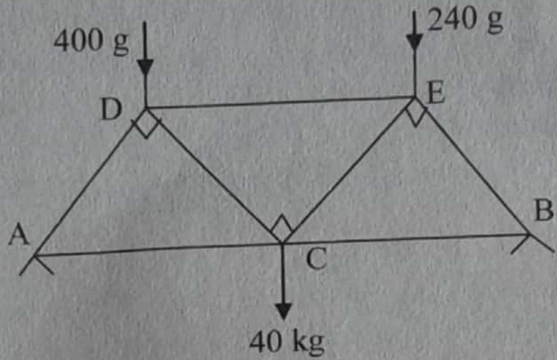
පටුන **පිටුව**

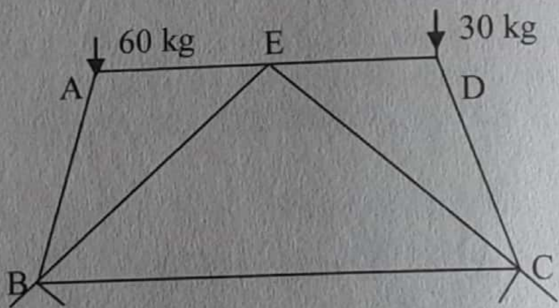
රාමු සැකිලි

(1) රූපයෙන් පෙන්නුම් කරන පරිදි එකට සවි කළ ඍජුකෝණාස්‍ර සමද්විපාද ත්‍රිකෝණ ස්වරූපයට ලුහු බාල්ක සුමට ව සන්ධි කිරීමෙන් රාමු කට්ටුවක් තනා ඇත. ACB තිරස්ව A හා B හි සුමට දාර දෙකක් මත රාමුකට්ටුව තබා ඇත. C,D හා E හි පිළිවෙලින් කිලෝග්‍රෑම් බර 40, 400 හා 240 වූ භාරයක් තබා ඇත. බල රූප සටහනක් ඇඳීමෙන් කුමක් ආතති ද කුමක් තෙරපුම් දැයි දක්වමින් බාල්කවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. (1975)



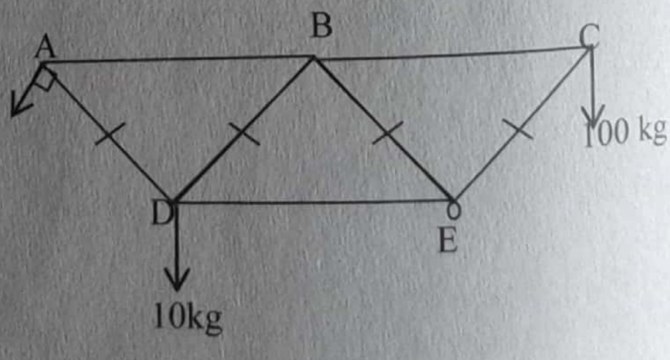
(2) AB, BC, CD, DA, BD යන ලුහු දඬුවලින් යුත් රාමුවක් BD විකර්ණයක් වූ තල චතුරස්‍රයක ස්වරූපයට A,B,C,D හිදී නිදහස්ව අසව් කර ඇත. AB = මීටර් 5, BC= මීටර $2\sqrt{2}$, CD = මීටර $2\sqrt{2}$, DA = මීටර් 3, BD = මීටර 4 වේ. රාමුව AB තිරස්ව හා යටින්ම පිහිටන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතතාවෙහි පවතී. එය A හා B හිදී නිදහස්ව දරා ඇති අතර C හි දී කි.ග් 50 ක සිරස් භාරයක් දරයි. A හා B හි ප්‍රතික්‍රියා සොයා දඬුවල බලයන් සොයන්න. (1976)

(3) ABCDE යනු $E\hat{B}C$, $E\hat{C}B$, $A\hat{B}E$, $D\hat{C}E$, $A\hat{E}B$, $D\hat{E}C$ කෝණ එක එකක් රේඩියන් $\pi/6$ ට සමවන පරිදි වූ නිදහස් ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CD, DE, AE, BE, CE සැහැල්ලු දඬු වලින් සෑදී රාමු සැකිල්ලකි. BC තිරස් වන පරිදි B හි දීත් C හි දීත් එය සුමට ආධාරක මත රඳවා කිලෝග්‍රෑම් 60 ක් ද කිලෝග්‍රෑම් 30 ක් ද බැගින් වන භාර පිළිවෙලින් A හිත් D හිත් තබා ඇත. දඬුවල වූ ප්‍රත්‍යා බල ප්‍රස්තාරික ක්‍රමයෙන් සොයන්න. (1977)



(4) සමාන ලුහු දඬු හයක රාමු සැකිල්ල ABCDEF ෂඩාස්‍රයක් සාදයි. AC, FC ලුහු දඬු මගින් මෙය සවිධි ආකාරයෙන් ස්ථම්බ කර තිබේ. මේ රාමු සැකිල්ල එහි DE අවයවය තිරස් වන සේ ද, DE ට පහළින් AB පිහිටන සේ ද, D හිදී E සිරස් බල යොදා රඳවා ඇත. A හිදීත්, B හිදීත් පිළිවෙලින් 50 kg හා 30 kg ක සිරස් භාර යෙදුවොත් රාමු සැකිල්ලේ අවයවවල යෙදෙන බල ඒවා ආතති ද සම්පීඩන ද යන්න පැහැදිලි ලෙස දක්වමින් නිර්ණය කරන්න. (1979)

(5) මෙහි දක්වෙන රූපය සමද්විපාද ඍජුකෝණික ත්‍රිකෝණවලින් සෑදී ඇති අතර එයින් නිරූපණය කෙරෙන්නේ සුමට ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬුවලින් සෑදුම් ලත් රාමු සැකිල්ලකි. එය E හි දී අචල ලක්ෂ්‍යය ආධාරකයකට සුමට ලෙස සන්ධි කර තිබෙයි.



C, D ලක්ෂ්‍යවලින් පිළිවෙලින් කිලෝග්‍රෑම 100 ද කිලෝග්‍රෑම 10 ද බැගින් වූ භාර එල්ලා ඇත. AD ට ලම්බ දිශාවක ක්‍රියා කරන A හි දී යෙදූ බලයකින් DE තිරස් වන පරිදි රාමු සැකිල්ල සමතුලිතතාවේ පවත්වා තිබෙයි. දඬුවල ඇති ප්‍රත්‍යාබල සොයා කවරක් ආතතියෙන් වන්නේ ද කවරක් සම්පීඩනයෙන් වන්නේ ද යන වග ප්‍රකාශ කරන්න. (1979)

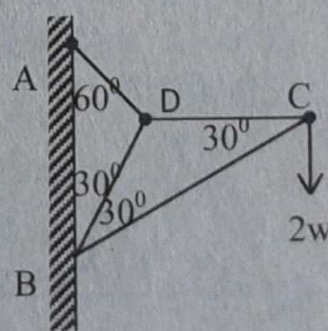
(6) සුමට සන්ධි වලින් සැබැඳු ලුහු දඬුවලින් සාදන ලද ABCD රොම්බසයක් BD ලුහු දණ්ඩක් මඟින් ස්තම්භ කර ඇත. AB තිරස් වන සේ ද CD හි මට්ටමට පහළින් AB පිහිටන සේ ද A හි දීත් B හි දීත් සිරස් බල මඟින් රොම්බසය රඳවා ඇත. C ගෙන් 100 kg බරක් එල්ලා ඇත. රොම්බසයේ A කෝණය 60^0 ය. එක් එක් ප්‍රත්‍යාබලය ආතතියක් ද තෙරපුමක් දැයි දක්වමින් එක් එක් දණ්ඩෙහි ඇතිවන ප්‍රත්‍යාබල ප්‍රස්තාරික ලෙස සොයන්න. (1980)

(7) ABCD සමාන්තරාස්‍රයක් සෑදෙන සේ කොන්වල දී සුවල ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬු පහකින් ද $\mathbf{A\hat{D}C = 90^0}$ත් $\mathbf{A\hat{B}D = 60^0}$ත් වන පරිදි සමාන්තරාස්‍රයේ හැඩය පවත්වා ගැනීම සඳහා එලෙසම සන්ධි කළ අමතර BD දණ්ඩකින් ද සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් A හි දී අචල ලෙස සවිකළ සුමට තිරස් අකරක් (අක්ෂ දණ්ඩක්) වටා එහිම සිරස් තලයෙහි භ්‍රමණය කරවීමට පුළුවන. මේ රාමු සැකිල්ල C හි දී W බරක් දරයි. AB ත් AD ත් තිරස සමඟ පිළිවෙලින් 30^0, 60^0 කෝණවලින් පිහිටන සේ ද B ත් D ත් A ට උඩින් පිහිටන සේ ද රාමු සැකිල්ල සමතුලිතතාවෙහි තබා ගෙන ඇත්තේ D හි දී යෙදූ T තිරස් බලයක් මඟිනි. T ද A හි දී ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයන්න. බල රූප සටහනක් ඇඳීමෙන් AB, BC, CD, DA හා BD දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. කාප්පත් ආතතිකත් වෙන්කර දක්වන්න. (1980)

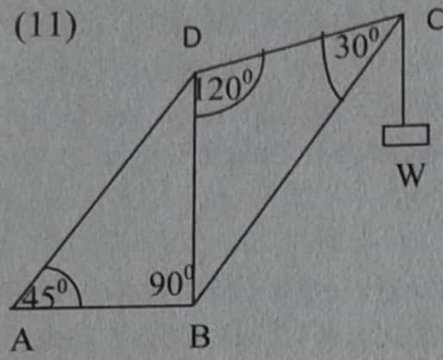
(8) සුමට ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬු නමයක රාමු සැකිල්ලක් FB, FC, FD යන අතිරේක දඬු ද සහිත ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රයක ආකාරය ගනී. එය A ට ඇඳූ තන්තුවකින් එල්ලා තිබේ. එහි C, D, E සන්ධිවල බර තබා ඇත. මේ බර එක එකක් W ට සමානය. එක් එක් දණ්ඩෙහි ප්‍රත්‍යාබලය ආතතිකයක් ද කාප්පයක් දැයි පැහැදිලිව දක්වමින් ප්‍රස්තාරික ලෙස සොයන්න. (1981)

(9) ABCD යනු සුමට ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬුවලින් සෑදුණු රොම්බසයකි. එය A හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කළ ලුහු සිරස් OA දණ්ඩක් ද OB, OD සමාන තන්තු ද මඟින් O ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා තිබේ. AC විකර්ණය සිරස් ය. $\mathbf{\angle ABC = 60^0 = \angle BOD}$ වේ. C ගෙන් W බරක් ඉල්ලූ විට දඬුවල ප්‍රත්‍යාබලත් තන්තුවල ආතතිත් ප්‍රස්තාරික ලෙස සොයන්න. ආතති තත්ත්වයේ පවත්නා දඬු නම් කරන්න. (1981)

(10) රූපයේ දක්වෙන්නේ සිරස් තලයක පිහිටි සුවල ලෙස සන්ධි කළ AD, BD, BC, CD ලුහු දඬු හතරක රාමු සැකිල්ලකි. එය A හි දීත් B හි දීත් සිරස් බිත්තියකට සුවල ලෙස අසවු කර තිබේ. C හි 2w භාරයක් වෙයි. ආතතියක පවත්නා දඬු කවරේද සම්පීඩනයක පවත්නා දඬු කවරේ දැයි දක්වමින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබලත් A හි දී හා B හි දී ප්‍රතික්‍රියාත් ප්‍රස්තාරික ලෙස සොයන්න. (1981)

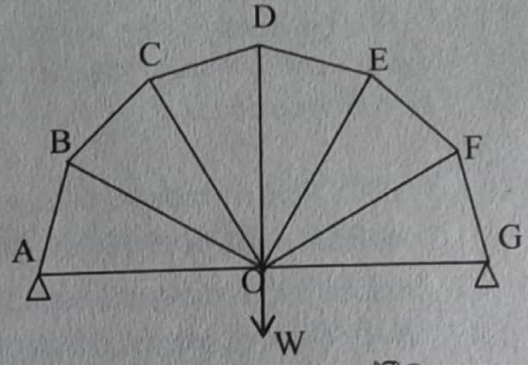


(11)

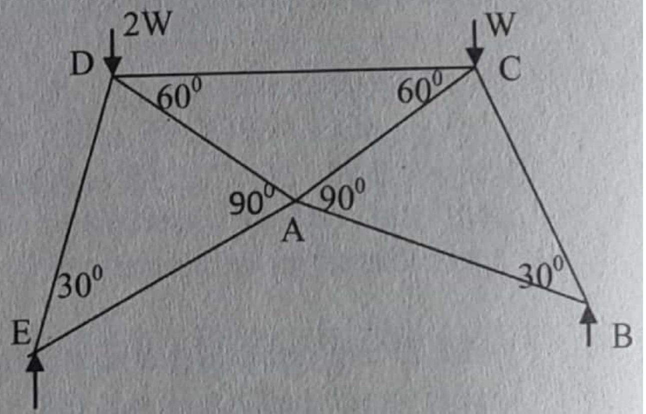


මේ රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ A, B, C, D ලක්ෂ්‍යවල දී සුවල ලෙස අසවු කළ AB, BC, CD, DA, BD යන ලුහු දඬු පහකින් යුත් සිරස් රාමු සැකිල්ලකි. C හි දී ඊට W සිරස් භාරයක් යොදනු ලැබෙයි. මේ රාමු සැකිල්ල එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A හි දීත් B හි දීත් ක්‍රියාකරන සිරස් බල මගින් රඳවා තිබෙයි. ආතතිත් සම්පීඩනයත් කවරේ දැයි පැහැදිලි ලෙස දක්වමින් බල සටහනක් ඇඳ දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. (1982)

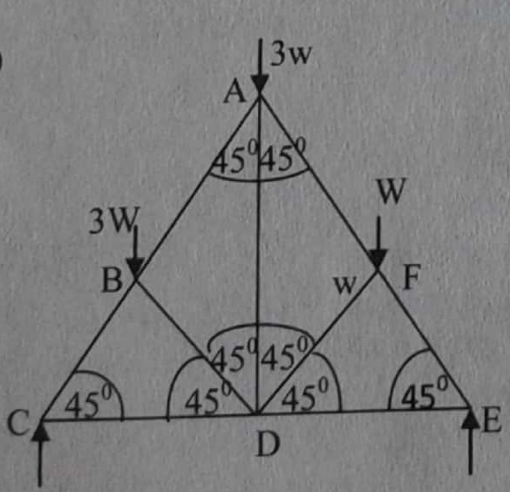
(12) A, O හා G සරල රේඛාවක පිහිටන සේ සියල්ලම සුමට ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CD, DE, EF, FG යන සමාන ලුහු දඬු හයක් ද OA, OB, OC, OD, OE, OF, OG යන තවත් සමාන ලුහු දඬු හතක් ද රූපයෙන් නිරූපණය කෙරෙයි. O හි දී රූපයට භාරයක් යොදනු ලැබ රූපය එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A හි දීත් G හි දීත් සිරස ආධාරක මත නිශ්චලතාවෙහි පවතියි. දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල පෙන්වීම සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. මේ නයින් OB, OC, OD, OE, OF දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සියල්ලම $(2-\sqrt{3})W$ ට සමාන බව පෙන්වන්න. මේවා තෙරපුම් ද නැත්නම් ආතතිය ද? (1983)



(13) මෙම රූපය මගින් නිරූපණය වන්නේ A, B, C, D, E වල දී සුමට ලෙස අසවු කළ ලුහු දඬු හතකින් යුත් සිරස් රාමු සැකිල්ලකි. මෙම රාමු සැකිල්ලට C සහ D ලක්ෂ්‍යවල දී පිළිවෙලින් W සහ 2W භාර යොදා ඇති අතර එකම තිරස් මට්ටමෙහි පිහිටි E හි දී සහ B හි දී ක්‍රියාකරන සිරස් බල මගින් එය රඳවා ඇත. බල සටහනක් ඇඳ ආතති ද සම්පීඩන ද වෙන් වෙන්ව දක්වමින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. (1984)

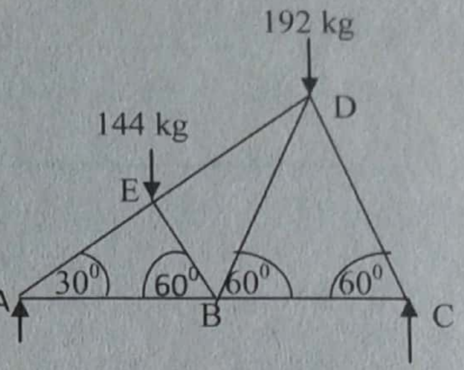


(14)

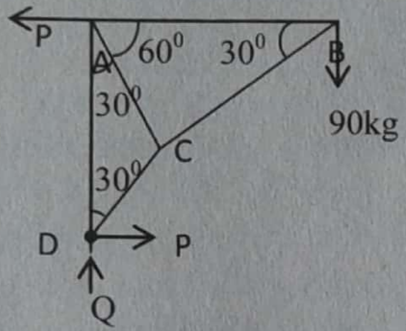


රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ සුමට ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬු නවයෙකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. DA සිරස්ය. C හි දී ද E හි දී ද සුමට ආධාර මත රැදී ඇති මෙම රාමු සැකිල්ල Aහි දී 3W ද Fහි දී W ද යන භාර දරයි. දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ප්‍රස්තාරානුසාරයෙන් නිර්ණය කොට ඉන් කවර ඒවා ආතති ද කවර ඒවා තෙරපුම් ද යන වග සඳහන් කරන්න. (1985)

(15) සුමට ලෙස කුරු- සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬු හතකින් යුක්ත රාමු සැකිල්ලක් AB හා BC තිරස් වන පරිදි A හා C ආධාරක මත පිහිටුවා ඇති අයුරු රූප සටහනේ දක්වෙයි. 192 kg හා 144 kg භාර පිළිවෙලින් D හි දීත් E හි දීත් දරා සිටී. A හි දීත් C හි දීත් ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න.
බල සටහනක් ඇඳීමෙන් එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය සොයන්න.
දඬු කවරක් ආතතියේ පවතීද? කවරක් සම්පීඩනයේ පවති ද? යන්න දක්වන්න. (1986)

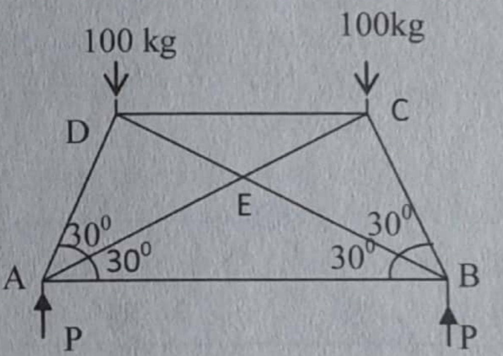


(16)



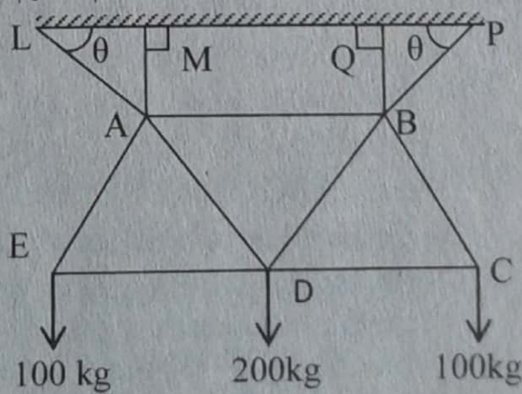
ඒ ඒ කෙළවර සුවල ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ල් රූපයෙන් නිරූපණය වෙයි. 90 kg භාරයක් B ගෙන් එල්ලා තිබෙයි. රූපයේ දක්වා ඇති පරිදි A හි දීත් D හි දීත් පිළිවෙලින් P හා (P, Q) බල යොදා AD සිරස් ලෙස පවතින සේ සමතුලිතතාව පවත්වා ගෙන ඇත. (P තිරස් ද Q සිරස් ද වෙයි.) P හීත් Q හීත් විශාලත්වය සොයන්න. එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය ප්‍රස්තානුසාරයෙන් සොයා එය ආතතියක් ද තෙරපුමක් ද යන්න වෙන වෙනම සඳහන් කරන්න.(1987)

(17) රූප සටහනින් දක්වෙන්නේ A, B, C, D, E ලක්ෂ්‍යවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬු අටකින් සෑදි රාමු සැකිල්ලකි. එය A හි දීත් B හි දීත් P, P සිරස් ආධාර දෙකක් මත රැඳී ඇති අතර D හි දීත් C හි දීත් 100 kg, 100 kg භාර දරයි. AB තිරස් වන අතර AE = AD = BE = BC වෙයි. P හි අගය ලියා දක්වන්න. DC දණ්ඩේ තෙරපුම x kg යනුවෙන් දක්වේ යැයි

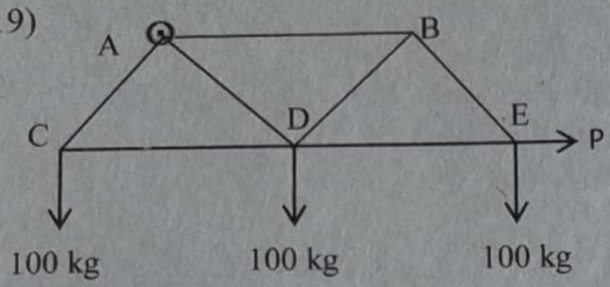


උපකල්පනය කරමින් රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. AB දණ්ඩෙහි ආතතිය y kg වෙයි නම් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනෙහි ජ්‍යාමිතිය භාවිතයෙන් $y = 100 - (\sqrt{3} - 1)x$ බව පෙන්වන්න. x වලත් y වලත් සපිරි අගයන් එකවිට සෙවිය නොහැකි වන්නේ මන්දැයි සඳහන් කරන්න. x = y නම් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබලය සොයන්න.
(1988)

(18) A, B, C, D, E හි දී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සමාන සැහැල්ලු දඬු හතකින් යුත් ABCDE රාමු සැකිල්ලක් රූපය විස්තර කරයි. C, D, E සන්ධිවලට පිළිවෙලින් බර 100 kg, 200 kg, 100 kg වු භාරයන් තුනක් ඈඳා ඇති අතර පිළිවෙලින් A සහ B හරහා යන LAM, PBQ සමාන සැහැල්ලු සුමට තන්තු දෙකක් මගින් රාමු සැකිල්ල සීලිමෙහි එල්ලා ඇත්තේ AB තිරස් වන අයුරිනි. තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. ප්‍රත්‍යාබල රූපයක් සටහන් කර දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල θ කෝණය ඇසුරෙන් සොයන්න. $\theta \leq 30^0$ නම් AB දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය අනෙක් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල වලට වඩා වැඩිවන බව පෙන්වන්න.
(1989)

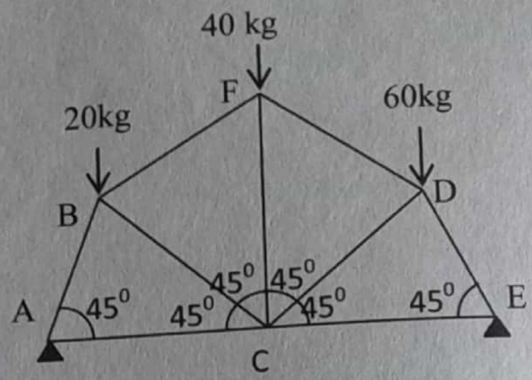


(19)

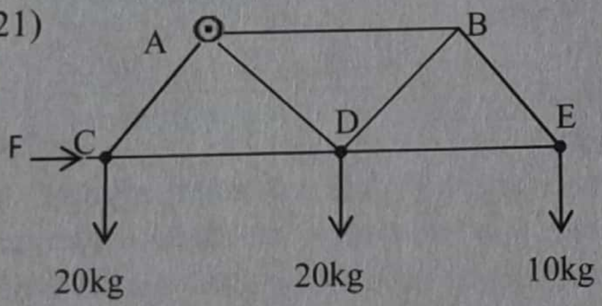


රූප සටහනින් දැක්වෙන්නේ A, B, C, D, E ලක්ෂ්‍යවල දී සුවල ලෙස සන්ධි කර ඇති සමාන ලුහු දඬු හතකින් සැදි රාමු සැකිල්ලකි. එක එකෙහි බර 100 kg වන පරිදි සැකිල්ල C, D, E ලක්ෂ්‍යයවල දී භාර තුනක් දරයි. රාමු සැකිල්ල A නම් අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුවල ලෙස අසව් කොට CDE තිරස් වන පරිදි තබා ඇත්තේ E සන්ධියට යොදා ඇති P නම් තිරස් බලයක් ආධාරයෙනි. P සොයන්න. ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වල නිශ්චය කරන්න. Aහි දී ප්‍රතික්‍රියාව ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනින් අපෝහනය කරන්න. (1990)

(20) මෙහි දැක්වෙන පරිදි B, F හා D සන්ධිවල දී භාරයන් යෙදූ ලුහු දඬුවලින් යුත් රාමු සැකිල්ලක් රූපයෙන් නිරූපණය වෙයි. AC හා CE තිරස්ය. ඒ එක එකක් මීටර 10 ක් දිගය. CF = මීටර 8 යි. තව ද AB = BC = CD = DE වන අතර BF = FD වේ. A හිත් E හිත් ප්‍රතික්‍රියා සිරස් යැයි උපකල්පනය කරමින් ඒවා ගණනය කරන්න. A සන්ධියෙන් ආරම්භ කර ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග නිශ්චය කරන්න. (1991)



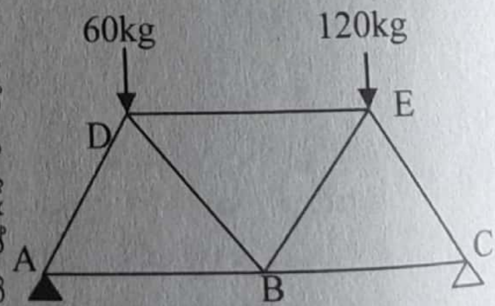
(21)



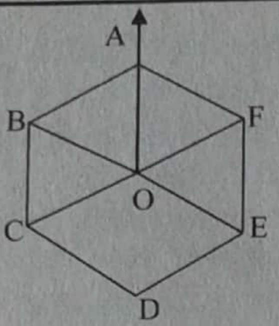
A, B, C, D, E ලක්ෂ්‍යවල දී සුවල ලෙස සන්ධි කළ සමාන ලුහු දඬු හතකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් මෙම රූපයෙන් නිරූපණය වෙයි. C, D හා E ලක්ෂ්‍යයවල දී පිළිවෙලින් 20 kg, 20 kg හා 10 kg භාර තුන රාමු සැකිල්ල දරා සිටියි. රාමු සැකිල්ල A අචල ලක්ෂ්‍යයට නිදහස් ලෙස අසවු කර තිබෙයි. C ලක්ෂ්‍යයට යෙදූ F තිරස් බලයක් මඟින් CDE තිරස්ව තබා ඇත. F සොයන්න.

A හි ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සංරචකයත් සිරස් සංරචකයත් සොයන්න. ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ ඒ නයින් දඬුවල ඇත්තේ ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් දඬු සියල්ලේම ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. (1992)

(22) රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ලක රාමු සැකිල්ල සුවල ලෙස සන්ධි කළ AB, BC, CE, BD, BE, DE, AD යන සැහැල්ලු සමාන දඬු හතකින් සමන්විත වේ. එය එහි තලය සිරස් ව සිටින ලෙස සහ ABC තිරස්ව පවතින ලෙස A සහ C හිදී නිදහසේ රඳවා ඇති අතර D සහ E හිදී පිළිවෙලින් 60 kg සහ 120 kg භාර දරා සිටියි. A සහ C හි ප්‍රතික්‍රියා සොයන්න. ප්‍රත්‍යබල සටහනක් ඇඳ ආතති සහ තෙරපුම් වශයෙන් වෙන්කොට දක්වමින් එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය සොයන්න. (1993)



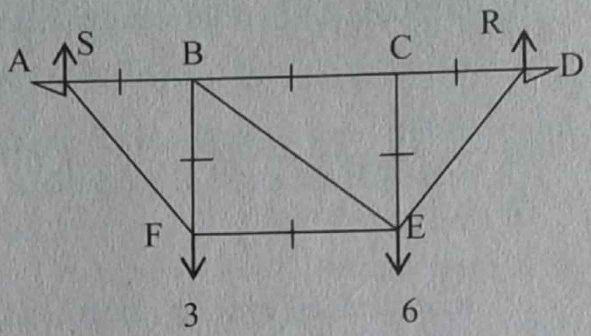
(23)



ඒකාකාර බර දණ්ඩක W බර දණ්ඩේ අන්ත දෙකක් තැබූ $\frac{W}{2}$ හා $\frac{W}{2}$ බර දෙකකට තුල්‍ය බව (දෙකකින් ප්‍රතිස්ථාපනය කළ හැකි බව) පෙන්වන්න.

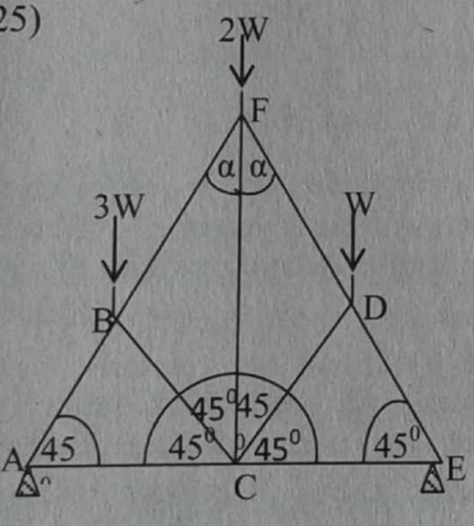
ABCDEF සවිධි ෂඩස්‍රය තනා ඇත්තේ එක සමාන බර ඒකකාර දඬුවලිනි. A, B, C, E, F ශීර්ෂ පහ පිළිවෙලින් OA, OB, OC, OE හා OF ලුහු දඬුවලින් O කේන්ද්‍රයට යා කරන ෂඩස්‍රය A ගෙන් එල්ලා තිබෙයි. බෝ අංකනය යොදා ගෙන ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින් ලුහු දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වර්ග කර දක්වන්න. (1994)

(24) A හි දීත් D හි දීත් නිදහස් ලෙස ආධාරක මත පිහිටි පාලමක ගේඩරයක් රූපයෙන් නිරූපණය කෙරෙයි. මේ රාමු සැකිල්ල සමන්විත වන්නේ ලුහු දඬු නවයකිනි. ඒවා අතුරෙන් හයක් එනම් AB, BC, CD, BF, CE හා FE දඬු එක එකක් 1m දිග වන අතර අනෙක් දඬු තුන එනම් AF, BE, ED එක එකක් $\sqrt{2}$**m** දිගින් යුක්තය.



