත් කුඤ්ඤයේ ත්වරණයත් නිර්ණය කිරීම සඳහා P අංශුවට BA දිගේ ද Q අංශුවට AC දිගේ ද මුළු පද්ධතියට BC දිගේ ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. $m_1 = m_2$ නම්, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුවේ ත්වරණය ශූන්‍ය වන බව ද කුඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වය $\mathbf{g\sin\alpha}$ බව ද පෙන්වන්න. (2013)

(40) දී ඇති රූප සටහනෙහි ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. AB රේඛාව එය අයත් මුහුණතෙහි උපරිම බෑවුම් රේඛාවක් වන අතර $\mathbf{A\hat{B}C} = \alpha$, $\mathbf{A\hat{C}B} = \frac{\pi}{2}$ හා BC = α වේ. සුමට තිරස් ගෙබිමක් මත BC අයත් මුහුණත ඇතිව කුඤ්ඤය තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් AB රේඛාව මත A ලක්ෂ්‍යයෙහි සීරුවෙන් තබා නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. අංශුව කුඤ්ඤය හැර යන තෙක්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{mg\sin\alpha\cos\alpha}{M+m\sin^2\alpha}$ බව පෙන්වා, කුඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණය සොයන්න. දැන් $\alpha = \frac{\pi}{4}$ හා $M=\frac{5m}{2}$ යැයි සිතමු. අංශු කුඤ්ඤය හැර යන මොහොතේ දී කුඤ්ඤයේ වේගය $\frac{\sqrt{2ag}}{21}$ බව පෙන්වන්න. (2014)



(41) ස්කන්ධය පිළිවෙළින් m හා 2m වූ A හා B අංශු දෙකක්, අචල කුඩා සැහැල්ලු සුමට C කප්පියක් උඩින් යන 2l දිගකින් යුතු සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවර සම්බන්ධ කර ඇත. එක් එක් අංශුව C ට l ගැඹුරකින් අල්ලා තබා පද්ධතිය මෙම පිහිටීමෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, එක් එක් අංශුව $x(<l)$ දුරක් චලනය වී ඇති විට එක් එක් අංශුවෙහි v වේගය, $v^2 = \frac{2gx}{3}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. ඒනයින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, පද්ධතියේ ත්වරණය සොයන්න. (2015)

(42) දී ඇති රූපයේ ABC ත්‍රිකෝණය, ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යන සිරස් හරස්කඩක් නිරූපණය කරයි. කුඤ්ඤය තුළ BC ට සමාන්තර වූ DE සිහින් සුමට පීල්ලක් ඇත. AB හා AC රේඛා, අදාළ මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වන අතර $A\hat{B}C = \alpha$ හා $B\hat{A}C = \frac{\pi}{2}$ වේ. BC අඩංගු මුහුණත අචල සුමට තිරස් මේසයක් මත සිටින පරිදි කුඤ්ඤය තබා ඇත. එක එකක ස්කන්ධය m වූ P හා Q අංශු දෙකක් පිළිවෙළින් DE හා DB මත තබා ඒවා, D ලක්ෂ්‍යයෙහි පිහිටි කුඩා සුමට සැහැල්ලු කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ඈඳා ඇත. ස්කන්ධය $\frac{m}{2}$ වූ S අංශුවක් AC මත



ලක්ෂ්‍යයක තබා P හා Q සම්බන්ධ කෙරෙන තන්තුව ඇද තිබිය දී, පද්ධතිය මෙම පිහිටීමෙන් නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

P අංශුව DE දිගේ ද Q අංශුවට DB දිගේ ද S අංශුවට AC දිගේ ද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. තවදුරටත්, මුළු පද්ධතියම BC දිගේ චලිත සමීකරණය ලියන්න. ඒනයින්, කුඤ්ඤයේ ත්වරණය $\overrightarrow{BC}$ හි දිශාවට $\dfrac{mg\sin\alpha}{2M+3m=2m\cos\alpha}$ බව පන්වන්න. (2015)

සර්ෂණය

(1) අරය a හා බර w වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකි. එකම මට්ටමෙ $a\sqrt{3}$ දුරකින් සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට සමාන්තරව පිහිටි අචල තිරස් පීලි දෙකකින් දරා ඇත. සිලින්ඩරය හා සෑම පීල්ලක් අතර සර්ෂණ සංගුණකය μ ය. උස්ම ජනකයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ජනකයට ලම්බක ව තිරස් බලයක් යොදනු ලැබේ. μ ට ලැබිය හැකි අගයන්ගේ පරාසය සොයා

i) සිලින්ඩරය පීලි දෙකෙහිම ලිස්සීමේ අවස්ථාවෙහි නම්,

ii) සිලින්ඩරය පීල්ලක් වටා හැරීමේ අවස්ථාවෙහි නම්, තිරස් බලයේ අගය සොයන්න. (1975)

