

已实现波动、偏度和峰度与股票未来收益 ——来自中国 A 股市场的证据

潘娜¹ 李子洋² 周勇²

(1. 湖北经济学院财经高等研究院, 湖北 武汉 430205; 2. 华东师范大学经管学部统计交叉科学研究院, 上海 200241)

摘要：与美国市场中已实现偏度与截面股票未来收益显著负相关不同，本文利用中国 A 股市场 15 年的高频交易数据构建已实现高阶矩，实证研究发现已实现峰度与股票未来收益存在不能被其他变量所分散的显著负相关，日内收益中的极端值的存在会导致未来收益的负向变动，相比已实现波动与偏度，是理解 A 股市场中截面资产定价的显著因子。此外本文发现已实现高阶矩特别是已实现峰度对股票价格的影响是状态依存的，相对于波动趋同的牛熊市，在震荡市场行情中，基于已实现峰度构造的多空投资组合能获得更高更显著的超额收益；本文基于不同的已实现高阶矩估计方法和采样频率进行的稳健性检验也支持上述结论，并且这些组合收益并不能被 CAPM 的 beta 因子及 Fama-French 五因子所捕获。本文的研究还表明已实现峰度和基于低频数据的高阶矩所构造的投资组合分别抓住了未来收益中的不同的部分，使用高频数据计算出来的已实现峰度包含了更多的跳跃信息，具有显著的获取超额收益的能力。

关键词：已实现波动；已实现偏度；已实现峰度；截面资产定价

中图分类号：C22, C23, G11, G12, O212

文献标识码：A

Realized Volatility, Skewness and Kurtosis and Future Stock Returns —— Evidence from China's A-Share Market

PAN Na¹ LI Zi-yang² ZHOU Yong²

(1. Institute for Advanced Studies, Finance and Economics, Wuhan 430205, China; 2. Academy of Statistics and Interdisciplinary Sciences, Faculty of Economics and Management, East China Normal University, Shanghai 200241, China)

Abstract: Different from the significant negative correlation between realized skewness and future returns of cross-sectional stocks in the U.S. market, this paper uses 15 years' high-frequency trading data of China's A-share market to construct realized higher moments. The empirical study finds that there is a significant negative correlation between realized kurtosis and future returns, which cannot be dispersed

收稿日期：2021 年 1 月 13 日

收修改稿日期：2021 年 12 月 3 日

通讯作者：周勇, yzhou@amsss.ac.cn

基金项目：国家自然科学基金重大研究计划重点项目 (91546202); 国家自然科学基金委重点项目 (71931004); 教育部人文社会科学研究规划基金项目 (21YJAZH062)。

by other variables. Compared with realized volatility and skewness, it is a significant factor to understand cross-sectional asset pricing in A-share market. In addition, we find that the impact of realized higher moments, especially realized kurtosis, on stock prices is state dependent. Compared with the bull and bear market, in the volatile market, the long short portfolio based on realized kurtosis can obtain higher and more significant excess returns. The robustness test based on different realized higher moments estimation methods and sampling frequency also supports the above conclusion. These portfolio returns cannot be captured by CAPM's beta and Fama-French's five factors. This paper also shows that the portfolio constructed by realized kurtosis and higher moments based on low-frequency data capture different parts of future returns respectively. The realized kurtosis calculated by using high-frequency data contains more jump information and has significant ability to obtain excess returns.

Key words: realized volatility; realized skewness; realized kurtosis; cross-section asset pricing

0 引言

风险与期望收益的关系是金融学的核心议题,对投资者行为、公司金融和市场效率等领域有广泛影响。根据 Markowitz (1952)^[1] 的均值-方差模型,与投资组合选择相关的所有风险均由组合收益率的二阶矩或方差所代表。然而越来越多的实证研究表明金融资产存在非对称性和尖峰厚尾特征,仅考虑二阶矩可能会低估风险,更高阶矩风险(偏度和峰度)在资产定价中具有不可忽视的作用。早在 1970 年经济学家 Samuelson (1970)^[2] 就指出应该从更高阶矩上去探索风险问题,随后越来越多的学者从各个角度探讨高阶矩(本文中指二阶矩、三阶矩和四阶矩)在风险资产定价中的影响作用,但现有的文献对于高阶矩项如何影响截面资产定价的观点不一,对于什么样的高阶矩因子是独立显著的风险代理变量也尚未达成共识。

Arditti (1971)^[3] 提出,收益率的偏度或三阶矩是投资者在确定最佳投资时的一个重要考虑,他从理论和实证上证明了投资者对于收益率分布左偏的投资要求一个较高的收益率,而对于收益率分布右偏的投资则可能面临一个较低的收益率。Scott 和 Horvath (1980)^[4] 拓展了这一分析,他们的分析不仅包括了三阶矩,而且纳入了收益率分布的所有更高阶矩,并证明偶数(奇数)阶矩的正值表示正的(负值)风险溢价。偶数阶矩(方差)的较高值与较高的期望收益率相关,而奇数阶矩(峰度)的较高值与较低的期望收益率相关。Kraus 和 Litzenberger (1976)^[5]、Harvey 和 Siddique (2000)^[6]、Jurczenko 和 Maillet (2001)^[7] 将偏度纳入资本资产定价模型(CAPM),实证研究偏度与风险溢价间的关系。Fang 和 Lai (1997)^[8]、Hwang 和 Satchell (2001)^[9]、Dittmar (2002)^[10] 讨论了偏度和峰度对资产定价的影响。Colacito 等 (2016)^[11] 检验了宏观变量的偏度对股票市场收益率的预测能力。在国内的学者中,郑振龙等 (2017)^[12] 认为资产收益呈现有偏性和厚尾性,波动率风险、偏度风险和峰度风险共同构成了市场风险。郑振龙等 (2013)^[13] 检验了个股的特质偏度风险与中国 A 股横截面收益率的关系。以上这些研究仅在低频数据上考虑了已实现高阶矩与资产定价的影响,然而在高频数据下已实现高阶矩更能反映出与资产价格的关系。

近年来,随着数据可获取性、计量模型和算法的不断丰富,使得采用更高频的数据来研究高阶矩对资产定价的影响成为可能。Campbell 和 MacKinlay (1997)^[14] 不仅证实资产收益的分布具有非对称性和尖峰厚尾特征,并实证表明越是高频的数据,收益率数据越偏离正态分布。高频数据中包含更多微观结构信息已是不争的事实, Merton (1980)^[15] 第一次指出,随着采样频率的增加,波动率可以任意精确地测量,该文献构建了根据日内收益的平方和计算的已实现波动