රූපයේ දැක්වෙන පරිදි මෙට්‍රික් ටොන් 3ක හා 6 ක භාර පිළිවෙලින් F හි හා E හි දී එල්ලා තිබෙයි. D ආධාරකයේ ප්‍රතික්‍රියාව R සිරස් බලයක් යැයි උපකල්පනය කර R සොයන්න. අනුපිළිවෙලින් D, C, E, F, B හා A සන්ධිවලට බෝ අංකනය යොදා ගනිමින් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින් S හි අගය සොයා දඬු සියල්ලේම ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වෙන් වෙන්ව දක්වන්න.(1995)

(25)



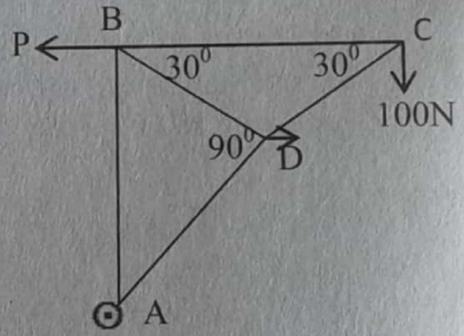
ඉහත රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ පෙන්වා ඇති පරිදි B,F හා D සන්ධිවල දී බර යොදා A,B,C,D,E,F හි දී සුවල ලෙස සන්ධි කළ ලුහු දඬු නවයක රාමු සැකිල්ලකි. AC හා CE තිරස්ය. AB = BC = CD = DE = $\frac{AC}{\sqrt{2}} = \frac{CE}{\sqrt{2}}$; **BF = FD A** හා E ආධාරකවල ප්‍රතික්‍රියා සිරස් යැයි උපකල්පනය කර ඒවා සොයන්න. $\alpha < \tan^{-1}\left(\frac{5}{3}\right)$ විට බෝ අංකනය යොදාගෙන ඉහත රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. CD දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය ශූන්‍ය නම් α සොයන්න. ඒ නයින් ඉතිරි දඬු අටේ ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න වෙන් වෙන්ව දක්වන්න. (1996)

(26) AB, BC, CA, CD, DA ලුහු දඬු පහක් ඒවායේ A, B, C, D අන්තවල දී සුවල ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් ලබාගත් රාමු සැකිල්ලක් සිරස් තලයක තබා ඇත්තේ AB තිරස් ලෙසත් AC සිරස් ලෙසත් පිහිටන පරිදිය. මෙහි AB = AC = මීටර 10; $B\hat{A}D = \frac{3\pi}{4}$ හා $A\hat{C}D = \frac{2\pi}{3}$ වේ. රාමු සැකිල්ල D හි දී 1N සිරස් භාරයක් දරණ අතර සමතුලිතතාව පවත්වා ගැනෙන්නේ පිළිවෙලින් A හි දීත් B හි දීත් යෙදෙන P හා Q විශාලත්ව ඇති සිරස් බල දෙකක් මගිනි. Q = $\frac{1}{2}(3+\sqrt{3})\mathrm{N} = 2.37\mathrm{N}$ බව පෙන්වන්න. බෝ අංකනය භාවිතා කොට මෙම රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒනයින් දඬු පහේ ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කොට ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග දක්වන්න. (1997)

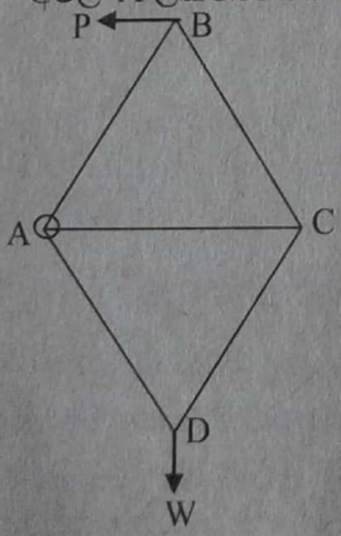
(27) අචල ලෙස සන්ධි සැහැල්ලු දඬු හතක රාමු සැකිල්ලක් ABCBDE සවිධි පංචාස්‍රයකින් සහ එහි AC, AD විකර්ණ වලින් සමන්විත වෙයි. රාමුසැකිල්ල CD පහළම දණ්ඩ තිරස්ව පිහිටන සේ සිරස් තලයක තබා C හි දීත් D හි දීත් පිළිවෙලින් P හා Q විශාලත්ව ඇති උඩුකුරු සිරස් බල දෙකකින් දරා සිටියි. පිළිවෙලින් B, A හා E ලක්ෂ්‍යවල දී 2N, 4N හා 2N භාර එල්ලා ඇත. බෝ අංකනය භාවිත කර රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, දඬු හතේ ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන වග දක්වන්න. පිළිතුරු $\cos 18^0$, n ඇසුරෙන් දෙන්න. මෙහි n යනු ධන නිඛිලයකි. (1998)

(28) ABCD යනු AB, BC, CD සහ DA සැහැල්ලු දඬු හතරක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් සෑදූ රොම්බසයක ආකාරයේ රාමු සැකිල්ලකි. රොම්බසයේ B සහ D ශීර්ෂ තවත් සැහැල්ලු දණ්ඩකින් සම්බන්ධ කර ඇත්තේ $B\hat{A}D$ කෝණය $2\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ වන පරිදිය. රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක නිශ්චලතාවයේ ඇත්තේ B සුමට ආධාරකයක් මත තබා AB තිරස්ව CD මට්ටමට පහළින් තිබෙන පරිදි A හි දී සිරස් බලයකින් නැංගුරම් කර සහ C හි දී W භාරයක් දරමිනි. A හි දී යොදන බලය සහ B හි දී ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. "බෝ අංකනය" භාවිතයෙන් රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, දඬු පහේම ප්‍රත්‍යාබල ආතති සහ තෙරපුම් වෙන් කර දක්වමින් W සහ α ඇසුරෙන් සොයන්න. (1999)

(29) සැහැල්ලු දඬු පහක් නිදහස් ලෙස සන්ධි කරීමෙන් රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත. රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ A සන්ධිය අචල ලක්ෂ්‍යයකට නිදහස් ලෙස අසවු කිරීමෙනි. AB සිරස් ද BC තිරස් ද වන අතර $A\hat{D}B = 90^0$ හා $D\hat{B}C = D\hat{C}B = 30^0$ වෙයි. C හි දී 100N භාරයක් එල්ලෙන අතර තිරස් P බලයක් B හි දී CB දිශාවට ක්‍රියා කරයි. P සොයා A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස් සහ සිරස් සංරචක ලබා ගන්න. රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූපසටහනක් බෝ අංකනය භාවිතයෙන් අඳින්න. ඒ නයින්, දඬු සියල්ලේම ප්‍රත්‍යාබල ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින් නිර්ණය කරන්න. (2000)



(30) පසෙකින් දැක්වෙන රූප සටහනින් නිරූපණය වන්නේ සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සමාන දිගින් යුත් සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. රාමු සැකිල්ල අචල A ලක්ෂ්‍යයෙහි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර D හි දී W භාරයක් දරයි.

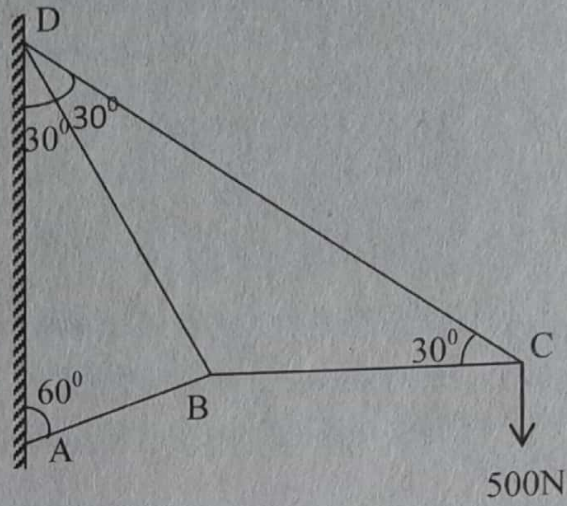


එය AC තිරස් වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ B හි දී යොදන ලද CA දිශාවට සමාන්තර P බලයකිනි.

P හි විශාලත්වයත් A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස් සහ සිරස් සංරචකත් සොයන්න. මෙම ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව අපෝහනය කරන්න.

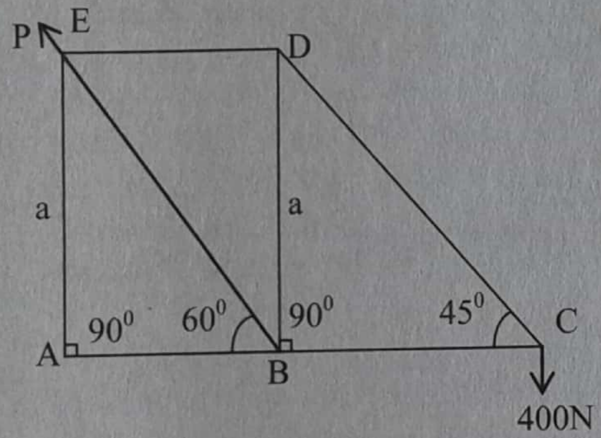
බෝ අංකනය භාවිතයෙන් රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින් දඬු පහේ ප්‍රත්‍යාබල W ඇසුරෙන් නිර්ණය කරන්න. (2000)

(31) අ) සුමට නාදුත්තක් සුමට සිරස් බිත්තියකට a දුරකින් වූ P ලක්ෂ්‍යයක සවිකර ඇත. දිග 6a සහ බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක් A කෙළවර බිත්තිය සමඟ ස්පර්ශව නාදුත්ත මත නිශ්චලතාවේ සමතුලිතව තිබේ. AB දණ්ඩ තිරස සමඟ සාදන කෝණය θ ලෙස ගෙන දණ්ඩ මත ක්‍රියා කරන බල නිරූපණය කරමින් බල ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න. P හි දී ප්‍රතික්‍රියාව W සහ θ ඇසුරෙන් සොයන්න. $3\cos^3\theta = 1$ බව පෙන්වන්න.



ආ) AB, BC, CD, BD සැහැල්ලු දඬු හතරකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් ඉහත රූපයේ දක්වෙයි. එය A සහ D හි දී සිරස් බිත්තියකට නිදහස් ලෙස අසව් කර ඇත. C සන්ධියෙන් 500N භාරයක් එල්ලා ඇති අතර BC තිරස්ය. බෝ අංකනය භාවිතයෙන් රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, සියලුම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින් සොයන්න. (2001)

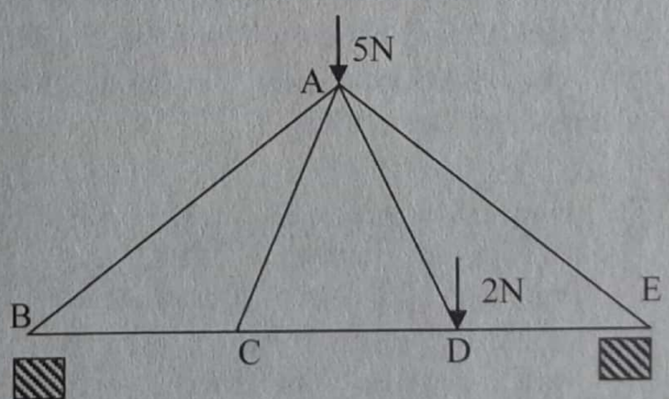
(32)



මෙම රූපයෙහි දක්වෙන්නේ AB, AE, BC, CD, DB, BE සහ ED සැහැල්ලු දඬු හතකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. රාමු සැකිල්ල A සන්ධිය අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කරනු ලැබ සිරස් තලයක සමතුලිතව තිබෙයි. C සන්ධිය නිව්ටන 400 ක භාරයක් දරන අතර ABC තිරස් වන පරිදි E සන්ධියේ දී $\overrightarrow{BE}$ දිශාවට නිව්ටන P බලයක් යොදා ඇත. AE සහ BD සමාන මීටර a දිගෙන් යුතු වන අතර රූපයෙහි දක්වෙන පරිදි කෝණ පිහිටයි.

P හි අගයත් A හි අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවෙහි තිරස් සහ සිරස් සංරචකත් සොයන්න. ඒ නයින්, AB සහ AE දඬු එක එකක ප්‍රත්‍යාබලය ආතතියක් ද තෙරපුමක් ද යන බව දක්වමින් ගණනය කරන්න. **C සන්ධිය සඳහා පමණක්** ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහන බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ඇඳ BC සහ CD දඬු එක එකක ප්‍රත්‍යාබලය නිර්ණය කරන්න. එය ආතතියක් ද නැතහොත් තෙරපුමක් ද යැයි දක්වන්න. (2002)

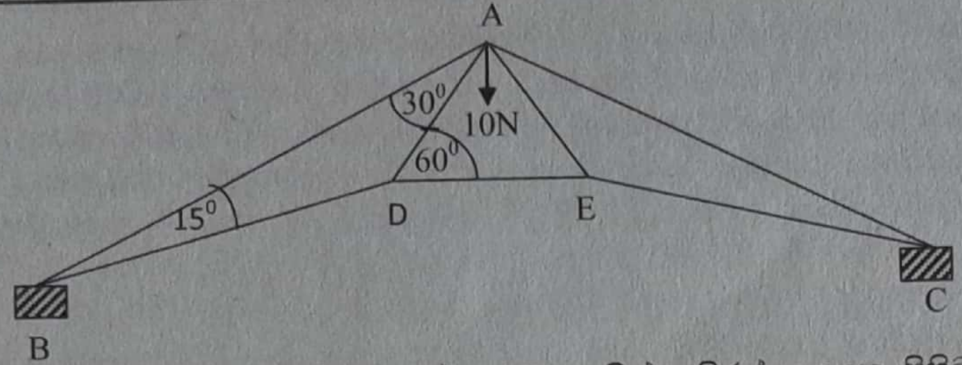
(33) රූපයේ දක්වෙන්නේ AB සහ AE හැර අනෙක් සියලුම දඬු දිගින් සමාන වන AB, AC, AD, AE, BC, CD සහ DE සැහැල්ලු දඬු හතකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. එකම තිරස් මට්ටමයේ පිහිටි B සහ E හි ඇති ආධාරක දෙකක් සමඟ රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක සමතුලිතව පවතී. A සහ D



සන්ධිවල පිළිවෙලින් නිව්ටන් 5 ක සහ නිව්ටන් 2 ක භාර දෙකක් ඇත. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූපද සටහනක් ඇඳ AB සහ AE දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල නිර්ණය කර එක් එක් ප්‍රත්‍යාබලය ආතතියක් ද නැතහොත් තෙරපුමක් ද යන බව දක්වන්න.

(2003)

(34)

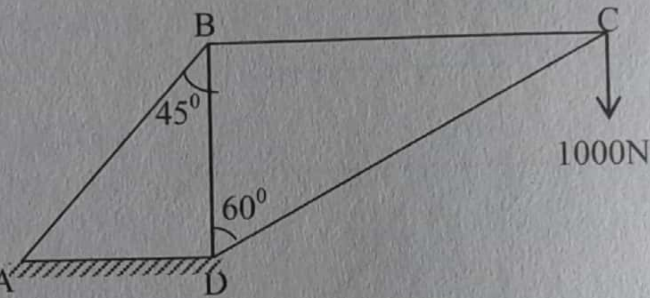


රූප සටහනේ පෙන්වා ඇති සැහැල්ලු රාමු සැකිල්ල සිරස් තලයක පිහිටන අතර A ඔස්සේ යන සිරස් රේඛාව වටා සමමිතික වෙයි. එකම තිරස් මට්ටමේ ඇති B හා C හි වූ ආධාරක මත රාමු සැකිල්ල සමතුලිතතාවයෙහි පිහිටයි. $\mathbf{D\hat{B}A, D\hat{A}B}$ හා $\mathbf{A\hat{D}E}$ කෝණ පිළිවෙලින් 15^0, 30^0 හා 60^0 වෙයි. A ලක්ෂ්‍යයෙන් 10 N ක භාරයක් එල්ලා ඇත්නම් බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ එනයින් CE දණ්ඩට විශාලත්වය $\mathbf{\frac{5\sqrt{3}}{2}\operatorname{cosec}15^0 N}$ වූ ආතතියක් ඇති බව පෙන්වන්න. අනෙක් දඬු එක එකක ප්‍රත්‍යාබලය එය ආතතියක් හෝ තෙරපුමක් දැයි දක්වමින් නිර්ණය කරන්න.

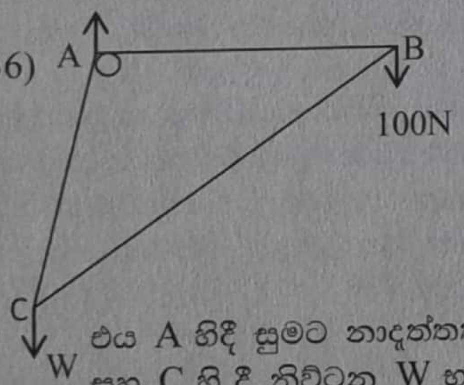
(2004)

(35) නිදහස් ලෙස සන්ධි කරන ලද AB, BC, CD හා BD ලුහු දඬු හතරකින් සැදි දොඹකරයක් රූපයෙන් පෙන්නුම් කෙරෙයි. BD දණ්ඩ සිරස් වන අතර BC දණ්ඩ තිරස් වෙයි. දොඹකරය A හා D හි දී තිරස් පොළවට සවිකර ඇති අතර 1000 N භාරයක් C හි දරයි. ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬුවල බල සෙවීමට බෝ අංකනය යොදාගන්න.

(2005)



(36)

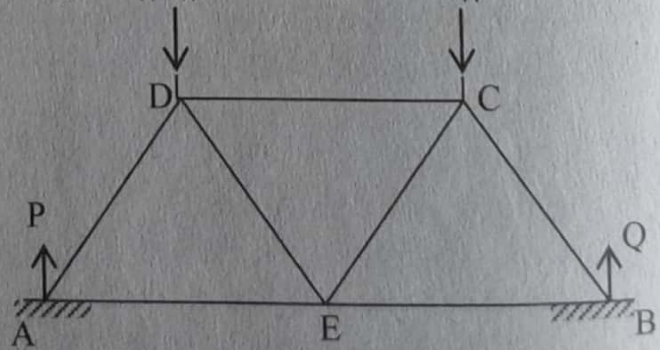


රූපයෙහි ABC යනු සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද AB, BC, CA සැහැල්ලු දඬු තුනකින් සමන්විත ත්‍රිකෝණාකාර රාමු සැකිල්ලකි. මෙහි AB = AC වන අතර $\boldsymbol{B\hat{A}C = 120^0}$ක් වෙයි. රාමු සැකිල්ල AB තිරස්ව සිරස් තලයක පිහිටයි.

එය A හිදී සුමට නාදැත්තකින් ආධාර කරනු ලැබ ඇති අතර B හි දී නිවිටන 100 ක් සහ C හි දී නිව්ටන W භාර දරයි. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප ස ටහන ඇඳ එමඟින් ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබලත් W හි අගයත් සොයන්න.

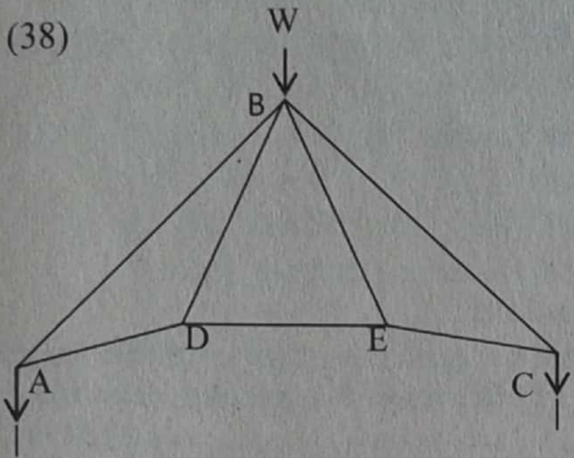
(2006)

(37) රූපයෙහි දැක්වෙන පරිදි රාමු සැකිල්ලක් සමාන දිගින් යුතු සැහැල්ලු දඬු හතක් නිදහස් ලෙස සන්ධිකර සාදා ඇත. A සහ B සුමට ආධාරක මත නිසලව ඇති අතර D හි දී W- w සහ C හි දී w භාර දරයි. A හි දී රාමු සැකිල්ල මත ප්‍රතික්‍රියාව $P = \frac{3W}{4} - \frac{w}{2}$ බව පෙන්වන්න.



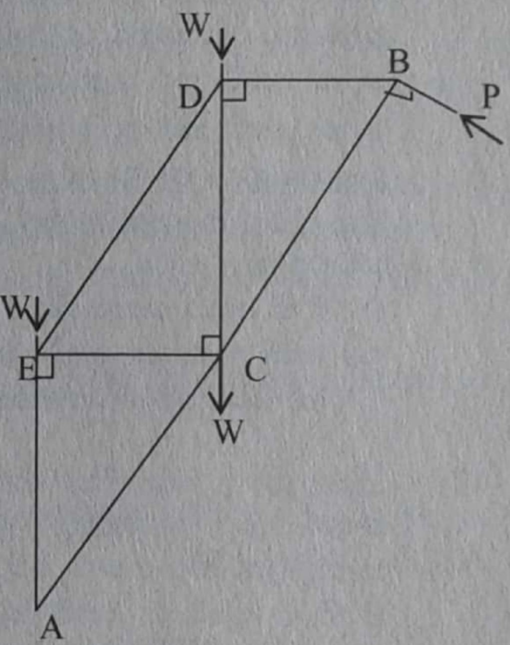
W > 2w බව දී ඇත්නම් බෝ අංකනය යෙදීමෙන් සුදුසු ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ AE,DE සහ DC දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.
ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යැයි දක්වන්න. DC හි ප්‍රත්‍යාබලය w ගෙන් ස්වායත්ත බව පෙන්වන්න. (2007)

(38)

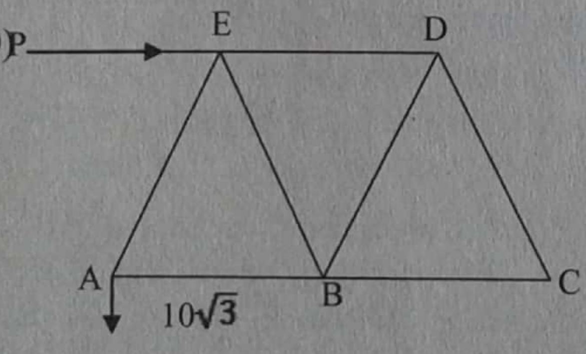


රූපයෙහි දැක්වෙන්නේ නිදහස් ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬුවලින් සමන්විත B හි දී W භාරයක් දරන රාමු සැකිල්ලකි. එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A සහ C හි දී එය සිරස් ලෙස ආධාර කරනු ලැබ තිබේ. $A\hat{B}C$ සෘජුකෝණයක් වන අතර එය BD සහ BE මඟින් ත්‍රිච්ඡේද වෙයි. $B\hat{A}D$ සහ $B\hat{C}E$ කෝණ එක එකක් 30^0 ක් ද BA = BC ද වෙයි.
බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප අඳින්න. ඒ නයින්, AD,AB,DE සහ DB එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය ආතතියක් ද තෙරපුමක් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න. (2008)

(39) රූපයෙහි දැක්වෙන සැහැල්ලු දඬුවලින් සැදි රාමු සැකිල්ලෙහි තිරස් සහ සිරස් දඬු සමාන දිගින් යුක්ත වන අතර සියලුම කෝණ 90^0 හෝ 45^0 හෝ වේ. සිරස් තලයක පිහිටන එය A හි දී සුමට ලෙස විවර්තනය කර B හි දී AB ට ලම්බ P බලයකින් ආධාර කරනු ලැබ ඇති අතර C,D,E හි දී නිව්ටන W භාර දරයි. P හි අගය W ඇසුරෙන් සොයන්න. CD දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය ශූන්‍ය බව තවදුරටත් දී ඇත්නම් BD,BC සහ DE දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සෙවීම සඳහා බෝ අංකනය භාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. මෙම ප්‍රත්‍යාබල සොයා ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න. (2009)



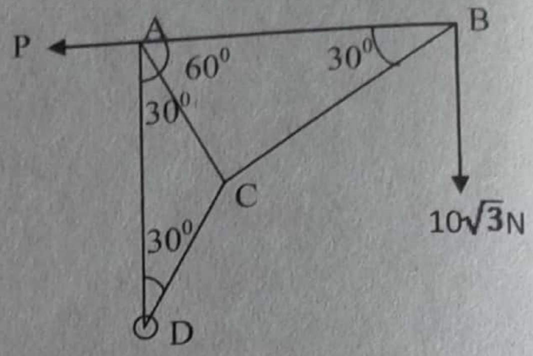
(40)



සමාන දිගින් යුත් AB, BC, CD, DE, EA, EB හා BD සැහැල්ලු දඬු හතක් රූපයේ දැක්වෙන පරිදි රාමුකට්ටුවක් සෑදෙන ආකාරයට ඒවායේ කෙළවරවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. රාමු කට්ටුව C හි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර A හි දී නිව්ටන $10\sqrt{3}$ ක බරක් දරයි. E හි දී P තිරස් බලයක් මඟින් AC තිරස් වන ලෙස රාමු කට්ටුව

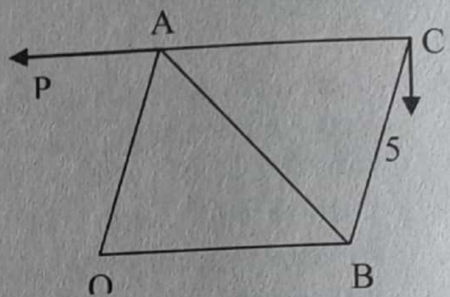
i) E හි P බලයේ විශාලත්වය අගයන්න.
ii) C හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
iii) බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලෙහිම ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. (2010)

(41) AB, BC, CD, DA හා AC සැහැල්ලු දඬු පහක් රූප සටහනෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි රාමු කට්ටුවක් සෑදෙන ආකාරයට ඒවායේ කෙළවරවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. **$A\hat{B}C = A\hat{D}C = D\hat{A}C = 30^0$** හා **$B\hat{A}C = 60^0$** වේ. රාමු කට්ටුව D හි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර B හි දී නිව්ටන $10\sqrt{3}$ ක බරක් දරයි. AB තිරස් වන පරිදි රාමුකට්ටුව සිරස් තලයක තබා ඇත්තේ A හි දී වූ නිව්ටන P තිරස් බලයක් මඟිනි.



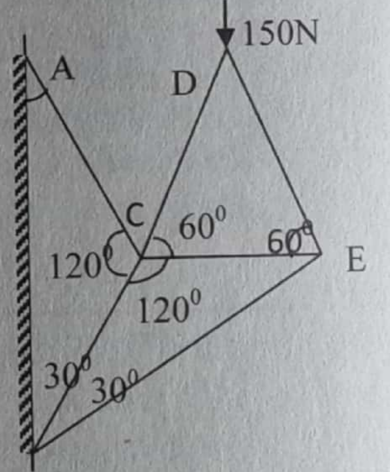
i) P හි අගය සොයන්න.
ii) D හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
iii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන් රාමුකට්ටුව සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලෙහිම ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. (2011)

(42) OA, OB, AC, AB හා BC සැහැල්ලු සමාන දඬු පහක් රූපයේ දක්වෙන පරිදි රාමු කට්ටුවක් සෑදෙන ආකාරයට ඒවායේ කෙළවරවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. රාමු කට්ටුව O හි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර C හි දී නිව්ටන $5\sqrt{3}$ ක බරක් දරයි. OB තිරස් වන පරිදි A හි දී නිව්ටන් P වන තිරස් බලයක් මඟින් රාමුකට්ටුව සිරස් තලයක තබා ඇත.

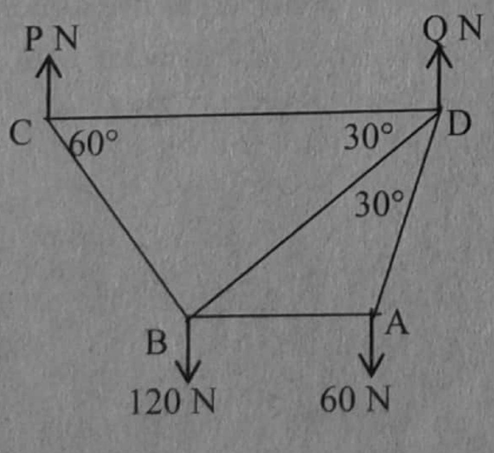


i) P හි අගය සොයන්න. ii) O හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
iii) බෝ අංකනය යෙදීමෙන් රාමුකට්ටුව සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ ආතති හා තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලෙහි ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න. (2012)

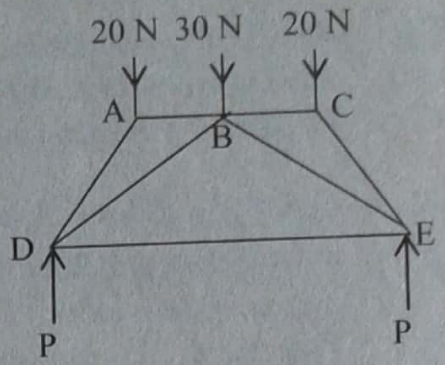
(43) යාබද රූප සටහනින් අන්තවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සැහැල්ලු දඬු හයකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් නිරූපණය වේ. එය සිරස් බිත්තියකට A හා B හි දී සුමට ව අසව් කර ඇති අතර D හි දී 150N භාරයක් දරයි. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් දක්වමින් නිර්ණය කරන්න. (2013)



(44) අන්තවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද AB, AD, BC, BD හා CE සැහැල්ලු දඬු පහක රාමු සැකිල්ලක් දී ඇති රූපයෙන් නිරූපණය වේ. A හා B හිදී පිළිවෙළින් 60 N හා 120 N භාර දරන අතර, AB හා CD දඬු තිරස්ව ඇතිව රාමු සැකිල්ල සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ පිළිවෙළින් C හා D හි දී යෙදූ P N හා Q N සිරස් බල දෙකක් මඟිනි. බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න. **ඒනයින්** දඬු පහේ ම ප්‍රත්‍යාබල, ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න. (2014)



(45) දෘඪ සැහැල්ලු දඬු හතක් ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහස් ලෙස සන්ධි කර සාදා ගත් සමමිතික රාමු සැකිල්ලක් රූපයේ දැක්වේ. AB, BC හා DE දඬු තිරස් වේ. $A\hat{D}E = C\hat{E}D = 45°$ සහ $B\hat{D}E = B\hat{E}D = 30°$ වේ. රාමු සැකිල්ලට A, B හා C සන්ධිවල දී රූපයේ දැක්වෙන භාර යොදා ඇති අතර, D හා E සන්ධිවල දී සමාන P සිරස් බලවලින් ආධාර කර ඇත. P හි අගය සොයන්න.



