

HW4 Report

學號：r07521603 系級：土木所碩二 姓名：蔡松霖

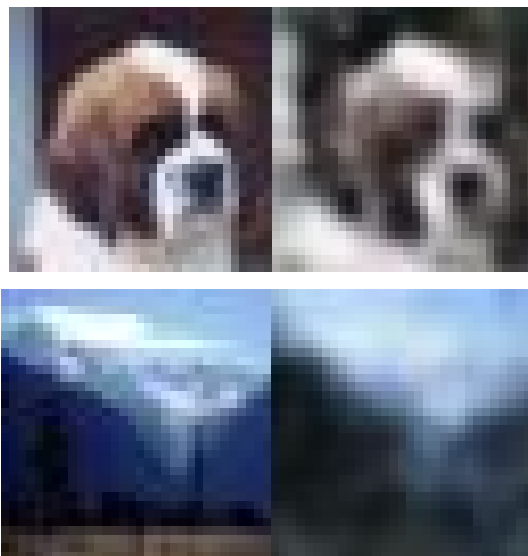
1. (1%) 請使用不同的Autoencoder model, 以及不同的降維方式(降到不同維度), 討論其 reconstruction loss & public / private accuracy。 (因此模型需要兩種, 降維方法也需要兩種, 但clustrering不用兩種。)

Autoencoder model部分我使用的是VAE (Variational Autoencoder), model部分我嘗試在相同的結構下對CNN中的kernel size做變化, 分別使用k=3以及k=5。降維的部分則嘗試將圖片encode到z=10、20、200等不同latent size, 之後再統一使用t-SNE降至2維並使用kMeans做clustering。

kernel size	latent size	reconstruct loss (BCE)	public / private accuracy
3	20	53167.5280	0.82222 / 0.81269
5	20	53429.2614	0.82555 / 0.81888
5	10	54350.1895	0.83481 / 0.82190
5	200	1333.2670	0.50666 / 0.49841

Kernel size部分實驗發現k=5較常出現較好的結果, 因此後來選定以5作為kernel size。至於latent size 降維的部分, 發現降維到比較小時, 較容易出現較佳的結果。Decoder reconstruct回圖片的部分, latent size則是越大圖片reconstruct的還原度越好, 不過從leaderboard的結果來看, reconstruct圖片的能力跟這次題目的結果沒有很直接的關聯性 (ps:當然model還是要有一定的還原能力啦, 不然結果一定不好)。

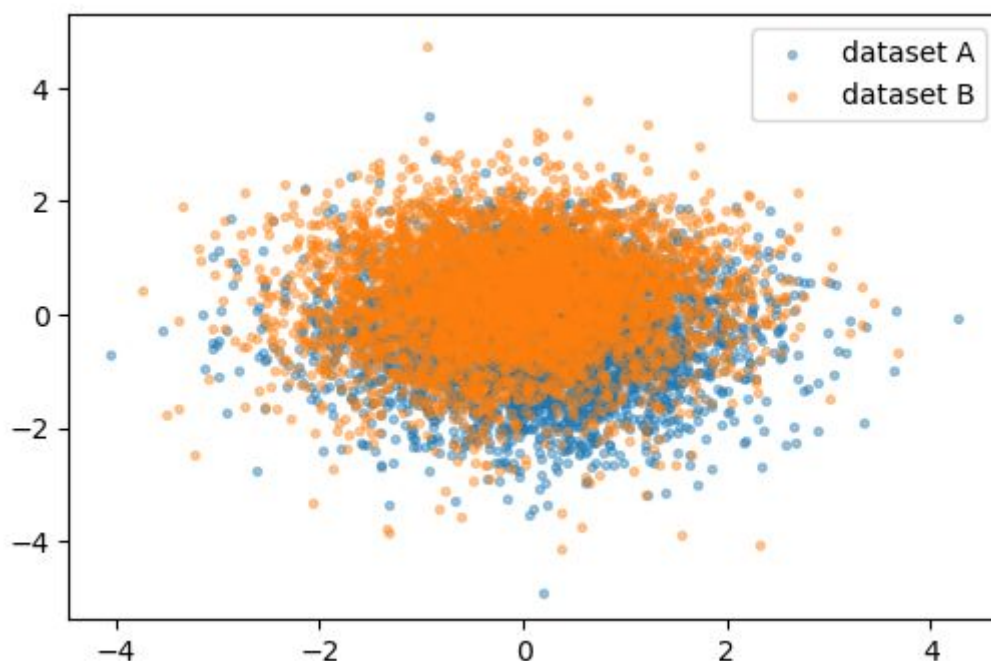
2. (1%) 從dataset選出2張圖, 並貼上原圖以及經過autoencoder後reconstruct的圖片。