率的估计方法,进而得到已现实偏度及峰度,该方法被广泛应用于日内高阶矩的测度。Andersen 等 (2001)^[16] 是基于高频数据研究个股日内已实现波动特征的典范。Fleming 等 (2003)^[17] 研究了基于高频数据的已实现波动率在投资组合管理中的应用, Bollerslev 等 (2013)^[18] 使用实际波动率来评估风险收益关系并预测未来市场收益, Corsi 等 (2013)^[19] 使用实际波动率来开发新的类别期权评估模型。Amaya 等 (2015)^[20] 基于美股长达 20 年的高频数据构建了已实现高阶矩指标, 实证表明已实现偏度与未来收益存在显著负相关, 已实现峰度与未来收益存在不稳定的正相关性。鲁万波等 (2021)^[21] 利用上证 50 指数及其成分股超高频数据对中国股票市场资产价格的跳跃行为进行研究。陈坚, 张轶凡 (2018)^[22] 利用上证指数和深证综指 2003–2014 年的 5 分钟的高频数据分别构建两个市场的月度已实现偏度, 实证结果显示, 已实现偏度可用于预测股票未来收益。陈国进等 (2019)^[23] 基于中国 A 股 2007 至 2017 的高频数据表明已实现正半方差与已实现负半方差之差, 即 RSV 与股票未来收益负相关。

综上所述, 中国股票市场作为新兴股票市场, 虽设立时间不长, 却不断表现着巨大的魅力并经历了快速发展。然而新兴股票市场相比于英美等成熟股票市场来说, 交易机制和交易主体不同, 交易模式和市场结构也与海外市场千差万别, 更容易受到各种各样的冲击, 基于美国市场等成熟市场的研究结论并不具有普适性。因而对于中国 A 股市场来说, 基于本国高频交易数据研究已实现高阶矩对于资产定价的影响则更具现实意义。

上述关于高阶矩与截面资产定价间关系的实证研究大部分是基于美股市场展开, 虽然近年来中国学者也将其不断应用于对中国市场并取得了一些成果, 但绝大部分采用市场或行业指数进行研究。受限于国内外市场的差异性和中国个股高频数据获取的局限性, 使得以长周期个股高频数据为样本开展的实证研究在国内浅尝辄止, 高频数据中所富含的微观市场结构信息难以充分挖掘, 高阶矩与截面资产定价在中国市场的不同发展阶段中的表现尚无定论。然而, 随着大数据和信息技术的迅速发展, 使得更精细和全面利用高频数据分析市场微观结构成为可能。

鉴于上述研究现状, 本文基于中国 A 股市场从 2005 年股权分制改革至 2019 年 12 月, 长达 15 年超过 2 亿条日内高频数据, 构建周度已实现波动、偏度和峰度, 我们不仅检验了这些指标分组特征, 还采用了组合分析法、Fama–MacBeth 回归及一系列稳健性检验深入研究中国 A 股市场已实现高阶矩与股票未来截面收益间的关系。

本文的学术贡献主要体现在四个方面: 首先在研究对象上, 由于金融分析属于非实验性科学, 因此无法进行对照实验, 进行高质量实证研究的最重要因素之一可能是所研究样本的全面性、权威性和代表性。本文利用中国 A 股市场长达 15 年的高频数据, 实证研究中国 A 股市场中已实现高阶矩与股票未来收益间的相关关系。其次, 已经有大量文献发现波动和偏度是影响股票价格的重要因素, 虽然从经济逻辑上看, 他们都是衡量收益风险的指标具有一定的相似性, 但本文发现已实现峰度比已实现波动和已实现偏度对股票未来收益具有更强的解释能力, 是影响股票截面资产定价的重要因素。再次, 本文发现已实现高阶矩特别是已实现峰度对股票价格的影响是状态依存的, 相对于波动趋同的牛熊市, 在震荡市场行情中, 基于已实现高阶矩构造的多空投资组合能获得更高更显著的超额收益。最后, 本文的研究还表明, 基于高频数据估计得到的已实现高阶矩和基于低频数据的高阶矩排序所构造的投资组合分别抓住了未来收益中的不同的部分, 使用高频数据计算出来的已实现峰度包含了更多的跳跃信息, 具有显著的获取超额收益的能力。

本文的其余部分安排如下: 第 1 节为已实现高阶矩的数据说明、研究设计及统计特征分析; 第 2 节计算了按已实现波动, 偏度和峰度排序的投资组合的原始和风险调整后的回报, 并

估算了包含各种控制变量的 Fama-MacBeth (1973)^[24] 回归; 第 3 节则为稳健性检验; 第 4 节比较了高频数据与低频数据得到的高阶矩在预测下期收益上的异同; 最后是本文的主要结论。

1 构建高阶矩投资组合

在统计学中, 矩 (Moment) 是对变量分布和形态特点的一组度量, n 阶矩被定义为该变量的 n 次方与其概率密度函数乘积的积分。最为普遍的, 变量的一阶原点矩等于其数学期望 (Expectation), 二阶至四阶中心矩则被定义为数据的方差 (Variance)、偏度 (Skewness) 及峰度 (Kurtosis)。如果从经济学的视角来解释, 一阶矩衡量的则是收益的均值, 二阶矩衡量的是收益偏离均值的程度, 即收益的波动性, 三阶矩衡量的是收益的偏态, 负值表示收益左偏, 即负收益出现的概率大于正收益出现的概率, 反之亦然。四阶矩衡量的是收益的厚尾性, 峰度越大, 意味着数据分布中有更多的极端值。

在本节中首先给出已实现的高阶矩即波动、偏度与峰度的标准计算方法, 然后基于这些计算方法生成高阶矩数据, 并分析其分布特征, 其次基于这些高阶矩从低到高排序, 将股票平均分为十组, 形成投资组合, 并研究这些投资组合的分组特征, 最后实证检验已实现高阶矩的持续性以及与滞后收益间的相关关系。

1.1 已实现高阶矩

在相同的标准差下, 数据的峰度越大, 意味着数据分布中有更多的极端值, 从而导致数据分布更加陡峭。回报的分布千变万化, 估计方法也不尽相同, 已有研究表明, 高频数据包含着大量微观市场结构信息, 与现有研究截面资产定价的大部分文献不同, 本文主要基于日内高频数据估计已实现高阶矩 (已实现波率、已实现偏度和已实现峰度), 研究其与下期收益间的相关关系。