බෝ අංකනය යෙදීමෙන්, A හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහන් එකම රූපයක අඳින්න. **ඒනයින්,** AD, AB, DE හා DB දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල සොයා, ඒවා ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. (2015)

සරල රේඛාව

(1) $\boldsymbol{\ell x + my + n = 0}$ රේඛාව මත $(\boldsymbol{\alpha, \beta})$ ලක්ෂ්‍යයේ දර්පණ ප්‍රතිබිම්බයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
ABCD රොම්බසයක BD විකර්ණය $\boldsymbol{x + 2y + 1 = 0}$ වේ. A,C ශීර්ෂ පිළිවෙලින් $x - y = 0$ හා $3x + y = -8$ යන රේඛාව මත පිහිටා ඇත. AB පාදය $7x + 4y = 0$ ට සමාන්තර නම් රොම්බසයේ පාදවල සමීකරණ සොයන්න. (1962)

(2) $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) \geq 0$ වීම අනුව (x_1,y_1) සහ (x_2,y_2) ලක්ෂ්‍යය $ax + by + c = 0$ රේඛාවේ එකම පැත්තේ හෝ ප්‍රතිවිරුද්ධ පැතිවල පිහිටන බව පෙන්වන්න.
$x + y + 4 = 0$, $7x + y - 8 = 0$ සහ $x + 7y - 8 = 0$ යනු ABC ත්‍රිකෝණයේ AB, CB, CA පාද වේ. $B\hat{A}C$ සමච්ඡේදකය සොයන්න.
මෙම සමච්ඡේදකය BC පාදය D හි දී හමුවේ නම් ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකය ABD ත්‍රිකෝණය තුළ පිහිටන බව පෙන්වන්න. (1963)

(3) ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ (1, 3), (5, 3) සහ (4, 6) වේ. ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රය G, S නම්, පරි කේන්ද්‍රය සහ H නම් ලම්බ කේන්ද්‍රය සොයන්න. (1964)

(4) $\boldsymbol{\ell x + my + n = 0}$ මත $(\boldsymbol{\alpha, \beta})$ ලක්ෂ්‍යයේ තල දර්පණ ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක A, B, C ශීර්ෂ පිළිවෙලින් $y = x$, $y = 2x$ සහ $y = 3x$ රේඛාව මත පිහිටයි. AB පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකය $6x + 8y - 3 = 0$ වේ. BC පාදය $11x - 4y = 0$ ට සමාන්තර වේ. ත්‍රිකෝණයේ පාදවල සමීකරණ සොයන්න. (1965)

(5) $c(a\alpha + b\beta + c)$ යන්න ධන හෝ ඍණ වීම අනුව මූල ලක්ෂ්‍යය හා (α, β) ලක්ෂ්‍යය $ax + by + c = 0$ රේඛාවේ එකම පැත්තේ හෝ සම්මුඛ පැතිවල පිහිටන බව පෙන්වන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයේ AB පාදයේ සමීකරණය $x - 2y + 5 = 0$ වේ. BAC කෝණයේ සමච්ඡේදකය $x - y = 0$ වේ. AC පාදය සොයන්න.
මූල ලක්ෂ්‍ය ත්‍රිකෝණයේ අන්තඃකේන්ද්‍රය නම් හා BC පාදය $11x - 2y = 0$ ට සමාන්තර නම් මෙම පාදය සොයන්න. (1966)

(6) $y = x$ රේඛාව මත $y = mx$ රේඛාවේ පරාවර්තනයේ සමීකරණය සොයන්න.
O මූලය වූ OABC රොම්බසයකි. OB විකර්ණය $x - y = 0$ වේ. A ලක්ෂ්‍යය $2x - y + 6 = 0$ රේඛාව මත පිහිටයි. AB රේඛාව (–8,8) හරහා යයි. රොම්බසයේ පාදවල සමීකරණ සොයන්න. (1967)

(7) ABCD යනු රොම්බසයක AB,AC පාදවල සමීකරණ පිළිවෙලින් x − y + 1 = 0, 2x − y − 1 = 0 වේ. BC පාදය (5,−6) ලක්ෂ්‍යය හරහා යයි නම් BD, CD, DA හා BD හි සමීකරණ සොයන්න. (1969)

(8) ℓ_1 සහ ℓ_2 සමී. $a_1x + b_1y + 1 = 0$ සහ $a_2x + b_2y + 1 = 0$ වේ. λ_1 සහ λ_2 නියත නම්, $\lambda_1(a_1x + b_1y + 1) + \lambda_2(a_2x + b_2y + 1) = 0$ යන්නෙන් $\ell_1 = 0$ සහ $\ell_2 = 0$ ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන ඕනෑම සරල රේඛාවක් පෙන්නුම් කරන බව පෙන්වන්න.
ℓ_1 සහ ℓ_2 ට සමාන්තරව මූල ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේඛා දෙකක් මගින් සමාන්තරාස්‍රයක් සෑදේ. විකර්ණවල සමීකරණ සොයන්න.
$a_1^2 + b_1^2 = a_2^2 + b_2^2$ නම් රූපය රොම්බසයක් බව පෙන්වන්න. (1970)

(9) සරල රේඛාවක සමීකරණය $\frac{x-x_0}{\ell} = \frac{y-y_0}{m} = t; \ell^2 + m^2 = 1$ ආකාරයට ඇත.
(t) යනු $(x_0\ ,\ y_0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට (x,y) ලක්ෂ්‍යයට රේඛාව ඔස්සේ මිනූ දුර බව පෙන්වන්න.
රොම්බසයක යාබද පාද වූ x − 3y + 5 = 0 හා 3x −y - 1 = 0 සුළු කෝණයක් අන්තර්ගත කරන අතර ඒවායේ ඡේදනය හරහා යන විකර්ණයේ දිග $3\sqrt{2}$ වේ. රොම්බසය සම්පූර්ණයෙන්ම පිහිටා ඇත්තේ පළමු පාදකයේ නම් එහි ඉතිරි පාද දෙකේ සමීකරණය සොයන්න. අනෙක් විකර්ණයේ දිග සොයන්න.
ඒනයින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ රොම්බසයේ වර්ගඵලය සොයන්න. (1973)

(10) ABCD ලක්ෂ්‍යවලට පිළිවෙලින් (-2,8),(9,-3),(12,6),)(0,15) බණ්ඩාංක තිබේ. C හි සිට AB සරල රේඛාවට ඇඳි ලම්බයේ අඩියේ බණ්ඩාංක සොයන්න. $A\hat{P}D = B\hat{P}C$ වන පරිදි A හා B අතර AB රේඛාව මත පිහිටි P ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක ද සොයන්න. PCD ත්‍රිකෝණයට ඒකක 54 ක වර්ගඵලයක් තිබෙන බව පෙන්වන්න. (1974)

(11) P (h, k) ලක්ෂ්‍යය හරහා ax + by + c = 0 ට ලම්බ සරල රේඛාවේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක බණ්ඩාංක (h + at, k + bt) ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.
P සිට ax + by + c= 0 ට ඇඳි ලම්බකයේ පාදයට අනුරූප t අගය සොයා මෙම ලම්බකයේ දිග $\frac{|ah+bx+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.
ඵනයින් හෝ අන් අයුරකින් $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සරල රේඛා දෙක අතර කෝණ අතුරින් මූල ලක්ෂ්‍යය අඩංගු කෝණයේ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න.
මෙහි $a_1b_2 - a_2b1 \neq 0$ ද, $c_1 < 0$ ද, $c_2 < 0$ ද වේ. (1975)

(12) ax + by + c = 0 , ax + by + d = 0 , a'x + b'y + c' = 0 සහ a'x + b'y + d' = 0 යන සරල රේඛාවකින් සෑදී තිබෙන සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණයන්හි සමීකරණ සොයන්න.
i) $(a^2 + b_2)(c' - d')^2 = (a'^2 + b'^2)(c - d)^2$ නම්, සමාන්තරාස්‍රය රොම්බසයක් බව ද
ii) සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $\left|\frac{(c-d)(c'-d')}{ab'-a'b}\right|$ බව ද පෙන්වන්න. (1976)

(13) P (h,k) හරහා $\ell = ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට සෘජුකෝණී ලෙස ඇඳි සරල රේඛාව මත ඕනෑම
ලක්ෂ්‍යයක බණ්ඩාංක (h+at, k+bt) ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t පරාමිතියකි.
P සිට $\ell = 0$ ට ඇඳි ලම්බකයේ අඩියට අනුරූප t හි අගය සොයන්න.
එම ලම්බකයේ දිග $\frac{|ah+bk+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.

එනයින් හෝ අන්ක්‍රමයකින් හෝ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සරල රේඛා දෙක අතර කෝණ අතුරෙන් මූල ලක්ෂ්‍යය ඇතුලත් කෝණයේ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙහි $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ ද, $c_1 < 0$ ද $c_2 < 0$ ද වෙයි. (1977)

(14) N ලක්ෂ්‍යය වූ කලී $P_0 (x_0, y_0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට අඳිනු ලබන ලම්බයේ අඩියයි. N හි බණ්ඩාංක, $t = -\frac{ax_0 + by_0 + c}{a^2 + b^2}$ වූ $(x_0 + at, y_0 + bt)$ බව සාධනය කරන්න.
T යනු පරාමිතිය විට සරල රේඛාවක සමීකරණය $l^2 + m^2 = 1$ වන $\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = T$ පරාමිතික ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරනු ලැබුවොත් $|T|$ යනු $P_1(x_1,y_1)$ අචල ලක්ෂ්‍යයේ සිට $P(x_1 + lT,\ y_1 + mT)$ ලක්ෂ්‍යයට දුර බව පෙන්වන්න.
$4\sqrt{5}$ දිගෙන් යුත් එක් විකර්ණයක් $x - 2y + 5 = 0$ සරල රේඛාව දිගේ පිහිටි රොම්බසයක ශීර්ෂයක් A(2,1) වෙයි. රොම්බසයේ සෙසු ශීර්ෂ සොයන්න. (1979)

(15) (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යයේ සිට $ax + by + c = 0$ රේඛාවට ඇඳි ලම්බයේ දිග $\left|\frac{ax_0 + by_0 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$ බව පෙන්වන්න.

i) සමාන්තර රේඛා දෙකකින් එක එකක් x – අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ α කෝණයක් සාදයි. එක් රේඛාවක් (h, k) හරහා ද අනෙක (m, n) හරහා ද යයි. රේඛා අතර ලම්බ දුර $|(h - m)$ සයින් $\alpha - (k - n)$ කොස් $\alpha|$ බව පෙන්වන්න.

ii) වර්ග ඒකක 13 ක වර්ගඵලයෙන් යුත් සමචතුරස්‍රයක කේන්ද්‍රය$\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ ය. එහි පාද දෙකක් $12x+15y = 0$ රේඛාවට සමාන්තරය. සමචතුරස්‍රයේ පාද හතරේ සමීකරණය සොයන්න. (1980)

(16) (x_0, y_0) යනු $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාව මත ලක්ෂ්‍යයක් නම්, t යනු පරාමිතියක් විට රේඛාව මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයෙක බණ්ඩාංක $(x_0 + bt, y_0 - at)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව සාධනය කරන්න. $3x + 4y - 24 = 0$ රේඛාව මත P ලක්ෂ්‍යය පිහිටියේ මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට එයට ඇති දුරෙහි විශාලත්වය P ත් A (3,1) , B (-1,3) ලක්ෂ්‍යත් මඟින් සැදි ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලයේ විශාලත්වයට සමාන වන පරිදිය. P සඳහා පිහිටීම් දෙකක් පවත්නා බව ද එම පිහිටීම් දෙකෙන් එකක් P_0 යැයි කියමු. ඒ සඳහා P_0AB සෘජුකෝණයක් බව ද සාධනය කරන්න. P_0ABQ සෘජුකෝණයක් වන පරිදි සිව් වැනි ශීර්ෂය වූ Q හි බණ්ඩාංක සොයන්න. (1981)

(17) $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍යය යා කරන රේඛාව අභ්‍යන්තරයෙන් ද බාහිරයෙන් ද $m_1 : m_2$ අනුපාතයට බෙදාලන ලක්ෂ්‍යයවල බණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $\left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$ ද $\left(\frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}\right)$ බව සාධනය කරන්න.
X හා Y ලක්ෂ්‍යය මඟින් A (-2, 6) , B (1, -6) ලක්ෂ්‍ය හා කරන රේඛාව පිළිවෙලින් අභ්‍යන්තරයෙන් ද බාහිරයෙන් ද 2:1 අනුපාතයට බෙදෙයි. P යනු $\measuredangle XPY$ සෘජුකෝණයක් වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යයකි. ΔPAB හි වර්ගඵලය ඒකක 24 ක් වෙයි. P සඳහා P_1, P_2, P_3, P_4 පිහිටීම් හතර අතුරින් දෙකකට (P_1, P_2 කියමු) නිඛිල බණ්ඩාංක ඇති බව සාධනය කරන්න.
AP_1B, AP_2B කෝණවල සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න. (1982)

(18) $t = -\frac{2(ax_0+by_0+c)}{a^2+b^2}$ වන $(x_0 + at, y_0 + bt)$ ලක්ෂ්‍ය $ax + by + c = 0$ රේඛාව මත (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්බය බව සාධනය කරන්න.
$l_2 : 3x - 4y + 5 = 0$ රේඛාව මත $l_1 : 2x - y + 5 = 0$ රේඛාවේ l ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න.
ක්ෂේත්‍රඵලය වර්ග ඒකක 25 වන රොම්බසයක් එහි යාබද පාද දෙකක් l_1 හා l ඔස්සේ පිහිටන අයුරින් ඇඳ ඇත. මේ ආකාරයට ඇඳිය හැකි රොම්බස හතරක් ඇති බව පෙන්වන්න.
l_2 විකර්ණයක් ලෙස ඇති රොම්බසවල පාදයන්ගේ සමීකරණ සොයන්න. (1983)

(19) $lx + my + n = 0$ රේඛාවට (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයේ සිට අඳින ලද ලම්බයේ අඩියෙහි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
OAPB යනු O මූල ලක්ෂ්‍යය ද, $A \equiv (\lambda a, \lambda b)$ ද $B \equiv (\mu b, -\mu a)$ ද වන සෘජුකෝණාස්‍රයකි. මෙහි $a^2 + b^2 = 1$ වේ.
$\lambda^3 + \mu^3 = c(\lambda^2 + \mu^2)$ වන පරිදි A සහ B විචලනය වේ නම් P සිට AB ට ඇඳි ලම්බයේ අඩියෙහි පථය සරල සරල රේඛාවක් බව සාධනය කරන්න. මෙහි c නියතයකි. (1984)

(20) $ax + by + c = 0$ යනු l නම්, රේඛාවක සමීකරනය වන අතර $P_1 \equiv (x_1, y_1) P_2 \equiv (x_2, y_2)$ යනු l මත නොපිහිටි ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. l මගින් P_1, P_2 බෙදනු ලබන අනුපාතය සොයන්න.
P_1 සහ P_2 ලක්ෂ්‍යය l රේඛා දෙපස පිහිටීම සඳහා අවශ්‍යතාව අපෝහනය කරන්න.
$A \equiv (-1, -1)$ සහ $C \equiv (7, 15)$ යනු ABCD සමාන්තරාස්‍රයක ප්‍රතිවිරුද්ධ ශීර්ෂ දෙකකි. එයට x – අක්ෂයේ ධන දිශාව සමඟ $\tan^{-1}(4)$ කෝණයක් සාදනු ලබන $2\sqrt{17}$ දිගින් යුත් විකර්ණයක් ඇත. B සහ D ශීර්ෂයන්ගේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
සමාන්තරාස්‍රයේ ABC සහ ADC කෝණවල අභ්‍යන්තර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණය ද සොයන්න. (1985)

(21) A (-8, 10) , B(1, 2) , C (1, 11) ලක්ෂ්‍යවල සිට A'B'C' ත්‍රිකෝණයෙහි පිළිවෙලින් B'C', C'A', A'B' පාද වලට ඇඳි ලම්බ ඒක ලක්ෂ්‍ය වේ. B'C', C'A', A'B' රේඛා පිළිවෙලින් $3x - y - 5 = 0$, $x - 2y = 0$ සහ λ නියතයක් වූ $x + \lambda y - 15 = 0$ රේඛා මත පිහිටයි. λ හි අගය සොයන්න.
A'B'C' සිට පිළිවෙලින් BC, CA, AB මතට ඇඳි ලම්බ ද ඒක ලක්ෂ්‍ය බව සාධනය කරන්න. (1986)

(22) (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයේ සිට $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට ඇති ලම්බ දුර $\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ බව පෙන්වන්න.
$A \equiv (2, 5)$ ද $B \equiv (11, 2)$ සහ $C \equiv (8, 7)$ ශීර්ෂ වන සිට ABC ත්‍රිකෝණයේ පිළිවෙලින් එක එකක් AB සහ AC පාදවල සිට $\frac{4}{\sqrt{10}}$ සහ $\frac{2}{\sqrt{10}}$ දුරවලින් පිහිටන ලක්ෂ්‍ය හතර සොයන්න.
i) මෙම ලක්ෂ්‍ය වලින් කවර ලක්ෂ්‍ය ත්‍රිකෝණය ඇතුළත පිහිටන්නේ දැයි නිර්ණය කරන්න.
ii) මෙම ලක්ෂ්‍ය හතර මගින් සාදනු ලබන සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
(1987)

(23) $ax + by + c = 0$ රේඛාව $P_1(x_1 + y_1)$ සහ $P_2(x_2 + y_2)$ ලක්ෂ්‍ය යා කරන රේඛාව $-\frac{ax_1by_1+c}{ax_2by_2+c}$ අනුපාතයට බෙදෙන බව පෙන්වන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාද පිළිවෙලින් $u_1 = 0$, $u_2 = 0$, $u_3 = 0$ සරල රේඛා ඔස්සේ පිහිටනු ලැබේ.
මෙහි $u_r \equiv a_rx + b_ry + c_r$, $r = 1,2,3$ වේ. k නියතයක් වන $u_3 - ku_2 = 0$ රේඛාව A හරහා යන බවද $\frac{k(a_1b_2-a_2b_1)}{a_3b_1-a_1b_3}$ අනුපාතයට BC බෙදෙන බවද පෙන්වන්න.
$(a_2a_3 + b_2b_3)(a_1b_2 - a_2b_1)(a_3b_1 - a_1b_3)$ ධන වීම හෝ ඍණ වීම හෝ අනුව ත්‍රිකෝණයේ A කෝණය මහා කෝණයක් හෝ සුළු කෝණයක් හෝ වන බව පෙන්වන්න. (1988)

(24) $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාව $u_i = 0 (i = 1,2)$ සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙක පිළිවෙලින් A සහ B හි දී ඡේදනය කරයි. මෙහි $u_i \equiv a_1x + b_1y + c_1$ වේ. Z යනු $AZ = k\,ZB$ වන සේ AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි.
$u_1 = 0$ හා $u_2 = 0$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයට Z යා කරන රේඛාව $u_1 + \frac{k(a_1b-ab_1)}{a_2b-ab_2} u_2 = 0$ බව පෙන්වන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක BC, CA, AB පාද පිළිවෙලින් $x - 4y + 6 = 0$, $2x - y - 6 = 0$, $x - y + 3 = 0$ රේඛා ඔස්සේ වේ. X යනු $2BX = XC$ වන සේ BC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ද Y යනු $2A = 3YC$ වන සේ AC මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් ද වේ. AX හා BY හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයට C යා කරන රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (1989)

(25) $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$ සහ $x = 0$ රේඛාවලින් සෑදුනු ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $\frac{(c_1-c_2)^2}{2|m_1-m_2|}$ බව පෙන්වන්න.
ඒනයින්, $y = 2x + 3$, $y = -2x + 7$ සහ $y = 6x + 2$ රේඛාවලින් සෑදුනු ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න. (1990)

(26) $ax + by + c = 0$ රේඛා මත (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න.
ABCD යනු $B \equiv (1,0)$ සහ AB,AC හි සමීකරණ පිළිවෙලින් $y - x + 1 = 0$ සහ $y - 3x = 0$ වන සේ වූ රොම්බසයකි. DA,CD සහ BC රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.
තව ද ABCD රොම්බසයේ වර්ගඵලය ද සොයන්න. (1991)

(27) P ලක්ෂ්‍යයක දී ඡේදනය වන l_1, l_2 සරල රේඛා පිළිවෙලින් $ax + by + c = 0$ සහ $a'x + b'y + c' = 0$ සමීකරණවලින් නිරූපණය වේ. λ පරාමිතියක් වන $ax + by + c + \lambda(a'x + b'y + c') = 0$ සමීකරණ විවරණය කරන්න.
l_1, l_2 ට සමාන්තරව O මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා වූ සරල රේඛා පිළිවෙලින් Q සහ R හි දී l_2, l_1 ඡේදනය කරයි. OQPR සමාන්තරාස්‍රයේ OP, OR විකර්ණවල සමීකරණ සොයන්න. $(c, c' \neq 0)$ එනයින්,
i) OQPR රොම්බසයක් වීම සඳහාත් ii) OQPR සමචතුරස්‍රයක් වීම සඳහාත්
a, b, c, a', b', c' නියත මඟින් සපුරාලිය යුතු අවශ්‍යතා නිර්ණය කරන්න. (1992)

(28) $lx + my + n = 0$ සරල රේඛාව මත $P \equiv (\alpha, \beta)$ ලක්ෂ්‍යයෙහි ප්‍රතිබිම්බයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක A,B,C ශීර්ෂ පිහිටා ඇත්තේ පිළිවෙලින් $y = x$, $y = 2x$, $y = 3x$ රේඛා මතය. AB හි ලම්බ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය $3y + x - 18 = 0$ වේ. BC රේඛාව $y + x = 0$ සරල රේඛාවට සමාන්තරය. ABC ත්‍රිකෝණයේ පාදවල සමීකරණ ලබාගන්න. (1993)

(29) $y = ax + b$ සරල රේඛාව $y = mx$ සහ $y = m'x$ රේඛා පිළිවෙලින් A සහ B හි දී ඡේදනය කරනු ලැබේ. මෙහි a සහ b $(\neq 0)$ නියත වේ. C ලක්ෂ්‍යය OACB සමාන්තරාස්‍රයක් වන පරිදි වෙයි. O යනු මූල ලක්ෂ්‍යයයි.
i) C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
ii) OACB රොම්බසයක් නම්, $(a^2 - 1)(m + m') + 2a(1 - mm') = 0$ බව පෙන්වන්න.
iii) OACB සමචතුරස්‍රයක් නම්, එහි වර්ගඵලය $\frac{2b^2}{1+a^2}$ බව පෙන්වන්න. (1994)

(30) $l_1 \equiv ax + by + c = 0$ සහ $l_2 \equiv a'x + b'y + c' = 0$ රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන ඕනෑම සරල
රේඛාවක සමීකරණය $ax + by + c + \lambda(a'x + b'y + c') = 0$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ නියතයකි.
$l_3 \equiv lx + my + n = 0$ විචල්‍ය රේඛාව l_1 සහ l_2 රේඛා පිළිවෙලින් A හි දී සහ B හි දී ඡේදනය කරයි. c, c' දෙකම නිශ්ශුන්‍ය වන අතර ඛණ්ඩාංක මූල O ය.
OA රේඛාව OB ට ලම්බ නම්, $(aa' + bb')n^2 - (ac' + ca')ln - (bc' + cb')mn + (l^2 + m^2)cc' = 0$ බව පෙන්වන්න.
P යනු O සිට $lx + my + n = 0$ රේඛාවට ඇදි ලම්බයේ අඩියයි. ඉහත දක්වෙන අවශ්‍යතාව සපුරාලයි නම්, l_3 රේඛාව විචලනය වත්ම P හි පථය වෘත්තයක් බව පෙන්වන්න.
l_1 හා l_2 රේඛා එකිනෙකට ලම්බ නම්, එම පථයට කුමක් වේ ද? (1995)

(31) $ax + by + c = 0$ රේඛාවෙහි $P(\alpha, \beta)$ ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න.
ඒ නයින්, $ax + by + c = 0$ හි $lx + my + n = 0$ රේඛාවේ ප්‍රතිබිම්බය සොයන්න.
රොම්බසයක විකර්ණයක් $2x + y - 1 = 0$ රේඛාවේ වේ. එක් ශීර්ෂයක් $(2, -3)$ වන අතර එහි එක් පාදයක් $y - x - 4 = 0$ රේඛාව ම පිහිටයි. ඉතිරි පාද තුනෙහිත් ඉතිරි විකර්ණයේත් සමීකරණ සොයන්න. (1996)

(32) (x_0, y_0) හරහා යන්නා වූ ද බෑවුම m වූ ද සරල රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(x_0 + t; y_0 + mt)$
ආකාරයට ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.
P වනාහි $AP:PC = 1:\lambda^2$ වන පරිදි A(1,0) සහ C(4,4) ලක්ෂ්‍ය යා කෙරෙන රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකි. මෙහි $\lambda > 0$, P හරහා AC ට ලම්බ වූ රේඛාව මත පිහිටි B ලක්ෂ්‍යයෙක ඛණ්ඩාංක ඉහත ආකාරයට ප්‍රකාශ කරන්න.
t ඇසුරෙන් AB හි සහ BC හි බෑවුම් කවරේ ද? BC ට AB ලම්බ නම් එවිට,
i) B සඳහා පිහිටීම් දෙකක් තිබිය හැකි බව ද අනුරූප t හි අගයන් $\pm \frac{4\lambda}{1+\lambda^2}$ බව ද
ii) PBC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $\frac{1}{2} \frac{25\lambda^2}{(1-\lambda^2)^2}$ බව ද පෙන්වන්න. (1997)

(33) (a, b) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන්නා වූ ද x– අක්ෂය සමඟ θ කෝණයකින් ආනත වූ ද සරල රේඛාව පරාමිතිකව $x = a + t\cos\theta, y = b + t\sin\theta$ මගින් නිරූපණය කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයේ O ශීර්ෂය මූල ලක්ෂ්‍ය මත ද A ශීර්ෂය පළමුවන පාදකයේ ද පිහිටන අතර OB = 2 OA ද, OA හි සහ OB හි සමීකරණ පිළිවෙලින් $x - 2y = 0$ සහ $2x + y = 0$ ද වේ. (5,1) ලක්ෂ්‍ය හරහා AB යන්නේ නම් AB සඳහා නිවේශන දෙකක් තිබිය හැකි බව පෙන්වන්න.

එම එක් එක් නිවේශනය සඳහා A හි සහ B හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

තිබිය හැකි OAB ත්‍රිකෝණ දෙකේ වර්ගඵලවල අනුපාතය සොයන්න. (1998)

(34) H යනු AC ට BH ලම්බ වන පරිදි ද AB ට CH ලම්බ වන පරිදි ද ABC තලයෙහි වූ ලක්ෂ්‍යයයි. ABC තලයෙහි වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර කාටීසියානු අක්ෂ කුලකයකට අනුබද්ධව $A \equiv (\alpha, \beta)$ වේ. මෙහි $|\alpha| \neq 1, \beta \neq 0$ සහ $\alpha^2 + \beta^2 \neq 1$ වේ. BH සහ CH රේඛාවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $(\alpha - 1)x + \beta y + \alpha - 1 = 0$ සහ $(\alpha + 1)x + \beta y - (\alpha + 1) = 0$ වෙයි. B සහ C හි ඛණ්ඩාංක නිර්ණය කර AH සහ BC ලම්බ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ එක් එක් ශීර්ෂය හරහා සම්මුඛ පාදයට සමාන්තර රේඛාවක් අඳිනු ලැබේ. මෙම රේඛා තුනෙන් A'B'C' ත්‍රිකෝණය සෑදේ. H ලක්ෂ්‍යය A'B' සහ C' ලක්ෂ්‍යවලින් සමදුරින් පිහිටන බව පෙන්වන්න. (1999)

(35) x හා y අක්ෂ මත පිළිවෙලින් a හා b අන්තඃඛණ්ඩ සාදනු ලබන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

$\frac{x}{h} + \frac{y}{k} = 1$ මගින් දෙනු ලබන ℓ අචල සරල රේඛාවක් x හා y අක්ෂ පිළිවෙලින් A සහ B ලක්ෂ්‍යවල දී හමු වේ. ℓ රේඛාවට ලම්බ ℓ' නම් සරල රේඛාවක් x හා y අක්ෂ පිළිවෙලින් P සහ Q ලක්ෂ්‍යවල දී හමු වේ. AQ හා BP සරල රේඛාවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය (h, k) ලක්ෂ්‍යය රහිත $x^2 + y^2 - hx - ky = 0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. (2000)

(36) $y = mx + c$ සරල රේඛාව සමාන්තර නොවන $u_1 \equiv y - m_1x - c_1 = 0$ සහ $u_2 \equiv y - m_2x - c_2 = 0$ සරල රේඛා දෙක පිළිවෙලින් A සහ B හි දී ඡේදනය කරයි. R යනු AR = kRB වන සේ AB මත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. $u_1 = 0$ හා $u_2 = 0$ හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යයට R යා කරන සරල රේඛාවේ සමීකරණය $u_1 + \frac{k(m - m_1)}{(m - m_2)}u_2 = 0$ බව පෙන්වන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක AB,BC,CA පැති පිළිවෙලින් $3x + 2y - 6 = 0$, $2x + y - 2 = 0$, $x + y - 3 = 0$ රේඛා ඔස්සේ පිහිටයි. AB මත R ලක්ෂ්‍යයක් සහ AC මත Q ලක්ෂ්‍යයක් 2AR = RB සහ 3AQ = 2QC වන පරිදි පිහිටා ඇත.

i) A හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
ii) BQ සහ CR රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.
iii) D හි දී BQ සහ CR හමු වේ නම් සහ P යනු AD සහ BC හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය නම් AP: PB අනුපාතය සොයන්න. (2001)

(37) $u_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$ සහ $u_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යනු දී ඇති සමාන්තර නොවන සරල රේඛා දෙකකි. λ හි සෑම අගයක්ම සඳහාම $u_1 + \lambda u_2 = 0$ සරල රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක සම්මුඛ පාද වලට B,C හරහා අඳිනු ලැබූ ලම්බවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x - 4y + 5 = 0$ සහ $2x - y + 3 = 0$ වේ. A හා B හි ඛණ්ඩාංක $(k,-k)$ ලෙස ගනු ලැබුවේ නම් AB හා AC රේඛාවල සමීකරණ ද, B හි සහ C හි ඛණ්ඩාංක ද k ඇසුරෙන් සොයන්න.
k විචලනය වන විට ABC ත්‍රිකෝණයේ කේන්ද්‍රකය $x + 5y - 4 = 0$ රේඛාව මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න. (2002)

(38) සමාන්තරාස්‍රයක පාද දෙකක් $y = x - 2$ සහ $4x = x + 4$ සමීකරණවලින් දී ඇත. සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී ඡේදනය වේ.
i) සමාන්තරාස්‍රයේ ඉතිරි පාදවල සමීකරණ ද
ii) විකර්ණවල සමීකරණ ද ලබාගන්න.
තව ද සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ද සොයන්න. (2003)

(39) u සහ v යනු පිළිවෙලින් $A \equiv (5,0)$ හා $B \equiv (-5,0)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සමාන්තර රේඛා දෙකක් යැයි ගනිමු.
$4x + 3y = 25$ රේඛාව P හි දී u ද Q හි දී v ද හමුවේ යයි ගනිමු.
PQ හි දිග ඒකක 5 ක් නම් u සහ v සමාන්තර රේඛා යුගලය සඳහා අවස්ථා දෙකක් තිබිය හැකි බව පෙන්වන්න.
ඉහත නිර්ණය කරන ලද රේඛා හතරේම සමීකරණ ලියා දක්වන්න.
මෙම රේඛා හතර මඟින් සාදනු ලබන සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණවල සමීකරණ සොයන්න.
තව ද ඉහත සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ද සොයන්න. (2004)

(40) ABC ත්‍රිකෝණයක B සහ C ශීර්ෂ පිළිවෙලින් $4x - 3y = 0$ රේඛාව මත හා x අක්ෂය මත පිහිටයි.
BC පාදය $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$ හරහා යන අතර එයට m බෑවුමක් ඇත.
i) m ඇසුරෙන් B සහ C හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
ii) $OB = \left|\frac{10(m-1)}{3(3m-4)}\right|$ බවත් $OC = \left|\frac{2(m-1)}{3m}\right|$ බවත් පෙන්වන්න.
මෙහි O යනු මූල ලක්ෂ්‍ය වේ.
iii) ABOC රොම්බසයක් නම් m ට තිබිය හැකි අගය දෙක හා A හි අනුරූප ඛණ්ඩාංක සොයන්න. (2005)

(41) $px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව අනුබද්ධයෙන් (x_1, y_1) ලක්ෂ්‍යයේ ප්‍රතිබිම්බයේ ඛණ්ඩාංක $(x_1 - p\lambda,\ y_1 - q\lambda)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි λ යනු නිර්ණය කළ යුතු නියතයක් වෙයි.
ඒ නයින්, $px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව අනුබද්ධයෙන් $\ell x + my + n = 0$ රේඛාවේ ප්‍රතිබිම්බයේ සමීකරණය සොයන්න.
ABCD රොම්බසයෙහි AB පාදයේ සහ AC විකර්ණයේ සමීකරණ පිළිවෙලින් $3x - y + 6 = 0$ හා $x - y + 8 = 0$ වෙයි. B ශීර්ෂයේ ඛණ්ඩාංක $(3,15)$ වෙයි. A,C සහ D හි ඛණ්ඩාංක ප්‍රකාශිත ලෙස නොසොයා රොම්බසයේ ඉතිරි පාද තුනේ සමීකරණ සොයන්න. (2006)

(42) ABC යනු $A\equiv(2,4)$ ද $y = x + 1$ රේඛාව මත B හා C ද වන අයුරින් වූ ත්‍රිකෝණයක් යයි ගනිමු. ABC හා ADE ත්‍රිකෝණවල වර්ගඵල 9:4 අනුපාතයට වන අයුරින් BC ට සමාන්තරව අදින ලද ℓ නම් රේඛාවක් AB සහ AC පිළිවෙලින් D හා E හි දී කපයි. G යනු A සිට ℓ ට ඇඳි ලම්බකයේ අඩිය ද M යනු AB තුළ G හි දර්පණ ප්‍රතිබිම්බය ද යයි සිතමු.

i) G හි බණ්ඩාංක හා ℓ හි සමීකරණ සොයන්න.

ii) AM = AG බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් හෝ වෙනත් ක්‍රමයකින් හෝ B ලක්ෂ්‍යය $y = x + 1$ රේඛාව මත චලනය වන විට M ලක්ෂ්‍යය කේන්ද්‍රය A හා අරය $\frac{\sqrt{2}}{3}$ වූ වෘත්තයක් මත චලනය වන බව සාධනය කරන්න. (2007)

(43) a) $y = m_1x + c_1$ සහ $y \equiv m_2x + c_2$ මඟින් දෙනු ලබන සරල රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදක වන ℓ_1 හි හා ℓ_2 හි සමීකරණ ලබාගන්න. මෙහි $m_1 \neq m_2$ වේ. ඒ නයින්, ℓ_1හා ℓ_2 ලම්බ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

b) ABC යනු x අක්ෂයේ ධන දිශාව ඔස්සේ BC ආධාරකය චලනය වන පරිදි ද AB = AC ද A ශීර්ෂය x අක්ෂයට ඉහළින් ද වූ ත්‍රිකෝණයක් යයි ගනිමු. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 9 ක් ද BC පාදයේ දිග ඒකක 6 ක් ද වේ. $B\equiv(b,0)$ යයි ද ගනිමු.

i) AB සහ AC පාදවල සමීකරණ සොයන්න.

ii) ඉහත (a) හි ලබාගත් කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරන භාවිතයෙන් ABC ත්‍රිකෝණයේ B හා C කෝණවල අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.