(2) අර්ධවෘත්තාකාර පාත්‍රයක් එහි සපර්යන්ත ගැටිය තිරස් වන සේ සවි කර තිබෙයි. පාත්‍රයේ අරයට සමාන දිගක් ඇති ඒකාකාර දණ්ඩක් පාත්‍ර තුළ පාත්‍රයේ කේන්ද්‍රය හරහා යන සිරස් තලයක සීමාකාරී සමතුලිතතාවෙන් නිශ්චලතාවයෙහි පවතියි. දණ්ඩේත් පාත්‍රයේත් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය දෙකේ දීම සර්ෂණ සංගුණක μ නම් දණ්ඩ තිරසත් සමඟ ටැන්$^{1}\{4\mu/(3-\mu^2)\}$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න. (1982)

(3) ස්කන්ධය M හා අරය a වන වෘත්තාකාර වළල්ලක් රළු නාදැත්තකින් සිරස් තලයක එල්ලෙමින් පවතී. කෘමියෙක් මෙම වළල්ලේ පහතම ලක්ෂ්‍යයෙන් පටන්ගෙන එය දිගේ ඉහළට බඩගායි. මෙම කෘමියාට නාදැත්ත වෙතට පැමිණිය හැක්කේ උගේ ස්කන්ධය M $\sin\lambda/(1-\sin\lambda)$ ට වඩා කුඩා නම් බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු නාදැත්ත හා වළල්ල අතර සර්ෂණ කෝණය වේ. කෘමියාගේ ස්කන්ධය M $\sin\lambda/(1-\sin\lambda)$ ට වඩා විශාල නම් වළල්ල නාදැත්ත මත ලිස්සීමට පෙර ඌට වළල්ල දිගේ කවර දුරක් යා හැකි දැයි සොයන්න. (1984)

(4) ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක් එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් තලයක හා සුමට සිරස් බිත්තියක ගෑවෙමින් නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. $\mu_1 > \frac{3}{8}$ නම්, අර්ධගෝලය ඕනෑම පිහිටීමක නිශ්චලව තිබිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි μ_1 යනු අර්ධගෝලයත් තලයත් අතර සර්ෂණ සංගුණකය වෙයි. $\mu_1 < \frac{3}{8}$ නම්, අර්ධගෝලයෙහි ආධාරකයට සිරස සමඟ සෑදිය හැකි අඩුතම කෝණය $\cos^{-1}\left(\frac{8\mu_1}{3}\right)$ බව පෙන්වන්න. බිත්තිය ද රළු නම් මෙම අඩුතම කෝණය $\cos^{-1}\frac{8\mu_1(1+\mu_2)}{3(1+\mu_1\mu_2)}$ යනුවෙන් දැක්විය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි μ_2 යනු අර්ධගෝලයත් බිත්තියත් අතර සර්ෂණ සංගුණකය වෙයි. (1990)

(5) බර W ද දිග 2a වූ ද ඒකාකාර AB දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් පොළවකට ද B කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ද හේත්තු වන සේ තිරසට α කෝණයකින් තබා ඇත. දණ්ඩ බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. Aහි දීත් Bහි දීත් ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu(<1)$ වෙයි. දණ්ඩ සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පවතී නම් $\tan\alpha = \frac{1-\mu^2}{2\mu}$ බව පෙන්වන්න. දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය $\theta(<\alpha)$ නම් ද දණ්ඩ පහළට ලිස්සා යාම යන්තම් වැළැක්වෙන පරිදි M ඝූර්ණයෙන් යුත් යුග්මයක් දණ්ඩ හරහා යන සිරස් තලයේ යොදන්නේ නම් ද $(1+\mu^2)M = (1-2\mu\tan\theta-\mu^2)Wa\cos\theta$ බව පෙන්වන්න. (1991)