本文参考 Amaya 等 (2015)^[20], 给出已实现二至四阶矩的计算方法:

$$RDVar_t = \sum_{i=1}^N r_{t,i}^2, \quad (1)$$

$$RSDkew_t = \frac{\sqrt{N} \sum_{i=1}^N r_{t,i}^3}{RDVar_t^{\frac{3}{2}}}, \quad (2)$$

$$RDKurt_t = \frac{N \sum_{i=1}^N r_{t,i}^4}{RDVar_t^2}, \quad (3)$$

其中, 式 (1)–(3) 中 $r_{t,i}$ 为相邻样本的对数价差, 即收益率序列, N 为每日的采样的价格频数。本文基于中国 A 股市场每个交易日 5 分钟高频数据, 从 9:30–11:30 到 13:00–15:00 两个交易时段, 共 240 分钟, 得到 48 ($N=48$) 条日内收益率。基于式 (1)–(3) 得到日内高阶矩数据, 进一步通过周标准化处理, 得到周度的已实现波动 ($RVol_t$)、已实现偏度 ($RSkew_t$) 及已实现峰度数据 ($Rkurt_t$), 计算过程参见式 (4)–(6):

$$RVol_t = \left(\frac{252}{5} \sum_{i=1}^4 RDVar_{t-i} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (4)$$

$$RSkew_t = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^4 RSDkew_{t-i}, \quad (5)$$

$$Rkurt_t = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^4 RDkurt_{t-i}. \quad (6)$$

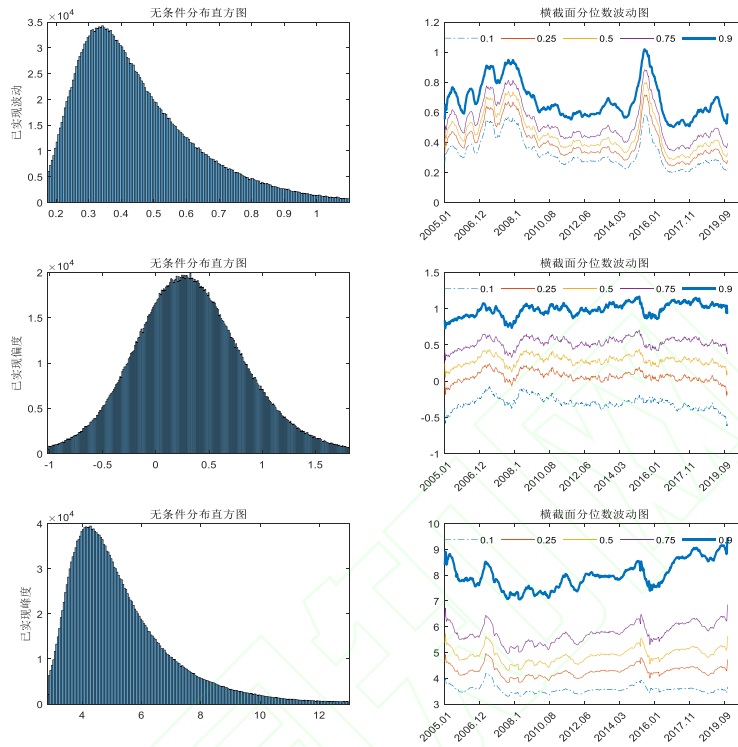


图 1 高阶矩分布图及横截面分位数波动图

1.2 数据

本文选取 2005 年 1 月 4 日至 2019 年 12 月 31 日在上海证券交易所和深圳证券交易所上市的全部 A 股和创业板市场从 9:30–11:30 和 13:00–15:00 的 5 分钟高频交易数据, 期间如果没有交易则设为 0, 每个交易日共 49 个观测值 (高频数据来源于 CSMAR 和聚宽数据库)。在剔除掉 *ST、暂定退市、已经退市的股票、2019 年 6 月 1 日以后上市不足半年的新股、剔除掉缺失值和异常值后共得到 3760 支股票, 15 年 762 周 3646 个交易日的超过 2 亿条高频数据, 计算得到 129110 条周度已实现高阶矩。同时为了计算其他指标本文基于 CSMAR (China Stock Market & Accounting Research Database) 的金融数据库和标准化因子库, 获取每只股票的市场 β 值 (市场 β , 由公式 $r_{i,t} = \alpha_i - \beta_i r_{m,t}$, 基于全部 A 股和创业板流通市值加权的超额收益 $r_{m,t}$, 前 250 交易日滚动估计得到)、换手率指标 (Turnover)、市盈率的倒数 E/P 值、自由流通市值、无风险利率及综合市场回报率、Fama 和 French (2015)^[25] 的五因子, 市场风险溢价因子 (Beta)、市值因子 (SMB)、账面市值比因子 (HML)、盈利能力因子 (RMW) 和投资模式因子 (CMA) 等, 并计算得到特质波动指标 (Ang 等, 2006)^[26]、协偏度指标 (Harvey 和 Siddique, 2000)^[27]、历史偏度指标以及最大收益指标 (Bali 等, 2011)^[28]。此外, 作为补充我们还提取了聚宽 Alpha101 因子库中的动量因子、成长因子和盈利能力因子。

我们首先基于式 (1)–(6) 的估计方法计算得到了在 2005 年 1 月至 2019 年 12 月的样本期间所有个股的周度已实现波动 ($RVol_t$)、已实现偏度 ($RSkew_t$) 和已实现峰度 ($Rkurt_t$)。进一

步,每周将所有样本的周高阶矩在横截面上进行百分位分组,计算 10%, 25%, 50%, 75%, 90% 的分位数, 然后进行 12 周移动平均, 观察这几个分位数随时间变化特征。

图 1 的左侧显示了所有样本的已实现波动、偏度, 峰度的无条件直方图。正如在已实现波动率文献中经常发现的那样, 已实现波动的无条件分布是左偏的。偏度分布呈现尖峰厚尾特征, 并且在零附近强烈达到峰值。峰度分布有一个长长的右尾, 意味着收益分布中存在的极端值, 绝大多数样本的峰度都在 3 以上, 强烈暗示着肥尾收益率。图 1 的右侧显示, 已实现波动的横截面均值随时间剧烈波动, 而已实现偏度百分位序列波动相对平稳, 横截面离散度在时序内变化不大, 然而有趣的是随时时间的推移已实现峰度的横截面分布变得更加分散, 且其分位数水平值有增加的趋势, 并且高百分位的峰度增加的更多。

与 Amaya 等 (2015)^[20] 中针对美股的研究结果不同, 在中国 A 股市场中我们并没有观察到周已现实偏度在横截面上变得更加离散, 即随着时间的推移高百分位序列均值上升, 低百分位序列均值下降, 反而我们在已实现峰度上观察到了这一类似的现象, 这或许给出了偏度指标在中国 A 股市场中的多空组合收益中表现不佳而峰度指标更有效的一个直观证据。在下一节中, 我们将尝试将这些模式用于股票分组组合分析。