ඒ නයින් $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ හි අගය සොයන්න.

iii) ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදක තුන එක් ලක්ෂ්‍යයක දී හමුවන බව සත්‍යාපනය කර එම ලක්ෂ්‍යයේ පථය නිර්ණය කරන්න. (2008)

(44) (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍ය හරහා යන $ax + by + c = 0$ සරල රේඛාවට ලම්බ සරල රේඛාව මත පිහිටි ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක බණ්ඩාංක $(x_0 + at, y_0 + bt)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි t යනු පරාමිතියකි.

ඒනයින්, $ax + by + c = 0$ රේඛාව තුළ (x_0, y_0) ලක්ෂ්‍යයෙහි දර්පණ ප්‍රතිබිම්බයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

OAB ත්‍රිකෝණයෙහි OA සහ AB පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ පිළිවෙලින් $x\cos Q + y\sin Q = 1$ සහ $x - y = 1$ වේ. මෙහි $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ වන අතර O යනු මූල ලක්ෂ්‍ය වේ. OAB ත්‍රිකෝණයෙහි පාද තුනේ සමීකරණ සොයන්න.

තව ද OB පාදයේ ලම්බ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයා OAB ත්‍රිකෝණයෙහි පාදවල ලම්බ සමච්ඡේදක ඒක ලක්ෂ්‍යය වන බව සත්‍යාපනය කරන්න. (2009)

(45) a) $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ හා $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ සරල රේඛා දෙක අතර කෝණවල සමච්ඡේදකයන්ගේ සමීකරණ $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1{}^2+b_1{}^2}} = \pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2{}^2+b_2{}^2}}$ බව පෙන්වන්න.

b) (x_0,y_0) ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක සමීකරණය $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = t$ ලෙස පරාමිතික ආකාරයෙන් දී දී ඇත. මෙහි $a^2 + b^2 = 1$ හා t පරාමිතියක් වේ. $|t|$ යනු (x_0,y_0) ලක්ෂ්‍යයේ සිට (x,y) ලක්ෂ්‍යයට රේඛාව දිගේ මනින ලද දිග බව පෙන්වන්න.

c) ABCD රොම්බසය පූර්ණ ලෙස පළමු පාදකය තුළ පිහිටයි. AB හා AD හි සමීකරණ පිළිවෙලින් $x - 2y + 5 = 0$ හා $2x - y + 1 = 0$ වේ. BAD කෝණය සුළු කෝණයක් වන අතර $AC = 2\sqrt{2}$ වේ.

a) සහ b) කොටස උපකාරි කර ගනිමින් හෝ වෙනත් ආකාරයෙන් හෝ AC හි හා රොම්බසයේ අනෙක් පාද දෙකේ සමීකරණ සොයන්න.

E යනු රොම්බසයේ විකර්ණවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය නම් DE හි දිග සොයා එනයින් රොම්බසයේ වර්ගඵලය සොයන්න. (2010)

(46) $3y + 2x + 5 = 0$ සරල රේඛාවට සමාන්තරවූ ද (2, 3) හා (-1, 2) ලක්ෂ්‍යය යා කරන සරල රේඛාව 3 : 2 අනුපාතයට බාහිරව බෙදන ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන්නා වූ ද සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (2011)

(47) $\ell x + my + n = 0$ සරල රේඛාව සමඟ සමද්විපාද සෘජුකෝණි ත්‍රිකෝණයක් සාදන ලෙස මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ එකිනෙකට ලම්බව යන සරල රේඛා දෙකේ සමීකරණ $(\ell - m)n + (\ell + m)y = 0$ හා $(\ell + m)x + (\ell - m)y = 0$ බව පෙන්වන්න. (2011)

(48) ℓ යනු (4, 0) හා (0, 2) ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේකාවක් ද m යනු (2, 0) හා (0, 3) ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවක් ද යැයි ගනිමු. ℓ හා m සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න. ඒ නයින් ℓ හා m හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හා මූල ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. (2012)

(49) (3, 1) ලක්ෂ්‍යයෙහි $x + 2y + a = 0$ සරල රේඛාව මත ප්‍රතිබිම්බය $\left(\frac{3}{5}, b\right)$ ලක්ෂ්‍ය වේ. මෙහි a හා b නියත වේ. a හා b හි අගයන් සොයන්න. (2013)

(50) සමාන්තර නොවන $\ell_1 \equiv a_1x + b_{1y} + c_1 = 0$ හා $\ell_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$ යන සරල රේඛා 2 අතර කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.
$2x - 11y - 10 = 0$ හා $10x + 5y - 2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා 2 අතර සුළු කෝනයේ සමච්ඡේදකය $4x - 7y - 8 = 0$ හා $8x + y - 4 = 0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා 2 අතර මහා කෝණයේ සමච්ඡ්දකය ම බව පෙන්වන්න. (2012)

(51) ℓ_1 හා ℓ_2 යනු පිළිවෙළින් $2x + y = 5$ හා $x + 2y = 4$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු. ℓ_1 සහ ℓ_2 අතර සුළු කෝණය $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ බව පෙන්වා මෙම කෝණයේ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න. (2014)

(52) $\lambda \in \mathbb{R}$ හා $\lambda \neq +1$ යැයි ගනිමු. ඛණ්ඩාංක අක්ෂ හා $(1 + \lambda)x - 2(1 - \lambda)y - 2(1 - \lambda) = 0$ සරල රේඛාව මගින් ආවෘත පෙදෙසෙහි වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 4 ක් වේ. λ හි අගයයන් සොයන්න. (2014)

(53) A (10, 0) හා B (0, 5) ලක්ෂ්‍ය යා කරන සරල රේඛාව C((1, 2) හා D(3, 6) ලක්ෂ්‍ය යා කරන CD රේඛා ඛණ්ඩයෙහි ලම්බ සමච්ඡේදකය බව පෙන්වන්න.
ACBD චතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 25 ක් බව තවදුරටත් පෙන්වන්න. (2015)

වෘත්තය

(1) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ හා
$x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්ත ස්පර්ශ කරයි නම්, ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය
$2(g - g')x + 2(f - f')y + c - c' = 0$
$(f - f')x - (g - g')y + fg' - f'g = 0$ රේඛාව එකක් මත පිහිටි බව පෙන්වන්න.
$x^2 + y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$, $x^2 + y^2 - 4x + 4y + k = 0$ වෘත්ත ස්පර්ශ කරන්නේ k හි කුමන අගයන් සඳහාදැයි සොයා ඒ එක් එක් අවස්ථාවේදී වෘත්ත ස්පර්ශ කරන්නේ බාහිරව ද නැතහොත් අභ්‍යන්තරව ද යන්න නිර්ණය කරන්න. (1975)

(2) **λ** හි සියළුම සංඛ්‍යාත්මක අගයන් සඳහා $(x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1) + \lambda(x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2) = 0$ යන සමීකරණය $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ යන වෘත්තයන් හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයක් නිරූපණය කරන බව පෙන්වන්න.
මූලය හා $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 2 = 0$, $x^2 + y^2 - 5x - 8y + 3 = 0$ යන වෘත්තයන්හි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න. එලෙසින් නිර්ණය කෙරෙන වෘත්තය දී ඇති වෘත්ත දෙකෙන් පළමුවැන්න ලම්බව ඡේදනය කරන බව පෙන්වන්න. (1976)

(3) p, m යනු පරාමිති නම්, $x^2 + y^2 - a^2 + p(y - mx) = 0$ යනු $x^2 + y^2 = a^2$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන වෘත්තයක සමීකරණය බව පෙන්වන්න.
S වෘත්තයක්, $3y^2 + 3y^2 - 5 = 0$ වෘත්තයෙහි පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන අතර p (1,2) හි සිට එම S වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක එකක් අනෙකට ලම්බ වෙයි. S හි කේන්ද්‍රයේ පථය $3x^2 + 3y^2 + 6x + 12y - 5 = 0$ බව පෙන්වන්න.
මෙම වෘත්තයටත් දී තිබෙන වෘත්තයටත් ඇඳි පොදු ස්පර්ශක p හරහා යන බව අපෝහනය කරන්න. (1977)

(4) $g^2 + f^2 \geq c$ නම්, $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ මගින් කේන්ද්‍රය $(-g, -f)$ වූ ද අරය $\sqrt{(g^2 + f^2 - c)}$ වූ ද වෘත්තයක් නිරූපණය කෙරෙන බව පෙන්වන්න.
$x^2 + y^2 - 20x + 6y + 84 = 0$
$x^2 + y^2 - 24x - 2y - 80 = 0$ වෘත්තවලට ඇඳි පොදු ස්පර්ශක හතර සොයන්න. (1978)

(5) $u_1 \equiv a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $u_2 \equiv a_2x + b_2y + c_2 = 0$, $u_3 \equiv a_3x + b_3y + c_3 = 0$ යනු සමාන්තර නොවන සරල රේඛා තුනකි. $\lambda_1u_1 + \lambda_2u_2 + \lambda_3u_3 = 0$ වන පරිදි වූ එක විට ශුන්‍ය නොවන $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ නියත ඇත්තේ නම් සරල රේඛා තුන සංගාමී (ඒක ලක්ෂ්‍ය) බව සාධනය කරන්න.
$S_1 \equiv x^2 + y^2 - 2ax = 0$ වෘත්තය මත (x, y) ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $[a(1 + \cos\theta), a\sin\theta]$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු $0 < \theta < 2\pi$ වන පරිදි වූ පරාමිතියකි. $S_1 = 0$ මත කේන්ද්‍රය පිහිටි S විචල්‍ය වෘත්තයක් $S_2 \equiv x^2 + y^2 - a^2 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බ ලෙස කපයි. S හිත් $S_1 = 0$ හිත් පොදු ජ්‍යාය, S හිත් $S_2 = 0$ හිත් පොදු ජ්‍යාය, සමච්ඡේදනය කරන බව ඔප්පු කරන්න. (1979)

(6) λ යනු පරාමිතියක් වන $S + \lambda S' = 0$ සමීකරණයෙන් $S \equiv x^2 + y^2 + 2g_1 x + 2f_1 y + c_1 = 0$ හා $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g_2 x + 2f_2 y + c_2 = 0$ වෘත්තවල ඡේදන ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයක් නිරූපණය කෙරෙන බව පෙන්වන්න.

$(15, -5)$ ලක්ෂ්‍ය හරහාත් $x^2 + y^2 - 10x = 0$, $x^2 + y^2 - 4x - 8y - 30 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහාත් යන්නා වූ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

අ) මෙම වෘත්ත තුන අතුරින් දෙකක් ප්‍රලම්භ ලෙස ඡේදනය වන බවත්

ආ) වෘත්ත තුනෙහි පොදු ජ්‍යාය මේ වෘත්ත අතුරින් එකක විෂ්කම්භය බවත් පෙන්වන්න. (1980)

(7) $u_1 \equiv l_1x + m_1y + n_1 = 0, u_2 \equiv l_2x + m_2y + n_2 = 0, u_3 \equiv l_3x + m_3y + n_3 = 0$ යනු ප්‍රභින්න සමාන්තර නොවන සරල රේඛා තුනක සමීකරණයයි. $\lambda_1 u_2 + \lambda_2 u_2 + \lambda_3 u_3 = 0$ වන පරිදි ශූන්‍ය නොවන $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ නියත තුනක් තිබෙයි නම් සරල රේඛා තුන සංගාමී බව සාධනය කරන්න.

$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0, S^1 \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්ත ප්‍රලම්බ වීම සඳහා අනිවාර්ය සහ ප්‍රමාණවත් අවශ්‍යතාවක් ප්‍රකාශ කරන්න.

$S = 0$ වෘත්තය $S' = 0$ ද $S'' \equiv x^2 + y^2 + 2g''x + 2f''y + c'' = 0$ යන වෘත්ත දෙකටම ප්‍රලම්බ නම් $S = 0$ හි කේන්ද්‍රය $S' - S'' = 0$ සරල රේඛාව මත වන බව සාධනය කරන්න. ඒනයින්,

$S(1) \equiv x^2 + y^2 + 5x - 5y + 9 = 0$,

$S(2) \equiv x^2 + y^2 - 2x + 3y - 7 = 0$,

$S(3) \equiv x^2 + y^2 + 7x - 9y + 29 = 0$ වෘත්ත එක එකක් ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය කරන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. (1981)

(8) $(f^2 - x_1^2 - 2x_1g - c)m^2 + 2(x_1 + g)(y_1 + f)m + (g^2 + y_1^2 - 2y_1 f - c) = 0$ නම්, $y - y_1 - m(x - x_1) = 0$ සරල රේඛාව $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තයට ස්පර්ශකයක් බව සාධනය කරන්න.

$S \equiv x^2 + y^2 + 4x + 6y - 2 = 0$ වෘත්තයෙහි පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන්නා වූ වෘත්තයක සාධාරණ සමීකරණය λ, μ යනු පරාමිති ද $v = 4\lambda + 6\mu - 28$ ද වන $S \equiv x^2 + y^2 + 2\lambda x + 2\mu y + v = 0$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව සාධනය කරන්න.

$p(1, 3)$ හරහා යන සේ $S = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකය එකක් අනෙකට ලම්බ නම්, $S = 0$ වෘත්තයේ කේන්ද්‍රයෙහි පථය $x^2 + y^2 + 10x + 18y + 46 = 0$ බව පෙන්වන්න. (1982)

(9) $2gg' + 2ff' = c + c'$ නම් හා එසේ නම් පමණක් $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ හා $x^2 + y^2 + {}^2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්ත ප්‍රලම්බ වන බව සාධනය කරන්න.

$x^2 + y^2 - 6y - 1 = 0$

$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$

$x^2 + y^2 + 6x - 4y - 21 = 0$ වෘත්ත යුගල බැගින් ගෙන පොදු ජ්‍යායයන් තුනෙහි සමීකරණ සොයන්න. ඒවයේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයා පොදු ජ්‍යායයන් සංගමන වන බව පෙන්වන්න. දෙන ලද වෘත්ත තුන එක එකක් ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන්නාවූ වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. එහි කේන්ද්‍රය ඉහත සංගමන ලක්ෂ්‍යය සමඟ සම්පාත වන බව සත්‍යාපනය කරන්න. (1983)

(10) $(x-a_1)^2+(y-b_1)^2 = r_1^2$ සහ $(x-a_2)^2+(y-b_2)^2 = r_2^2$ වෘත්ත දෙකට ඇඳි පොදු ස්පර්ශක $\left(\frac{a_1r_2+a_2r_1}{r_2+r_1}, \frac{b_1r_2+b_2r_1}{r_2+r_1}\right)$ සහ $\left(\frac{a_1r_2-a_2r_1}{r_2-r_1}, \frac{b_1r_2-b_2r_1}{r_2-r_1}\right)$ ලක්ෂ්‍යය දෙකෙන් එකක් හෝ අනෙක හරහා යන බව සාධනය කරන්න.
$x^2+y^2-3x-4y+4 = 0$
$x^2+y^2-12x-16y+64=0$ යන වෘත්ත දෙකට ඇඳි පොදු ස්පර්ශකවල සමීකරණ සොයන්න. (1984)

(11) $x^2+y^2-2ax-2ay-a^2<0$ සහ $x+y-2a<0$ අසමානතාව සමගාමීව සපුරාලන ලබන $x-y$ තලය තුළ වූ D පෙදෙස පෙන්නුම් කරන්න. මෙහි $a > 0$ වේ. ඒනයින් ඉහත අවශ්‍යතාවට යටත්ව x^2+y^2 හි වැඩිතම සහ අඩුතම අගයන් සොයන්න. (1985)

(12) ප්‍රථම මූලධර්ම උපයෝගී කරගැනීමෙන් $x^2+y^2-10x-8y+31 = 0$ වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රය සහ අරය සොයන්න. x අක්ෂය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට එකිනෙකට ලම්බ වන සේ පිහිටි ස්පර්ශක දෙකක් වෘත්තයට අඳිනු ලැබේ. එවැනි ලක්ෂ දෙකක් පවතින බව පෙන්වා එක් එක් අවස්ථාවෙහි දී ස්පර්ශක වල සමීකරණ සොයන්න. (1986)

(13) පහත දැක්වෙන අසමානතාවයන් සපුරාලන තලයේ R පෙදෙස අඳුරු කරන්න.
$x^2+y^2-10x-12y+52 \leq 0$ සහ $3x-4y+8 \leq 0$, λ තාත්වික පරාමිතියක් වන $x+y=\lambda$ ආකාරයේ සරල රේඛා කුලයක සැලකීමෙන් R තුළ $x+y$ හි වැඩිතම අගය සොයන්න. (1987)

(14) $15x^2+15y^2-48x+64y=0$ වෘත්තය මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක සිට $5x^2+5y^2-24x+32y+75=0$ සහ $5x^2+5y^2-48x+64y+300=0$ වෘත්ත දෙකට අඳින ලද ස්පර්ශකවල දිග වෘත්ත දෙකෙහි අරයන්ගේ අනුපාතයට වන බව සාධනය කරන්න. (1988)

(15) $S \equiv x^2+y^2+2gx+2fy+c = 0$ වෘත්තයේ $lx+my+n = 0$ ඔස්සේ පිහිටන ජ්‍යාය බණ්ඩාංක මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී සෘජුකෝණයක් ආපතනය කිරීමට අවශ්‍යතාව සොයන්න. ඒනයින්, $S=0$ වෘත්තයෙහි විචල්‍යය PQ ජ්‍යායක් මූල ලක්ෂ්‍යයෙහි දී සෘජුකෝණයක් ආපතනය කරයි නම් එවිට මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට PQ ට අඳින ලද ලම්බකයේ අඩියෙහි පථය $x^2+y^2+5x+fy+c/2 = 0$ වෘත්තය බව පෙන්වන්න. (1989)

(16) $S_1 \equiv x^2+y^2+2g_1x+2f_1y+c_1 = 0$ සහ $S_2 \equiv x^2+y^2+2g_2x+2f_2y+c_2 = 0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බ වීම සඳහා අවශ්‍යතාව සොයන්න.
$S_1=0$ සහ $S_2 = 0$ ප්‍රලම්බ සහ P සහ Q ලක්ෂ්‍යයවල දී ඡේදනය වේ යයි සිතමු. වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාව විෂ්කම්භය ලෙස ඇති වෘත්තය P සහ Q හරහා යන බව පෙන්වා එහි සමීකරණය සොයන්න. (1989)

(17) $S \equiv x^2+y^2-2x-6y+1 = 0$
$S' \equiv 3x^2+3y^2-21x+2y+35=0$ වෘත්ත එකිනෙකට සම්පූර්ණයෙන්ම බාහිරව පිහිටා තිබෙන බව පෙන්වන්න. S ගෙන් ඉතාමත් දුරින් S' මත වූ P ලක්ෂ්‍යයෙහි බණ්ඩාංක සොයන්න.
P ගෙන් S ට අඳින ලද එක් ස්පර්ශයක සමීකරණය $x=4$ බව පෙන්වා අනෙකෙහි සමීකරණය සොයන්න. (1990)

(18) $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ වෘත්තය මත පිහිටි Q_1, Q_2 ලක්ෂ්‍යය හරහා වූ ස්පර්ශක $P_0 \equiv (x_0, y_0)$ හිදි හමු වේ. P_0 ලක්ෂ්‍යයෙහි Q_1, Q_2 ස්පර්ශ ජ්‍යායෙහි සමීකරණය , $xx_0+yy_0+g(x+x_0)+f(y+y_0)+c=0$ බව පෙන්වන්න. $x^2+y^2+6y+5=0$ සහ $x^2+y^2+2x+8y+5=0$ වෘත්තවලට අනුබද්ධව $(1, -2)$ ලක්ෂ්‍යයේ ස්පර්ශ ජ්‍යායන් සම්පාත වන බව සාධනය කරන්න. තව ද, ඉහත දක්වූ වෘත්තවලට අනුබද්ධව ස්පර්ශ ජ්‍යායන් එකම වන පරිදි වෙනත් ලක්ෂ්‍යයක් තිබෙන බව සොයා එහි බණ්ඩාංක සොයන්න. (1991)

(19) i) $S \equiv x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ වෘත්තය සහ $l=px+qy+r=0$ සරල රේඛාව A හා B හි දි එකිනෙක ඡේදනය කරයි. $\boldsymbol{\lambda}$ පරාමිතියක් විට $S+\boldsymbol{\lambda l}=0$ සමීකරණය විවරණය කරන්න. $S \equiv x^2+y^2-6x+2y-17=0$ සහ $l=x-y+2=0$ විට AB විෂ්කම්භය ලෙස ඇති S' වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

S' වෘත්තයක් $x^2+y^2-8x+2y+13=0$ වෘත්තයක් බාහිරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

ii) S වෘත්තය $(2, 0)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන අතර $S' : x^2+y^2=0$ වෘත්තය මත පිහිටි විෂ්කම්භාභිමුඛ ලක්ෂ්‍යයුවල දී S' ඡේදනය කෙරේ. $x^2+y^2-4y-5=0$ වෘත්තය සහ S වෘත්තය ඍජුකෝණී ලෙස ඡේදනය වේ නම්, S හි සමීකරණය ලබාගන්න. (1992)

(20) a) අරය r සහිත S වෘත්තයක් x අක්ෂයත් y අක්ෂයත් ස්පර්ශ කරයි. S හි සමීකරණය සොයන්න. එවැනි වෘත්ත කොපමණ සංඛ්‍යාවක් ඇඳිය හැකි ද?

බණ්ඩාංක දෙකම ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද $(2, 1)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූ වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණය ලබාගන්න.

b) $x^2+y^2=25$ වෘත්තයේත් $y-x+1=0$ රේඛාවෙත් ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා S, S' වෘත්ත දෙකත් අඳිනු ලැබ ඇත්තේ S සහ S' වෘත්ත දෙකම $x+y-25=0$ රේඛාව ස්පර්ශ කරන පරිදිය.

S සහ S' හි සමීකරණය සොයන්න.

S සහ S' හි පොදු ස්පර්ශක ඡේදනය නොවන බව ද පෙන්වන්න. (1993)

(21) $P_1 \equiv (x_1, y_1)$ සහ $P_2 \equiv (x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍යය විෂ්කම්භය අන්ත වශයෙන් ඇති වෘත්තයෙහි සමීකරණය $(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$ බව පෙන්වන්න.

O මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S \equiv x^2+y^2-2ax+a^2-r^2=0$ වෘත්තයට විචල්‍ය ජ්‍යායන් අඳිනු ලැබේ. මෙහි a සහ r ධන වේ. i) $r \geq \mathbf{a}$ සහ ii) $r < a$ අවස්ථාවන් හි දී වෙනස පැහැදිලිව සඳහන් කරමින් ඉහත කී ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පථය සොයන්න. $r=\frac{\mathbf{a}}{\sqrt{2}}$ විට ඉහත පථය ගැන කුමක් කිව හැකි ද? (1994)

(22) $ax+by=1$ සරල රේඛාව P_1, P_2 ලක්ෂ්‍යවල දී $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ වෘත්තය හමු වේ. O යනු බණ්ඩාංක මූල ලක්ෂ්‍යයයි. OP_1 හිත් OP_2 හිත් සමීකරණ පිළිවෙලින් $y=m_1x$ සහ $y=m_2x$ මඟින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

මෙහි m_1, m_2 යනු $(i+2fb+cb^2)m^2+(2gb+2fa+2abc)m+ca^2+2ag+1=0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වේ.

මේ වෘත්තය, මූල ලක්ෂ්‍යය O හරහා යයි නම්,

i) O ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයේ C කේන්ද්‍රයට යා කෙරෙන රේඛාව

$y=\frac{\mathbf{a}(\mathbf{m_1}+\mathbf{m_2})-\mathbf{b}(1-\mathbf{m_1 m_2})}{\mathbf{b}(\mathbf{m_1}+\mathbf{m_2})+\mathbf{a}(1-\mathbf{m_1 m_2})}x$ බව පෙන්වන්න.

(18) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය මත පිහිටි Q_1, Q_2 ලක්ෂ්‍යය හරහා වූ ස්පර්ශක $P_0 \equiv (x_0, y_0)$ හිදි හමු වේ. P_0 ලක්ෂ්‍යයෙහි Q_1, Q_2 ස්පර්ශ ජ්‍යායෙහි සමීකරණය, $xx_0 + yy_0 + g(x+x_0) + f(y+y_0) + c = 0$ බව පෙන්වන්න. $x^2 + y^2 + 6y + 5 = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 2x + 8y + 5 = 0$ වෘත්තවලට අනුබද්ධව $(1, -2)$ ලක්ෂ්‍යයේ ස්පර්ශ ජ්‍යායන් සම්පාත වන බව සාධනය කරන්න. තව ද, ඉහත දක් වූ වෘත්තවලට අනුබද්ධව ස්පර්ශ ජ්‍යායන් එකම වන පරිදි වෙනත් ලක්ෂ්‍යයක් තිබෙන බව සොයා එහි බණ්ඩාංක සොයන්න. (1991)

(19) i) $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය සහ $l = px + qy + r = 0$ සරල රේඛාව A හා B හි දි එකිනෙක ඡේදනය කරයි. λ පරාමිතියක් විට $S + \lambda l = 0$ සමීකරණය විවරණය කරන්න. $S \equiv x^2 + y^2 - 6x + 2y - 17 = 0$ සහ $l = x - y + 2 = 0$ විට AB විෂ්කම්භය ලෙස ඇති S' වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

S' වෘත්තයක් $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 13 = 0$ වෘත්තයක් බාහිරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.

ii) S වෘත්තය $(2, 0)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන අතර $S' : x^2 + y^2 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටි විෂ්කම්භාභිමුඛ ලක්ෂ්‍යයුවල දී S' ඡේදනය කෙරේ. $x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$ වෘත්තය සහ S වෘත්තය සෘජුකෝණී ලෙස ඡේදනය වේ නම්, S හි සමීකරණය ලබාගන්න. (1992)

(20) a) අරය r සහිත S වෘත්තයක් x අක්ෂයත් y අක්ෂයත් ස්පර්ශ කරයි. S හි සමීකරණය සොයන්න. එවැනි වෘත්ත කොපමණ සංඛ්‍යාවක් ඇඳිය හැකි ද?

බණ්ඩාංක දෙකම ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද $(2, 1)$ ලක්ෂ්‍ය හරහා යන්නා වූ වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණය ලබාගන්න.

b) $x^2 + y^2 = 25$ වෘත්තයේත් $y - x + 1 = 0$ රේඛාවෙත් ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා S, S' වෘත්ත දෙකත් අඳිනු ලැබ ඇත්තේ S සහ S' වෘත්ත දෙකම $x + y - 25 = 0$ රේඛාව ස්පර්ශ කරන පරිදිය.

S සහ S' හි සමීකරණය සොයන්න.