(6) බර W ද දිග 2a ද වන ඒකාකාර ඉනිමගක් එහි එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් බිත්තියකටත් අනෙක් කෙළවර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වූ රළු පොළොවකටත් හේත්තු වන සේ තබා තිබෙයි. ඉනිමගේ බර මෙන් සිව් ගුණයක බර මිනිසෙකුට එය ලිස්සා යන්නේ නැතිව ඉණිමගේ මුළු දිග ම නැගීමට පුළුවන. සුමට කෙළවරේ දී යටි අත් සිරස සමග ඉණිමගේ ආනතය θ නම් පද්ධතියේ සාධාරණ සමතුලිතතා පිහිටීමක් සැලකීමෙන්, $\mu \geq \frac{9}{10}\tan\theta$ බව පෙන්වන්න. දැන් ඉණිමගේ අඩිය බිත්තියේ සිට $a\sqrt{2}$ දුරකින් වෙයි නම් ද $\mu \leq 1/2$ නම් ද ඉණමග ලිස්සන්නේ නැතිව මිනිසාට නැවතත් ඉණිමගේ මුළු දුර ම නැගීමට හැකි වන පරිදි දණ්ඩ හරහා යන සිරස් තලයේ යෙදිය යුතු යුග්මයේ අවම අගය සොයන්න. (1992)

(7) ඒකාකාර ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් තිරසට α කෝණයකින් ප්‍රතිවිරුද්ධ අතට සවිකරන ලද සමාන රළු බවින් යුත් ආනත තල දෙකක් මත තිරස්ව පවතින ලෙස තබා ඇත්තේ සිලින්ඩරයේ අක්ෂය තලවල ඡේදන රේඛාවට සමාන්තර වන ලෙසට ය. සිලින්ඩරය මත එය එහි අක්ෂය වටා හැරවීමට යත්න දරණ ඝූර්ණය M වූ යුග්මයක් යොදා ඇත. සිලින්ඩරයේ බර W ද එහි අරය a ද ඝර්ෂණ කෝණය λ ද වෙයි නම් සිලින්ඩරය ලිස්සායාමට ආසන්න ම මොහොතේ $M = \frac{1}{2}Wa\sec\alpha\sin 2\lambda$ බව පෙන්වන්න. (1993)

(8) අ) ඒකාකාර ඝණ අර්ධගෝලයක් නිසලව ඇත්තේ එහි වක්‍ර පෘෂ්ඨය රළු තිරස් තලයක් ද ඒ හා සමාන ලෙස සමාන රළු සිරස් බිත්තියක් ද ස්පර්ශ වන පරිද්දෙනි. සිරස සමග අර්ධගෝලයේ ආධාරකයට සෑදිය හැකි අඩුතම කෝණය $\tan^{-1}(2\sqrt{2})$ නම් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය දෙකේ දීම ඝර්ෂණ කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{23}-4}{7}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ආ) W බරින් යුතු අංශුවක් තිරසට ආනතිය $\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ වූ රළු තලයක් මත තිබෙයි. අංශුව ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් තලයේ වූ ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. θ යනු තන්තුවක් වැඩිතම බෑවුම් රේඛාවත් අතර සුළු කෝණය නම්, $\theta \leq \sin^{-1}\left(\frac{\tan\lambda}{\tan\alpha}\right)$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\lambda(<\alpha)$ යනු ඝර්ෂණ කෝණයයි. θ හි විවිධ අගයන් සඳහා තන්තුවේ අඩුතම අගය ද සොයන්න. (1996)

(9) "ඝර්ෂණ කෝණය" හා "ඝර්ෂණ කේතුව" යන පද අර්ථ දක්වන්න.

අ) ඒකාකාර දණ්ඩක් ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu(<1)$වූ රළු අචල කුහර අර්ධගෝලයක් ඇතුළත සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ නිශ්චලව තිබෙයි. දණ්ඩ අර්ධගෝලයෙහි කේන්ද්‍රයේ දී ඍජුකෝණයක් ආපාතනය කරයි නම් තිරසට දණ්ඩේ ආනතිය $2\tan^{-1}\mu$ බව පෙන්වන්න.

ආ) W බරින් යුතු අංගුවක් ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වූ රළු ආනත තලයක් මත තබා ඇත. තලයේ බෑවුම රේඩියන් α නම් අංගුව තලය පහළට ලිස්සා යාම වළක්වන අඩුම බලය සොයන්න. මෙහි $\alpha > \tan^{-1}\mu$ වේ. (1998)