2 已实现高阶矩与股票未来收益

在对已实现高阶矩进行了充分的统计分析之后, 本节将采用组合分析法及 Fama-MacBeth 回归, 分别从横截面和时间序列上实证检验中国 A 股市场已实现高阶矩与股票未来收益间的关系。中国证券市场在近 15 年间市场经历了两轮显著的暴涨暴跌行情, 其中最著名和持续时间较长的两次下跌是 2008 年的次贷危机和 2015 年的股灾。为了客观分析已实现高阶矩与股票未来收益间的相互关系, 我们将基于市场的上涨、下跌和盘整三种不同的状态分 6 个时段进行检验, 即 2005.7.8-2007.10.12 和 2014.6.27-2015.6.12 的暴涨时段, 2007.10.12-2008.10.31 和 2015.6.12-2016.1.29 的暴跌时段, 2008.10.31-2014.6.27 和 2016.1.29-2019.12.31 的宽幅震荡时段。

2.1 组合收益与已实现高阶矩 (已实现波动, 已实现偏度, 已实现峰度)

组合分析被频繁地应用于检验变量对股票未来收益的预测能力以及横截面上不同变量之间的关系, 其最大的优点在于它是一种非参数的方法, 由于不对变量间的函数形式提出假设, 能更好的刻画变量间的非线性关系。本节将基于组合分析技术来检验已实现高阶矩与股票未来收益的截面关系。

在表 1 中, 基于 2005 至 2019 年的 6 个子样的三种不同状态划分, 将已实现高阶矩从低到高分 1-10 组, 分别检验了在市场的上涨、下跌和盘整期已实现高阶矩与股票预期截面收益间的关系。结果表明, 买入已实现高阶矩最低的一组, 卖出最高的一组, 构建的货币中性多空组合均能获得显著正收益。将该组合收益对市场收益进行回归, 即基于资本资产定价模型回归得到的截距项 α 也显著为正, 说明该多空组合具有获得超额收益的能力。我们的结果还表明这一相关关系在市场震荡期表现要明显优于上涨和下跌期, 这可能是由于市场在极端趋势性行情中股票走势的聚类性更加明显, 呈现出同涨同跌, 从使得基于已实现高阶矩排序分组间的收益差异不大, 而在市场震荡期, 股票走势呈现分化, 已实现高阶矩与股票未来收益间的相关关系则更加显著。

综合以上分析可以认为, 在市场的不同阶段已实现高阶矩与股票未来收益均表现出负相关性, 且其买低卖高的多空组合可获得显著的未来正收益, 经过风险调后的组合收益 $CAPM-\alpha$,

也具有统计上的显著性,这表明基于已实现高阶矩分组构建的多空组合收益包含市场因子所不能解释的部分,具有获取超额收益的能力。我们将在第3节中进一步检验这一多空组合收益的稳健性。

表1 已实现高阶矩与股票预期截面收益(分样本期数据)

上涨期	A: 已实现波动			B: 已实现偏度			C: 已实现峰度		
2005.7.8–2007.10.12 2014.6.27–2015.6.12	1–10	2–9	3–8	1–10	2–9	3–8	1–10	2–9	3–8
组合收益	0.005 (2.271)	0.004 (2.446)	0.003 (2.416)	0.005 (3.288)	0.005 (4.353)	0.004 (3.320)	0.005 (3.977)	0.002 (1.382)	0.003 (3.030)
CAPM- α	0.003 (1.364)	0.002 (1.347)	0.002 (1.267)	0.003 (2.057)	0.004 (3.112)	0.003 (2.066)	0.004 (2.985)	0.001 (0.587)	0.002 (2.141)
下跌期	A: 已实现波动			B: 已实现偏度			C: 已实现峰度		
2007.10.12–2008.10.31 2015.6.12–2016.1.29	1–10	2–9	3–8	1–10	2–9	3–8	1–10	2–9	3–8
组合收益	0.012 (2.841)	0.005 (1.596)	0.004 (1.413)	0.008 (2.393)	0.005 (1.914)	0.006 (3.527)	0.010 (2.817)	0.002 (0.902)	0.001 (0.354)
CAPM- α	0.008 (2.072)	0.002 (0.755)	0.002 (0.776)	0.008 (2.360)	0.005 (1.920)	0.006 (3.410)	0.008 (2.292)	0.002 (0.648)	0.000 (-0.082)
震荡期	A: 已实现波动			B: 已实现偏度			C: 已实现峰度		
2008.10.31–2014.6.27 2016.1.29–2019.12.31	1–10	2–9	3–8	1–10	2–9	3–8	1–10	2–9	3–8
组合收益	0.005 (4.805)	0.002 (3.037)	0.002 (3.128)	0.007 (11.279)	0.004 (7.996)	0.003 (6.224)	0.006 (10.041)	0.003 (6.834)	0.002 (4.618)
CAPM- α	0.005 (4.540)	0.002 (2.566)	0.001 (2.528)	0.007 (10.497)	0.004 (7.073)	0.002 (5.092)	0.005 (9.337)	0.003 (5.826)	0.001 (3.301)

注:表中括号里给出的是对应每一组组合收益经 Newey 和 West (1987)^[29] 调整(滞后6期)的 T 统计量。下同。

2.2 Fama–MacBeth 回归分析

与上一节中的组合分析法不同,本节将采用 Fama–MacBeth (1973)^[24] 的二步回归方法检验未来收益和已实现波动、偏度、峰度之间是否存在不被其他变量所解释的线性相关关系,该线性回归模型如下式所示:

$$r_{i,t+1} = \gamma_{0,t} + \gamma_{1,t}RVol_{i,t} + \gamma_{2,t}Rskew_{i,t} + \gamma_{3,t}Rkurt_{i,t} + \phi Z_{i,t} + \varepsilon_{i,t+1},$$

其中,因变量为下周股票收益 $r_{i,t+1}$,自变量为本周已实现高阶矩 $RVol_{i,t}$, $Rskew_{i,t}$ 及 $Rkurt_{i,t}$,在自变量中的控制变量 $Z_{i,t}$ 涵盖 1.2 节中所获得的特征因子:基于过去 4 周的日数据计算的历史偏度、换手率、对数流通市值、市场 β 、市盈率的倒数、动量、暴跌指数、暴涨指数、盈利率、当周收益并加入了特质波动、特质偏度、特质峰度以及协偏度指标。