S සහ S' හි පොදු ස්පර්ශක ඡේදනය නොවන බව ද පෙන්වන්න. (1993)

(21) $P_1 \equiv (x_1, y_1)$ සහ $P_2 \equiv (x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍යය විෂ්කම්භය අන්ත වශයෙන් ඇති වෘත්තයෙහි සමීකරණය $(x - x_1)(x - x_2) + (y - y_1)(y - y_2) = 0$ බව පෙන්වන්න.

O මුල ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S \equiv x^2 + y^2 - 2ax + a^2 - r^2 = 0$ වෘත්තයට විචල්‍ය ජ්‍යායන් අඳිනු ලැබේ. මෙහි a සහ r ධන වේ. i) $r \geq a$ සහ ii) $r < a$ අවස්ථාවන් හි දී වෙනස පැහැදිලිව සඳහන් කරමින් ඉහත කී ජ්‍යායේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ පථය සොයන්න. $r = \frac{a}{\sqrt{2}}$ විට ඉහත පථය ගැන කුමක් කිව හැකි ද? (1994)

(22) $ax + by = 1$ සරල රේඛාව P_1, P_2 ලක්ෂ්‍යවල දී $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය හමු වේ. O යනු බණ්ඩාංක මූල ලක්ෂ්‍යයයි. OP_1 හිත් OP_2 හිත් සමීකරණ පිළිවෙලින් $y = m_1x$ සහ $y = m_2x$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

මෙහි m_1, m_2 යනු $(i + 2fb + cb^2)m^2 + (2gb + 2fa + 2abc)m + ca^2 + 2ag + 1 = 0$ වර්ගජ සමීකරණයේ මූල වේ.

මේ වෘත්තය, මූල ලක්ෂ්‍යය O හරහා යයි නම්,

i) O ලක්ෂ්‍යය වෘත්තයේ C කේන්ද්‍රයට යා කෙරෙන රේඛාව

$$y = \frac{a(m_1+m_2) - b(1-m_1m_2)}{b(m_1+m_2) + a(1-m_1m_2)}\, x$$ බව පෙන්වන්න.

ii) f, g, a, b ඇසුරෙන් $(y - m_1x)(y - m_2x)$ අගයන්න. ඒ නයින්, OP_1 හෝ OP_2 යන කවර රේඛාවක් මත පිහිටි ඕනෑම P(x, y) ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක $(1 + 2fb)y^2 + (2gb + 2fa)xy + (2ag + 1)x^2 = 0$ සමීකරණය සපුරාලන බව පෙන්වන්න.(1995)

(23) $ax + by = 1$ සරල රේඛාව $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය A සහ B ලක්ෂ්‍යවල දී ඡේදනය කරයි. ඛණ්ඩාංක මූල ලක්ෂ්‍යයෙහි දී A B සෘජුකෝණාස්‍රයක් ආපාතනය කරයි නම්, $c(a^2 + b^2) + 2(ag + bf + c) = 0$ බව පෙන්වන්න.
$x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$ වෘත්තයේ PQ විචල්‍ය ජ්‍යායක් මූල ලක්ෂ්‍යයේ දී සෘජුකෝණාස්‍රයක් ආපාතනය කරයි ඉහත ප්‍රතිඵලය භාවිත කර හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ PQ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයෙහි පථය $2x^2 + 2y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$ වෘත්තය බව පෙන්වන්න.
(1996)

(24) $S = 0$ වෘත්තයක් ද $u = 0$ සරල රේඛාවක් ද වේ. λ යනු විචල්‍ය පරිමිතියක් විට $S + \lambda u = 0$ සමීකරණය විවරණය කරන්න.
$x^2 + y^2 = 4$ වෘත්තයේත් $x + y = 1$ රේඛාවේත් ඡේදන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන Γ විචල්‍ය වෘත්තයක් $x^2 + y^2 - 2x - 1 = 0$ වෘත්තය P සහ Q හි දී ඡේදනය කරයි. PQ රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වා එම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
PQ හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය $2x^2 + 2y^2 - 5x + y + 3 = 0$ වක්‍රය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.
(1997)

(25) $A \equiv (1,2)$ සහ $B \equiv (3,2)$ ලෙස ගනිමු. $P \equiv (x, y)$ යනුවෙන් ABP කෝණය නියතයක් වන පරිදි විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක් ගනිමු.
i) $\angle APB = 90^0$ නම් P ලක්ෂ්‍යය $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න. P හි පථය කුමක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.
ii) $\angle APB = 135^0$ නම් P ලක්ෂ්‍යය එක්කෝ $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$ වෘත්තය මත නැත්නම් $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න. P හි පථය කුමක් ද? මෙම වෘත්ත දෙක සෘජුකෝණී ව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න.
(1998)

(26) $P(\cos\theta, \sin\theta)$ යනු $x^2 + y^2 = 1$ වෘත්තය මත පිහිටි විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයකි. Q යනු P හරහා වූ විෂ්කම්භයේ අනෙක් අන්තයයි. A සහ B යනු පිළිවෙලින් (1, 0) සහ (0, 1) ඛණ්ඩාංක සහිත ලක්ෂ්‍යය වේ. AP සහ BQ රේඛා U හි දී ඡේදනය වේ නම් U හි ඛණ්ඩාංක $(x - 1)\cos\frac{\theta}{2} + y\sin\frac{\theta}{2} = 0$ සහ
$(1 + x - y)\cos\frac{\theta}{2} + (x + y - 1)\sin\frac{\theta}{2} = 0$ සමීකරණ තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න. U ලක්ෂ්‍යය S අචල වෘත්තයක් මත පිහිටන බව අපෝහනය කර එහි සමීකරණය ලබාගන්න. තව ද AQ සහ BP හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය ද S මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.
(1999)

(27) $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ මඟින් දෙනු ලබන වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බව ඡේදනය වේ නම් එවිට $2g_1 g_2 + 2f_1 f_2 = c_1 + c_2$ බව පෙන්වන්න. x – අක්ෂය මත කේන්ද්‍රය පිහිටි S වෘත්තයක් $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$ මගින් දෙනු ලබන S' වෘත්තය ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරනු ලබන අතර $x^2 + y^2 + 4x + 6y + 9 = 0$ මගින් දෙනු ලබන S'' වෘත්තය ස්පර්ශ කරනු ලැබේ. එකක් S'' වෘත්තය බාහිරව ස්පර්ශ කරන ලෙස ද අනෙක S'' වෘත්තය අභ්‍යන්තරව ස්පර්ශ කරන ලෙස ද වූ එවැනි වෘත්ත දෙකක් S ට ඇති බව පෙන්වන්න. මෙම වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න.
(2000)

(28) (x_0, y_0) බාහිර ලක්ෂ්‍යයක සිට $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තයට අඳින ලද ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය $xx_0 + yy_0 + g(x + x^0) + f(y + y_0) + c = 0$ බව පෙන්වන්න. දෙන ලද වෘත්තයක සහ දෙන ලද සරල රේඛාවක සමීකරණ පිළිවෙලින් $x^2 + y^2 + 2x + 6y + 1 = 0$ සහ $4x + 3y - 5 = 0$ වේ. රේඛාව වෘත්තය නොකපන බව පෙන්වන්න. විචල්‍යය සරල රේඛාවක් දී ඇති වෘත්තය P සහ Q ප්‍රභින්න ලක්ෂය දෙකක දී ඡේදනය කරන අතර P සහ Q හි දී වෘත්තයට වූ ස්පර්ශක දී ඇති සරල රේඛාව මත දී හමු වේ. මෙම විචල්‍යය රේඛාව අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා ගමන් කරන බව පෙන්වා මෙම ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. (2001)

(29) $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ වෘත්ත ස්පර්ශ වීම සඳහා අවශ්‍යතාවක් සොයන්න. ඒවා ස්පර්ශ වේ නම්, ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය $2(g_1 - g_2)x + 2(f_1 - f_2)y + c_1 - c_2 = 0$ සහ $(f_1 - f_2)x - (g_1 - g_2)y + f_1g_2 - f_2g_1 = 0$ රේඛා එක එකක් මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න. $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 0$ සහ $x^2 + y^2 - 10x + 20 = 0$ වෘත්ත එකිනෙක බාහිරව ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වා වෘත්ත දෙකෙහි A ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. P යනු, P හි සිට ප්‍රථම වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග P හි සිට දෙවැනි වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග මෙන් k (නියතයක්) වාරයක් වන සේ වූ ලක්ෂ්‍යයකි. $k^2 \neq 1$ නම් P හි පථය A හරහා වූ වෘත්තයක් බව සාධනය කර k ඇසුරෙන් එහි සමීකරණය සොයන්න. (2002)

(30) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්භ ව ඡේදනය වේ නම්, $2gg' + 2ff' = c + c'$ බව පෙන්වන්න.
P සහ Q යනු, පිළිවෙලින් $(-a, 0)$ සහ $(a\cos\theta, a\sin\theta)$ ඛණ්ඩාංක සහිත $S \equiv x^2 + y^2 - a^2 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය ගනිමු. $PQ = QR$ වන සේ PQ ජ්‍යාය R ලක්ෂ්‍යයට විස්තීරණය කර ඇත. R හි ඛණ්ඩාංක සොයා θ විචලනය වන විට S' වෘත්තයක් මත R පිහිටන බව පෙන්වන්න. S' හි සමීකරණය ලබාගන්න.
S'' තෙවන වෘත්තයක්, y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන අතර S හා S' වෘත්ත දෙකම ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරනු ලැබේ. එවැනි S'' වෘත්ත දෙකක් පවතින බව පෙන්වා ඒවායේ සමීකරණ ලබාගන්න. (2003)

(31) $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 2 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 + 3x + 3y - 8 = 0$ යැයි ගනිමු.
$S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ අභ්‍යන්තර ලෙස ස්පර්ශ වන බව පෙන්වා ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍යය වන P හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න. P ලක්ෂ්‍යය හරහා අඳිනු ලබන සරල රේඛාවක් පිළිවෙලින් Q හා R ලක්ෂ්‍යවල දී $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ නැවත කපයි. QR හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය $x^2 + y^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y - 5 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. (2004)

(32) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy = 0$ හා $x^2 + y^2 - 4r^2 = 0$ සමීකරණය සහිත වෘත්ත දෙක එකිනෙකට බාහිර ලෙස කොහෙත්ම ස්පර්ශ නොවන නමුත් $g^2 + f^2 = r^2$ නම් අභ්‍යන්තර ලෙස එකිනෙකට ස්පර්ශ වන බව පෙන්වන්න.
පසුව සඳහන් කළ අවස්ථාවේ දී ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. මූල ලක්ෂ්‍යයත් $0 < a < 1$ වන $(a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයත් හරහා යන්නා වූ ද සමීකරණය $x^2 + y^2 - 4 = 0$ වන වෘත්ත ස්පර්ශ කරන්නා වූ වෘත්ත දෙකක් ඇති බව පෙන්වන්න.
ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න. මෙම ලක්ෂ්‍යය විෂ්කම්භයක අන්ත ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය ද සොයන්න. (2005)

(33) (x_0, y_0) බාහිර ලක්ෂ්‍යයේ සිට $x^2 + y^2 = a^2$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යයේ සමීකරණය ලබාගන්න. (1, 1) (−1, 0) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්තයක් $S \equiv x^2 + y^2 - a^2 = 0$ වෘත්තය P සහ Q ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙකක දී ඡේදනය කරයි. S = 0 වෘත්තයට P සහ Q හි දී ඇති ස්පර්ශක R හිදි හමු වේ. R ලක්ෂ්‍යය $(2a^2 - 3)x + (a^2 - 1)y - a^2 = 0$ රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. (2006)

(34) වෘත්ත දෙකකට ඒවායේ ඡේදන ලක්ෂ්‍යය එක එකක දී අඳින ලද ස්පර්ශක දෙක සෘජුකෝණික වන විට එම වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බව ඡේදනය වේ යැයි කියනු ලැබේ. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්බව ඡේදනය වීම සඳහා අවශ්‍යතාව සොයන්න.
$x^2 + y^2 + 4x + 2\lambda y - 6 = 0$ ....(*)
සමීකරණය $(-2 + \sqrt{10}, 0)$ හා $(-2 - \sqrt{10}, 0)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන වෘත්ත පද්ධතියක් නිරූපණය කරන බව සාධනය කරන්න. මෙහි λ යනු පරාමිතියකි.
S = 0 යනු (*) මගින් නිරූපණය කෙරෙන පද්ධතියට අයත් වෘත්තයක් වේ. S = 0 ට ප්‍රලම්බ එම පද්ධතියටම අයත් අනන්‍ය S' = 0 වෘත්තයක් පවතින බව පෙන්වන්න.
$S \equiv x^2 + y^2 + 4x + 4y - 6 = 0$ වන විට S' = 0 සොයන්න.
S = 0 හා S' = 0 දෙකටම ප්‍රලම්බ වෘත්තයේ සාධාරණ සමීකරණයත් සොයන්න.(2007)

(35) a) $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ හා $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ යැයි ගනිමු. S = 0 යනු අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන විචල්‍ය වෘත්තයක් ද S' = 0 යනු අචල වෘත්තයක් ද වේ. S = 0 වෘත්තය S' = 0 වෘත්තය විෂ්කම්භයක ප්‍රතිවිරුද්ධ අන්තවල දී කපයි. S = 0 හි කේන්ද්‍රය අචල සරල රේඛාවක් මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

b) A සහ B යනු පිළිවෙලින් (x_1, y_1) සහ (x_2, y_2) යන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙක වේ. AB විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.
CD යනු AB ට ලම්බ විෂ්කම්භය වේ. C හා D හි ඛණ්ඩාංක $\left[\frac{1}{2}(x_1 + x_2) + \lambda, \frac{1}{2}(y_1 + y_2) + \mu\right]$ සහ $\left[\frac{1}{2}(x_1 + x_2) - \lambda, (y_1 + y_2) - \mu\right]$ ආකාරය ගන්නා බව පෙන්වන්න. මෙහි λ සහ μ නිර්ණය කළ යුතු වේ. (2008)

(36) $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ සමීකරණ මගින් ඡේදනය නොවන වෘත්ත දෙකක් නිරූපණය කෙරෙයි. වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර O_1 සහ O_2 යැයි ගනිමු. O_1 සහ O_2 අතර පිහිටි T ලක්ෂ්‍යයක සිට වෘත්ත දෙකට පොදු ස්පර්ශක යුගලයක් ඇඳිය හැකිය.
T ලක්ෂ්‍යය හඳුනා ගෙන එහි ඛණ්ඩාංක O_1 සහ O_2 ඛණ්ඩාංක සහ වෘත්ත දෙකේ අරයන් ඇසුරෙන් සොයන්න.
වෘත්ත දෙකට දෙවන ස්පර්ශක යුගලයක් ඇඳිය හැකි O_1O_2 විස්තෘත රේඛාව මත පිහිටි T' ලක්ෂ්‍යය ද හඳුනා ගෙන T' හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.
$x^2 + y^2 - 18x + 6y + 86 = 0$ සහ $x^2 + y^2 + 18x - 6y + 74 = 0$ වෘත්ත දෙකට ඇඳිය හැකි පොදු ස්පර්ශක හතරේ සමීකරණ සොයන්න. (2009)

(37) $x^2 + y^2 + 2g_1x + 2f_1y + c_1 = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2g_2x + 2f_2y + c_2 = 0$ වෘත්ත දෙක අභ්‍යන්තර ලෙස හෝ බාහිර ලෙස හෝ එකිනෙක ස්පර්ශ වීම සඳහා අවශ්‍යතා ප්‍රකාශ කරන්න.
$S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ යනු වෘත්තයක් යැයි ද $P_1(x_1, y_1)$ යනු S = 0 වෘත්තයෙන් පිටත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ද ගනිමු. P_1 ලක්ෂ්‍යයේ සිට S = 0 වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයක දිග $\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
$S_1 \equiv x^2 + y^2 + 4x - 2y - 5 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 8x - 6y + 15 = 0$ වෘත්ත දෙක බාහිර ලෙස එකිනෙක ස්පර්ශ වන බව සාධනය කරන්න. $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි ස්පර්ශක ලක්ෂ්‍යය වන A හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

P යනු P ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S_1 = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක දිග k වරක් P ලක්ෂ්‍යයේ සිට $S_2 = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශක දිගට සමාන වන ආකාරයට පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක් යැයි ගනිමු.

P ලක්ෂ්‍යයේ පථය,

i) $k = 1$ නම්, $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ වෘත්ත දෙකෙහි කේන්ද්‍ර යා කරන රේඛාවට ලම්බව A ලක්ෂ්‍ය හරහා යන සරල රේඛාවක් බව,

ii) $k \neq 1$ නම්, A ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයක් බව සාධනය කරන්න. (2010)

(38) $x + y + 1 = 0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද කේන්ද්‍රය y අක්ෂය මත පිහිටියා වූ ද එක එකක අරය $\sqrt{2}$ වූ ද වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණ සොයන්න. (2011)

(39) P ලක්ෂ්‍යයක සිට $x^2 + y^2 - 12x = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග P ලක්ෂ්‍යයේ සිට $x^2 + y^2 - 9 = 0$ වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකයේ දිග මෙන් දෙගුණයකි. P ලක්ෂ්‍යය $x^2 + y^2 + 4x - 12 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. (2011)

(40) $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ වෘත්තය, $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ වෘත්තය $S = 0$ වෘත්තයෙහි විෂ්කම්භයක කෙළවරවල දී ඡේදනය කරයි නම්, $2g^2 + 2f^2 - c = 2gg' + 2ff' - c'$ බව පෙන්වන්න.
විචල්‍ය වෘත්තයක් $S_1 \equiv x^2 + y^2 - 25 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 4y - 11 = 0$ වෘත්ත එක එකක විෂ්කම්භයක කෙළවරවල දී ඒවා ඡේදනය කරයි. විචල්‍ය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $x + 2y + 2 = 0$ සරල රේඛාව මත පිහිටන බව පෙන්වන්න. (2011)

(41) (2, 0) හා (0, 2) ලක්ෂ්‍ය ඔස්සේ යන ඕනෑම වෘත්තයක සමීකරණය $x^2 + y^2 - 4 + \lambda(x + y - 2) = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙහි λ යනු පරාමිතියකි. මෙම වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා අරය λ ඇසුරින් සොයන්න. (2012)

(42) AB විෂ්කම්භය සහිත S වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙහි $A = (1, 3)$ හා $B = (2, 4)$ වේ. තව ද S වෘත්තය ප්‍රලම්බ ලෙස කපන $(-1, 2)$ කේන්ද්‍රය සහිත වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. (2012)

(43) g හා f හි සියලු අගයන් සඳහා $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy - r^2 = 0$ වෘත්තය $x^2 + y^2 - r^2 = 0$ වෘත්තයෙහි පරිධිය සමච්ඡේදනය කරන බව පෙන්වන්න.
$y + 5 = 0$ සරල රේඛාව ස්පර්ශ කරමින් $x^2 + y^2 - 4 = 0$ වෘත්තයේ පරිධිය සමච්ඡේදනය කරමින් (1, 1) ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ වෘත්ත දෙකක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වන්න. මෙම වෘත්ත දෙකෙහි සමීකරණය සොයන්න. (2012)

(44) අරය 1 ක් වූ ද කේන්ද්‍රය $x + y = 0$ සරල රේඛාව මතවූ C වෘත්තයක් $x^2 + y^2 + 4y + 3 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බ ව ඡේදනය කරයි. C හි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක සොයන්න. (2013)

(45) $x^2 + y^2 - 2xy - 2y + 1 = 0$ සමීකරණය මඟින් දෙනු ලබන S වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක හා අරය සොයා xy තලය මත S වෘත්තයේ දළ සටහනක් අඳින්න.
P යනු S වෘත්තය මත O මූලයෙහි සිට ඈතින්ම පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යයි ගනිමු. P ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක ලියා දක්වා වෘත්තයට P ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ ස්පර්ශක රේඛාව වන l හි සමීකරණය $x + y = 2 + \sqrt{2}$ මඟින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.
l රේඛාව ස්පර්ශ කරමින් S'' වෘත්තයක් S වෘත්තය P ගෙන් ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍යයක දී බාහිරව ස්පර්ශ කරයි. (h, k) යනු S'' වෘත්තයෙහි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක යැයි ගනිමු. l රේඛාව අනුබද්ධයෙන් O හි හා S'' කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සලකා බැලීමෙන් $h + k < 2 + \sqrt{2}$ බව පෙන්වන්න.
S' හි කේන්ද්‍රයේ ඛණ්ඩාංක $h^2 - 2hk + k^2 + 4\sqrt{2}(h + k) = 8(\sqrt{2} + 1)$ සමීකරණය සපුරාලන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න. (2013)

(46) (0, 3) ලක්ෂ්‍යයේ දී y – අක්ෂය ස්පර්ශ කරන්නා වූ ද, $x^2 + y^2 - 8x + 4y - 5 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය කරන්නාවූ ද, වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න. (2014)

(47) l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙළින් $2x + y = 5$ හා $x + 2y = 4$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු. l_1 හා l_2 අතර සුළු කෝණය $\tan^{-1}\left[\frac{3}{4}\right]$ බව පෙන්වා, මෙම කෝණයේ සමච්ඡේදකයේ සමීකරණය සොයන්න. l_1 හා l_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය A යැයි ද, $R = \{(x, y) : x + 2y \leq 4$ හා $2x + y \geq 5\}$යැයි ද ගනිමු. A ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයා, R පෙදෙස xy – තලයෙහි අඳුරු කරන්න.
l_1 හා l_2 රේඛා දෙකම ස්පර්ශ කරමින් R පෙදෙසෙහි පිහිටන අතරය $\sqrt{5}$ ක් වූ S වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 - 14x + 8y + 60 = 0$ බව පෙන්වන්න.
ස්පර්ශ ජ්‍යාය සඳහා සුපුරුදු සූත්‍රය භාවිතයෙන්, A ලක්ෂ්‍යයේ සිට S වෘත්තයට ඇඳි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සමීකරණය $x - y = 10$ බව පෙන්වන්න.
A ලක්ෂ්‍යය ද l_1 හා l_2 සමග S හි ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍ය ද ඔස්සේ යන වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. (2014)

(48) A = (1, 2) සහ B = (3, 2) ලෙස ගනිමු. A = (x, y) යනුවෙන් APB කෝණය නියතයක් වන පරිදි විචල්‍ය ලක්ෂ්‍යයක් ගනිමු.
i) $\angle APB = 90°$ නම් P ලක්ෂ්‍යය $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න. P හි පථය කුමක් ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.
ii) $\angle APB = 135°$ නම් P ලක්ෂ්‍යය එක්කෝ $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 3 = 0$ වෘත්තය මත නැත්නම් $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 11 = 0$ වෘත්තය මත පිහිටන බව සාධනය කරන්න. P හි පථය කුමක් ද? මෙම වෘත්ත දෙක සෘජුකෝණීව ඡේදනය වන බව පෙන්වන්න. (1998)

(49) වෘත්ත දෙකක සමීකරණ $x^2 + y^2 + 2gx\ 2fy + c = 0$ හා $x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ යැයි ගනිමු. මෙම වෘත්ත ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය වේ නම්, $2gg' + 2ff' = c + c'$ බව පෙන්වන්න.
$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 16 = 0$ සමීකරණය සහිත C වෘත්තය x අක්ෂය ස්පර්ශ කරන බව පෙන්වන්න.
O මූලයෙහි පොදු කේන්ද්‍රය පිහිටන, අරය r වූ C_1 වෘත්තයක් හා අරය $R(>r)$ වූ C_2 වෘත්තයක් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂ්‍යවල දී C වෘත්තය ස්පර්ශ කරයි. r හා R හි අගයන් ද A හා B හි බණ්ඩාංක ද සොයන්න.
S යනු, C හා C_1 යන වෘත්ත දෙකම ප්‍රලම්බ ලෙස ඡේදනය කරන හා y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන වෘත්තයක් යැයි ගනිමු. S සඳහා තිබිය හැකි සමීකරණ දෙක සොයන්න.
C හා C_2 යන වෘත්ත දෙකටම B ලක්ෂ්‍යයේ දී අඳින ලද පොදු ස්පර්ශකයට x අක්ෂය P හිදී ද, y අක්ෂය Q හිදී ද, හමු වේ. පොදු ස්පර්ශකයේ සමීකරණය $4x + 3y = 40$ බවත්, PQ රේඛා ඛණ්ඩය විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණයේ $3(x^2 + y^2) - 30x - 40y = 0$ බවත් පෙන්වන්න. (2015)

(50) O මූල ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ ද $y = 1$ රේඛාවේත් $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ වෘත්තයේත් ඡේදන ලක්ෂ්‍ය දෙක ඔස්සේ ද යන වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය හා අරය සොයන්න. (2015)

කාර්ය, ශක්තිය, ක්ෂමතාව

(1) ස්කන්ධය M වූ රොකටයක් හරස්කඩයේ වර්ගඵලය A හා ඝනත්වය ρ වූ වාත තීරුවක් පහතට පිට කිරීමෙන් නියත උසක පවත්වා ගනියි. වාත තීරුවේ ප්‍රවේගය ගණනය කරන්න. එන්ජිම කොපමණ ක්ෂමතාවක් යෙදිය යුතු ද යන්නත් සොයන්න. (1975)

(2) ගිනි නිවන එන්ජිමක් ටැංකියකින් ජලය අදිමින් අඩිනු ලබන මට්ටමේදීම අඟල් දෙකක අරයෙන් යුත් වෘත්තාකාර නලයකින් තත්පරයට අඩි 70 ක වේගයෙන් එම ජලය නිකුත් කරයි. දිය පිහිර එම වේගයෙන්ම සිරස් බිත්තියක් මත සෘජුකෝණී ලෙස වදියි. ජලය බිත්තියෙන් පොලා නොපනියි. එන්ජිමේ සඵල අශ්ව ජවය ආසන්න වශයෙන් 53.2 ක් බව ද බිත්තිය මත යෙදෙන බලය ආසන්න වශයෙන් රාත්තල් බර 835.5 ක් බව ද පෙන්වන්න. (ජලය ඝන අඩියක ස්කන්ධය රාත්තල් 62.5 යැයි ගන්න.) (1977)

(3) I) 6000 mm^2 හරස්කඩක් සහිත තිරස් ජල පිහිරක් 80ms^{-1} ප්‍රවේගයකින් අචල සිරස් බිත්තියක් මත ගැටෙයි.

අ) ජලය ප්‍රක්ෂේපණය කිරීම සඳහා අවශ්‍ය ජවය ද

ආ) ජලය බිත්තියෙන් පොළා නොපනින බව ද උපකල්පනය කොට බිත්තිය මත යෙදෙන සතත බලය ද සොයන්න.