(10) AB ඉණිමගක් එහි එක් A කෙළවරක් රළු තිරස් ගෙබිමක සහ B අනෙක් කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියක ස්පර්ශ වී නිශ්චලතාවයේ ඇත. AB ඉණිමග අඩංගු සිරස් තලය බිත්තියට ලම්බ වෙයි. A සහ B එක් එක් ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ දී ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වන අතර ඉණිමගෙහි G ගුරුත්ව කෙන්ද්‍රය මගින් $AG : GB = k : 1$ අනුපාතයට AB බෙදෙයි. ඉණිමග සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන විට එය තිරසට තිබිය යුතු θ ආනතිය $\tan\theta = \frac{k-\mu^2}{\mu(k+1)}$ මගින් දෙන බව පෙන්වන්න. ඉණිමග ඒකාකාරී වන විට $\theta = \frac{\pi}{2} - 2\lambda$ බව අපෝහනය කරන්න. මෙහි λ යනු ඝර්ෂණ කෝණය වන අතර 2λ සුළු කෝණයක් බව දී ඇත. ඉණිමගෙහි තිරසට ආනතිය $\alpha\left(<\frac{\pi}{2} - 2\lambda\right)$වෙයි නම් ඉණිමග පහළට ලිස්සා යෑම යම්තම් වැලකෙන පරිදි එය අඩංගු සිරස් තලයෙහි යෙදිය යුතු යුග්මයේ G ඝූර්ණය $G = Wa\cos(\alpha + 2\lambda)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි W යනු ඉණිමගේ බර ද 2a යනු ඉණිමගේ දිග ද වෙයි. (1999)

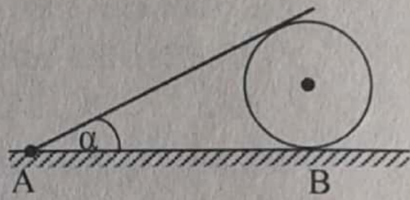
(11) බර W සහ දිග 2a වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් A කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ස්පර්ශව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත. එය ආධාර කරනු ලැබ ඇත්තේ B අනික් කෙළවර A ට සිරස්ව ඉහළින් බිත්තියේ පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කෙරෙන සමාන 2a දිගින් යුත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි. දණ්ඩ උඩු සිරසට θ කෝණයකින් ආනත වන අතර එය බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. තන්තුවේ ආතතිය සොයා $\theta \geq \cot^{-1}\left(\frac{\mu}{3}\right)$බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු ඝර්ෂණ සංගුණකය යි. (2000)

(12) උස h වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි අක්ෂය මත ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. එවැනි කේතුවක අඩ - සිරස් කෝණය 15^0 වන අතර එහි ආධාරකය රළු තිරස් ගෙබිමක ඇතිව නිශ්චලව තිබේ. එහි ශීර්ෂයට සම්බන්ධිත සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් කේතුව ඇළ කරනු ලැබේ. කේතුවේ අක්ෂය අඩංගු සිරස් තලයක තිරස සමග 45^0 කෝණයක් සාදමින් තන්තුව පහළට ඇදී තිබෙයි. කේතුවේ දාරය ගෙබිම මත යම්තම් ලිස්සා යන්නේ ගෙබිම සහ දාරයේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයට සිරස්ව ඉහළින් ශීර්ෂය පිහිටන විටදීය. තන්තුවේ T ආතතිය අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සහ ඝර්ෂණ බලය සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න. ඒ නයින්,

i) $T = \frac{3\sqrt{2}W}{16}$ බව ද ii) ඝර්ෂණ සංගුණකයේ අගය $\frac{3}{19}$ බව ද පෙන්වන්න. (2001)

(13) ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය අඩියේ සිට b දුරකින් වූ ඉණිමගක් රළු තිරස් පොළවක නැගී සිටිමින් පොළොවට අචල ලෙස සවිකර ඇති අරය r වූ රළු සිලින්ඩරාකාර පයිප්පයකට හේත්තු වී සමතුලිතතාවයෙහි පවතියි. ඉණිමග පයිප්පය සමග ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයෙන් ඔබ්බට ප්‍රක්ෂේප වන අතර පයිප්පයේ අක්ෂයට ලම්බ වෙයි. ඝර්ෂණය ක්‍රියා කරන ලක්ෂ්‍ය දෙකේ ම ඝර්ෂණ කෝණය λ යැයි ද තිරසට ඉනිමගේ ආනතිය $2\alpha(b < r\cot\alpha)$ යැයි ද ගනිමු. ඉණිමග අඩියේ සිට ඉණිමග දිගේ මැනෙන x දුරකින් වූ ලක්ෂ්‍යයකින් ඉණිමගේ බරට සමාන බරක් ඇති භාරයක් එල්ලා ඇත. ඝර්ෂණය ක්‍රියා කරන ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි ම ඉණිමග සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ පවතී. $(b+x)\sin^2\alpha\cos 2\alpha = r\sin\lambda\cos\lambda$ බව පෙන්වන්න. (2004)

(14) රළු තිරස් ගෙබිමක නිසලව තිබෙන බර w වූ A අංශුවකට එක කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් ගෙබිම සමග B ලක්ෂ්‍යයක් ඔස්සේ යන ජනකයක් දිගේ ස්පර්ශව ගෙබිමෙහි නිසලතාවේ ඇති අරය a සහ බර W වූ සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයක් වටා ඔතනු ලැබ ඇත.



තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර සිලින්ඩරයට සවිකර ඇත. තන්තුව ඔස්සේ යන සිරස් තලය සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්බ වන අතර සිලින්ඩරයේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ යමින් රූපයෙහි දක්වා ඇති අයුරින් AB දිගේ ගෙබිම ඡේදනය කරයි. තන්තුව යන්තමින් නොබුරුල් වන අතර AB සමග α කෝණයක් සාදයි. සිලින්ඩරය B හි දී චලනය වීම වැළැක්වීමට තරම් ගෙබිම රළු වෙයි. අංශුව සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන පරිදි සිලින්ඩරයට ඝූර්ණය G වූ බල යුග්මයක් යොදනු ලැබෙයි. අංශුව සහ ගෙබිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{\mu w}{(\cos\alpha+\mu\sin\alpha)}$ බව පෙන්වන්න. B වටා ඝූර්ණ ගැනීමෙන් G හි අගය සොයන්න. (2005)

(15) දිග 2a සහ බර W වූ AB ඒකාකාර ඉනිමගක එක කෙළවරක් වූ A රළු තිරස් ගෙබිමක සහ B අනෙක් කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. ඉණිමගේ දෙකෙළවරේම ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වෙයි. ඉණිමග ගෙබිමට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත වන අතර බර nW වූ කුඩා බළලෙක් A වලින් පටන්ගෙන ඉණිමග දිගේ සීරුවෙන් ඉහළට නගියි. ඉණිමගෙහි සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේ දී බළලා ඉණිමග දිගේ $\frac{a}{n(1+\mu^2)}[\mu^2(1+2n)+2\mu(1+n)-1]$ දුරක් නැග ඇති බව පෙන්වන්න. තවදුරටත් $\mu=\frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට $n<\frac{1}{4}$ නම්, ඉණිමග ලිස්සා යාමට පෙර බළලාට එහි මුදුනට ළඟාවිය හැකි බව පෙන්වන්න. $n=\frac{1}{4}$ නම් කුමක් සිදුවෙයි ද?

(2006)

(16) දිග a සහ බර W වූ ඒකාකාර දණ්ඩක් අරය a වූ අර්ධ ගෝලාකාර රළු පාත්‍රයක් තුළ සිරස් තලයක නිශ්චලව තිබෙයි. දණ්ඩ තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබෙන අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu(<\sqrt{3})$ වෙයි. දණ්ඩේ පහළ කෙළවරෙහි දී ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{W\cos\theta}{\sqrt{3}-\mu}$ බව පෙන්වා ඉහළ කෙළවරෙහිදී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. ඒනයින්, $\tan\theta=\frac{4\mu}{3-\mu^2}$ බව පෙන්වන්න. (2007)

(17) බර W වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක් තිරසට α කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත වක්‍ර පෘෂ්ඨය පිහිටන සේ තබා ඇත. එහි තල මුහුණතේ පරිධියෙහි ලක්ෂ්‍යයක w කුඩා භාරයක් තැබූ විට තල මුහුණත තිරස්ව අර්ධගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පිහිටයි. ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් $\mu = \frac{w}{\sqrt{W(W+2w)}} = \tan\alpha$ වන බව පෙන්වන්න.

(2008)

(18) බර W වූ ඒකාකාර වෘත්තාකාර වළල්ලක් තිරසට 30^0 ක කෝණයකින් ආනත වූ අචල රළු පීල්ලක් මත නිශ්චලතාවේ ඇත. වළල්ල සහ පීල්ල එකම සිරස් තලයේ තිබේ. වළල්ල සමතුලිතතාවයේ අල්ලා තබා ඇත්තේ වළල්ලෙන් ස්පර්ශීව ඉවත්වන සහ පීල්ලට 30^0 ආනතියකින් යුතු තන්තුවක ආධාරයෙනි. මෙම කෝණය පීල්ලේ ආනතිය මතින අතටම මනිනු ලැබේ. තන්තුවේ ආතතිය සොයා පීල්ල සහ වළල්ල අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $(2-\sqrt{3})\sqrt{2}\cos 15^0$ ට වඩා අඩු නොවිය යුතු බව පෙන්වන්න.