表 2 中给出了在不同市场状态下的基于 Fama–MacBeth 二步回归的实证检验结果。与 2.1 节中的结果类似,在三种不同的市场状态下,模型的截距和斜率项均发生了明显变化,在市场的上涨期已实现波动、已实现偏度与股票未来收益间的负相关性并不显著。在控制其他特征因子后,已实现波动和偏度并不能独立解释股票未来预期收益,仅已实现峰度在市场各阶段均具有时序上的显著性,对于解释 A 股未来收益具有稳定的增量贡献。此外也可以很清晰的

看到, 换手率指标是影响 A 股未来收益的显著因子, 再一次印证了 Liu 等 (2019)^[30] 的研究结论, 即换手率因子是中国 A 股市场中的重要影响因子。此外, 在上涨时期, 历史偏度和特质偏度与个股未来收益相关; 在下跌时期, 已实现偏度、市场 β 、暴跌指标与暴涨指标、当周收益、特质波动及协偏度指标对 A 股未来收益有显著的解释作用, 在震荡期, 对数流通市值、暴跌指标、特质波动和协偏指标对 A 股未来收益有显著的解释作用。我们注意到在三种市场状态下, 市场 β 的系数与个股未来收益的相关关系不稳定, 这一实证检验结果与 Fama 和 French (1993)^[31] 早期针对 CAPM 的质疑相一致, 即高风险并不表示高收益, β 值与股票未来收益的关系在统计上并不显著。

表 2 FM 回归结果 (分样本)

	上涨期 2005.7.8–2007.10.12 2014.6.27–2015.6.12				下跌期 2007.10.12–2008.10.31 2015.6.12–2016.1.29				震荡期 2008.10.31–2014.6.27 2016.1.29–2019.12.31			
	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)	(1)	(2)	(3)	(4)
截距项	0.013 (1.533)	0.012 (2.671)	0.019 (4.516)	0.016 (2.990)	0.000 (0.049)	-0.021 (-2.238)	-0.015 (-1.736)	0.003 (0.342)	0.009 (4.488)	0.002 (1.346)	0.006 (3.387)	0.002 (0.913)
$RVol_t$	-0.004 (-0.368)			0.002 (0.629)	-0.029 (-4.297)			-0.008 (-1.717)	-0.019 (-9.091)			0.000 (-0.113)
$RSkew_t$		0.003 (0.603)		0.001 (1.424)		-0.007 (-4.201)		0.002 (2.024)		-0.005 (-12.016)		0.000 (-1.868)
$Rkurt_t$			-0.001 (-3.098)	0.000 (-2.424)			-0.001 (-3.826)	0.000 (-2.847)			-0.001 (-13.502)	0.000 (-7.045)
$HSkew_t$				-0.001 (-2.262)				0.006 (1.492)				0.000 (-1.316)
Turnover				-0.001 (-2.168)				-0.002 (-3.256)				-0.001 (-6.652)
LnSize				0.000 (-0.488)				0.000 (0.529)				0.000 (3.923)
β				0.002 (1.381)				-0.009 (-2.504)				0.001 (0.435)
E/P				0.007 (0.811)				0.007 (0.749)				0.007 (2.748)
Moment				0.000 (0.012)				-0.003 (-1.625)				0.001 (1.122)
Crash				0.001 (0.575)				-0.004 (-2.453)				-0.002 (-3.519)
Jump				-0.001 (-0.688)				-0.003 (-2.130)				-0.001 (-1.356)
Earning				0.000 (-0.221)				0.000 (-0.069)				0.000 (-1.284)
r_t				0.012 (0.481)				-0.065 (-4.700)				-0.050 (-7.407)
$idVol_t$				-0.007 (-1.755)				-0.020 (-4.647)				-0.015 (-11.193)
$idSkew_t$				0.001 (2.480)				0.000 (-0.583)				0.000 (1.976)
$idKurt_t$				0.000 (-1.259)				0.000 (-0.593)				0.000 (-0.844)
$CoSkew_t$				0.000 (-0.148)				-0.001 (-2.700)				0.000 (-3.209)
样本量	209890	209890	209890	118844	107519	107519	107519	106111	941884	941884	941884	934188
R^2	0.022	0.013	0.004	0.059	0.029	0.013	0.007	0.122	0.019	0.008	0.004	0.095

注: 表中给出的是解释变量所对应的参数值的估计。

综上所述, 已实现高阶矩和特征因子对股票未来收益的影响是状态依存的, 且不稳定, 在不同的市场状态下仅有已实现峰度和换手率因子是影响股票未来收益的独立显著因子。本文认为这主要与中国 A 股仍是新兴市场, 在极端单边行情中股票主要表现出波动聚类性不无关

系,在极端行情中各股票同涨同跌,呈现出高度相关性,因而各特征因子与股票未来收益的相关关系明显减弱。另一方面由于A股市场散户占比过大,且缺乏做空机制,个人投资者对股票未来收益的总是在恐慌与贪婪之间切换,一旦市场发生波动,则投资者的信心随之坍塌,转瞬逆转预期,引发股价短期出现反转,投资者从追涨到套牢,从杀跌到踏空将在短期内轮番上演,从而出现高换手率、高峰度与负收益并存的市场异象。

3 稳健性分析

在第2节中,我们已经证实基于三个已实现高阶矩分组的买低卖高的多空组合可获得显著的未来正收益。为了表明上述结论并非数据挖掘的产物,本节将基于不同的计算方法构建已实现高阶矩,实证检验上述结论的稳健性。

3.1 对已实现高阶矩进行漂移项调整

上文在计算日度已实现波动、偏度和峰度的时候,假设5分钟的对数收益均值为0,这是一个理想化的假设,这样计算得到的已实现高阶矩中包含一个漂移项,也即可能存在反转效应,因此有必要进行分析如果调整该漂移项,上述结论是否仍然稳健,调整方法如下:

$$\begin{aligned} \text{DriftRDVar}_t &= \sum_{i=1}^N (r_{t,i} - \mu_{w(t),i})^2, \\ \text{DriftRDSkew}_t &= \frac{\sqrt{N} \sum_{i=1}^N (r_{t,i} - \mu_{w(t),i})^3}{\text{RDVar}_t^{\frac{3}{2}}}, \\ \text{DriftRDKurt}_t &= \frac{N \sum_{i=1}^N (r_{t,i} - \mu_{w(t),i})^4}{\text{DriftRDVar}_t^2}. \end{aligned}$$

采用上式给出的标准化方法计算得到周度的已实现高阶矩,表3列示了基于漂移项调整之后的已实现高阶矩进行排序分组的组合收益,与表1中的结果很相似,各多空组合收益均显著为正,风险调后的CAPM- α 收益略小于原始收益,但均十分显著。这说明已实现高阶矩中不仅包含了漂移项带来的反转效应,还包含与下期收益相关的其他独立新息。