II) m ස්කන්ධයක් ඇති උණ්ඩයක් M ස්කන්ධය ඇති අචල ලී කුට්ටියක d ඝනකමක් තුළට විනිවිද යයි. කුට්ටිය චලනය වන්නට නිදහසේ තිබිණි නම් ද ප්‍රතිරෝධය ඒකාකාර විණි නම් හා එය කුට්ටිය අචල වූ විට පැවති ප්‍රතිරෝධයට සමාන විණි නම් ද උණ්ඩය විනිවිද යන ඝනකම Md/ (M + m) බව පෙන්වන්න. (1980)

(4) ගම්‍යතා සංස්ථිතිය පිළිබඳ මූලධර්මය සඳහන් කරන්න.
u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන M ස්කන්ධය ඇති වෙඩි උණ්ඩයක් කැබලි දෙකකට පිපිරී යයි. $\frac{1}{3}M$ ස්කන්ධයෙන් යුත් මින් එක් කැබැල්ලකක් මුල් චලිත දිශාවත් සමඟ කොස්$^{-1}$ $\frac{1}{3}$ කෝණයක් සාදන දිශාවක් ඔස්සේ 2u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙයි. අනෙක් කැබැල්ලේ ප්‍රවේගයත් චලිත දිශාවත් සොයන්න. පිපිරුම නිසා මුදා හැරෙන්නට ඇති අවම ශක්ති ප්‍රමාණය සොයන්න. (1980)

(5) කාර්යය හා ජවය සඳහා අර්ථ දක්වන්න. ඒකක සඳහන් කරන්න. 80% ක් පමණක් කාර්යක්ෂම වූ එන්ජිමකට මීටර 12 ක ගැඹුරක සිට වර්ග මීටර 0.004 ක හරස් කඩක් සහිත නැසින්නක් ඇති නලයක් තුළින් මිනිත්තුවට ඝන මීටර 2.4 සීඝ්‍රතාවෙන් ජලය පොම්ප කිරීමට ඇත්නම් එහි ජවය කිමෙක් විය යුතු ද? ජල පිහිර සිරස් බිත්තියක් මතට ලම්බ ලෙස යොමු කෙරෙයි නම් ජලය පොළා නොපනින බව උපකල්පනය කිරීමෙන් බිත්තිය මත යෙදෙන බලය සොයන්න. (ජලය ඝන මීටරයක ස්කන්ධය කිලෝග්‍රෑම් 10^3 ක් වේ. g = තත්පරයට තත්පරයට මීටර 10) (1981)

(6) යාන්ත්‍ර විද්‍යාවෙහි යෙදෙන සැටියෙන්

අ) නිව්ටනය ආ) ජූලය ඉ) වොටය

යන ඒකක සඳහා අර්ථ දක්වා ඒවායේ භෞතික මාන සඳහන් කරන්න.
වරායක දී 10^5 kg ස්කන්ධයෙන් යුත් මෝටර බෝට්ටුවක් අවිතන්‍ය කඹයක් මඟින් 4 × 10^5 ස්කන්ධයෙන් යුත් බත්තලක් අදියි. බෝට්ටුවෙහි එන්ජිම 400 kw ප්‍රමාණයෙන් කාර්යය කරන විට බෝට්ටුවත් බත්තලත් 36kmh^{-1} ප්‍රවේගයෙන් ද 0.06ms^{-2} ත්වරණයෙන් ද චලනය වෙයි. බෝට්ටුවෙත් බත්තලේත් චලිතයට ඇති වන මුළු වාත-ජල ප්‍රතිරෝධය සොයන්න. බෝට්ටුවෙත් බත්තලේත් චලිතයට ඇති වන වාත - ජල ප්‍රතිරෝධ ඒවායෙහි ස්කන්ධවලට සමානුපාතික නම් කඹයෙහි ආතතිය සොයන්න. (1982)

(7) හරස්කඩ වර්ගඵලය 1000 mm^2 වූ නලයක් සවිකර ඇති පොම්පයක් යොදා ගෙන මිනිත්තුවට 15 m ක් උසට 1.2 m^3 ක ජල ප්‍රමාණයක් එසවීමට අවශ්‍යව ඇත. ජලය 1m^3 ක බර බව 1000 kg බව සහ g = 9.81 ms^{-2} උපකල්පනය කරමින් පොම්පයේ ජවය සොයන්න. (1984)

(8) 20m ගැඹුරක සිට පොම්පයක් මගින් ජලය ඉහළට ගෙන විෂ්කම්භය 0.2 m වන නලයක් මගින් $16ms^{-1}$ වේගයක් සහිතව තිරස් ලෙස පිට කරනු ලැබේ. තත්පරයක දී නලයෙන් කෙරෙන කාර්යය ගණනය කරන්න. ජලය එම ප්‍රවේගය සහිතවම අප්‍රත්‍යාස්ථ තල බිත්තියක් මතට අභිලම්බ ලෙස සට්ටනය වන්නේ බිත්තියට ලගාවීමෙන් පසු ජලයේ ප්‍රවේගය විනාශ වී යන ආකාරයට වන පරිදි නම් බිත්තිය මත ඇතිවන තෙරපුම ගණනය කරන්න. (ජලය $1m^3$ ක ස්කන්ධය 1000 kg ලෙසත් π හි අගය 3.14 ලෙසත් g හි අගය 9.81 ms^{-2} ලෙසත් ගන්න.) (1988)

(9) ස්වකීය එන්ජිම කිලෝවොට් P වලින් ක්‍රියාකරවමින් පැයට කිලෝමීටර u නියත වේගයෙන් ස්කන්ධය කිලෝග්‍රෑම් M වන රථයක් තැනිතලා මාර්ගයක චලනය වේ. රථය නිව්ටන R නියත ප්‍රතිරෝධයකට භාජනය වේ නම් $R = 3600\ Pu^{-1}$ බව පෙන්වන්න. එන්ජිම දැන් අසම්බද්ධ කර තිරිංග යොදනු ලබන අතර මීටර s දුරක දී එය නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. මුළු ප්‍රතිරෝධය ඒ අයුරින්ම පවතී යයි උපකල්පනය කරමින් තිරිංගවල මන්දන බලය $\left(\frac{25}{648}\right)Ms^{-1}u^2 - 3600\ Pu^{-1}$ බව පෙන්වන්න. එන්ජිම තවමත් අසම්බද්ධව ඇත්නම් එම ප්‍රතිරෝධයම සහ තිරිංග බලය ක්‍රියා කරන විට පැයට කිලෝමීටර u වලින් ආරම්භ කරමින් ක්ෂණිකව නිසලවීමට පළමුව රථය ආනතිය $\sin^{-1}\left(\frac{1}{c}\right)$ වූ කන්දක $25\ csu^2\ (25cu^2 + 648\ gs)^{-1}$ දුරක් ඉහළට දුවන බව පෙන්වන්න. (1989)

(10) නිව්ටනය, ජූලය, වොටය අර්ථ දක්වන්න. මෙම රාශින්ගේ භෞතික මාන හා භාවිතා කෙරෙන ඒකක සඳහන් කරන්න. ඝනාකාර උඩිස් (ඉහළින් පිහිටි) වතුර ටැංකියක පතුල පොළොව මට්ටමට 100 m උසකින් පිහිටා ඇති අතර පතුලේ පාදයක දිග 10 m වේ. අරය 5m වන සිරස් සිලින්ඩරාකාර තටාකයක් පොළොව යට පිහිටුවා ඇත. තටකය ජලයෙන් පුරවා තිබේ. තටාකයේ සිට ටැංකියට මෝටරයක් මගින් වතුර පොම්ප කරයි. විනාඩි 15 ක දී ටැංකිය පිරෙයි. මෝටරයෙහි මධ්‍යක ජවය කිලෝවොට් 1237 ක් බව පෙන්වන්න. ($g = 10\ ms^{-2}$ ද $\pi = \frac{22}{7}$ ද ජලය ඝන මීටර 1 ක බර 1000 kg ද ලෙස ගන්න.) (1990)

(11) ස්කන්ධය M kg වන මෝටර් රථයක එන්ජිමක් මෝටර් රථය චලනය වන විට වොට් H නියත ජවයක් නිපදවයි. රථයේ චලිතයට ඇති ප්‍රතිරෝධය නියතයි. සමතල පාරක මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය V ms^{-1} ය.

i) තිරසට α කෝණයකින් ආනත පාරක් දිගේ කෙළින්ම ඉහළටත්

ii) $\sin\alpha < \frac{H}{MVg}$ වෙයි නම් එම පාර දිගේ කෙළින්ම පහළටත් චලනය වන විට මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය සොයන්න. ආනත පාරේ පහළට එන විට උපරිම වේගය එම පාරේ ඉහලට යන විට උපරිම වේගය මෙන් දෙගුණයක් වෙයි නම් පාරේ තිරසට α ආනතිය $\sin\alpha = \frac{H}{3MVg}$ යන්නෙන් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

මෝටර් රථය ආනත පාරේ පහළට චලනය වෙයි නම් ද එහි වේගය V නම් ද රථයේ ත්වරණය කිමෙක් ද? (1991)

(12) එන්ජිමක් 40 000 N ක නියත ප්‍රතිරෝධකයකට එරෙහිව සමතල රේල් පාරක 10 ms^{-1} සතත වේගයකින් ගමන් කරයි. එන්ජිමේ ජව ප්‍රතිදානය kw වලින් ගණනය කරන්න. ඊළගට එන්ජිමේ සබැඳුම් දණ්ඩක් මගින් දුම්රිය මැදිරියකට ඈඳන ලදී. මැදිරියේ චලිතයට නියත ප්‍රතිරෝධය 20 000 N කි. දැන් එන්ජිමේ ජව ප්‍රතිදානය 900 kw නම් සමතල රේල් පාරක දුම්රියේ උපරිම වේගය ms^{-1} වලින් ගණනය කරන්න. මෙ අවස්ථාවේ දී සබැඳුම් දණ්ඩේ ආතතිය නිව්ටන් වලින් කොපමණ ද?

පසුව දුම්රිය ඉහත ජව ප්‍රතිදානය ම එනම් 900 kw ඇතිව එම නියත ඝර්ෂණ බලවලට එරෙහිව තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{50}\right)$ ආනතියක් සහිත බෑවුමක් ඉහළට යයි. දුම්රියේ මුළු ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 340 ක් නම්,

i) $5ms^{-1}$ වේගයෙන් බෑවුම් ඉහළට යන විට දුම්රියේ ත්වරණය $\frac{13}{85}ms^{-2}$ බවත්

ii) බෑවුම් ඉහළට දුම්රියේ උපරිම වේගය $7ms^{-1}$ ට යම්තම් වැඩි බවත් පෙන්වන්න. (ගුරුත්වජ ත්වරණය g යන්න $10ms^{-2}$ ලෙස ද මෙට්‍රික් ටොනය 1000 kg ට සමාන ලෙස ද ගන්න.) (1992)

(13) අ) m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් නිශ්චලතාවේ සිට පොළොවට ඉහළින් h උසක සිට නිදැල්ලේ වැටෙයි. චලිතය සිදුවන මුළු කාලය පුරාම අංශුවේ මුළු ශක්ති ප්‍රමාණය සංස්ථිති බව පෙන්වන්න.

ආ) එන්ජිමක් කිලෝග්රෑම් බර 100 ක නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව 1000 kg ස්කන්ධයෙන් යුත් මැදිරියක් සමතල රේල් පාරක නිශ්චලතාවේ සිට ඇදගෙන යයි. යොදනු ලබන ඇදිල්ල ආරම්භයේදී කිලෝග්රෑම් බර 200 ක් වන අතර එය ඒකාකාරීව දුර සමග අඩුවෙමින් ගොස් නිශ්චලතාවේ සිට මීටර 100 ක දුරක් තුළ කිලෝග්රෑම් බර 100 තෙක් අඩුවෙයි. මැදිරියේ උපරිම වේගය සොයන්න. (1993)

(14) V ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරන m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් චලිතයට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට වූ විචල්‍ය බලයකින් නිශ්චලතාවට ගෙන ඒමේ දී කෙරෙන කාර්යය $\frac{1}{2}mV^2$ බව පෙන්වන්න. t = 0 වේලාවේ දී නිශ්චලතාවෙන් ආරම්භ කරන g බරින් යුතු සෙල්ලම් රථයක් සුමට තිරස් බිමක ගමන් කරයි. t වේලාවේ දී රථය මත F ප්‍රකර්ෂණ බලය $F = (10+ 19x- 2x^2)\,g$ යන්නෙන් ලැබෙයි. මෙහි x යනු t කාලයේ දී රථය ගමන් කළ දුර ද $0\leq x \leq 12$ ද වෙයි.

i) $0\leq x \leq \frac{19}{4}$ වන විටදී පමණක් රථය මත F ප්‍රකර්ෂණ බලය වැඩිවන බව පෙන්වන්න.

ii) $0\leq x \leq 12$ විට බලය - දුර වක්‍රය ඇඳ ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ රථයේ උපරිම වේගය $10\sqrt{\frac{23g}{3}}$ බව පෙන්වන්න.

iii) සෙල්ලම් රථයේ වේගය උපරිම විට එහි එන්ජිම ක්‍රියා කරන ජවය සොයන්න. (1994)

(15) යතුරු පැදියක් H kW නියත ශීඝ්‍රතාවෙකින් කාර්ය කරයි. පදවන්නාට සමතල බිමේ $20\ ms^{-1}$ කින් ද තිරස සමඟ 30^0 කෝණයක් සාදන කන්දක් ඉහළට $10\ ms^{-1}$ කින් ද එම කන්ද පහළට $50\ ms^{-1}$ කින්ද යතුරු පැදිය පදවන්නට පුළුවන. පදවන්නාගේත් යතුරු පැදියේත් මුළු ස්කන්ධය 2M kg ය. යතුරු පැදියේ වේගය $u\ ms^{-1}$ විට චලිතයට ප්‍රතිරෝධයේ විශාලත්වය $R = a+bu +cu^2$ kg wt යන්නෙන් දෙනු ලැබෙයි. මෙහි a, b, c යනු නියතයි. $a = \frac{51H-7M}{3}$ $b=\frac{3M-16H}{20}$ සහ $c=\frac{6H-M}{600}$ බව පෙන්වන්න. $H \geq \frac{5(\sqrt{2}-1)}{12}M$ බව අපෝහනය කරන්න. (1995)

(16) ජල පොම්පයක් තත්පරයට ජලය 12 kg ක් 7.5 m උසකට ඔසවයි. ජලය පිටවන්නේ $10\ ms^{-1}$ ක වේගයක් ඇති දිය පිහිරක් ලෙස ය. එක් එක් තත්පරයේ දී ජලයට ලබාදෙන යාන්ත්‍රික ශක්තිය සොයන්න. ඒ නයින් පොම්පයෙන් නිපදවන සඵල ජවය 1.5 kW බව පෙන්වන්න. තිරසට 30^0 කෝණයක් ඉහළින් වන දිශාවකට දිය පිහිර එල්ල කර තිබේ නම් ජලය තවත් කවර උසක් ලබාගන්නේ දැයි සොයන්න. දිය පිහිර එහි ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ දී සිරස් බිත්තියකට හරි කෙළින්ම වැදී එහි දී ජලයේ මුළු ගම්‍යතාවම හානි වෙයි. බිත්තිය මත යෙදෙන බලය ආසන්න වශයෙන් 104 N බව පෙන්වන්න. (1996)

(17) 500 kW නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරන එන්ජිමක් (දුම්රිය මාර්ගය දිගේ මැන්න) 196 ට 1 වූ ආනතියක ඉහළට දුම්රියක් ඇදගෙන යයි. එන්ජිම සමඟ දුම්රියේ මුළු ස්කන්ධය 2.5×10^5 kg වෙයි. එහි වේගය 24 kmh^{-1} වන විට ත්වරණය 0.2 ms^{-2} වෙයි. දුම්රියේ චලිතයට එරෙහි නියත ප්‍රතිරෝධය නිව්ටන වලින් සොයන්න. [ගුරුත්වජ ත්වරණය $g = 9.8\ ms^{-2}$ ලෙස ගන්න.] (2000)

(18) ස්කන්ධය 1000 kg වූ කාරයක් සරල රේඛීය තිරස් පාරක 400 N ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව චලනය වීමේ දී උපරිම වේගය 144 kmh^{-1} වෙයි. එහි එන්ජිමේ ජවය 16 kW බව පෙන්වන්න. කාරය එම පාරේම 200 N අතිරේක ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව ස්කන්ධය 600 kg වූ ට්‍රේලරයක් ඇදගෙන යයි. එන්ජිම එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරයි නම් වේගය 24kmh^{-1} වන විට ඇදුම් කඹයේ ආතතිය නිව්ටන් වලින් සොයන්න.(2001)

(19) මුළු ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 300 ක් වූ දුම්රියක් සෘජු සමතලා දුම්රිය මාර්ගයක පැයට කිලෝමීටර 54 ක නියත වේගයෙන් ගමන් කරන අතර චලිතයට මුළු ප්‍රතිරෝධය මෙට්‍රික් ටොන් එකකට නිව්ටන 50 බැගින් වෙයි. දුම්රිය එන්ජිමෙහි ජවය ගණනය කරන්න. ඊළඟට මෙට්‍රික් ටොන් 50 ක ස්කන්ධය සහිත පිටුපස මැදිරිය දුම්රියෙන් වෙන් වන නමුත් එන්ජිමෙහි ප්‍රකර්ෂණ බලය වෙනස් නොවී පවතී.

i) දුම්රියෙහි ඉතිරි කොටසේ ත්වරණයත්

ii) වෙන් වූ මැදිරිය නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට පෙර චලනය වන දුරත් සොයන්න. [වෙන් වූ මැදිරියේ චලිතය මන්දනය වන්නේ ප්‍රතිරෝධයෙන් පමණක් බව උපකල්පනය කරන්න.] (2002)

(20) ස්කන්ධය M kg වූ ලොරියක් එන්ජිම H kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් තිරස් පාරක ධාවනය වන විට එහි උපරිම වේගය u ms^{-1} වෙයි. එන්ජිම එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරමින් තිරසට ආනතිය වූ α පාරක ඉහළට ධාවනය වන විට ලොරියේ උපරිම වේගය vms^{-1} වෙයි. ප්‍රතිරෝධය නොවෙනස්ව පවති නම්, H හි අගය සොයන්න.(2005)

(21) විදුලි දුම්රියක් 3 000 kW ජවයකින් ක්‍රියා කරන අතර සමතලා මාර්ගයක 160 kmh^{-1} නියත වේගයක් පවත්වා ගෙන යයි. එහි චලිතයට ප්‍රතිරෝධය ගණනය කරන්න. දුම්රියේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය පළමු පරිදි ම තිබිය දී දුම්රිය පළමු ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරයි. දුම්රියේ ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 450 ක් බව දී ඇත්නම් 70 ට 1 ක ආනතියකින් යුතු මාර්ගයක ඉහළට 60 kmh^{-1} වේගයකින් ගමන් කරන විට දුම්රියේ ත්වරණය සොයන්න. (2006)

(22) පාපැදිකරුවකුගේ සහ ඔහුගේ පාපැදියෙහි මුළු ස්කන්ධය M kg වේ. ඔහු තිරසට α කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක ඉහළට චලිතයට වූ R N ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව Vms^{-1} නියත වේගයෙන් පැද යන විට H W නියත සීඝ්‍රතාවෙකින් කාර්ය කරයි. $H = (R + Mg \sin\alpha)V$ බව පෙන්වන්න. (2011)

(23) ස්කන්ධය M kg වන මෝටර් රථයක් සියලු වේග සඳහා නියතයක් වන R ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව තැනිතලා මාර්ගයක ගමන් කෙරේ. එන්ජිමෙහි උපරිම බලය H kW හා තැනිතලා මාර්ගයක මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය V ms^{-1} නම් M,H හා v ඇසුරෙන් R ප්‍රතිරෝධය සොයන්න. තිරසට α කෝණයකින් ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ

i) $\frac{v}{3} ms^{-1}$ වේගයෙන් කෙළින්ම ඉහළට,

ii) $\frac{v}{2} ms^{-1}$ වේගයෙන් කෙළින්ම පහළට,

චලනය වන විට M,H,v,g හා α ඇසුරෙන් මෝටර් රථයේ ත්වරණය සොයන්න.

(ii) අවස්ථාවේ දී මෝටර් රථයේ ත්වරණය (i) අවස්ථාවේ දී මෝටර් රථයේ ත්වරණය මෙන් දෙගුණයක් නම්, M,H,v හා g ඇසුරෙන් **sin α** සොයන්න. මෙම අවස්ථාවේ දී මෝටර් රථය මාර්ගයේ කෙළින්ම ඉහළට චලනය වන විට එයට ලබාගත හැකි උපරිම වේගය v ඇසුරෙන් සොයන්න. (2012)

(24) මුළු ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 300 ක් වූ දුම්රියක් එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කර තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{98}\right)$ ආනතියක් ඇති සෘජු දුම්රිය මාර්ගයක් දිගේ පහළට නියත වේගයෙන් චලනය වේ. දුම්රියේ ඉහළට චලිතය කෙරෙහි සර්ෂණ ප්‍රතිරෝධයේ විශාලත්වය පහළට චලිතයේ දී වූ නියත අගයේ ම පවතියි නම් දුම්රිය නියත 54 kmh^{-1} වේගයකින් එම දුම්රිය මාර්ගයේම ඉහළට ඇදගෙන යාම සඳහා අවශ්‍ය ජවය 900 kW බව පෙන්වන්න. දුම්රිය සෘජු තිරස් මාර්ගයක කලින් තිබුණු විශාලත්වය ම ඇති ප්‍රතිරෝධයක් සහිතව 18 kmh^{-1} ක වේගයකින් ගමන් කරන විට එන්ජිම මෙම ජවය සහිත ව ක්‍රියා කරන බව උපකල්පනය කරමින් දුම්රියෙහි ත්වරණය සොයන්න.
[ගුරුත්වජ ත්වරණය $g = 9.8\ ms^{-2}$ ලෙස ගන්න.] (2013)

(25) ස්කන්ධය M kg වූ වාහනයක්, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය කේබලයක් මගින් එම ස්කන්ධය ම සහිත ට්‍රේලරයක් සෘජු තිරස් පාරක් දිගේ ඇදගෙන යයි. වාහනයේ චලිතයට හා ට්‍රේලරයේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධ පිළිවෙළින් නිව්ටන R හා 2R වේ. වාහනයේ එන්ජිම P kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් වාහනය V ms^{-1} වේගයෙන් චලනය වෙමින් තිබෙන මොහොතේ දී කේබලයේ ආතතිය නිව්ටන $\frac{1}{2}\left(R + \frac{1000\,P}{V}\right)$ බව පෙන්වන්න. (2013)

(26) එන්ජිම H kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින් ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් M වූ ලොරියක්, සෘජු සමතලා පාරක් දිගේ u ms^{-1} නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරයි. ඉන්පසුව, එන්ජිම 2H kW ජවයකින් ක්‍රියා කරමින්, තිරසට α කෝණයක් ආනත වූ සෘජු පාරක් දිගේ ලොරිය ඉහළට චලනය වන අතර, චලිතයට ප්‍රතිරෝධය තිරස් චලිතයට ඇති ප්‍රතිරෝධය ම වේ. මෙම අවස්ථාවේ දී ලොරියේ උපරිම වේගය $\frac{2Hu}{H + mgu\sin\alpha}\ ms^{-1}$ බව පෙන්වන්න. (2015)

<u>ආවේගය හා ගැටුම්</u>

(1) A, B, C නමැති ස්කන්ධය පිළිවෙලින් M, m, m වූ ද එක එකෙහි අරය a වූ ද සුමට ගෝල තුනකි. B හා C එකිනෙක හා ස්පර්ශ වෙමින් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව පිහිටයි. B හා C හි කේන්ද්‍ර රේඛාවට ලම්බක දිශාවකින් ඒවා හා සමකලාපව ගැටෙන පරිදි u ප්‍රවේගයකින් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. A ගෝලය හා අනෙක් එක් එක් ගෝලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු එක් එක් ගෝලයේ ප්‍රවේගය සොයන්න. 6em = M (1– 3e) වේ නම්, පසුව ඇති වන චලිතයේ දී B හා C කේන්ද්‍ර රේඛාවට නියත දුරකින් A ගෝලය පිහිටන බව පෙන්වන්න. (1976)

(2) ඊසාන දිශාවට තත්පරයට මීටර $5\sqrt{2}$ ක වේගයෙන් තිරස් ලෙස චලනය වන ග්‍රෑම් 200 ක ස්කන්ධයක් ඇති බෝලයක චලිතය පිති පහරකින් $\tan^{-1}(5/12)$ ක් බටහිරින් දකුණට වන දිශාව ඔස්සේ තත්පරයට මීටර් 65/16 ක් බවට වෙනස් කරනු ලැබෙයි. බෝලයේ ප්‍රවේගයෙහි ඇතිවන වෙනස්වීමෙහි බටහිර හා දකුණු දිශාවලට වූ විභින්න (කොටස්) සොයන්න. බෝලයත් පිත්තත් අතර ස්පර්ශය තත්පර 1/64 ක කාලයක් පවතියි නම් පිත්ත බෝලය මත යොදන මධ්‍යයක බලය $\tan^{-1}(3/4)$ ක් බටහිරින් දකුණට වන දිශාව ඔස්සේ ඩයින 14×10^5 ක් බව පෙන්වන්න. (1977)

(3) m ස්කන්ධය ඇති A අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක කපා ඇති සෘජු ඇලියක් දිගේ චලනය වන්නට නිදහසේ ඇත. මේ අංශුව l දිගැති අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් m ස්කන්ධය ඇති තවත් B අංශුවකට සම්බන්ධ කරනු ලැබෙයි. ආරම්භයේ දී AB ඇදී සිටින සේ ද ඇලියට AB ලම්බ වන සේ ද අංශු මේසය මත නිශ්චලතාවෙහි තබා තිබෙයි. ඇලියට සමාන්තර ලෙස A අංශුවට I ආවේගයක් දෙනු ලැබෙයි. අංශු දෙකේ ආරම්භක ප්‍රවේග සොයන්න.

AB ඇලියත් සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවල ප්‍රවේග නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණ ලියා දක්වන්න. A වෙනුවට ඇලියට සමාන්තර දිශාවක් ඔස්සේ B අංශුවට I ආවේගයක් දෙනු ලැබුවහොත් B අංශුව ඇලිය මත ම වාගේ පිහිටන විට අංශුවල ප්‍රවේගය සොයන්න. (1980)

(4) දෙකෙළවරම වැසූ l දිගින් ද M ස්කන්ධයෙන් ද යුත් සෘජු බටයක් තිරස් මේසයක් මත චලනය වීමට නිදහසේ ඇත. බටයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ දී m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් බටය තුළ ඇත. බටයේ අභ්‍යන්තර පෘෂ්ඨය සුමටය. අංශුව බටය දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. අංශුවත් බටයේ කවර හෝ කෙළවරකුත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වන, $\frac{l}{2u}\left(1+\frac{1}{e}\right)^2$ කාලයකට පසුව අංශුව බටයට සාපේක්ෂ ලෙස එහි මුල් දිශාවෙහි චලනය වෙමින් මේසයට සාපේක්ෂ $\left(\frac{Me^2+m}{M+m}\right)u$ ප්‍රවේගයකින් බටයේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය පසු කර යන බව පෙන්වන්න. මේ කාලය තුළ බටය කොපමණ දුරක් චලනය වී ඇද්ද? (1980)

(5) m ස්කන්ධය ඇති උණ්ඩයක්, M ස්කන්ධය ඇති අචල ලී කුට්ටියක d ඝනකමක් තුළට විනිවිද යයි. කුට්ටිය චලනය වන්නට නිදහසේ තිබිණි නම් ද, ප්‍රතිරෝධය ඒකාකාර විණි නම් හා එය කුට්ටිය අචල වූ විට පැවති ප්‍රතිරෝධයට සමාන විනි නම් ද උණ්ඩය විනිවිද යන ඝනකම $Md/(M+m)$ බව පෙන්වන්න. (1981)

(6) කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථ ගෝලයක් දෘඪ තිරස් බිමක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක සිට u ප්‍රවේගයකින් සිරස් ලෙස ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. එහි ප්‍රවේගය v විට ඒ වර්ගයේම තවත් ගෝලයක් ඒ ලක්ෂ්‍යයේම සිට u ප්‍රවේගයෙන්ම ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. ගැටුමට මොහොතකට පෙර ගෝලවල ප්‍රවේග සමාන බවද ගැටුම මගින් එක් එක් ගෝලයේ ප්‍රවේග ප්‍රතිවර්ත කෙරෙන බව ද පෙන්වන්න. මේ නයින්, ප්‍රවේග කාල රූප සටහනක් ඇසුරෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ ගෝල දෙකේ අනුයාත ගැටුම් අතර ගතවන කාලය u/g බව පෙන්වන්න. ඒ ගැටුම් සිදුවන උස ප්‍රමාණ සොයන්න. (1981)

(7) එක එකක් m ස්කන්ධයෙන් යුත් A, B, C ගෝල තුනක් ඒවායෙහි කේන්ද්‍ර සරල රේඛාවක් ඔස්සේ පිහිටන සේ නිශ්චලතාවයෙහි පවතියි. A, B ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ද B, C ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e' ද වෙයි. A ගෝලය u ප්‍රවේගයෙන් කෙළින්ම B දෙසට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. පළමු වන ගැටුමේ දී A ගෝලය B හි වදියි. දෙවන ගැටුමේ දී B ගෝලය C හි වදියි. දෙවන ගැටුමට මොහොතකට පසු A හිත් B හිත් ප්‍රවේග සොයන්න. මේ නයින්, $\frac{1}{3} \le e \le 1$ විට $e' \le \frac{3e-1}{e+1}$ නම්, ගැටුම් ඇතිවන්නේ දෙකක්ම පමණක් බව පෙන්වන්න. (1982)

(8) M ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් එක එකක දිග l වූ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මඟින් එක එකක ස්කන්ධය m වූ A,B සමාන අංශු දෙකකට සබැඳ තිබෙයි. ආරම්භයේදී AC=CB=l සයින් θ වන සේ A ත් B ත් යා කරන රේඛාව මත C ඇතිව A,B,C අංශු තුන තිරස් බිමක් මත නිශ්චලතාවෙහි තබා ඇත. C අංශුව සිරස් ලෙස උඩු අතට u ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. තන්තුව ඇදෙන විට A වත් B වත් ලැබෙන ප්‍රවේග සොයන්න. ගැස්සුම නිසා හානිවන චාලක ශක්තිය $\boldsymbol{\lambda = \frac{2lg}{u^2} (< 1)}$ වන $\frac{mMu^2 \cos^2\theta\,(1-\lambda\cos\theta)}{M+2m\cos^2\theta}$ බව පෙන්වන්න. M = m ද $\boldsymbol{\lambda = 1/\sqrt{2}}$ ද නම් $\boldsymbol{\theta = \pi/4}$ විට චාලක ශක්ති හානිය විශාලතම වන බව පෙන්වන්න. (1983)

(9) කේවල ප්‍රත්‍යාස්ථ සංඝට්ටනය යන්නට අර්ථ දක්වන්න. M ස්කන්ධයෙන් යුතු නියුට්‍රෝනයක් u වේගයෙන් ගමන් කරමින් m ස්කන්ධයෙන් යුතු ස්ථාවර පරමාණුවක සංඝට්ටනය වෙයි. සංඝට්ටනය කේවලප්‍රත්‍යාස්ථ යැයි උපකල්පනය කරමින් සංඝට්ටනයෙන් පසු පරමාණුවේ v උපම වේගය $v = \frac{2Mu}{M+m}$ යන්නෙන් ලැබෙන බව දක්වන්න. එකම u වේගයෙන් යුතු නියුට්‍රෝන හයිඩ්‍රජන් පරමාණු සමගත් නයිට්‍රජන් පරමාණු සමගත් සංඝට්ටනය වේ නම්, නයිඩ්‍රජන් පරමාණුවලත් හයිට්‍රජන් පරමාණුවලත් උපරිම වේග v_N ද v_H ද විට $\frac{v_N}{v_H} = \frac{1+\frac{M}{m_H}}{\frac{M}{m_H}+\frac{m_N}{m_H}}$ බව දක්වන්න. (1985)

(10) ප්‍රත්‍යාස්ථ සංඝට්ටනය යන්නට අර්ථ දක්වන්න.
ස්කන්ධය m ද අරය a ද වූ A පාපන්දුවක් සුමට තිරස් පිටියක් මත නිශ්චලතාවෙන් පවතියි. එකම m ස්කන්ධයෙන් ද එහෙත් b(< a) අරයෙන් ද යුතු වෙනත් B පාපන්දුවක් u ප්‍රවේගයෙන් පිටියේ චලනය වෙමින් A හා ගැටෙයි. පන්දු දෙකේ කේන්ද්‍ර යා කෙරෙන රේඛාවත් u දෛශිකයත් එකම සිරස් තලයේ පිහිටයි. ගැටුම ප්‍රත්‍යාස්ථ සංඝට්ටනයක් යැයි උපකල්පනය කර A පාපන්දුව $\frac{2u\cos\alpha}{1+\cos^2\alpha}$ ප්‍රවේගයක් ලබාගන්නා බව පෙන්වන්න. මෙහි $\boldsymbol{\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{a-b}{a+b}\right)}$ වේ. පිටිය හා පන්දුව අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් පිටිය මත A පන්දුවේ තිරස් පරාසය සොයන්න. (1987)

(11) සමාන අරයන්ගෙන් යුත් A,B හා C ගෝල තුනක් ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m,2m හා 3m වේ. ගෝල A හා C අතර B සිටින සේ ද ඒවායේ කේන්ද්‍ර සරල රේඛාවක සිටින සේ ද තිරස් සුමට මේසයක් මත නිශ්චලතාවයේ පවතී. කේන්ද්‍රයන්ගේ රේඛාව ඔස්සේ B දෙසට A ගෝලයට u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ. ගෝල එක් එක් යුගලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම්,

i) B සමඟ ගැටුනු වහාම A හි වේගය සහ

ii) C සමඟ ගැටුනු වහාම B හි වේගය සොයන්න. $e > \frac{3-\sqrt{5}}{2}$ නම්, B සමඟ A දෙවන වරකට නොගැටෙන බව පෙන්වන්න. (1989)

(12) A හා B යන කුඩා ගෝල දෙකක ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m හා m වෙයි. ගෝල දෙක සුමට බිමක් මත තබා ඇත්තේ ඒවායේ කේන්ද්‍ර යා කෙරෙන රේඛාව සිරස් බිත්තියකට ලම්බ වන පරිදිය. බිත්තියටත් A ගෝලයටත් අතරින් බිත්තියේ සිට x දුරකින් B ගෝලය පිහිටා තිබේ. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ද B හා බිත්තිය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය 1/2 ද වේ. කේන්ද්‍ර යා කෙරෙන රේඛාව දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. මෙවිට එය B හා නොවක් ලෙස ගැටේ. ඉන්පසු B බිත්තියෙහි ගැටී පොළා පැන නැවත A හා ගැටෙයි. පළමු ගැටීමෙන් පසු A හි ත් B හි ත් ප්‍රවේග සොයන්න.

i) B ගෝලය බිත්තියේ ගැටෙන මොහොතේ දී බිත්තියේ සිට $\frac{3ex}{2(1+e)}$ දුරකින් A පිහිටන බවත්

ii) B මත A හි පළමුවන ගැටුමත් B මත A හි දෙවන ගැටුමත් අතර කාල ප්‍රාන්තරය e කෙරෙන් ස්වායත්ත බවත් ඔප්පු කරන්න. (1990)

(13) A, B හා C යන අංශු තුනේ ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m, 2m හා 2m වෙයි. AB හා AC ලුහු අවිතන්‍ය තන්තු මගින් A අංශුව B ටත් C ටත් ඈඳා තිබෙයි. තන්තු නොබුරුල්ව ද BAC කෝණය $= 60^0$ ද වන සේ පද්ධතිය සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට A අංශුවට I ආවේගයක් යෙදනු ලැබෙයි. අංශුවල ආරම්භක ප්‍රවේග සොයන්න. $\overrightarrow{BA}$ සමග $\tan^{-1}\left(\sqrt{\frac{3}{5}}\right)$ කෝණයක් සාදන දිශාවකට A අංශුව චලනය වීමට පටන් ගන්නා බව පෙන්වන්න. පද්ධතියට යොදන ලද චාලක ශක්තිය m හා I ඇසුරෙන් සොයන්න. (1992)

(14) ආ) v ප්‍රවේගයෙන් චලනය වන m ස්කන්ධය සහිත උණ්ඩයක් උණ්ඩයේ චලිතයේ දිශාවට චලනය වීමට නිදහස ඇති 2m ස්කන්ධය සහිත ලී කුට්ටියක වැදී එය තුළට කාවැදී පද්ධතියේ චාලක ශක්ති හානිය $\frac{1}{3}mv^2$ බව පෙන්වන්න.