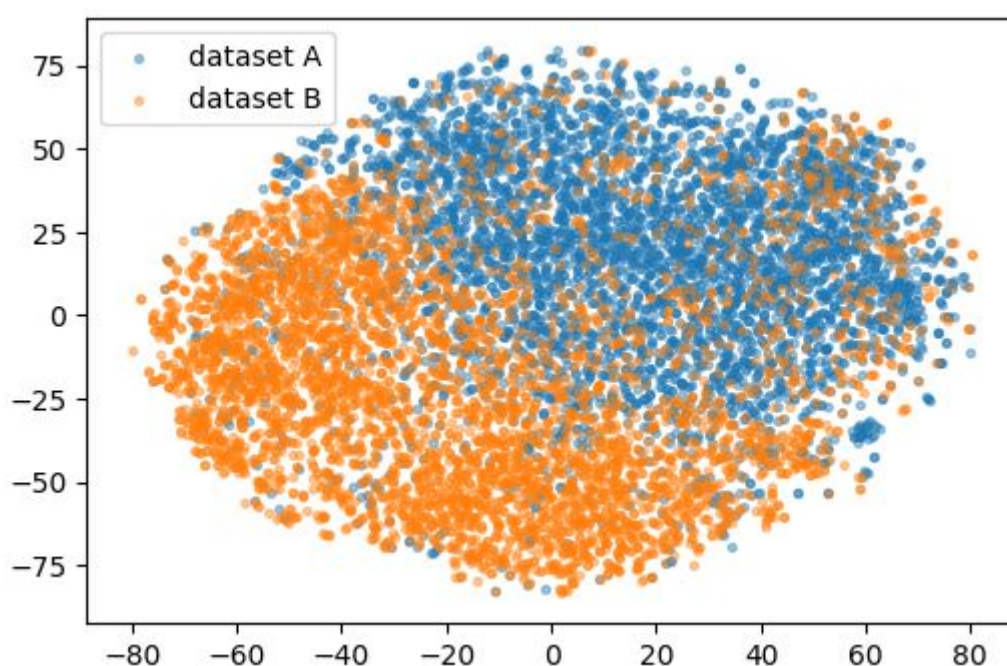
左圖為原圖, 右圖為經過autoencoder reconstruct的圖片, 還原的程度大致上足以辨識原圖的輪廓。

3. (1%) 在之後我們會給你dataset的label。請在二維平面上視覺化label的分佈。

(a) 取降維過後的 feature 前兩個維度作圖



(b) 把降維過後的 feature 再用 t-SNE 投影到二維



public / private score: 0.83592 / 0.82444

4. (3%) Refer to math problem

https://drive.google.com/file/d/1e_IDAV2yv0YEhIuVWpDdaH4Pzz5s1p2P/view?fbclid=IwAR0tO9NRxK9JZeUDNdawNuSbGTvqI7niuMX3Kkk9arauC8O6p6iJc7oMz84

1. (a)

data - mean

```
[[-4.4 -6. -1.8]
 [-1.4 0. 0.2]
 [-2.4 4. 4.2]
 [-4.4 0. 0.2]
 [-0.4 6. -2.8]
 [ 1.6 -4. -3.8]
 [ 3.6 0. 4.2]
 [-2.4 0. -3.8]
 [ 5.6 -3. 1.2]
 [ 4.6 3. 2.2]]
```

Covariance matrix:

```
[[12.04 0.5 3.28]
 [ 0.5 12.2 2.9 ]
 [ 3.28 2.9 8.16]]
```

$$|Cov - \lambda I| = 0$$

Eigen values:

```
[15.2974434 11.63052369 5.47203291]
```

Eigen vectors

```
[[-0.6165947 -0.67817891 0.39985541]
 [-0.58881629 0.73439013 0.33758926]
 [-0.52259579 -0.02728563 -0.85214385]]
```

⇒

(b)

Principal Components:

```
[ [ 7.19 -1.37 -2.25]
 [ 0.76 0.94 -0.73]
 [-3.07 4.45 -3.19]
 [ 2.61 2.98 -1.93]
 [-1.82 4.75 4.25]
 [ 3.35 -3.92 2.53]
 [-4.41 -2.56 -2.14]
 [ 3.47 1.73 2.28]
 [-2.31 -6.03 0.2 ]
 [-5.75 -0.98 0.98]]
```

(c)

\Rightarrow eigen vectors
 (a) $V = \begin{bmatrix} -0.6166 & -0.6962 & 0.3999 \\ -0.5888 & 0.9344 & 0.3396 \\ -0.5226 & -0.0293 & -0.8521 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} \text{center data} \\ 10 \times 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ 3 \times 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{principal components} \\ 10 \times 3 \end{bmatrix}$

(c) reduce to 2-D.
 average reconstruction error $= \frac{269.28}{10} = 26.92$

$\left(\frac{\sum p_1^2 + p_2^2}{10} \right)$

2. (a)

ref: https://www.eit.lth.se/fileadmin/eit/courses/phd006/Docs/LASlides_08.pdf

2.

(a) $(AA^T)^T = (A^T)^T A^T = AA^T \Rightarrow AA^T$ is symmetric
 (b) $(A^T A)^T = A^T (A^T)^T = A^T A \Rightarrow A^T A$ is symmetric

Since AA^T and $A^T A$ are symmetric, the eigenvalues are real.

Since the quadratic form $x^T A^T A x = \|Ax\|^2 \geq 0$, (for all $x \in \mathbb{R}$),
 all eigenvalues of $A^T A$ (and AA^T) are non-negative.

$x^T (A^T A) x \geq 0$ for all $x \in \mathbb{R} \Rightarrow A^T A$ is positive semi-definite
 (b) AA^T is also positive semi-definite.