表3 经漂移项调整后的已实现高阶矩与股票截面预期收益

	A: 已实现波动			B: 已实现偏度			C: 已实现峰度		
	1-10	2-9	3-8	1-10	2-9	3-8	1-10	2-9	3-8
组合收益	0.008 (6.954)	0.004 (5.431)	0.002 (3.947)	0.006 (10.636)	0.004 (9.053)	0.002 (5.401)	0.006 (12.459)	0.003 (8.998)	0.002 (7.363)
CAPM- α	0.007 (6.113)	0.003 (4.346)	0.002 (2.585)	0.006 (9.941)	0.003 (7.945)	0.002 (4.137)	0.005 (11.431)	0.003 (7.918)	0.002 (6.359)

3.2 基于跳跃稳健的已实现波动进行标准化调整的高阶矩

本节采用跳跃稳健的已现实波动来替代第1节式(1)中给出的已实现波动的估计方法,依次计算已实现高阶矩,然后分析该高阶矩与下期多空组合收益之间是否具有稳健的相关关系。

根据波动率文献中经常提到的跳跃扩散模型,日内收益平方和的极限可以写成跳跃方差和积分方差之和。虽然该基于估计量度量日内已实现波动是有效的,但是仍然有必要检验跳跃方差或积分方差的稳健性。下文中的公式给出了现有的文献给出了几种具有跳跃稳健性的方差估计量。

(1) Barndorff 等 (2010)^[32] 给出双方差估计量 (bipower), 在存在跳跃的情况下, 该估计量仍然收敛与整体方差:

$$BPV_t = \frac{\pi}{2} \frac{N}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} |r_{t,i+1}| |r_{t,i}|.$$

(2) 包含跳跃方差的波动率估计量, 因为有可能存在较大的跳跃, 这样 Bipower 估计量将会造成一定的偏差, Andersen 等 (2010)^[33] 在此基础上, 给出了另外两个考虑了跳跃稳健的方差估计量, 在 N 趋于无穷的时候该估计量都收敛于积分方差, 在有限样本中效果优于 bipower.

$$\begin{aligned} MinRV_t &= \frac{\pi}{\pi-2} \frac{N}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \min\{|r_{t,i}|, |r_{t,i+1}|\}^2, \\ MedRV_t &= \frac{\pi}{\sigma - r\sqrt{3} + \pi} \frac{N}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} \text{median}\{|r_{t,i-1}|, |r_{t,i}|, |r_{t,i+1}|\}^2. \end{aligned}$$

为了进一步评估截面回报的稳健性, 表 4 给出了当分别使用这三个指标作为已实现波动, 计算得到已实现偏度与峰度后, 依据高阶矩分组排序, 构建低减高组合, 估计每个高阶矩指标对应的下期组合收益均值以及低减高多空组合收益的显著性, 并进一步检验该收益能否获得不被 Fama-French 的五因子模型所解释的显著超额收益, 即 $FF5-\alpha$.

表 4 已实现高阶矩与组合收益

	A: 已实现波动				B: 已实现偏度				C: 已实现峰度			
	RV	BPV	minRV	medRV	RV	BPV	minRV	medRV	RV	BPV	minRV	medRV
组合收益	0.008 (7.529)	0.008 (6.954)	0.007 (5.301)	0.007 (5.129)	0.007 (7.537)	0.006 (10.636)	0.005 (8.614)	0.005 (7.956)	0.006 (9.188)	0.006 (12.459)	0.002 (5.204)	0.002 (4.597)
FF5- α	0.008 (6.941)	0.008 (6.429)	0.006 (4.852)	0.006 (4.551)	0.007 (8.014)	0.007 (10.898)	0.005 (8.937)	0.005 (8.269)	0.006 (9.511)	0.006 (12.974)	0.002 (5.165)	0.002 (4.393)

表 4 报告了基于三种替代的已实现波动的估计量所得到的已实现高阶矩排序后的多空组合收益。我们发现, 当使用已实现波动的替代估计量时, 其多空组合仍具有显著的正收益, 且其收益对 Fama-French 五因子回归后得到的截距项 $FF5-\alpha$ 显著异于零, 该结论并不是我们基于特定的已实现波动率估计量的数据挖掘而来, 而且该组合存在不能被 Fama-French 的五因子模型所解释的显著超额收益。

3.3 基于不同子样本的已实现高阶矩与股票未来收益

大量的实证研究表明, 中国 A 股市场中长期存在的市值效应, 在本节将分别对所研究的样本长度和样本容量进行拆分, 实证检验已实现高阶矩与股票未来收益在不同市值水平中相关关系的稳健性。

Banz (1981)^[34] 指出, 市值越小的股票, 收益越高, 中国 A 股市场长期以来存在小市值效应和“壳资源”炒作。为了检验已实现高阶矩在不同市值股票中的表现, 我们参考 Fama-French (1992)^[35] 的三因子的构造规则, 每周将股票按流通市值从小大到排列, 将前 30% 看作小市值股票, 后 30% 为大市值, 中间 40% 为中等市值, 得到小市值、中市值和大市值三个子样本, 分别检验已实现高阶矩与股票未来收益间的关系。结果表明, 不同市值中基于已实现高阶矩排序得到的 1-10 多空组合收益和风险调后的 CAPM- α 收益都显著为正。但小市值样本中构造

的多空组合收益及其 T 值要明显高于其在大市值样本中的水平,这一结果虽然表明已实现高阶矩与股票未来收益具有稳健的负相关性,同时也表明这一相关关系在小市值股票中表现更为突出,中国 A 股市场中的小市值效应仍然十分显著。