ආ) එක එකෙහි ස්කන්ධය m බැගින් වූ A,B,C සමාන අංශු තුන සුමට තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. AB සහ AC ලුහු අවිතන්‍ය තන්තු මගින් B ට සහ C ට A ඈඳා ඇති අතර තන්තු නොබුරුල් විට $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ වේ. A මත $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට I ආවේගයක් යොදනු ලැබේ. A හි ආරම්භක ප්‍රවේගය සොයන්න. (1993)

(15) I ආවේගයක් මගින් අංශුවක ප්‍රවේගය u සිට v තෙක් වෙනස් කරයි නම් අංශුවේ ΔE චාලක ශක්ති වෙනස්වීම $\Delta E = \frac{1}{2}I.(u+v)$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව සාධනය කරන්න. එක එකක ස්කන්ධය m වන A, B, C, D සමාන අංශු හතරක් AB, BC, CD සමාන අවිතන්‍ය ලුහු තන්තු තුනකින් සම්බන්ධ කර සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත්තේ තන්තු නොබුරුල්ව ද AB, BC, CD සවිධි ෂඩස්‍රයක පාද තුනක් ද වන පරිදිය. මේසය දිගේ $\overrightarrow{BA}$ දිශාවට I විශාලත්වයෙන් යුත් ආවේගයක් A අංශුවට ලැබෙයි. D අංශුවේ ආරම්භක වේගය $\frac{1}{28m}$ බව පෙන්වන්න. පද්ධතියට ලැබෙන චාලක ශක්තිය m හා I ඇසුරෙන් සොයන්න. (1994)

(16) සුමට අචල කප්පියක් උඩින් යන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ස්කන්ධය M වූ බාල්දියක් එල්ලා තිබෙයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරේ සමාන M ස්කන්ධයෙන් යුත් ප්‍රතිතෝලකයක් දරා සිටියි. ස්කන්ධය m වූ වීදුරු බෝලයක් u ප්‍රවේගයෙන් බාල්දියේ පැතිලි පතුලේ ගැටෙන පරිදි සිරස් ලෙස හෙළනු ලැබෙයි. වීදුරු බෝලයත් බාල්දියත් අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් පළමුවැනි ගැටුමත් දෙවැනි ගැටුමත් අතර ගෙවී යන කාලය සොයන්න. තව ද පළමුවැනි ගැටුමේ සිට $T = \frac{2eu}{(1-e)g}$ මුළු කාලයකට පසු ගැටුමේ සියල්ලම නවතින බවත් T කාල ප්‍රාන්තරය තුළ දී ප්‍රතිතෝලකය කප්පියට ළඟා නොවන්නේ නම් මෙ කාල ප්‍රාන්තරය තුළ ප්‍රතිතෝලකයේ මධ්‍යක වේගය $\frac{mu}{(2M+m)(1-e)}$ බව පෙන්වන්න. (1995)

(17) A, B හා C යනු සමාන කුඩා ගෝල තුනකි. 2a දිගින් යුත් අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මඟින් A හා B ද සර්වසම තන්තුවක් මඟින් B හා C ද සම්බන්ධ කර තිබෙයි. ඒවා සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ A ත් B ත් අතර a දුරක පරතරයකුත් B ත් C ත් අතර ද a දුරක පරතරයකුත් තිබෙන සේ A හා B ගේ කේන්ද්‍ර රේඛාවට ලම්බව B හා C ගේ කේන්ද්‍ර රේඛාව පිහිටන පරිද්දෙනි. C ගෝලය u ප්‍රවේගයෙන් $\overrightarrow{BC}$ දිශාවට ප්‍රක්ෂේපණය කෙරෙයි. AB නොබුරුල් වූ වහාම A ගෝලයේත් C ගෝලයේත් වේගයන් නිර්ණය කරන්න. මේ මොහොතේ දී B ගේ ප්‍රවේගය C හි ආරම්භක දිශාව සමඟ $\tan^{-1}\frac{\sqrt{3}}{5}$ කෝණයක් සාදන දිශාවකට $\frac{2\sqrt{7}u}{13}$ බව පෙන්වන්න. තව ද චාලක ශක්තියේ භාගික හානිය BC නොබුරුල් වන විට $\frac{1}{2}$ ක් ද AB නොබුරුල් වන විට $\frac{8}{13}$ ක් ද බව පෙන්වන්න. (1996)

(18) I ආවේගයක් මඟින් අංශුවක ප්‍රවේගය u සිට v තෙක් වෙනස් වෙයි නම් අංශුවේ චාලක ශක්ති වෙනස $\frac{1}{2}\mathbf{I}.(\mathbf{u}+\mathbf{v})$ යන්නෙන් ලැබෙන බව සාධනය කරන්න. එක එකක් a දිගින් යුතු සමාන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තු හතරක් මඟින් ඈඳූ එක එකක් m ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශු හතරක් තන්තු වලින් සෑදුනු පාද සහිත ABCD රොම්බසයක කොන්වල පිහිටා සුමට තිරස් මේසයක් මත තිබෙයි. $\overrightarrow{CA}$ විකර්ණය දිගේ I බාහිර ආවේගයක් A අංශුවට ලැබෙයි. C හි අංශුව $\frac{|\mathbf{I}|}{4m}\cos 2\alpha$ ආරම්භක වේගයෙන් චලනය වන බව සාධනය කරන්න. මෙහි $B\hat{A}D = 2\alpha\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ පද්ධතියට ලැබෙන චාලක ශක්තිය $|\mathbf{I}|, m$ හා α ඇසුරෙන් සොයන්න. (1998)

(19) ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට A ගෝලයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් මේසය මත නිශ්චලව ඇති සමාන තරමේ ස්කන්ධය 2m වූ තවත් කුඩා සුමට B ගෝලයක් සමඟ සරල ලෙස ඝට්ටනය වෙයි. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e ය.

i) B ගෝලය ලබාගන්නා ප්‍රවේගය $(1+e)\frac{u}{3}$ බව පෙන්වා ගෝල අතර ආවේගය J සොයන්න.

ii) ගැටුම නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $E = \frac{I}{2}(1-e)u$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

iii) ගැටුම නිසා A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවර්ත වූයේ නම් $e > \frac{1}{2}$ බව සහ $E < \frac{1}{4}mu^2$ බව පෙන්වන්න. (2000)

(20) සමාන අරයන් සහිත A, B සුමට ගෝල දෙකක් සරල ලෙස ගැටෙන පරිදි සුමට තිරස් මේසයක් මත **ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට** චලනය වෙයි. ඒවායේ ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m, 3m වන අතර වේග 7u, 3u වෙයි. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. ගැටුමේ ආවේගය 12mu (1 + e) විශාලත්වයෙන් යුක්ත බව පෙන්වන්න. ගැටුම නිසා වඩා කුඩා A ගෝලය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙයි නම් e හි අගය නිර්ණය කර එවිට පද්ධතියේ මුල් චාලක ශක්තියෙන් $\frac{1}{15}$ ක් ඉතිරි වන බව පෙන්වන්න. (2001)

(21) සමාන අරයන් සහිත A, B, C සුමට පරිපූර්ණ ප්‍රත්‍යාස්ථ ගෝල තුනක ස්කන්ධ පිළිවෙලින් $\lambda m, m, \lambda m$ වෙයි. මෙහි $\lambda > 1$ වේ. ගෝල තුන සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ ඒවායේ කේන්ද්‍ර ඉහත අකුරු පිළිවෙලට සරල රේඛාවක පිහිටන පරිදිය. දැන් B ගෝලය u වේගයෙන් A දෙසට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ A සමඟ සරල ලෙස ගැටෙන පරිදිය.

i) මෙම පළමු ගැටීමෙන් පසු B හි වේගය $\left(\frac{\lambda-1}{\lambda+1}\right)u$ බවත්

ii) $\lambda \le 2+\sqrt{5}$ නම් B ගෝලය A සමඟ නැවත නොගැටෙන බවත් පෙන්වන්න.

(2002)

(22) 3m, m ස්කන්ධ දෙකක් අචල සුමට කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කරනු ලැබ ඇත. විශාල ස්කන්ධය ගෙබිම මත ද කුඩා ස්කන්ධය නිදැල්ලේ එල්ලෙමින් ද ඇදී ඇති තන්තුවේ කප්පිය සමඟ ස්පර්ශ නොවන කොටස් සිරස්ව ද ඇති පරිදි පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ තිබෙයි. නිශ්චලතාවයේ සිට h උසක් සිරස්ව වැටෙන තෙවැනි m ස්කන්ධයක් කුඩා ස්කන්ධයෙහි ගැටී එය සමඟ බද්ධ වෙයි. ඒ හේතුවෙන් මුළු පද්ධතියටම ආවේගීව V වේගයක් සහිත චලිතයක් ලැබෙයි. V හි අගය සොයා පහත දැක්වෙන දෑ පෙන්වන්න.

i) තන්තුවේ ඇතිවන ආවේගය $\frac{3}{5}mu$ වේ. මෙහි $u = \sqrt{2gh}$ වේ.

ii) වඩා විශාල ස්කන්ධය නගින උපරිම උස $\frac{h}{5}$ වන අතර ආවේගී මොහොතේ සිට $\frac{u}{g}$ කාලයට පසුව එම උසට ළඟා වෙයි.

(2002)

(23) කුඩා අරයන්ගෙන් හා සම ස්කන්ධයෙන් යුත් P සහ Q සුමට ගෝල දෙකක් පළල කුඩා වූ අරය a වූ ද සුමට තිරස් වෘත්තාකාර කට්ටයක පිහිටි A ලක්ෂ්‍යයක තිබේ. $t = 0$ කාලයේ දී P සහ Q ගෝල පිළිවෙලින් U සහ V වේග සහිතව ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට කට්ටය දිගේ සමගාමීව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. P සහ Q ගෝල එකිනෙක මුලින් ම ගැටෙන්නේ කවර t කාලයක දීද ? ගැටුමට පසු පිළිවෙලින් U_1 සහ V_1 වේග සහිතව කට්ටය දිගේ P සහ Q චලනය වේ නම් ද ගෝල දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e\,(<1)$ නම් ද U_1 සහ V_1 නිර්ණය කිරීම සඳහා සමීකරණ ලියන්න. $U > V$ නම්,

i) ගැටුමට පසු Q ගෝලය එහි මුල් ගමන් දිශාවට ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවට චලනය වන බවද

ii) සහ ගැටුමට පසු ගෝල දෙක ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට චලනය වන්නේ නම් $e > \frac{U-V}{U+V}$ බව ද පෙන්වන්න.

iii) හි ඇති අවශ්‍යතාව e සපුරාලයි නම්, $t = \frac{2\pi a(1+e)}{e(U+V)}$ විට P සහ Q නැවත ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

(2003)

24) කුඩා සුමට A අංශුවක් හා ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට ප්‍රත්‍යාස්ථ B අංශුවක් දිග l වූ අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක දෙකෙළවරට ගැටගසා ඇති අතර සුමට තිරස් තලයක නිසලව ඇත. දැන් පද්ධතිය තන්තුව නොබුරුල්ව AB දිශාව දිගේ u වේගයෙන් චලනය වෙයි. යම් කාලයකට පසුව B අංශුව තලය මත නිසලව ඇති ස්කන්ධය M වූ සුමට ප්‍රත්‍යාස්ථ C අංශුවක් සමඟ ගැටෙයි. B හා C අංශු අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e නම් C අංශුව සමඟ ගැටීමෙන් පසු B අංශුව $\frac{m-eM}{M+m}u$ වේගයෙන් චලනය වන බව B සහ C අතර ගැටුම් මොහොතෙන් $\frac{(M+m)l}{M(1+e)u}$ කාලයකට පසුව A අංශුව B අංශුව සමඟ ගැටෙන බව පෙන්වන්න.

(2004)

(25) සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් සුමට අචල කප්පියක් උඩින් යයි. තන්තුවේ එක කෙළවරකින් ස්කන්ධය M වූ බාල්දියක් සහ අනෙක් කෙළවරින් සමාන ස්කන්ධය සහිත ප්‍රතිතෝලකයක් දරයි. බාල්දියේ තිරස් පතුල සමග u ප්‍රවේගයෙන් ගැටෙන පරිදි ස්කන්ධය m වූ කුඩා බෝලයක් සිරස්ව අත හරිනු ලැබේ. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි නම්, $\frac{m(1+e)u}{2M+m}$ ප්‍රවේගයකින් බාල්දිය චලනය වීමට පටන්ගන්නා බව පෙන්වා තන්තුවේ ආවේගය සොයන්න. බෝලයත් බාල්දියේත් පළමුවැනි සහ දෙවැනි ගැටුම් අතර කාලයත් සොයන්න. (2006)

(26) ස්කන්ධය m සහ 2m වූ කුඩා සුමට ගෝල දෙකක් දිග 2a වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය අචල තිරස් දිග කුරකට ගැට ගසා තන්තුවේ කොටස් දෙක ඇදී තිරස්ව තිබෙන පරිදි ගෝල දෙක එකිනෙකට 2a දුරින් අල්වා තබනු ලැබේ. ගෝල දෙක දැන් නිශ්චලතාවයේ සිට එකවර මුදා හරිනු ලැබෙයි. පළමු ගැටුමෙන් වඩා බර ගෝලය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බව දී ඇත්නම් ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න. තවද,

i) දෙවැනි ගැටුමෙන් වඩා සැහැල්ලු ගෝලය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බවත්

ii) ගැටුම් ලක්ෂ්‍යය පිහිටි මට්ටමේ විභව ශක්තිය ශුන්‍ය වෙයි නම්, දෙවැනි සහ තෙවැනි ගැටුම් අතරතුර දී පද්ධතියේ මුළු යාන්ත්‍රික ශක්තිය $\frac{1}{2}mga$ බවත් පෙන්වන්න. (2007)

(27) සමාන අරයන් සහිත ස්කන්ධ පිළිවෙලින් a, b, c වූ A, B, C කුඩා සුමට ගෝල තුනක් එම පිළිවෙලට සුමට තිරස් මේසයක් මත වෙන් වෙන්ව තබා ඇත්තේ ඒවායේ කේන්ද්‍ර එකම සරල රේඛාවක පිහිටන ලෙස ය. කේන්ද්‍ර රේඛාව දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේප කරනු ලබන්නේ B හි ගැටෙන පරිදිය. ඊළඟට B ගෝලය C සමග ගැටෙයි. එක් එක් ගෝල යුගලය සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වෙයි. C ඉවතට චලනය වන ප්‍රවේගය $\frac{(1+e)^2u}{\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{c}{b}\right)}$ බව පෙන්වන්න. පිළිවෙලින් පළමුවැනි සහ දෙවැනි ගැටුම්වලින් පසු A සහ B නිසලතාවට පැමිණෙන බව තවදුරටත් දී ඇත්නම් a : b : c අනුපාතය සොයා පද්ධතියෙහි ඉතිරිවන චාලක ශක්තිය මුල් චාලක ශක්තියේ භාගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. (2008)

(28) දිග l වූ සරල අවලම්බයක් නිශ්චලතාවේ එල්ලී ඇත්තේ බට්ටා තිරස් ගෙබිමක සිට $2l$ උසකින් ඇතිවය. බට්ටාට සමාන ස්කන්ධයෙන් යුත් අංශුවක් බට්ටා සමග තිරස්ව ගැටී පසුව තන්තුවේ ආරම්භක රේඛාවේ සිට $\frac{l}{2}$ තිරස් දුරකින් පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක දී ගෙබිමට ළඟාවෙයි. ක්ෂණිකව නිශ්චලතාවට පැමිණීමට පෙර තන්තුව α සුළු කෝණයකින් හැරෙයි නම් අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{8\sin\frac{\alpha}{2}-1}{8\sin\frac{\alpha}{2}+1}$ බව පෙන්වන්න. (2009)

(29) සුමට තිරස් තලයක සිට h උසින් පිහිටි ස්කන්ධය m වූ සුමට අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ නිශ්චලතාවෙන් වැටෙන අතර තලයේ ගැටී පොලා පනී. ගැටීම නිසා ඇතිවන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{mgh}{4}$ වේ නම්, අංශුව හා තලය අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය සොයන්න. අංශුව $\frac{3h}{4}$ උසකට පොලා පනින බව පෙන්වන්න. (2012)

(30) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. එක එකක ස්කන්ධ 2m වූ අංශු දෙකක් මේසය මත ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශාවලට u හා 2u වේගවලින් නිසලව තිබෙන අංශුව දෙසට චලනය වෙමින් එය සමග එකවිට ගැටී හා වේ. ගැටුම්වලට පසු සංයුක්ත අංශුවේ වේගය සොයා ගැටුම් නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $\frac{23}{5}mu^2$ බව පෙන්වන්න. (2013)

(31) අංශුවක් අචල දෘඪ තිරස් ගෙබිමක් වූ ලක්ෂ්‍යකින් සිරස්ව උඩු අතට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගුරුත්වය යටතේ චලනය වීමෙන් පසු එය ගෙබිම හා ගැටෙයි. අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $e(0 < e < 1)$ වේ.

i) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

ii) තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුව ගන්නා කාලය $\frac{2u}{g}(1+e+e^2)$ බව පෙන්වන්න.

iii) නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට අංශුව ගන්නා මුළු කාලය $\frac{2u}{g(1-e)}$ බව දුරටත් පෙන්වන්න. (2013)

(32) සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් පවතින ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, P හි පෙතෙහි නිසලව තිබෙන m ස්කන්ධය සහිත වෙනත් Q අංශුවක් සමග සරල ලෙස ගැටෙයි. අංශු දෙක අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e $(0 < e < 1)$ නම්, ගැටුමෙන් පසු P හා Q හි ප්‍රවේගවල ඓක්‍යය හා අන්තරය සඳහා ප්‍රකාශන, u හා e ඇසුරෙන් ලබා ගන්න. **ඒනයින්**, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, ගැටුමට පසු පද්ධතියේ ඉතිරි වන චාලක ශක්තිය, මුල් චාලක ශක්තියට දරන අනුපාතය $(1+e^2) : 2$ බව පෙන්වන්න. (2015)

<u>වෘත්ත චලිතය</u>

(1) ස්කන්ධය m වූ පබළුවක් සිරස් තලයක අචල ව සවි කරන ලද අරය a වූ වෘත්තාකාර සුමට කම්බියකට අමුණා ඇත. පබළුවට ආදා ඇති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් කම්බියේ කේන්ද්‍රයෙහි පිහිටි අචල සුමට මුද්දක් තුළින් ගොස් නිදහස් ව එල්ලෙන ස්කන්ධය M වූ අංශුවක් දරයි. කම්බියේ පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\sqrt{kga}$ වේගයකින් පබළුව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබයි. පබළුව කම්බියේ මුදුනට නැගීමට අවශ්‍ය k හි අඩුතම අගය සොයන්න. k = 6 යයි ගනිමින් M, m හා 7m අතර පිහිටයි නම් චලිතයේ යම් අවස්ථාවක දී පබළුව හා කම්බිය ප්‍රතික්‍රියාව අතුරුදහන් වන බව පෙන්වන්න. (1975)

(2) m ස්කන්ධය ඇති අංශුවක් දිග 2a වූ ද, භේදක ආතතිය 10 වූ ද, ලුහු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවකින් A අචල ලක්ෂ්‍යයට ඈඳා තිබෙයි. ආරම්භයේ දී A ට සිරස් ලෙස පහලින් එල්ලෙමින් තිබෙන අංශුවට $4\sqrt{ag}$ වේගයකින් තිරස් ලෙස ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. ඉක්බිත් ඇතිවන චලිතයේ දී තන්තුව නොකැඩෙන බව පෙන්වන්න. තන්තුව තිරස් වත්ම A ට a දුරක් ඇතින් පිහිටි P අචල නාදත්තෙක ගැටී අංශුව P වටා භ්‍රමණය වීම පටන් ගනියි නම් නාදත්තේ ගැටුන විගස එම තන්තුව කැඩෙන බව පෙන්වන්න. (1977)

(3) අංශුවක් a අරයෙන් යුත් සුමට සිරස් වෘත්තයෙක ඇතුළු පැත්ත මත චලනය වෙයි. වෘත්තයේ පහළ ම ලක්ෂ්‍යයේ දී $\sqrt{\frac{7ag}{2}}$ ප්‍රවේගයෙන් වෘත්තය දිගේ අංශුව ප්‍රක්ෂේප කළහොත් එය වෘත්තයෙන් ඉවත් වන බව පෙන්වා එසේ වන්නේ කොතැනදී දැයි සොයන්න. ඉන් ඉක්බිති ඇතිවන චලිතයේ දී අංශුව වෘත්තයේ පහළම ලක්ෂ්‍ය හරහා යන බවත් පෙන්වන්න. (1979)

(4) m ස්කන්ධය ඇති අවල අංශුවක් අවල ලක්ෂ්‍යයකට සවිකළ ℓ දිගැති තන්තුවකින් නිශ්චලතාවෙන් එල්ලෙයි. මේ අංශුවට තිරස් දිශාවකට u වේගයක් දෙනු ලැබෙයි. තන්තුව යටියත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට v වේගයත් T ආතතියත් සඳහා ප්‍රකාශය සොයන්න.

i) $u^2 < 2gl$ නම් θ හි 0 ත් 90^0 ත් අතර පිහිටි අගය සඳහා $v = 0$ ද T ධන වන සේ $\theta = \alpha_1$ අගයක් පවත්නා බවත්,

ii) $2gl < u^2 < 5gl$ නම්, θ හි 90^0 ත් 180^0 ත් අතර පිහිටි අගය සඳහා $T = 0$ වන සේද v අතුරුදහන් නොවන සේ ද $\theta = \alpha_2$ අගයක් පවත්නා බවත්,

iii) $u^2 > 5gl$ නම්, θ හි ඕනෑම අගයක් සඳහා T ධන බව හා v අතුරුදහන් නොවන බවත් පෙන්වන්න.

ඉහත එක් එක් අවස්ථාවිදී අංශුවේ චලිතය විස්තර කරන්න. (1980)

(5) a අරයෙන් යුතු අවල සුමට ගෝලීය කබොලක් තුළ චලනය වීමට නිදහසේ ඇති අංශුවක්, කබොලේ පහළම P ලක්ෂ්‍යයේ සිට, $\sqrt{\lambda ag}$ ප්‍රවේගයෙන් තිරස් ලෙස ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. $2 < \lambda < 5$ නම් අංශුව ඉහළම ලක්ෂ්‍යයට එළැඹීමට පෙර කබොළ හැර යන බවත් අනතුරුව ඇතිවන චලිතයේ දී එය P ට ඉහළින් $\frac{a}{54}$ $(8-\lambda)(1+\lambda)^2$ උසකට එළැඹෙන බවත් පෙන්වන්න. (1980)

(6) ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් අවල ලෙස සවිකර තිබේ. එහි අනෙක් කෙළවර ඈඳා ඇති ගලක් සිරස් වෘත්තයක් ඔස්සේ භ්‍රමණය වන සේ පද්දනු ලැබේ. ගල විෂ්කම්භයක දෙකෙළවරෙහි පිහිටි විට තන්තුවේ ඇතිවන ආතතිවල ඓක්‍ය සියලුම විෂ්කම්භ සඳහා එකම වන බව පෙන්වන්න. වෘත්තය a අරයෙන් යුක්ත යැයි දී ඇති විට, ගල වෘත්තය ඔස්සේ ගෙන යාමට පහළම ලක්ෂ්‍යයේ දී අවශ්‍ය වන අඩුම ප්‍රවේගය සොයන්න. (1981)

(7) P අංශුවක් a දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් ඇසුරෙන් O අවල ලක්ෂ්‍යයකට සබැඳ තිබේ. O ට සිරස් ලෙස ඉහළින් a උසක දී P අල්ලා තබාගෙන එය තිරස් දිශාවක් ඔස්සේ u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ.

i) $u^2 \geq ag$ නම්, P අංශුව සම්පූර්ණ වෘත්ත ගෙවන බව පෙන්වන්න.

ii) $u^2 < ag$ නම්, P අංශුව $2\left\{\frac{a}{g}\left(1-\frac{u^2}{ag}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$ කාලයක් ගුරුත්වය යටතේ නිදැල්ලේ චලනය වන බව පෙන්වන්න. (1981)

(8) a දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක්, පිරිපුන් රළු තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලතාවෙහි තිබෙන M ස්කන්ධයෙන් යුත් A භාරයකට ඈඳා තිබෙයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර m ස්කන්ධයෙන් යුත් B අංශුවකට ඈඳා තිබෙයි. B අංශුව A සිට a දුරකින් අල්ලා තබා ගෙන සිරස් ලෙස උඩු අතට u $\left(3 \leq \frac{u^2}{ag} \leq 6\right)$ ප්‍රවේගයෙන් මේසයේ සිට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. A භාරය නිශ්චලතාවෙහි ඇතැයි උපකල්පනය කර, AB තන්තුව තිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. A භාරය මත මේසයෙහි අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව $Mg\left[1-\frac{m}{M}\sin\theta\left(\frac{u^2}{ag}-3\sin\theta\right)\right]$ බව පෙන්වන්න. මේ ප්‍රකාශනයේ අඩුතම අගය සොයන්න.