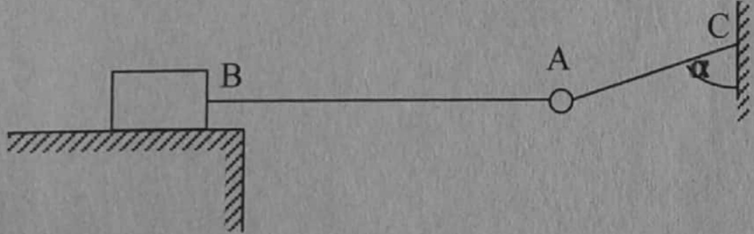
(2009)

(19) සමාන දිගින් හා බර පිළිවෙලින් W හා w (W > w) වූ AB හා BC ඒකාකාර දඬු දෙකක් B හි දී නිදහස් ලෙස සන්ධි කර ඇත. $A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ වන සේ හා රළු තිරස් පොළොවක් මත A හා C දෙකෙළවර පිහිටන සේ දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ පවතී. μ යනු දඬු හා පොළොව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය නම් සමතුලිතතාව ආරක්ෂා කර ගැනීම සඳහා μ ට තිබිය හැකි අඩුතම අගය $\frac{W+w}{W+3w}$ බව පෙන්වන්න. $\mu = \frac{W+w}{W+3w}$ නම් ලිස්සීම A හි දී නොව C හි දී සිදුවීමට ආසන්න බව සාධනය කරන්න. (2010)

(20) බර W හා දිග 2a වන AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර රළු තිරස් පොළවක් මත ද B කෙළවර AB අඩංගු සිරස් තලයට ලම්බ සුමට සිරස් තාප්පයකට එරෙහිව ද සිටින සේ සමතුලිතතාවේ පවතී. දණ්ඩ සහ පොළොව අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\sqrt{\frac{3}{2}}$ නම්, දණ්ඩ ලිස්සා යෑමට ආසන්න මොහොතේ දී දණ්ඩේ තිරසට ආනතිය සොයන්න.

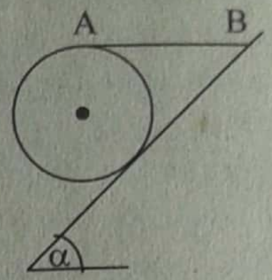
(2012)

(21)



රළු තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇති බර w_1 වූ ලී කුට්ටියක් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය BC තන්තුවකින් සිරස් බිත්තියක් මත පිහිටි කුඩා අචල ඇණයකට රූපයෙහි දක්වා ඇති පරිදි සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ A ලක්ෂ්‍යයක දී බර w_2 වූ අංගුවක් ගැටගසා ඇත්තේ CA යටි අත් සිරස සමඟ α කෝණයක් සාදන පරිදි ය. AB කොටස තිරස් නම් සහ කුට්ටිය සීමාකාරී සමතුලිතතාවයේ ඇත්නම් $\mu w_1 = w_2 \tan\alpha$ බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු කුට්ටිය හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ. (2013)

(22) බර W වූ ඒකාකාර ඝන ගෝලයක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි තිරසට α කෝණයකින් ආනත වූ රළු තලයක් මත නිශ්චලව ඇත්තේ, ගෝලයේ උච්චතම ලක්ෂ්‍ය වූ A ට හා ආනත තලයේ B ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කරනු ලැබූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක ආධාරයෙනි. AB තන්තුව තිරස්ව පවතින විට ගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ තිබේ. ඝර්ෂණ කෝණය $\frac{\alpha}{2}$ බව පෙන්වා, තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. (2014)



(23) ඒකාකාර සිහින් බර දණ්ඩක්, එහි එක කෙළවරක් රළු තිරස් ගෙබිමක් මත හා අනෙක් කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව නිසලව තිබේ. දණ්ඩ බිත්තිය සමග θ සුළු කෝණයක් සාදමින්, බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි. මෙම පිහිටීමේ දී දණ්ඩ සමතුලිතව තිබීම සඳහා, දණ්ඩ හා ගෙබිම අතර μ ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu \geq \frac{1}{2}\tan\theta$ සපුරාලිය යුතු බව පෙන්වන්න. (2015)