表 5 已实现高阶矩与不同市值组合收益

小市值	A: 已实现波动			B: 已实现偏度			C: 已实现峰度		
	1-10	2-9	3-8	1-10	2-9	3-8	1-10	2-9	3-8
组合收益	0.006 (5.727)	0.003 (4.055)	0.002 (3.898)	0.007 (9.712)	0.005 (8.341)	0.004 (7.427)	0.006 (9.327)	0.003 (4.792)	0.002 (4.901)
CAPM- α	0.006 (5.741)	0.003 (3.708)	0.002 (3.462)	0.006 (8.759)	0.004 (7.121)	0.003 (6.244)	0.006 (9.135)	0.002 (3.930)	0.002 (3.691)
中市值	A: 已实现波动			B: 已实现偏度			C: 已实现峰度		
	1-10	2-9	3-8	1-10	2-9	3-8	1-10	2-9	3-8
组合收益	0.005 (4.353)	0.002 (2.639)	0.001 (1.808)	0.007 (8.134)	0.004 (5.286)	0.004 (4.564)	0.005 (6.025)	0.001 (1.886)	0.002 (2.849)
CAPM- α	0.005 (4.246)	0.002 (2.341)	0.001 (0.833)	0.006 (7.207)	0.004 (4.530)	0.003 (3.612)	0.005 (5.412)	0.001 (1.231)	0.002 (2.151)
大市值	A: 已实现波动			B: 已实现偏度			C: 已实现峰度		
	1-10	2-9	3-8	1-10	2-9	3-8	1-10	2-9	3-8
组合收益	0.004 (2.945)	0.001 (0.580)	0.001 (0.738)	0.005 (4.828)	0.002 (2.373)	0.003 (2.569)	0.004 (3.341)	0.001 (0.994)	0.001 (0.947)
CAPM- α	0.004 (2.981)	0.001 (0.611)	0.000 (0.365)	0.005 (4.552)	0.002 (1.866)	0.002 (2.144)	0.004 (3.155)	0.000 (0.304)	0.000 (0.281)

4 不同频率高阶矩指标间的比较

为了比较不同采样频率下,已实现高阶矩与股票未来收益间关系的差异,本文中使用了三种频率计算已实现高阶矩,分别是日内 5 分钟,30 分钟,60 分钟,并且计算历史高阶矩的时候使用 5 天,1 个月,6 个月 12 个月 24 个月为窗口期,这些都是使用从收盘价到收盘价计算的收益,我们也计算一个与日内高阶矩的取值方法相一致的,5 天为窗口期使用开盘价-收盘价计算得到的高阶矩。通过表 6 中的结果我们发现,在波动和偏度排序时以 5 天,1 个月,6 个月,12 个月为窗口期时,买入低分位组股票,卖出高分位组股票得到的多空组合收益显著为正,但对于 24 个月的频度发现结果通常不显著。而使用 5 天以及以上的收盘到收盘价计算得到的峰度对未来收益进行排序列,买入峰度最低的一组股票,卖出峰度最高的一组股票,其多空组合收益并不具有显著的获利能力,其组合收益被 Fama-French^[25] 的五因子模型所分散。这一结论表明使用高频数据计算出来的已实现峰度包含了更多的跳跃信息,具有比低频数据更高的获取超额收益的能力。

5 结论

大量实证研究已经表明金融资产存在非对称性和尖峰厚尾特征,仅考虑二阶矩可能会低估风险,三阶矩和四阶矩在资产定价中可能同样具有不可忽视的作用。

本文利用中国 A 股市场 15 年的高频交易数据构建已实现高阶矩实证研究发现,已实现波动、偏度与股票未来收益并不存在显著的负相关性,且其相关关系可以被其他众所周知的因素所分散。已实现峰度是三个高阶矩中最为显著且不可被分散的,解释股票未来收益的重

要指标。这一结论与 Amaya 等 (2015)^[20], 陈坚 (2018)^[22], 陈国进等 (2019)^[23] 并不完全一致。中国 A 股市场作为新兴股票市场, 容易受到各种各样的冲击, 波动巨大, 大量个人投资者总是在极度乐观与极度悲观之间切换, 已实现峰度更能有效捕捉到股票日内波动的这些极端值, 因而相比与已实现波动与偏度, 是理解截面资产定价最为显著的独立因子。本文基于不同市场状态下的分样本的研究结果表明已实现高阶矩特别是已实现峰度对股票价格的影响是状态依存的, 相对于波动趋同的牛熊市, 在震荡市场行情中, 基于已实现峰度构造的多空投资组合能获得更高更显著的超额收益。此外, 为了验证高阶矩的度量不受微观结构噪声的污染, 并确保有效地测量不对称性和肥尾, 我们使用高频数据研究了两类额外的高阶矩度量。一种是从高阶矩中消除了漂移。第二种是使用不同的对实际波动率的跳跃来估计来计算高阶矩。通过按指标分组, 构建买低卖高多空组合, 结果表示这些组合收益仍具有显著的正收益, 其风险调后的收益也显著为正, 且不能被 Fama-French^[25] 五因子所解释。我们的研究还表明, 该结论具有稳健性, 当日内采样频率由 5 分钟降低到 30 分钟、60 分钟后, 买低卖高多空组合收益依然显著为正。基于高频数据计算得到的已实现高阶矩和基于低频数据计算得到的高阶矩分别抓住了未来收益中的不同的部分。最后, 本文的研究仅仅是关注了已实现高阶矩所刻画的风险与股票未来收益间的关系, 是否还有其他指标能描述风险与未来收益间的相关关系, 这些指标是如何驱动股票未来收益的变化? 如沿着 Frazzini (2014)^[36] 中提出的 beta 套利因子, 以及 Asness 等 (2020)^[37] 给出的相关性套利因子和标准化最大收益率因子对中国 A 股市场进行实证检验都将是将来研究的可行方向。

表 6 不同频率指标间组合收益的比较

分组	$RVol_t$			$HVol_t$					
	5m	30m	60m	5D(op-cl)	5D	1M	6M	12M	24M
组合收益	0.008 (7.529)	0.010 (8.159)	0.008 (6.285)	0.002 (2.122)	0.003 (2.791)	0.006 (4.157)	0.006 (3.828)	0.005 (3.756)	0.003 (1.999)
α -FF5	0.008 (6.941)	0.010 (7.783)	0.008 (6.187)	0.002 (1.979)	0.003 (2.607)	0.005 (3.417)	0.005 (3.187)	0.005 (3.590)	0.003 (1.793)
分组	$RSkew_t$			$HSkew_t$					
	5m	30m	60m	5D(op-cl)	5D	1M	6M	12M	24M
组合收益	0.007 (7.537)	0.006 (5.317)	0.005 (4.708)	0.002 (3.084)	0.003 (5.089)	0.001 (2.158)	0.003 (2.495)	0.002 (2.328)	0.000 (0.340)
α -FF5	0.007 (8.014)	0.007 (5.750)	0.006 (5.130)	0.002 (2.893)	0.003 (4.943)	0.002 (2.379)	0.003 (2.445)	0.002 (1.799)	0.000 (0.487)
分组	$RKur_r$			$HKur_t$					
	5m	30m	60m	5D(op-cl)	5D	1M	6M	12M	24M
组合收益	0.006 (9.188)	0.004 (6.673)	0.001 (2.443)	0.002 (2.907)	0.001 (2.113)	0.001 (0.844)	0.002 (1.163)	0.000 (-0.132)	-0.002 (-1.742)
α -FF5	0.006 (9.511)	0.005 (6.866)	0.001 (2.270)	0.002 (3.128)	0.001 (1.879)	0.001 (1.594)	0.002 (1.321)	0.000 (-0.114)	-0.002 (-1.589)

[参考文献]

- [1] Markowitz H. Portfolio selection [J]. Journal of Finance, 1952, 7(1): 77-91.
- [2] Samuelson P A. The Fundamental approximation theorem of portfolio analysis in terms of means, variances and higher moments [J]. Review of Economic Studies, 1970, 37(4): 537-542.