මෙ නයින් $\frac{M}{m} > \frac{1}{12}\left(\frac{u^2}{ag}\right)^2$ නම් B අර්ධ වෘත්තයක් ගෙවා යත්ම A භාරය මේසයත් සමඟ ස්පර්ශ වී පවත්නා බව පෙන්වන්න. (1983)

(9) ස්කන්ධය m වන අංශුවක්, ස්කන්ධය M වන පියන වසන ලද පෙට්ටියක පියනෙන් එල්ලෙමින් පවතින දිග a වන ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකට අමුණා ඇත. පෙට්ටිය රළු තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලව තබා ඇත. තන්තුව තද ව සිටින සේ අංශුව පියනට ලංව තබා මුදා හරිනු ලැබේ. පෙට්ටිය චලනය නොවේ යැයි උපකල්පනය කරමින් මේසයෙන් පෙට්ටියට ඇති කරන ලද ඝර්ෂණ බලය හා අභිලම්භ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. පෙට්ටිය ඇල නොවී පවතී යැයි උපකල්පනය කර පෙට්ටිය ලිස්සා නොයාමට අවශ්‍යතාව, $\mu > \frac{3m}{2\sqrt{\{M(M+3m)\}}}$ බව පෙන්වන්න. මෙහි μ යනු පෙට්ටිය හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය වේ. (1984)

(10) අචල තිරස් වෘත්ත සිලින්ඩරයක සුමට පෘෂ්ඨයේ A ලක්ෂ්‍යයක අංශුවක් වෙයි. එම අංශුව සිලින්ඩරයේ අක්ෂයට ලම්බ තලයක් මත සිලින්ඩරයට ඇති ස්පර්ශකය දිගේ වූද සිලින්ඩරයේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයෙන් ඈත් වන දිශාවට වූද u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබෙයි. A ලක්ෂ්‍යය පිහිටියේ සිලින්ඩරයේ අක්ෂයෙහි මට්ටමේ සිට h උසිනි. $u^2 > gh$ නම්, අංශුව වහාම පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන නමුත් $u^2 < gh$ නම්, එය පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන්නේ A හි මට්ටමේ සිට $\frac{l}{3g}(gh-u^2)$ ගැඹුරක දී බව පෙන්වන්න. තවද, අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන මොහොතේ දී එහි ප්‍රවේගය $\sqrt{\frac{1}{3}(2gh+u^2)}$ බවත් දක්වන්න. (1985)

(11) අවිතන්‍ය තන්තුවකින් ආඳන ලද පබළු දෙකක් සිරස් තලයක සවි කරන ලද සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක් දිගේ සර්පණය වීමට නිදහස් ය. ඒවායේ ස්කන්ධ m හා M(>m) වෙයි. තන්තුව ඇදී තිබෙන විට එය කේන්ද්‍රයේ 2α කෝණයක් ආපාතනය කරයි. ආරම්භයේ දී පබළු නිශ්චලව පිහිටන ලෙසත් තන්තුව කේන්ද්‍රයට ඉහළින් තිරස්ව පිහිටන ලෙසත් තබා මුදා හරිනු ලැබේ. තන්තුව තිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට $\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{a}\left[\cos\alpha - \frac{M\cos(\theta+\alpha)+m\cos(\theta-\alpha)}{M+m}\right]$ බව පෙන්වන්න. මෙහි a වෘත්තාකාර කම්බියේ අරයයි. එමගින් හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, තන්තුව සිරස් වන්නට පෙර එහි ආතතිය $\frac{2Mmg\tan\alpha\cos\theta}{M+m}$ බව පෙන්වන්න. (1986)

(12) O කේන්ද්‍රය හා a අරය සහිත අචල සුමට ඝන ගෝලයෙක පෘෂ්ඨය මත A නම් ලක්ෂ්‍යයෙක P නම් බර අංශුවක් රඳවා තබා පසුව එය මුදා හරිනු ලැබේ. මෙහි A ලක්ෂ්‍යය පිහිටා ඇත්තේ උඩු සිරස සමග OA රේඛාව α සුළු කෝණයක් සාදන අන්දමටය. OP රේඛාව උඩු සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට අංශුව ගෝල පෘෂ්ඨය මත තව දුරටත් තිබුණ හොත් අංශුවේ ප්‍රවේගය $\sqrt{2ag(\cos\alpha-\cos\theta)}$ බව පෙන්වා මෙම මොහොතේ දී අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. එනයින් OP රේඛාව උඩු සිරස සමග $\cos^{-1}\left(\frac{2\cos\alpha}{3}\right)$ කෝණයක් සාදන විට අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවතට යන බව පෙන්වන්න. (1988)

(13) දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් R නම් කුඩා සුමට අචල මුදුවක් තුළින් ගමන් කරයි. ස්කන්ධයෙන් m සහ λm ($\lambda > 1$) වන P සහ Q අංශූන් තන්තුවේ කෙළවරට ගැට ගසා ඇත. කේන්ද්‍රය ලෙස ඇති C ලක්ෂ්‍යයක් වටා ω නියත කෝණික ප්‍රවේගයකින් P අංශුව තිරස් වෘත්තයක් ගෙවා යයි. R ට සිරස් ලෙස පහළින් C පිහිටයි නම් හා C හිදී Q නිශ්චලතාවේ පවතී නම්

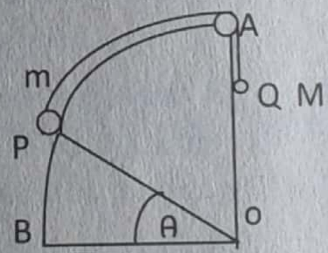
i) $\omega^2 = \frac{g(1+\lambda)}{l}$ සහ

ii) තන්තුව මුදුව මත mg $\sqrt{2\lambda(1+\lambda)}$ විශාලත්වයෙන් යුත් බලයක් යොදන බව පෙන්වන්න. (1989)

(14) ස්කන්ධය m වන P අංශුවක් අභ්‍යන්තර අරය a සහ කේන්ද්‍රය O වන අචල කුහර ගෝලයක සුමට ඇතුලත පෘෂ්ඨය මත සිරස් වෘත්තයක චලනය වේ. වෘත්තයේ තලය O හරහා යනු ලැබේ. අංශුව u තිරස් ප්‍රවේගයකින් ගෝලයේ පහලම ලක්ෂ්‍යයේ සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. OP රේඛාව උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ ප්‍රවේගය V ද අංශුව සහ ගෝලය අතර ප්‍රතික්‍රියාව R ද නම් $v^2 = u^2 - 2ag(1+\cos\theta)$ සහ $R = \frac{m}{a}\{u^2 - ag(2+3\cos\theta)\}$ බව පෙන්වන්න. $u^2 = (2+\sqrt{3})ag$ නම් $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ තැනදී අංශුව ගෝලයෙන් ඉවත් වන බව ද එහි පරාවක්‍රය O හරහා යන බවද පෙන්වන්න. (1989)

(15) i) m ස්කන්ධයෙන් යුතු P නම් අංශුවක් l දිගැති ලුහු තන්තුවක් මගින් A අචල ලක්ෂ්‍යයට ඈදා තිබෙයි. A ට පහළින් $l\cos\alpha$ ගැඹුරකදී $l\sin\alpha$ අරය සහිත තිරස් වෘත්තාකාර කක්ෂයක් ω නියත කෝණික ප්‍රවේගයක් සහිතව P අංශුව සළකුණු කරයි. $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{g}{l\omega^2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

ii) m ස්කන්ධය සහිත උප ග්‍රහයෙක් අරය b සහිත වෘත්තාකාර කක්ෂයක් පොළොවෙහි සමක තලයේ සළකුණු කරයි. පොළොව හා උපග්‍රහයා එකිනෙකට ආකර්ෂණය වන්නේ $\frac{\gamma Mn}{r^2}$ යනුවෙන් දැක්වෙන බලයකිනි. මෙහි M යනු පොළොවේ ස්කන්ධය ද r යනු උපග්‍රහයාත් පොළොවත් අතර දුර ද γ යනු නියතයක් ද වෙයි. පොළොව භ්‍රමණය වන්නේ ω කෝණික ප්‍රවේගයක් සහිත ව නම් පොළොවට සාපේක්ෂව උපග්‍රහයා නිශ්චලතාවේ පිහිටන්නේ $b = \left(\frac{\gamma M}{\omega^2}\right)^{\frac{1}{3}}$ වන විට බව පෙන්වන්න. (1990)



(16) රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ සුමට අචල ඝන වස්තුවකින් තනා ගත් වෘත්ත පාදයක සිරස් කඩකි. එහි මුදුනේ A නම් සුමට කප්පියක් උඩින් වැටී ඇති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක දෙකෙළවරට පිළිවෙලින් m හා M(M>m) ස්කන්ධ සහිත P හා Q අංශු දෙකක් ඈදා තිබෙයි. OP (OB එල්ලේ) තිරස් වන විට චලිතය ආරම්භ කරයි නම්,

$(M+m)a\dot{\theta}^2 = 2g(M\theta - m\sin\theta)$ බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු t කාලයේදී OP හා OB අතර කෝණය වේ. ඒ නයින් P අංශුවත් වක්‍ර පෘෂ්ඨයත් අතර ප්‍රතික්‍රියාව

i) $M < 3m$ ලෙස පවතින අවස්ථාවේ $\cos\alpha = \frac{2M}{M+3m}$ යනුවෙන් දැක්වෙන α අගයට අනුව $\theta = \alpha$ වන විට උපරිමය වන බවත්

ii) $\frac{3m}{M} < (\pi - 1)$ ලස පවතින අවස්ථාවේ $\theta = 0$ හෝ $\sin\beta = \frac{2M\beta}{M+3m}$ සමීකරණය තෘප්ත කරන β අගයට අනුව $\theta = \beta$ හෝ වන විට අතුරුදහන් වන බවත්, පෙන්වන්න. (1990)

(17) A හා B යනු Bට ඉහළින් A ද ඒවා අතර c පරතරයක් ද තිබෙන සේ එකම සිරස් රේඛාවේ පිහිටි අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. නිදහසේ චලනය විය හැකි C නම් බර කුඩා

මුදුවක් තුළින් යැවූ ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් එම ලක්ෂ්‍ය සම්බන්ධ කර තිබෙයි. C මුදුව ω නියත කෝණික වේගයක් ඇතිව AB මත කේන්ද්‍රය පිහිටන තිරස් වෘත්තයක් සලකුණු කරන විට A හිත් B හිත් සිට C ට දුර පිළිවෙලින් b හා a වෙයි. $b > a$ බවත් ω^2 යන්න $(\cos A - \cos B)\,\omega^2 = g\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$ මඟින් දෙනු ලබන බවත් පෙන්වන්න. මෙහි A හා B මඟින් පිළිවෙලින් $B\hat{A}C$ හා $A\hat{B}C$ දක්වනු ලැබෙයි. තව දුරටත් $\omega^2 = \frac{2gc}{b-a} \quad \frac{a+b}{\{(a+b)^2-c^2\}}$ බව පෙන්වීමට ABC ත්‍රිකෝණය සඳහා කෝසයින් සූත්‍රය භාවිත කරන්න. (1991)

(18) දිග a වන OP ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවකට ගැට ගසා ඇති ස්කන්ධය m වන P අංශුවක්, තන්තුව ඇදී පවතිමින් කේන්ද්‍රය O වන පූර්ණ සිරස් වෘත්තයක භ්‍රමණය වෙයි. පහළම පිහිටීමේ දී P හි ප්‍රවේගය V නම් OP රේඛාව යටි සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට තන්තුවේ T ආතතිය

$T = \frac{m}{a}[V^2 - 2\,ag + 3ag\cos\theta]$ යන්නෙන් ලැබෙන බවත් $V^2 > 5\,ag$ බවත් පෙන්වන්න. තවද, ඉහළම පිහිටීමේ දී P හි ප්‍රවේගය $\frac{V}{2}$ නම් V නිර්ණය කර P අංශුව පහළම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතියේත් ඉහළම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආතතියේත් අනුපාතය 19: 1 බව පෙන්වන්න. (1991)

(19) දිග a වූ සැහැල්ලු අවතන්‍ය තන්තුවක එක කෙළවරක් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇති අතර P අනක් කෙළවරට ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සම්බන්ධ කරනු ලැබ, තන්තුව සිරස්ව එල්ලෙමින් නිසලව පවතී. අංශුව $\sqrt{\lambda ag}$ තිරස් වේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. තන්තුව ඇදී පවති යැයි ද චලිතය O හරහා යන සිරස් තලයක සිදුවේ යැයිද උපකල්පනය කරමින් තන්තුව θ කෝණයකින් හැර ඇතිවිට අංශුවේ v වේගය

$V^2 = 4\,ag\left[\frac{\lambda}{4} - \sin^2\theta/2\right]$ මඟින් ද තන්තුවේ ආතතිය

$T = 6mg\left[\frac{\lambda+1}{6} - \sin^2\theta/2\right]$ මඟින් ද දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. මෙම රාශි දෙකම සමගාමීව ශුන්‍ය වන λ හි අගය කුමක් ද? ඒ නයින්,

i) $0 < \lambda < 2$ නම් තන්තුව ඇදී පවතිමින් අංශුව ක්ෂණික නිශ්චලතාවට පැමිණෙන බව පෙන්වා, මෙය සිදුවන විට θ හි අගය λ ඇසුරෙන් සොයන්න.

ii) $2 < \lambda < 5$ නම් අංශුව චලනය වෙමින් තිබියදී තන්තුව බුරුල්වන බව පෙන්වා මෙය සිදුවන විට θ හි අගය λ ඇසුරෙන් සොයන්න.

iii) $\lambda \geq 5$ නම් අංශුව සම්පූර්ණ වෘත්ත චලිතයක යෙදෙන බව පෙන්වන්න.

(20) සුමට පටු කුහර බටයක්, කේන්ද්‍රය O ද අරය a ද වූ වෘත්තයෙක හැඩයට නමා එහි තලය සිරස්ව තිබෙන සේ සවි කර ඇත. පිළිවෙලින් ස්කන්ධය m හා km වන P හා Q අංශු දෙක $\frac{\pi a}{2}$ දිගැති ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් ඇඳා බටය තුළ තබා ඇත්තේ O ට සිරස් ලෙස ඉහළින් P ද O හා එකම මට්ටමක Q ද පිහිටන පරිදි ය. තන්තුව බටය තුළ වෙයි. $t = 0$ කාලයේ දී පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබෙයි. t කාලයෙක දී OP උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදයි නම් යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය උපයෝගී කරගෙන තන්තුව නොබුරුල් ව පවතුනහොත් $\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{g}{a(1+k)}(\sin\theta + k\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න. $0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$ විට පමණක් ඉහත සමීකරණය වලංගු වන බව අපෝහනය කරන්න. P අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. $k > 3 - 2\sqrt{2}$ නම් තන්තුව බුරුල් වීමට පෙර ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව වෙනස් වන බව පෙන්වන්න. (1992)

(21) අ) කේතු අවලම්බයක බට්ටාගේ වේගය V ද එය චලනය වන වෘත්තයේ අරය r ද වේ. තන්තුවේ දිග l නම $V^2 = \frac{gr^2}{\sqrt{l^2-r^2}}$ බව පෙන්වා පරිභ්‍රමණ කාලය සොයන්න.

ආ) ස්කන්ධය m වූ පබළුවක්, සිරස් තලයක සවිකොට ඇති අරය a වූ සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක අමුණා ඇත. පබළුව u වේගයකින් කම්බියේ පහළම ලක්ෂ්‍යයේ සිට ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. පබළුවේ දෛශික අරය යටියත් සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට කම්බියේ පිට් අතට ප්‍රතික්‍රියාව R වෙයි නම්, $R = mg\left[2 - 3\cos\theta - \frac{u^2}{ag}\right]$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. පබළුව ඉහළම ලක්ෂ්‍යයට ළඟාවීම සඳහා, u හි අඩුතම අගය ද සොයන්න. (1993)

(22) P අංශුවක් Oxy තලයේ පිහිටි අරය a ද කේන්ද්‍රය O ද වූ වෘත්තයක චලනය වෙයි. P ගේ ත්වරණයේ අරීය සංරචකයත් තිර්යක් සංරචකයත් පිළිවෙලින් $-a\dot{\theta}^2$ හා $a\ddot{\theta}$ වන බව පෙන්වන්න. මෙහි θ යනු OP ත් x අක්ෂයත් අතර කෝණයයි. a අරයෙන් හා O කේන්ද්‍රයෙන් යුත් සුමට අර්ධ ගෝලයක් එහි පතුල තිරස් තලයක පිහිටන සේ සවිකර තිබෙයි. m ස්කන්ධයෙන් යුත් P නම් බර අංශුවක් අර්ධගෝලයේ ඉහළම ලක්ෂ්‍යයේ නිසලව තිබී මදක් විස්ථාපනය කළ පසු අර්ධගෝලයේ වක්‍ර පෘෂ්ඨයේ මත සර්පණය වෙයි. OP අරය උඩු සිරස සමග θ ($< \frac{\pi}{2}$) කෝණයක් සාදන විට

i) P ගේ ප්‍රවේගයත්

ii) P මත ප්‍රතික්‍රියාවත් සොයන්න.

අංශුව අර්ධගෝලයේ පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත්ව යන විට P ගේ ප්‍රවේගයේ තිරස් සංරචකයත් සිරස් සංරචකයත් පිළිවෙලින් $\frac{\sqrt{24ag}}{9}$ ද $\sqrt{\frac{30ag}{9}}$ ද බව පෙන්වන්න. (1994)

(23) m ස්කන්ධයෙන් යුත් කුඩා P මුදුවකට සිරස් තලයක සවිකර තිබෙන කේන්ද්‍රය O ද අරය a ද වන සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක සර්පණය වීමට නිදහස ඇත. කම්බියේ ඉහළම A ලක්ෂ්‍යයට මුදුව ඈඳා ඇත්තේ ස්වාභාවික දිග a ද ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg ද වන ලුහු ප්‍රත්‍යස්ත තන්තුවක් මගිනි. මුදුව කම්බියේ පහළම B ලක්ෂ්‍යයේ තබා කම්බියට ස්පර්ශක දිශාවකට u ($> \sqrt{2ag}$) තිරස් ප්‍රවේගයක් එයට දෙනු ලැබෙයි. t වේලාවේදී $B\hat{O}P = \theta$ ලෙස ගෙන ස්පර්ශක දිශාව ඔස්සේ අංශුව සඳහා චලිත සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $0 \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$ විට $a^2\dot{\theta}^2 = u^2 - 4ag\left(1 - \cos\frac{\theta}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න. තව ද $u \leq \sqrt{3ga}$ වෙයි නම් මුදුව ක්ෂණික නිශ්චලතාවට පත්වන්නේ OP රේඛාව උඩු සිරස සමග $\cos^{-1}\left(\frac{u^2-ga}{ag}\right)$ කෝණයක් සාදන බවත් පෙන්වන්න.

(1996)

(24) ළමා උයනක තිබෙන ඔන්චිල්ලාවක් සැහැල්ලු සිහින් AB ලෑල්ලකින් හා එකම තිරස් මට්ටමෙහි පිහිටි A'B'අචල ලක්ෂ්‍ය දෙකකට සවිකරන ලද එක එකක දිග l බැගින් වූ දිග සිරස් සැහැල්ලු AA', BB' සමාන කඹ දෙකකින් සමන්විත වේ. ස්කන්ධය m වූ ළමයෙක් ඔහුගේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය G ලෑල්ල මත පිහිටන පරිදි ලෑල්ලේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය මත ඉඳගෙන සිටී. ලෑල්ලට ABB'A'තලයට ලම්බව තිරස් u $\left(< \sqrt{2gl}\right)$ ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ.

i) ළමයා ඔන්චිල්ලාවට සාපේක්ෂව නිසලව ඉඳගෙන සිටී. θ යනු ABB'A' හි සිරසට ආනතිය විට කඹයේ ආතතිය T, $\frac{T}{mg} = \frac{u^2}{2gl} + \frac{3}{2}\cos\theta - 1$ යන්නෙන් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ii) ඔන්චිල්ලාව $\theta = \alpha$ ක්ෂණික නිසලතා පිහිටීමට පැමිණි විට ළමයා සක්‍රිය වී ABB'A'තලයේ ලෑල්ල මත වහාම සිටගෙන ඉන්පසු ක්‍රමයෙන් පහත් වී ඔන්චිල්ලාව $\theta = O$ සිරස් පිහිටීමට ආපසු පැමිණෙත්ම ඉඳගත් ඉරියව්වට එයි. ඔන්චිල්ලාවේ කෝණික විස්තාරය α සිට β දක්වා වැඩි වන බව පෙන්වන්න. මෙහි $\cos\beta = \left(1 - \frac{h}{l}\right)\cos\alpha$ වන අතර h යනු ළමයා ලෑල්ල මත සිටගෙන ඉන්නා විට ලෑල්ලේ සිට G ට ඇති දුර වේ. ළමයා විසින් වැය කරන ලද ශක්තිය කොපමණ ද? (1997)

(25) ස්කන්ධය M ද පාදයක දිග 2a ද වූ ඒකාකාර කුහර ඝනකාකාර පෙට්ටියක් රළු තිරස් මේසයක් මත නිශ්චලතාවේ තිබෙයි. m ස්කන්ධයෙන් යුත් බට්ටෙක් සහිත $l(< a)$ දිගැති සරල අවලම්බයක් පෙට්ටියේ උඩ මුහුණතේ මධ්‍යලක්ෂ්‍යයේ එල්ලා ඇත. අවලම්බය උඩ මුහුණතේ ගැටෙන්නේ නැතිව සිරසෙන් දෙපසට සෘජුකෝණ සාදමින් දෝලනය වෙයි. අවලම්බය සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට තන්තුවේ ආතතිය T සොයන්න. පිළිවෙළින් ඝර්ෂණ බලය හා පෙට්ටියත් මේසයත් අතර අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව F හා R නම්, $\frac{F}{R} = \frac{\sin 2\theta}{\lambda + \cos}$ බව සාධනය කරන්න.

මෙහි $\lambda = 1 + \frac{2M}{3M}$ μ යනු මේසයත් පෙට්ටියත් අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය විට $\mu \geq \frac{3m}{2\sqrt{M(M+3m)}}$ බව අපෝහනය කරන්න. (1998)

(26) කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අචල සුමට කුහර ගෝලයක ඇතුළත පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ ඇති P අංශුවක්, $2ga < u^2 < 5ga$ වන පරිදි වූ u වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. OP රේඛාව θ කෝණයකින් හැරී ඇතිවිට අංශුව තවම ගෝලයේ පෘෂ්ඨය සමග ස්පර්ශ වී ඇත්නම් එහි වේගය සොයන්න. තිරස සමඟ $\alpha = \cos^{-1}\left(\frac{u^2-2ga}{3ga}\right)$ සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවකට උඩු අතට චලනය වෙමින් තිබියදී, $v = \sqrt{\frac{u^2-2ga}{3}}$ වේගයෙන් අංශුව ගෝලයේ පෘෂ්ඨයෙන් ඉවතට යන බව පෙන්වන්න. ඉන්පසුව ගුරුත්වය යටතේ කෙරෙන නිදහස් චලිතයේදී අංශුව ගෝලයේ O කේන්ද්‍රය හරහා යයි නම් $\tan^2 a = 2$ බවත් $u^2 = (2+\sqrt{3})\, ga$ බවත් පෙන්වන්න. (1999)

(27) ස්කන්ධය m වූ කුඩා P පබළුවක් සිරස් තලයක සවිකර ඇති අරය a සහ කේන්ද්‍රය O වූ සුමට වෘත්තාකාර කම්බියක අමුණා ඇත. පබළුව ආරම්භයේදී කම්බියේ පහත්ම A ලක්ෂ්‍යයේ තබා කම්බිය දිගේ u වේගයෙන් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t කාලයේ දී OP හැරී ඇති කෝණය θ මගින් දක්වමින් $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \left(\frac{u}{a}\right)^2 - \frac{2g}{a}(1-\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න. කම්බියේ ඉහළම ලක්ෂ්‍ය කරා පබළුව යම්තම් ළඟාවන පරිදි u හි අගය සොයන්න. u හි මෙම අගය සඳහා

i) $\frac{d\theta}{dt} = 2\sqrt{\frac{g}{a}}\cos\frac{\theta}{2}$ බව,

ii) පබළුව හා කම්බිය අතර ප්‍රතික්‍රියාව $mg(2 + 3\cos\theta)$ බව

iii) ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව මාරු වන ලක්ෂ්‍ය කරා ළඟා වීමට පබළුව ගන්නා කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}}\ln(\sqrt{6}+\sqrt{5})$ බව පෙන්වන්න. (2000)

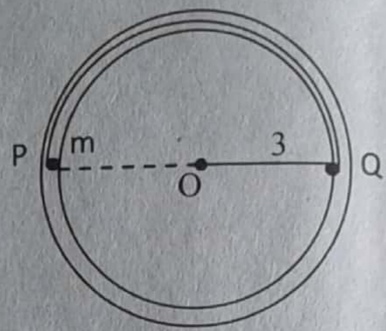
(28) කේන්ද්‍රය O සහ අභ්‍යන්තර අරය a වූ අචල කුහර ගෝලයක සුමට අන්තඃ පෘෂ්ඨය මත චලනය වීමට නිදහස ඇති P අංශුවක් එම පෘෂ්ඨයේ පහත්ම A ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඇත. ඊළඟට අංශුව ආරම්භක $\sqrt{nga}$ වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. මෙහි $n > 0$ වේ. අංශුව පෘෂ්ඨය සමඟ ස්පර්ශව තිබෙන අතරතුරේදී OP හැරෙන කෝණය θ වන විට පෘෂ්ඨයෙන් අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න. $2 < n < 5$ වෙයි නම් $\sqrt{\frac{(n-2)ga}{3}}$ වේගයක් සහිතව P අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත්වන බව පෙන්වන්න.

පෘෂ්ඨයෙන් P ඉවත් වන්නේ O හි මට්ටමෙන් $\frac{a}{2}$ උසක තිබියදී නම්,

i) $n = \frac{7}{2}$ බවත්

ii) ගුරුත්වය යටතේ පසුව සිදුවන නිදහස් චලිතයේ දී P හි පෙත A හරහා යන බවත් පෙන්වන්න. (2000)

(29) 1 වන රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ වෘත්තයක ආකාරයට නවන ලද පටු සුමට නලයකි. එය සිරස් තලයක සවිකර ඇත. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m, 3m වූ P, Q අංශු දෙකක් දිග πa වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය නොබුරුල් තන්තුවකින් සම්බන්ධ කරනු ලැබ නළය තුළ බහා ඇත. ආරම්භයේ දී නලයේ තිරස් විෂ්කම්භයේ ප්‍රතිවිරුද්ධ කෙළවරට අංශු ද නලයේ උඩත් භාගයෙහි තන්තුව ද තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. මුදා හල මොහොතේ සිට t කාලයක දී θ කෝණයකින් O,P හැරී ඇත්නම් **ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්** $a\,\dot{\theta}^2 = g\sin\theta \left[0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right]$ බව පෙන්වන්න. මෙම මොහොතේ දී නලයෙන් P අංශුව මත යෙදෙන බලය සොයන්න. (2001)



(30) කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අචල ගෝලයක පිටත සුමට පෘෂ්ඨය මත වූ A ලක්ෂ්‍යයක නිශ්චලතාවයේ තබා P අංශුවක් මුදා හරිනු ලැබේ. උඩු සිරස සමඟ OA සාදන සුළු කෝණය α වෙයි. t කාලයේ දී මෙම පෘෂ්ඨය මතම තිබිය දී OP උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදයි.

i) $\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{a}(\cos\alpha - \cos\theta)$ බවත්

ii) අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත්ව යන්නේ $\cos\theta = \frac{2}{3}\cos\alpha$ වන විට දී බවත් පෙන්වන්න.

(2002)

(31) ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් දිග a වූ සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මගින් O අචල ලක්ෂ්‍යයකින් එල්ලා ඇත. ආරම්භයේ දී තන්තුව නොබුරුල්ව P නිසලව තිබිය දී I ආවේගයක් OP ට ලම්බ දිශාවකට P ට යොදනු ලැබේ. ඉන්පසුව සිදුවන චලිතයේ දී යටියත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් OP සාදන විට P හි ප්‍රවේගය v ද තන්තුවේ ආතතිය T ද නම්, $v^2 = \frac{I^2}{m^2} - 2ga + 2ga\cos\theta$ සහ $T = \frac{I^2}{ma} - 2mg + 3mg\cos\theta$ බව පෙන්වන්න.

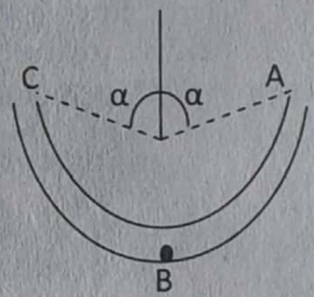
i) අංශුව පූර්ණ වෘත්තයක් ගෙවා යයි නම්, $I > m\sqrt{5ag}$ බව ද,

ii) OP රේඛාව උඩු සිරස සමඟ α සුළු කෝණයක් සාදන විට අංශුව වෘත්තාකාර චලිතයෙන් ඉවත් වේ නම්, $m\sqrt{2ga} < I < m\sqrt{5ga}$ සහ $\cos\alpha = \frac{I^2}{3m^2ga} - \frac{2}{3}$ බව ද අපෝහනය කරන්න. (2003)

(32) ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට P අංශුවකට සිරස් තලයක අචල ව ඇති අරය r හා කේන්ද්‍රය O වූ සිහින් සුමට වෘත්තාකාර බටයක් තුළ ගුරුත්වය යටතේ නිදහසේ චලනය විය හැකිය. අංශුව බටයේ පහත්ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\sqrt{3gr}$ වේගයෙන් තිරස්ව ප්‍රක්ෂේප කරයි. අංශුවේ චලනය සඳහා ශක්ති සංස්ථිති නියමට යොදාගත හැකි ඇයි දැයි පැහැදිලි කරන්න. OP යටිඅත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ වේගය v නම් $v^2 = gr(1 + 2\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න. එනයින්, අංශුව මත බටයේ ප්‍රතික්‍රියාව $\theta = \cos^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$ විට එහි දිශාව වෙනස්වන බව පෙන්වා ඒ ලක්ෂ්‍යයේ දී අංශුවේ වේගය සොයන්න. (2004)

(33) ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ලුහු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. තන්තුව නොබුරුලව යටිඅත් සිරස සමඟ $\alpha\left[<\frac{\pi}{2}\right]$ කෝණයක් සාදන අයුරින් අංශුව රඳවා ඇතිවිට අංශුවට OP ඔස්සේ යන සිරස් තිරස් තලයෙහි තන්තුවට ලම්බව u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබෙයි. අංශුව වෘත්තාකාර චලිතයෙහි යෙදෙන බව උපකල්පනය කරමින් OP යටිඅත් සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන සාධාරණ පිහිටුම සැලකීමෙන් අංශුව සඳහා ශක්ති සංස්ථිති සමීකරණය ලියා දක්වන්න.
$ga(3 + 2\cos\alpha) > u^2 > 2ga\cos\alpha$ වෙතොත්, යටිඅත් සිරස සමඟ OP, $\cos^{-1}\left[\frac{1}{3}\left(2\cos\alpha - \frac{u^2}{ga}\right)\right]$ කෝණයක් සාදන තෙක් අංශුව වෘත්තාකාර චාපයක් සලකුණු කරන බවත් අනතුරුව ගුරුත්වය යටතේ නිදහස් ව චලනයවීමට ආරම්භ කරන බවත් පෙන්වන්න. (2005)

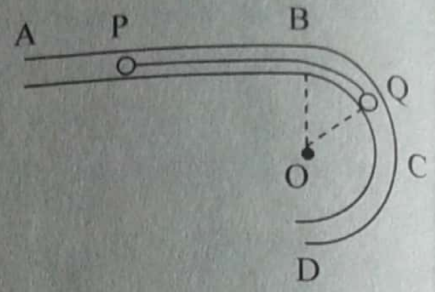
(34) රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රය O අරය a සහ කෝණය $2(\pi - a)$ වූ වෘත්ත චාපයක ආකාරයට නමන ලද A,B,C සුමට සිහින් නළයකි. මෙහි α සුළු කෝණයක් වෙයි. A,C විවෘත දෙකෙළවර එකම තිරස් මට්ටමේ තිබෙන පරිදි නළය තිරස් තලයක සවිකර ඇත. නළය ඇතුළත පහත්ම B ලක්ෂ්‍යයෙහි අංශුවක් තබා නළය දිගේ තිරස් u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව නලය දිගේ A කෙළවරට පැමිණ අනතුරුව නිදහසේ ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂිප්තයක් ලෙස චලනය වී C කෙළවරින් නැවත නළයට ඇතුළු වෙයි. අංශුව A හිදී නළයෙන් ඉවත්වන විට එහි ප්‍රවේගය සොයා $u^2 = ga[2(1 + \cos\alpha) + \sec\alpha]$ බව පෙන්වන්න. තව ද අංශුව ළඟාවන උපරිම O ට ඉහළින් $\frac{a}{2}(\sec\alpha - \cos\alpha)$ බවත් පෙන්වන්න. (2006)



(35) කේන්ද්‍රය O අරය a වූ අචල ගෝලයක පිටත සුමට පෘෂ්ඨය මත A ලක්ෂ්‍යයක නිශ්චලතාවයේ සිට P අංශුවක් මුදා හරිනු ලැබේ. මෙහි OA උඩු සිරස සමඟ α සුළු කෝණයක් සාදයි. P අංශුව තවමත් ගෝලය මත තිබිය දී OP උඩු සිරස සමඟ θ කෝණයක් සාදන විට $a\dot{\theta}^2 2g(\cos\alpha - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න. P අංශුව ගෝලයෙන් ඉවතට යන ලක්ෂ්‍යයේ දී θ හි අගය සොයන්න. (2006)

(36) O කේන්ද්‍රය සහ a අරය සහිත සුමට ගෝලයක් මේසයක තිරස් පෘෂ්ඨය මතට සවිකර ඇත. සුමට P අංශුවක් ගෝලයෙහි පිටත පෘෂ්ඨයෙහි A ලක්ෂ්‍යයක තබනු ලැබේ. මෙහි OA උඩු සිරස සමඟ α සුළු කෝණයක් සාදයි. අංශුව නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

(43) ABCD සිහින් සුමට නලයක් පහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරට නවා ඇත. නලයේ AB කොටස සෘජු වේ. BCD කොටසට අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අර්ධ වෘත්තාකාර හැඩයක් ඇති අතර BD විෂ්කම්භය AB ට ලම්බ වේ. AB තිරස් ව හා ඉහළින් ම ඇතිව නලය සිරස් තලයක සවි කර ඇත. නලය ඇතුළත, ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් හා ස්කන්ධය 3m වූ Q අංශුවක් $l\left(>\frac{\pi a}{2}\right)$ දිගැති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී, තන්තුව ඇදී AB දිගේ තිබෙන අතර Q අංශුව B ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඇත. Q අංශුව මෙම පිහිටීමේ සිට යන්තමින් විස්ථාපනය කරනු ලැබීමෙන් t කාලයක දී Q අරය θ සුළු කෝණයකින් හැරේ.



ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්, $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{3g}{2a}(1 - \cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

ඒනයින්, හෝ අන් ක්‍රමයකින් හෝ, ඒ අංශුවේ ත්වරණය $\frac{3g}{4}\sin\theta$ බව පෙන්වන්න.

t කාලයේ දී Q අංශුව මත නලයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න. (2015)