- [3] Arditti F D. Another look at mutual fund performance [J]. *Journal of Financial & Quantitative Analysis*, 1971, 6(3): 909–912.
- [4] Scott R C, Horvath P A. On the direction of preference for moments of higher order than the variance [J]. *The Journal of Finance*, 1980, 35(4): 915–919.
- [5] Kraus A, Litzenberger R H. Skewness preference and the valuation of risk assets [J]. *The Journal of Finance*, 1976, 31(4): 1085–1100.
- [6] Harvey C R, Siddique A. Conditional skewness in asset pricing tests [J]. *Journal of Finance*, 2000, 55(3): 1263–1296.
- [7] Jurczenko E, Maillet B. The Three-moment CAPM: Theoretical foundations and an asset pricing models comparison in an unified framework [A]. *Universite de Paris I, in Developments in Forecast Combination and Portfolio Choice* [C]. Wiley, 2001: 239–273.
- [8] Fang H, Tsong Y L. Co-Kurtosis and capital asset pricing [J]. *Financial Review*, 1997, 32(2): 293–307.
- [9] Hwang S, Satchell S E. Modelling emerging market risk premia using higher moments [J]. *Return Distributions in Finance*, 2001, 4(4): 75–117.
- [10] Dittmar R F. Nonlinear pricing kernels, kurtosis preference, and evidence from the cross section of equity returns [J]. *The Journal of Finance*, 2002, 57(1): 369–403.
- [11] Colacito R, Ghysels E, Meng J, Siwasarit W. Skewness in expected macro fundamentals and the predictability of equity returns: evidence and theory [J]. *The Review of Financial Studies*, 2016, 29(8): 2069–2109.
- [12] 郑振龙, 郑国忠. 高阶矩风险溢价: 信息含量及影响因素 [J]. *数理统计与管理*, 2017, 36(3): 550–570.
- [13] 郑振龙, 王磊, 王路路. 特质偏度是否被定价? [J]. *管理科学学报*, 2013, 16(5): 1–12.
- [14] Campbell J Y, Andrew W Lo, MacKinlay A C. *The Econometrics of Financial Markets* [M]. Princeton University Press, 1997.
- [15] Merton R C. On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation [J]. *Journal of Financial Economics*, 1980, 8(4): 323–361.
- [16] Andersen T G, Bollerslev T, Diebold F X, Ebens H. The distribution of realized stock return volatility [J]. *Journal of Financial Economics*, 2001, 61(1): 43–76.
- [17] Fleming J, Kirby C, Ostdiek B. The economic value of volatility timing using “realized” volatility [J]. *Journal of Financial Economics*, 2003, 67(3): 473–509.
- [18] Bollerslev T, Osterrieder D, Sizova N, Tauchen G. Risk and return: Long-run relations, fractional cointegration, and return predictability [J]. *Journal of Financial Economics*, 2013, 108(2): 409–424.
- [19] Corsi F, Fusari N, La Vecchia D. Realizing smiles: Options pricing with realized volatility [J]. *Journal of Financial Economics*, 2013, 107(2): 284–304.
- [20] Amaya D, Christoffersen P, Jacobs K, Vasquez A. Does realized skewness predict the cross-section of equity returns? [J]. *Journal of Financial Economics*, 2015, 118(1): 135–167.
- [21] 鲁万波, 亢晶浩, 夏少锋, 王彦锋. 中国股市资产价格日内跳跃行为特征及引发机制研究 [J]. *数理统计与管理*, 2021, 40(1): 135–147.
- [22] 陈坚, 张铁凡. 中国股票市场的已实现偏度与收益率预测 [J]. *金融研究*, 2018, (9): 107–125.
- [23] 陈国进, 丁杰, 赵向琴. “好”的不确定性、“坏”的不确定性与股票市场定价 — 基于中国股市高频数据分析 [J]. *金融研究*, 2019, (7): 174–190.
- [24] Fama E F, Macbeth J D. Risk, return, and equilibrium: Empirical tests [J]. *Journal of Political Economy*, 1973, 81(3): 607–636.
- [25] Fama E F, French K R. A five-factor asset pricing model [J]. *Journal of Financial Economics*, 2015, 116(1): 1–22.

- [26] Ang A, Hodrick R J, Xing Y, Zhang X. The Cross-section of volatility and expected returns [J]. *The Journal of Finance*, 2006, 61(1): 259–299.
- [27] Harvey C R, Siddique A. Conditional skewness in asset pricing tests [J]. *Journal of Finance*, 2000, 55(3): 1263–1295.
- [28] Bali T G, Cakici N, Whitelaw R F. Maxing out: Stocks as lotteries and the cross-section of expected returns [J]. *Journal of Financial Economics*, 2011, 99(2): 427–446.
- [29] Newey W K, West K D. A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix [J]. *Econometrica*, 1987, 55(3): 703–708.
- [30] Liu J, Stambaugh R F, Yuan Y. Size and value in China [J]. *Journal of Financial Economics*, 2019, (134): 48–69.
- [31] Fama E F, French K R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds [J]. *Journal of Financial Economics*, 1993, 33(1): 3–56.
- [32] Barndorff-Nielsen O E, Kinnebrock S, Shephard N. Measuring downside risk-realised semivariance [A]. *Volatility and Time Series Econometrics: Essays in Honor of Engle R F, Bollerslev T, Russell J, Watson M* [C]. Oxford University Press, 2010.
- [33] Andersen T G, Dobrev D, Schaumburg E. Jump-robust volatility estimation using nearest neighbor truncation [J]. *Journal of Econometrics*, 2010, (169): 75–93.
- [34] Banz R W. The relationship between return and market value of common stocks [J]. *Journal of Financial Economics*, 1981, 9(1): 3–18.
- [35] Fama E F, French K R. The Cross-section of expected stock returns [J]. *The Journal of Finance*, 1992, 47(2): 427–465.
- [36] Frazzini A, Pedersen L H. Betting against beta [J]. *Journal of Financial Economics*, 2014, 111(1): 1–25.
- [37] Asness C, Frazzini A, Pedersen L H. Betting against correlation: Testing theories of the low-risk effect [J]. *Journal of Financial Economics*, 2020, (135): 629–652.